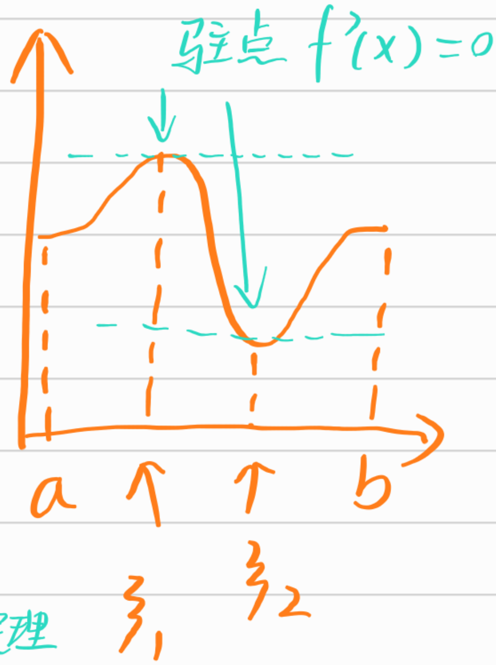
罗尔定理：$f(x)$满足

(1) 在$[a,b]$连续

(2) 在(a,b)可导

(3) $f(a)=f(b)$

则至少$\exists\ \xi\in(a,b)$，$f'(\xi)=0$



⇓

至少存在一条水平切线

切线与函数的交点就是驻点

⇓

只能用于一阶导

二阶导用2次罗尔定理

拉格朗日中值定理

(1) 在$[a,b]$连续

(2) (a,b)可导

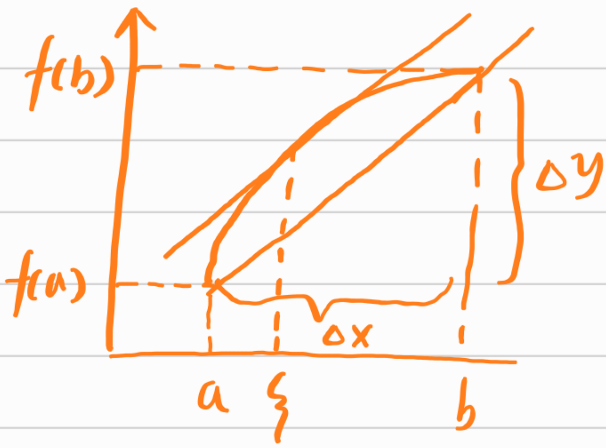
则(a,b)至少有一点ξ $f(b)-f(a)=f'(\xi)(b-a)$

⇓

理解成 $f'(\xi)=\frac{\Delta y}{\Delta x}$

⇓

右边2条线平行



柯西中值定理

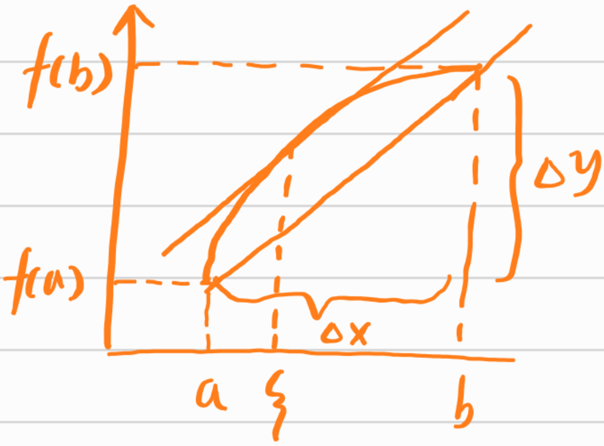
若$f(x)$和$F(x)$

(1) $[a,b]$连续

(2) (a,b)可导

(3) $\forall x\in(a,b)$ $F'(x)\neq 0$

则至少有一点 $\dfrac{f(b)-f(a)}{F(b)-F(a)}=\dfrac{f'(\xi)}{F'(\xi)}$



$$\begin{cases} x=F(t) \\ y=f(t) \end{cases}$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{dt}\div\frac{dx}{dt}=\frac{f'(t)}{F'(t)}$$

导数

$$=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}\div\frac{F(b)-F(a)}{b-a}$$

当$t=\xi$时 $\dfrac{f'(\xi)}{F'(\xi)}=\dfrac{f(b)-f(a)}{F(b)-F(a)}$

洛必达法则（结合等价无穷小使用）

- $\frac{0}{0}$ ⇒ 直解上下导
- $\frac{\infty}{\infty}$ ⇒ 上下同除乘x的某次方
- $\infty\cdot 0$ ⇒ 换成 $\frac{A}{B}$
- ∞^0 ⇒ $e^{\ln A^B}=e^{B\ln A}$

$\ln(A\ 1)B$

化简后使用

$$1^{\infty} \Rightarrow \begin{cases} \lim A = \lim (A+1-1) = e \\ e^{\lim(\text{底数}-1)\cdot\text{指数}} \end{cases}$$

洛必达法则