

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ



Phạm Văn Phúc

NGHIÊN CỨU BÀI TOÁN PESP ÁP DỤNG
ĐỂ LẬP LỊCH GIỜ TÀU ĐIỆN CHẠY

Ngành: Công nghệ thông tin

HÀ NỘI - 2024

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ

Phạm Văn Phúc

NGHIÊN CỨU BÀI TOÁN PESP ÁP DỤNG
ĐỂ LẬP LỊCH GIỜ TÀU ĐIỆN CHẠY

Ngành: Công nghệ thông tin

Cán bộ hướng dẫn: Tô Văn Khánh

HÀ NỘI - 2024

Tóm tắt

Hiện nay, hiệu năng của các SAT Solver đã cải thiện đáng kể và có thể được ứng dụng trong việc giải các bài toán NP-complete như: *Traveling Salesman*, *Hamiltonian path*, *graph k-coloring*.... Vấn đề lập lịch sự kiện định kỳ (Periodic Event Scheduling Problem) từ lâu đã được chứng minh là một vấn đề NP-complete. Các phương pháp hiện tại như lập trình ràng buộc (Constraint satisfaction Programming) hay quy hoạch số nguyên (Integer Programming) chưa thực sự hiệu quả với các bộ dữ liệu lớn. Tài liệu này sẽ trình bày thuật toán chuyển hóa vấn đề lập lịch định kỳ (PESP) về bài toán SAT, sau đó giải bài toán sử dụng SAT Solver nhằm đạt được hiệu suất cao hơn.

Từ khóa: Periodic railway timetabling; Optimisation; Periodic Event Scheduling Problem; SAT

Lời cảm ơn

Quá trình thực hiện đề tài khóa luận tốt nghiệp là một hành trình đầy ý nghĩa và thử thách. Em xin gửi lời cảm ơn chân thành nhất đến tất cả những người đã đồng hành cùng em trong suốt thời gian qua. Đặc biệt, em xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến thầy Tô Văn Khánh. Chính sự tận tâm hướng dẫn, những góp ý quý báu và kinh nghiệm phong phú của thầy đã giúp em định hình rõ hơn vấn đề nghiên cứu và vượt qua nhiều khó khăn. Em luôn trân trọng những buổi trao đổi cùng thầy, khi thầy không chỉ truyền đạt kiến thức chuyên môn mà còn giúp em rèn luyện tư duy khoa học.

Em cũng xin gửi lời cảm ơn đến toàn thể quý thầy cô, cán bộ giảng viên trường Đại học Công Nghệ. Nhờ sự tận tình giảng dạy của thầy cô, em đã có được hành trang kiến thức vững chắc để bước vào nghiên cứu. Môi trường học tập thân thiện và cơ sở vật chất hiện đại của nhà trường đã tạo điều kiện thuận lợi cho em hoàn thành tốt khóa luận.

Cuối cùng, em xin kính chúc các thầy cô luôn mạnh khỏe, hạnh phúc và gặt hái nhiều thành công hơn nữa trong sự nghiệp trồng người cao quý.

Sinh viên

Phạm Văn Phúc

Lời cam đoan

Em xin cam đoan khóa luận tốt nghiệp là của em, do em thực hiện dưới sự hướng dẫn của TS. Tô Văn Khánh. Tất cả tham khảo, nghiên cứu và tài liệu liên quan đều được nêu rõ ràng và chi tiết trong danh mục tài liệu tham khảo. Các nội dung trình bày trong khóa luận này là hoàn toàn trung thực và không sao chép bất kỳ nguồn nào khác mà không trích dẫn.

Hà Nội, ngày 27 tháng 09 năm 2024

Sinh viên

Phạm Văn Phúc

Mục lục

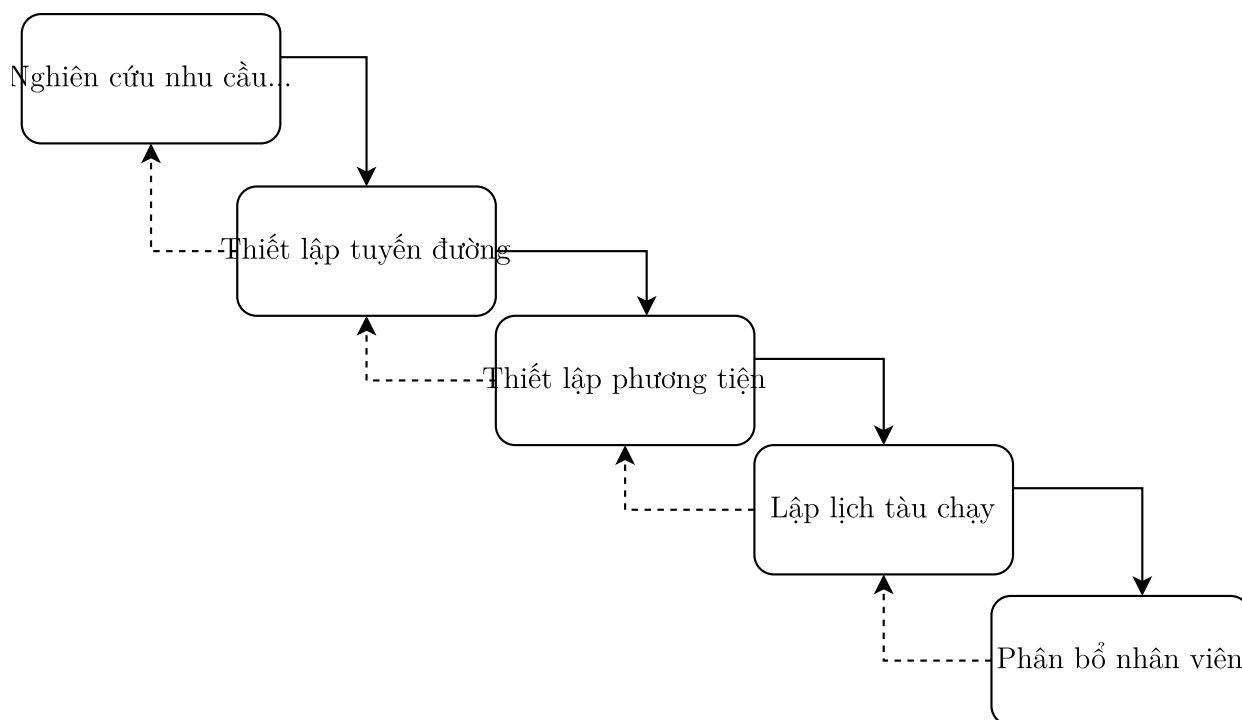
Tóm tắt	iii
Lời cảm ơn	iv
Lời cam đoan	v
Mở đầu	xi
1. Lập lịch sự kiện định kỳ	1
1.1 Mạng sự kiện định kỳ	1
1.2 Bài toán lập lịch sự kiện định kỳ	7
2. Kiến thức nền tảng	8
2.1 Logic mệnh đề	8
2.1.1 Mệnh đề	8
2.1.2 Các phép toán logic	8
2.1.3 Biểu thức logic	11
2.1.4 Chuẩn tắc tuyển và chuẩn tắc hội	12
2.2 SAT	14
2.2.1 Vấn đề SAT	14
2.2.2 SAT Solver	15
2.2.3 SAT Encoding và ứng dụng	17
3. Mô hình bài toán PESP về bài toán SAT	17
3.1 Binominal Encoding	17
3.1.1 Mã hóa sự kiện	17
3.1.2 Mã hóa ràng buộc	18
3.2 Order Encoding	19
3.2.1 Mã hóa sự kiện	19
3.2.2 Mã hóa ràng buộc	20
3.2.3 Tối ưu thuật toán mã hóa ràng buộc	21
3.3 So sánh Binominal encoding và Order encoding	23
3.3.1 Số biến	23
3.3.2 Số mệnh đề	23

4. Thực nghiệm và kết quả	24
4.1 Mô hình bài toán PTSP về bài toán PESP	24
4.2 Thu thập dữ liệu	25
4.3 Kết quả và đánh giá	26
Tài liệu tham khảo	41

Danh mục viết tắt

CNF:	Conjunctive Normal Form
CSP:	Contraint Satisfaction Problem
MIP:	Mixed Integer Programing
PESP:	Periodic Event Scheduling Problem
PTSP:	Periodic Train Timetable Scheduling Problem
SAT:	Satisfiability
UNSAT:	Unsatisfiability

