ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ

Phạm Văn Phúc

NGHIÊN CỨU BÀI TOÁN PESP ÁP DỤNG ĐỂ LẬP LỊCH GIỜ TÀU ĐIỆN CHẠY

Ngành: Công nghệ thông tin

HÀ NỘI - 2024

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ

Phạm Văn Phúc

NGHIÊN CỨU BÀI TOÁN PESP ÁP DỤNG ĐỂ LẬP LỊCH GIỜ TÀU ĐIỆN CHẠY

Ngành: Công nghệ thông tin

Cán bộ hướng dẫn: Tô Văn Khánh

HÀ NỘI - 2024

Tóm tắt

Hiện nay, hiệu năng của các SAT Solver đã cải thiện đáng kể và có thể được ứng dụng trong việc giải các bài toán NP-complete như: *Traveling Salesman, Hamiltonian path , graph k-coloring....* Vấn đề lập lịch sự kiện định kỳ (Periodic Event Scheduling Problem) từ lâu đã được chương minh là một vấn đề NP-complete. Các phương pháp hiện tại như lập trình ràng buộc (Constraint satisfaction Programing) hay quy hoạch số nguyên (Integer Programing) chưa thực sự hiệu quả với các bộ dữ liệu lớn. Tài liệu này sẽ trình bày thuật toán chuyển hóa vấn đề lập lịch định kỳ (PESP) về bài toán SAT, sau đó giải bài toán sử dụng SAT Solver nhằm đạt được hiệu suất cao hơn.

Từ khóa: Periodic railway timetabling; Optimisation; Periodic Event Scheduling Problem; SAT

Lời cảm ơn

Quá trình thực hiện đề tài khóa luận tốt nghiệp là một hành trình đầy ý nghĩa và thử thách. Em xin gửi lời cảm ơn chân thành nhất đến tất cả những người đã đồng hành cùng em trong suốt thời gian qua. Đặc biệt, em xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến thầy Tô Văn Khánh. Chính sự tận tâm hướng dẫn, những góp ý quý báu và kinh nghiệm phong phú của thầy đã giúp em định hình rõ hơn vấn đề nghiên cứu và vượt qua nhiều khó khăn. Em luôn trân trọng những buổi trao đổi cùng thầy, khi thầy không chỉ truyền đạt kiến thức chuyên môn mà còn giúp em rèn luyện tư duy khoa học.

Em cũng xin gửi lời cảm ơn đến toàn thể quý thầy cô, cán bộ giảng viên trường Đại học Công Nghệ. Nhờ sự tận tình giảng dạy của thầy cô, em đã có được hành trang kiến thức vững chắc để bước vào nghiên cứu. Môi trường học tập thân thiện và cơ sở vật chất hiện đại của nhà trường đã tạo điều kiện thuận lợi cho em hoàn thành tốt khóa luận.

Cuối cùng, em xin kính chúc các thầy cô luôn mạnh khỏe, hạnh phúc và gặt hái nhiều thành công hơn nữa trong sự nghiệp trồng người cao quý.

Sinh viên

Phạm Văn Phúc

Lời cam đoan

Em xin cam đoan khóa luận tốt nghiệp là của em, do em thực hiện dưới sự hướng dẫn của TS. Tô Văn Khánh. Tất cả tham khảo, nghiên cứu và tài liệu liên quan đều được nêu rõ ràng và chi tiết trong danh mục tài liệu tham khảo. Các nội dung trình bày trong khóa luận này là hoàn toàn trung thực và không sao chép bất kỳ nguồn nào khác mà không trích dẫn.

Hà Nội, ngày 28 tháng 09 năm 2024

Sinh viên

Phạm Văn Phúc

Mục lục

Danh mục viết tắt

CNF: Conjunctive Normal Form

CSP: Contraint Satisfaction Problem

MIP: Mixed Integer Programing

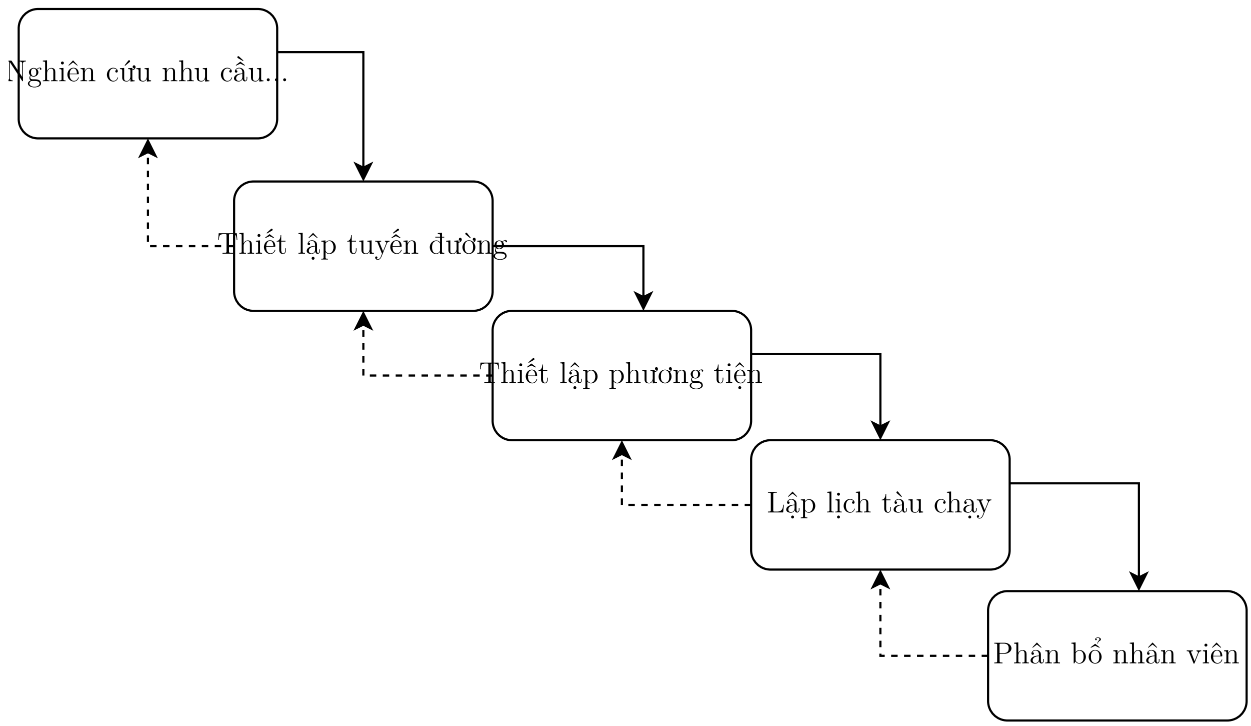
PESP: Periodic Event Scheduling Problem

PTSP: Periodic Train Timetable Scheduling Problem

SAT: Satisfiablility

UNSAT: Unsatisfiability

Danh mục hình ảnh

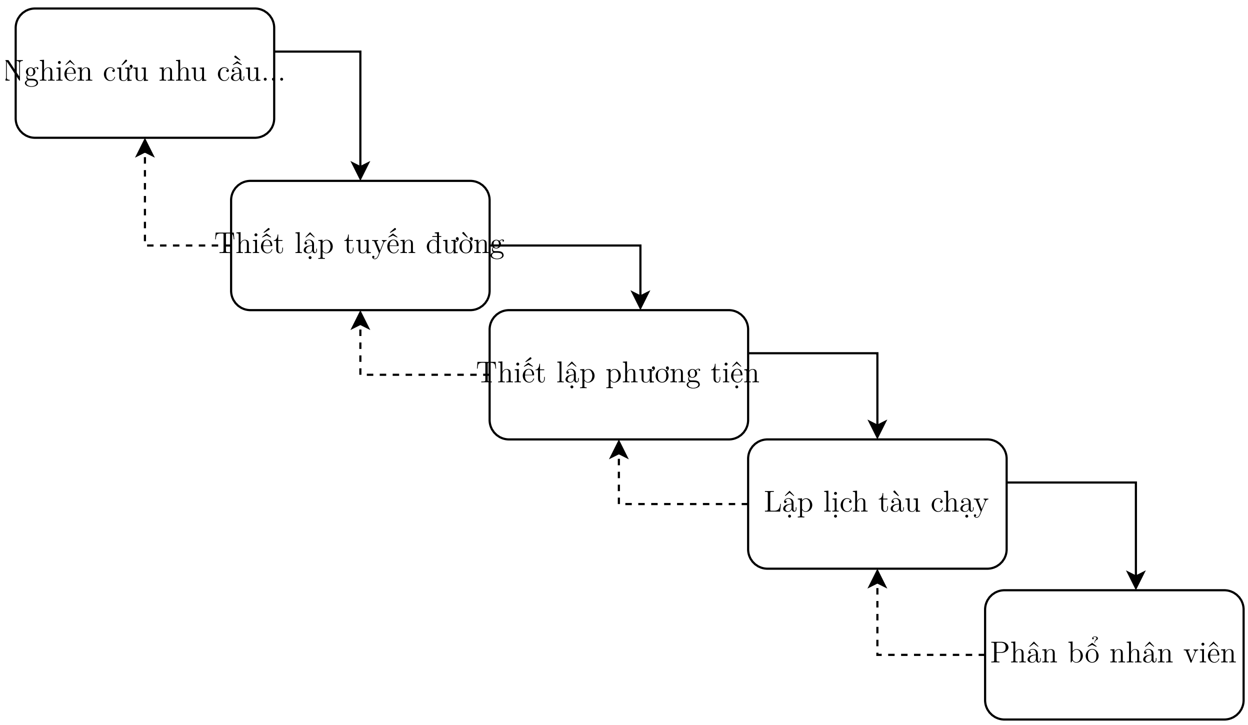


xi

Danh mục bảng biểu

Mở đầu

Lập kế hoạch cho hệ thống tàu điện ngầm là một công việc đầy khó khăn và thử thách, bao gồm nhiều giai đoạn khác nhau, như: nghiên cứu thị trường, thiết lập tuyến đường, thiết lập phương tiện, lập lịch tàu chạy và đào tạo nhân viên. Các giai đoạn lập kế hoạch này liên quan mật thiết đến nhau và thường được tiến hành đổ thác theo thứ tự. Tuy nhiên, có thể quay lại bước trước đó để tối ưu khi các yêu cầu nghiêm vụ được làm rõ hơn.



Hình 1: Các giai đoạn lập kế hoạch xây dựng hệ thống tàu điện ngầm

1. **Nghiên cứu nhu cầu di chuyển**: Khảo sát thị trường và nhu cầu di chuyển của khách hàng nhằm thiết kế tuyến đường phù hợp

2. **Thiết lập tuyến đường**: Dựa trên nhu cầu di chuyển, ta thiết kế các tuyến đường nhằm đạt hiệu quả di chuyển cao nhất, quy trình này cần đảm bảo các chuyến tàu được kết nối với nhau và giảm thiểu số lần chuyển chuyến.

3. **Thiết lập phương tiện**: Dựa theo nhu cầu di chuyển và tuyến đường, ta cần lập danh sách các phương tiện (cần bao nhiêu phương tiện, sức chứa, tốc độ di chuyển...)

