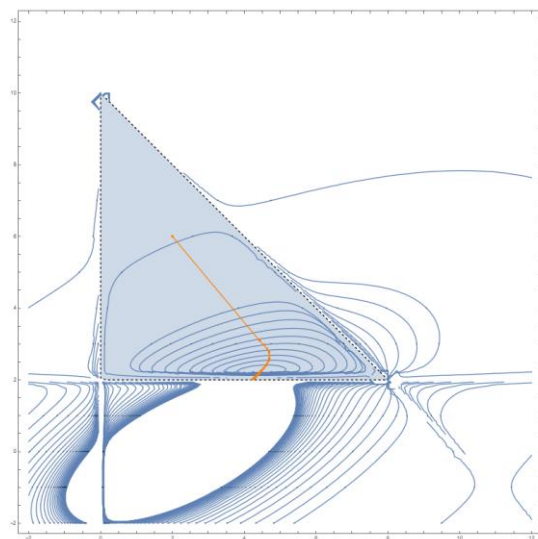
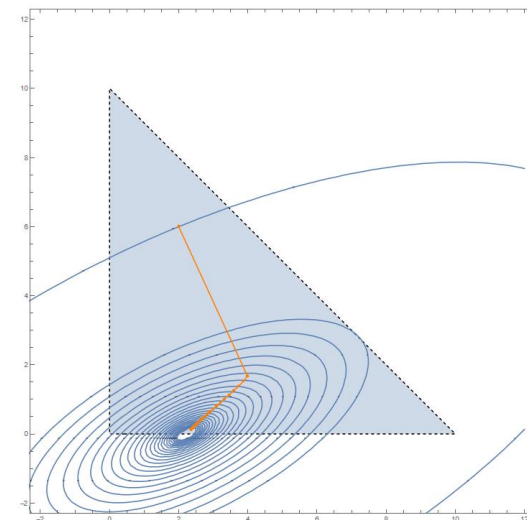


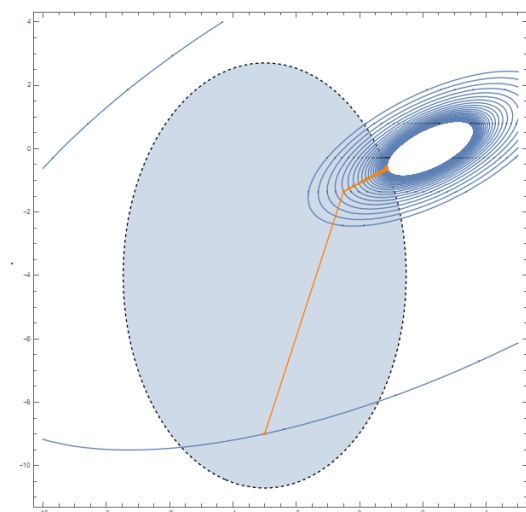
а)



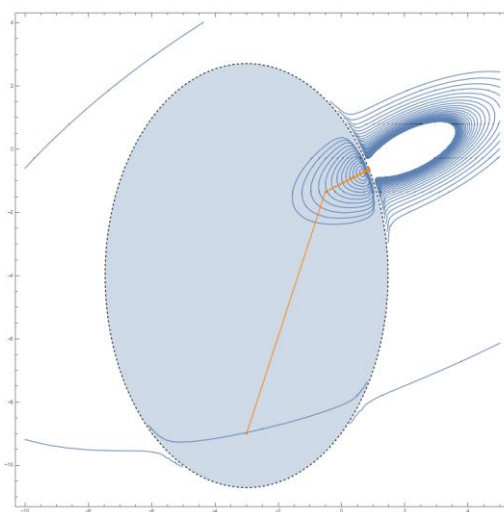
б)



