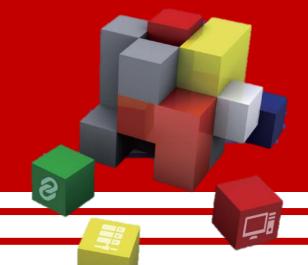
数語館物數程

(Python语言描述)

◎ 李春葆 主编 蒋林 李筱驰 副主编

第3章栈和队列





提纲

CONTENTS

队列的定义

顺序队

链队

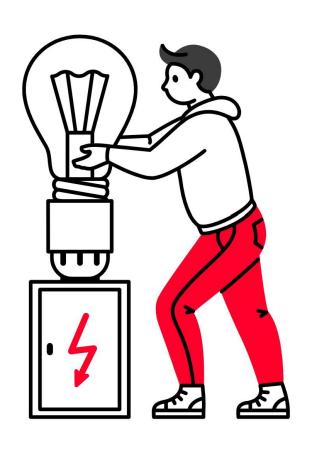
Python中的双端队列deque

队列的综合应用

双端队列

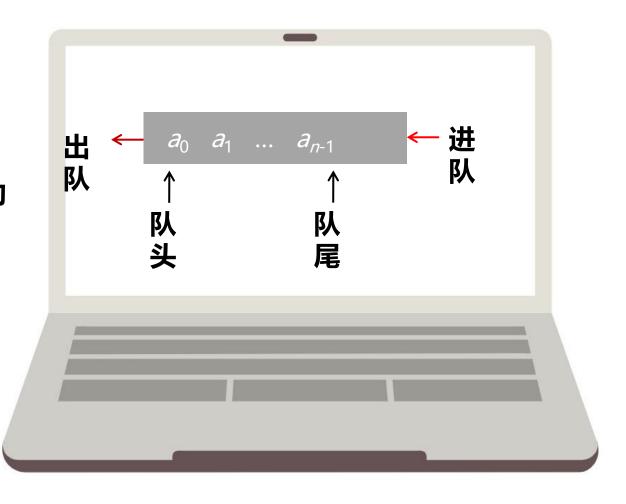
优先队列

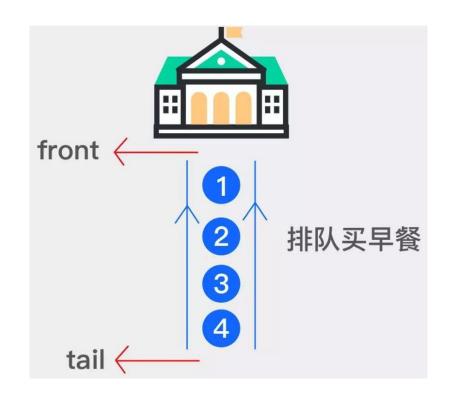




队列的定义

- · 队列(queue)是一种只能在不同端进行插入或删除操作的线性表。
- · 进行插入的一端称做队尾 (rear) , 进行删除的 一端称做队头或队首 (front) 。
- · 队列的插入操作通常称为进队或入队 (push), 队列的删除操作通常称为出队或离队 (pop)。





先买餐的人先出队





队列的主要特点:

- 先进先出,即先进队的元素先出队。
- · 每次进队的元素作为新队尾元素, 每次出队的元素只能是队头的元素。
- · 队列也称为<mark>先进先出</mark>表。

```
ADT Queue
数据对象:
  D = \{ai \mid 0 \le i \le n-1, n \ge 0\}
数据关系:
  R=\{r\}
  r=\{\langle ai, ai+1 \rangle \mid ai, ai+1 \in D, i=0, ..., n-2\}
基本运算:
  empty():判断队列是否为空,若队列为空,返回真,否则返回假。
  push(e): 进队,将元素e进队作为队尾元素。
  pop(): 出队,从队头出队一个元素。
  gethead(): 取队头,返回队头元素而不出队。
```



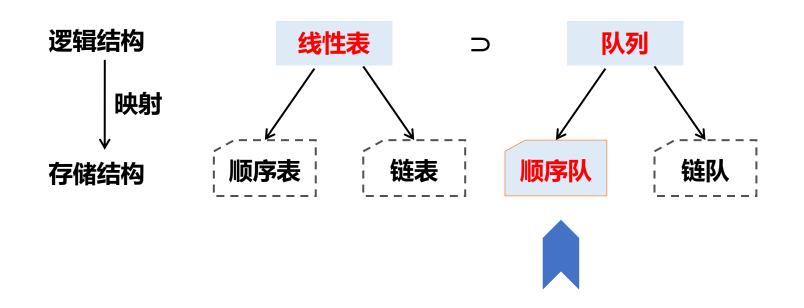


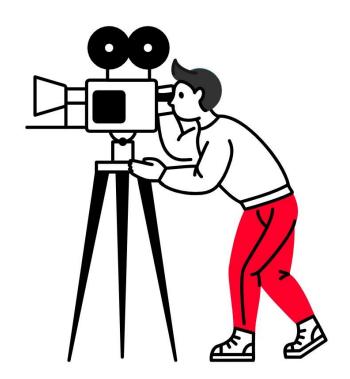
【例3.10】若元素进队顺序为1234,能否得到3142的出队序列?

