

# 1 ЛР

- разница активного и пассивного эксперимента

При **пассивном эксперименте** ставится большая серия опытов с поочередным(!) варьированием каждой из переменных. **Активный эксперимент** ставится по заранее составленному плану (планирование эксперимента), при этом предусматривается одновременное изменение всех параметров, влияющих на процесс, что позволяет сразу установить **силу взаимодействия** параметров и поэтому сократить общее число опытов. В том и другом случае обработка опытных данных ведется методами корреляционного и регрессионного анализа [1, 10—15]. **[с.92]** Сюда относится также сбор исходного статистического материала в режиме нормальной эксплуатации промышленного -объекта.

- какой опыт проводили?

- пассивный - Методология пассивного экспериментирования предполагает проведение большой серии опытных исследований с поочередным варьированием значений входных переменных  $x$  и анализом результатов измерений выходной переменной  $y$  (лабораторный эксперимент или эксперимент на пилотной установке).

- какие преимущества активного эксперимента?

- возможность предсказания количества опытов, которые следуют провести;
- определение точек факторного пространства, где следует проводить опыты;
- отсутствие проблем, связанных с выбором вида уравнения регрессии;
- возможность определения оптимальных параметров процесса экспериментально-статистическим методом;
- сокращение объёма опытных исследований.

- как планировали эксперимент? (скорее всего мы не планировали =) )

(Планирование эксперимента происходит во время активного эксперимента, так что у нас нет планирования)

- принцип моделирования?

событийный

- какие цели у планирования эксперимента?

1. Сокращение общего объёма испытаний при соблюдении требований к достоверности и точности их результатов;
2. повышение информативности каждого из экспериментов в отдельности.

- когда собираемся исследовать систему, какая есть предварительная формальность?

1. помнить, к какому классу относится моделируемая система (статическая или **динамическая**, детерминированная или **стохастическая** и т.д.);
2. определить, какой режим работы его интересует, **стационарный** (установившийся) или нестационарный;
3. знать, в течение какого промежутка времени следует наблюдать за поведением (функционированием ) системы;

4. знать, какой объём испытаний (то есть повторных экспериментов) сможет обеспечить требуемую точность оценок (в статистическом смысле) исследуемых характеристик системы.

- что за стационарный режим?

очередь не растёт бесконечно, интервал загрузки от 0 до 1, время ожидания не растёт бесконечно

- зачем нужен график? (ответ про сравнение теор и фактич значение не пойдет)

- вид уравнения регрессии необходимо определять по характеру изменения переменных на графике эмпирической линии регрессии, полученной по выборке экспериментальных данных.

!!!! ЭТО ГЛАВНЫЙ ВОПРОС ПО ЛАБЕ кароче мы за счет графика определяем вид уравнения регрессии, обычно вид уравнения линейный от 0 до 0.5-0.6

(Уравнение регрессии представляет собой функциональную связь, при которой по любому значению  $x$  можно однозначно определить значение  $y$ .)