4. **Xây dựng lịch trình**: Khi biết rõ tuyến đường và công thông số phương tiện, ta có thể xây dựng lịch trình tàu chạy. Lịch trình cần đáp ứng các yêu chuẩn an toàn cũng như các yêu cầu về nghiệp vụ, và sẵn sàng cho các tình huống sự cố gián đoạn, hủy chuyến...

5. **Phân bổ nhân viên**: Tương tự, việc xây dựng lịch trình cho các nhân viên lái tàu, phục vụ, nhân viên sửa chữa, bảo hành cũng cần được quan tâm.

Trong đó, *xây dựng lịch trình* là giai đoạn thiết yếu đối với hệ thống tàu điện ngầm. Việc cung cấp thời gian khởi hành và đến chính xác giúp lịch trình tàu hoạt động mượt mà và đáng tin cậy, đồng thời quản lý lưu lượng hành khách và ngăn ngừa tình trạng quá tải. Lịch trình hiệu quả cũng phối hợp các kết nối với các phương thức vận chuyển khác, cải thiện kế hoạch vận hành bằng cách lập kế hoạch bảo trì và phân bổ nhân sự, và tối ưu hóa việc sử dụng tài nguyên như tàu và đội ngũ. Tổng thể, lịch trình đáng tin cậy dẫn đến sự hài lòng cao hơn của khách hàng và một hệ thống giao thông công cộng trơn tru, hiệu quả hơn.

Tuy nhiên, lập lịch trình tàu hỏa là một nhiệm vụ vô cùng khó khăn và tốn kém, vì phải đáp ứng nhiều tiêu chí phức tạp. Trước hết, thời gian đệm (recovery times) cần được tính toán để bù đắp cho những gián đoạn trong hệ thống, như sự thay đổi tốc độ do thời tiết hoặc thiên tai, và tình trạng tàu khởi hành muộn so với dự kiến. Để tránh làm gián đoạn toàn bộ hệ thống, lịch trình phải bao gồm thời gian đệm phù hợp. Tiếp theo, thời gian giãn cách tối thiểu (minimum headway time) là cần thiết để đảm bảo an toàn khi hai tàu sử dụng chung một đường ray và phải khởi hành cách nhau một khoảng thời gian tối thiểu. Tính kết nối (connections between trains) cũng rất quan trọng, vì thời gian đến và khởi hành của các tàu tại cùng một bến đỗ cần phải liên tục để phục vụ nhu cầu nối chuyến của hành khách. Cuối cùng, thời gian bảo trì (turn around times at termination) phải được tính toán để bao gồm thời gian cần thiết cho việc bảo trì động cơ, tiếp nhiên liệu và thay ca nhân viên ở ga tàu cuối trước khi tàu quay trở lại.

Trước đây, xây dựng lịch trình tàu chạy chủ yếu được làm thủ công [1], tốn nhiều chi phí cũng như dễ xảy ra sai sót. Vì vậy, trong thập kỷ trước, nhiều nghiên cứu nhằm hỗ trợ và tự động quá trình lập lịch đã được tiến hành [2]–[4]. Hầu hết các nghiên cứu đều dựa trên mô hình *lập lịch sự kiện định kỳ* (Periodic Event Schedule Problem - PESP), một mô hình nổi tiếng được giới thiệu bởi Serafini and Ukovich [5]. Tuy nhiên, các phương pháp hiện tại trong việc giải bài toán PESP như lập trình ràng buộc, quy hoạch số nguyên chưa hiệu quả với các bộ dữ liệu lớn. Trong khóa luận này, chúng tôi trình bày phương pháp giải bài toán PESP sử dụng SAT Solver và đề xuất một vài cải tiến về thuật toán mã hóa.

Phần còn lại của khóa luận được tổ chức như sau:

- **Chương 1**: Định nghĩa chi tiết các khái niệm trong bài toán *lập lịch sự kiện định kỳ*, một số cách tiếp cận hiện tại
- **Chương 2**: Trình bày kiến nền tảng về logic mệnh đề và các khái niệm liên quan đến bài toán SAT như NP-complete, Satisfiablility Problem, SAT Solver và quy trình giải bài toán thực tế sử dụng SAT solver.
- **Chương 3**: Đề xuất thuật toán chuyển đổi bài toán PESP về bài toán SAT và cách giải cùng cải tiến thuật toán mã hóa.
- **Chương 4**: Thử nghiệm thực tế và kết luận

CHƯƠNG 1

Lập lịch sự kiện định kỳ

1.1 Mạng sự kiện định kỳ

Định nghĩa 1.1.1: (Đoạn). Cho $a, b \in \mathbb{Z}$ với $a \leq b$.

$$[a, b] := \{a, a+1, a+2, ..., b-1, b\}$$

được gọi là đoạn từ cận dưới a đến cận trên b hay đoạn từ a đến b.

Định nghĩa 1.1.2: (Đoạn mô-đun). Cho $a, b \in \mathbb{Z}$ and $t \in \mathbb{N}^*$. Với a là cận dưới và b là cận trên,

$$[a, b]_t := \bigcup_{z \in \mathbb{Z}} [a + z \cdot t, b + z \cdot t]$$

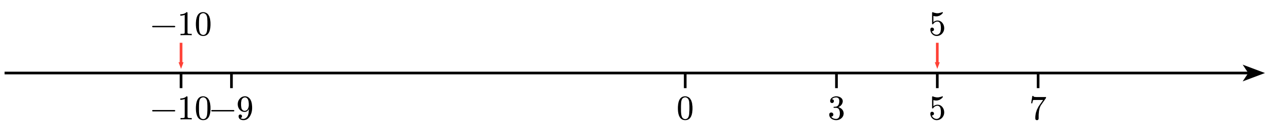
được gọi là *đoạn mô-đun* t.

Ví dụ 1.1.1: Cho

$$\begin{aligned} I &= [3, 7]_8 \\ &= ... \cup [-13, -9] \cup [-5, -1] \cup [3, 7] \cup [11, 15] \cup [19, 23] ... \subset Z \end{aligned}$$

là đoạn mô-đun 8. Khi đó

$$5 \in [3, 7] \subset I$$
$$-10 \in [-13, -9] \subset I$$
$$12 \in [11, 15] \subset I$$



Hình 2: Minh họa đoạn mô-đun. -10 và 5 thuộc I

Định nghĩa 1.1.3: (Mạng sự kiện định kỳ). Một mạng sự kiện định kỳ (Periodic event network) chu kỳ t_T $\mathrm{N} = (\nu, A, t_T)$ bao gồm tập hợp ν sự kiện (danh sách đỉnh) và tập các ràng buộc A (danh sách cạnh). Mỗi ràng buộc $a \in A$ kết nối hai sự kiện, được kí hiệu:

$$a = \Big((i,j), [l_a, u_a]_{t_T}\Big) \in (\nu \times \nu) \times 2^{\mathbb{Z}}$$

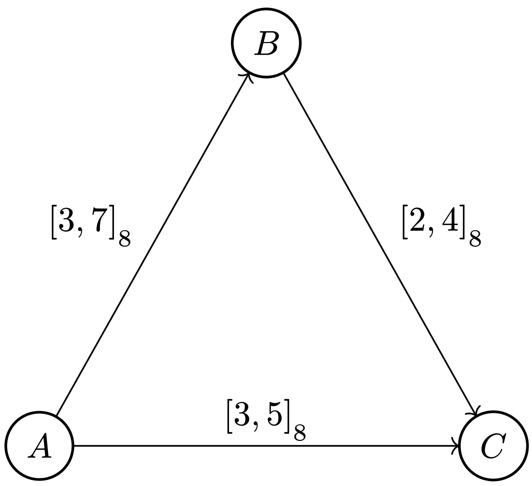
trong đó $l_a, u_a \in \mathbb{Z}$ lần lượt là cận trên và cận dưới, $2^{\mathbb{Z}}$ là tập hợp các tập con của $\mathbb{Z}$.

Tập A là hợp của hai tập hợp S và C lần lượt là tập ràng buộc đối xứng và ràng buộc thời gian.

$$S \cup C = A$$
$$S \cap C = \emptyset$$

Ví dụ 1.1.2: Cho $N = (\{A, B, C\}, \mathrm{N}, 8)$ là một mạng sự kiện định kỳ. Trong đó:

$$\begin{aligned} A = C = \Big\{&\Big((A,B), [3,7]_8\Big), \\ &\Big((B,C), [2,4]_8\Big), \\ &\Big((A,C), [3,5]_8\Big)\Big\} \end{aligned}$$



Hình 3: Ví dụ minh họa mạng sự kiện định kỳ

Định nghĩa 1.1.4: (Tiềm năng sự kiện). Cho $N = (\nu, A, t_T)$ là một *mạng sự kiện định kỳ*. $\pi_n \in \mathbb{Z}$ được gọi là tiềm năng xảy ra của sự kiện $n \in \nu$.

Từ đây đến hết tài liệu, khái niệm này được gọi tắt là *tiềm năng*

Định nghĩa 1.1.5: (Lịch trình). Cho $N = (\nu, A, t_T)$ là một *mạng sự kiện định kỳ*. Ánh xạ:

$$\Pi_\nu : \nu \to \mathbb{Z}$$
$$n \mapsto \pi_n$$

được gọi là một lịch trình của tập sự kiện N

Định nghĩa 1.1.6: (Ràng buộc thời gian). Cho $N = (\nu, A, t_T)$ là một *mạng sự kiện định kỳ* với tập ràng buộc $A = S \cup C$ với ràng buộc $a = \Big((i,j), [l_a, u_a]_{t_T}\Big) \in C, i, j \in \nu$. Hai tiềm năng π_i và π_j thỏa mãn ràng buộc thời gian a khi và chỉ khi:

$$\pi_j - \pi_i \in [l_a, u_a]_{t_T}$$

Định nghĩa 1.1.7: (Ràng buộc đối xứng). Cho $N = (\nu, A, t_T)$ là một *mạng sự kiện định kỳ* với tập ràng buộc $A = S \cup C$ với ràng buộc $a = \Big((i,j), [l_a, u_a]_{t_T}\Big) \in S, i, j \in \nu$. Hai tiềm năng π_i và π_j thỏa mãn ràng buộc đối xứng a khi và chỉ khi:

$$\pi_j + \pi_i \in [l_a, u_a]_{t_T}$$

Ví dụ 1.1.3: Cho A, B là hai sự kiện và $a = ((A, B), [3, 7]_8)$ là *ràng buộc thời gian.*