解:进队顺序为1234,则出队的顺序也为1234 (先进先

出),所以不能得到3142的出队序列。

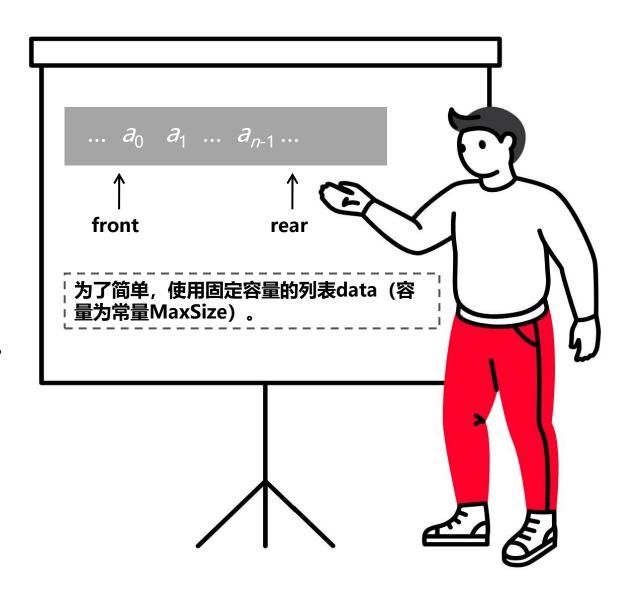
队列的实现方式







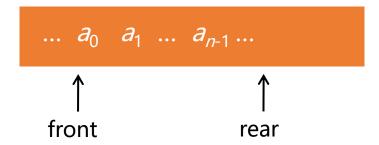
- · 用data列表来存放队列中元素。
- · 队头指针为front (实际上是队头元素的前一个位置),
- · 队尾指针为rear (正好是队尾元素的位置)。



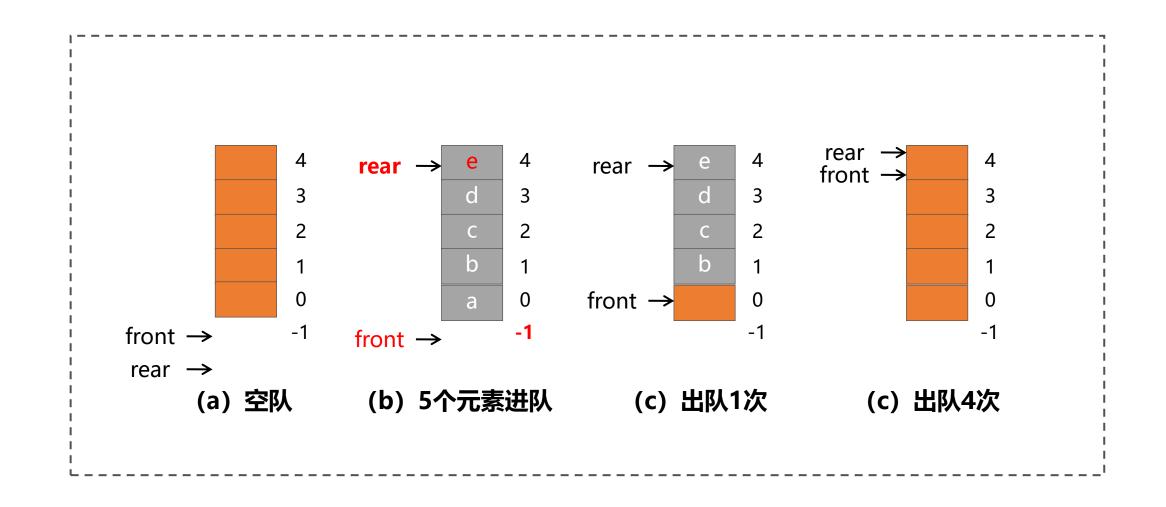


1.非循环队列

- 初始时置front和rear均为-1 (front==rear)
- · 元素进队, rear增加1
- · 元素出队列,front增加1







初始时置front和rear均为-1 (front==rear) ,该顺序队的四要素如下:

队空条件: front==rear。

- 队满(上溢出)条件: rear==MaxSize-1 (因为每个元素进队都让rear增1, 当 rear到达最大下标时不能再增加。
- 一元素e<mark>进队操作</mark>:rear增1,将元素e放在该位置(进队的元素总是在尾部插入的)。
- 出队操作: front增1, 取出该位置的元素(出队的元素总是在队头出来的)。







MaxSize=100 #假设容量为100

class SqQueue: #非循环队列类

def init (self): #构造方法

self.data=[None]*MaxSize #存放队列中元素

self.front=-1

self.rear=-1

#队头指针

#队尾指针

#队列的基本运算算法



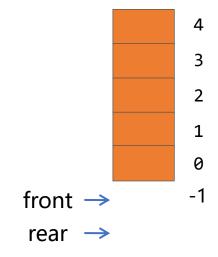
非循环队列的基本运算算法

(1) 判断队列是否为空empty()



def empty(self): #判断队列是否为空

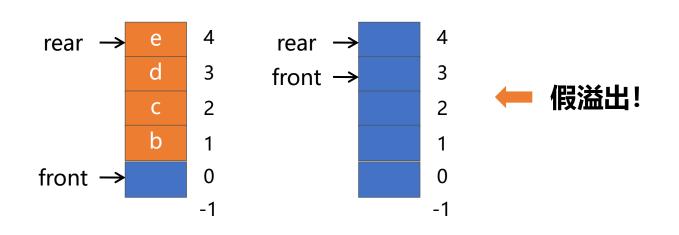
return self.front==self.rear





(2) 进队push(e)

```
def push(self,e): #元素e进队
assert not self.rear==MaxSize-1 #检测队满
self.rear+=1
self.data[self.rear]=e
```









def pop(self): assert not self.empty() self.front+=1 return self.data[self.front] #出队元素 #检测队空





(4) 取队头元素gethead()

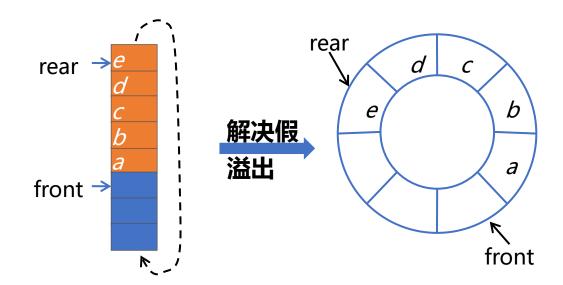
```
def gethead(self): #取队头元素 assert not self.empty() #检测队空 return self.data[self.front+1]
```



