MÔ HÌNH VẬN TẢI

Nhóm Anti - Maiu

Ngày 28 tháng 10 năm 2019

1.1 ĐẶT VẤN ĐỀ

Để tối ưu chi phí vận chuyển hàng hóa từ các nhà cung cấp đến các địa điểm tiêu thụ, ta giải bài toán tìm chi phí nhỏ nhất nói trên thông qua các dữ liệu thu thập được từ hoạt động vận chuyển của các doanh nghiệp.

Bài Toán 1.

Giả sử có m nhà cung cấp $X_i, i = \overline{1, m}$ *và n địa điểm tiêu thụ* $Y_j, j = \overline{1, n}$ *gọi* $a(i,j)$ *là lượng hàng vận chuyển từ* X_i *đến* Y_j *và* $c(i,j)$ *là chi phí vận chuyển tương ứng. Đặt*

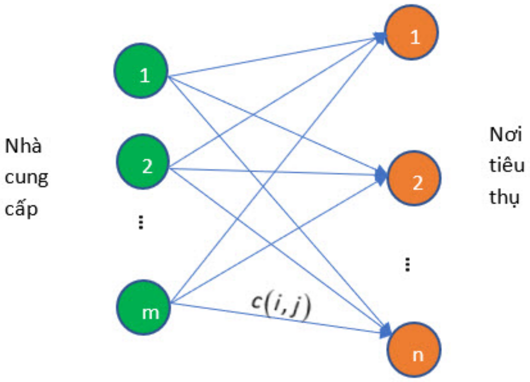
$$C(a) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} a(i,j) . c(i,j)$$

là tổng chi phí vận chuyển. Như vậy, ta cần tìm phương án vận chuyển để $C(a)$ *có giá trị nhỏ nhất.*

Ta mô hình hóa bài toán như sau:
Đặt

$$A = [a\,(i,j)]\,, i = \overline{1,m} \text{ và } j = \overline{1,n}$$

là các phương án vận chuyển từ X_i đến Y_j .
Ta xét một mạng lưới cung cầu cơ bản như sau:



Hình: 1.1.2 Mạng lưới vận chuyển

1.1.3 Một số tính chất

• Lượng hàng hóa phải được vận chuyển từ một số nhà cung cấp đến những nơi tiêu thụ sao cho chi phí vận chuyển là thấp nhất có thể .
• Mỗi nguồn cung chỉ có thể cung ứng một số lượng hàng hóa cố định và mỗi nơi tiêu thụ có sức tiêu thụ cố định.
• Mô hình quy hoạch tuyến tính (linear programing model) có một số ràng buộc cho lượng hàng cung cấp ở mỗi nguồn cung và lượng tiêu thụ ở mỗi nguồn cầu.
• Trong mô hình vận tải cân bằng (balanced) tất cả các ràng buộc đều được thể hiện bởi các phương trình.
• Trong mô hình vận tải không cần bằng (unbalanced) các ràng buộc thể hiện dưới dạng bất phương trình.

1.2 MÔ HÌNH CÂN BẰNG

Mô hình cân bằng là mô hình đảm bảo tổng cung bằng tổng cầu, nghĩa là lượng hàng hóa của nhà cung cấp cân bằng với nhu cầu của khách hàng.

1.2.1 Các giai đoạn

Giai đoạn 1.

Tìm nghiệm cơ bản (Basic Feasible Solution) Tìm ra các nghiệm khả thi cơ bản, nghĩa là ta có một hệ phương trình các ràng buộc, hệ này sẽ có họ các bộ nghiệm. (thường gọi là nghiệm cơ bản)

Giai đoạn 2.

Phương pháp tối ưu nghiệm cơ bản (Optimum basic solution) Kiểm tra lại nghiệm cơ bản và đưa ra kết luận cuối cùng với mức chi phí tối ưu nhất.

Trong mô hình này ta có một số phương pháp tiếp cận dưới đây.

Ví dụ 1.

*Có ba nhà cung cấp (***NCC***) X_1 , X_2 , X_3 có lần lượt có 50, 40, 60 đơn vị hàng hóa* **(đvhh**) *trong kho cung cấp hàng cho ba cơ sở tiêu thụ* **(CSTT)** *Y_1 , Y_2 , Y_3 với mức nhu cầu tiêu thụ lần lượt là 20, 95, 35 đvhh.*

Ta có:
$\sum X_i = 50 + 40 + 60 = 150$ (đvhh), với $i = 1, 2, 3$ và
$\sum Y_j = 20 + 95 + 35 = 150$ (đvhh), với $j = 1, 2, 3$
Như vậy "Tổng cung = Tổng cầu", nên đây là bài toán trong mô hình cân bằng.