Các tiềm năng $(\pi_a, \pi_b) = (1, 5), (3, 2)$ thỏa mãn ràng buộc thời gian a vì:

$$5 - 1 = 4 \in [3, 7]_8$$
$$2 - 3 = -1 \in [3, 7]_8$$

Ngược lại, tiềm năng $(\pi_a, \pi_b) = (3, 5), (7, 1)$ không thỏa mãn ràng buộc, vì:

$$5 - 3 = 2 \notin [3, 7]_8$$
$$1 - 7 = -6 \notin [3, 7]_8$$

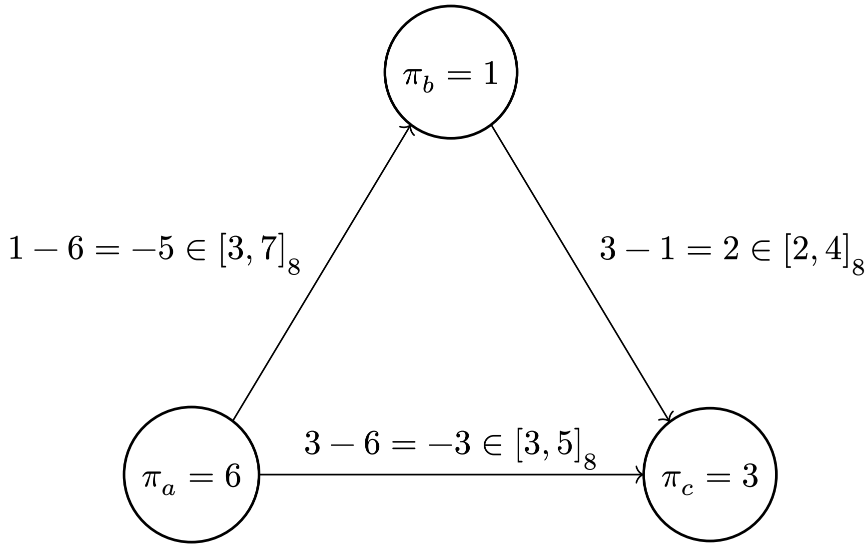
Định nghĩa 1.1.8: Cho $N = (\nu, A, t_T)$ là một *mạng sự kiện định kỳ* và Π_ν là một lịch trình của N. Lịch trình Π thỏa mãn một ràng buộc $a \in A$ khi và chỉ khi $\pi_i = \Pi_{\nu(i)}, \pi_j = \Pi_{\nu(j)}$ thỏa mãn $a = (i, j, I)$

Định nghĩa 1.1.9: (Lịch trình hợp lệ) Cho $N = (\nu, A, t_T)$ là một *mạng sự kiện định kỳ* và Π_ν là một lịch trình của N. Lịch trình Π được xem là hợp lệ nếu thỏa mãn mọi ràng buộc $a \in A$.

Ví dụ 1.1.4: Cho $N = (\nu, A, 8)$ là mạng sự kiện định kỳ ở Ví dụ 1.1.2 và Π_ν là một lịch trình hợp lệ của N với $\pi_a = 6, \pi_b = 1, \pi_c = 3$. Π_ν là hợp lệ bởi vì:

$$\pi_b - \pi_a = 1 - 6 = -5 \in [3, 7]_8$$
$$\pi_c - \pi_b = 3 - 1 = 2 \in [2, 4]_8$$
$$\pi_c - \pi_a = 3 - 6 = -3 \in [3, 5]_8$$

được minh họa trong hình dưới đây:



Hình 4: Ví dụ minh họa mạng lịch trình hợp lệ

Định nghĩa 1.1.10: (Lịch trình tương đương) Cho $N = (\nu, A, t_T)$ là một *mạng sự kiện định kỳ* và Π_ν là một lịch trình của N. Lịch trình Π_ν và Φ_ν được xem là tương đương:

$$\Pi_\nu \equiv \Phi_\nu$$

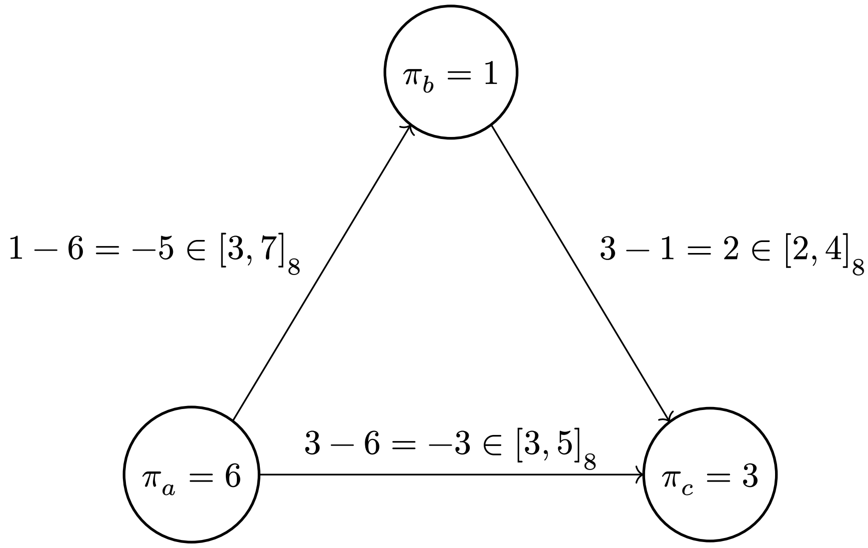
khi và chỉ khi

$$\forall n \in \nu : \Pi_{\nu(n)} \bmod t_T = \Phi_{\nu(n)} \bmod t_T$$

Ví dụ 1.1.5: Cho $N = (\nu, A, 8)$ là mạng sự kiện định kỳ ở Ví dụ 1.1.2 và Π_ν là một lịch trình hợp lệ của N với $\pi_a = 6, \pi_b = 1, \pi_c = 3$. Π_ν là hợp lệ bởi vì:

$$\pi_b - \pi_a = 1 - 6 = -5 \in [3, 7]_8$$
$$\pi_c - \pi_b = 3 - 1 = 2 \in [2, 4]_8$$
$$\pi_c - \pi_a = 3 - 6 = -3 \in [3, 5]_8$$

được minh họa trong hình dưới đây:



Hình 5: Ví dụ minh họa mạng lịch trình hợp lệ

Định lý 1.1.1: (Tính hợp lệ của lịch trình tương đương). Cho $N = (\nu, A, t_T)$ là một mạng sự kiện định kỳ, Π_ν, Φ_ν là hai lịch trình tương đương. Khi đó, với tập ràng buộc A:

$$\Pi_\nu \text{ hợp lệ} \Leftrightarrow \Phi_\nu \text{ hợp lệ}$$

Proof: Không mất tính tổng quát, chỉ cần chứng minh Π_ν hợp lệ $\Rightarrow \Phi_\nu$ hợp lệ.

Ta có: Π_ν hợp lệ với tập ràng buộc $A \Rightarrow \forall a \in A$:

$$\Pi_\nu \text{ thỏa mãn } a \tag{1}$$

Thật vậy, với $A = C \cup S$, cần chứng minh:

$$\forall a \in C : \Phi_\nu \text{ thỏa mãn } a \tag{2}$$

$$\forall a \in S : \Phi_\nu \text{ thỏa mãn } a \tag{3}$$

Giả sử $a = \Big((i, j), [l_a, u_a]_{t_T}\Big) \in C$ là một ràng buộc thời gian bất kỳ.

với $i, j \in \nu, \pi_i = \Pi_\nu(i), \pi_j = \Pi_\nu(j), \varphi_i = \Phi_\nu(i), \varphi_j = \Phi_\nu(j)$

$$
\begin{aligned}
(1) &\Rightarrow \pi_j - \pi_i \in [l_a, u_a]_{t_T} \\
&\Rightarrow \pi_j - \pi_i \in \{[l_a + z \cdot t_T, u_a + z \cdot t_T] \mid z \in \mathbb{Z}\} \\
&\Rightarrow \forall w, v \in \mathbb{Z} : \pi_j - \pi_i + w \cdot t_T - v \cdot t_T \in \{[l_a + z \cdot t_T, u_a + z \cdot t_T] \mid z \in \mathbb{Z}\} \\
&\Rightarrow \forall w, v \in \mathbb{Z} : \left(\pi_j + w \cdot t_T\right) - (\pi_i + v \cdot t_T) \in \{[l_a + z \cdot t_T, u_a + z \cdot t_T] \mid z \in \mathbb{Z}\} \\
&\Rightarrow \left(\pi_j \bmod t_T\right) - (\pi_i \bmod t_T) \in \{[l_a + z \cdot t_T, u_a + z \cdot t_T] \mid z \in \mathbb{Z}\} \qquad (4) \\
&\Rightarrow \left(\pi_j \bmod t_T\right) - (\pi_i \bmod t_T) \in [l_a, u_a]_{t_T} \\
&\Rightarrow \left(\varphi_j \bmod t_T\right) - (\varphi_i \bmod t_T) \in [l_a, u_a]_{t_T} \\
&\Rightarrow \varphi_j - \varphi_i \in [l_a, u_a]_{t_T} \\
&\Rightarrow \Phi_\nu \text{ thỏa mãn } a
\end{aligned}
$$

Tương tự, ra chứng minh được Phương trình 3 □

Hệ quả 1.1.1.1: Cho $[\Pi_\nu]_\equiv := \{\Phi_\nu \mid \Phi_\nu \equiv \Pi_\nu\}$, Π_ν hợp lệ. Khi đó:

$$\forall \Phi_\nu \in [\Pi_\nu]_\equiv \Rightarrow \Phi_\nu \text{ hợp lệ}$$

Hệ quả 1.1.1.2: Cho $[\Pi_\nu]_\equiv := \{\Phi_\nu \mid \Phi_\nu \equiv \Pi_\nu\}$, Π_ν hợp lệ. Khi đó tồn tại một lịch trình $\Phi_\nu \in [\Pi_\nu]_\equiv$ sao cho:

$$\forall n \in \nu : \Phi_\nu(n) \in [0, t_T - 1]$$

Hệ quả 1.1.1.2 là hệ quả quan trọng, giới hạn miền nghiệm của lịch trình trở thành hữu hạn. Vì vậy, khi tìm kiếm lịch trình hợp lệ, ta chỉ cần tìm các tiềm năng trong đoạn $[0, t_T - 1]$

1.2 Bài toán lập lịch sự kiện định kỳ

Định nghĩa 1.2.1: (PESP). Cho $N = (\nu, A, t_T)$ là một *mạng sự kiện định kỳ*, bài toán đặt ra câu hỏi: *Liệu có tồn tại một lịch trình hợp lệ thỏa mãn mạng trên?*

Dễ thấy, PESP là một vấn đề quyết định[6]. Từ minh họa Ví dụ 1.1.2, dễ hình dung PESP có thể chuyển thành bài toán *Vertex Coloring*, vậy PESP là bài toán NP-complete, được chứng minh bằng cách chuyển về bài toán *Vertex Coloring* [7].

CHƯƠNG 2

Kiến thức nền tảng

2.1 Logic mệnh đề

2.1.1 Mệnh đề

Định nghĩa 2.1.1.1: (Mệnh đề): Mệnh đề là một nhận định đúng hoặc sai. Kí hiệu: x, y, z, A, B, C...

Ví dụ 2.1.1.1: Các nhận định sau là mệnh đề:

- A = "Hôm nay trời mưa"
- B = "2 là số nguyên tố"
- z = "10 lớn hơn 20"

trong khi các nhận định sau không phải mệnh đề do không có tính đúng sai rõ ràng:

- Lan bao nhiêu tuổi?
- Dọn nhà đi!

Định nghĩa 2.1.1.2: (Chân trị) Một mệnh đề có thể đúng hoặc sai. Tính đúng sai của mệnh đề được gọi là chân trị của mệnh đề. Mệnh đề đúng có chân trị là 1 (`true`), mệnh đề sai có chân trị 0 (`false`).