2. 循环队列

· 把data数组的前端和后端连接起来,形成一个循环数组,即把存储队列元素的表从逻辑上看成一个环,称为循环队列 (也称为环形队列)。

MaxSize=8

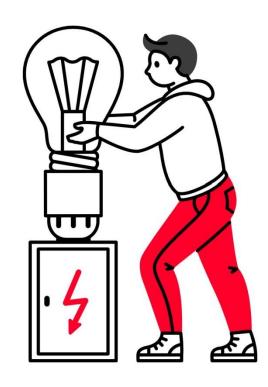




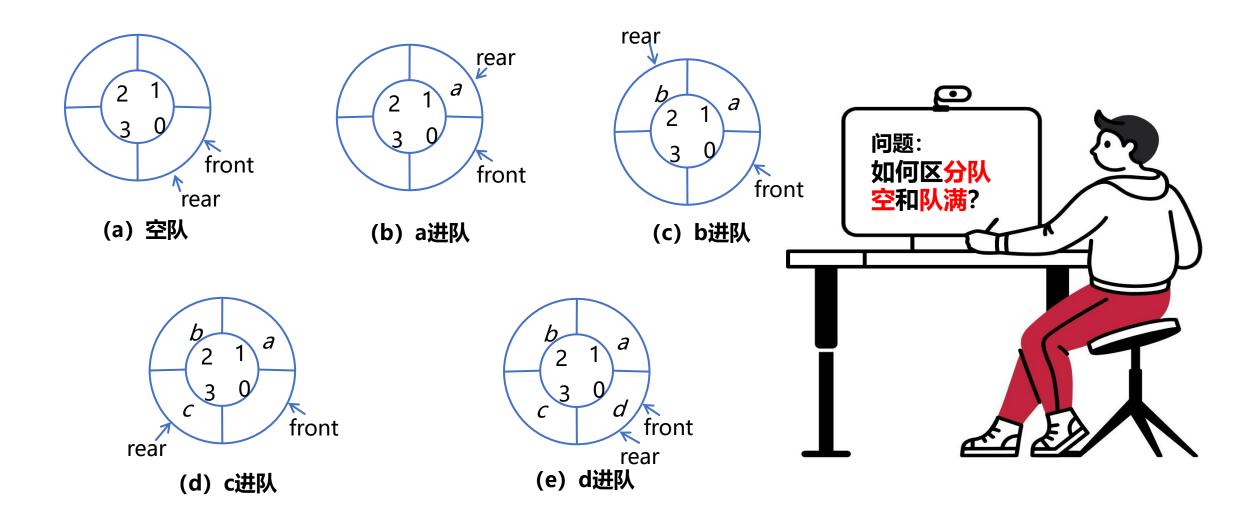
循环队列<mark>首尾</mark>相连,当队尾指针rear=MaxSize-1时, 再前进一个位置就应该到达0位置,这可以利用数学上 的求余运算(%)实现:

队首指针循环进1: front=(front+1)%MaxSize

队尾指针循环进1: rear=(rear+1)%MaxSize



MaxSize=4, 初始front=rear=0





- · 顺序队(含循环队列和非循环队列)通过front和rear标识队 列状态,一般是采用它们的相对值即|front-rear|实现的。
- ・ 若data数组的容量为m,则队列的状态有m+1种,分别是队空、队中有1个元素、队中有2个元素、…、队中有m个元素(队满)。
- front和rear的取值范围均为0~m-1,这样|front-rear|只有m个值。
- 显然m+1种状态不能直接用|front-rear|区分,因为必定有两种状态不能区分。
- · 为此让队列中最多只有m-1个元素,这样队列恰好只有m种状态了,就可以通过front和rear的相对值区分所有状态了。



在规定队中最多只有m-1个元素时,设置队空条件仍然是rear==front。当队列 有m-1个元素时一定满足(rear+1)%MaxSize==front。

这样,循环队列在初始时置front=rear=0,其四要素如下:

- 队空条件: rear==front。
- · <mark>队满条件: (rear+1)%MaxSize==front (相当于试探进队一次,若rear达到front,则认为队满了)。</mark>
- · 元素e进队: rear=(rear+1)%MaxSize,将元素e放 置在该位置。
- · 元素出队: front=(front+1)%MaxSize, 取出该位置 的元素。







循环队列类SqQueue

MaxSize=100

#全局变量,假设容量为100

class CSqQueue:

#循环队列类

def __init__(self):

#构造方法

self.data=[None]*MaxSize

#存放队列中元素

self.front=0

#队头指针

self.rear=0

#队尾指针

#队列的基本运算算法



循环队列的基本运算算法

(1) 判断队列是否为空empty()

def empty(self):

#判断队列是否为空

return self.front==self.rear





(2) 进队push(e)

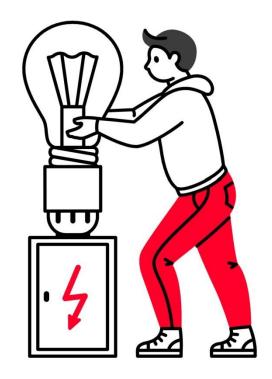
def push(self,e):

#元素e进队

assert (self.rear+1)%MaxSize!=self.front #检测队满

self.rear=(self.rear+1)%MaxSize

self.data[self.rear]=e







(3) 出队pop()

def pop(self):

#出队元素

assert not self.empty()

#检测队空

self.front=(self.front+1)%MaxSize

return self.data[self.front]

(4) 取队头元素gethead()

def gethead(self): #取队头元素

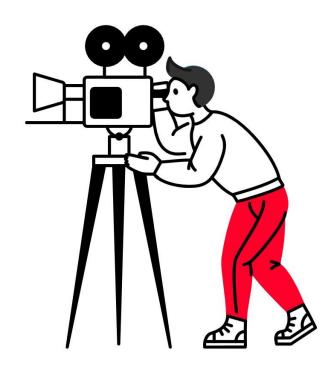
assert not self.empty() #检测队空

head=(self.front+1)%MaxSize #求队头元素的位置

return self.data[head]