Chi phí vận chuyển được cho trong bảng sau:

Tiêu thụ / Cung cấp	Y_1	Y_2	Y_3	Nguồn cung (Supply)
X_1	5	8	4	50
X_2	6	6	3	40
X_3	3	9	6	60
Nhu cầu (Demand)	20	95	35	150

Chi phí

Để giải quyết bài toán trên, ta thực hiện hai giai đoạn nêu trên.

GIAI ĐOẠN 1

Ta có các phương pháp căn bản dưới đây.

Phương pháp 1.

Phương pháp góc Tây Bắc (Northwest Corner Method).

Phương pháp 2.

Hạn chế tối tiểu (Least Cost Method).

Phương pháp 3.

Vogel's approximation method

1.2.2 Phương pháp góc Tây Bắc (Northwest Corner Method).

Mục đích 1.

Phương pháp này giúp ta tối ưu lượng hàng vận chuyển.

1.2.2 Phương pháp góc Tây Bắc (Northwest Corner Method).

Thuật toán 1.

Ta bắt đầu ở ô (1;1) **(ô góc Tây Bắc)** *và phân phối lượng hàng vào các ô của bảng theo quy trình sau:*

- *Cung cấp hết lượng hàng của NCC cho mỗi dòng (row) rồi mới xét đến hàng tiếp theo nếu trong ô đó "cầu ít hơn cung".*
- *Tiếp nhận hết nguồn cung từ NCC cho mỗi cột (column) rồi mới xét đến cột tiếp theo nếu trong ô đó "cung ít hơn cầu".*
- *Kiểm tra xem NCC đã phân phối hết hàng; CSTT đã tiếp nhận đủ nhu cầu lượng hàng và tổng cung bằng tổng cầu thì kết thúc quy trình.*

1.2.2 Phương pháp góc Tây Bắc (Northwest Corner Method)

Để dễ hình dung, ta giải bài toán **Ví dụ 1** nêu trên:

Cung cấp \ Tiêu thụ	Y_1	Y_2	Y_3	Nguồn cung (Supply)
X_1	5 20	8 30	4	50
X_2	6	6 40	3	40
X_3	3	9 25	6 35	60
Nhu cầu (Demand)	20	95	35	150

1.2.2 Phương pháp góc Tây Bắc (Northwest Corner Method)

Mô tả 1.

• *Xét ô Tây Bắc (1,1), nhu cầu 20, NCC có 50 cung cấp lần lượt cho (1,1) là 20 và (1,2) là 30.*
•*Ta xét dòng thứ 2, nhu cầu ở ô (2,2) là 95, NCC có 40 cung cấp hết cho ô (2,2). Khi đó CSTT đã được cung cấp 70 trong tổng nhu cầu là 95.*
• *Ta xét dòng thứ 3, CSTT có nhu cầu 25, NCC có 60 cung cấp đủ phần còn lại cung cấp cho CSTT và kết thúc quy trình.*
• *Ta tính được chi phí là:* $20.5 + 30.8 + 40.6 + 9.25 + 35.6 = \boxed{1015}$

Nhận xét

Ưu điểm	Nhược điểm
• Đơn giản • Tối ưu lượng hàng	• Chủ quan • Chưa chắc tối ưu chi phí

1.2.3 Hạn chế tối tiểu (Least Cost Method)

Mục đích 2.

Phương pháp này giúp ta hạn chế chi phí.

1.2.3 Hạn chế tối tiểu (Least Cost Method)

Thuật toán 2.

• *Chọn ô bắt đầu dựa vào ô có chi phí nhỏ nhất trong bảng giả sử ô đó là* $(X_{i_o}; Y_{j_o})$ *.*
• *Điền* $\min\{X_{i_o}, Y_{j_o}\}$ *vào* $(X_{i_o}; Y_{j_o})$*.*
Lập lại bước đầu tiên cho đến khi "tổng cung = tổng cầu" và kết thúc quy trình.