Ví dụ 2.1.1.2:

Theo Ví dụ 2.1.1.1, A, B là mệnh đề đúng, z là mệnh đề sai:

2.1.2 Các phép toán logic

Tương tự với số học, ta cũng có phép toán giữa các mệnh đề. Sau đây giới thiệu một số phép toán cơ bản thường dùng.

Định nghĩa 2.1.2.1: (Phủ định): Mệnh đề phủ định của mệnh đề a là mệnh đề có chân trị đối lập với a.
Kí hiệu: $\neg a$.

a	$\neg a$
0	1
1	0

Bảng 1: Bảng chân trị của phép phủ định

Ví dụ 2.1.2.1:

$$A = \text{"Hôm nay trời mưa"}$$
$$\Rightarrow \neg A = \text{"Hôm nay trời không mưa"}$$

Định nghĩa 2.1.2.2: (Phép hội): Mệnh đề hội của hai mệnh đề a, b là mệnh đề chỉ đúng khi cả a, b đều đúng.
Kí hiệu: $a \wedge b$

a	b	$a \wedge b$
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

Bảng 2: Bảng chân trị của phép hội

Định nghĩa 2.1.2.3: (Phép tuyển): Mệnh đề tuyển của hai mệnh đề a, b là mệnh đề chỉ sai khi cả a, b đều sai.
Kí hiệu: $a \vee b$

a	b	$a \vee b$
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

Bảng 3: Bảng chân trị của phép tuyển

Định nghĩa 2.1.2.4: (Phép kéo theo): Mệnh đề kéo của hai mệnh đề a, b là mệnh đề chỉ sai khi cả a đúng b sai.
Kí hiệu: $a \Rightarrow b$

a	b	$a \Rightarrow b$
0	0	1
1	0	0
0	1	1
1	1	1

Bảng 4: Bảng chân trị của phép kéo theo

Định nghĩa 2.1.2.5: (Phép tương đương): Mệnh đề tương của hai mệnh đề a, b là mệnh đề chỉ đúng khi cả a và b cùng đúng hoặc cùng sai.
Kí hiệu: $a \Leftrightarrow b$

a	b	$a \Leftrightarrow b$
0	0	1
1	0	0
0	1	0
1	1	1

Bảng 5: Bảng chân trị của phép tương đương

2.1.3 Biểu thức logic

Định nghĩa 2.1.3.1: (Mệnh đề sơ cấp): Mệnh đề sơ cấp (literal) là chỉ bao gồm mệnh đề và phủ định của nó (a và $\neg a$). Mệnh đề sơ cấp không thể chia thành các mệnh đề nhỏ hơn.

Định nghĩa 2.1.3.2: (Biểu thức logic): Biểu thức logic được định nghĩa đệ quy như sau:

1. Mỗi mệnh đề sơ cấp là một biểu thức ($A, \neg B, C, x, y, z ...$)
2. Nếu A, B là hai biểu thức thì $A \wedge B, A \vee B, A \Rightarrow B, A \Leftrightarrow B$ cũng là các biểu thức.

Ví dụ 2.1.3.1: Các biểu thức logic:

$$f(x, y, z) = (x \vee y) \wedge z$$
$$g(a, b) = a \Rightarrow \neg b$$

Định nghĩa 2.1.3.3: (Bảng chân trị): Bảng chân trị là bảng tính toán chân trị của biểu thức logic theo từng giá trị của các biến tham gia trong biểu thức.

Bảng 1, Bảng 2, Bảng 3 là ví dụ các bảng chân trị.

Định nghĩa 2.1.3.4: (Biểu thức tương đương): Nếu hai biểu thức f, g có cùng bảng chân trị thì f, g được gọi là biểu thức tương đương. *Kí hiệu:*

$$f \Leftrightarrow g$$

Ví dụ 2.1.3.2: Theo định nghĩa, ta có: $a \Rightarrow b \Leftrightarrow \neg a \vee b$

a	b	$a \Rightarrow b$	$\neg a \vee b$
0	0	1	1
1	0	0	0
0	1	0	0
1	1	1	1

Bảng 6: Bảng chân trị của hai biểu thức tương đương

2.1.4 Chuẩn tắc tuyển và chuẩn tắc hội

Định nghĩa 2.1.4.1: (Tuyển sơ cấp): Tuyển của các mệnh đề sơ cấp được gọi là tuyển sơ cấp.

Định nghĩa 2.1.4.2: (Hội sơ cấp): Hội của các mệnh đề sơ cấp được gọi là hội sơ cấp.

Ví dụ 2.1.4.1:

- Các tuyển sơ cấp: $a \vee \neg b \vee c \vee \neg d, x \vee y, y \vee \neg z$
- Các hội sơ cấp: $a \wedge \neg b \wedge c \wedge \neg d, x \wedge y, y \wedge \neg z$

Định nghĩa 2.1.4.3: (Chuẩn tắc tuyển): Tuyển của các hội sơ cấp được gọi là chuẩn tắc tuyển.

Ví dụ 2.1.4.2:

$$f = (x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3)$$

Định nghĩa 2.1.4.4: (Chuẩn tắc hội): Hội của các tuyển sơ cấp được gọi là chuẩn tắc hội (CNF). Chuẩn tắc hội có thường có dạng:

$$f = (P_1 \vee P_2 \vee P_3 \vee ... \vee P_n)_1 \wedge ... \wedge (Q_1 \vee Q_2 \vee ... \vee Q_n)_p$$
$$n, m, p \in \mathbb{N}^*$$

Ví dụ 2.1.4.3:

$$g = (x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3)$$

Định lý 2.1.4.1: Mọi biểu thức logic đều có dạng chuẩn tắc hội và chuẩn tắc tuyển tương ứng [8].

Ví dụ 2.1.4.4: Cho biểu thức logic:

$$f = ((p \Rightarrow q) \wedge (r \vee \neg s)) \Rightarrow (t \Leftrightarrow (u \vee v))$$

Ta có thể chuyển nó về dạng CNF như sau:

$$\begin{aligned}
f &= ((p \Rightarrow q) \wedge (r \vee \neg s)) \Rightarrow (t \Leftrightarrow (u \vee v)) \\
&= ((\neg p \vee q) \wedge (r \vee \neg s)) \Rightarrow (t \wedge (u \vee v) \vee (\neg t \wedge \neg(u \vee v))) \\
&= \neg((\neg p \vee q) \wedge (r \vee \neg s)) \vee (t \wedge (u \vee v) \vee (\neg t \wedge \neg(u \vee v))) \\
&= (p \wedge \neg q) \vee (\neg r \wedge s) \vee (t \wedge (u \vee v) \vee (\neg t \wedge (\neg u \wedge \neg v))) \\
&= ((p \wedge \neg q) \vee (\neg r \wedge s) \vee t) \wedge ((p \wedge \neg q) \vee (\neg r \wedge s) \vee u \vee v) \\
&\wedge ((p \wedge \neg q) \vee (\neg r \wedge s) \vee \neg t) \\
&\wedge ((p \wedge \neg q) \vee (\neg r \wedge s) \vee \neg t \vee \neg u) \\
&\wedge ((p \wedge \neg q) \vee (\neg r \wedge s) \vee \neg t \vee \neg v) \\
&= (p \vee \neg r \vee t \vee u \vee v) \\
&\wedge (p \vee s \vee t \vee u \vee v) \wedge (\neg q \vee \neg r \vee t \vee u \vee v) \\
&\wedge (\neg q \vee s \vee t \vee u \vee v) \wedge (p \vee \neg r \vee u \vee v) \\
&\wedge (p \vee s \vee u \vee v) \wedge (\neg q \vee \neg r \vee u \vee v) \\
&\wedge (\neg q \vee s \vee u \vee v) \wedge (p \vee \neg r \vee \neg t) \\
&\wedge (p \vee s \vee \neg t) \wedge (\neg q \vee \neg r \vee \neg t) \\
&\wedge (\neg q \vee s \vee \neg t) \wedge (p \vee \neg r \vee \neg t \vee \neg u) \\
&\wedge (p \vee s \vee \neg t \vee \neg u) \wedge (\neg q \vee \neg r \vee \neg t \vee \neg u) \\
&\wedge (\neg q \vee s \vee \neg t \vee \neg u) \wedge (p \vee \neg r \vee \neg t \vee \neg v) \\
&\wedge (p \vee s \vee \neg t \vee \neg v) \wedge (\neg q \vee \neg r \vee \neg t \vee \neg v) \\
&\wedge (\neg q \vee s \vee \neg t \vee \neg v)
\end{aligned}$$

Tương tự với dạng DNF, ta có biểu thức cuối cùng như sau:

$$
\begin{aligned}
f = & (\neg p \wedge r \wedge t \wedge u) \vee (\neg p \wedge r \wedge t \wedge v) \\
& \vee (\neg p \wedge \neg s \wedge t \wedge u) \vee (\neg p \wedge \neg s \wedge t \wedge v) \\
& \vee (q \wedge r \wedge t \wedge u) \vee (q \wedge r \wedge t \wedge v) \\
& \vee (q \wedge \neg s \wedge t \wedge u) \vee (q \wedge \neg s \wedge t \wedge v) \\
& \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r \wedge \neg t) \vee (p \wedge \neg q \wedge s \wedge \neg t) \\
& \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r \wedge \neg u \wedge \neg v) \vee (p \wedge \neg q \wedge s \wedge \neg u \wedge \neg v)
\end{aligned}
$$

2.2 SAT

2.2.1 Vấn đề SAT

Định nghĩa 2.2.1.1: (Suy diễn - Interpretation) Cho $f \in \Sigma_{\text{SAT}}$ là một biểu thức logic mệnh đề, khi đó ánh xạ:

$$
\begin{gathered}
I : \Sigma_{\text{SAT}} \to \{\text{true}, \text{false}\} \\
f^I = w
\end{gathered}
$$

được gọi là một suy diễn I với giá trị w của f

Ví dụ 2.2.1.1: Cho $f(x, y, z) = x \wedge (y \vee z)$. Với suy diễn $I = \{x : \text{true}, y : \text{true}, z : \text{false}\}$ ta có:

$$
f(\text{true}, \text{true}, \text{false}) = \text{true} \wedge (\text{true} \vee \text{false}) = \text{true}
$$

hay

$$
f^I(x, y, z) = \text{true}
$$

Định nghĩa 2.2.1.2: Cho $f \in \Sigma_{\text{SAT}}$ là một biểu thức logic mệnh đề, khi đó ánh xạ:

$$
\begin{gathered}
I : \Sigma_{\text{SAT}} \to \{\text{true}, \text{false}\} \\
f^I = w
\end{gathered}
$$

được gọi là một suy diễn I với giá trị w của f

Định nghĩa 2.2.1.3: (Satisfiability) Cho $f \in \Sigma_{\text{SAT}}$ là một biểu thức logic mệnh đề, khi đó f được gọi là *satisfiable* nếu tồn tại một suy diễn I:

$$f^I = \text{true}$$

và f được gọi là *unsatisfiable* nếu:

$$f^I = \text{false } \forall I$$

Ví dụ 2.2.1.2: ...