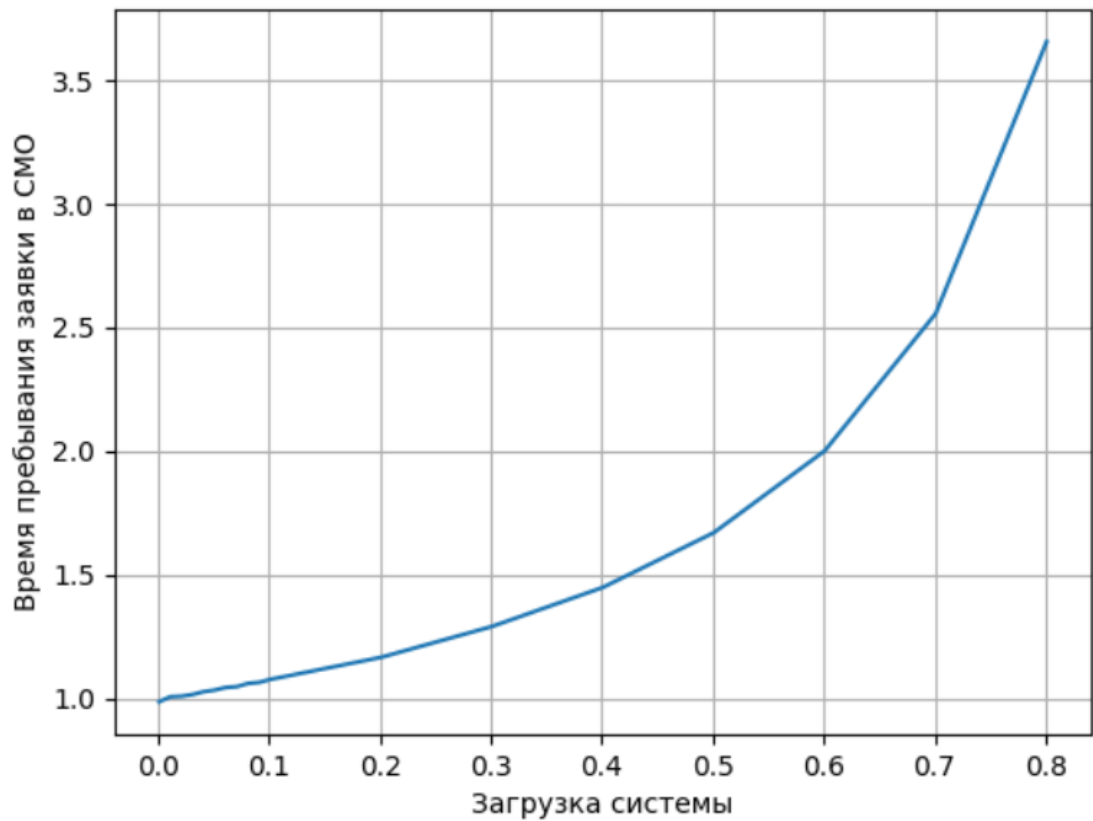
- Что в результате опытов должны получить?

? получить информацию об объекте

Активный эксперимент проводится по заранее составленному плану, в соответствии с которым ставится задача не только определения оптимальных условий проведения эксперимента, но и оптимизации процесса (оптимальное планирование эксперимента).

Эталонный график, но ему не понравилось что он немного ломанный (!!! время пребывания начинается с 1, так как интенсивность обработки заявки = 1 (время обработки = 1)):

- Что делать с той частью графика, где вид уравнения регрессии перестает быть



линейным?

Ответ: можем также исследовать, в конце одной из лекций несколько способов перечислял, но самый простой - выразить кривую как ломаную, а потом рассматривать по отдельности кусочки этой ломаной

## 2 ЛР

- Что проводим?  
ПФЭ
- что такое ПФЭ?  
Эксперимент, в котором реализуются все возможные сочетания уровней факторов, называют полным факторным экспериментом— ПФЭ.  
(эксперимент по всем сочетаниям факторов)

- как обозначается?  
 $N = 2^3$
- что такое 2?  
количество уровней факторов (-1 и +1)
- что такое 3?  
количество факторов
- какую модель строим?  
линейную (для построения линейной модели достаточно варьировать каждый фактор на двух уровнях)

Уравнение для линейной модели (для трех факторов):

$$y = b_0x_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3$$

Уравнение для частично-нелинейной модели (для трех факторов):

$$y = b_0x_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3$$

- сколько нужно опытов для определения коэффициентов линейной модели?  
4 (если  $2^3$ ) (5, если  $2^4$ )
- для чего можно использовать остальные 4 опыта?  
для проверки (или для коэффициентов частично нелинейной модели)
- что характеризуют коэффициенты, допустим,  $a_{12}$ ?  
взаимодействие факторов  $x_1$  и  $x_2$
- какой тут эксперимент?  
активный
- какой лучше: активный или пассивный?  
активный (причины см. в ответах по первой лабе)
- почему? чем отличаются?  
в пассивном изменяли 1 фактор, тут все 3

