



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени
Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «ИНФОРМАТИКА И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ»

КАФЕДРА «ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЭВМ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ
ТЕХНОЛОГИИ» (ИУ7)

НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ 09.03.04 ПРОГРАММНАЯ ИНЖЕНЕРИЯ

ОТЧЕТ по лабораторной работе № 3

Название: Генерация случайных чисел

Дисциплина: Моделирование

Студент

ИУ7-71Б
(Группа)

(Подпись, дата)

В.С.Плотников
(И.О.Фамилия)

Преподаватель

(Подпись, дата)

И.В.Рудаков
(И.О.Фамилия)

Москва, 2021

Задание

Необходимо изучить методы генерации псевдослучайных чисел и критерии оценки случайности последовательности. Надо реализовать критерий оценки случайной последовательности сравнить результаты работы данного критерия на одноразрядных, двухразрядных и трехразрядных последовательностях целых чисел. Последовательности нужно получать алгоритмическим и табличным способами.

Способы получения последовательностей случайных чисел

Выделяют 3 основных способа:

1. Аппаратный - случайные числа вырабатываются специальной электронной приставкой, то есть генератором случайных чисел. Как правило это практически любое внешнее устройство компьютера. Реализация этого способа не требует дополнительных вычислительных операций по выработке чисел, а необходима только операция обращения к этому внешнему устройству. Физическая основа - как правило шум на проводниковых и полупроводниковых приборах. Состоит из:

- Источник шума
- Ключевая схема
- Формировщик импульсов
- Пересчётная схема

Тогда случайное число как разница между соседним и предыдущем временем.

2. Табличный (файловый) - формируется таблица и записывается в память. Математики проверили её на случайность и мы можем многократно её использовать. Недостаток - количество чисел ограничено.
3. Алгоритмический (программный) - масса достоинств, однократная проверка, можно многократно воспроизводить последовательность, относительно малое место в оперативной памяти, не используются внешние устройства. Недостаток - запас чисел ограничен периодом, требуются затраты машинного времени.

Линейный конгруэнтный метод

В данной работе был выбран линейный конгруэнтный метод в качестве алгоритмического. Для осуществления генерации чисел данным методом, необходимо задать 4 числа:

$$\begin{aligned} m &> 0, \text{ модуль} \\ 0 &\leq a \leq m, \text{ множитель} \\ 0 &\leq c \leq m, \text{ приращение} \\ 0 &\leq X_0 \leq m, \text{ начальное число} \end{aligned}$$

Последовательность случайных чисел генерируется при помощи формулы:

$$X_{n+1} = (aX_n + c) \mod m \quad (1)$$

Критерий χ^2

Для выполнения работы был выбран критерий χ^2 . Это один из самых известных статистических критериев, также это основной метод, используемый в сочетании с другими критериями. С помощью этого критерия можно узнать, удовлетворяет ли генератор случайных чисел требованию равномерного распределения или нет.

Для оценки по этому критерию необходимо вычислить статистику V по формуле:

$$V = \frac{1}{n} \sum_{s=1}^k \frac{Y_s^2}{p_s} - n \quad (2)$$

где n – количество независимых испытаний, k – количество категорий, Y_s – число наблюдений, которые действительно относятся к категории S , p_s – вероятность того, что каждое наблюдение относится к категории s .

Значение V является значением критерия χ^2 для экспериментальных данных. Приемлемое значение этого критерия можно определить по таблице на рисунке 1. Для этого используем строку $\nu = k - 1$, где $k = 10, 90, 900$ для задания лабораторной. P в этой таблице — это вероятность того, что экспериментальное значение $V_{\text{эксп.}}$ будет меньше табулированного (теоретического) $V_{\text{теор.}}$ или равно ему. Ее также можно рассматривать как доверительную вероятность. Если вычисленное V окажется меньше 1%-й точки или больше 99%-й точки, можно сделать вывод, что эти числа недостаточно случайные. Если V лежит между 1% и 5% точками или между 95% и 99% точками, то эти числа «подозрительны». Если V лежит между 5% и 10% точками или 90%-95% точками, то числа можно считать «почти подозрительными». Обычно необходимо произвести проверку три раза и более с разными данными. Если по крайней мере два из трех результатов оказываются подозрительными, то числа рассматриваются как недостаточно случайные.

	$p = 1\%$	$p = 5\%$	$p = 25\%$	$p = 50\%$	$p = 75\%$	$p = 95\%$	$p = 99\%$
$\nu = 1$	0.00016	0.00393	0.1015	0.4549	1.323	3.841	6.635
$\nu = 2$	0.02010	0.1026	0.5754	1.386	2.773	5.991	9.210
$\nu = 3$	0.1148	0.3518	1.213	2.366	4.108	7.815	11.34
$\nu = 4$	0.2971	0.7107	1.923	3.357	5.385	9.488	13.28
$\nu = 5$	0.5543	1.1455	2.675	4.351	6.626	11.07	15.09
$\nu = 6$	0.8721	1.635	3.455	5.348	7.841	12.59	16.81
$\nu = 7$	1.239	2.167	4.255	6.346	9.037	14.07	18.48
$\nu = 8$	1.646	2.733	5.071	7.344	10.22	15.51	20.09
$\nu = 9$	2.088	3.325	5.899	8.343	11.39	16.92	21.67
$\nu = 10$	2.558	3.940	6.737	9.342	12.55	18.31	23.21
$\nu = 11$	3.053	4.575	7.584	10.34	13.70	19.68	24.72
$\nu = 12$	3.571	5.226	8.438	11.34	14.85	21.03	26.22
$\nu = 15$	5.229	7.261	11.04	14.34	18.25	25.00	30.58
$\nu = 20$	8.260	10.85	15.45	19.34	23.83	31.41	37.57
$\nu = 30$	14.95	18.49	24.48	29.34	34.80	43.77	50.89
$\nu = 50$	29.71	34.76	42.94	49.33	56.33	67.50	76.15
$\nu > 30$	$\nu + \sqrt{2\nu}x_p + \frac{2}{3}x_p^2 - \frac{2}{3} + O(1/\sqrt{\nu})$						
$x_p =$	-2.33	-1.64	-0.674	0.00	0.674	1.64	2.33