1.2.3 Hạn chế tối tiểu (Least Cost Method)

Để dễ hình dung, ta lại xét **Ví dụ**

Tiêu thụ / Cung cấp	Y_1	Y_2	Y_3	Nguồn cung (Supply)
X_1	5	8	4	50
X_2	6	6	3	40
X_3	3	9	6	60
Nhu cầu (Demand)	20	95	35	150

1.2.3 Hạn chế tối tiểu (Least Cost Method)

Nhìn vào bảng, ta thấy có hai vị trí có chi phí thấp nhất là (3,1) và (2,3). Thông thường ta ưu tiên cho vị trí có thể cho vào lượng hàng nhiều nhất, do đó ta đi từ ô (2,3)

Tiêu thụ / Cung cấp	Y_1	Y_2	Y_3	Nguồn cung (Supply)
X_1	5 x	8 50	4 x	50
X_2	6 x	6 5	3 35	40
X_3	3 20	9 40	6 x	60
Nhu cầu (Demand)	20	95	35	150

1.2.3 Hạn chế tối tiểu (Least Cost Method)

Mô tả 2.

• *Ở ô (2;3) nhu cầu là 35, NCC có 40 nên điền 35 và xóa hai ô (1;3) và (3;3). Tiếp theo ta tìm ô có chi thấp nhất có thể nhập hàng là ô (3;1).*
• *Ở ô (3;1) nhu cầu là 20, NCC có 60 nên điền 20 và xóa hai ô (1;1) và (2;1). Tiếp tục tìm ô có chi phí thấp nhất có thể nhập hàng là ô (2;2).*
• *Ở ô (2;2) nhu cầu là 95, NCC còn 5 nên điền 5. Ô tiếp theo có chi phí thấp nhất là 8 ở ô (1;2), nhu cầu là 90, NCC có 50 nên điền 50. Còn lại điền 40 vào ô (3;2) và kết thúc quy trình.*
Ta tính được chi phí là: $3.20 + 3.35 + 5.6 + 50.8 + 40.9 = \boxed{955}$

Nhận xét

Ưu điểm	Nhược điểm
• Đơn giản • Hạn chế chi phí	• Chủ quan • Không có trình tự cụ thể

1.2.4 Vogel's approximation method

Định nghĩa 1.

Phương pháp xấp xỉ Vogel hay còn gọi VAM là một quy trình lặp để tìm nghiệm ban đầu của bài toán tối ưu chi phí vận tải.

1.2.4 Vogel's approximation method

Thuật toán 3.

Bước 1: *Tìm hiệu của hai ô có chi phí nhỏ nhất cho từng dòng và từng cột.*
Bước 2: *Chọn dòng có hiệu số lớn nhất vừa tìm được ở* **Bước 1**. *Nếu có hai hiệu số lớn nhất bằng nhau thì ta chọn dòng hoặc cột bất kì.*
Bước 3: *Cho lượng hàng hóa lớn nhất theo ràng buộc cung cầu đã có với chi phí thấp nhất của dòng hoặc cột đó.*
Bước 4: *Xóa dòng hoặc cột đã đủ lượng hàng; lập lại bảng mới và thực hiện lại quy trình trên cho đến khi hoàn tất bảng phân phối cung cầu.*

1.2.4 Vogel's approximation method

Bài Toán 2.

Cho bảng dữ liệu như sau

Cung cấp \ Tiêu thụ	Y_1	Y_2	Y_3	Nguồn cung (Supply)
X_1	5	8	4	50
X_2	6	6	3	40
X_3	3	9	6	60
Nhu cầu (Demand)	20	95	35	150

1.2.4 Vogel's approximation method

Lần 1 : Ta tính được hiệu số chi phí mỗi dòng và cột theo bảng dưới

Tiêu thụ / Cung cấp	Y_1	Y_2	Y_3	Nguồn cung (Supply)	
X_1	5	8	4	50	1
X_2	6	6	3	40	3
X_3	3	9	6	60	3
Nhu cầu (Demand)	20	95	35	150	
	2	2	1		

1.2.4 Vogel's approximation method

Lần 2: Chọn ngẫu nhiên ô (2;3) và điền 35 và đồng thời xóa đi các ô còn lại ở cột 3 và ô cung của còn 5.

Tiêu thụ / Cung cấp	Y_1	Y_2	Y_3	Nguồn cung (Supply)	
X_1	5	8	4 x	50	1
X_2	6	6	3 35	40	3
X_3	3	9	6 x	60	3
Nhu cầu (Demand)	20	95	35	150	
	2	2	1		

1.2.4 Vogel's approximation method

Lần 3: Tiếp tục tìm hiệu số chi phí và chọn ô (3;1) điền 20 đồng thời xóa cột và điền 40 vào ô (3;2). Khi đó cung ở dòng 3 hết.

