Task №2

Щербаков Алексей Б01-908

24 September 2019

1

Верно ли, что для любых множеств A и B выполняется равенство
$(A\backslash B) \cap ((A \cup B)\backslash(A \cap B)) = A\backslash B$

$(A\backslash B) \cap ((A \cup B)\backslash(A \cap B)) = (A\backslash B) \cap (A \bigtriangleup B) = (A\backslash B)$ - верно

2

Верно ли, что для любых множеств A, B и C выполняется равенство
$((A\backslash B) \cup (A\backslash C)) \cap (A\backslash(B \cap C)) = A\backslash(B \cup C)$

$((A\backslash B)\cup(A\backslash C))\cap(A\backslash(B\cap C)) = (A\backslash(A\cap B\cap C)\cap(A\backslash(B\cap C)) = (A\backslash(A\cap B\cap C))$,
что очевидно не равно $A\backslash(B \cup C)$
Например, если $x \in (A \cap B\backslash C)$, то x принадлежит левой части и не принадлежит правой

3

Верно ли, что для любых множеств A, B и C выполняется равенство
$(A \cap B)\backslash C = (A\backslash C) \cap (B\backslash C)$

В левой части находятся все элементы множеств A и B, не входящие в C;
В правой части находятся все элементы A, не входящие в C, и элементы B, не входящие в C.
Очевидно, что правая и левая части равны.
Ответ: Верно

4

Верно ли, что для любых множеств A и B выполняется включение
$(A \cup B)\backslash(A\backslash B) \subseteq B$

Во множестве $(A \backslash B)$ находятся все элементы, не входящие в B.
Соответственно в $(A \cup B) \backslash (A \backslash B)$ находятся все элементы, не входящие в A.
Следовательно все элементы $(A \cup B) \backslash (A \backslash B)$ входят в B.

5

Пусть $P = [10; 40]; Q = [20; 30]$; известно, что отрезок A удовлетворяет соотношению $((x \in A) \to (x \in P)) \wedge ((x \in Q) \to (x \in A))$

$$\begin{cases} ((\mathrm{x} \notin A) \vee (x \in P)) = 1 \\ ((\mathrm{x} \notin Q) \vee (x \in A)) = 1 \end{cases}$$

Если x лежит в A, то он лежит в P, если x лежит в Q, то он лежит в A //
Отрезок A целиком лежит в P
1. Максимальный отрезок $A = P$. Ответ: 30
2. Минимальный отрезок $A = Q$. Ответ: 10

6

Пусть множества A, B, X, Y известно, что $A \cap X = B \cap X, A \cup Y = B \cup Y$.
Верно ли, что $A \cup (Y \backslash X) = B \cup (Y \backslash X)$?

$A \cup (Y \backslash X) = A \cup (Y \cap \bar{X}) = (A \cup Y) \cap (A \cup \bar{X})$

Докажем, что $(A \cup \bar{X}) = (B \cup \bar{X})$.
Путь $\alpha \notin X$, тогда верно.
Пусть $\alpha \in X$: Если $\alpha \in (A \cap X)$, то верно по уловию, если $\alpha \notin (A \cap X)$, то из условия следует, что $\alpha \notin (B \cap X)$ Т.к. $A \cap X = B \cap X$.
Значит $(A \cup \bar{X}) = (B \cup \bar{X})$

$(A \cup \bar{X}) = (B \cup \bar{X}) = (A \cup B \cup Y)$
$(A \cup Y) = (B \cup Y)$ по условию
Следовательно $(A \cup Y) \cap (A \cup \bar{X}) = (B \cup Y) \cap (B \cup \bar{X})$
Следовательно $A \cup (Y \backslash X) = B \cup (Y \backslash X)$ верно.
Ответ: Верно.

7

Пусть $A_1 \supseteq A_2 \supseteq A_3 ... \supseteq A_n$.
Известно, что $A_1 \backslash A_4 = A_6 \backslash A_9$
Доказать, что $A_2 \backslash A_7 = A_3 \backslash A_8$
Пусть $A_1 \backslash A_2 = a_1, A_2 \backslash A_3 = a_2$ и тд.

Доказать: $a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7$
Доказать: $a_2 = a_7$

$a_1 \cup a_2 \cup a_3 = a_6 \cup a_7 \cup a_8$
Так как последовательность невозрастающая,
следовательно $a_1 = a_2 = a_3 = a_6 = a_7 = a_8 = \emptyset$ чтд.

8

Пусть A, B, C, D - такие отрезки прямой, что $A \triangle B = C \triangle D$ (симметрические разности равны). Верно ли, что выполняется включение
$A \cap B \subseteq C$

Не верно:
Пример: $A = [0; 10], B = [0; 20], C = [10; 30], D = [20; 30]$
$A \triangle B = C \triangle D = [10; 20]$
Но $A \cap B = [0; 10][10; 30]$
Ответ: не верно