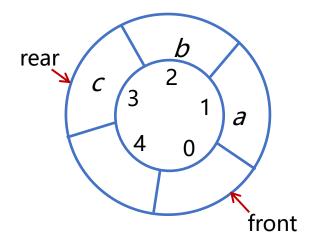
【例3.11】在CSqQueue循环队列类中增加一个求元素个数的算法size()。对于一个整数循环队列qu,利用队列基本运算和size()算法设计进队和出队第k(k≥1,队头元素的序号为1) 个元素的算法。





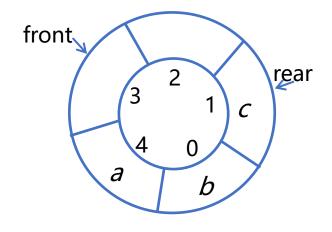


MaxSize=5



cnt=(rear-front+MaxSize)=8 x





cnt=(rear-front)=-2
$$\times$$





cnt=(rear-front+MaxSize)%MaxSize=3 $\sqrt{\text{cnt}=(\text{rear-front}+\text{MaxSize})}$ %MaxSize=3 $\sqrt{\text{cnt}=(\text{cnt}+\text{MaxSize})}$ %MaxSize=3

在CSqQueue循环队列类中增加size()算法如下:

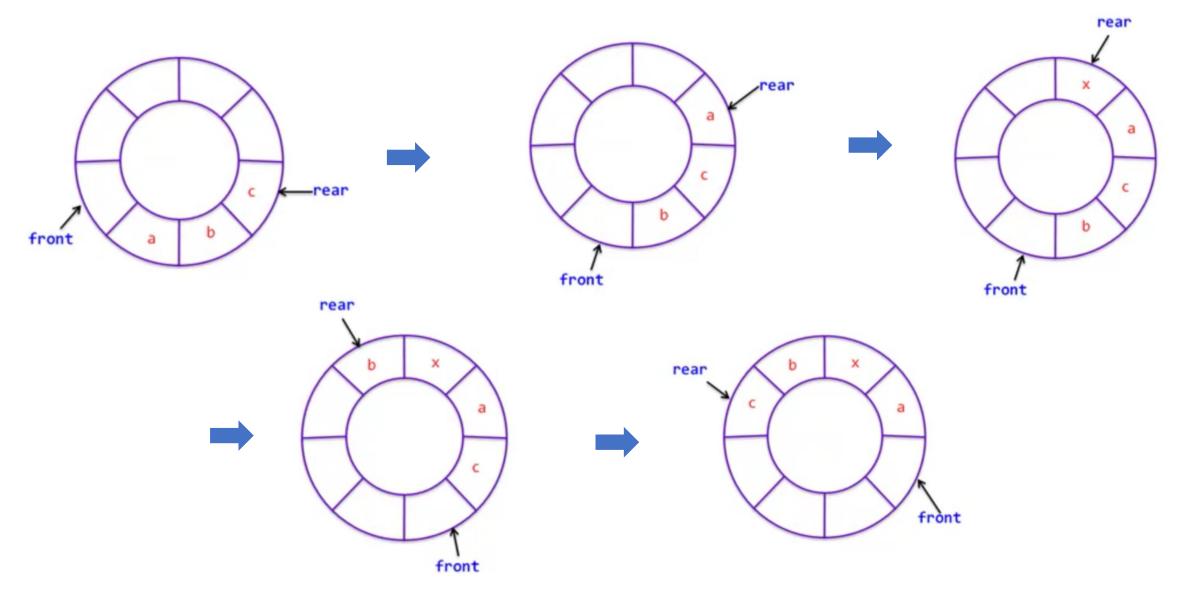
def size(self): #返回队中元素个数

return ((self.rear-self.front+MaxSize)%MaxSize)



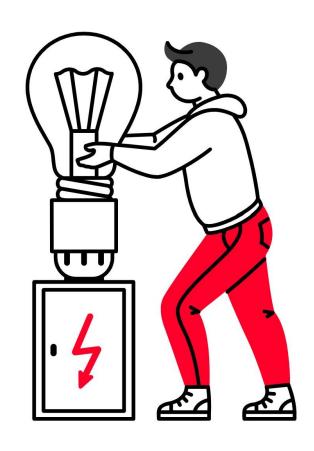
进队第k (k≥1) 个元素e

例如: e='x', k=2: abc⇒axbc



进队第k (k≥1) 个元素e的算法:

```
def pushk(qu,k,e):
                        #进队第k个元素e
 n=qu.size()
 if k<1 or k>n+1:
  return False
                 #参数k错误返回False
 if k<=n:
  for i in range(1,n+1):
                        #循环处理队中所有元素
   if i==k:
                       #将e元素进队到第k个位置
    qu.push(e)
                       #出队元素x
   x = qu.pop()
   qu.push(x)
                       #进队元素x
 else: qu.push(e)
                       #k=n+1时直接进队e
 return True
```







出队第k (k≥1) 个元素e的算法思路:

出队前k-1个元素,边出边进,出队第k个元素e,e不进队,将剩下的元素边出边进。

```
def popk(qu,k):
    n=qu.size()
    assert k>=1 and k<=n
    for i in range(1,n+1):
        x=qu.pop()
    if i!=k: qu.push(x)

    else: e=x
    return e
```

【例3.12】对于循环队列来说,如果知道队头指针和队列中元素个数,则可以计算出队尾指针。 也就是说,可以用队列中元素个数代替队尾指针。设计出这种循环队列的判队空、进队、出队和 取队头元素的算法。

count=(rear-front+MaxSize)%MaxSize



已知front、count, 求rear:

rear = (front + count) % MaxSize

已知rear、count, 求front:

front=(rear-count+MaxSize)%MaxSize



对应的循环队列类CSqQueue1



MaxSize=100 #全局变量,假设容量为100 #本例循环队列米

class CSqQueue1: #本例循环队列类

def __init__(self): #构造方法

self.data=[None]*MaxSize #存放队列中元素

self.front=0 #队头指针

self.count=0 #队中元素个数

```
#队列的基本运算算法
def empty(self): #判断队列是否为空
return self.count==0
def push(self,e): #元素e进队
rear1=(self.front+self.count)%MaxSize;
assert self.count!=MaxSize #检测队满
rear1=(rear1+1) % MaxSize
self.data[rear1]=e
self.count+=1 #元素个数增1
```