(тут задана модель — линейная, её проверяем)

#### - преимущества линейной модели?

Скорость и простота, как в построении так и при анализе

- первая лр совсем бесполезная?  
нет, увидели форму зависимости, и при каких значениях стационарный режим работы

(у меня ещё были критерий Кохрена (однородность), дисперсия воспроизводимости и критерий Фишера (адекватность) по ним спрашивал, что такое, как считаются, раз я сделал)  
**МОЖЕТ ПОПРОСИТЬ ВЫВЕСТИ КРИТЕРИИ**

- какое значение будет в нуле факторного пространства?  
значение, равное свободному члену (коэффициент  $a_0$ )
- Какая у нас матрица? (матрица коэффициентов регрессии?)  
Диагональная
- какие свойства матрицы планирования?

Свойства матрицы планирования (без фиктивного столбца).

1. Симметричность относительно нулевого уровня означает, что алгебраическая сумма элементов каждого столбца равна нулю.
2. Сумма квадратов элементов каждого столбца равна числу опытов (свойство нормировки).
3. Дисперсии предсказанных значений отклика одинаковы на равных расстояниях от нулевого уровня (свойство ротативности).
4. Ортогональность означает, что сумма почленных произведений любых двух различных вектор-столбцов матрицы равна нулю:

$$\sum_{i=1}^n z_{ji} z_{li} = 0; j \neq l; j, l = 1, \dots, p.$$

также перемножение столбцов, правило определения знаков.

Очень важны **общие свойства матрицы планирования**:

- **симметричность матрицы** относительно центра эксперимента:  $x_i = 0$ . Тогда

$$\sum_{i=1}^N x_{ji} = 0$$

- $\sum_{i=1}^N x_{ij}^2 = N$  - условие нормировки, то есть сумма квадратов элементов каждого столбца равна числу опытов.  
Первые два **свойства** относятся к построению отдельных столбцов матрицы.
- $\sum_{i=1}^N x_{ij} \cdot x_{in} = 0$  - совокупность столбцов имеет следующее **свойство**, где  $j \neq n$ .
- **Ротатабельность**. Это означает, что точки (значения факторов) в матрице планирования подбираются так, что точность предсказания выходного параметра должна быть одинакова на равных расстояниях от центра эксперимента (нулевого уровня) и не зависеть от направления.

- что такое  $x_0$ ?  
 $x_0$  — фиктивный фактор, соответствующий постоянной составляющей  $b_0$  уравнения объекта
- что такое центр плана?  
Точка в ФП, соответствующая нулевым уровням всех факторов, называется центром плана (ФП - факторное пространство)
- Как коэффициенты вычисляются?  
сумма попарных произведений значений соответствующего  $x$  и  $y$ , деленная на количество опытов
- какой эксперимент?  
Полнофакторный
- почему 16 опытов и сколько нужно для вычисления линейной модели?  
формула и 5 (вопрос для тех, у кого  $2^4$ )
- Какая математика лежит в основе планирования эксперимента?  
(теория вероятности и математическая статистика?????????? (возможно, регрессионный анализ) но это не точно)(Как-то на лекции он говорил, что мат аппарат в планировании - это метод наименьших квадратов)
- Что дает ортогональность?  
Диагональную матрицу корреляции.(скорее независимость вычисления коэффициентов)
- Что дает диагональность?  
Она позволяет разбить систему уравнений на  $n$  независимых уравнений, что позволяет легко вычислить коэффициенты.
- Как это влияет на точность?

Точность повышается. Так как корреляционная матрица  $C$  в этом случае является диагональной, то коэффициенты регрессии статистически независимы, то есть их ковариации в матрице корреляции равны 0. На диагонали стоят дисперсии.

- Как с помощью проверочной точки  $(0, 0, 0)$  можно убедиться в правильности эксперимента?