Danh mục hình ảnh



xi

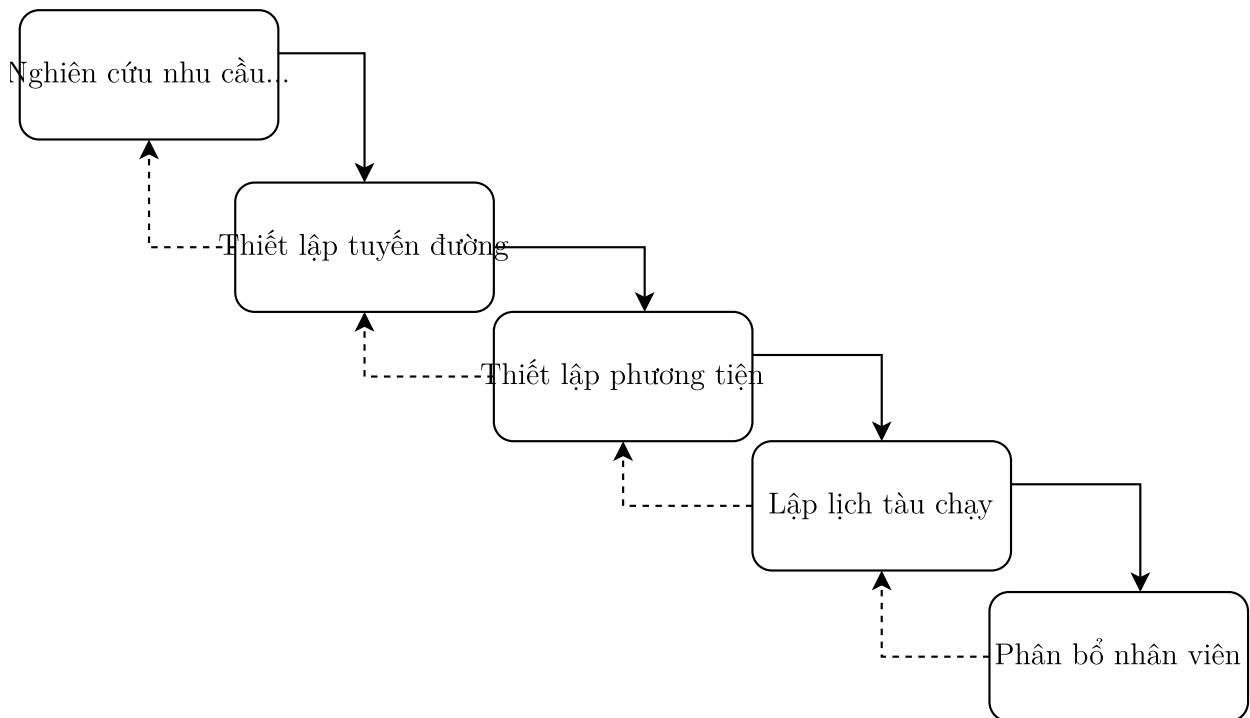
Hình 2: Minh họa đoạn mô-đun. -10 và 5 thuộc I	1
Hình 3: Ví dụ minh họa mạng sự kiện định kỳ	2
Hình 4: Ví dụ minh họa mạng lịch trình hợp lệ	5
Hình 5: Ví dụ minh họa mạng lịch trình hợp lệ	6
Hình 6: Sơ đồ đầu vào/đầu ra của SAT Solver	16

Danh mục bảng biểu

Bảng 1: Bảng chân trị của phép phủ định	9
Bảng 2: Bảng chân trị của phép hội	9
Bảng 3: Bảng chân trị của phép tuyển	10
Bảng 4: Bảng chân trị của phép kéo theo	10
Bảng 5: Bảng chân trị của phép tương đương	10
Bảng 6: Bảng chân trị của hai biểu thức tương đương	12

Mở đầu

Lập kế hoạch cho hệ thống tàu điện ngầm là một công việc đầy khó khăn và thử thách, bao gồm nhiều giai đoạn khác nhau, như: nghiên cứu thị trường, thiết lập tuyến đường, thiết lập phương tiện, lập lịch tàu chạy và đào tạo nhân viên. Các giai đoạn lập kế hoạch này liên quan mật thiết đến nhau và thường được tiến hành đồng thời theo thứ tự. Tuy nhiên, có thể quay lại bước trước đó để tối ưu khi các yêu cầu nghiêm vụ được làm rõ hơn.



Hình 1: Các giai đoạn lập kế hoạch xây dựng hệ thống tàu điện ngầm

1. **Nghiên cứu nhu cầu di chuyển:** Khảo sát thị trường và nhu cầu di chuyển của khách hàng nhằm thiết kế tuyến đường phù hợp
2. **Thiết lập tuyến đường:** Dựa trên nhu cầu di chuyển, ta thiết kế các tuyến đường nhằm đạt hiệu quả di chuyển cao nhất, quy trình này cần đảm bảo các chuyến tàu được kết nối với nhau và giảm thiểu số lần chuyển chuyển.

3. **Thiết lập phương tiện:** Dựa theo nhu cầu di chuyển và tuyến đường, ta cần lập danh sách các phương tiện (cần bao nhiêu phương tiện, sức chứa, tốc độ di chuyển...)
4. **Xây dựng lịch trình:** Khi biết rõ tuyến đường và công thông số phương tiện, ta có thể xây dựng lịch trình tàu chạy. Lịch trình cần đáp ứng các yêu cầu an toàn cũng như các yêu cầu về nghiệp vụ, và sẵn sàng cho các tình huống sự cố gián đoạn, hủy chuyến...
5. **Phân bổ nhân viên:** Tương tự, việc xây dựng lịch trình cho các nhân viên lái tàu, phục vụ, nhân viên sửa chữa, bảo hành cũng cần được quan tâm.

Trong đó, *xây dựng lịch trình* là giai đoạn thiết yếu đối với hệ thống tàu điện ngầm. Việc cung cấp thời gian khởi hành và đến chính xác giúp lịch trình tàu hoạt động mượt mà và đáng tin cậy, đồng thời quản lý lưu lượng hành khách và ngăn ngừa tình trạng quá tải. Lịch trình hiệu quả cũng phối hợp các kết nối với các phương thức vận chuyển khác, cải thiện kế hoạch vận hành bằng cách lập kế hoạch bảo trì và phân bổ nhân sự, và tối ưu hóa việc sử dụng tài nguyên như tàu và đội ngũ. Tổng thể, lịch trình đáng tin cậy dẫn đến sự hài lòng cao hơn của khách hàng và một hệ thống giao thông công cộng trơn tru, hiệu quả hơn.

Tuy nhiên, lập lịch trình tàu hỏa là một nhiệm vụ vô cùng khó khăn và tốn kém, vì phải đáp ứng nhiều tiêu chí phức tạp. Trước hết, thời gian đệm (recovery times) cần được tính toán để bù đắp cho những gián đoạn trong hệ thống, như sự thay đổi tốc độ do thời tiết hoặc thiên tai, và tình trạng tàu khởi hành muộn so với dự kiến. Để tránh làm gián đoạn toàn bộ hệ thống, lịch trình phải bao gồm thời gian đệm phù hợp. Tiếp theo, thời gian giãn cách tối thiểu (minimum headway time) là cần thiết để đảm bảo an toàn khi hai tàu sử dụng chung một đường ray và phải khởi hành cách nhau một khoảng thời gian tối thiểu. Tính kết nối (connections between trains) cũng rất quan trọng, vì thời gian đến và khởi hành của các tàu tại cùng một bến đỗ cần phải liên tục để phục vụ nhu cầu nối chuyến của hành khách. Cuối cùng, thời gian bảo trì (turn around times at termination) phải được tính toán để bao gồm thời gian cần thiết cho việc bảo trì động cơ, tiếp nhiên liệu và thay ca nhân viên ở ga tàu cuối trước khi tàu quay trở lại.

Trước đây, xây dựng lịch trình tàu chạy chủ yếu được làm thủ công [1], tốn nhiều chi phí cũng như dễ xảy ra sai sót. Vì vậy, trong thập kỷ trước, nhiều nghiên

cứu nhằm hỗ trợ và tự động quá trình lập lịch đã được tiến hành [2]–[4]. Hầu hết các nghiên cứu đều dựa trên mô hình *lập lịch sự kiện định kỳ* (Periodic Event Schedule Problem - PESP), một mô hình nổi tiếng được giới thiệu bởi Serafini and Ukovich [5]. Tuy nhiên, các phương pháp hiện tại trong việc giải bài toán PESP như lập trình ràng buộc, quy hoạch số nguyên chưa hiệu quả với các bộ dữ liệu lớn. Trong khóa luận này, chúng tôi trình bày phương pháp giải bài toán PESP sử dụng SAT Solver và đề xuất một vài cải tiến về thuật toán mã hóa.

Phần còn lại của khóa luận được tổ chức như sau:

- **Chương 1:** Định nghĩa chi tiết các khái niệm trong bài toán *lập lịch sự kiện định kỳ*, một số cách tiếp cận hiện tại
- **Chương 2:** Trình bày kiến nền tảng về logic mệnh đề và các khái niệm liên quan đến bài toán SAT như NP-complete, Satisfiability Problem, SAT Solver và quy trình giải bài toán thực tế sử dụng SAT solver.
- **Chương 3:** Đề xuất thuật toán chuyển đổi bài toán PESP về bài toán SAT và cách giải cùng cải tiến thuật toán mã hóa.
- **Chương 4:** Thử nghiệm thực tế và kết luận

Lập lịch sự kiện định kỳ

1.1 Mạng sự kiện định kỳ

Định nghĩa 1.1.1: (Đoạn). Cho $a, b \in \mathbb{Z}$ với $a \leq b$.

$$[a, b] := \{a, a + 1, a + 2, \dots, b - 1, b\}$$

được gọi là đoạn từ cận dưới a đến cận trên b hay đoạn từ a đến b .

Định nghĩa 1.1.2: (Đoạn mô-đun). Cho $a, b \in \mathbb{Z}$ and $t \in \mathbb{N}^*$. Với a là cận dưới và b là cận trên,

$$[a, b]_t := \bigcup_{z \in \mathbb{Z}} [a + z \cdot t, b + z \cdot t]$$

được gọi là *đoạn mô-đun* t .