方法中的局部变量

```
def pop(self):
                                #出队元素
 assert not self.empty()
                                #检测队空
                                #元素个数减1
 self.count-=1
 self.front=(self.front+1)%MaxSize
                                       #队头指针循环进1
 return self.data[self.front]
def gethead(self):
                                #取队头元素
 assert not self.empty()
                                #检测队空
 head = (self.front + 1) % MaxSize
                                #求队头元素的位置
 return self.data[head]
```



本例设计的循环队列中最多可保存MaxSize个元素。

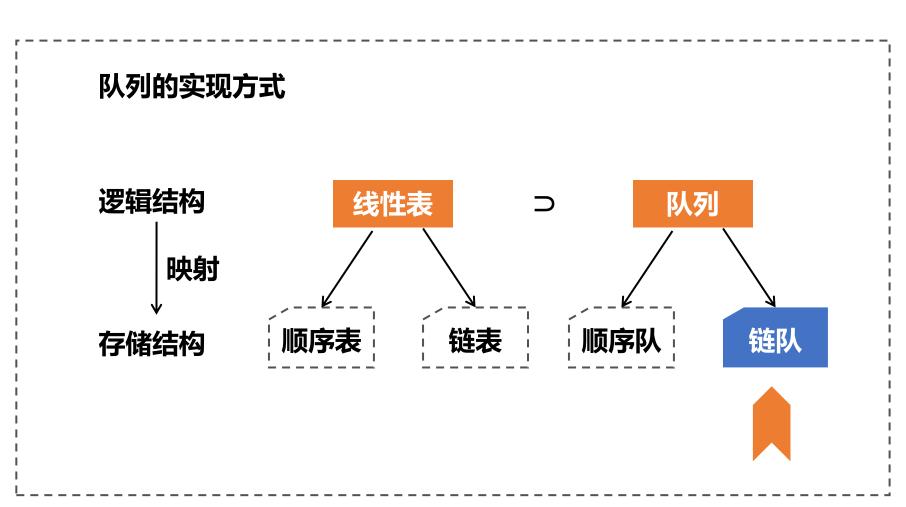




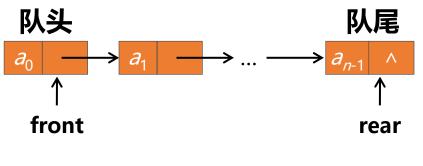


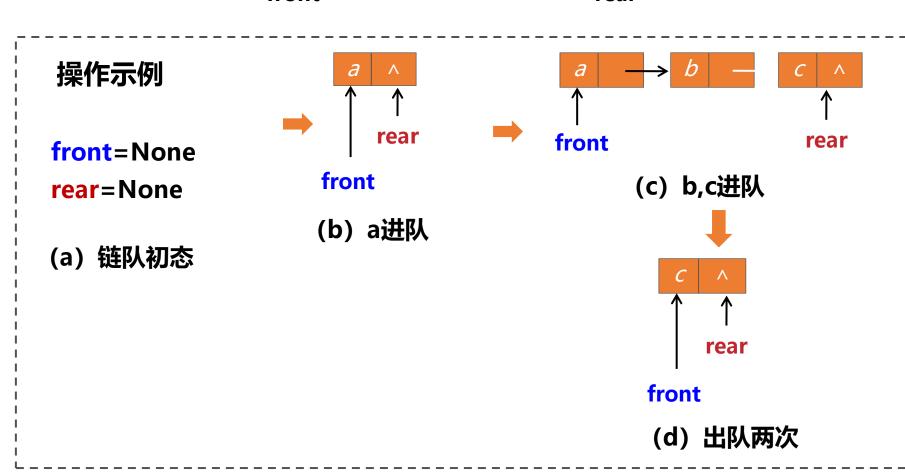




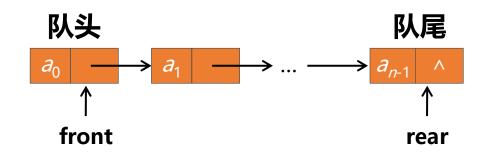












初始时置front=rear=None。链队的四要素如下:

- <mark>队空条件</mark>:front=rear==None,不妨仅以front==None作为队 空条件。
- · 由于只有内存溢出时才出现<mark>队满,通常不考虑这样的情况。</mark>
- · 元素e进队操作:在单链表尾部插入存放e的s结点,并让队尾指针 指向它。
- · 出队操作:取出队首结点的data值并将其从链队中删除。







class LinkNode: #链队结点类

def __init__(self,data=None): #构造方法

self.data=data #data属性

self.next=None #next属性





链队类LinkQueue

class LinkQueue:
 def __init__(self):
 self.front=None
 self.rear=None
#队列的基本运算算法

#链队类 #构造方法 #队头指针 #队尾指针





链队的基本运算算法

(1) 判断队列是否为空empty()

def empty(self):

#判断队是否为空

return self.front==None

(2) 进队push(e)

def push(self,e): #元素e进队 s=LinkNode(e) #新建结点s if self.empty(): #原链队为空 self.front=self.rear=s #原链队不空 else: self.rear.next=s #将s结点链接到rear结点后面 self.rear=s

rear

front



(3) 出队pop()



def pop(self):

assert not self.empty()

if self.front==self.rear:

e=self.front.data

self.front=self.rear=None

else:

e=self.front.data

self.front=self.front.next

return e

#出队操作

#检测空链队

#原链队只有一个结点

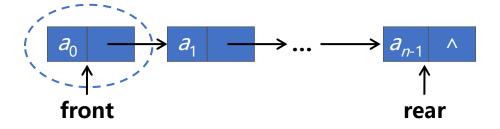
#取首结点值

#置为空队

#原链队有多个结点

#取首结点值

#front指向下一个结点





(4) 取队头元素gethead()