(а вот тут ребусы от Курова)

Ответ, похожий на правду:

- Что такое коэффициент  $x_0$ ?

Он отвечает за свободный член уравнения, если ты задашь нулевую точку в факторном пространстве  $(0, 0, 0)$  для 3 параметров, то ты должна получить результаты линейной и частично нелинейной равной значению аргумента  $x_0$  (а еще нужно сказать что-то про гиперплоскость)

**Ответ Курова: когда гиперплоскость и поверхность соприкасаются, точки получают равноудаленными, поэтому значения и совпадают**

Равноудаленность: мы усредняли все получившиеся значения (это у нас свободный член)

В теории активного экспериментирования выходную (зависимую) переменную принято называть функцией отклика, а входные (независимые) переменные факторами. Соответственно - координатное пространство с координатами  $(x_1, x_2, \dots, x_m)$  - факторным пространством, а геометрическое изображение функции отклика в факторном пространстве – поверхностью отклика.

- Есть ли план  $3^4$ ? Есть, но тогда модель у нас нелинейная. Для линейной модели достаточно 2 уровня фактора.

(какая поверхность? Я думаю о ФП, но тут пишут о поверхности отклика)

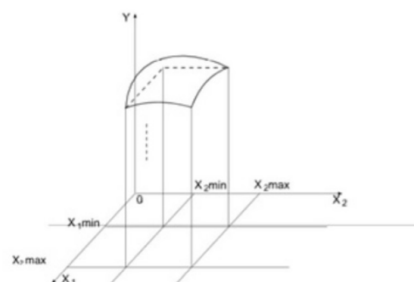
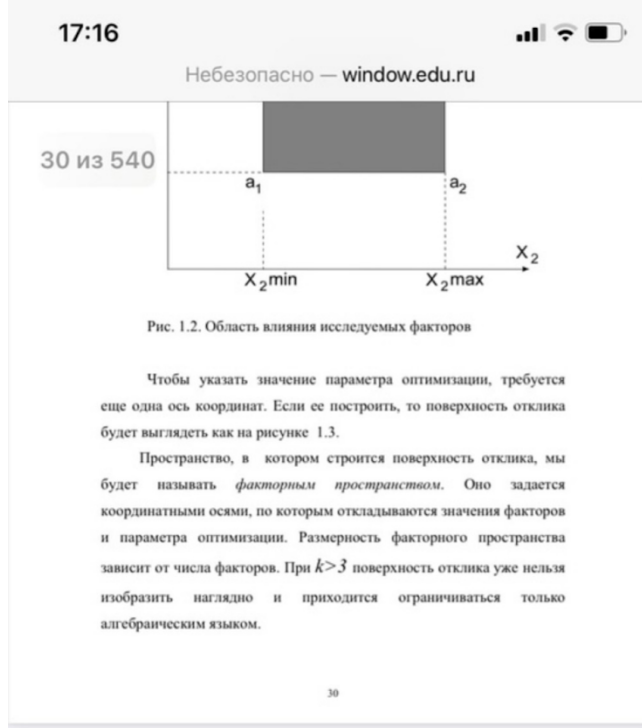


Рис. 1.3. Поверхность отклика

Но для двух факторов можно даже не переходить к трехмерному пространству, а ограничиться плоскостью. Для этого достаточно произвести сечение поверхности отклика плоскостями, параллельными плоскости  $X_1OX_2$ , полученные в сечениях линии спроектировать на эту плоскость. Так строят, например, изображения гор, а точка  $M$  на рисунке 1.4 это и есть оптимальная точка, которую мы ищем. Каждая линия соответствует постоянному значению

- какую форму принимает поверхность? (речь про линейное уравнение) гиперплоскость (так как у всех факторов степень = 1)
- сколько точек нужно чтобы построить линию? две))