Ví dụ 1.1.1: Cho

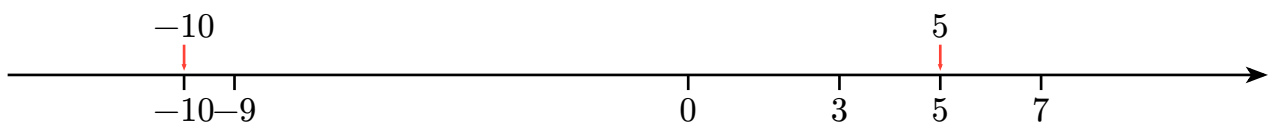
$$\begin{aligned} I &= [3, 7]_8 \\ &= \dots \cup [-13, -9] \cup [-5, -1] \cup [3, 7] \cup [11, 15] \cup [19, 23] \dots \subset \mathbb{Z} \end{aligned}$$

là đoạn mô-đun 8. Khi đó

$$5 \in [3, 7] \subset I$$

$$-10 \in [-13, -9] \subset I$$

$$12 \in [11, 15] \subset I$$



Hình 2: Minh họa đoạn mô-đun. -10 và 5 thuộc I

Định nghĩa 1.1.3: (Mạng sự kiện định kỳ). Một mạng sự kiện định kỳ (Periodic event network) chu kỳ t_T $N = (\nu, A, t_T)$ bao gồm tập hợp ν sự kiện (danh sách đỉnh) và tập các ràng buộc A (danh sách cạnh). Mỗi ràng buộc $a \in A$ kết nối hai sự kiện, được kí hiệu:

$$a = \left((i, j), [l_a, u_a]_{t_T} \right) \in (\nu \times \nu) \times 2^{\mathbb{Z}}$$

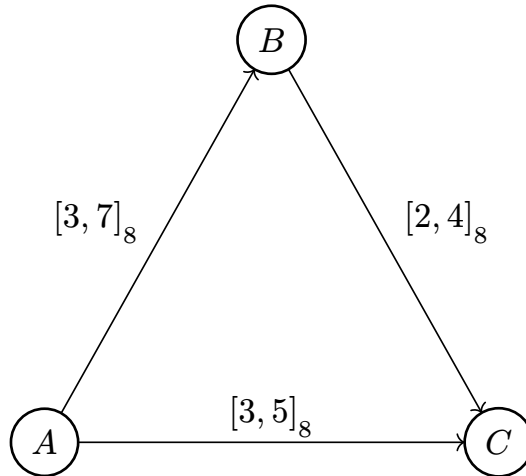
trong đó $l_a, u_a \in \mathbb{Z}$ lần lượt là cận trên và cận dưới, $2^{\mathbb{Z}}$ là tập hợp các tập con của \mathbb{Z} .

Tập A là hợp của hai tập hợp S và C lần lượt là tập ràng buộc đối xứng và ràng buộc thời gian.

$$\begin{aligned} S \cup C &= A \\ S \cap C &= \emptyset \end{aligned}$$

Ví dụ 1.1.2: Cho $N = (\{A, B, C\}, N, 8)$ là một mạng sự kiện định kỳ. Trong đó:

$$\begin{aligned} A = C = \{ & ((A, B), [3, 7]_8), \\ & ((B, C), [2, 4]_8), \\ & ((A, C), [3, 5]_8) \} \end{aligned}$$



Hình 3: Ví dụ minh họa mạng sự kiện định kỳ

Định nghĩa 1.1.4: (Tiềm năng sự kiện). Cho $N = (\nu, A, t_T)$ là một *mạng sự kiện định kỳ*. $\pi_n \in \mathbb{Z}$ được gọi là tiềm năng xảy ra của sự kiện $n \in \nu$.

Từ đây đến hết tài liệu, khái niệm này được gọi tắt là *tiềm năng*

Định nghĩa 1.1.5: (Lịch trình). Cho $N = (\nu, A, t_T)$ là một *mạng sự kiện định kỳ*. Ánh xạ:

$$\begin{aligned}\Pi_\nu : \nu &\rightarrow \mathbb{Z} \\ n &\mapsto \pi_n\end{aligned}$$

được gọi là một lịch trình của tập sự kiện N

Định nghĩa 1.1.6: (Ràng buộc thời gian). Cho $N = (\nu, A, t_T)$ là một *mạng sự kiện định kỳ* với tập ràng buộc $A = S \cup C$ với ràng buộc $a = ((i, j), [l_a, u_a]_{t_T}) \in C, i, j \in \nu$. Hai tiềm năng π_i và π_j thỏa mãn ràng buộc thời gian a khi và chỉ khi:

$$\pi_j - \pi_i \in [l_a, u_a]_{t_T}$$

Định nghĩa 1.1.7: (Ràng buộc đối xứng). Cho $N = (\nu, A, t_T)$ là một *mạng sự kiện định kỳ* với tập ràng buộc $A = S \cup C$ với ràng buộc $a = ((i, j), [l_a, u_a]_{t_T}) \in S, i, j \in \nu$. Hai tiềm năng π_i và π_j thỏa mãn ràng buộc đối xứng a khi và chỉ khi:

$$\pi_j + \pi_i \in [l_a, u_a]_{t_T}$$

Ví dụ 1.1.3: Cho A, B là hai sự kiện và $a = ((A, B), [3, 7]_8)$ là ràng buộc thời gian.

Các tiềm năng $(\pi_a, \pi_b) = (1, 5), (3, 2)$ thỏa mãn ràng buộc thời gian a vì:

$$5 - 1 = 4 \in [3, 7]_8$$

$$2 - 3 = -1 \in [3, 7]_8$$

Ngược lại, tiềm năng $(\pi_a, \pi_b) = (3, 5), (7, 1)$ không thỏa mãn ràng buộc, vì:

$$5 - 3 = 2 \notin [3, 7]_8$$

$$1 - 7 = -6 \notin [3, 7]_8$$

Định nghĩa 1.1.8: Cho $N = (\nu, A, t_T)$ là một *mạng sự kiện định kỳ* và Π_ν là một lịch trình của N . Lịch trình Π thỏa mãn một ràng buộc $a \in A$ khi và chỉ khi $\pi_i = \Pi_{\nu(i)}, \pi_j = \Pi_{\nu(j)}$ thỏa mãn $a = (i, j, I)$

Định nghĩa 1.1.9: (Lịch trình hợp lệ) Cho $N = (\nu, A, t_T)$ là một *mạng sự kiện định kỳ* và Π_ν là một lịch trình của N . Lịch trình Π được xem là hợp lệ nếu thỏa mãn mọi ràng buộc $a \in A$.

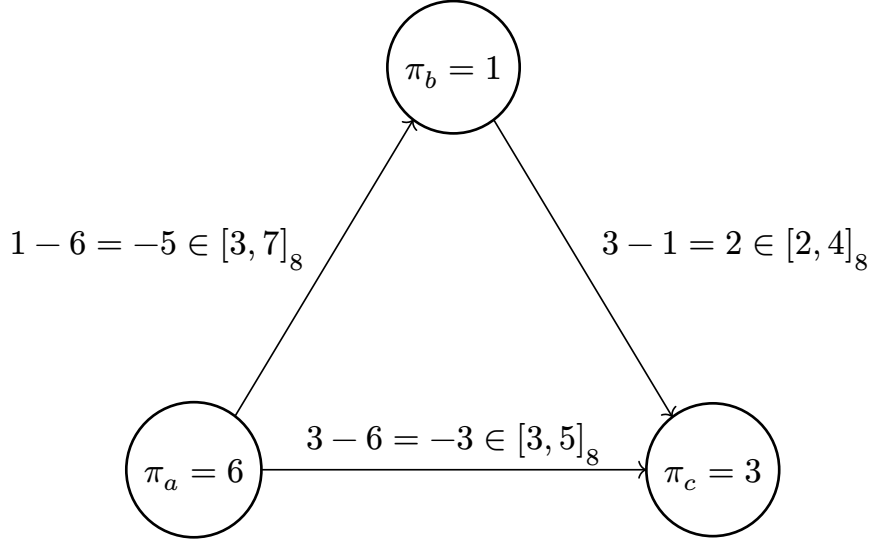
Ví dụ 1.1.4: Cho $N = (\nu, A, 8)$ là mạng sự kiện định kỳ ở Ví dụ 1.1.2 và Π_ν là một lịch trình hợp lệ của N với $\pi_a = 6, \pi_b = 1, \pi_c = 3$. Π_ν là hợp lệ bởi vì:

$$\pi_b - \pi_a = 1 - 6 = -5 \in [3, 7]_8$$

$$\pi_c - \pi_b = 3 - 1 = 2 \in [2, 4]_8$$

$$\pi_c - \pi_a = 3 - 6 = -3 \in [3, 5]_8$$

được minh họa trong hình dưới đây:



Hình 4: Ví dụ minh họa mạng lịch trình hợp lệ

Định nghĩa 1.1.10: (Lịch trình tương đương) Cho $N = (\nu, A, t_T)$ là một mạng sự kiện định kỳ và Π_ν là một lịch trình của N . Lịch trình Π_ν và Φ_ν được xem là tương đương:

$$\Pi_\nu \equiv \Phi_\nu$$

khi và chỉ khi

$$\forall n \in \nu : \Pi_{\nu(n)} \bmod t_T = \Phi_{\nu(n)} \bmod t_T$$

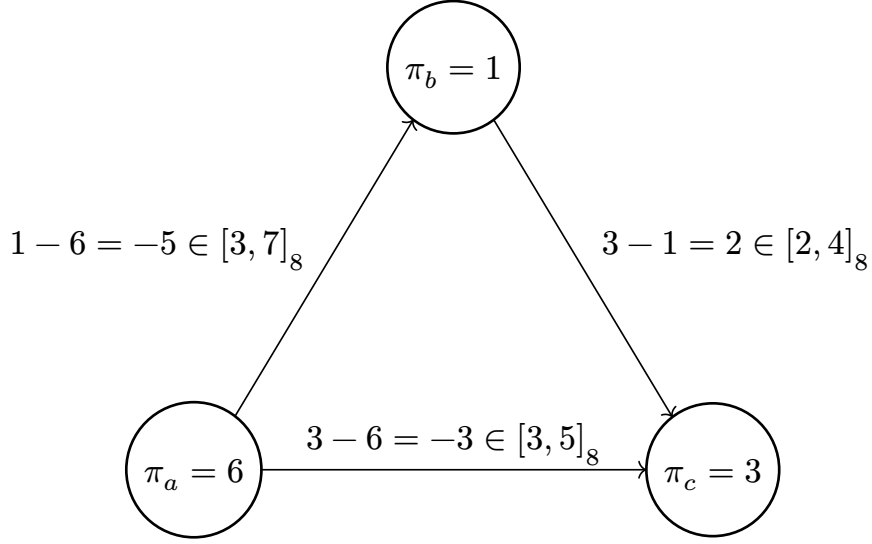
Ví dụ 1.1.5: Cho $N = (\nu, A, 8)$ là mạng sự kiện định kỳ ở Ví dụ 1.1.2 và Π_ν là một lịch trình hợp lệ của N với $\pi_a = 6, \pi_b = 1, \pi_c = 3$. Π_ν là hợp lệ bởi vì:

$$\pi_b - \pi_a = 1 - 6 = -5 \in [3, 7]_8$$

$$\pi_c - \pi_b = 3 - 1 = 2 \in [2, 4]_8$$

$$\pi_c - \pi_a = 3 - 6 = -3 \in [3, 5]_8$$

được minh họa trong hình dưới đây:



Hình 5: Ví dụ minh họa mạng lịch trình hợp lệ

Định lý 1.1.1: (Tính hợp lệ của lịch trình tương đương). Cho $N = (\nu, A, t_T)$ là một mạng sự kiện định kỳ, Π_ν, Φ_ν là hai lịch trình tương đương. Khi đó, với tập ràng buộc A :

$$\Pi_\nu \text{ hợp lệ} \Leftrightarrow \Phi_\nu \text{ hợp lệ}$$

Proof: Không mất tính tổng quát, chỉ cần chứng minh $\Pi_\nu \text{ hợp lệ} \Rightarrow \Phi_\nu \text{ hợp lệ}$.