Định nghĩa 2.2.1.4: (SAT). Cho $f \in \Sigma_{\text{SAT}}$ là một biểu thức logic mệnh đề ở dạng chuẩn tắc hội (CNF). *Liệu có tồn tại một suy diễn I sao cho:*

$$f^I = \text{true}$$

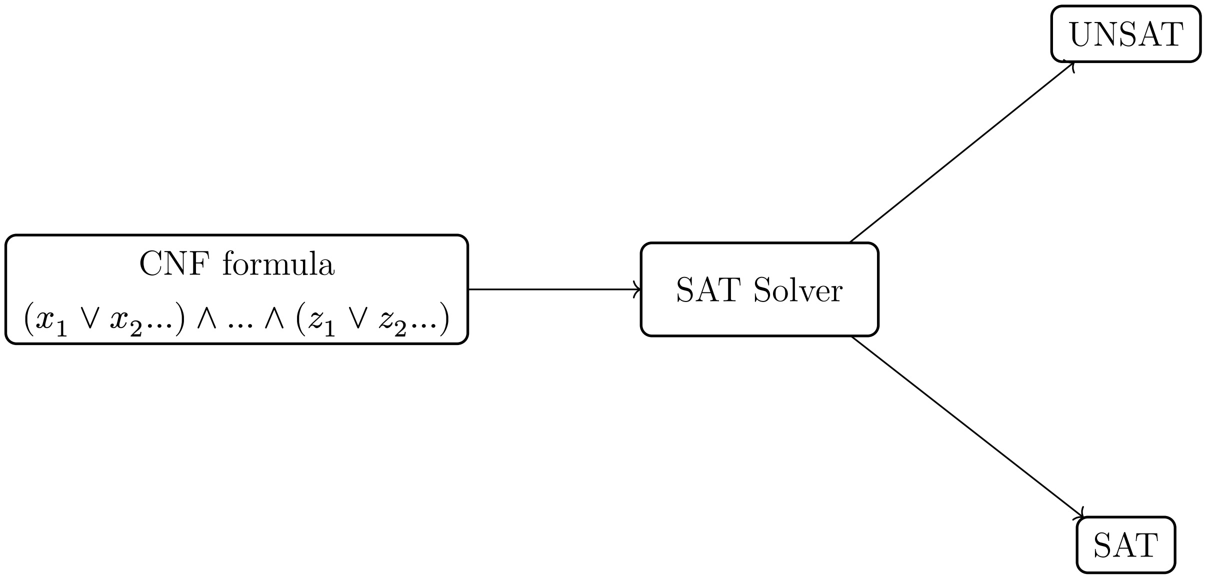
được gọi là bài toán Satisfiability hay bài toán SAT.

Ví dụ 2.2.1.3: Cho $f = (x \vee y) \wedge \neg z$. Ta thấy tồn tại một suy diễn $I = \{x : \text{true}, y : \text{false}, z : \text{false}\}$ mà $f^I = \text{true}$.

Trong khi đó với $g = (x \vee y) \wedge (\neg x \vee y) \wedge (x \vee \neg y) \wedge (\neg x \vee \neg y)$, không tồn tại suy diễn nào để $g^I = \text{true}$.

2.2.2 SAT Solver

Bài toán SAT là bài toán NP xuất hiện sớm nhất, đồng thời là bài toán đầu tiên được chứng minh là NP-complete [9]. Vì vậy, không tồn tại giải thuật tối ưu giải bài toán SAT có độ phức tạp đa thức. Tuy nhiên, nhiều nghiên cứu đã được tiến hành nhằm xây dựng chương trình giải bài toán SAT, thường gọi là các SAT Solver.



Hình 6: Sơ đồ đầu vào/đầu ra của SAT Solver

Nhiều kĩ thuật đã được nghiên cứu nhằm cải thiện độ hiệu quả các SAT Solver theo thời gian, tiêu biểu như:

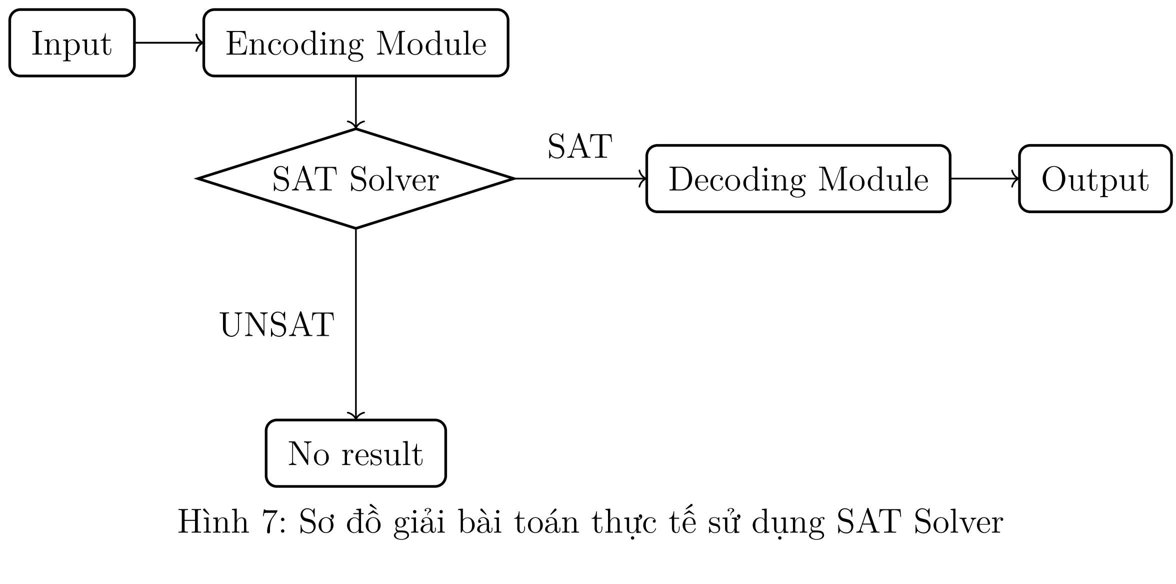
1. Thuật toán David-Putnam(1960)[10]: Giảm số biến bằng thuật toán luận giải (resolusion).
2. Thuật toán Davis-Putnam-Logemann-Loveland (DPLL)[11]: Cải thiện thuật toán David-Putnam sử dụng kĩ thuật quay lui và nổi bọt đơn vị(unit propagation).
3. Conflict-Driven Clause Learning[12]: Mở rộng thuật toán DPLL, tối ưu giải thuật quay lui. Khi gặp một cặp mệnh đề mâu thuẫn và cần quay lui, thuật toán sẽ phân tích sai lầm này để tránh lặp lại tương tự. Thêm vào đó, thuật toán có thể quay lại trực tiếp điểm gây mâu thuẫn, giảm phần lớn nhánh cần tìm kiếm.
4. Những cải tiến khác về cơ sở dữ liệu, tiền xử lý, tận dụng khả năng xử lý song song [13]–[15].

Do vậy, các SAT Solver hiện nay đã có khả năng giải các bài toán cực kì phức tạp, với hàng triệu biến và mệnh đề. Cùng với đó là độ phức tạp ngày càng tăng. Chính vì vậy, hiện nay ta ít khi cài đặt thuật toán mà sử dụng các chương trình chuyên dụng, sau đây liệt kê một số SAT Solver phổ biến:

- **CaDiCal**: CaDiCal là bộ giải SAT dựa trên thuật toán CDCL Mục tiêu chính của CaDiCal không phải hiệu năng, mà là một cơ sở thuật toán dễ hiểu và mở rộng. Vì vậy đặt nền móng cho nhiều SAT Solver khác sau này.

- **Kissat**: Dựa trên CaDiCal, nhưng được viết lại bằng C, với nhiều cải tiến về cấu trúc dữ liệu, xếp lịch tiến trình xử lý, tối ưu hóa cài đặt thuật toán. Xếp hạng đầu trong hạng mục các công cụ giải SAT tuần tự trong cuộc thi giải SAT quốc tế năm 2022.
- **MiniSAT**: Một SAT Solver hiện đại, trở thành tiêu chuẩn trong công nghiệp. Dựa trên thuật toán CDCL, và giành chiến thắng trong cuộc thi giải SAT quốc tế năm 2005. Đây vẫn là một trong những SAT Solver được sử dụng nhiều nhất do chất lượng mã nguồn cao, rõ ràng và dễ cải tiến.
- **Glucose**: SAT Solver được dựa trên MiniSAT, áp dụng thêm nhiều kỹ thuật mới như phương pháp học mệnh đề hiện đại và giải song song.
- **Gini**: Một solver hiện đại được viết bằng Go, điểm đặc biệt của solver này là giao thức chia sẻ tính toán, cho phép giải song song sử dụng các goroutine. Đây cũng là solver được chọn để giải bài toán PESP khi thực nghiệm.

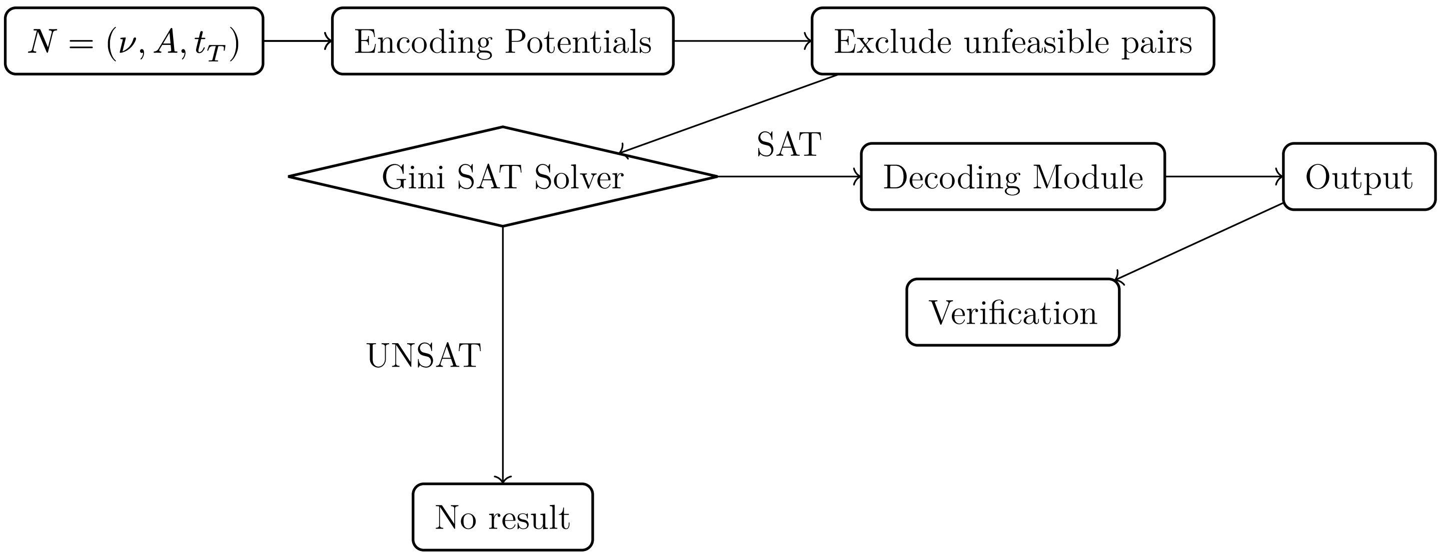
Để giải các bài toán thực tế sử dụng SAT Solver, ta cần định nghĩa hình thức các yêu cầu nghiệp vụ của bài toán thành các logic mệnh đề, giải bài toán SAT, sau đó suy luận kết quả từ đầu ra của SAT Solver. Sơ đồ có thể giải một bài toán sử dụng SAT Solver được minh họa trong Hình 7. Chương tiếp theo sẽ minh họa rõ hơn quá trình này.