# 3 ЛР

- **Какой эксперимент?**  
ДФЭ (дробнофакторный эксперимент)
- **что такое дфэ?**  
часть ПФЭ
- **что такое генерирующие соотношения?**  
Генерирующее соотношение – соотношение, которое показывает какие взаимодействия заменены новыми факторами (оно генерирует или создает дробную реплику).  
*Соотношение, определяющее каким взаимодействием можно пренебречь*  
Генерирующим соотношением (генератором плана) называют соотношение, которое показывает, какое из взаимодействий признано незначимым и заменено новым фактором (например  $x_3 = x_1 * x_2$ ).
- **что такое определяющий контраст?**  
Определяющий контраст получают умножением генерирующего соотношения на новую переменную ( $x_1 * x_2 * x_3 = 1$ ).  
Для реплик большей дробности вводят обобщающие определяющие контрасты.  
Допустим выбраны генераторы  $x_4 = x_1 * x_3$  и  $x_5 = x_1 * x_2 * x_3$ , тогда получим два определяющих контраста  $1 = x_1 * x_3 * x_4$  и  $1 = x_1 * x_2 * x_3 * x_5$ , перемножив их, получим соотношение  $1 = x_2 * x_4 * x_5$ . Обобщающим контрастом будет соотношение:  $1 = x_1 * x_3 * x_4 = x_2 * x_4 * x_5 = x_1 * x_2 * x_3 * x_5$ .  
С помощью определяющих контрастов определяют схемы смешивания в ДФЭ.  
*по сути вот эта  $1=x_1x_2x_3$  (Сразу лучше начать говорить, зачем оно и как из него определить коэффициенты - типа "получаемые коэффициенты являются совместной оценкой реальных коэффициентов, а это соотношение позволяет понять, каких именно, путем его умножения на соответствующий фактор")*
- **что раньше определяем: генерирующие соотношения или определяющий контраст?**  
генерирующее соотношение
- **можно ли выбрать точки без генерирующих соотношений?**  
да, но соблюдая ортогональность матрицы
- **что нам дает ортогональность матрицы планирования?**  
независимость коэффициентов, возможность посчитать их отдельно и по формулам

- **зачем нам независимые коэффициенты регрессии?**

Независимость вычислений, большая скорость (корреляция  $\approx 0$ )

*(проверяет, отрицателен ли коэффициент при обработчике заявок)*

- **зачем совместные оценки?**

чтобы найти разрешающую способность дробной реплики

- **можно ли провести четверть-реплику?**

в  $(2^3)^{-1}$  and  $(2^4)^{-1}$  - нет, так как недостаточно опытов для определения всех коэффициентов

(При выборе дробности плана  $k$  необходимо учитывать, что число опытов должно быть больше числа членов уравнения.)

- **в каком случае полученный результат ДФЭ будет приближен к правде?**

когда взаимодействия  $b_{123}$  и т.д. близки к нулю

*(может что-то спросить про нелинейную модель)*

- **сколько факторов? сколько экспериментов? какая дробность?**

(показатель дробности плана равен количеству генерирующих соотношений)

- **Чем отличается ДФЭ от ПФЭ? Как получить план ДФЭ?**

В дробном факторном эксперименте (ДФЭ) используется меньшее число параметров  $(2^{(n-p)})$ , так как ПФЭ зачастую избыточен.

План ДФЭ строится, как и для плана ПФЭ, но с меньшим числом факторов.

Оставшиеся факторы варьируются не произвольно, а так, чтобы сохранялась ортогональность плана. Это обеспечивается, если оставшиеся факторы варьируются по выбранному генерирующему соотношению, например, как произведение каких-либо факторов из первой группы. Это приводит к тому, что в матрице  $X$  будут существовать одинаковые столбцы, из-за чего определим лишь совместную величину коэффициентов для одинаковых столбцов.

