

一、命题变项与合式公式

命题常项：简单命题

命题变项：真值不确定的陈述句

定义 合式公式 (命题公式, 公式) 递归定义如下：

- (1) 单个命题常项或变项 $p, q, r, \dots, p_i, q_i, r_i, \dots, 0, 1$ 是合式公式
- (2) 若 A 是合式公式, 则 $(\neg A)$ 也是合式公式
- (3) 若 A, B 是合式公式, 则 $(A \wedge B), (A \vee B), (A \rightarrow B), (A \leftrightarrow B)$ 也是合式公式
- (4) 只有有限次地应用(1)~(3)形成的符号串才是合式公式

二、公式的真值

定义 给公式 A 中的命题变项 p_1, p_2, \dots, p_n 指定一组真值称为对 A 的一个**赋值**或**解释**

成真赋值：使公式为真的赋值

成假赋值：使公式为假的赋值

说明：

赋值 $\alpha = \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n$ 之间不加标点符号, $\alpha_i = 0$ 或 1 .

A 中仅出现 p_1, p_2, \dots, p_n , 给 A 赋值 $\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n$ 是指 $p_1 = \alpha_1, p_2 = \alpha_2, \dots, p_n = \alpha_n$ } \leftarrow 标点对应

A 中仅出现 p, q, r, \dots , 给 A 赋值 $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \dots$ 是指 $p = \alpha_1, q = \alpha_2, r = \alpha_3 \dots$ } \leftarrow 字典顺序

含 n 个变项的公式有 2^n 个赋值.

$\models x: \neg p \wedge q = r \quad \alpha = 011 \rightarrow$ 成真赋值

三、真值表

真值表：公式 A 在所有赋值下的取值情况列成的表

例6 给出公式的真值表

$A = (q \rightarrow p) \wedge q \rightarrow p$ 的真值表

\rightarrow 这里只有2个, $2^2 = 4$ 种情况

$p \quad q$	$q \rightarrow p$	$(q \rightarrow p)$	$(q \rightarrow p)$
0 0	1	0	1

\dots 直到完全推出

\dots

0	1	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	1	1	1

例8 $C = (p \vee q) \rightarrow \neg r$ 的真值表

p	q	r	$p \vee q$	$\neg r$	
0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	0	0

四、公式的类型

定义 设A为一个命题公式

- (1) 若A无成假赋值，则称A为**重言式**(也称**永真式**)
- (2) 若A无成真赋值，则称A为**矛盾式**(也称**永假式**)
- (3) 若A不是矛盾式，则称A为**可满足式**

注意：重言式是可满足式，但反之不真。



