数据结构教程

（Python语言描述）

◎ 李春葆 主编　　蒋林 李筱驰 副主编

第2章 线性表

数据结构（Python描述）

主讲教师：张 耀 文

Ch02 线性表

教学目标

1. 线性表的逻辑结构特征；线性表上定义的基本运算，并利用基本运算构造出较复杂的运算。
2. 掌握顺序表的含义及特点，顺序表上的插入、删除操作是及其平均时间性能分析，解决简单应用问题。
3. 掌握链表如何表示线性表中元素之间的逻辑关系；单链表、双链表、循环链表链接方式上的区别；单链表上实现的建表、查找、插入和删除等基本算法及其时间复杂度。循环链表上尾指针取代头指针的作用，以及单循环链表上的算法与单链表上相应算法的异同点。双链表的定义和相关算法。利用链表设计算法解决简单应用问题。
4. 领会顺序表和链表的比较，以及如何选择其一作为其存储结构才能取得较优的时空性能。

本章重点与难点

- **重点**是掌握**顺序表**和**单链表**上实现的各种基本算法及相关的时间性能分析

- **难点**是使用本章所学的基本知识**设计有效算法**解决与线性表相关的应用问题

本章知识源头

- 数据结构
  - 逻辑结构
    - 线性结构（线性表、栈 、队、串、数组）
    - 非线性结构
      - 树结构
      - 图结构
  - 物理（存储）结构
    - 顺序结构
    - 链式结构
    - 索引结构
    - 散列结构
  - 数据运算
    - 插入运算
    - 删除运算
    - 修改运算
    - 查找运算
    - 排序运算

线性结构

若结构是非空有限集，则有且仅有一个开始结点和一个终端结点，并且所有结点都最多只有一个直接前趋和一个直接后继。可表示为：

$(a_1, a_2, \cdots\cdots, a_n)$

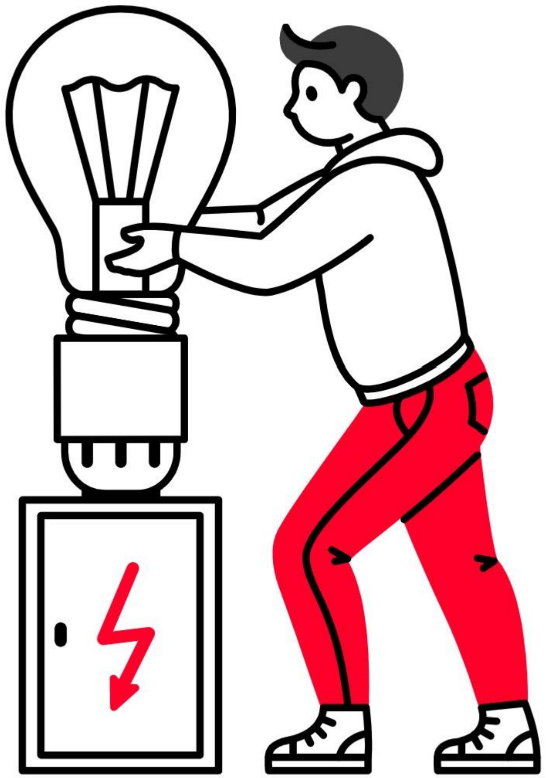
特点① 只有一个首结点和尾结点；

特点② 除首尾结点外，其他结点只有一个直接前驱和一个直接后继。

线性结构反映结点间的逻辑关系是 一对一 (1:1) 的。

提纲

CONTENTS



- 2.1.1什么是线性表

线性表是具有相同特性的数据元素的一个有限序列。

- **所有数据元素类型相同**
- **线性表是有限个数据元素构成的。**
- **线性表中数据元素与位置相关，即每个数据元素有唯一的序号。**

01 线性表的逻辑结构表示：

$(a_0, a_1, \ldots, a_i, a_{i+1}, \ldots, a_{n-1})$

02 用图形表示的逻辑结构：

$$a_0 \to a_1 \to \cdots \to a_i \to a_{i+1} \to \cdots \to a_{n-1}$$

说明

线性表中每个元素a_i的唯一位置通过序号或者索引i表示，为了算法设计方便，将逻辑序号和存储序号统一，均假设从0开始，这样含n个元素的线性表的元素序号i满足$0 \le i \le n-1$。

ADT List

{

数据对象：

$D=\{a_i \mid 0 \le i \le n-1, \ n \ge 0\}$

数据关系：

$r=\{<a_i, \ a_{i+1}> \mid a_i, \ a_{i+1} \in D, \ i=0, \ \ldots, \ n-2\}$

基本运算：

CreateList(*a*)：由整数数组*a* 中的全部元素建立线性表的相应存储结构。
Add(*e*)：将元素*e* 添加到线性表末尾。
getsize()：求线性表的长度。
GetElem(int i)：求线性表中序号为i的元素。
SetElem(int i，E e)：设置线性表中序号i 的元素值为*e*。
GetNo(E *e*)：求线性表中第一个值为*e* 的元素的序号。
Insert(int i，E e)：在线性表中插入数据元素*e* 作为第i 个元素。
Delete(int i)：在线性表中删除第i 个数据元素。
display()：输出线性表的所有元素。

}

- 2.2.线性表的顺序存储结构—顺序表

长度为 *n* 的线性表存放在顺序表中

数组下标	0	1	…	i-1	*i*	…	n-1	capacity-1
data数组	a_0	a_1	…	a_{i-1}	a_i	…	a_{n-1}	…

- data数组存放线性表元素
- data数组的容量（存放最多的元素个数）为capacity。
- 线性表中实际数据元素个数size

```
class SqList:                                #顺序表类
  def __init__(self):                        #构造方法
    self.initcapacity=5;                     #初始容量设置为5
    self.capacity=self.initcapacity          #容量设置为初始容量
    self.data=[None]*self.capacity           #设置顺序表的空间
    self.size=0                              #长度设置为0
  #线性表的基本运算算法
```

2.2.2 线性表基本运算算法在顺序表中的实现

在动态分配顺序表的空间时，初始容量设置为initcapacity，当添加或者插入元素可能需要扩大容量，在删除元素时可能需要减少容量。

```
def resize(self, newcapacity):          #改变顺序表的容量为newcapacity
    assert newcapacity>=0               #检测参数正确性的断言
    olddata=self.data
    self.data=[None]*newcapacity
    self.capacity=newcapacity
    for i in range(self.size):
        self.data[i]=olddata[i]
```

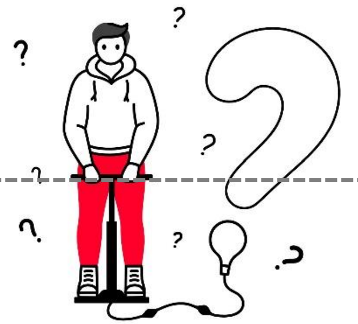
1.整体建立顺序表

- 由含若干个元素的数组*a*的全部元素整体创建顺序表，即依次将*a*中的元素添加到data数组的末尾，当出现上溢出时按实际元素个数size的两倍扩大容量。

```
def CreateList(self, a):                    #由数组a中元素整体建立顺序表
    for i in range(0,len(a)):
        if self.size==self.capacity:             #出现上溢出时
            self.resize(2*self.size);            #扩大容量
        self.data[self.size]=a[i]
        self.size+=1                         #添加后元素个数增加1
```

2.顺序表基本运算算法

（1）将元素*e*添加的线性表末尾Add(*e*)



```
def Add(self, e):                  #在线性表的末尾添加一个元素e
  if self.size==self.capacity:     #顺序表空间满时倍增容量
     self.resize(2*self.size)
  self.data[self.size]=e                  #添加元素e
  self.size+=1                            #长度增1
```

时间复杂度是多少?

