

गणित

कक्षा ७

नेपाल सरकार
शिक्षा, विज्ञान तथा प्रविधि मन्त्रालय
पाठ्यक्रम विकास केन्द्र
सानोठिमी, भक्तपुर

प्रकाशक :

नेपाल सरकार

शिक्षा, विज्ञान तथा प्रविधि मन्त्रालय

पाठ्यक्रम विकास केन्द्र

सानोठिमी, भक्तपुर

© सर्वाधिकार पाठ्यक्रम विकास केन्द्र

यस पाठ्यपुस्तकसम्बन्धी सम्पूर्ण अधिकार पाठ्यक्रम विकास केन्द्र सानोठिमी, भक्तपुरमा निहित रहेको छ । पाठ्यक्रम विकास केन्द्रको लिखित स्वीकृतिबिना व्यापारिक प्रयोजनका लागि यसको पुरै वा आंशिक भाग हुबहु प्रकाशन गर्न, परिवर्तन गरेर प्रकाशन गर्न, कुनै विद्युतीय साधन वा अन्य प्रविधिबाट रेकर्ड गर्न र प्रतिलिपि निकालन पाइने छैन ।

प्रथम संस्करण : वि.स. २०७९

मूल्य रु.

पाठ्यपुस्तकसम्बन्धी पाठकहरूका कुनै पनि प्रकारका सुझावहरू भएमा पाठ्यक्रम विकास केन्द्र, समन्वय तथा प्रकाशन शाखामा पठाइदिनुहुन अनुरोध छ । पाठकहरूबाट आउने सुझावहरूलाई केन्द्र हार्दिक स्वागत गर्दछ ।

हामी भनाइ

पाठ्यक्रम शिक्षण सिकाइको मूल आधार हो । पाठ्यपुस्तक विद्यार्थीमा अपेक्षित दक्षता विकास गर्ने एक मुख्य साधन हो । यस पक्षलाई दृष्टिगत गर्दै पाठ्यक्रम विकास केन्द्रले विद्यालय शिक्षालाई व्यावहारिक, समयसापेक्ष र गुणस्तरीय बनाउने उद्देश्यले पाठ्यक्रम तथा पाठ्यपुस्तकको विकास तथा परिमार्जन कार्यलाई निरन्तरता दिई आएको छ । आधारभूत शिक्षाले बालबालिकामा आधारभूत साक्षरता, गणितीय अवधारणा र सिप एवम् जीवनोपयोगी सिपको विकासका साथै व्यक्तिगत स्वास्थ्य तथा सरसफाइसम्बन्धी बानीको विकास गर्ने अवसर प्रदान गर्नुपर्छ । आधारभूत शिक्षाका माध्यमबाट बालबालिकाले प्राकृतिक तथा सामाजिक वातावरणप्रति सचेत भई अनुशासन, सदाचार र स्वावलम्बन जस्ता सामाजिक एवम् चारित्रिक गुणको विकास गर्नुपर्छ । यसले विज्ञान, वातावरण र सूचना प्रविधिसम्बन्धी आधारभूत ज्ञानको विकास गराई कला तथा सौन्दर्यप्रति अभिसर्चि जगाउनुपर्छ । शारीरिक तन्त्रुरस्ती, स्वास्थ्यकर बानी एवम् सिर्जनात्मकताको विकास तथा जातजाति, धर्म, भाषा, संस्कृति, क्षेत्रप्रति सम्मान र समभावको विकास पनि आधारभूत शिक्षाका अपेक्षित पक्ष हुन् । देशप्रेम, राष्ट्रिय एकता, लोकतान्त्रिक मूल्यमान्यता तथा संस्कार सिकी व्यावहारिक जीवनमा प्रयोग गर्नु सामाजिक गुणको विकास तथा नागरिक कर्तव्यप्रति सजगता अपनाउनु र दैनिक जीवनमा आइपर्ने व्यावहारिक समस्याहरूको पहिचान गरी समाधानका उपायको खोजी गर्नु पनि आधारभूत तहको शिक्षाका आवश्यक पक्ष हुन् । यस पक्षलाई दृष्टिगत गरी विद्यालय शिक्षाको राष्ट्रिय पाठ्यक्रम प्रारूप, २०७६ अनुसार विकास गरिएको आधारभूत शिक्षा (कक्षा ७) को गणित विषयको पाठ्यक्रमअनुरूप परीक्षणबाट प्राप्त सुझावसमेत समाप्तोजन गरी यो पाठ्यपुस्तक विकास गरिएको हो ।

यस पाठ्यपुस्तकको लेखन सुरुमा श्री अनुपमा शर्मा, श्री देवनारायण यादव, श्री मेदनीप्रसाद कंडेल र श्री जगन्नाथ अधिकारीबाट भएको हो । यस पाठ्यपुस्तकलाई श्री लोकनाथ भट्टराई, श्री सन्तोष श्रेष्ठ, श्री गणेशप्रसाद सापकोटा, श्री प्रमिला खेती र श्री जगन्नाथ अधिकारी सदस्य रहेको कार्यदलबाट सुधार गरिएको हो । पाठ्यपुस्तकलाई यस रूपमा ल्याउने कार्यमा यस केन्द्रका महानिर्देशक श्री अणप्रसाद त्यौपाने, डा. रामजीप्रसाद पण्डित, श्री केशवराज फुलारा, श्री राम हाडा, श्री निर्मला गौतम र श्री रामचन्द्र ढकालको योगदान रहेको छ । यसको भाषा सम्पादन डा. गणेशप्रसाद भट्टराई र श्री चिनाकुमारी निरौलाबाट भएको हो । यस पुस्तकको चिनाडकन श्री देव कोइमी तथा लेआउट डिजाइन श्री नवराज पुरीबाट भएको हो । यस पाठ्यपुस्तकको विकास तथा परिमार्जन कार्यमा संलग्न सबैप्रति पाठ्यक्रम विकास केन्द्र हार्दिक धन्यवाद प्रकट गर्दछ ।