Рис. 1: Некоторые процентные точки χ^2 - распределения

Таким образом, процедура проверки следующая:

- Выделяем k категорий. В нашем случае это количество возможных полученных значений: 10, 90 и 900 для одноразрядных, двухразрядных и трехразрядных;
- Запускаем генератор случайных чисел N раз;
- Определяем количество случайных чисел, попавших в каждую категорию;
- Вычисляем значение V по формуле (2);
- Сравниваем полученное значение с теоретическими значениями в таблице, определяем к какому интервалу оно относится;
- Делаем выводы о случайности величины, возможны три случая:
 - Если $V_{\text{эксп}}$ лежит между 1% и 99% точками, то генератор удовлетворителен. (Однако необходимо учитывать «подозрительные результаты», о которых написано выше);
 - Если $V_{\text{эксп}}$ меньше 1% точки, то генератор не удовлетворителен, так как разброс чисел слишком мал, чтобы быть случайным;
 - Если $V_{\text{эксп}}$ больше 99% точки, то генератор не удовлетворителен, так как разброс чисел слишком велик, чтобы быть случайным.

Результаты работы

tk					
Ввод данных					
Ваши числа:					
Статистика хи-квадрат ваших чисел:					
Вычислить для 1000 чисел					
Результат					
Табличный способ			Алгоритмический способ		
1 разряд	2 разряда	3 разряда	1 разряд	2 разряда	3 разряда
8	62	539	8	56	875
0	64	257	5	47	502
3	16	122	0	10	869
8	70	545	3	85	352
6	60	871	8	40	495
6	91	184	1	83	586
5	65	990	2	90	529
8	52	518	3	81	500
9	16	157	6	36	587
4	69	242	5	59	310
% статистики хи-квадрат					
59.5664%	28.8504%	48.5149%	66.59%	45.8763%	83.7373%

tk

Ввод данных

Ваши числа:

Статистика хи-квадрат ваших чисел:

Вычислить для 1000 чисел

Результат

Табличный способ			Алгоритмический способ		
1 разряд	2 разряда	3 разряда	1 разряд	2 разряда	3 разряда
3	87	812	4	52	556
1	43	385	9	71	803
3	18	881	2	26	534
7	99	654	9	89	909
1	25	681	6	40	200
2	53	554	3	59	151
4	33	871	6	57	578
5	46	941	9	20	921
0	58	495	6	15	740
7	61	703	1	94	979

% статистики хи-квадрат

86.2908%	82.7871%	47.6238%	68.9149%	17.6483%	85.3692%
----------	----------	----------	----------	----------	----------

tk

Ввод данных

Ваши числа:

Статистика хи-квадрат ваших чисел:

Вычислить для 1000 чисел

Результат

Табличный способ			Алгоритмический способ		
1 разряд	2 разряда	3 разряда	1 разряд	2 разряда	3 разряда
8	62	539	0	36	220
0	64	257	3	27	355
3	16	122	6	66	382
8	70	545	9	81	973
6	60	871	6	92	264
6	91	184	3	75	751
5	65	990	4	54	154
8	52	518	5	40	561
9	16	157	4	91	572
4	69	242	7	90	307

% статистики хи-квадрат

59.5664%	28.8504%	48.5149%	30.2834%	47.5565%	56.5269%
----------	----------	----------	----------	----------	----------

tk

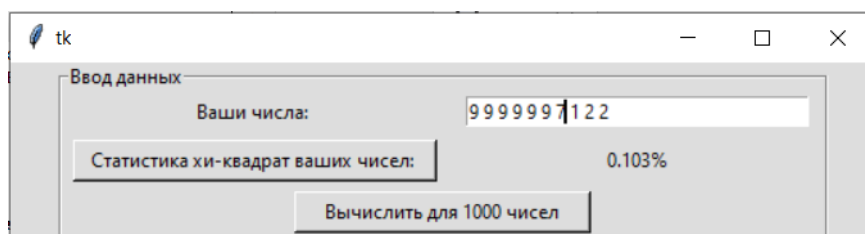
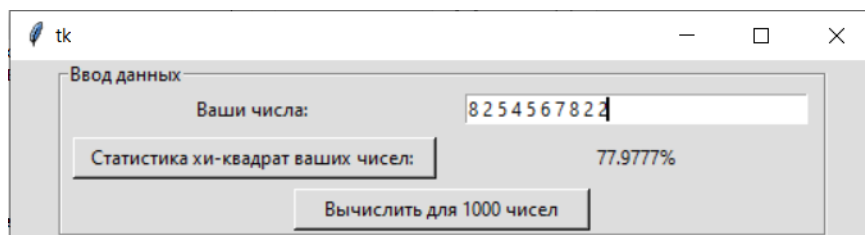
Ввод данных

Ваши числа:

Статистика хи-квадрат ваших чисел:

Вычислить для 1000 чисел

99.9777%



Из результатов можно сделать вывод, что в некоторых случаях при применении обоих методов значения приближаются к «подозрительным», однако это не критично и результаты работы генератора можно признать удовлетворительными.