Hình 7: Sơ đồ giải bài toán thực tế sử dụng SAT Solver

Mô hình bài toán PESP về bài toán SAT

3.1 Sơ đồ tổng quan



Hình 8: Sơ đồ tổng quan giải bài toán PESP sử dụng SAT Solver

Nhiều nghiên cứu liên quan đề xuất hai phương pháp mã hóa bài toán lập lịch định kỳ (PESP) về bài toán SAT là Binominal Encoding và Order Encoding.

Nhắc lại Định nghĩa 1.2.1 về PESP và Hệ quả 1.1.1.2 về không gian nghiệm, từ đây trở đi trong khóa luận này, ta định nghĩa lại bài toán PESP như sau:

Định nghĩa 3.1.1: Cho mạng định kỳ $N = (\nu, A, t_T)$ gồm n sự kiện, tập ràng buộc A và chu kỳ T. Tìm n tiềm năng sự kiện $\pi_1, \pi_2, ..., \pi_n$ trong đoạn $[0, t_T - 1]$ thỏa mãn tập ràng buộc A.

3.2 Binominal Encoding

3.2.1 Mã hóa sự kiện

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aeque doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distinguique possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et aut officiis debitis aut rerum necessitatibus saepe eveniet, ut et voluptates repudiandae sint et molestiae non recusandae. Itaque earum rerum defuturum, quas natura non depravata desiderat. Et quem ad me accedis, saluto: 'chaere,' inquam, 'Tite!' lictores, turma omnis chorusque: 'chaere, Tite!' hinc hostis mi Albucius, hinc inimicus. Sed iure Mucius. Ego autem mirari satis non queo unde hoc sit tam insolens domesticarum rerum fastidium. Non est omnino hic docendi locus; sed ita prorsus existimo, neque eum Torquatum, qui hoc primus cognomen invenerit, aut torquem illum hosti detraxisse, ut aliquam ex eo est consecutus? – Laudem et caritatem, quae sunt vitae sine metu degendae praesidia firmissima. – Filium morte multavit. – Si sine causa, nollem me ab eo delectari, quod ista Platonis, Aristoteli, Theophrasti orationis ornamenta neglexerit. Nam illud quidem physici, credere aliquid esse minimum, quod profecto numquam putavisset, si a Polyaeno, familiari suo, geometrica discere maluisset quam illum etiam ipsum dedocere. Sol Democrito magnus videtur, quippe homini erudito in geometriaque perfecto, huic pedalis fortasse; tantum enim esse omnino in nostris poetis aut inertissimae segnitiae est aut fastidii delicatissimi. Mihi quidem videtur, inermis ac nudus est. Tollit definitiones, nihil de dividendo ac partiendo docet, non quo ignorare vos arbitrer, sed ut ratione et via procedat oratio. Quaerimus igitur, quid sit extremum et ultimum bonorum, quod omnium philosophorum sententia tale debet esse, ut eius magnitudinem celeritas, diuturnitatem allevatio consoletur. Ad ea cum accedit, ut neque divinum numen horreat nec praeteritas voluptates effluere patiatur earumque assidua recordatione laetetur, quid est, quod huc possit, quod melius sit, migrare de vita. His rebus instructus semper est in voluptate esse aut in armatum hostem impetum fecisse aut in poetis evolvendis, ut ego et Triarius te hortatore facimus, consumeret, in quibus hoc primum est in quo admirer, cur in gravissimis rebus non delectet eos sermo patrius, cum.

3.2.2 Mã hóa ràng buộc

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aeque doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distinguique possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et aut officiis debitis aut rerum necessitatibus saepe eveniet, ut et voluptates repudiandae sint et molestiae non recusandae. Itaque earum rerum defuturum, quas natura non depravata desiderat. Et quem ad me accedis, saluto: 'chaere,' inquam, 'Tite!' lictores, turma omnis chorusque: 'chaere, Tite!' hinc hostis mi Albucius, hinc inimicus. Sed iure Mucius. Ego autem mirari satis non queo unde hoc sit tam insolens domesticarum rerum fastidium. Non est omnino hic docendi locus; sed ita prorsus existimo, neque eum Torquatum, qui hoc primus cognomen invenerit, aut torquem illum hosti detraxisse, ut aliquam ex eo est consecutus? – Laudem et caritatem, quae sunt vitae sine metu degendae praesidia firmissima. – Filium morte multavit. – Si sine causa, nollem me ab eo delectari, quod ista Platonis, Aristoteli, Theophrasti orationis ornamenta neglexerit. Nam illud quidem physici, credere aliquid esse minimum, quod profecto numquam putavisset, si a Polyaeno, familiari suo, geometrica discere maluisset quam illum etiam ipsum dedocere. Sol Democrito magnus videtur, quippe homini erudito in geometriaque perfecto, huic pedalis fortasse; tantum enim esse omnino in nostris poetis aut inertissimae segnitiae est aut fastidii delicatissimi. Mihi quidem videtur, inermis ac nudus est. Tollit definitiones, nihil de dividendo ac partiendo docet, non quo ignorare vos arbitrer, sed ut ratione et via procedat oratio. Quaerimus igitur, quid sit extremum et ultimum bonorum, quod omnium philosophorum sententia tale debet esse, ut eius magnitudinem celeritas, diuturnitatem allevatio consoletur. Ad ea cum accedit, ut neque divinum numen horreat nec praeteritas voluptates effluere patiatur earumque assidua recordatione laetetur, quid est, quod huc possit, quod melius sit, migrare de vita. His rebus instructus semper est in voluptate esse aut in armatum hostem impetum fecisse aut in poetis evolvendis, ut ego et Triarius te hortatore facimus, consumeret, in quibus hoc primum est in quo admirer, cur in gravissimis rebus non delectet eos sermo patrius, cum.

3.3 Order Encoding

3.3.1 Mã hóa sự kiện

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aeque doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distinguique possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et aut officiis debitis aut rerum necessitatibus saepe eveniet, ut et voluptates repudiandae sint et molestiae non recusandae. Itaque earum rerum defuturum, quas natura non depravata desiderat. Et quem ad me accedis, saluto: 'chaere,' inquam, 'Tite!' lictores, turma omnis chorusque: 'chaere, Tite!' hinc hostis mi Albucius, hinc inimicus. Sed iure Mucius. Ego autem mirari satis non queo unde hoc sit tam insolens domesticarum rerum fastidium. Non est omnino hic docendi locus; sed ita prorsus existimo, neque eum Torquatum, qui hoc primus cognomen invenerit, aut torquem illum hosti detraxisse, ut aliquam ex eo est consecutus? – Laudem et caritatem, quae sunt vitae sine metu degendae praesidia firmissima. – Filium morte multavit. – Si sine causa, nollem me ab eo delectari, quod ista Platonis, Aristoteli, Theophrasti orationis ornamenta neglexerit. Nam illud quidem physici, credere aliquid esse minimum, quod profecto numquam putavisset, si a Polyaeno, familiari suo, geometrica discere maluisset quam illum etiam ipsum dedocere. Sol Democrito magnus videtur, quippe homini erudito in geometriaque perfecto, huic pedalis fortasse; tantum enim esse omnino in nostris poetis aut inertissimae segnitiae est aut fastidii delicatissimi. Mihi quidem videtur, inermis ac nudus est. Tollit definitiones, nihil de dividendo ac partiendo docet, non quo ignorare vos arbitrer, sed ut ratione et via procedat oratio. Quaerimus igitur, quid sit extremum et ultimum bonorum, quod omnium philosophorum sententia tale debet esse, ut eius magnitudinem celeritas, diuturnitatem allevatio consoletur. Ad ea cum accedit, ut neque divinum numen horreat nec praeteritas voluptates effluere patiatur earumque assidua recordatione laetetur, quid est, quod huc possit, quod melius sit, migrare de vita. His rebus instructus semper est in voluptate esse aut in armatum hostem impetum fecisse aut in poetis evolvendis, ut ego et Triarius te hortatore facimus, consumeret, in quibus hoc primum est in quo admirer, cur in gravissimis rebus non delectet eos sermo patrius, cum.

3.3.2 Mã hóa ràng buộc

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aeque doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distinguique possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et aut officiis debitis aut rerum necessitatibus saepe eveniet, ut et voluptates repudiandae sint et molestiae non recusandae. Itaque earum rerum defuturum, quas natura non depravata desiderat. Et quem ad me accedis, saluto: 'chaere,' inquam, 'Tite!' lictores, turma omnis chorusque: 'chaere, Tite!' hinc hostis mi Albucius, hinc inimicus. Sed iure Mucius. Ego autem mirari satis non queo unde hoc sit tam insolens domesticarum rerum fastidium. Non est omnino hic docendi locus; sed ita prorsus existimo, neque eum Torquatum, qui hoc primus cognomen invenerit, aut torquem illum hosti detraxisse, ut aliquam ex eo est consecutus? – Laudem et caritatem, quae sunt vitae sine metu degendae praesidia firmissima. – Filium morte multavit. – Si sine causa, nollem me ab eo delectari, quod ista Platonis, Aristoteli, Theophrasti orationis ornamenta neglexerit. Nam illud quidem physici, credere aliquid esse minimum, quod profecto numquam putavisset, si a Polyaeno, familiari suo, geometrica discere maluisset quam illum etiam ipsum dedocere. Sol Democrito magnus videtur, quippe homini erudito in geometriaque perfecto, huic pedalis fortasse; tantum enim esse omnino in nostris poetis aut inertissimae segnitiae est aut fastidii delicatissimi. Mihi quidem videtur, inermis ac nudus est. Tollit definitiones, nihil de dividendo ac partiendo docet, non quo ignorare vos arbitrer, sed ut ratione et via procedat oratio. Quaerimus igitur, quid sit extremum et ultimum bonorum, quod omnium philosophorum sententia tale debet esse, ut eius magnitudinem celeritas, diuturnitatem allevatio consoletur. Ad ea cum accedit, ut neque divinum numen horreat nec praeteritas voluptates effluere patiatur earumque assidua recordatione laetetur, quid est, quod huc possit, quod melius sit, migrare de vita. His rebus instructus semper est in voluptate esse aut in armatum hostem impetum fecisse aut in poetis evolvendis, ut ego et Triarius te hortatore facimus, consumeret, in quibus hoc primum est in quo admirer, cur in gravissimis rebus non delectet eos sermo patrius, cum.