(2）求线性表的长度getsize()

```
def getsize(self):        #求线性表长度
    return self.size
```

(3) 求线性表中序号为i的元素GetElem(i)

```
def __getitem__(self,i):        #求序号为i的元素
    assert 0<=i<self.size       #检测参数i正确性的断言
    return self.data[i]         #返回data[i]
```

（4）设置线性表中序号为*i*的元素SetElem(*i*，*e*)

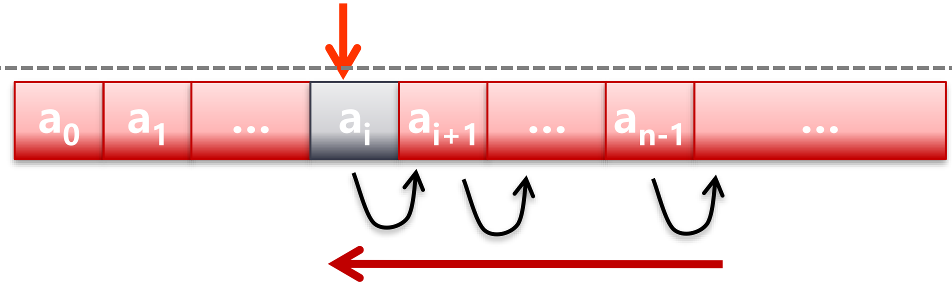
```
def __setitem__(self, i, x):          #设置序号为i的元素
    assert 0<=i<self.size             #检测参数i正确性的断言
    self.data[i]=x
```

(5) 求线性表中第一个值为e的元素的逻辑序号GetNo(e)

```
def GetNo(self, e):                        #查找第一个为e的元素的序号
  i=0;
  while i<self.size and self.data[i]!=e:
    i+=1                                   #查找元素e
  if (i>=self.size):                       #未找到时返回-1
    return -1;
  else:
    return i;                              #找到后返回其序号
```

(6) 在线性表中插入e作为第i个元素Insert(i，e)

```
def Insert(self, i, e):            #在线性表中序号i位置插入元素e
  assert 0<=i<=self.size                    #检测参数i正确性的断言
  if self.size==self.capacity:   #满时倍增容量
    self.resize(2*self.size)
  for j in range(self.size,i,-1): #将data[i]及后面元素后移一个位置
    self.data[j]=self.data[j-1]
  self.data[i]=e                            #插入元素e
  self.size+=1                              #长度增1
```



从a_{n-1}元素开始移动起

主要时间花在元素移动上。有效插入位置i的取值是0～n，共有n+1个位置可以插入元素：

- 当$i=n$时，移动次数为0，达到最小值。
- 当$i=0$时，移动次数为n，达到最大值。
- 其他情况，需要移动data[$i..n$-1]的元素，移动次数为$(n-1)-i+1=n-i$。

$p_i=\frac{1}{n+1}$　　所需移动元素的平均次数为：

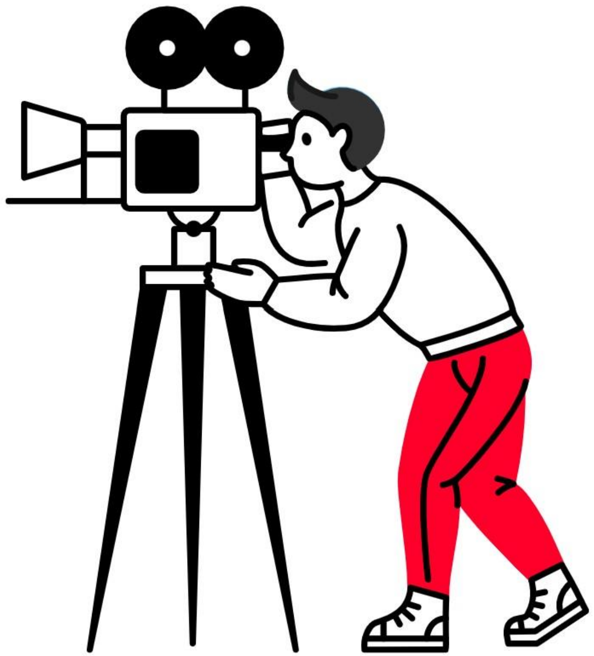
a_0	a_1	…	a_i	a_{i+1}	…	a_{n-1}	…

$$\sum_{i=0}^{n} p_i\,(n-i)=\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(n-i)=\frac{1}{n+1}\times\frac{n(n+1)}{2}=\frac{n}{2}$$

插入算法的平均时间复杂度为O(n)。

说明

扩容运算resize()在n次插入中仅仅调用一次，其平摊时间为O(1)，上述算法时间分析中可以忽略它。



(7) 在线性表中删除第i个数据元素Delete(i)

```
def Delete(self, i):                          #在线性表中删除序号i的元素
  assert 0<=i<=self.size-1                    #检测参数i正确性的断言
  for j in range(i,self.size-1):
    self.data[j]=self.data[j+1]      #将data[i]之后的元素前移一个位置
  self.size-=1                     #长度减1
  if self.capacity>self.initcapacity and self.size<=self.capacity/4:
    self.resize(self.capacity//2)    #满足缩容条件则容量减半
```

主要时间花在元素移动上。有效删除位置i的取值是0～n-1，共有n个位置可以删除元素：

- 当i=0时，移动次数为n-1，达到最大值。
- 当i=n-1时，移动次数为0，达到最小值。
- 其他情况，需要移动data[i+1..n-1]的元素，移动次数为(n-1)-(i+1)+1=n-i-1。

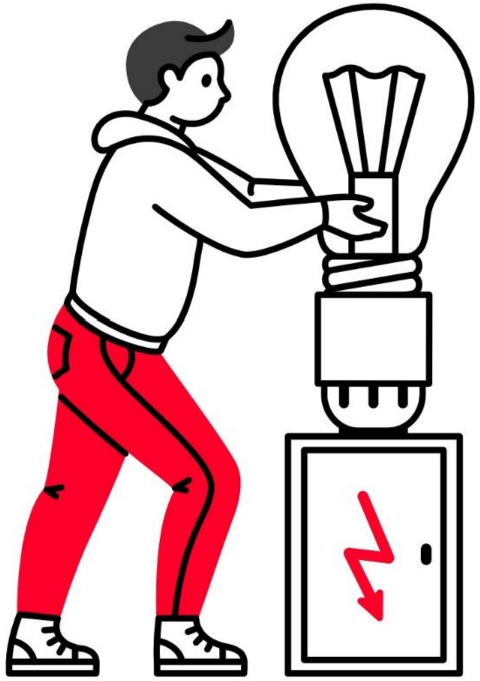
$p_i = \frac{1}{n}$ 所需移动元素的平均次数为：

a_0	a_1	…	a_i	a_{i+1}	…	a_{n-1}	…

$$\sum_{i=0}^{n} p_i\,(n-i) = \frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(n-i) = \frac{1}{n+1}\times\frac{n(n+1)}{2} = \frac{n}{2}$$