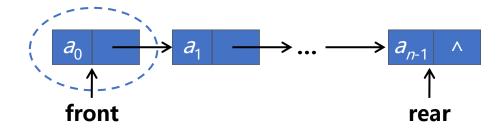
def gethead(self): #取队头元素

assert not self.empty() #检测空链队

e=self.front.data

#取首结点值

return e







【例3.13】 采用链队求解第2章例2.16的约瑟夫问题。



【例2.16】编写一个程序求解约瑟夫(Joseph)问题。有n个小孩围成一圈,给他们从1开始依次编号,从编号为1的小孩开始报数,数到第m个小孩出列,然后从出列的下一个小孩重新开始报数,数到第m个小孩又出列,…,如此反复直到所有的小孩全部出列为止,求整个出列序列。

如当n=6, m=5时的出列序列是5, 4, 6, 2, 3, 1。







解: 先定义一个链队qu:

- · 对于(n, m)约瑟夫问题, 依次将1~n进队。
- 循环n次出列n个小孩:依次出队m-1次,将所有出队的元素 立即进队(将他们从队头出队后插入到队尾),再出队第m个 元素并且输出(出列第m个小孩)。





```
from LinkQueue import LinkQueue
                     #求约瑟夫序列
def Jsequence(n,m):
qu=LinkQueue()
              #定义一个链队
for i in range(1,n+1): #进队编号为1到n的n个小孩
  qu.push(i)
for i in range(1,n+1):
                 #共出列n个小孩
  j=1
  while j<=m-1: #出队m-1个小孩,并将他们进队到队尾
    qu.push(qu.pop())
    j+=1
                   #出队第m个小孩
  x=qu.pop()
  print(x,end=' ')
 print()
```

3.2.5 链队的应用算法设计示例

```
#主程序
print()
print(" 测试1: n=6,m=3")
print(" 出列顺序:",end=' ')
Jsequence(6,3)
print(" 测试2: n=8,m=4")
print(" 出列顺序:",end=' ')
Jsequence(8,4)
```



```
D:\Python\ch3\示例>python exam3-13.py
测试1: n=6.m=3
出列顺序: 3 6 4 2 5 1
测试2: n=8.m=4
出列顺序: 4 8 5 2 1 3 7 6

D:\Python\ch3\示例>_
```



3.2.6 Python中的双端队列deque

- 双端队列是在队列基础上扩展而来的,其示意图如下图所示。
- 双端队列与队列一样,元素的逻辑关系也是线性关系,但队列只能在一端进队,另外一端出队,而双端队列可以在两端进行进队和出队操作,具有队列和栈的特性,因此使用更加灵活。









• 输入受限的双端队列

• 输出受限的双端队列

```
前端(头部First)后端(尾部Last)
前端进
前端出 ── 后端进
```

3.2.6 Python中的双端队列deque

Python提供了一个集合模块collections,里面封装了多个集合类,其中包括deque即双端队列 (double-ended queue)。

1. 创建双端队列

```
qu=deque()    #创建一个空的双端队列qu
qu=deque(maxlen=N) #创建一个固定长度为N的双端队列qu
qu=deque(L)   #创建的双端队列qu中包含列表L中的元素
```



2. 双端队列的方法

- · deque.clear():清除双端队列中的所有元素。
- · deque.append(x): 在双端队列的右端添加元素x。时间复杂度为O(1)。
- · deque.appendleft(x):在双端队列的左端添加元素x。时间复杂度为O(1)。
- · deque.pop(): 在双端队列的右端出队一个元素。时间复杂度为O(1)。
- · deque.popleft(): 在双端队列的左端出队一个元素。时间复杂度为O(1)。
- · deque.remove(x): 在双端队列中删除首个和x匹配的元素(从左端开始匹配的), 如果没有找到 抛出异常。时间复杂度为O(n)。
- · deque.count(x): 计算双端队列中元素为x的个数。时间复杂度为O(n)。
- · deque.extend(L): 在双端队列的右端添加列表L的元素。例如,qu为空,L=[1, 2, 3],执行后qu从左向右为[1, 2, 3]。
- · deque.extendleft(L): 在双端队列的左端添加列表L的元素。例如,qu为空,L=[1, 2, 3],执 行后qu从左向右为[3, 2, 1]。
- · deque.reverse():把双端队列里的所有元素的逆置。
- · deque.rotate(n):双端队列的移位操作,如果n是正数,则队列所有元素向右移动n个位置,如果是负数,则队列所有元素向左移动n个位置。

3.2.6 Python中的双端队列deque

3.用双端队列实现栈

- · 以左端作为栈底(左端保持不动),右端作为栈顶(右端动态变化,st[-1]为栈顶元素), 栈操作在右端进行,则用append()作为进栈方法,pop()作为出栈方法。
- · 以右端作为栈底(右端保持不动),左端作为栈顶(左端动态变化,st[0]为栈顶元素), 栈操作在左端进行,则用appendleft()作为进栈方法,popleft()作为出栈方法。

```
from collections import deque #引用deque st=deque()
st.append(1)
st.append(2)
st.append(3)
while len(st)>0:
  print(st.pop(),end='') #输出: 3 2 1
print()
```



3.2.6 Python中的双端队列deque

4.用双端队列实现普通队列

- · 以左端作为队头(出队端,),右端作为队尾(进队端),则用popleft()作为出队方法, append()作为进队方法。在队列非空时qu[0]为队头元素,qu[-1]为队尾元素。
- · 以右端作为队头(出队端),左端作为队尾(进队端),则用pop()作为出队方法,appendleft()作为进队方法。在队列非空时qu[-1]为队头元素,qu[0]为队尾元素。

```
from collections import deque
qu=deque()
qu.append(1)
qu.append(2)
qu.append(3)
while len(qu)>0:
  print(qu.popleft(),end=' ') #输出: 123
print()
```