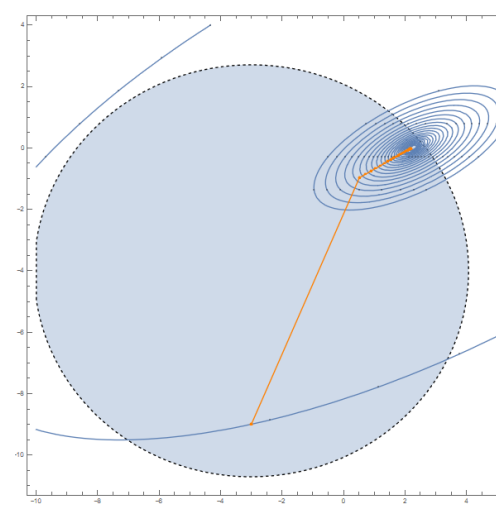
в)



г)

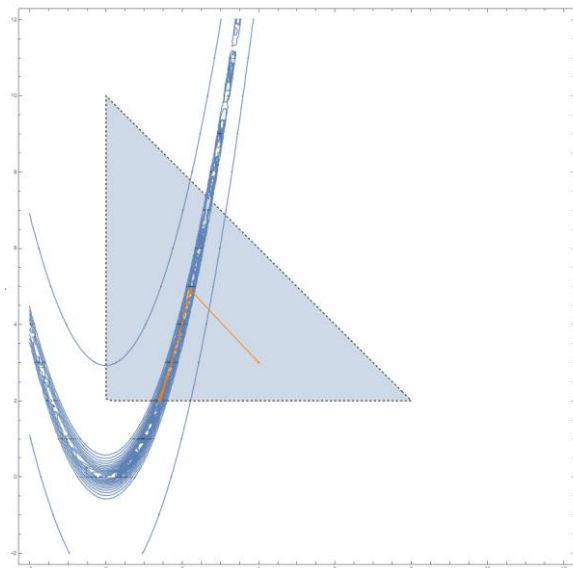


д)

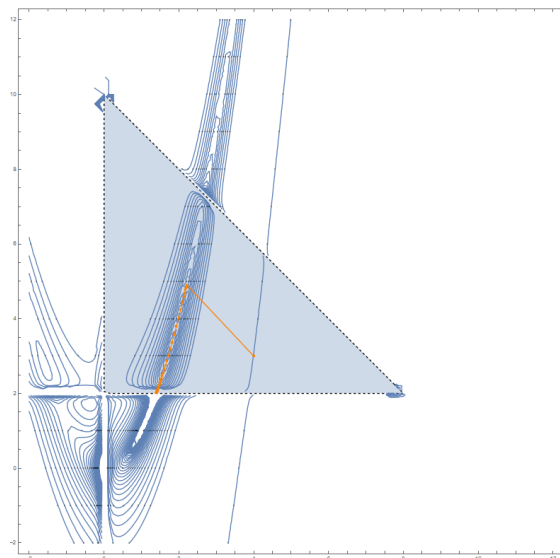


е)

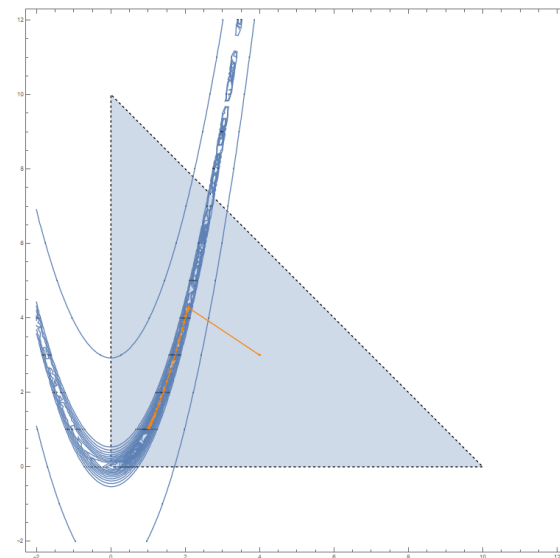
Рис. 1. Визуализация метода внутренних штрафных функций на примере квадратичной функции.