- **какой у вас генератор плана?**

(тут речь идет про генерирующие соотношения) нужно рассказать какой показатель дробности и какая реплика ( $\frac{1}{2}$  или  $\frac{1}{4}$  и тд), и какие вводятся генерирующие соотношения

- **как получаем определяющий контраст?**

умножаем обе части уравнения генерирующего соотношения на левую часть (фактор)

- **почему в левой части в определяющем контрасте получаем единицу?**

уровень любого фактора равен -1 или 1, поэтому квадрат фактора равен единице

- **какая у вас разрешающая способность?**

это число несмешанных линейных факторов (для 6 факторов = 5)

- **что в итоге не смешано?**  
коэффициенты  $b_z$
- **Какие конкретно?** (тыкает в какой-нибудь определяющий контраст)  
умножил контраст на  $x_1$ ,  $x_2$  и т. д. по очереди и сказал что не смешаны слагаемые  
Например определяющий контраст  $1 = x_1x_2x_3x_4$   
умножаем на  $x_1 \rightarrow x_1 = x_2x_3x_4 \rightarrow$  коэффы при  $x_1$  и  $x_2x_3x_4$  несмешаны
- **что нам дает обобщающий определяющий контраст (ООК)?**  
заливал про то, что получаем взаимодействия факторов. Чтобы узнать взаимодействие одного фактора с другими, умножаем ООК на интересующий фактор.  
Думаю, он также позволяет найти, совместной оценкой каких реальных коэффициентов являются получаемые коэффициенты.
- **как найти обобщающий определяющий контраст?**  
перемножаем поочередно все определяющие контрасты (по два, по три, смотря сколько их всего), приравняем в уравнении все определяющие контрасты (и исходные, и полученные произведения)

p.s. если в линейном уравнении в пфэ кол-во коэффициентов  $b = 7$  (случай при кол-ве факторов = 6), то нам необходимо как минимум 7 опытов (уравнений) для нахождения всех коэффов, но так как у нас кол-во опытов  $2^n$ , то минимум кол-во опытов = 8, значит показатель дробности равен 3 (может быть меньше, но не больше) и следовательно у нас может быть 3 генерирующих соотношения.

- **Как узнать корректность коэффициентов?**  
Необходимо задать одинаковые min и max интенсивности генераторов, а в обработчиках одинаковые min и max интенсивности. В получившемся уравнении коэффициенты возле  $x_1$  и  $x_2$  равны, а также коэффициенты возле  $x_3$  и  $x_4$  тоже равны
- **Как определить, что полученная разрешающая способность - хорошая?**  
Чем ближе у (игрик) к нулю, тем точнее результат, тем лучше р. способность (нужно уточнить)
- **ДФЭ даёт точно такой же результат, как ПФЭ?**  
Нет, ДФЭ менее точный
- **Почему ДФЭ менее точный?**  
В схеме вычисления смешанных коэффициентах мы пренебрегаем коэффициентами взаимодействий высоких порядков, потому что допускаем, что они малы (это зависит от того, как написано лаба. так делали не все, но большинство)

- **Как находятся смешанные коэффициенты?**

Схемы смешивания получаются путем умножения определяющего контраста на интересующие нас взаимодействия. И получим, совместной оценкой каких коэффициентов взаимодействия является полученное значение. Нас интересует с взаимодействиями какого порядка смешаны, потому что влияние взаимодействий высокого порядка практически равно 0, а значит ими можно пренебречь. А вот взаимодействиями низкого порядка мы пренебречь не можем, так как они не близки к нулю. И, в итоге, полученная реплика будет недостаточно точной

## 4 ЛР

- **Что является ядром ОЦКП?**

Либо ПФЭ, либо некоторые ДФЭ.