删除算法的平均时间复杂度为O(n)。

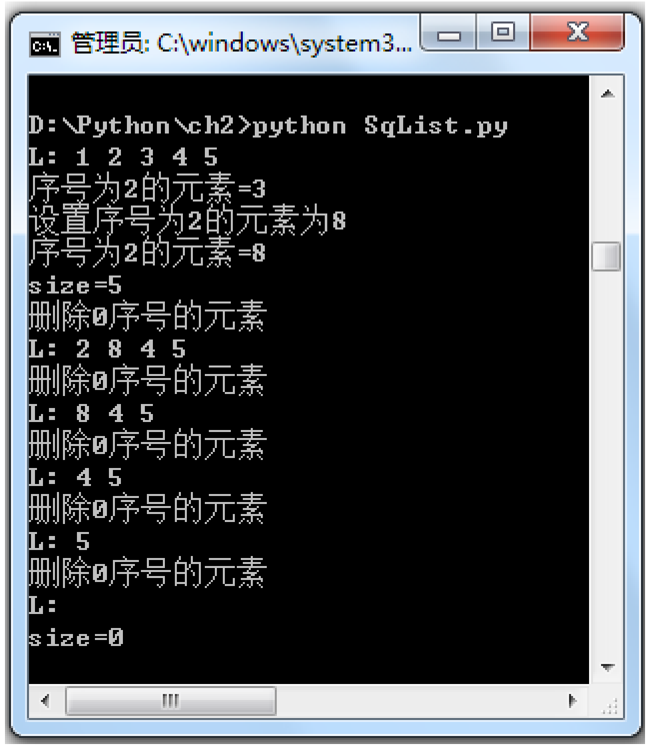
(8) 输出线性表所有元素display()



```
def display(self):                    #输出线性表
  for i in range(0,self.size):
    print(self.data[i],end='  ')
  print()
```

程序验证

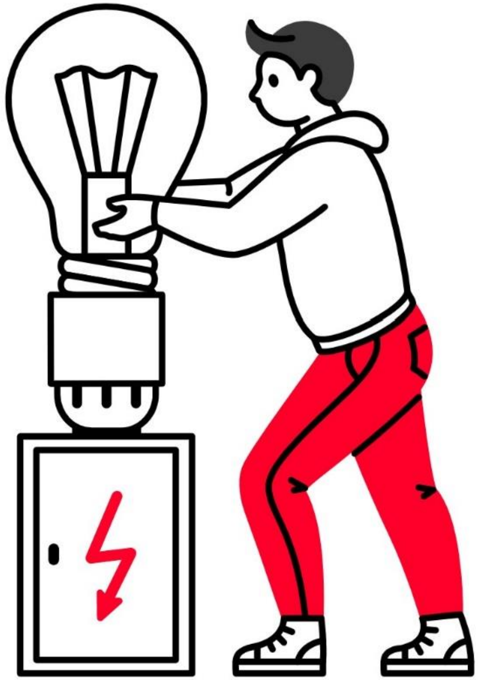
```
if __name__ == '__main__':
  L=SqList()
  for i in range(1,6):
    L.Add(i)
  print("L: ",end=''),L.displ()
  print("序号为2的元素=%d" %(L[2]))
  print("设置序号为2的元素为8")
  L[2]=8
  print("序号为2的元素=%d" %(L[2]))
  n=L.getsize()
  print("size=%d" %(n))
  for i in range(0,n):
     print("删除%d序号的元素" %(0))
     L.Delete(0)
     print("L: ",end=''),L.display()
  print("size=%d" %(L.getsize()))
```