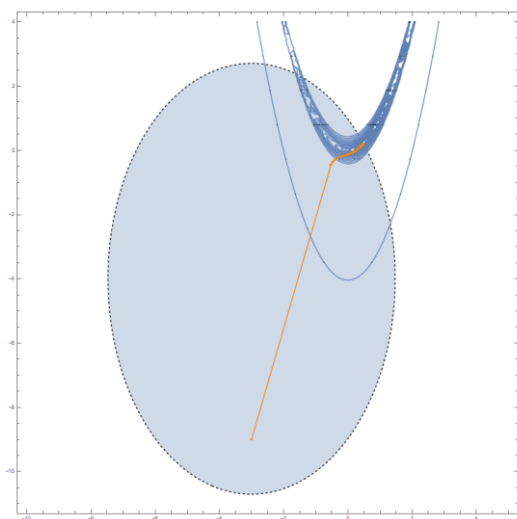
а)



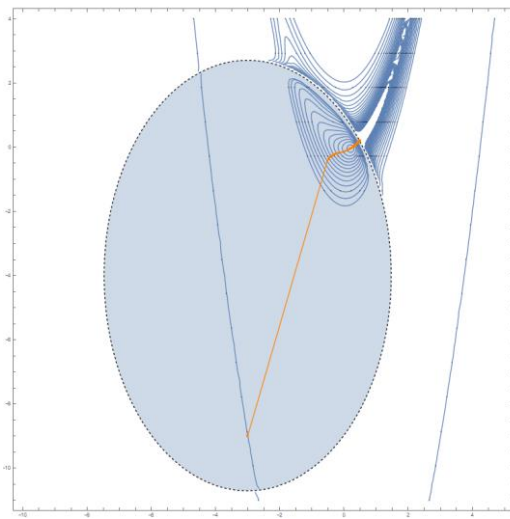
б)



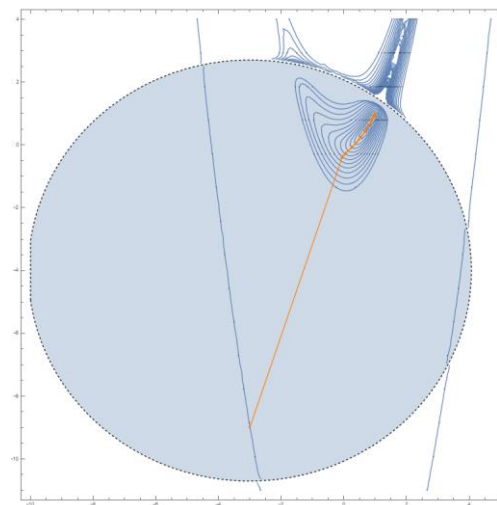
в)



г)

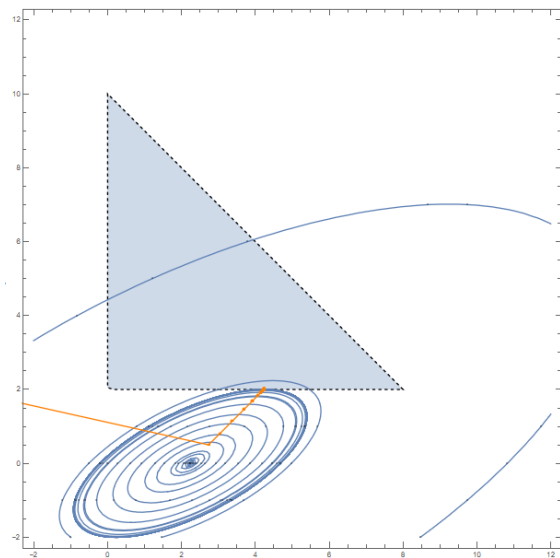


д)

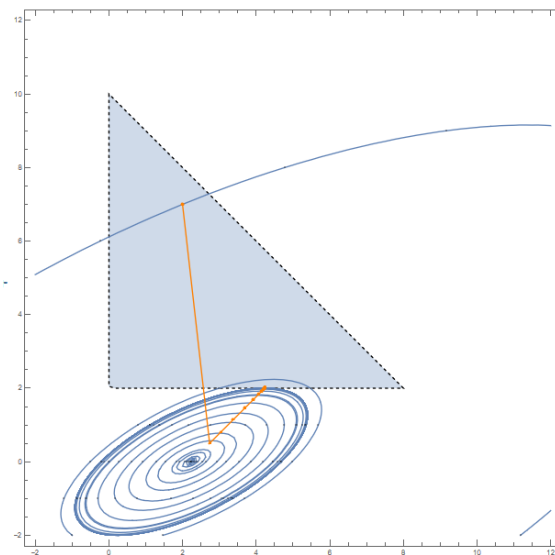


е)