- **Какие ДФЭ могут быть ядром ОЦКП?**

Такие ДФЭ, у которых парные взаимодействия не смешиваются **друг с другом** и с линейными взаимодействиями – то есть минимальная дробная реплика  $2^{5-1}$ . (также парные взаимодействия не должны смешиваться с генерирующими соотношениями (вроде))

- **Какие дробные реплики могут быть ядром ОЦКП?**

Необходимо, чтобы разрешающая способность была не меньше 5. Для 5, 6 факторов это  $\frac{1}{2}$  реплика, а для 8 факторов -  $\frac{1}{2}$  и  $\frac{1}{4}$

- **Реплики можно дробить до бесконечности при увеличении количества факторов?**

Нет

- **Почему парные взаимодействия не должны смешиваться?**

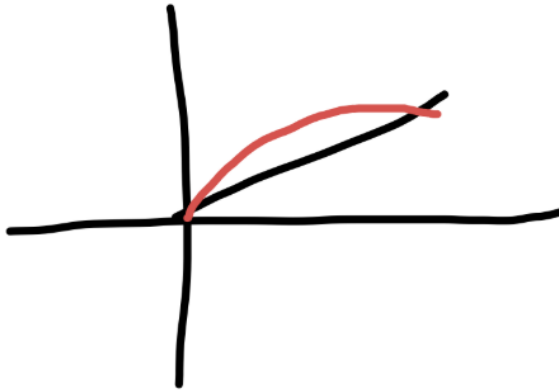
Потому что мы строим полином второй степени. При смешении парных коэффициентов сильно падает точность.

*(В программе смотрит знак коэффициентов при квадратах – он должен быть положительный при поступлении и отрицательный при обработке. Если получилось не так, спрашивает почему. Потому что на линейном участке из-за случайной генерации может получиться так, что зависимость будет представлять собой параболу ветвями вниз. На нелинейном участке оно таким быть не должно! Просит проводить опыты в окрестности единицы и смотрит на величину коэффициентов.)*

*(Куров сказал, что парабола растет быстрее прямой, поэтому на участке малых загрузок, где график почти прямой, парабола загибает ветви вниз, чтобы компенсировать свою скорость роста, из-за чего знаки в уравнениях разбегаются)*

- Всегда ли хорошо, что парные взаимодействия смешаны друг с другом?

Не всегда, когда находим полином второй степени будем терять в точности. В данной задаче совместные взаимодействия соразмеримо малы, поэтому мы делим обобщающий коэффициент поровну, или же принимаем взаимодействие равным нулю. Но так происходит не во всех физических задачах.



(Просит увеличить загрузку СМО и смотрит, поменяются ли знаки)

(ка считается как сумма двух загрузок деленная на среднее интенсивностей!!!!)

- **Сколько парных взаимодействий будет при  $n$  факторах?**

$$n-1 + n-2 + n-3 + \dots + 1 = n(n-1)/2$$

Это арифметическая прогрессия, в которой  $n$  слагаемых. Первый фактор может взаимодействовать со всеми остальными (их будет  $n-1$ ), второй с  $n-2$  (тоже со всеми остальными кроме первого, потому что это взаимодействие учитывается в первом слагаемом) и т.д.

- **Как расшифровывается ОЦКП?**

ОЦКП - это ортогональное центральное композиционное планирование. Ортогональное - скалярное произведение любых 2 столбцов плана дает 0.

Для проведения ОЦКП необходимо рассчитать *звездное плечо*  $\alpha$  (2) и *постоянную*  $S$  (3), где  $n$ - количество опытов при (ПФЭ,ДФЭ) и  $N$  – количество опытов при ОЦКП. Выражения для расчета этих параметров выводятся из условия ортогональности матрицы планирования.

$$\alpha = \sqrt{\frac{n}{2} \left( \sqrt{\frac{N}{n}} - 1 \right)} \quad (2)$$

$$S = \sqrt{\frac{n}{N}} \quad (3)$$

Центральное - все точки симметричны относительно центра плана. Композиционное - состоит из нескольких частей, а именно: ядро плана, "звездные" точки и центр плана.