3.3.3 Tối ưu thuật toán mã hóa ràng buộc

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aeque doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distinguique possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et aut officiis debitis aut rerum necessitatibus saepe eveniet, ut et voluptates repudiandae sint et molestiae non recusandae. Itaque earum rerum defuturum, quas natura non depravata desiderat. Et quem ad me accedis, saluto: 'chaere,' inquam, 'Tite!' lictores, turma omnis chorusque: 'chaere, Tite!' hinc hostis mi Albucius, hinc inimicus. Sed iure Mucius. Ego autem mirari satis non queo unde hoc sit tam insolens domesticarum rerum fastidium. Non est omnino hic docendi locus; sed ita prorsus existimo, neque eum Torquatum, qui hoc primus cognomen invenerit, aut torquem illum hosti detraxisse, ut aliquam ex eo est consecutus? – Laudem et caritatem, quae sunt vitae sine metu degendae praesidia firmissima. – Filium morte multavit. – Si sine causa, nollem me ab eo delectari, quod ista Platonis, Aristoteli, Theophrasti orationis ornamenta neglexerit. Nam illud quidem physici, credere aliquid esse minimum, quod profecto numquam putavisset, si a Polyaeno, familiari suo, geometrica discere maluisset quam illum etiam ipsum dedocere. Sol Democrito magnus videtur, quippe homini erudito in geometriaque perfecto, huic pedalis fortasse; tantum enim esse omnino in nostris poetis aut inertissimae segnitiae est aut fastidii delicatissimi. Mihi quidem videtur, inermis ac nudus est. Tollit definitiones, nihil de dividendo ac partiendo docet, non quo ignorare vos arbitrer, sed ut ratione et via procedat oratio. Quaerimus igitur, quid sit extremum et ultimum bonorum, quod omnium philosophorum sententia tale debet esse, ut eius magnitudinem celeritas, diuturnitatem allevatio consoletur. Ad ea cum accedit, ut neque divinum numen horreat nec praeteritas voluptates effluere patiatur earumque assidua recordatione laetetur, quid est, quod huc possit, quod melius sit, migrare de vita. His rebus instructus semper est in voluptate esse aut in armatum hostem impetum fecisse aut in poetis evolvendis, ut ego et Triarius te hortatore facimus, consumeret, in quibus hoc primum est in quo admirer, cur in gravissimis rebus non delectet eos sermo patrius, cum.

3.4 So sánh Binominal encoding và Order encoding

3.4.1 Số biến

3.4.2 Số mệnh đề

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aeque doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distinguique possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et aut officiis debitis aut rerum necessitatibus saepe eveniet, ut et voluptates repudiandae sint et molestiae non recusandae. Itaque earum rerum defuturum, quas natura non depravata desiderat. Et quem ad me accedis, saluto: 'chaere,' inquam, 'Tite!' lictores, turma omnis chorusque: 'chaere, Tite!' hinc hostis mi Albucius, hinc inimicus. Sed iure Mucius. Ego autem mirari satis non queo unde hoc sit tam insolens domesticarum rerum fastidium. Non est omnino hic docendi locus; sed ita prorsus existimo, neque eum Torquatum, qui hoc primus cognomen invenerit, aut torquem illum hosti detraxisse, ut aliquam ex eo est consecutus? – Laudem et caritatem, quae sunt vitae sine metu degendae praesidia firmissima. – Filium morte multavit. – Si sine causa, nollem me ab eo delectari, quod ista Platonis, Aristoteli, Theophrasti orationis ornamenta neglexerit. Nam illud quidem physici, credere aliquid esse minimum, quod profecto numquam putavisset, si a Polyaeno, familiari suo, geometrica discere maluisset quam illum etiam ipsum dedocere. Sol Democrito magnus videtur, quippe homini erudito in geometriaque perfecto, huic pedalis fortasse; tantum enim esse omnino in nostris poetis aut inertissimae segnitiae est aut fastidii delicatissimi. Mihi quidem videtur, inermis ac nudus est. Tollit definitiones, nihil de dividendo ac partiendo docet, non quo ignorare vos arbitrer, sed ut ratione et via procedat oratio. Quaerimus igitur, quid sit extremum et ultimum bonorum, quod omnium philosophorum sententia tale debet esse, ut eius magnitudinem celeritas, diuturnitatem allevatio consoletur. Ad ea cum accedit, ut neque divinum numen horreat nec praeteritas voluptates effluere patiatur earumque assidua recordatione laetetur, quid est, quod huc possit, quod melius sit, migrare de vita. His rebus instructus semper est in voluptate esse aut in armatum hostem impetum fecisse aut in poetis evolvendis, ut ego et Triarius te hortatore facimus, consumeret, in quibus hoc primum est in quo admirer, cur in gravissimis rebus non delectet eos sermo patrius, cum.

CHƯƠNG 4

Thực nghiệm và kết quả

4.1 Mô hình bài toán PTSP về bài toán PESP

Vấn đề lập lịch tàu chạy (PTSP) trong thực tế còn phức tạp và có nhiều yếu tố tác động. Tuy nhiên, với sai số cho phép, ta có thể chuyển hoá các yêu cầu nghiệp vụ về sự kiện và các ràng buộc trong bài toán PESP.

Ứng với mỗi tàu L và ga s, tạo một sự kiện khởi hành và cập bến $L_{t,s}(t \in \{\text{dep}, \text{arr}\})$. Mỗi sự kiện khởi hành và cập bến phải tuân theo chu kì t_T. Giữa hai sự kiện này có một ràng buộc thời gian $\left(L_{\text{arr},s}, L_{\text{dep},s}, [l,u]_{t_T}\right)$, ràng buộc thời gian tối thiểu và tối đa tàu dừng tại ga (**arrival** $\to$ **departure**). Tương tự, ta ràng buộc thời gian đi từ gia $s_1 \to s_2$ bằng ràng buộc $\left(L_{\text{dep},s_1}, L_{\text{arr},s_2}, [l', u']_{t_T}\right)$. l', u' có thể ước lượng từ khoảng cách hai ga và vận tốc của tàu.

Để ngăn hai tàu sử dụng cùng một đường ray, ta giới hạn thời gian đến cùng 1 ga phải cách nhau một thời gian đệm tương đối: $\left(L_{\text{arr},s}, J_{\text{arr},s}, [l,u]_{t_T}\right)$. Tương tự với các yêu cầu ràng buộc khác.

Ta thu được thời gian biểu chính xác khi giải được bài toán PESP tương ứng.

4.2 Thu thập dữ liệu

Dữ liệu thử nghiệm được thu thập từ [16], một tập dữ liệu PESP đã được chuẩn hóa và xử lý nhằm đánh giá hiệu quả của các thuật toán giải PESP. PESPlib được cộng đồng đánh giá cao và được dùng làm tiêu chuẩn đánh giá trong nhiều nghiên cứu. [17], [18]

Thông tin các bộ dữ liệu đầu vào của PESPlib được trình bày trong bảng sau:

Instance	Events	Constraints	Period
R1L1	6.385	3.664	60
R1L2	6.543	3.668	60
R1L3	7.031	4.184	60
R1L4	8.528	4.760	60
R2L1	7.361	4.156	60
R2L2	7.563	4.204	60
R2L3	8.286	5.048	60
R2L4	13.173	7.660	60
R3L1	9.145	4.516	60
R3L2	9.251	4.452	60
R3L3	11.169	5.724	60
R3L4	15.657	8.180	60
R4L1	10.262	4.932	60
R4L2	10.735	5.048	60
R4L3	13.238	6.368	60
R4L4	17.754	8.384	60
BL1	7.985	2.688	60
BL2	7.485	2.606	60
BL3	9.308	3.044	60
BL4	13.499	3.816	60
R1L1v	6.495	3.664	60
R4L4v	18.020	8.384	60

Bảng 7: Bảng mô tả độ phức tạp của dữ liệu PESP đầu vào

4.3 Kết quả và đánh giá

Chương trình thử nghiệm được cài đặt bằng Golang, mã nguồn lưu tại: ppvan/pesp-sat. Toàn bộ tài liệu liên quan đến khóa luận đều được lưu tại repo, bao gồm khóa luận này, chương trình thử nghiệm, testcase...

Để kiểm chứng chương trình thử nghiệm, chạy lại benmark, vui lòng làm theo hướng dẫn trong README.md. Thực nghiệm sau đây được tiến hành trên máy tính (laptop) sau:

Component	**Details**
CPU	AMD Ryzen™ 7 7735H
RAM	32GB DDR4
Disk	512GB SSD NVme
OS	Linux 6.6.51-1-lts
Gini	v1.0.4 - Go 1.23

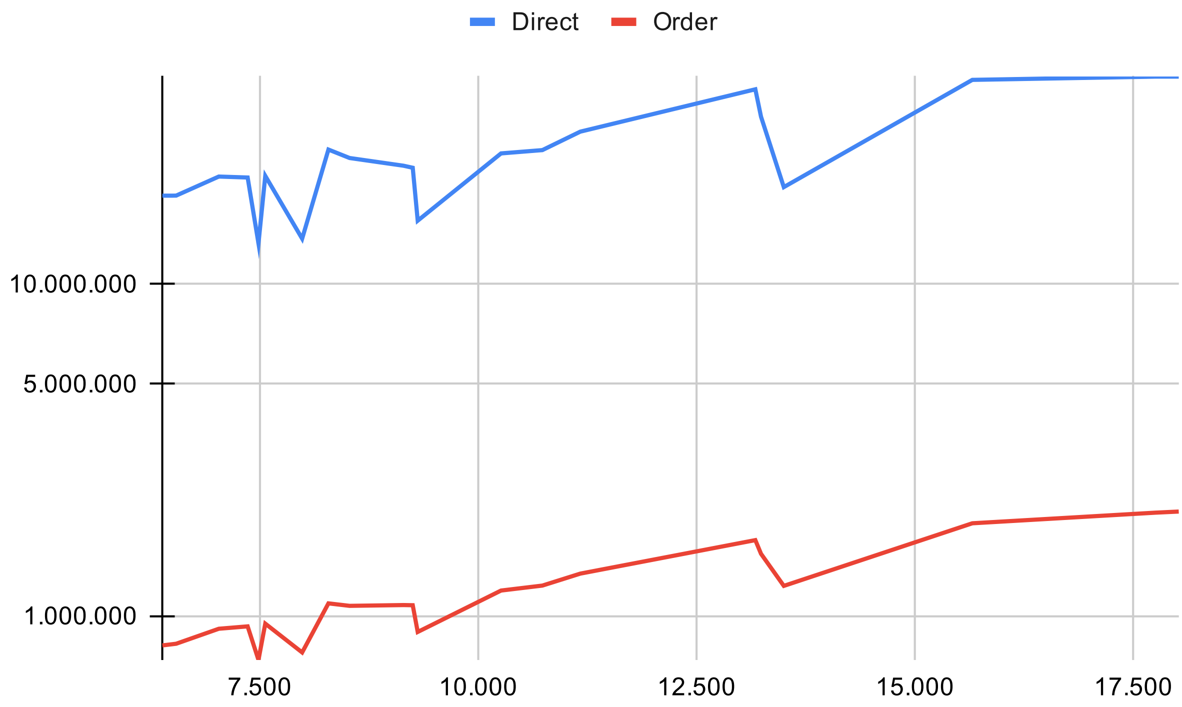
Bảng 8: Cấu hình máy chạy thực nghiệm

Khóa luận sẽ tiến hành đo thời gian chạy (ms), số mệnh đề, số biến của hai thuật toán mã hóa trình bày ở Phần 3, chi tiết trong Bảng 9. Mỗi ví dụ đều được tính trung bình 10 lần chạy để giảm sai số.