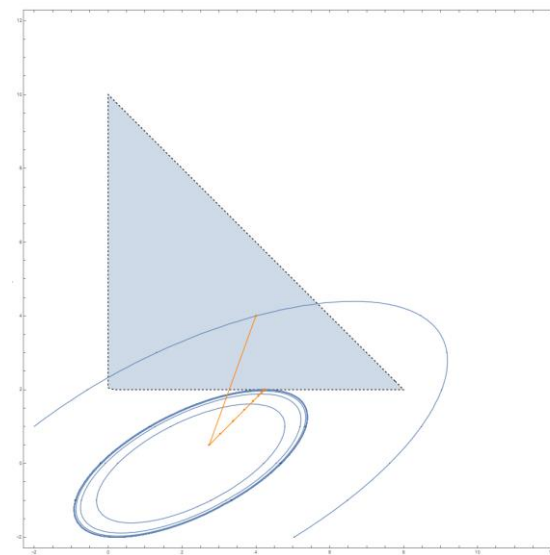
Рис. 2. Визуализация метода внутренних штрафных функций на примере функции Розенброка.



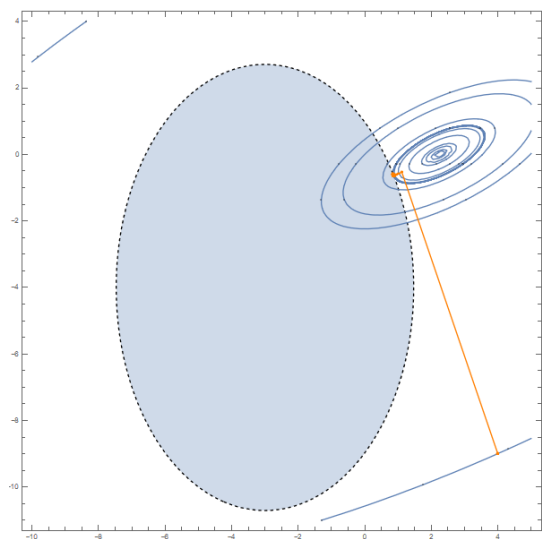
а)



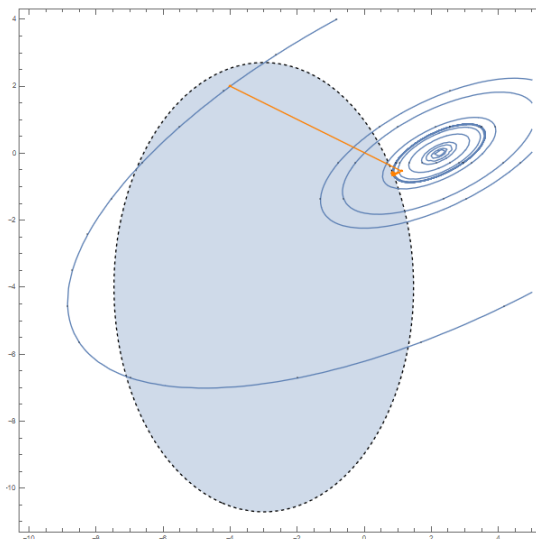
б)



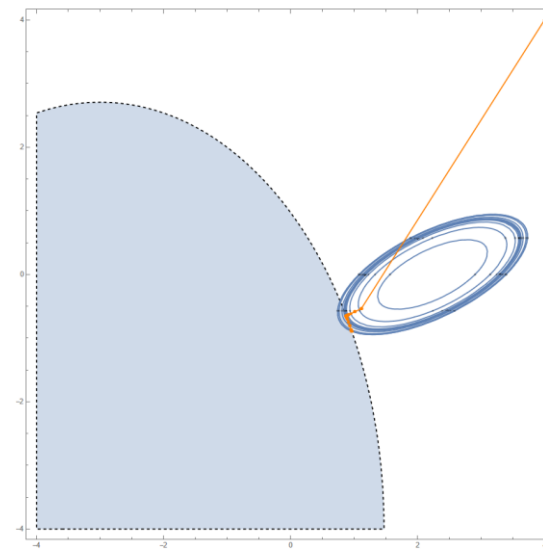
в)