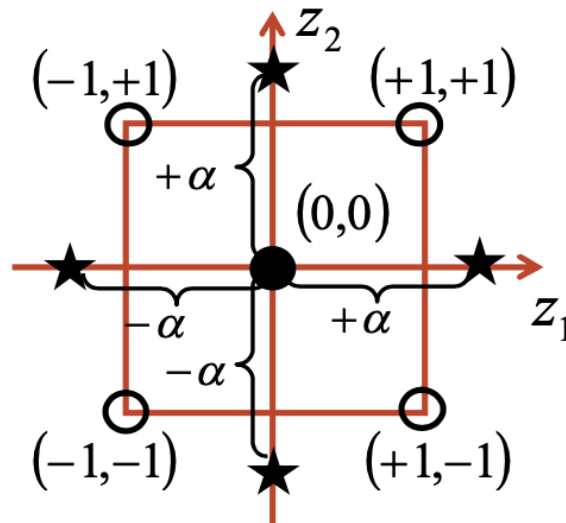
- **Можно ли для получения нелинейной модели использовать ПФЭ?**  
Можно, если используются 3 и более уровней варьирования факторов (для построения нелинейной модели нужно 3 уровня)
- **Почему тогда мы используем ОЦКП, а не ПФЭ???**  
Потому что  $3^8$  это чет очень дофига. А при ОЦКП меньше опытов.
- **Сколько уровней варьирования в ОЦКП?**  
5 (1, -1,  $\alpha$ ,  $-\alpha$ , 0)
- **Как проводить эксперимент, о котором у нас мало информации?**  
Сначала проводим ДФЭ, потом ПФЭ, в конце ОЦКП  
(То есть провели ДФЭ, смотрим результаты, если устраивает точность, то оставляем, если нет, то достраиваем реплики, чтобы получить ПФЭ. То есть не забиваем на то что получили раньше, а достраиваем таблицу. Если не устраивает точность и здесь - достраиваем до ОЦКП)
- **Откуда берутся альфа и S и зачем они нужны?**  
Если мы просто добавим в матрицу квадратичные факторы, то потеряем ортогональность, поэтому через скалярное произведение столбцов, одного квадратичного и например  $x_0$  получаем S (та величина, которую надо вычесть, чтобы матрица была ортогональной).  
А дальше через скалярное произведение еще двух столбцов и находим альфу.

**Где в факторном пространстве располагаются точки ПФЭ и звездные точки?**

Точки ПФЭ располагаются на одной гиперсфере, а звездные точки располагаются на другой гиперсфере.

**Где располагаются звездные точки?**

Звездные точки располагаются в факторном пространстве на осях координат на расстоянии звездного плеча.



( $z_1, z_2$  это факторы  $x_1, x_2$ )

- **Является ли план оцкп рототабельным?**

нет

- **За счёт чего его можно сделать рототабельным?**

За счёт увеличения опытов в центр плана, но будет проблема т.к. альфа равна корень из  $N$  и корень из сложной формулы( посмотрите в лекции) и получить целое число опытов сложно.

- **На чем должны лежать точки для рототабельности?**

На ГИПЕРсфере

- **Будет ли план ортогональным, если его сделать рототабельным?**

Нет, либо рототабельный, либо ортогональный

- симметричность (сумма элементов столбцов = 0)

- нормировка (сумма квадратов элементов столбцов = кол-ву опытов)

- ортогональность (сумма поэлементных произведений различных столбцов = 0)

-рототабельность (дисперсии предсказанных значений отклика одинаковы на равных расстояниях от нулевого уровня)

Рототабельность. Это означает, что точки (значения факторов) в матрице планирования подбираются так, что точность предсказания выходного параметра должна быть одинакова на равных расстояниях от центра эксперимента (нулевого уровня) и не зависеть от направления.

- **Зачем нужен ОЦКП?**

Ортогональный центральный композиционный эксперимент нужен для описания нелинейной зависимости, с помощью которой вычисляется функция отклика в заданной точке пространства. Помимо ОЦКП можно использовать ПФЭ с  $3\sigma$

уровнями факторов или аппроксимацию (вроде как процессом вычисления ПФЭ для маленьких участков в нелинейной части уравнения).

- **От чего зависит звездное плечо?**

от  $n$  = кол-во опытов в ядре и  $N$  = общее кол-во экспериментов (ПФЭ)