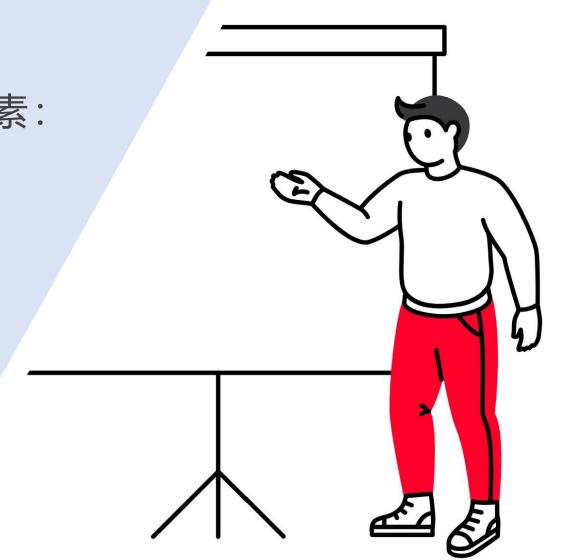




求解问题中需要临时保存一些数据元素:

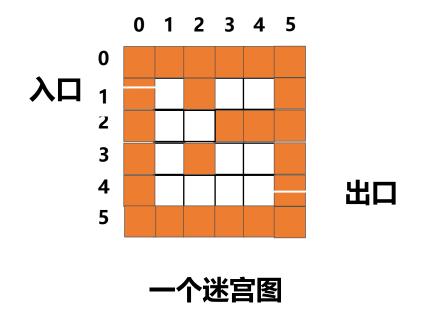
● 先保存的后处理: 栈

● 先保存的先处理: 队列





求迷宫问题



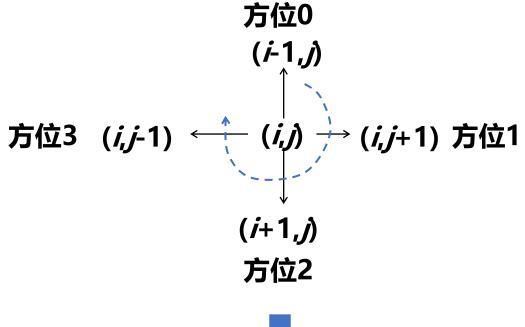




求从入口到出口的一条简单路径



试探顺序





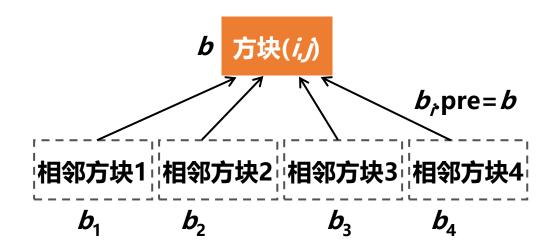
dx=[-1,0,1,0] #x方向的偏移量 dy=[0,1,0,-1] #y方向的偏移量





迷宫问题的搜索过程

- · 每次走到一个方块(i,j),一次性试探所有相邻方块,将所有相邻可 走方块进队。
- · 一个方块在队列中的元素为b,并保存其前驱方块(pre标识)。
- · 从入口开始,找到出口后由pre推导出迷宫路径。



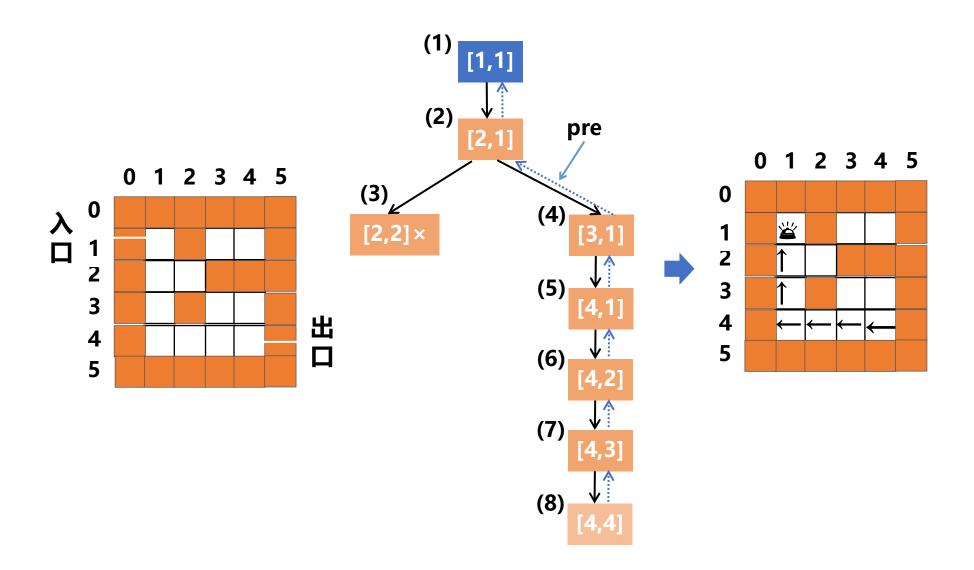
3.2.7 队列的综合应用

当前方块 pre 相邻方块

```
class Box: #方块类
def __init__(self,i1,j1): #构造方法
self.i=i1 #方块的行号
self.j=j1 #方块的列号
self.pre=None #前驱方块
```