г)

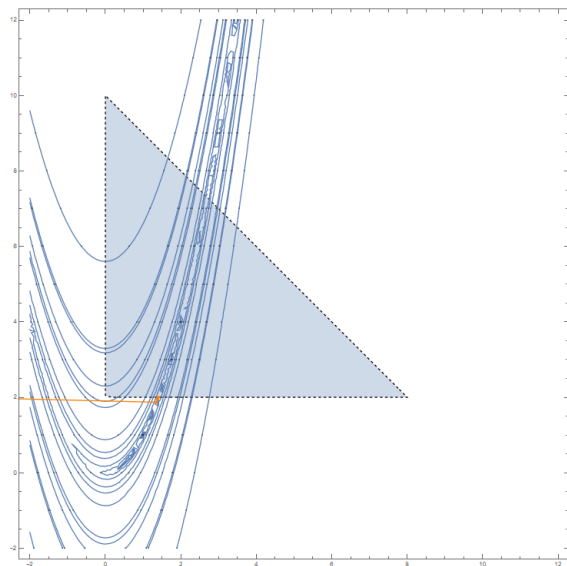


д)

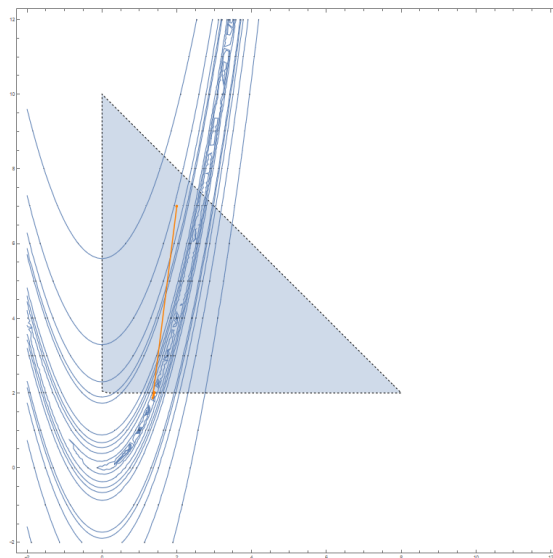


е)

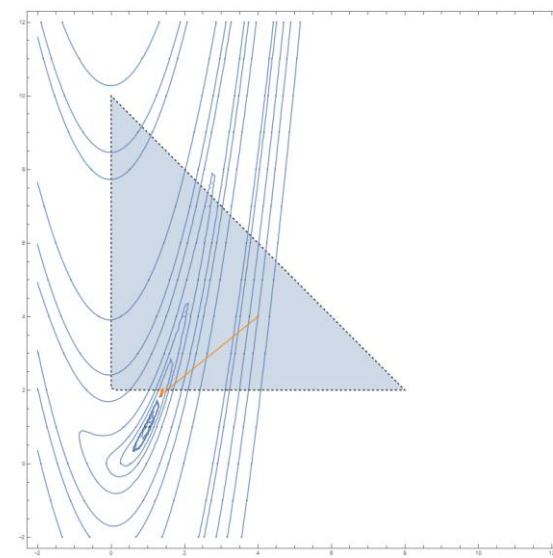
Рис. 3. Визуализация метода внешних штрафных функций на примере квадратичной функции.



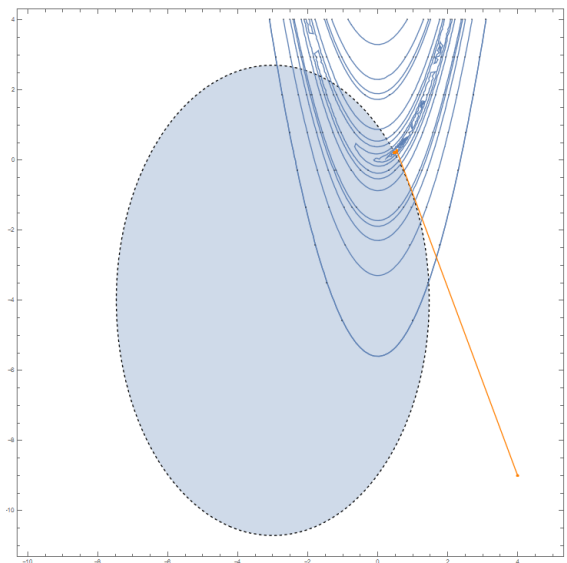
а)