Tiêu thụ / Cung cấp	Y_1	Y_2	Nguồn cung (Supply)	
X_1	5 x	8	50	3
X_2	6 x	6	5	0
X_3	3 20 →	9 40	60	6
Nhu cầu (Demand)	20	95	115	
	2	2		

1.2.4 Vogel's approximation method

Lần 4: Tiếp tục tìm hiệu số chi phí, điền 50 vào ô (1;2) và 5 vào ô (1;1). Kết thúc quy trình.

Tiêu thụ / Cung cấp	Y_2	Nguồn cung (Supply)	
X_1	8 50	50	8
X_2	6 5	5	6
Nhu cầu **(Demand)**	55	55	
	2		

Chi phí: $35.3 + 20.3 + 40.9 + 50.8 + 5.6 = \boxed{955}$

Nhận xét

Ưu điểm	**Nhược điểm**
Hạn chế một phần chi phí	Khá phức tạp

1.2.5 SƠ KẾT

Ta có thể tìm nghiệm ban đầu của bài toán trên theo một trong ba phương pháp tùy theo nhu cầu của mục đích của doanh nghiệp.
Xét bảng sau

Phương pháp	Chi phí
Phương pháp góc Tây Bắc (Nortwest Corner Method)	1015
Hạn chế chi phí vận chuyển (Least Cost Method)	955
Vogel's approximation method	955

GIAI ĐOẠN 2

Sau khi thực hiện **Giai đoạn 1** bằng một trong các phương pháp trên, ta tìm được nghiệm ban đầu nhưng chưa khẳng định được tính tối ưu của quy trình vì vậy ta cần kiểm tra lại kết quả vừa tìm được và đưa ra kết luận hợp lý.
Để thực hiện được yêu cầu trên, ta có hai phương pháp là

Phương pháp 1.

Stepping – stone

Phương pháp 2.

Modified Distribution (MODI METHOD)

1.2.6 Điều kiện để thực hiện phương pháp kiểm tra tối ưu

Phải có đúng $m + n - 1$ vị trí được cung ứng hàng từ các nhà cung cấp thông qua các phương pháp tìm nghiệm cơ bản đã trình bày như trên. Trong đó m là số nhà cung cấp, n là số cơ sở tiêu thụ.

1.3.7 Stepping – stone method

Ý tưởng của phương pháp này là thêm 1 đvhh vào ô trống (nghĩa là thêm dấu $(+)$, ngược lại bớt đi là thêm dấu $(-)$, sau đó điều chỉnh lượng hàng hóa cho các ô đã xác định trong đường đi đóng vừa vẽ được, sau đó tính xem nếu ta thay đổi như vậy thì chi phí vận chuyển sẽ có khả năng giảm hay không. Nếu chi phí giảm thì ta tìm lại nghiệm tối ưu của bài toán theo quy tắc dưới đây.

1.2.7 Stepping – stone method

Thuật toán 4.

Bước 1: *Xác định nghiệm cơ bản ban đầu.*
Bước 2: *Xem xét các ô còn trống theo quy trình sau:*
a) Chọn một ô trống bất kỳ và vẽ một đường đi đóng sao cho góc của đường đi là các ô đã xác định.
b) Đan dấu (+) và (−), bắt đầu với dấu (+) ở ô đã chọn ở a).
c) Tính phí vận chuyển của quy trình tương ứng dấu đã chèn ở b), người ta gọi là Net Cost Change.
d) Thực hiện lại các bước trên với những ô trống còn lại.

1.2.7 Stepping – stone method

Thuật toán 5.

Bước 3: *Nếu tất cả các Net Cost Change đều không âm thì nghiệm cơ bản thu được ở Giai đoạn 1 đã tối ưu và kết thúc thuật toán. Ngược lại, ta chọn vòng kín có Net Cost Change có giá trị âm lớn nhất (giá trị âm mà giá trị tuyệt đối của nó lớn nhất). Các vị trí cho ra kết quả âm sẽ là các vị trí có thể làm giảm chi phí vận chuyển, từ đó cho ra được chi phí tối ưu.*

Bước 4:

a) Xét các ô đã được đánh $(-)$ *trong đường đi đóng được vẽ từ ô vừa chọn ở bước trên, chọn ô nào có lượng hàng nhỏ nhất.*

b) Chuyển toàn bộ lượng hàng trong ô đó vào các ô được đấu dấu $(+)$*, nghĩa là ô đã chọn sẽ có lượng hàng bằng 0. Điều chỉnh lại lượng hàng trong các ô còn lại thỏa mãn số lượng cung và cầu trong mỗi hàng và cột.*