应用程序

基本运算

线性表元素



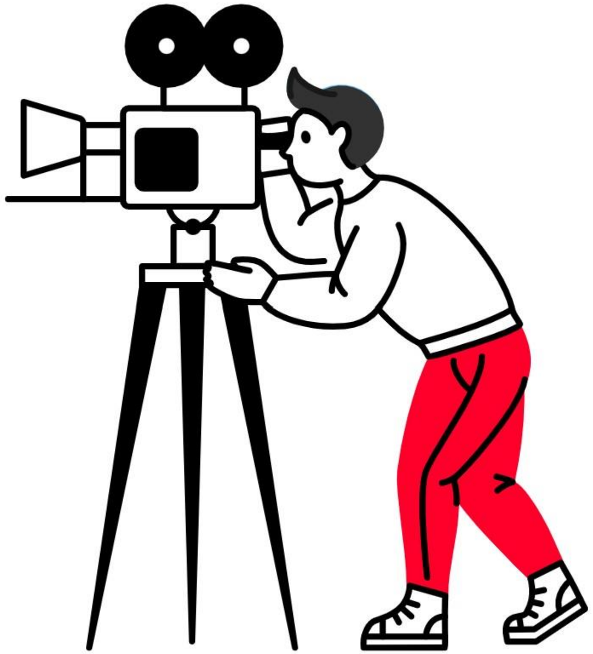
- 2.2.3顺序表的应用算法设计示例

1.基于顺序表基本操作的算法设计

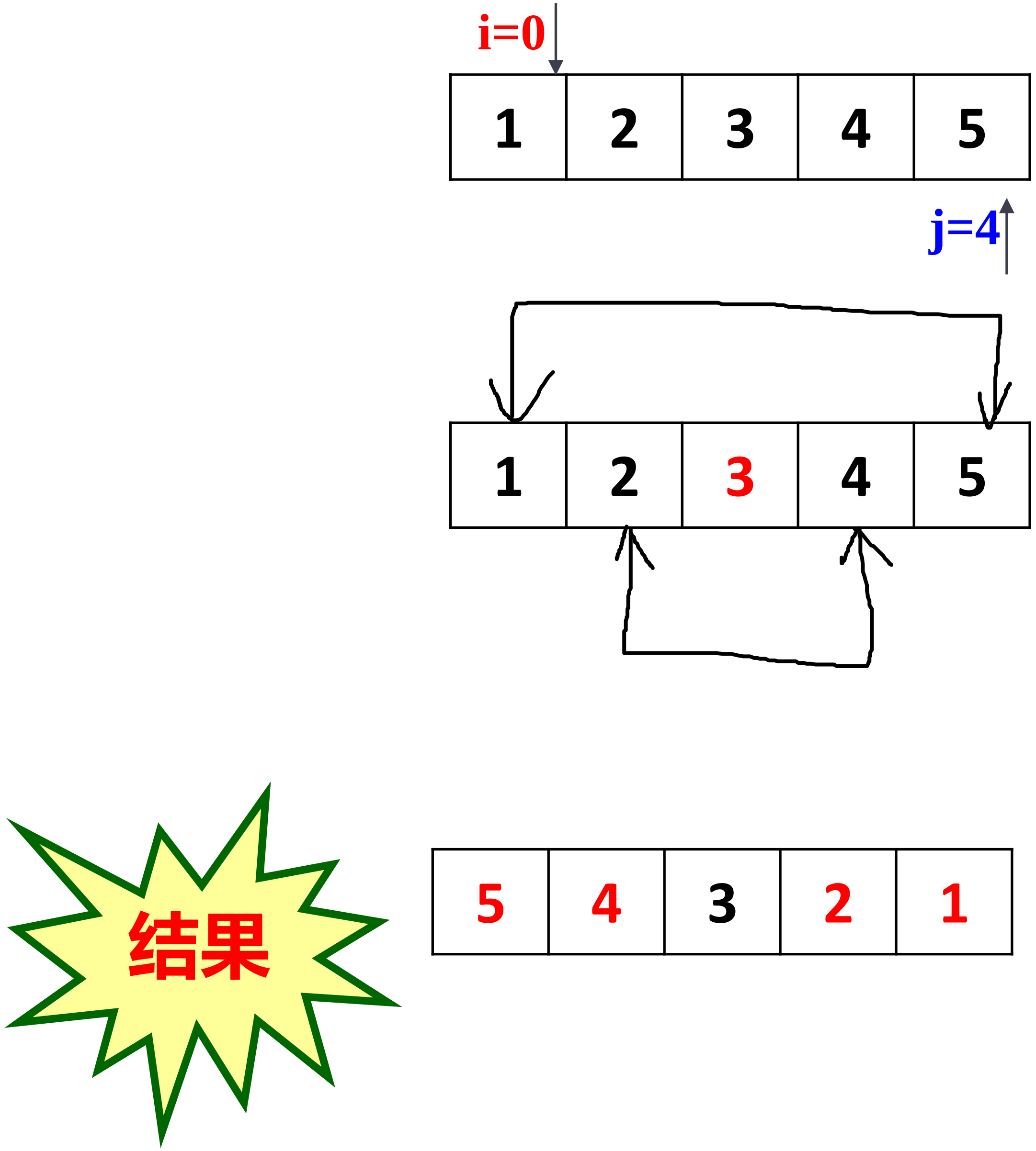
例2.1

对于含有*n*个整数元素的顺序表L，设计一个算法将其中所有元素逆置。

例如L=(1，2，3，4，5)，逆置后L=(5，4，3，2，1)。并给出算法的时间复杂度和空间复杂度。



例2.1算法原理



例2.1

•对于含有n个整数元素的顺序表L，设计一个算法将其中所有元素逆置。例如L=(1，2，3，4，5)，逆置后L=(5，4，3，2，1)。并给出算法的时间复杂度和空间复杂度。


```
def Reverse(L):              #求解算法
  i=0
  j=L.getsize()-1
  while i<j :
     L[i],L[j]=L[j],L[i]    #序号为i和j的两个元素交换
     i+=1
     j-=1
```

例2.2 假设有一个整数顺序表L，设计一个算法用于删除从序号i开始的*k*个元素。

例如L=（1，2，3，4，5），删除i=1开始的k=2个元素后L=（1，4，5）。

例2.2算法原理

i=1

k=2

i=1

1	2	3	4	5

j=3

1

1	2	3	4	5

j-k

j=3

j=i+k=1+2=3

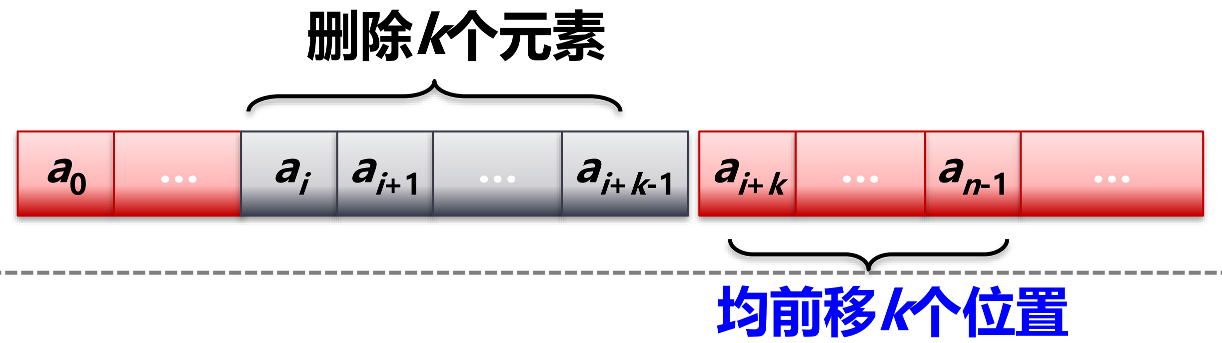
向前移动2个位置

结果

1	4	5	4	5

解：

•在参数正确时，直接将a_{i+k}~ a_{n-1}的所有元素依次前移k个位置。



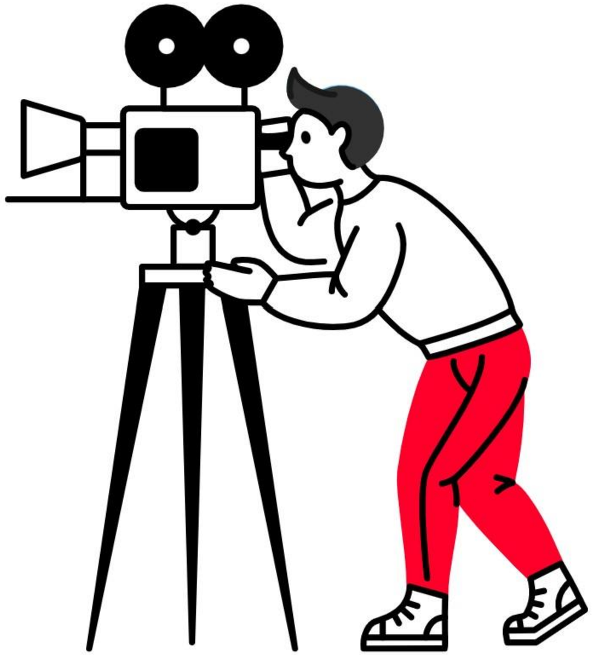

```
def Deletek(L, i, k):                    #求解算法
  assert i>=0 and k>=1 and i+k>=1 and i+k<=L.getsize()
  for j in range(i+k,L.getsize()):       #将要删除的元素均前移k个位置
    L[j-k]=L[j]
  L.size-=k                              #长度减k
```

2.基于整体建立顺序表的算法设计

给定的顺序表L

↓ 按要求插入

结果顺序表L_1



如果两者可以共享，直接在L中操作产生结果顺序表

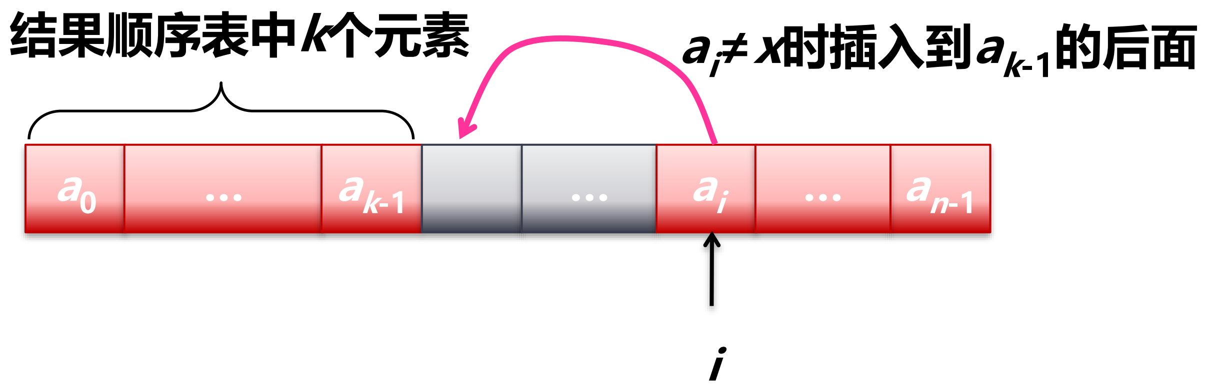
【例2.3】 •对于含有n个整数元素的顺序表L，设计一个算法用于删除其中所有值为x的元素。