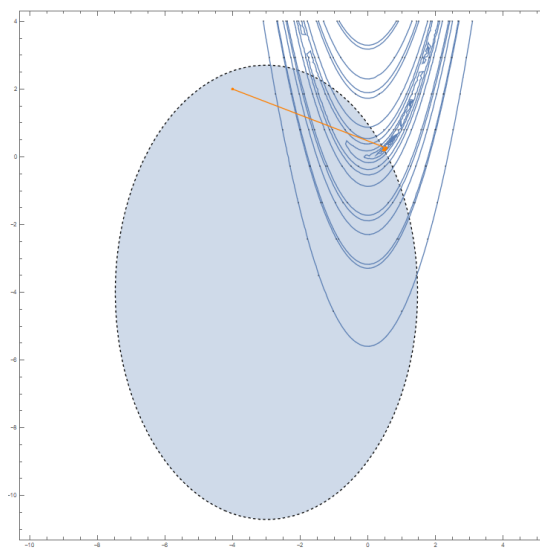
б)



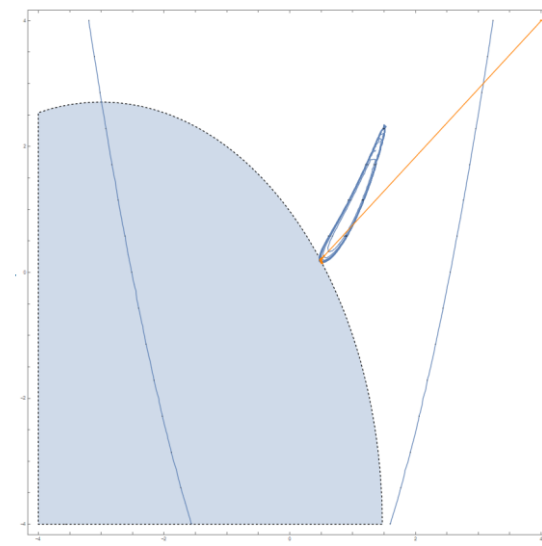
в)



г)



д)



е)

Рис. 4. Визуализация метода внешних штрафных функций на примере функции Розенброка.

Таб. 1 Результаты вычислений в зависимости от Eps (метод внутренних штрафных функций)

| | Квадратичная Функция при Eps=0.01 | Квадратичная Функция при Eps=0.000001 | Функция Розенброка при Eps=0.01, a = 4 | Функция Розенброка при Eps=0.01, a = 80 | Функция Розенброка при Eps=0.000001, a = 4 | Функция Розенброка при Eps=0.000001, a = 80 |
|---------------------------------|-----------------------------------------|---------------------------------------------|-------------------------------------------------|--------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| Кол-во итераций | 28 | 65 | 26 | 7 | 73 | 81 |
| Кол-во вычисления функции | 8473 | 1389362 | 7302 | 35 | 63466 | 84800 |
| Точка минимума | (0,85; -0.65) | (0,874502; - 0.649919) | (0,43 ; 0,13) | (0,42; 0,17) | (0,489168; 0.196105) | (0,474770; 0.222949) |
| Минимальное значение | -3.65 | -3.719868 | 0.33 | 0.34 | 0.268407 | 0.276349 |