1.2.7a BÀI TOÁN

Xét bài toán trên, với nghiệm cơ bản tìm được từ phương pháp xấp xỉ Vogel. Ta có kết quả quy trình ở Giai đoạn 1 được ghi lại trong bảng sau:

Tiêu thụ / Cung cấp	Y_1	Y_2	Y_3	Nguồn cung (Supply)
X_1	5	8 / 50	4	50
X_2	6	6 / 5	3 / 35	40
X_3	3 / 20	9 / 40	6	60
Nhu cầu (Demand)	20	95	35	150

1.2.7a BÀI TOÁN

Chọn ô (1;1), thực hiện các bước như trên, ta có một vòng khép kín như bảng dưới đây

Cung cấp \ Tiêu thụ	Y_1	Y_2	Y_3	Nguồn cung (Supply)
X_1	5 +	8 – 50	4	50
X_2	6	6 5	3 35	40
X_3	3 – 20	9 + 40	6	60
Nhu cầu (Demand)	20	95	35	150

$$X_1Y_1 : \Delta = 5 - 8 + 9 - 3 = 3 > 0$$

1.2.7a BÀI TOÁN

Chọn ô (2;1), thực hiện các bước như trên, ta có một vòng khép kín như bảng dưới đây

Tiêu thụ / Cung cấp	Y_1	Y_2	Y_3	Nguồn cung (Supply)
X_1	5	8 50	4	50
X_2	6 +	6 – 5	3 35	40
X_3	3 – 20	9 + 40	6	60
Nhu cầu (Demand)	20	95	35	150

$$X_2 Y_1 : \Delta = 6 - 6 + 9 - 3 = 6 > 0$$

1.2.7a BÀI TOÁN

Chọn ô (1;3), thực hiện các bước như trên, ta có một vòng khép kín như bảng dưới đây

Tiêu thụ / Cung cấp	Y_1	Y_2	Y_3	Nguồn cung (Supply)
X_1	5	8 – 50	4 +	50
X_2	6	6 + 5	3 – 35	40
X_3	3 20	9 40	6	60
Nhu cầu (Demand)	20	95	35	150

$$X_1 Y_3 : \Delta = 4 - 3 + 6 - 8 = -1 < 0$$

1.2.7a BÀI TOÁN

Chọn ô (3;3), thực hiện các bước như trên, ta có một vòng khép kín như bảng dưới đây

Tiêu thụ / Cung cấp	Y_1	Y_2	Y_3	Nguồn cung (Supply)
X_1	5	8 50	4	50
X_2	6	6 + 5	3 − 35	40
X_3	3 20	9 − 40	6 +	60
Nhu cầu (Demand)	20	95	35	150

$$X_3Y_3 : \Delta = 6 - 9 + 6 - 3 = 0$$

1.2.7a BÀI TOÁN

Tóm tắt lại các bước đi trong bảng sau đây:

Ô bắt đầu	Đường đi
X_1Y_1	$X_1Y_1 \to X_1Y_2 \to X_3Y_2 \to X_3Y_1$
X_2Y_1	$X_2Y_1 \to X_2Y_2 \to X_3Y_2 \to X_3Y_1$
X_1Y_3	$X_1Y_3 \to X_2Y_3 \to X_2Y_2 \to X_2Y_1$
X_3Y_3	$X_3Y_3 \to X_3Y_2 \to X_2Y_2 \to X_2Y_3$

1.2.7a BÀI TOÁN

Ta nhận thấy ô (1;3) cho giá trị âm nghĩa là nghiệm cơ bản chưa tối ưu, nên trong hai ô mang dấu (−) chọn ô có lượng hàng nhỏ hơn để điền vào ô trống, ở đây cụ thể là điền vào ô (1;3) lượng 35. Ta có bảng mới như sau

Tiêu thụ / Cung cấp	Y_1	Y_2	Y_3	Nguồn cung (Supply)
X_1	5	8 15	4 35	50
X_2	6	6 40	3	40
X_3	3 20	9 40	6	60
Nhu cầu (Demand)	20	95	35	150

1.2.7a BÀI TOÁN

Thực hiện tương tự, ta có bảng tóm tắt đường đi

Ô bắt đầu	Đường đi	Net Cost Change
X_1Y_1	$X_1Y_1 \to X_1Y_2 \to X_3Y_2 \to X_3Y_1$	$\Delta = 5 - 8 + 9 - 3 = 3 > 0$
X_2Y_1	$X_2Y_1 \to X_2Y_2 \to X_3Y_2 \to X_3Y_1$	$\Delta = 6 - 6 + 9 - 3 = 6 > 0$
X_2Y_3	$X_2Y_3 \to X_2Y_2 \to X_1Y_2 \to X_1Y_3$	$\Delta = 3 - 6 + 8 - 4 = 1 > 0$
X_3Y_3	$X_3Y_3 \to X_3Y_2 \to X_1Y_2 \to X_1Y_3$	$\Delta = 6 - 9 + 6 - 3 = 0$

Khi đó chi phí tối ưu, có giá trị là: $15.8 + 35.4 + 40.6 + 20.3 + 40.9 = \boxed{920}$

1.2.8 Modified Distribution Method (MODI)

Định nghĩa 2.