Ta có: $\Pi_\nu \text{ hợp lệ với tập ràng buộc } A \Rightarrow \forall a \in A :$

$$\Pi_\nu \text{ thỏa mãn } a \tag{1}$$

Thật vậy, với $A = C \cup S$, cần chứng minh:

$$\forall a \in C : \Phi_\nu \text{ thỏa mãn } a \tag{2}$$

$$\forall a \in S : \Phi_\nu \text{ thỏa mãn } a \tag{3}$$

Giả sử $a = \left((i, j), [l_a, u_a]_{t_T} \right) \in C$ là một ràng buộc thời gian bất kỳ.

$$\text{với } i, j \in \nu, \pi_i = \Pi_\nu(i), \pi_j = \Pi_\nu(j), \varphi_i = \Phi_\nu(i), \varphi_j = \Phi_\nu(j)$$

$$\begin{aligned}
(1) &\Rightarrow \pi_j - \pi_i \in [l_a, u_a]_{t_T} \\
&\Rightarrow \pi_j - \pi_i \in \{[l_a + z \cdot t_T, u_a + z \cdot t_T] \mid z \in \mathbb{Z}\} \\
&\Rightarrow \forall w, v \in \mathbb{Z} : \pi_j - \pi_i + w \cdot t_T - v \cdot t_T \in \{[l_a + z \cdot t_T, u_a + z \cdot t_T] \mid z \in \mathbb{Z}\} \\
&\Rightarrow \forall w, v \in \mathbb{Z} : (\pi_j + w \cdot t_T) - (\pi_i + v \cdot t_T) \in \{[l_a + z \cdot t_T, u_a + z \cdot t_T] \mid z \in \mathbb{Z}\} \\
&\Rightarrow (\pi_j \bmod t_T) - (\pi_i \bmod t_T) \in \{[l_a + z \cdot t_T, u_a + z \cdot t_T] \mid z \in \mathbb{Z}\} \quad (4) \\
&\Rightarrow (\pi_j \bmod t_T) - (\pi_i \bmod t_T) \in [l_a, u_a]_{t_T} \\
&\Rightarrow (\varphi_j \bmod t_T) - (\varphi_i \bmod t_T) \in [l_a, u_a]_{t_T} \\
&\Rightarrow \varphi_j - \varphi_i \in [l_a, u_a]_{t_T} \\
&\Rightarrow \Phi_\nu \text{ thỏa mãn } a
\end{aligned}$$

Tương tự, ra chứng minh được Phương trình 3 □

Hệ quả 1.1.1.1: Cho $[\Pi_\nu]_{\equiv} := \{\Phi_\nu \mid \Phi_\nu \equiv \Pi_\nu\}$, Π_ν hợp lệ. Khi đó:

$$\forall \Phi_\nu \in [\Pi_\nu]_{\equiv} \Rightarrow \Phi_\nu \text{ hợp lệ}$$

Hệ quả 1.1.1.2: Cho $[\Pi_\nu]_{\equiv} := \{\Phi_\nu \mid \Phi_\nu \equiv \Pi_\nu\}$, Π_ν hợp lệ. Khi đó tồn tại một lịch trình $\Phi_\nu \in [\Pi_\nu]_{\equiv}$ sao cho:

$$\forall n \in \nu : \Phi_\nu(n) \in [0, t_T - 1]$$

Hệ quả 1.1.1.2 là hệ quả quan trọng, giới hạn miền nghiệm của lịch trình trở thành hữu hạn. Vì vậy, khi tìm kiếm lịch trình hợp lệ, ta chỉ cần tìm các tiềm năng trong đoạn $[0, t_T - 1]$

1.2 Bài toán lập lịch sự kiện định kỳ

Định nghĩa 1.2.1: (PESP). Cho $N = (\nu, A, t_T)$ là một *mạng sự kiện định kỳ*, bài toán đặt ra câu hỏi: *Liệu có tồn tại một lịch trình hợp lệ thỏa mãn mạng trên?*

Dễ thấy, PESP là một vấn đề quyết định [6]. Từ minh họa Ví dụ 1.1.2, dễ hình dung PESP có thể chuyển thành bài toán *Vertex Coloring*, vậy PESP là bài toán NP-complete, được chứng minh bằng cách chuyển về bài toán *Vertex Coloring* [7].

Kiến thức nền tảng

2.1 Logic mệnh đề

2.1.1 Mệnh đề

Định nghĩa 2.1.1.1: (Mệnh đề): Mệnh đề là một nhận định đúng hoặc sai.
Kí hiệu: $x, y, z, A, B, C \dots$

Ví dụ 2.1.1.1: Các nhận định sau là mệnh đề:

- $A = \text{“Hôm nay trời mưa”}$
- $B = \text{“2 là số nguyên tố”}$
- $z = \text{“10 lớn hơn 20”}$

trong khi các nhận định sau không phải mệnh đề do không có tính đúng sai rõ ràng:

- Lan bao nhiêu tuổi?
- Dọn nhà đi!

Định nghĩa 2.1.1.2: (Chân trị) Một mệnh đề có thể đúng hoặc sai. Tính đúng sai của mệnh đề được gọi là chân trị của mệnh đề. Mệnh đề đúng có chân trị là 1 (**true**), mệnh đề sai có chân trị 0 (**false**).

Ví dụ 2.1.1.2:

Theo Ví dụ 2.1.1.1, A, B là mệnh đề đúng, z là mệnh đề sai:

2.1.2 Các phép toán logic

Tương tự với số học, ta cũng có phép toán giữa các mệnh đề. Sau đây giới thiệu một số phép toán cơ bản thường dùng.

Định nghĩa 2.1.2.1: (Phủ định): Mệnh đề phủ định của mệnh đề a là mệnh đề có chân trị đối lập với a .

Kí hiệu: $\neg a$.

a	$\neg a$
0	1
1	0

Bảng 1: Bảng chân trị của phép phủ định

Ví dụ 2.1.2.1:

$A = \text{"Hôm nay trời mưa"}$

$\Rightarrow \neg A = \text{"Hôm nay trời không mưa"}$

Định nghĩa 2.1.2.2: (Phép hội): Mệnh đề hội của hai mệnh đề a, b là mệnh đề chỉ đúng khi cả a, b đều đúng.

Kí hiệu: $a \wedge b$

a	b	$a \wedge b$
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

Bảng 2: Bảng chân trị của phép hội

Định nghĩa 2.1.2.3: (Phép tuyển): Mệnh đề tuyển của hai mệnh đề a, b là mệnh đề chỉ sai khi cả a, b đều sai.

Kí hiệu: $a \vee b$

a	b	$a \vee b$
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

Bảng 3: Bảng chân trị của phép tuyển

Định nghĩa 2.1.2.4: (Phép kéo theo): Mệnh đề kéo của hai mệnh đề a, b là mệnh đề chỉ sai khi cả a đúng b sai.

Kí hiệu: $a \Rightarrow b$

a	b	$a \Rightarrow b$
0	0	1
1	0	0
0	1	1
1	1	1

Bảng 4: Bảng chân trị của phép kéo theo

Định nghĩa 2.1.2.5: (Phép tương đương): Mệnh đề tương của hai mệnh đề a, b là mệnh đề chỉ đúng khi cả a và b cùng đúng hoặc cùng sai.

Kí hiệu: $a \Leftrightarrow b$

a	b	$a \Leftrightarrow b$
0	0	1
1	0	0
0	1	0
1	1	1

Bảng 5: Bảng chân trị của phép tương đương

2.1.3 Biểu thức logic

Định nghĩa 2.1.3.1: (Mệnh đề sơ cấp): Mệnh đề sơ cấp (literal) là chỉ bao gồm mệnh đề và phủ định của nó (a và $\neg a$). Mệnh đề sơ cấp không thể chia thành các mệnh đề nhỏ hơn.

Định nghĩa 2.1.3.2: (Biểu thức logic): Biểu thức logic được định nghĩa đệ quy như sau:

1. Mỗi mệnh đề sơ cấp là một biểu thức ($A, \neg B, C, x, y, z, \dots$)
2. Nếu A, B là hai biểu thức thì $A \wedge B, A \vee B, A \Rightarrow B, A \Leftrightarrow B$ cũng là các biểu thức.