Таб. 2 Результаты вычислений в зависимости от Eps (метод внешних штрафных функций)

| | Квадратичная Функция при Eps=0.01 | Квадратичная Функция при Eps=0.000001 | Функция Розенброка при Eps=0.01, a = 4 | Функция Розенброка при Eps=0.01, a = 80 | Функция Розенброка при Eps=0.000001, a = 4 | Функция Розенброка при Eps=0.000001, a = 80 |
|---------------------------------|-----------------------------------------|---------------------------------------------|-------------------------------------------------|--------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| Кол-во итераций | 8 | 22 | 4 | 2 | 23 | 17 |
| Кол-во вычисления функции | 2789 | 1828897 | 816 | 313 | 805020 | 14486 |
| Точка минимума | (0,85; -0.59) | (0,849085; - 0.584563) | (0,50 ; 0,21) | (0,50; 0,25) | (0,507932; 0.160820) | (0,474695; 0.223108) |
| Минимальное значение | -3.69 | -3.687105 | 0.25 | 0.24 | 0.279902 | 0.276341 |

Таб. 3 Результаты вычислений в зависимости от метода вычисления при маленькой точности

| | Квадратичная Функция при Eps=0.01 Метод внутренних штрафных функций | Квадратичная Функция при Eps=0.01 Метод внешних штрафных функций | Функция Розенброка при Eps=0.01, a = 4 Метод внутренних штрафных функций | Функция Розенброка при Eps=0.01, a = 4 Метод внешних штрафных функций | Функция Розенброка при Eps=0.01, a = 80 Метод внутренних штрафных функций | Функция Розенброка при Eps=0.01, a = 80 Метод внешних штрафных функций |
|---------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| Кол-во итераций | 28 | 8 | 26 | 4 | 7 | 2 |
| Кол-во вычисления функции | 8473 | 2789 | 7302 | 816 | 35 | 313 |
| Точка минимума | (0,85; -0.65) | (0,85; -0.59) | (0,43 ; 0,13) | (0,50 ; 0,21) | (0,42; 0,17) | (0,50; 0,25) |
| Минимальное значение | -3.65 | -3.69 | 0.33 | 0.25 | 0.34 | 0.24 |

Таб. 4 Результаты вычислений в зависимости от метода вычисления при большой точности

| | Квадратичная Функция при Eps=0.000001 Метод внутренних штрафных функций | Квадратичная Функция при Eps=0.000001 Метод внешних штрафных функций | Функция Розенброка при Eps=0.000001, a = 4 Метод внутренних штрафных функций | Функция Розенброка при Eps=0.000001, a = 4 Метод внешних штрафных функций | Функция Розенброка при Eps=0.000001, a = 80 Метод внутренних штрафных функций | Функция Розенброка при Eps=0.000001, a = 80 Метод внешних штрафных функций |
|---------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| Кол-во итераций | 65 | 22 | 73 | 23 | 81 | 17 |
| Кол-во вычисления функции | 1389362 | 1828897 | 63466 | 805020 | 84800 | 14486 |
| Точка минимума | (0,874502; - 0.649919) | (0,849085; - 0.584563) | (0,489168; 0.196105) | (0,507932; 0.160820) | (0,474770; 0.222949) | (0,474695; 0.223108) |
| Минимальное значение | -3.719868 | -3.69 | 0.268407 | 0.279902 | 0.276349 | 0.276341 |

Таб. 5 Результаты вычислений в зависимости от начальной точки

| | Функция Розенброка Начальная точка – (0, 0) Метод внутренних штрафных функций | Функция Розенброка Начальная точка – (0, 0) Метод внешних штрафных функций | Функция Розенброка Начальная точка – (0, 50) Метод внутренних штрафных функций | Функция Розенброка Начальная точка – (0, 50) Метод внешних штрафных функций |
|---------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| Кол-во итераций | 73 | 20 | - | 19 |
| Кол-во вычисления функции | 579288 | 561398 | - | 210043 |

Таким образом в лабораторной работе 8 мы рассмотрели методы минимизации функции, заданной на допустимом множестве. К этим методам относятся метод внутренних штрафных функций и внешних штрафных функций. Оба метода относятся к более общему методу – методу барьерных функций.

Данные алгоритмы основаны на добавлении к основной функции функций штрафа. Принципиальная разница заключается в составлении этих самых штрафных функций. Для метода внешних функций они составлены таким образом, что сходимость решения не чувствительна к начальной точке, в отличие от метода внутренних штрафов, для которой принципиально, чтобы начальная точка была внутри допустимой области.