Phương pháp MODI là phiên bản đã cải tiến của phương pháp Stepping Stone để tìm ra nghiệm tối ưu cho bài toán. Phương pháp này được sử dụng khi số lượng nhà cung cấp và nơi tiêu thụ lớn mà phương pháp Stepping Stone không làm được. Trong MODI, ta sẽ tính toán để tìm các giá trị Net Cost Change và chỉ cần vẽ duy nhất một đường đi đóng thay vì phải vẽ mọi đường đi đóng như trong Stepping Stone.

1.2.8 Modified Distribution Method (MODI)

Thuật toán 6.

Bước 1: *Xác định nghiệm ban đầu của bài toán bằng một trong ba phương pháp ở Giai đoạn 1. Nghiệm ban đầu phải có đúng $m + n - 1$ ô được xác định.*

Bước 2: *Ta thêm cột u_i với i = 1,. . . , vào bên trái bảng, và dòng v_j với j = 1,. . . , vào dưới cùng bảng. Tính các giá trị u_i, v_j của các ô đã xác định trong* **Bước 1**, *ta dùng công thức $c_{ij} = u_i + v_j$ với là chi phí vận chuyển ở ô $(i; j)$. Để tìm nghiệm của hệ phương trình này, ta đặt u_i hoặc v_j bất kì bằng 0 rồi giải tìm các nghiệm còn lại và điền vào các ô u_i và v_j tương ứng trong bảng.*

Bước 3: *Tính giá trị $\Delta_{ij} = c_{ij} - (u_i + v_j)$*

a) Nếu tất cả các giá trị $\Delta_{ij} \geqslant 0$, ta đã tìm được nghiệm tối ưu.

b) Nếu có vài giá trị Δ_{ij} âm thì nghiệm hiện tại chưa tối ưu. Chọn ô cho giá trị Δ_{ij} âm lớn nhất và vẽ vòng kín và điền lần lượt dấu (+) và (−) theo nguyên tắc của phương pháp Stepping Stone.

1.2.8 Modified Distribution Method (MODI)

Thuật toán 7.

Bước 4: *Xét các ô đã được đánh dấu* $(-)$ *trong đường đi đóng được vẽ từ ô vừa chọn ở bước trên, chọn ô nào có lượng nào nhỏ nhất. Chuyển toàn bộ lượng hàng trong ô đó vào các ô được đấu dấu* $(+)$*, nghĩa là ô đã chọn sẽ có lượng hàng bằng 0. Điều chỉnh lại lượng hàng trong các ô còn lại thỏa mãn số lượng hàng cung và cầu trong mỗi hàng và cột.*

Bước 5: *Thực hiện lại các bước 2 - 4 với bảng hàng hóa và chi phí mới. Thuật toán dừng lại khi tất cả những giá trị* $\Delta_{ij} \geqslant 0$ *. Khi đó ta nhận được nghiệm tối ưu của bài toán.*

1.2.8a BÀI TOÁN

Ta dùng kết quả thu được từ phương pháp xấp xỉ Vogel để thực hiện phương pháp này

Cung cấp \ Tiêu thụ	Y_1	Y_2	Y_3	Nguồn cung (Supply)
X_1	5	8 50	4	50
X_2	6	6 5	3 35	40
X_3	3 20	9 40	6	60
Nhu cầu (Demand)	20	95	35	150

1.2.8a BÀI TOÁN

Ta thực hiện quy tắc của MODI như sau

Tiêu thụ / Cung cấp	Y_1	Y_2	Y_3	Nguồn cung (Supply)	u_i
X_1	5	8 50	4	50	0
X_2	6	6 5	3 35	40	
X_3	3 20	9 40	6	60	
Nhu cầu (Demand)	20	95	35	150	
v_j					

Áp dụng: $C_{ij} = u_i + v_j$. Chọn $u_1 = 0$, ta có: $c_{12} = u_1 + v_2 \Rightarrow v_2 = 8$. Tương tự, ta có