Ví dụ 2.1.3.1: Các biểu thức logic:

$$\begin{aligned}f(x, y, z) &= (x \vee y) \wedge z \\g(a, b) &= a \Rightarrow \neg b\end{aligned}$$

Định nghĩa 2.1.3.3: (Bảng chân trị): Bảng chân trị là bảng tính toán chân trị của biểu thức logic theo từng giá trị của các biến tham gia trong biểu thức.

Bảng 1, Bảng 2, Bảng 3 là ví dụ các bảng chân trị.

Định nghĩa 2.1.3.4: (Biểu thức tương đương): Nếu hai biểu thức f, g có cùng bảng chân trị thì f, g được gọi là biểu thức tương đương. *Kí hiệu:*

$$f \Leftrightarrow g$$

Ví dụ 2.1.3.2: Theo định nghĩa, ta có: $a \Rightarrow b \Leftrightarrow \neg a \vee b$

a	b	$a \Rightarrow b$	$\neg a \vee b$
0	0	1	1
1	0	0	0
0	1	0	0
1	1	1	1

Bảng 6: Bảng chân trị của hai biểu thức tương đương

2.1.4 Chuẩn tắc tuyển và chuẩn tắc hội

Định nghĩa 2.1.4.1: (Tuyển sơ cấp): Tuyển của các mệnh đề sơ cấp được gọi là tuyển sơ cấp.

Định nghĩa 2.1.4.2: (Hội sơ cấp): Hội của các mệnh đề sơ cấp được gọi là hội sơ cấp.

Ví dụ 2.1.4.1:

- Các tuyển sơ cấp: $a \vee \neg b \vee c \vee \neg d, x \vee y, y \vee \neg z$
- Các hội sơ cấp: $a \wedge \neg b \wedge c \wedge \neg d, x \wedge y, y \wedge \neg z$

Định nghĩa 2.1.4.3: (Chuẩn tắc tuyển): Tuyển của các hội sơ cấp được gọi là chuẩn tắc tuyển.

Ví dụ 2.1.4.2:

$$f = (x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3)$$

Định nghĩa 2.1.4.4: (Chuẩn tắc hội): Hội của các tuyển sơ cấp được gọi là chuẩn tắc hội (CNF). Chuẩn tắc hội có thường có dạng:

$$f = (P_1 \vee P_2 \vee P_3 \vee \dots \vee P_n)_1 \wedge \dots \wedge (Q_1 \vee Q_2 \vee \dots \vee Q_n)_p$$

$$n, m, p \in \mathbb{N}^*$$

Ví dụ 2.1.4.3:

$$g = (x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3)$$

Định lý 2.1.4.1: Mọi biểu thức logic đều có dạng chuẩn tắc hội và chuẩn tắc tuyển tương ứng [8].

Ví dụ 2.1.4.4: Cho biểu thức logic:

$$f = ((p \Rightarrow q) \wedge (r \vee \neg s)) \Rightarrow (t \Leftrightarrow (u \vee v))$$

Ta có thể chuyển nó về dạng CNF như sau:

$$\begin{aligned} f &= ((p \Rightarrow q) \wedge (r \vee \neg s)) \Rightarrow (t \Leftrightarrow (u \vee v)) \\ &= ((\neg p \vee q) \wedge (r \vee \neg s)) \Rightarrow (t \wedge (u \vee v) \vee (\neg t \wedge \neg(u \vee v))) \\ &= \neg((\neg p \vee q) \wedge (r \vee \neg s)) \vee (t \wedge (u \vee v) \vee (\neg t \wedge \neg(u \vee v))) \\ &= (p \wedge \neg q) \vee (\neg r \wedge s) \vee (t \wedge (u \vee v) \vee (\neg t \wedge (\neg u \wedge \neg v))) \\ &= ((p \wedge \neg q) \vee (\neg r \wedge s) \vee t) \wedge ((p \wedge \neg q) \vee (\neg r \wedge s) \vee u \vee v) \\ &\quad \wedge ((p \wedge \neg q) \vee (\neg r \wedge s) \vee \neg t) \\ &\quad \wedge ((p \wedge \neg q) \vee (\neg r \wedge s) \vee \neg t \vee \neg u) \\ &\quad \wedge ((p \wedge \neg q) \vee (\neg r \wedge s) \vee \neg t \vee \neg v) \\ &= (p \vee \neg r \vee t \vee u \vee v) \\ &\quad \wedge (p \vee s \vee t \vee u \vee v) \wedge (\neg q \vee \neg r \vee t \vee u \vee v) \\ &\quad \wedge (\neg q \vee s \vee t \vee u \vee v) \wedge (p \vee \neg r \vee u \vee v) \\ &\quad \wedge (p \vee s \vee u \vee v) \wedge (\neg q \vee \neg r \vee u \vee v) \\ &\quad \wedge (\neg q \vee s \vee u \vee v) \wedge (p \vee \neg r \vee \neg t) \\ &\quad \wedge (p \vee s \vee \neg t) \wedge (\neg q \vee \neg r \vee \neg t) \\ &\quad \wedge (\neg q \vee s \vee \neg t) \wedge (p \vee \neg r \vee \neg t \vee \neg u) \\ &\quad \wedge (p \vee s \vee \neg t \vee \neg u) \wedge (\neg q \vee \neg r \vee \neg t \vee \neg u) \\ &\quad \wedge (\neg q \vee s \vee \neg t \vee \neg u) \wedge (p \vee \neg r \vee \neg t \vee \neg v) \\ &\quad \wedge (p \vee s \vee \neg t \vee \neg v) \wedge (\neg q \vee \neg r \vee \neg t \vee \neg v) \\ &\quad \wedge (\neg q \vee s \vee \neg t \vee \neg v) \end{aligned}$$

Tương tự với dạng DNF, ta có biểu thức cuối cùng như sau:

$$\begin{aligned}
f = & (\neg p \wedge r \wedge t \wedge u) \vee (\neg p \wedge r \wedge t \wedge v) \\
& \vee (\neg p \wedge \neg s \wedge t \wedge u) \vee (\neg p \wedge \neg s \wedge t \wedge v) \\
& \vee (q \wedge r \wedge t \wedge u) \vee (q \wedge r \wedge t \wedge v) \\
& \vee (q \wedge \neg s \wedge t \wedge u) \vee (q \wedge \neg s \wedge t \wedge v) \\
& \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r \wedge \neg t) \vee (p \wedge \neg q \wedge s \wedge \neg t) \\
& \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r \wedge \neg u \wedge \neg v) \vee (p \wedge \neg q \wedge s \wedge \neg u \wedge \neg v)
\end{aligned}$$

2.2 SAT

2.2.1 Vấn đề SAT

Định nghĩa 2.2.1.1: (Suy diễn - Interpretation) Cho $f \in \Sigma_{\text{SAT}}$ là một biểu thức logic mệnh đề, khi đó ánh xạ:

$$\begin{aligned}
I : \Sigma_{\text{SAT}} &\rightarrow \{\text{true}, \text{false}\} \\
f^I &= w
\end{aligned}$$

được gọi là một suy diễn I với giá trị w của f

Ví dụ 2.2.1.1: Cho $f(x, y, z) = x \wedge (y \vee z)$. Với suy diễn $I = \{x : \text{true}, y : \text{true}, z : \text{false}\}$ ta có:

$$f(\text{true}, \text{true}, \text{false}) = \text{true} \wedge (\text{true} \vee \text{false}) = \text{true}$$

hay

$$f^I(x, y, z) = \text{true}$$

Định nghĩa 2.2.1.2: Cho $f \in \Sigma_{\text{SAT}}$ là một biểu thức logic mệnh đề, khi đó ánh xạ:

$$\begin{aligned}
I : \Sigma_{\text{SAT}} &\rightarrow \{\text{true}, \text{false}\} \\
f^I &= w
\end{aligned}$$

được gọi là một suy diễn I với giá trị w của f

Định nghĩa 2.2.1.3: (Satisfiability) Cho $f \in \Sigma_{\text{SAT}}$ là một biểu thức logic mệnh đề, khi đó f được gọi là *satisfiable* nếu tồn tại một suy diễn I :

$$f^I = \text{true}$$

và f được gọi là *unsatisfiable* nếu:

$$f^I = \text{false} \quad \forall I$$

Ví dụ 2.2.1.2: ...

Định nghĩa 2.2.1.4: (SAT). Cho $f \in \Sigma_{\text{SAT}}$ là một biểu thức logic mệnh đề ở dạng chuẩn tắc hội (CNF). *Liệu có tồn tại một suy diễn I sao cho:*

$$f^I = \text{true}$$

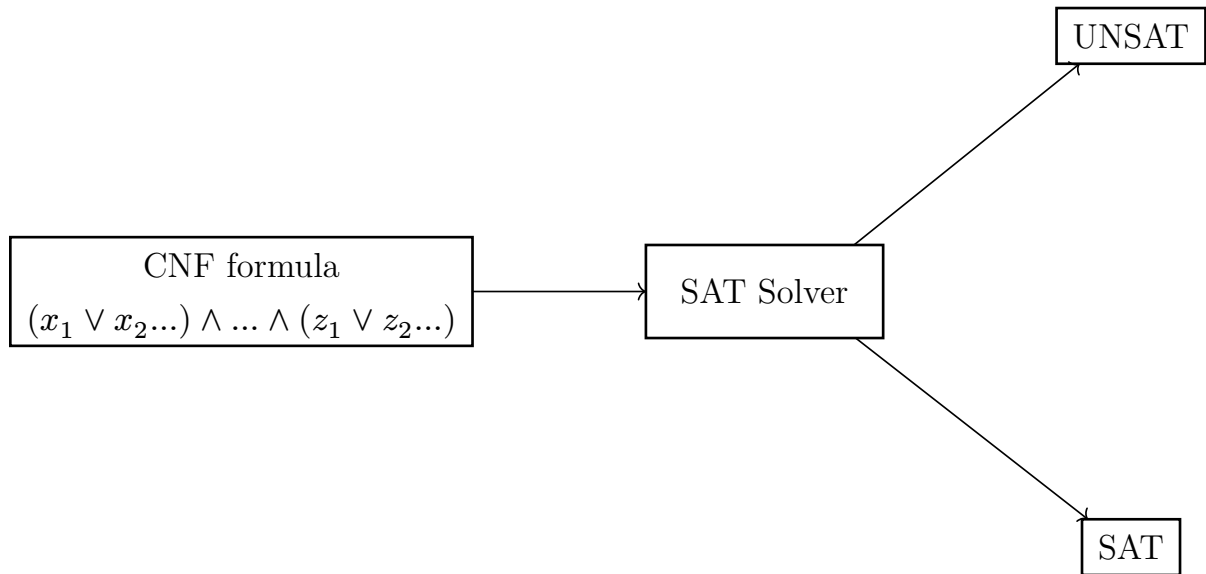
được gọi là bài toán Satisfiability hay bài toán SAT.