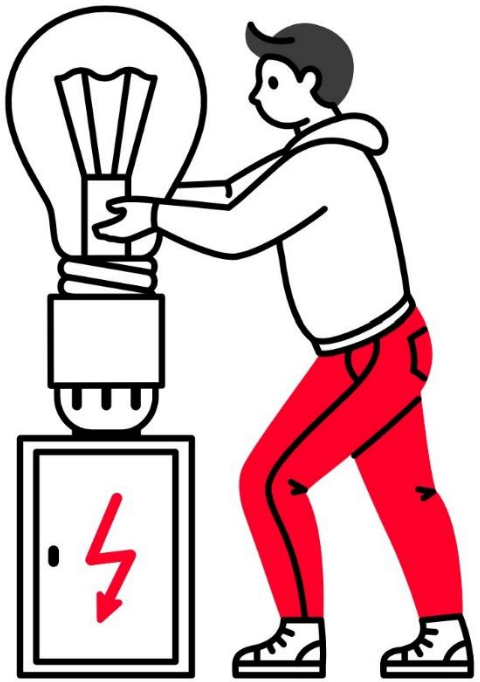
例如L=(1，2，1，5，1)，

若x=1，删除后L=(2，5)。

解法1-插入法：

•对于整数顺序表L，删除其中所有*x*元素后得到的结果顺序表可以与原L共享，所以求解问题转化为新建结果顺序表。

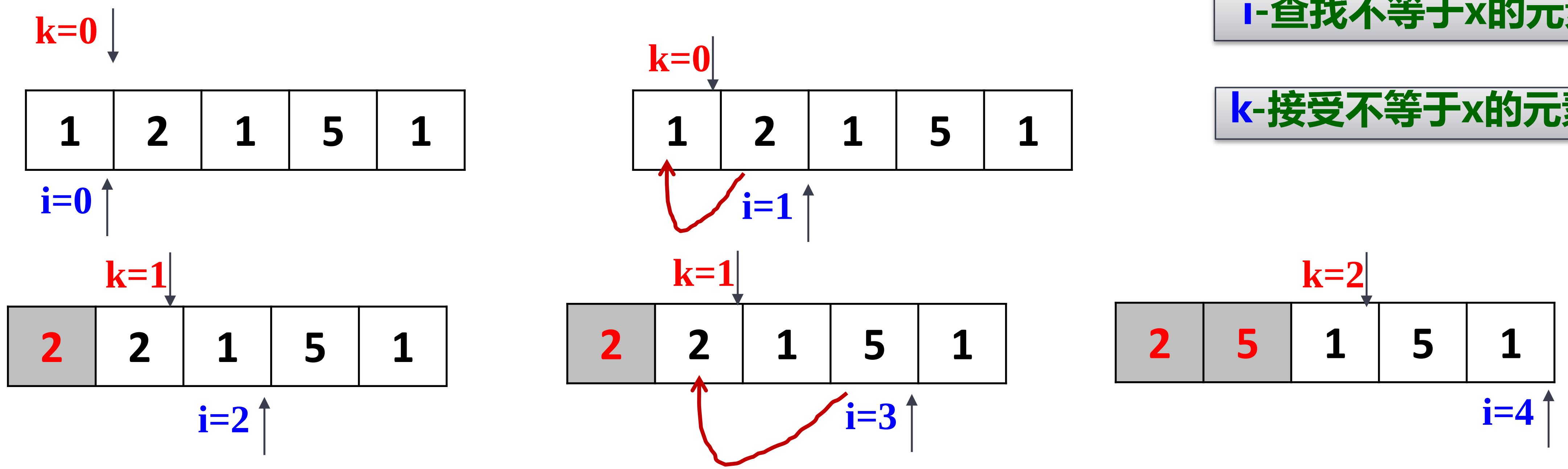




例2.3算法原理-解法1

i-查找不等于x的元素位置

k-接受不等于x的元素位置

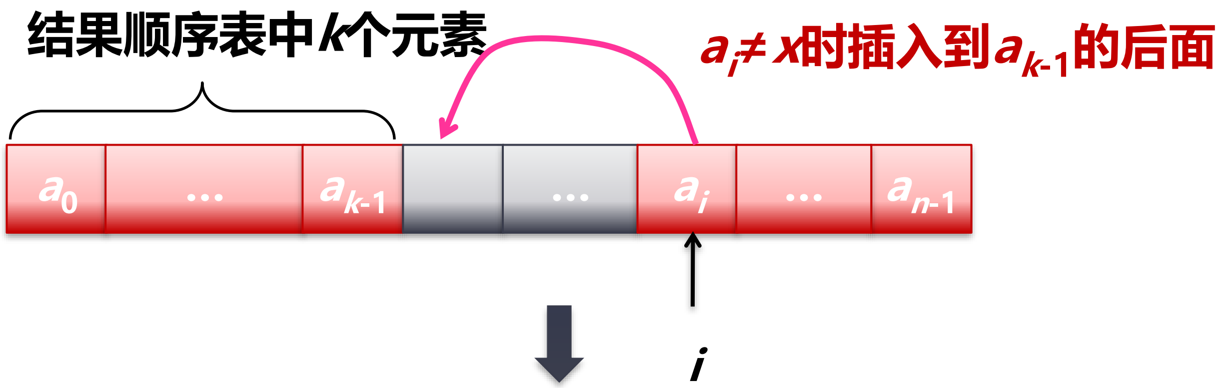


x=1

结果

2	5	1	5	1

列表元素个数为2




```
def Deletex1(L, x):                    #求解算法1
  k=0
  for i in range(L.getsize()):
    if L[i]!=x:                        #将不为x的元素插入到data中
      L[k]=L[i]
      k+=1
  L.size=k                             #重置长度为k
```

解法2（前移法）：

前移法，对于整数顺序表L，从头开始扫描L，用k累计当前为止值为x的元素个数（初始值为0），处理当前序号为i 的元素a_i:

- 若a_i是不为x的元素，此时前面有k个为x的元素，将a_i前移k个位置，继续处理下一个元素。
- 若是为x的元素，置k++，继续处理下一个元素。

最后将L的长度减少k。

结果顺序表中的元素　　　　$a_i \neq x$时前移k个位置

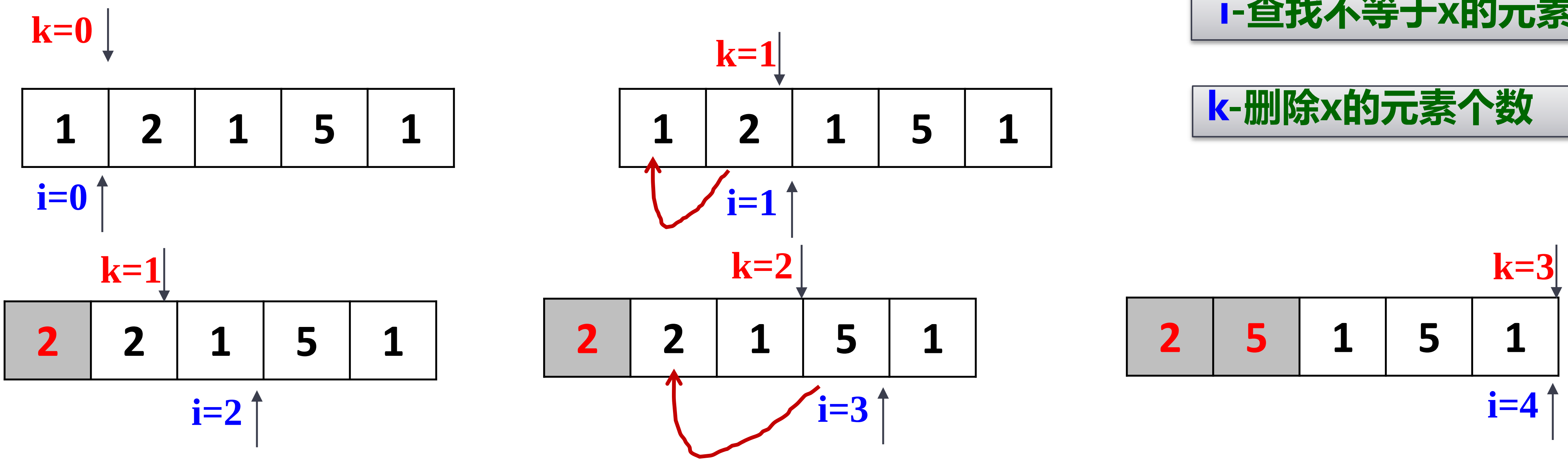
a_0	…	a_{i-k-1}		…	a_i	…	a_{n-1}

为x的k个元素　i

例2.3算法原理-解法2

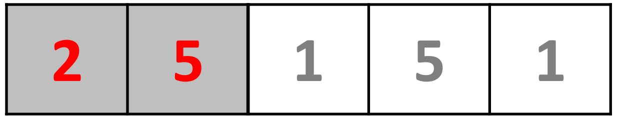
i-查找不等于x的元素位置

k-删除x的元素个数

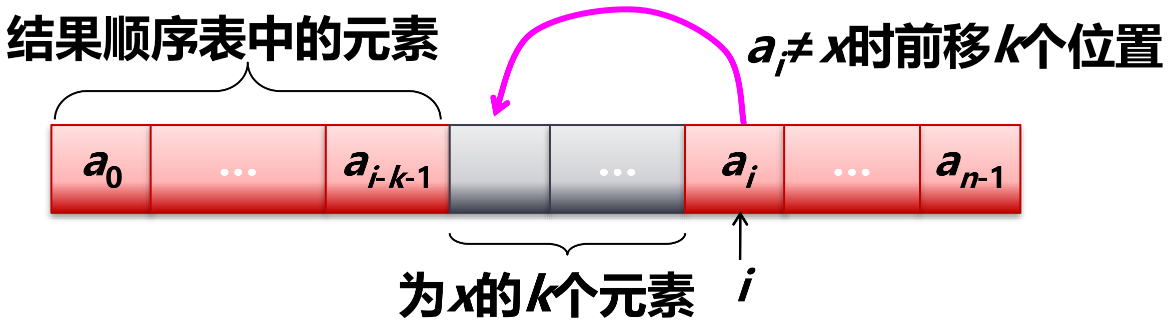


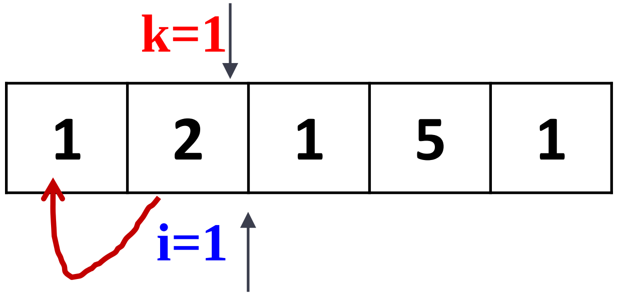
x=1

结果



列表元素减少k=3个

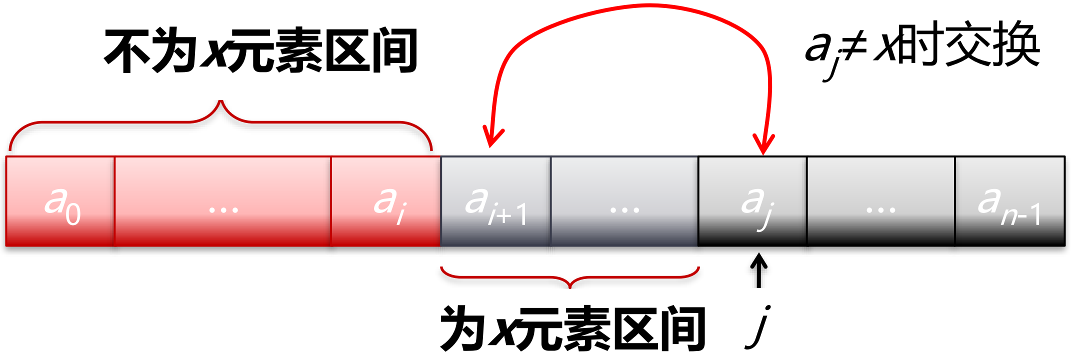


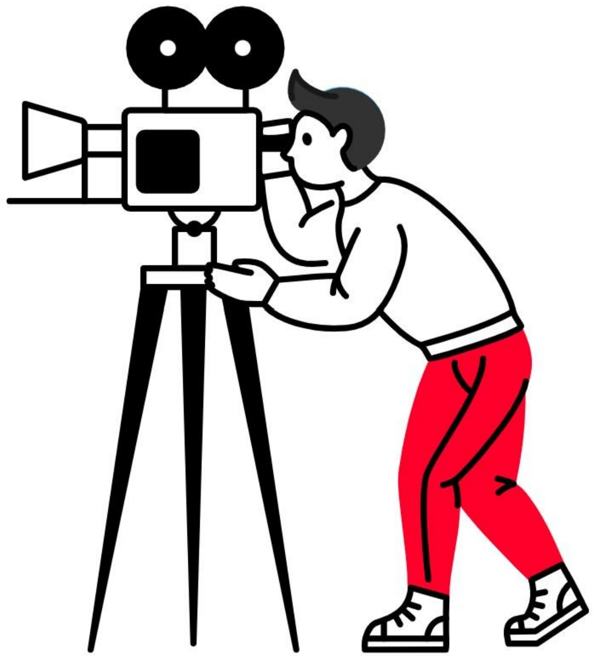



```
def Deletex2(L, x):                #求解算法2
  k=0;
  for i in range(L.getsize()):
    if L[i]!=x:                    #将不为x的元素前移k个位置
      L[i-k]=L[i]
    else:                          #累计删除的元素个数k
      k+=1
  L.size-=k                        #重置长度减少k
```