$c_{22} = u_2 + v_2 \Rightarrow u_2 = -2$	$c_{32} = u_3 + v_2 \Rightarrow u_3 = 9 - 8 = 1$
$c_{31} = u_3 + v_1 \Rightarrow v_1 = 3 - 1 = 2$	$c_{23} = u_2 + v_3 \Rightarrow v_3 = 3 - (-2) = 5$

1.2.8a BÀI TOÁN

Ta được bảng điều chỉnh sau

Tiêu thụ / Cung cấp	Y_1	Y_2	Y_3	Nguồn cung (Supply)	u_i
X_1	5	8 50	4	50	0
X_2	6	6 5	3 35	40	-2
X_3	3 20	9 40	6	60	1
Nhu cầu (Demand)	20	95	35	150	
v_j	2	8	5		

1.2.8a BÀI TOÁN

Ta áp dụng $\Delta_{ij} = c_{ij} - (u_i + v_j)$

$\Delta_{11} = c_{11} - (u_1 + v_1) = 3$	$\Delta_{21} = c_{21} - (u_2 + v_1) = 6$
$\Delta_{13} = c_{13} - (u_1 + v_3) = -1$	$\Delta_{33} = c_{33} - (u_3 + v_3) = 0$

1.2.8a BÀI TOÁN

Chọn ô (1;3), ta có đường đi đóng như bảng sau

Tiêu thụ / Cung cấp	Y_1	Y_2	Y_3	Nguồn cung (Supply)
X_1	5	8 − 50	4 +	50
X_2	6	6 + 5	3 − 35	40
X_3	3 20	9 40	6	60
Nhu cầu (Demand)	20	95	35	150

1.2.8a BÀI TOÁN

Trong hai ô mang dấu $(-)$ chọn ô có lượng hàng nhỏ hơn để điền vào ô trống, ở đây cụ thể là điền vào ô (1;3) lượng 35. Sau khi điều chỉnh lại lượng hàng hóa ở các ô khác, ta có bảng mới như sau:

Tiêu thụ / Cung cấp	Y_1	Y_2	Y_3	Nguồn cung (Supply)
X_1	5	8 15	4 35	50
X_2	6	6 40	3	40
X_3	3 20	9 40	6	60
Nhu cầu (Demand)	20	95	35	150

Lặp lại phương pháp MODI, ta tìm được nghiệm tối ưu là:
$15.8 + 35.4 + 40.6 + 20.3 + 40.9 = \boxed{920}$.

Nhận xét

Ưu điểm	Nhược điểm
Không cần thực hiện với nhiều đường đi đóng, dùng cho các mô hình vận tải lớn	Tính toán nhiều

1.3 MÔ HÌNH KHÔNG CÂN BẰNG

Bài toán vận tải có tổng của lượng hàng cung cấp và nhu cầu không bằng nhau được gọi là bài toán vận tải không cân bằng. Trong thực tế, chúng ta thường gặp các bài toán không cân bằng hơn là các bài toán cân bằng. Đối với các bài toán không cân bằng, ta bổ sung các "NCC ảo" **(dummy column)** hoặc "nơi tiêu thụ ảo" **(dummy row)** để bài toán trở nên cân bằng rồi giải bằng các phương pháp đã đưa ra trong mô hình cân bằng.

1.3.1 Thuật toán

Thuật toán 8.

Bước 1: *Tìm nghiệm cơ bản ban đầu Thêm vào một dòng ảo (Cầu > Cung) hoặc cột ảo (Cung > Cầu) với chi phí là 0 ở các ô ảo rồi thực hiện tìm nghiệm cơ bản ban đầu bằng một trong ba phương pháp: Northwest Corner Method, Least Cost Method, VAM Method.*
Bước 2: *Nếu nghiệm cơ bản ban đầu cho ra ô đã xác định, ta thực hiện phương pháp Stepping Stone hoặc MODI để kiểm tra và đưa ra nghiệm tối ưu. Nếu nghiệm cơ bản ban đầu có số lượng ô xác định nhỏ hơn m+n-1, ta nói bài toán bị suy biến (degeneracy), khi đó cả phương pháp Stepping Stone và MODI đều không thể thực hiện được.*

1.3.1 Thuật toán

Thuật toán 9.