Ví dụ 2.2.1.3: Cho $f = (x \vee y) \wedge \neg z$. Ta thấy tồn tại một suy diễn $I = \{x : \text{true}, y : \text{false}, z : \text{false}\}$ mà $f^I = \text{true}$.

Trong khi đó với $g = (x \vee y) \wedge (\neg x \vee y) \wedge (x \vee \neg y) \wedge (\neg x \vee \neg y)$, không tồn tại suy diễn nào để $g^I = \text{true}$.

2.2.2 SAT Solver

Bài toán SAT là bài toán NP xuất hiện sớm nhất, đồng thời là bài toán đầu tiên được chứng minh là NP-complete [9]. Vì vậy, không tồn tại giải thuật tối ưu giải bài toán SAT có độ phức tạp đa thức. Tuy nhiên, nhiều nghiên cứu đã được tiến hành nhằm xây dựng chương trình giải bài toán SAT, thường gọi là các SAT Solver.



Hình 6: Sơ đồ đầu vào/đầu ra của SAT Solver

Nhiều kĩ thuật đã được nghiên cứu nhằm cải thiện độ hiệu quả các SAT Solver theo thời gian, tiêu biểu như:

1. Thuật toán David-Putnam(1960)[10]: Giảm số biến bằng thuật toán luận giải (resolution).
2. Thuật toán Davis-Putnam-Logemann-Loveland (DPLL)[11]: Cải thiện thuật toán David-Putnam sử dụng kĩ thuật quay lui và nổi bọt đơn vị(unit propagation).
3. Conflict-Driven Clause Learning[12]: Mở rộng thuật toán DPLL, tối ưu giải thuật quay lui. Khi gặp một cặp mệnh đề mâu thuẫn và cần quay lui, thuật toán sẽ phân tích sai lầm này để tránh lặp lại tương tự. Thêm vào đó, thuật toán có thể quay lại trực tiếp điểm gây mâu thuẫn, giảm phần lớn nhánh cần tìm kiếm.
4. Những cải tiến khác về cơ sở dữ liệu, tiền xử lý, tận dụng khả năng xử lý song song [13]–[15].

Do vậy, các SAT Solver hiện nay đã có khả năng giải các bài toán cực kì phức tạp, với hàng triệu biến và mệnh đề. Cùng với đó là độ phức tạp ngày càng tăng. Chính vì vậy, hiện nay ta ít khi cài đặt thuật toán mà sử dụng các chương trình chuyên dụng, sau đây liệt kê một số SAT Solver phổ biến:

- **CaDiCal**: CaDiCal là bộ giải SAT dựa trên thuật toán CDCL Mục tiêu chính của CaDiCal không phải hiệu năng, mà là một cơ sở thuật toán dễ hiểu và mở rộng. Vì vậy đặt nền móng cho nhiều SAT Solver khác sau này.

- **Kissat**: Dựa trên CaDiCal, nhưng được viết lại bằng C, với nhiều cải tiến về cấu trúc dữ liệu, xếp lịch tiến trình xử lý, tối ưu hóa cài đặt thuật toán. Xếp hạng đầu trong hạng mục các công cụ giải SAT tuần tự trong cuộc thi giải SAT quốc tế năm 2022.
- **MiniSAT**: Một SAT Solver hiện đại, trở thành tiêu chuẩn trong công nghiệp. Dựa trên thuật toán CDCL, và giành chiến thắng trong cuộc thi giải SAT quốc tế năm 2005. Đây vẫn là một trong những SAT Solver được sử dụng nhiều nhất do chất lượng mã nguồn cao, rõ ràng và dễ cải tiến.
- **Glucose**: SAT Solver được dựa trên MiniSAT, áp dụng thêm nhiều kỹ thuật mới như phương pháp học mệnh đề hiện đại và giải song song.
- **Gini**: Một solver hiện đại được viết bằng Go, điểm đặc biệt của solver này là giao thức chia sẻ tính toán, cho phép giải song song sử dụng các goroutine. Đây cũng là solver được chọn để giải bài toán PESP khi thực nghiệm.

2.2.3 SAT Encoding và ứng dụng

CHƯƠNG 3

Mô hình bài toán PESP về bài toán SAT

3.1 Binominal Encoding

3.1.1 Mã hóa sự kiện

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aequaleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distinguere possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et aut officiis debitis aut rerum

necessitatibus saepe eveniet, ut et voluptates repudiandae sint et molestiae non recusandae. Itaque earum rerum defuturum, quas natura non depravata desiderat. Et quem ad me accedis, saluto: 'chaere,' inquam, 'Tite!' lictores, turma omnis chorusque: 'chaere, Tite!' hinc hostis mi Albucius, hinc inimicus. Sed iure Mucius. Ego autem mirari satis non queo unde hoc sit tam insolens domesticarum rerum fastidium. Non est omnino hic docendi locus; sed ita prorsus existimo, neque eum Torquatum, qui hoc primus cognomen invenerit, aut torquem illum hosti detraxisse, ut aliquam ex eo est consecutus? – Laudem et caritatem, quae sunt vitae sine metu degendae praesidia firmissima. – Filium morte multavit. – Si sine causa, nollem me ab eo delectari, quod ista Platonis, Aristoteli, Theophrasti orationis ornamenta neglexerit. Nam illud quidem physici, credere aliquid esse minimum, quod profecto numquam putavisset, si a Polyaeo, familiari suo, geometrica discere maluisset quam illum etiam ipsum dedocere. Sol Democrito magnus videtur, quippe homini erudito in geometriaque perfecto, huic pedalis fortasse; tantum enim esse omnino in nostris poetis aut inertissimae segnitiae est aut fastidii delicatissimi. Mihi quidem videtur, inermis ac nudus est. Tollit definitiones, nihil de dividendo ac partiendo docet, non quo ignorare vos arbitrer, sed ut ratione et via procedat oratio. Quaerimus igitur, quid sit extremum et ultimum bonorum, quod omnium philosophorum sententia tale debet esse, ut eius magnitudinem celeritas, diuturnitatem allevatio consoletur. Ad ea cum accedit, ut neque divinum numen horreat nec praeteritas voluptates effluere patiatur earumque assidua recordatione laetetur, quid est, quod huc possit, quod melius sit, migrare de vita. His rebus instructus semper est in voluptate esse aut in armatum hostem impetum fecisse aut in poetis evolvendis, ut ego et Triarius te hortatore facimus, consumeret, in quibus hoc primum est in quo admirer, cur in gravissimis rebus non delectet eos sermo patrius, cum.

3.1.2 Mã hóa ràng buộc

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aequaleam animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distinguere possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis

dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et aut officiis debitis aut rerum necessitatibus saepe eveniet, ut et voluptates repudiandae sint et molestiae non recusandae. Itaque earum rerum defuturum, quas natura non depravata desiderat. Et quem ad me accedis, saluto: 'chaere,' inquam, 'Tite!' lictores, turma omnis chorusque: 'chaere, Tite!' hinc hostis mi Albucius, hinc inimicus. Sed iure Mucius. Ego autem mirari satis non queo unde hoc sit tam insolens domesticarum rerum fastidium. Non est omnino hic docendi locus; sed ita prorsus existimo, neque eum Torquatum, qui hoc primum cognomen invenerit, aut torquem illum hosti detraxisse, ut aliquam ex eo est consecutus? – Laudem et caritatem, quae sunt vitae sine metu degendae praesidia firmissima. – Filium morte multavit. – Si sine causa, nollem me ab eo delectari, quod ista Platonis, Aristoteli, Theophrasti orationis ornamenta neglexerit. Nam illud quidem physici, credere aliquid esse minimum, quod profecto numquam putavisset, si a Polyaeno, familiari suo, geometrica discere maluisset quam illum etiam ipsum dedocere. Sol Democrito magnus videtur, quippe homini erudito in geometriaque perfecto, huic pedalis fortasse; tantum enim esse omnino in nostris poetis aut inertissimae segnitiae est aut fastidii delicatissimi. Mihi quidem videtur, inermis ac nudus est. Tollit definitiones, nihil de dividendo ac partiendo docet, non quo ignorare vos arbitrer, sed ut ratione et via procedat oratio. Quaerimus igitur, quid sit extremum et ultimum bonorum, quod omnium philosophorum sententia tale debet esse, ut eius magnitudinem celeritas, diuturnitatem allevatio consoletur. Ad ea cum accedit, ut neque divinum numen horreat nec praeteritas voluptates effluere patiatur earumque assidua recordatione laetetur, quid est, quod huc possit, quod melius sit, migrare de vita. His rebus instructus semper est in voluptate esse aut in armatum hostem impetum fecisse aut in poetis evolvendis, ut ego et Triarius te hortatore facimus, consumeret, in quibus hoc primum est in quo admirer, cur in gravissimis rebus non delectet eos sermo patrius, cum.