解法3（交换法）：

由解法2延伸出区间划分法

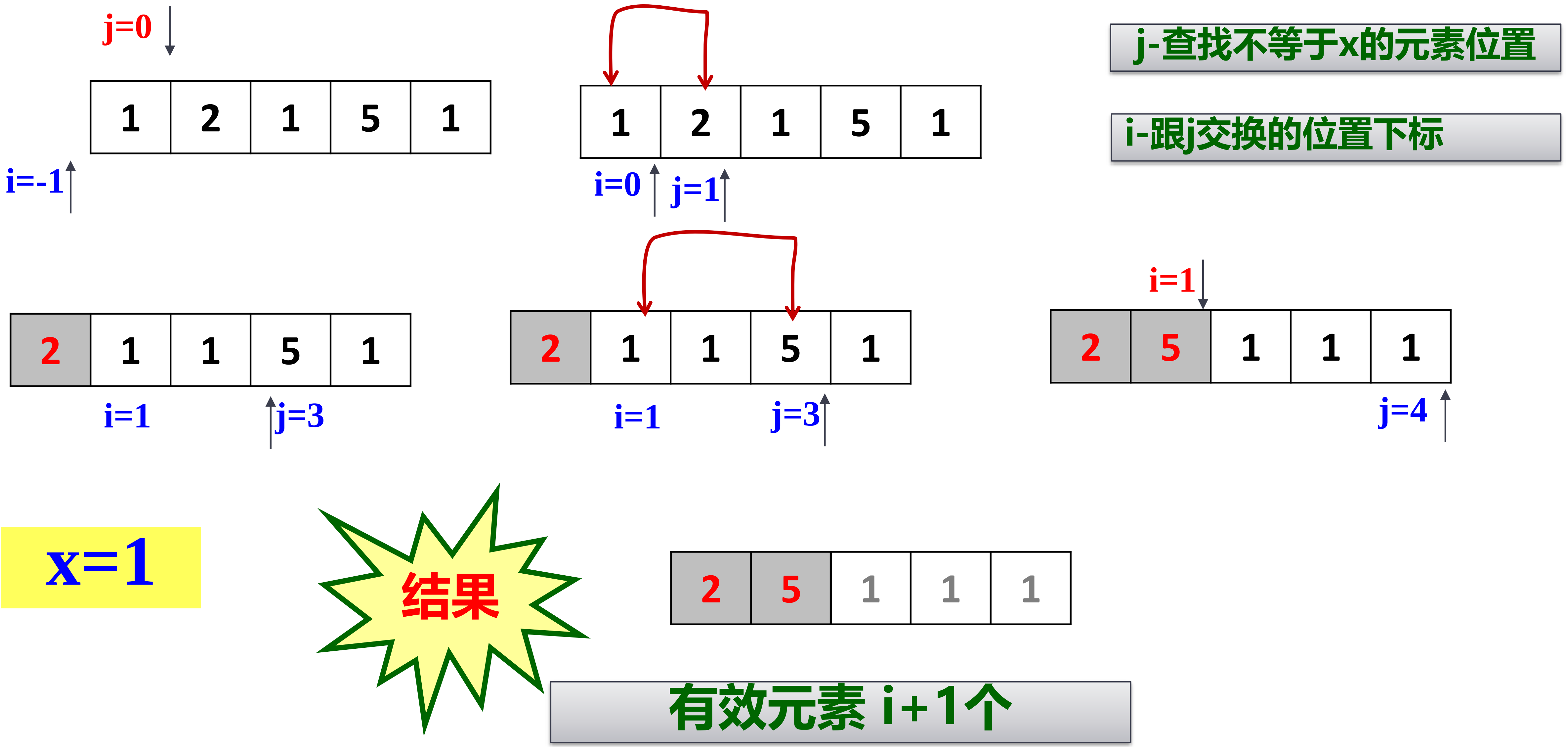




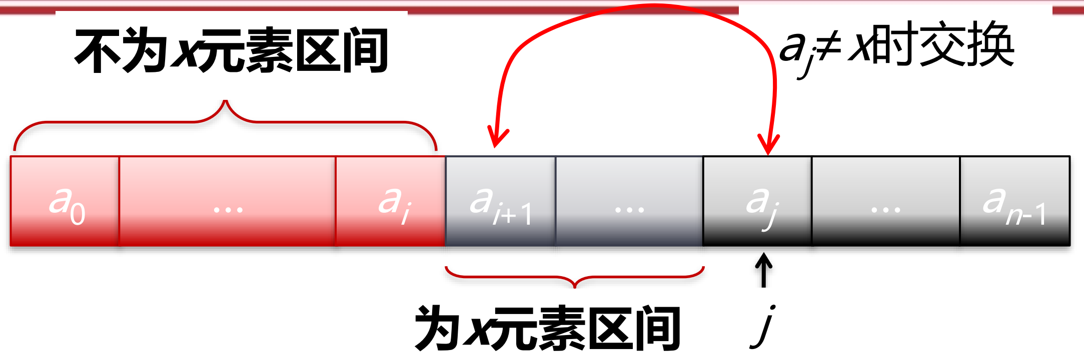
初始时，“不为x的区间”为空 ⇨ i=-1，j从0开始遍历，“为x的区间”是a[i+1..j-1]

- **若a[j]=x，跳过，j++。**
- **若a[j]≠x，操作是，先执行i++，将a[j]与a[i] 进行交换，再执行j++继续遍历其余元素。**

例2.3算法原理-解法3



j-查找不等于x的元素位置
i-跟j交换的位置下标
j=0
1 2 1 5 1
i=-1
1 2 1 5 1
i=0
j=1
2 1 1 5 1
i=1
j=3
2 1 1 5 1
i=1
j=3
i=1
2 5 1 1 1
j=4
x=1
结果
2 5 1 1 1
有效元素 i+1个




```
def Deletex3(L, x):                  #求解算法3
  i=-1
  j=0
  while j<L.getsize():               #j遍历所有元素
    if L[j]!=x:                      #找到不为x的元素a[j]
      i+=1                                  #扩大不为x的区间
      if i!=j:
        L[i],L[j]=L[j],L[i]          #将序号为i和j的两个元素交换
    j+=1                                    #继续扫描
  L.size=i+1                                #重置长度为i+1
```

顺序表的删除复杂度计算

删除第i个位置的数据x，共有n个位置；

删除第一个节点要移动n-1次，删除第二个要移动n-2次，以此类推，

总移动次数=(n-1)+(n-2)+(n-3)+···+2+1+0=n（n − 1）/2

平均移动次数为(n − 1)/ 2，

时间复杂度为O(n);

3.有序顺序表的算法设计

- 有序表是指按元素值或者某属性值递增或者递减排列的线性表，有序表是线性表的一个子集。

- 对于有序表可以利用其元素的有序性提高相关算法的效率，二路归并就是有序表的一种经典算法。

- 有序顺序表是有序表的顺序存储结构。

A=(1,3,8,23,30)