Bước 3: Degenaracy *Để có thể xây dựng một đường đi kín, ta sẽ chọn một ô chưa xác định bất kì để gán vào đó một lượng hàng ảo là 0. Khi đó ta xem ô này là một ô đã được xác định trong nghiệm cơ bản. Vậy lúc này nghiệm cơ bản đã có m+n-1 ô đã xác định. Ta tiếp tục bài toán với phương pháp Stepping Stone hoặc MODI. Tuy nhiên khi ta chọn một ô bất kì như vậy, sẽ có trường hợp ta không vẽ được tất cả các đường đi kín trong phương pháp Stepping Stone. Trong trường hợp này, ta phải chọn một ô khác để gán lượng hàng ảo 0 cho đến khi ta có thể vẽ được tất cả các đường đi kín cho tất cả các ô chưa xác định. Thực chất thì trong đa số trường hợp ta chọn ô gán lượng hàng bằng 0, có nhiều hơn một ô mà từ đó có thể thực hiện Stepping Stone.*

1.3.2 Một số ví dụ

1.3.2a Bài toán Cầu > Cung
Dữ liệu cung cầu cho trong bảng dưới đây:

Cung cấp \ Tiêu thụ	Y_1	Y_2	Y_3	Nguồn cung (Supply)
X_1	6	8	10	150
X_2	7	11	11	175
X_3	4	5	12	275
Nhu cầu (Demand)	200	100	350	

$$\sum \text{cầu} = 200 + 350 + 100 = 650 > \sum \text{cung} = 150 + 175 + 275 = 600$$

1.3.2 Một số ví dụ

Ta thêm vào một dòng ảo.

Tiêu thụ / Cung cấp	Y_1	Y_2	Y_3	Nguồn cung (Supply)
X_1	6	8	10	150
X_2	7	11	11	175
X_3	4	5	12	275
Dummy	0	0	0	50
Nhu cầu (Demand)	200	100	350	650

1.3.2 Một số ví dụ

1.3.2b Bài toán Cầu $<$ Cung

Dữ liệu cung cầu cho trong bảng dưới đây:

Tiêu thụ / Cung cấp	Y_1	Y_2	Y_3	Nguồn cung (Supply)
X_1	6	8	10	150
X_2	7	11	11	175
X_3	4	5	12	375
Nhu cầu (Demand)	200	100	350	

$$\sum \text{cầu} = 200 + 350 + 100 = 650 < \sum \text{cung} = = 150 + 175 + 375 = 700$$

1.3.2 Một số ví dụ

1.3.2b Bài toán Cầu < Cung

Ta thêm vào một cột ảo.

Tiêu thụ / Cung cấp	Y_1	Y_2	Y_3	Dummy	Nguồn cung (Supply)
X_1	6	8	10	0	150
X_2	7	11	11	0	175
X_3	4	5	12	0	375
Nhu cầu (Demand)	200	100	350	50	700

1.3.2 Một số ví dụ

1.3.2c Degenaracy

Ta có dữ liệu cung cầu cho trong bảng dưới đây

Chọn ô ảo là ô (1;1), ta hoàn toàn có thể vẽ được tất cả các đường đi kín như trong **Phương pháp stepping – stone** và kết luận nghiệm tối ưu.

Tiêu thụ / Cung cấp	Y_1	Y_2	Y_3	Nguồn cung (Supply)
X_1	6 0	8 100	10 50	150
X_2	7	11	11 250	250
X_3	4 200	5	12	200
Nhu cầu (Demand)	200	100	300	600

Tuy nhiên, cũng hệ dữ liệu này, nếu ta chọn ô ảo là ô (2;2) thì không thể vẽ được tất cả các đường đi kín như đã nói ở trên.

2. THAM KHẢO

[1] Wikipedia, Transportation theory (mathematics),
https://tinyurl.com/y66h422g
[2] Ignou The People's university, Unit 4 Transportation Problem,
https://tinyurl.com/yyfegzps
[3] Técnico Lisboa, B Transportation and Assignment Solution Methods,
https://tinyurl.com/y476mw2c
[4] msn007, SlideShare, Transportation Model,
https://tinyurl.com/yyw8esek
[5] Business Jargon, North-West Corner Rule,
https://businessjargons.com/north-west-corner-rule.html

2. THAM KHẢO

[6] Business Jargon, Least Cost Method, https://businessjargons.com/least-cost-method.html
[7] Business Jargon, Vogel's Approximation Method, https://businessjargons.com/vogels-approximation-method.html
[8] Wikipedia, Bài Toán Vận Tải, https://tinyurl.com/yxbyttb4
[9] AtoZmath, Stepping Stone Method, https://tinyurl.com/y5ztq9ak
[10] Universal Teacher Publications, Stepping Stone Method Examples: Transportation Problem, https://tinyurl.com/y68c2hjl