3.2 Order Encoding

3.2.1 Mã hóa sự kiện

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aequaleam animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distinguere possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane

Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et aut officiis debitis aut rerum necessitatibus saepe eveniet, ut et voluptates repudiandae sint et molestiae non recusandae. Itaque earum rerum defuturum, quas natura non depravata desiderat. Et quem ad me accedis, saluto: 'chaere,' inquam, 'Tite!' lictores, turma omnis chorusque: 'chaere, Tite!' hinc hostis mi Albucius, hinc inimicus. Sed iure Mucius. Ego autem mirari satis non queo unde hoc sit tam insolens domesticarum rerum fastidium. Non est omnino hic docendi locus; sed ita prorsus existimo, neque eum Torquatum, qui hoc primum cognomen invenerit, aut torquem illum hosti detraxisse, ut aliquam ex eo est consecutus? – Laudem et caritatem, quae sunt vitae sine metu degendae praesidia firmissima. – Filium morte multavit. – Si sine causa, nollem me ab eo delectari, quod ista Platonis, Aristoteli, Theophrasti orationis ornamenta neglexerit. Nam illud quidem physici, credere aliquid esse minimum, quod profecto numquam putavisset, si a Polyaeno, familiari suo, geometrica discere maluisset quam illum etiam ipsum dedocere. Sol Democrito magnus videtur, quippe homini erudito in geometriaque perfecto, huic pedalis fortasse; tantum enim esse omnino in nostris poetis aut inertissimae segnitiae est aut fastidii delicatissimi. Mihi quidem videtur, inermis ac nudus est. Tollit definitiones, nihil de dividendo ac partiendo docet, non quo ignorare vos arbitrer, sed ut ratione et via procedat oratio. Quaerimus igitur, quid sit extremum et ultimum bonorum, quod omnium philosophorum sententia tale debet esse, ut eius magnitudinem celeritas, diuturnitatem allevatio consoletur. Ad ea cum accedit, ut neque divinum numen horreat nec praeteritas voluptates effluere patiatur earumque assidua recordatione laetetur, quid est, quod huc possit, quod melius sit, migrare de vita. His rebus instructus semper est in voluptate esse aut in armatum hostem impetum fecisse aut in poetis evolvendis, ut ego et Triarius te hortatore facimus, consumeret, in quibus hoc primum est in quo admirer, cur in gravissimis rebus non delectet eos sermo patrius, cum.

3.2.2 Mã hóa ràng buộc

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aequaleam animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distinguique possit, augeri

amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et aut officiis debitis aut rerum necessitatibus saepe eveniet, ut et voluptates repudiandae sint et molestiae non recusandae. Itaque earum rerum defuturum, quas natura non depravata desiderat. Et quem ad me accedis, saluto: 'chaere,' inquam, 'Tite!' lictores, turma omnis chorusque: 'chaere, Tite!' hinc hostis mi Albucius, hinc inimicus. Sed iure Mucius. Ego autem mirari satis non queo unde hoc sit tam insolens domesticarum rerum fastidium. Non est omnino hic docendi locus; sed ita prorsus existimo, neque eum Torquatum, qui hoc primum cognomen invenerit, aut torquem illum hosti detraxisse, ut aliquam ex eo est consecutus? – Laudem et caritatem, quae sunt vitae sine metu degendae praesidia firmissima. – Filium morte multavit. – Si sine causa, nollem me ab eo delectari, quod ista Platonis, Aristoteli, Theophrasti orationis ornamenta neglexerit. Nam illud quidem physici, credere aliquid esse minimum, quod profecto numquam putavisset, si a Polyaeno, familiari suo, geometrica discere maluisset quam illum etiam ipsum dedocere. Sol Democrito magnus videtur, quippe homini erudito in geometriaque perfecto, huic pedalis fortasse; tantum enim esse omnino in nostris poetis aut inertissimae segnitiae est aut fastidii delicatissimi. Mihi quidem videtur, inermis ac nudus est. Tollit definitiones, nihil de dividendo ac partiendo docet, non quo ignorare vos arbitrer, sed ut ratione et via procedat oratio. Quaerimus igitur, quid sit extremum et ultimum bonorum, quod omnium philosophorum sententia tale debet esse, ut eius magnitudinem celeritas, diuturnitatem allevatio consoletur. Ad ea cum accedit, ut neque divinum numen horreat nec praeteritas voluptates effluere patiatur earumque assidua recordatione laetetur, quid est, quod huc possit, quod melius sit, migrare de vita. His rebus instructus semper est in voluptate esse aut in armatum hostem impetum fecisse aut in poetis evolvendis, ut ego et Triarius te hortatore facimus, consumeret, in quibus hoc primum est in quo admirer, cur in gravissimis rebus non delectet eos sermo patrius, cum.

3.2.3 Tối ưu thuật toán mã hóa ràng buộc

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aequaleam animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet

transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distinguique possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et aut officiis debitis aut rerum necessitatibus saepe eveniet, ut et voluptates repudiandae sint et molestiae non recusandae. Itaque earum rerum defuturum, quas natura non depravata desiderat. Et quem ad me accedis, saluto: 'chaere,' inquam, 'Tite!' lictores, turma omnis chorusque: 'chaere, Tite!' hinc hostis mi Albucius, hinc inimicus. Sed iure Mucius. Ego autem mirari satis non queo unde hoc sit tam insolens domesticarum rerum fastidium. Non est omnino hic docendi locus; sed ita prorsus existimo, neque eum Torquatum, qui hoc primum cognomen invenerit, aut torquem illum hosti detraxisse, ut aliquam ex eo est consecutus? – Laudem et caritatem, quae sunt vitae sine metu degendae praesidia firmissima. – Filium morte multavit. – Si sine causa, nollem me ab eo delectari, quod ista Platonis, Aristoteli, Theophrasti orationis ornamenta neglexerit. Nam illud quidem physici, credere aliquid esse minimum, quod profecto numquam putavisset, si a Polyaeo, familiari suo, geometrica discere maluisset quam illum etiam ipsum dedocere. Sol Democrito magnus videtur, quippe homini erudito in geometriaque perfecto, huic pedalis fortasse; tantum enim esse omnino in nostris poetis aut inertissimae segnitiae est aut fastidii delicatissimi. Mihi quidem videtur, inermis ac nudus est. Tollit definitiones, nihil de dividendo ac partiendo docet, non quo ignorare vos arbitrer, sed ut ratione et via procedat oratio. Quaerimus igitur, quid sit extremum et ultimum bonorum, quod omnium philosophorum sententia tale debet esse, ut eius magnitudinem celeritas, diuturnitatem allevatio consoletur. Ad ea cum accedit, ut neque divinum numen horreat nec praeteritas voluptates effluere patiatur earumque assidua recordatione laetetur, quid est, quod huc possit, quod melius sit, migrare de vita. His rebus instructus semper est in voluptate esse aut in armatum hostem impetum fecisse aut in poetis evolvendis, ut ego et Triarius te hortatore facimus, consumeret, in quibus hoc primum est in quo admirer, cur in gravissimis rebus non delectet eos sermo patrius, cum.

3.3 So sánh Binominal encoding và Order encoding

3.3.1 Số biến

3.3.2 Số mệnh đề

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aequaleamur animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distinguique possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et aut officiis debitis aut rerum necessitatibus saepe eveniet, ut et voluptates repudiandae sint et molestiae non recusandae. Itaque earum rerum defuturum, quas natura non depravata desiderat. Et quem ad me accedis, saluto: 'chaere,' inquam, 'Tite!' lictores, turma omnis chorusque: 'chaere, Tite!' hinc hostis mi Albucius, hinc inimicus. Sed iure Mucius. Ego autem mirari satis non queo unde hoc sit tam insolens domesticarum rerum fastidium. Non est omnino hic docendi locus; sed ita prorsus existimo, neque eum Torquatum, qui hoc primus cognomen invenerit, aut torquem illum hosti detraxisse, ut aliquam ex eo est consecutus? – Laudem et caritatem, quae sunt vitae sine metu degendae praesidia firmissima. – Filium morte multavit. – Si sine causa, nollem me ab eo delectari, quod ista Platonis, Aristoteli, Theophrasti orationis ornamenta neglexerit. Nam illud quidem physici, credere aliquid esse minimum, quod profecto numquam putavisset, si a Polyaeno, familiari suo, geometrica discere maluisset quam illum etiam ipsum dedocere. Sol Democrito magnus videtur, quippe homini erudito in geometriaque perfecto, huic pedalis fortasse; tantum enim esse omnino in nostris poetis aut inertissimae segnitiae est aut fastidii delicatissimi. Mihi quidem videtur, inermis ac nudus est. Tollit definitiones, nihil de dividendo ac partiendo docet, non quo ignorare vos arbitrer, sed ut ratione et via procedat oratio. Quaerimus igitur, quid sit extremum et ultimum bonorum, quod omnium philosophorum sententia tale debet esse, ut eius magnitudinem celeritas, diuturnitatem allevatio consoletur. Ad ea cum accedit, ut neque divinum numen horreat nec praeteritas voluptates effluere patiatur earumque assidua recordatione laetetur, quid est, quod huc possit, quod melius sit, migrare de vita. His rebus instructus semper est in voluptate esse aut

in armatum hostem impetum fecisse aut in poetis evolvendis, ut ego et Triarius te hortatore facimus, consumeret, in quibus hoc primum est in quo admirer, cur in gravissimis rebus non delectet eos sermo patrius, cum.