⬆

一个递增有序整数顺序表

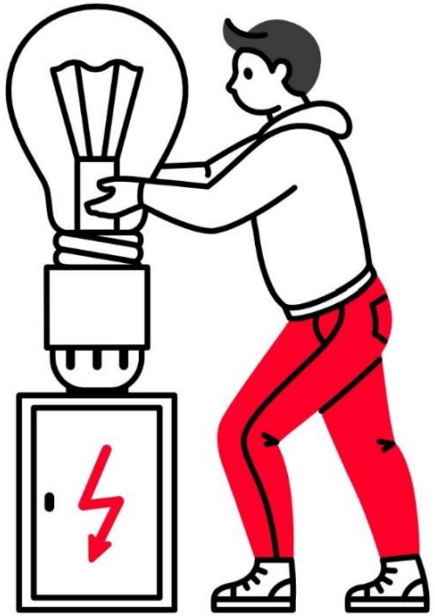
例2.4

•有两个按元素值递增有序的整数顺序表A和B，设计一个算法将顺序表A和B的全部元素合并到一个递增有序顺序表C中。并给出算法的时间复杂度和空间复杂度。

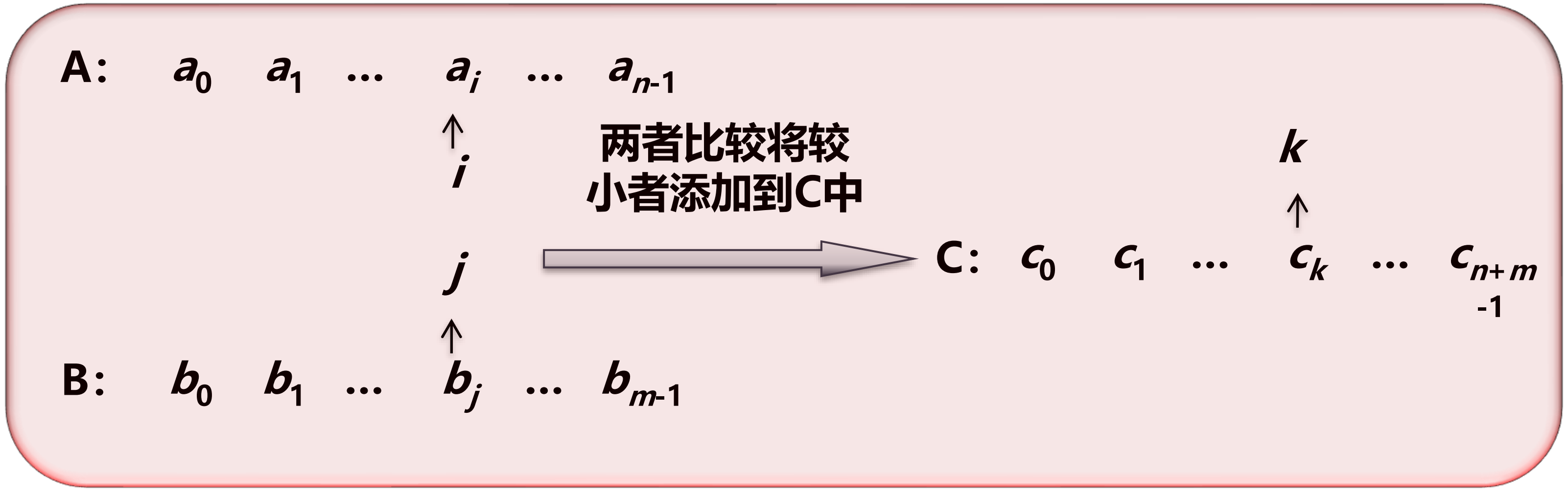
A=(1,3,5,8)

B=(2,3,8,10,11)

→ 合并 → C=(1,2,3,3,5,8,8,10,11)



二路归并：



- i 遍历A，j遍历B，均从0开始
- while i,j都没有超界

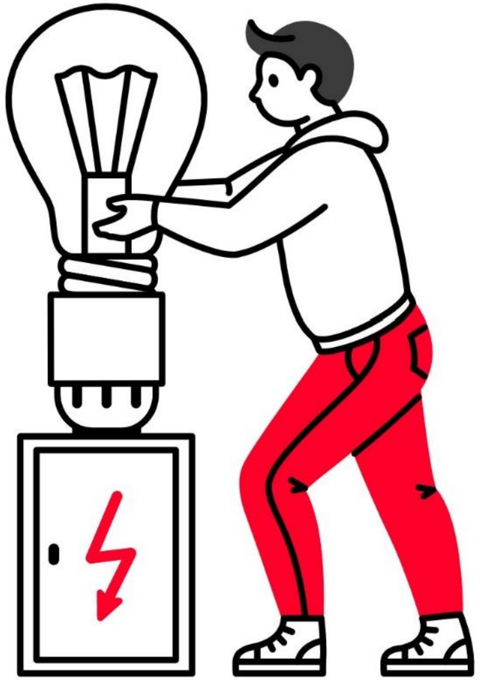
  a_i与b_j比较：较小元素添加到C中，后移相应指针

将没有遍历完的元素添加到C中

```python
def Merge2(A, B):                                   #求解算法
  C=SqList()                          #新建顺序表C
  i=j=0                               #i用于遍历A,j用于遍历B
  while i<A.getsize() and j<B.getsize():   #两个表均没有遍历完毕
    if A[i]<B[j]:
      C.Add(A[i])                             #将较小的A[i]添加到C中
      i+=1
    else:
      C.Add(B[j])                             #将较小的B[j]添加到C中
      j+=1
  while i<A.getsize():                        #若A没有遍历完毕
    C.Add(A[i])
    i+=1
  while j<B.getsize():                        #若B没有遍历完毕
    C.Add(B[j])
    j+=1
  return C                            #返回C
```

• 算法中尽管有多个while循环语句，但恰好对顺序表A、B中每个元素均访问一次，所以时间复杂度为O($n+m$) 。

• 算法中需要在临时顺序表C中添加$n+m$个元素，所以算法的空间复杂度也是O($n+m$)。



?

二路归并中，若两个有序表的长度分别为*n*、*m*，算法的主要时间花费在元素比较上，那么比较次数是多少呢?

- **最好的情况下，整个归并中仅仅是较长表的第一个元素与较短表每个元素比较一次，此时元素比较次数为MIN(*n*，*m*)（为最少元素比较次数），如*A*=(1，2，3)，*B*=(4，5，6，7，8)，只需比较3次。**

- **最坏的情况下，这*n*+*m*个元素均两两比较一次，比较次数为*n*+*m*-1（为最多元素比较次数），如*A*=(1，3，5，7)，*B*=(2，4，6)，需要比较6次。**

2009年全国计算机学科考研题

【例2.5】一个长度为L（L≥1）的升序序列S，处在第⌈L/2⌉个位置的数称为S的中位数。

例如：若序列S_1=(11，13，15，17，19)，则S_1的中位数是15。

两个序列的中位数是含它们所有元素的升序序列的中位数。例如，若S_2=(2，4，6，8，20)，则S_1和S_2的中位数是11。

现有两个等长的升序序列A和B，试设计一个在时间和空间两方面都尽可能高效的算法，找出两个序列A和B的中位数。要求：

- 给出算法的基本设计思想。
- 根据设计思想，采用C、C++或Java语言描述算法，关键之处给出注释。
- 说明你所设计算法的时间复杂度和空间复杂度。

思路

S_1=(11， 13， 15， 17， 19)

S_2=(2， 4， 6， 8， 20)

二路归并

S=(2， 4， 6， 8， 11， 13， 15， 17， 19，20)

中位数

实际上，不需要求出S的全部元素，用*k*记录当前归并的元素个数，当*k*=*n*时，归并的那个元素就是中位数。

```python
def Middle(A,B):                    #求解算法
  i=j=k=0
  while i<A.getsize() and j<B.getsize():#两个有序顺序表均没有扫描完
    k+=1                            #元素比较次数增1
    if A[i]<B[j]:                   #A中当前元素为较小的元素
      if k==A.getsize():            #恰好比较了n次
        return A[i]                 #返回A中的当前元素
      i+=1
    else:                           #B中当前元素为较小的元素
      if k==B.getsize():            #恰好比较了n次
          return B[j];              #返回B中的当前元素
      j+=1
```

算法的时间复杂度为O(n)，空间复杂度为O(1)。