

Task №1

Щербаков Алексей Б01-908

16 September 2019

1

x, y, z — целые числа, для которых истинно высказывание

$\neg(x = y) \wedge ((y < x) \rightarrow (2z > x)) \wedge ((x < y) \rightarrow (x > 2z))$

Чему равно x , если $z = 7, y = 16$?

Решение

Если высказывание истинно, то:

$$\begin{cases} x \neq y \\ ((y < x) \rightarrow (2z > x)) \\ ((x < y) \rightarrow (x > 2z)) \end{cases}$$

Если $x > 16$, то $y < x$ и $2z < x$, следовательно, второе выражение ложно.

Если $x < 14 < y$, то $2z > x$, следовательно, третье выражение ложно.

Если $x = 15$, то $x < y$ и $x > 2z$, следовательно все выражения истинны.

Ответ: 15

2

Постройте таблицу истинности для $\neg((x \wedge \neg y) \wedge z)$

x	y	z	res
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

3

Докажите, что

$$1 \oplus x_1 \oplus x_2 = (x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_1)$$

Построим таблицы истинности

x ₁	x ₂	res	x ₁	x ₂	res
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1

Таблицы совпадают, следовательно равенство выполняется.

4

Выполняется ли дистрибутивность для следующих операций:

а) $x \wedge (y \rightarrow z) ? (x \wedge y) \rightarrow (x \wedge z)$

x	y	z	res	x	y	z	res
0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	1	0	0	1
1	1	0	0	1	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	0	1	0

Таблицы не совпадают, следовательно дистрибутивность не выполняется.

б) $x \oplus (y \leftrightarrow z) ? (x \oplus y) \leftrightarrow (x \oplus z)$

x	y	z	res	x	y	z	res
0	0	0	1	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1	0	0
1	1	1	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0
0	1	1	1	0	1	1	1
1	0	1	1	1	0	1	0

Таблицы не совпадают, следовательно дистрибутивность не выполняется.

5

а) Выполняется ли для импликации коммутативность?

Очевидно, что $x \rightarrow y$ не равно $y \rightarrow x$ (пример $x = 1, y = 0$)

б) Выполняется ли для импликации ассоциативность?

$(x \rightarrow y) \rightarrow z, x \rightarrow (y \rightarrow z)$

Нет, пример $x = 0, y = 0, z = 0$, левая часть 0, правая 1.

6

Указать существенные и фиктивные переменные

а) $f(x_1, x_2, x_3) = 00111100$

x_1	x_2	x_3	res
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

z - фиктивная, x и y - существенные

б) $g(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \rightarrow (x_1 \vee x_2)) \rightarrow x_3$

x_1	x_2	x_3	res
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

x, y, z - существенные

7

Докажите формулу разложения:

$$f(x_1, \dots, x_n) = (x_1 \vee f(0, x_2, \dots, x_n)) \wedge (\neg x_1 \vee f(1, x_2, \dots, x_n))$$

Если $x_1 = 0$, то $(\neg x_1 \vee f(1, x_2, \dots, x_n)) = 1, (x_1 \vee f(0, x_2, \dots, x_n)) = f(x_1, \dots, x_n)$

чтд

Если $x_1 = 1$, то $(x_1 \vee f(0, x_2, \dots, x_n)) = 1$, $(\neg x_1 \vee f(1, x_2, \dots, x_n)) = f(x_1, \dots, x_n)$
 ЧТД

8

Если функция истинна, то каждая $x_n^\alpha = 1$, следовательно при замене любого, хотя бы одного α , данный x обращается в 0, и вся функция обращается в 0 ЧТД

9

$$(x_1 \vee x_2 \vee \dots \vee x_n) \wedge (\bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge \dots \wedge \bar{x}_n) = (x_1 \wedge \bar{x}_1) \vee (x_1 \wedge \bar{x}_2) \dots$$

Так как $(x_i \wedge \bar{x}_i) = 0$, то:

$$(x_1 \vee x_2 \vee \dots \vee x_n) \wedge (\bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge \dots \wedge \bar{x}_n) = (x_1 \wedge \bar{x}_2) \vee (x_2 \wedge \bar{x}_1) \vee (x_2 \wedge \bar{x}_3) \vee (x_3 \wedge \bar{x}_2) \vee \dots = \\ = (x_1 \oplus x_2) \vee (x_2 \oplus x_3) \vee \dots \text{ ЧТД.}$$