CHƯƠNG 4

Thực nghiệm và kết quả

4.1 Mô hình bài toán PTSP về bài toán PESP

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aequaleam animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distinguere possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et aut officiis debitis aut rerum necessitatibus saepe eveniet, ut et voluptates repudiandae sint et molestiae non recusandae. Itaque earum rerum defuturum, quas natura non depravata desiderat. Et quem ad me accedis, saluto: 'chaere,' inquam, 'Tite!' lictores, turma omnis chorusque: 'chaere, Tite!' hinc hostis mi Albucius, hinc inimicus. Sed iure Mucius. Ego autem mirari satis non queo unde hoc sit tam insolens domesticarum rerum fastidium. Non est omnino hic docendi locus; sed ita prorsus existimo, neque eum Torquatum, qui hoc primum cognomen invenerit, aut torquem illum hosti detraxisse, ut aliquam ex eo est consecutus? – Laudem et caritatem, quae sunt vitae sine metu degendae praesidia firmissima. – Filium morte multavit. – Si sine causa, nollem me ab eo delectari, quod ista Platonis, Aristoteli, Theophrasti orationis ornamenta neglexerit. Nam illud quidem physici, credere aliquid esse minimum, quod profecto numquam putavisset, si a Polyaeno, familiari suo, geometrica discere maluisset quam illum etiam ipsum dedocere. Sol Democrito magnus videtur, quippe homini erudito in geometriaque perfecto, huic pedalis fortasse; tantum enim esse omnino in nostris

poetis aut inertissimae segnitiae est aut fastidii delicatissimi. Mihi quidem videtur, inermis ac nudus est. Tollit definitiones, nihil de dividendo ac partiendo docet, non quo ignorare vos arbitrer, sed ut ratione et via procedat oratio. Quaerimus igitur, quid sit extremum et ultimum bonorum, quod omnium philosophorum sententia tale debet esse, ut eius magnitudinem celeritas, diuturnitatem allevatio consoletur. Ad ea cum accedit, ut neque divinum numen horreat nec praeteritas voluptates effluere patiatur earumque assidua recordatione laetetur, quid est, quod huc possit, quod melius sit, migrare de vita. His rebus instructus semper est in voluptate esse aut in armatum hostem impetum fecisse aut in poetis evolvendis, ut ego et Triarius te hortatore facimus, consumeret, in quibus hoc primum est in quo admirer, cur in gravissimis rebus non delectet eos sermo patrius, cum.

4.2 Thu thập dữ liệu

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aequaleamur animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distinguere possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et aut officiis debitis aut rerum necessitatibus saepe eveniet, ut et voluptates repudiandae sint et molestiae non recusandae. Itaque earum rerum defuturum, quas natura non depravata desiderat. Et quem ad me accedis, saluto: 'chaere,' inquam, 'Tite!' lictores, turma omnis chorusque: 'chaere, Tite!' hinc hostis mi Albucius, hinc inimicus. Sed iure Mucius. Ego autem mirari satis non queo unde hoc sit tam insolens domesticarum rerum fastidium. Non est omnino hic docendi locus; sed ita prorsus existimo, neque eum Torquatum, qui hoc primum cognomen invenerit, aut torquem illum hosti detraxisse, ut aliquam ex eo est consecutus? – Laudem et caritatem, quae sunt vitae sine metu degendae praesidia firmissima. – Filium morte multavit. – Si sine causa, nollem me ab eo delectari, quod ista Platonis, Aristoteli, Theophrasti orationis ornamenta neglexerit. Nam illud quidem physici, credere aliquid esse minimum, quod profecto numquam putavisset, si a Polyaeo, familiari suo, geometrica discere maluisset quam illum etiam ipsum dedocere. Sol Democrito magnus videtur, quippe homini erudito

in geometriaque perfecto, huic pedalis fortasse; tantum enim esse omnino in nostris poetis aut inertissimae segnitiae est aut fastidii delicatissimi. Mihi quidem videtur, inermis ac nudus est. Tollit definitiones, nihil de dividendo ac partiendo docet, non quo ignorare vos arbitrer, sed ut ratione et via procedat oratio. Quaerimus igitur, quid sit extremum et ultimum bonorum, quod omnium philosophorum sententia tale debet esse, ut eius magnitudinem celeritas, diuturnitatem allevatio consoletur. Ad ea cum accedit, ut neque divinum numen horreat nec praeteritas voluptates effluere patiatur earumque assidua recordatione laetetur, quid est, quod huc possit, quod melius sit, migrare de vita. His rebus instructus semper est in voluptate esse aut in armatum hostem impetum fecisse aut in poetis evolvendis, ut ego et Triarius te hortatore facimus, consumeret, in quibus hoc primum est in quo admirer, cur in gravissimis rebus non delectet eos sermo patrius, cum.

4.3 Kết quả và đánh giá

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aequaleam animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distinguere possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et aut officiis debitis aut rerum necessitatibus saepe eveniet, ut et voluptates repudiandae sint et molestiae non recusandae. Itaque earum rerum defuturum, quas natura non depravata desiderat. Et quem ad me accedis, saluto: 'chaere,' inquam, 'Tite!' lictores, turma omnis chorusque: 'chaere, Tite!' hinc hostis mi Albucius, hinc inimicus. Sed iure Mucius. Ego autem mirari satis non queo unde hoc sit tam insolens domesticarum rerum fastidium. Non est omnino hic docendi locus; sed ita prorsus existimo, neque eum Torquatum, qui hoc primum cognomen invenerit, aut torquem illum hosti detraxisse, ut aliquam ex eo est consecutus? – Laudem et caritatem, quae sunt vitae sine metu degendae praesidia firmissima. – Filium morte multavit. – Si sine causa, nollem me ab eo delectari, quod ista Platonis, Aristoteli, Theophrasti orationis ornamenta neglexerit. Nam illud quidem physici, credere aliquid esse minimum, quod profecto numquam putavisset, si a Polyaeo, familiari suo, geometrica discere maluisset quam

illum etiam ipsum dedocere. Sol Democrito magnus videtur, quippe homini erudito in geometriaque perfecto, huic pedalis fortasse; tantum enim esse omnino in nostris poetis aut inertissimae segnitiae est aut fastidii delicatissimi. Mihi quidem videtur, inermis ac nudus est. Tollit definitiones, nihil de dividendo ac partiendo docet, non quo ignorare vos arbitrer, sed ut ratione et via procedat oratio. Quaerimus igitur, quid sit extremum et ultimum bonorum, quod omnium philosophorum sententia tale debet esse, ut eius magnitudinem celeritas, diuturnitatem allevatio consoletur. Ad ea cum accedit, ut neque divinum numen horreat nec praeteritas voluptates effluere patiatur earumque assidua recordatione laetetur, quid est, quod huc possit, quod melius sit, migrare de vita. His rebus instructus semper est in voluptate esse aut in armatum hostem impetum fecisse aut in poetis evolvendis, ut ego et Triarius te hortatore facimus, consumeret, in quibus hoc primum est in quo admirer, cur in gravissimis rebus non delectet eos sermo patrius, cum.

Tài liệu tham khảo

- [1] L. Peeters, “Cyclic Railway Timetable Optimization”, tr , 2003.
- [2] C. Liebchen và R. H. Möhring, “The modeling power of the periodic event scheduling problem: railway timetables—and beyond”, trong *Algorithmic Methods for Railway Optimization: International Dagstuhl Workshop, Dagstuhl Castle, Germany, June 20-25, 2004, 4th International Workshop, ATMOS 2004, Bergen, Norway, September 16-17, 2004, Revised Selected Papers*, 2007, tr 3–40.
- [3] M. A. Odijk, “A constraint generation algorithm for the construction of periodic railway timetables”, *Transportation Research Part B: Methodological*, vol 30, số p.h 6, tr 455–464, 1996.
- [4] F. Yan, N. Bešinović, và R. M. Goverde, “Multi-objective periodic railway timetabling on dense heterogeneous railway corridors”, *Transportation Research Part B: Methodological*, vol 125, tr 52–75, 2019.
- [5] P. Serafini và W. Ukovich, “A Mathematical Model for Periodic Scheduling Problems”, *SIAM Journal on Discrete Mathematics*, vol 2, số p.h 4, tr 550–581, 1989, doi: 10.1137/0402049.
- [6] D. C. Kozen, *Automata and computability*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [7] M. A. Odijk, *Construction of Periodic Timetables. Pt. 1. A Cutting Plane Algorithm*. TU Delft, 1994.
- [8] B. Pfahringer, “Conjunctive Normal Form”, *Encyclopedia of Machine Learning*. Springer, tr 209–210, 2010. doi: 10.1007/978-0-387-30164-8_158.
- [9] S. A. Cook, “The complexity of theorem-proving procedures”, trong *Proceedings of the Third Annual ACM Symposium on Theory of Computing*, trong STOC '71. Shaker Heights, Ohio, USA: Association for Computing Machinery, 1971, tr 151–158. doi: 10.1145/800157.805047.

- [10] M. Davis và H. Putnam, “A Computing Procedure for Quantification Theory”, *J. ACM*, vol 7, số p.h 3, tr 201–215, tháng 7 1960, doi: 10.1145/321033.321034.
- [11] M. Davis, G. Logemann, và D. Loveland, “A machine program for theorem-proving”, *Commun. ACM*, vol 5, số p.h 7, tr 394–397, tháng 7 1962, doi: 10.1145/368273.368557.
- [12] J. Marques Silva và K. Sakallah, “GRASP-A new search algorithm for satisfiability”, trong *Proceedings of International Conference on Computer Aided Design*, 1996, tr 220–227. doi: 10.1109/ICCAD.1996.569607.
- [13] T. Balyo, P. Sanders, và C. Sinz, “HordeSat: A Massively Parallel Portfolio SAT Solver”. [Online]. Available at: <https://arxiv.org/abs/1505.03340>
- [14] R. Martins, V. Manquinho, và I. Lynce, “An overview of parallel SAT solving”, *Constraints*, vol 17, tr 304–347, 2012.
- [15] Y. Hamadi, S. Jabbour, và L. Sais, “ManySAT: a parallel SAT solver”, *Journal on Satisfiability, Boolean Modeling and Computation*, vol 6, số p.h 4, tr 245–262, 2010.