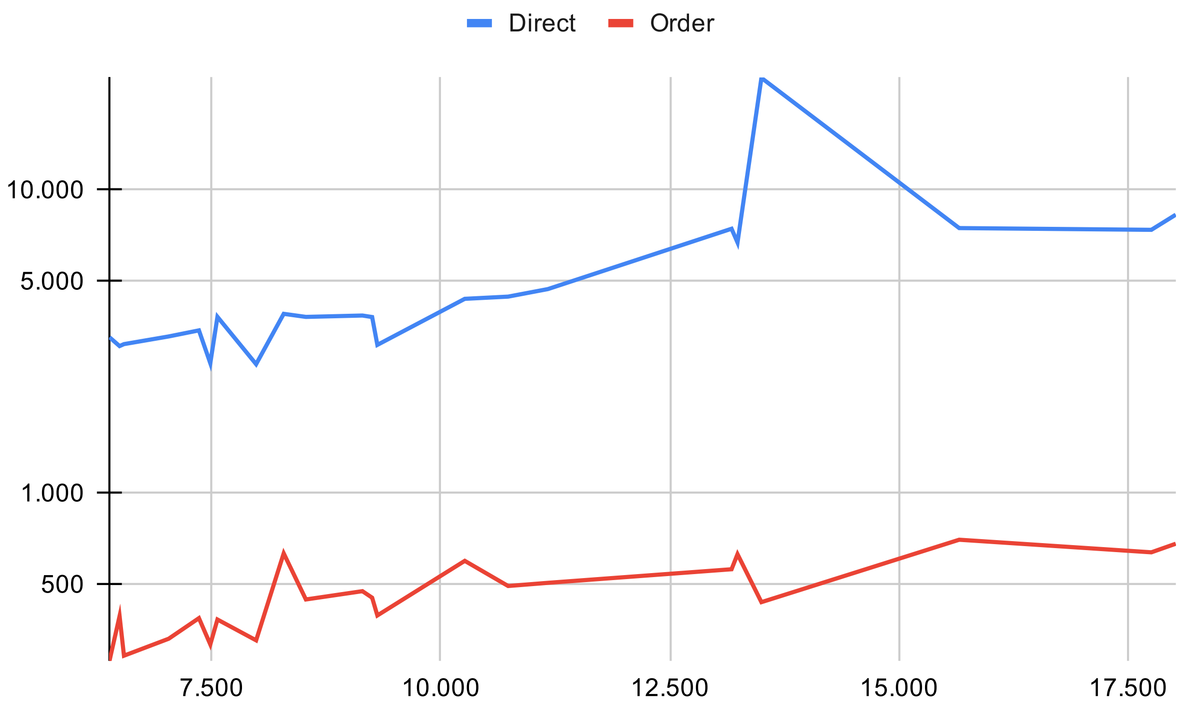
			Binominal			Order		
Index	Events	Cons	Vars	Clauses	Time	Vars	Clauses	Time
R1L1	6.385	3.664	219.840	18.480.424	3.266	216.176	815.595	280
R1L2	6.543	3.668	220.080	18.489.668	3.101	216.412	825.065	291
R1L3	7.031	4.184	251.040	21.100.184	3.287	246.856	915.429	331
R1L4	8.528	4.760	285.600	23.997.680	3.813	280.840	1.073.150	446
R2L1	7.361	4.156	249.360	20.960.656	3.442	245.204	930.706	387
R2L2	7.563	4.204	252.240	21.195.364	3.815	248.036	948.427	383
R2L3	8.286	5.048	302.880	25.446.548	3.903	297.832	1.091.753	633
R2L4	13.173	7.660	459.600	38.653.720	7.447	451.940	1.693.148	561
R3L1	9.145	4.516	270.960	22.747.456	3.853	266.444	1.078.972	475
R3L2	9.251	4.452	267.120	22.427.892	3.809	262.668	1.077.765	452
R3L3	11.169	5.724	343.440	28.812.444	4.710	337.716	1.341.989	506
R3L4	15.657	8.180	490.800	41.269.220	7.485	482.620	1.902.987	702
R4L1	10.262	4.932	295.920	24.776.172	4.374	290.988	1.193.318	598
R4L2	10.735	5.048	302.880	25.350.248	4.448	297.832	1.235.149	494
R4L3	13.238	6.368	382.080	31.965.608	6.711	375.712	1.539.958	629
R4L4	17.754	8.384	503.040	42.205.124	7.387	494.656	2.048.635	638
BL1	7.985	2.688	161.280	13.713.408	2.663	158.592	776.655	327
BL2	7.485	2.606	156.360	13.270.826	2.683	153.754	737.430	317
BL3	9.308	3.044	182.640	15.536.744	3.083	179.596	895.294	395
BL4	13.499	3.816	228.960	19.608.456	23.416	225.144	1.232.514	437
R1L1v	6.495	3.664	219.840	18.480.424	3.055	216.176	822.085	393
R4L4v	18.020	8.384	503.040	42.205.124	8.286	494.656	2.064.329	681

Bảng 9: Kết quả chạy thử nghiệm, thời gian tính bằng mili giây (ms)

Hình 9: Biểu đồ đường so sánh số biến của Binominal và Order Encoding



Hình 10: Biểu đồ đường so sánh số mệnh đề của Binominal và Order Encoding



Hình 11: Biểu đồ đường so sánh thời gian thực thi của Binominal và Order Encoding

Quan sát bảng dữ liệu và các biểu đồ trên, ta thấy cả hai thuật toán đều tăng độ phức tạp nhất quán với độ phức tạp tăng dần của vấn đề PESP đầu vào. Khoảng cách giữa Binominal và Order Encoding là khá rõ rệt (khoảng 7x-50x về thời gian, 15x-20x về số mệnh đề). Tuy nhiên về số biến, hai phương pháp tương đối đồng đều.

Với sức mạnh phần cứng hiện tại, cả hai phương pháp đều giải ra khá nhanh (từ 100ms đến 24s) dù số mệnh đề lên đến hàng chục triệu, do giới hạn của dữ liệu đầu vào, ta chưa thống kê được giới hạn của hai giải thuật. Đây là mục tiêu khóa luận chưa thể hoàn thành, cần cải thiện trong tương lai.

CHƯƠNG 5

Kết luận

Khoá luận đã trình bày nghiên cứu mới nhất về bài toán lập lịch định kì(PESP) và phương hướng tiếp cận bài toán sử dụng định nghĩa hình thức và các SAT Solver. Hai giải thuật mã hóa đã được cài đặt và thực nghiệm nhằm giải các bài toán PESP. Kết quả thực nghiệm cho thấy phương pháp Order Encoding tỏ ra hiệu quả hơn nhiều so với phương pháp còn lại, thách thức nhiều giới hạn trong tương lai.

Quá trình nghiên cứu và thực nghiệm khóa luận đã giúp tôi có điều kiện tìm tòi, suy luận về bài toán lập lịch định kỳ cũng như phương pháp giải nó sử dụng kĩ thuật định nghĩa hình thức và SAT Solver. Khóa luận đã cho tôi những tri thức, trải nghiệm tuyệt vời khi nghiên cứu khoa học. Bên cạnh đó, tôi đã tiếp thu được nhiều bài học và phong cách làm việc, nghiên cứu khoa học từ thầy hướng dẫn.

Trên đây là toàn bộ nghiên cứu của tôi trong thời gian qua, tài liệu khó tránh khỏi sai sót, mong nhận được sự góp ý của các thầy cô và các bạn nghiên cứu về SAT, giúp tôi có thể hoàn thiện hơn nữa trong tương lai.

Tài liệu tham khảo

[1] L. Peeters, “Cyclic Railway Timetable Optimization”, tr , 2003.

[2] C. Liebchen và R. H. Möhring, “The modeling power of the periodic event scheduling problem: railway timetables—and beyond”, trong *Algorithmic Methods for Railway Optimization: International Dagstuhl Workshop, Dagstuhl Castle, Germany, June 20-25, 2004, 4th International Workshop, ATMOS 2004, Bergen, Norway, September 16-17, 2004, Revised Selected Papers*, 2007, tr 3–40.

[3] M. A. Odijk, “A constraint generation algorithm for the construction of periodic railway timetables”, *Transportation Research Part B: Methodological*, vol 30, số p.h 6, tr 455–464, 1996.

[4] F. Yan, N. Bešinović, và R. M. Goverde, “Multi-objective periodic railway timetabling on dense heterogeneous railway corridors”, *Transportation Research Part B: Methodological*, vol 125, tr 52–75, 2019.

[5] P. Serafini và W. Ukovich, “A Mathematical Model for Periodic Scheduling Problems”, *SIAM Journal on Discrete Mathematics*, vol 2, số p.h 4, tr 550–581, 1989, doi: 10.1137/0402049.

[6] D. C. Kozen, *Automata and computability*. Springer Science & Business Media, 2012.

[7] M. A. Odijk, *Construction of Periodic Timetables. Pt. 1. A Cutting Plane Algorithm*. TU Delft, 1994.

[8] B. Pfahringer, “Conjunctive Normal Form”, *Encyclopedia of Machine Learning*. Springer, tr 209–210, 2010. doi: 10.1007/978-0-387-30164-8_158.

[9] S. A. Cook, “The complexity of theorem-proving procedures”, trong *Proceedings of the Third Annual ACM Symposium on Theory of Computing*, trong STOC '71. Shaker Heights, Ohio, USA: Association for Computing Machinery, 1971, tr 151–158. doi: 10.1145/800157.805047.

[10] M. Davis và H. Putnam, “A Computing Procedure for Quantification Theory”, *J. ACM*, vol 7, số p.h 3, tr 201–215, tháng 7 1960, doi: 10.1145/321033.321034.

[11] M. Davis, G. Logemann, và D. Loveland, “A machine program for theorem-proving”, *Commun. ACM*, vol 5, số p.h 7, tr 394–397, tháng 7 1962, doi: 10.1145/368273.368557.

[12] J. Marques Silva và K. Sakallah, “GRASP-A new search algorithm for satisfiability”, trong *Proceedings of International Conference on Computer Aided Design*, 1996, tr 220–227. doi: 10.1109/ICCAD.1996.569607.

[13] T. Balyo, P. Sanders, và C. Sinz, “HordeSat: A Massively Parallel Portfolio SAT Solver”. [Online]. Available at: https://arxiv.org/abs/1505.03340

[14] R. Martins, V. Manquinho, và I. Lynce, “An overview of parallel SAT solving”, *Constraints*, vol 17, tr 304–347, 2012.

[15] Y. Hamadi, S. Jabbour, và L. Sais, “ManySAT: a parallel SAT solver”, *Journal on Satisfiability, Boolean Modeling and Computation*, vol 6, số p.h 4, tr 245–262, 2010.

[16] M. Goerigk, M. Schachtebeck, và A. Schöbel, “Evaluating line concepts using travel times and robustness: Simulations with the LinTim toolbox”, *Public Transport*, vol 5, tr 267–284, 2013, doi: 10.1007/s12469-013-0072-x.

[17] M. Goerigk và A. Schöbel, “An empirical analysis of robustness concepts for timetabling”, *Erlebach*, vol 14, tr 100–113, 2010.

[18] J.-W. Goossens, “Models and algorithms for railway line planning problems”, tr , 2004.