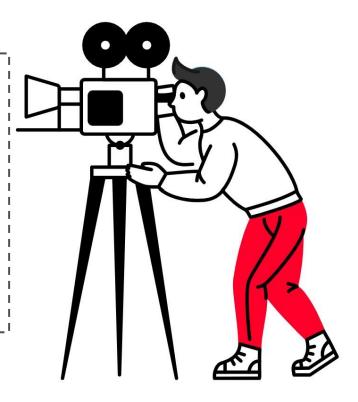






3.2.7 队列的综合应用

```
def mgpath(xi,yi,xe,ye):
                      #求(xi,yi)到(xe,ye)的一条迷宫路径
                      #迷宫数组为全局变量
 global mg
dx=[-1,0,1,0]
                      #x方向的偏移量
dy=[0,1,0,-1]
                      #y方向的偏移量
                      #定义一个队列
qu=deque()
 b=Box(xi,yi)
                            #建立入口结点b
qu.appendleft(b)
                            #结点b进队
 mg[xi][yi]=-1
                            #进队方块mg值置为-1
```





```
while len(qu)!=0:
                          #队不空时循环
  b=qu.pop() #出队一个方块b
if b.i==xe and b.j==ye: #找到了出口,输出路径
p=b #从b出发回推导出迷宫路径并输出
                      #path存放逆路径
   path=[]
                      #找到入口为止
   while p!=None:
     path.append("["+str(p.i)+","+str(p.j)+"]")
     p=p.pre
   for i in range(len(path)-1,-1,-1): #反向输出path得到正向路径
     print(path[i],end=' ')
  return True
                         #找到一条路径时返回True
```





for di in range(4): #循环扫描每个相邻方位的方块

i,j=b.i+dx[di],b.j+dy[di] #找b的di方位的相邻方块(i,j)

if mg[i][j]==0: #找相邻可走方块

b1=Box(i,j) #建立后继方块结点b1

b1.pre=b #设置其前驱方块为b

qu.appendleft(b1) #b1进队

mg[i][j]=-1 #进队的方块置为-1

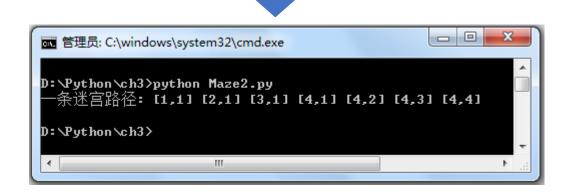
return False #未找到任何路径时返回False

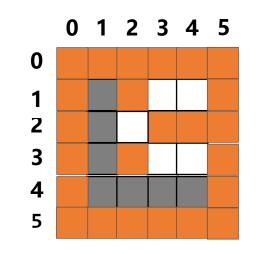


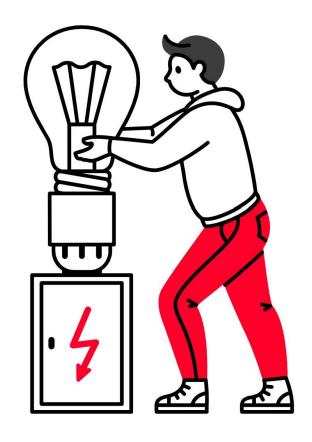


设计主程序

```
xi,yi=1,1
xe,ye=4,4
print("一条迷宫路径:",end=' ')
if not mgpath(xi,yi,xe,ye): #(1,1)->(4,4)
print("不存在迷宫路径")
print()
```







3.2.7 队列的综合应用



为什么用队列找到的路 径一定是最短路径?

♣3.2.8 优先队列

01

优先队列就是指定队列中元素的优先级,按优先级 越大越优先出队,而普通队列中按进队的先后顺序 出队,可以看成进队越早越优先。

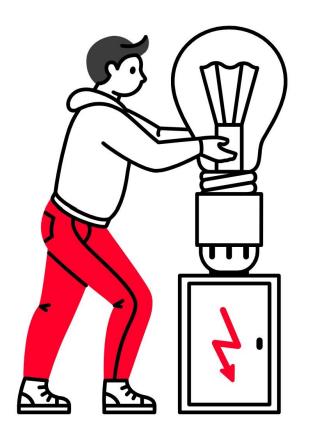
02

优先队列按照根的大小分为大根堆和小根堆,大根堆的元素 越大越优先出队(即元素越大优先级也越大),小根堆的元 素越小越优先出队(即元素越小优先级也越大)。



Python**中提供了heapq模块**,其中包含堆的基本操作方法用于创建堆,但只能创建小根堆。其主要方法如下:

- heapq.heapify(list): 把列表list调整为堆。
- heapq.heappush(heap, item): 向堆heap中插入元素item (进队item元素), 该方法会维护堆的性质。
- heapq.heappop(heap): 从堆heap中删除最小元素并且返回该元素值。
- heapq.heapreplace(heap, item): 从堆heap中删除最小元素并且返回该元素值, 同时将item插入并且维护堆的性质。它优于调用函数heappop(heap)和heappush(heap, item)。
- heapq.heappushpop(heap, item): 把元素item插入到堆heap中,然后从heap中删除最小元素并且返回该元素值。它优于调用函数heappush(heap, item)和heappop(heap)。
- heapq.nlargest(n, iterable[, key]):返回迭代数据集合iterable中第n大的元素,可以指定比较的key。它比通常计算多个list第n大的元素方法更方便快捷。
- heapq.nsmallest(n, iterable[, key]):返回迭代数据集合iterable中第n小的元素,可以指定比较的key。它 比通常计算多个list第n小的元素方法更方便快捷。
- heapq.merge(*iterables): 把多个堆合并, 并返回一个迭代器。



例如,定义一个heapq列表,将其调整为小根堆,调用一系列heapq方法 及其输出结果如下:

```
import heapq
heap=[6,5,4,1,8]
                           #定义一个列表heap
heapq.heapify(heap)
                           #将heap列表调整为堆
print(heap)
                            #输出:[1,5,4,6,8]
heapq.heappush(heap,3)
                                  #进队3
print(heap)
                            #输出:[1,5,3,6,8,4]
print(heapq.heappop(heap))
                                  #输出:1
print(heap)
                            #输出:[3,5,4,6,8]
print(heapq.heapreplace(heap,2))
                                  #输出:3(出队最小元素,再插入2)
print(heap)
                           #输出:[2,5,4,6,8]
print(heapq.heappushpop(heap,1))  #输出:1(插入1,再出队最小元素)
print(heap)
                           #输出:[2,5,4,6,8]
```



- 由于heapq不支持大根堆,那么如何创建大根堆呢?
- 对于数值类型,一个最大数的相反数就是最小数,可以 通过对数值取反、仍然创建小根堆的方式来获取最大数。





凌晨4点半的哈佛 大学图书馆实况