यस पाठ्यपुस्तकले विद्यार्थीमा निर्धारित सक्षमता विकासका लागि विद्यार्थीलाई सहयोग गर्ने छ । यसले विद्यार्थीको सिकाइमा सहयोग पुऱ्याउने एउटा महत्वपूर्ण र आधारभूत सामग्रीका रूपमा कक्षा क्रियाकलापबाट हुने सिकाइलाई मजबुत बनाउन सहयोग गर्ने छ । यो शिक्षकको सिकाइ क्रियाकलापको योजना नभई विद्यार्थीका सिकाइलाई सहयोग पुऱ्याउने सामग्री हो । पाठ्यपुस्तकलाई विद्यार्थीको सिकाइमा सहयोग पुऱ्याउने एउटा महत्वपूर्ण आधारका रूपमा बालकेन्द्रित, सिकाइकेन्द्रित, अनुभवकेन्द्रित, उद्देश्यमूलक, प्रयोगमुखी र क्रियाकलापमा आधारित बनाउने प्रयास गरिएको छ । सिकाइ र विद्यार्थीको जीवन्त अनुभवविच तादात्म्य कायम गर्दै यसको सहज प्रयोग गर्ने शिक्षकले सहजकर्ता, उत्प्रेरक, प्रवर्धक र खोजकर्ताका रूपमा भूमिकाको अपेक्षा गरिएको छ । यस पुस्तकलाई अभ्य परिष्कृत पार्नका लागि शिक्षक, विद्यार्थी, अभिभावक, बुढिजीवी एवम् सम्पूर्ण पाठकहरूको समेत विशेष भूमिका रहने हुँदा सम्बद्ध सबैको रचनात्मक सुझावका लागि पाठ्यक्रम विकास केन्द्र हार्दिक अनुरोध गर्दछ ।

वि. सं. २०७९

नेपाल सरकार
शिक्षा, विज्ञान तथा प्रविधि मन्त्रालय
पाठ्यक्रम विकास केन्द्र

विषयसूची

पाठ	शीर्षक	पृष्ठसंख्या
1	समूह (Set)	१ - १५
2	पूर्ण संख्या (Whole Number)	१६ - ४४
3	पूर्णांक (Integer)	४५ - ६६
4	आनुपातिक संख्याहरू (Rational Numbers)	६७ - ७६
5	भिन्न र दशमलव (Fraction and Decimal)	७७ - ८६
6	अनुपात र समानुपात (Ratio and Proportion)	८७ - ९७
7	नाफा र नोक्सान (Profit and Loss)	९८ - १०३
8	ऐकिक नियम (Unitary Method)	१०४ - १११
9	परिमिति, क्षेत्रफल र आयतन (Perimeter, Area and Volume)	११२ - १३७
10	घातांक (Indices)	१३८ - १४३
11	बीजीय अभिव्यञ्जक (Algebraic Expression)	१४४ - १६७
12	समीकरण, असमानता र ग्राफ (Equation, Inequality and Graph)	१६८ - १८४
13	रेखा र कोणहरू (Lines and Angles)	१८५ - २०३
14	समतलीय आकृतिहरू (Plane Figures)	२०४ - २२०
15	अनुरूप आकृतिहरू (Congruent Figures)	२२१ - २२६
16	ठोस वस्तुहरू (Solid Objects)	२२७ - २३५
17	निर्देशांकहरू (Coordinates)	२३६ - २४१
18	सममिति र टेसेलेशन (Symmetry and Tessellation)	२४२ - २४९
19	स्थानान्तरण (Transformation)	२५० - २५८
20	दिशा स्थिति र स्केल ड्राइंग (Bearing and Scale Drawing)	२५९ - २६८
21	तथ्यांकको प्रस्तुतीकरण (Presentation of Data)	२६९ - २८२

1.0 पुनरवलोकन (Review)

सँगैको साथीसँग जोडीमा छलफल गरी तलका समूहलाई समूह सङ्केतमा लेख्नुहोस् :

- (क) हप्ताका सात बारको समूह
- (ख) अङ्ग्रेजी वर्णमालाका स्वर वर्णको समूह
- (ग) नेपालको राष्ट्रिय भन्डामा प्रयोग भएका रडको समूह
- (घ) 50 सम्मका वर्ग सङ्ख्याको समूह
- (ङ) 15 सम्मका रूढ सङ्ख्याको समूह

1.1 समूहका प्रकारहरू (Types of Set)

1.1.1 खाली समूह (Null Set)

क्रियाकलाप 1

तल दिइएका समूहको अध्ययन गरी के कति सदस्यहरू छन् ? छलफल गरी निष्कर्ष निकाल्नुहोस् :

- (क) नेपालका महिला प्रधानमन्त्रीको समूह
- (ख) कन्या विद्यालयमा अध्ययन गर्ने केटा विद्यार्थीको समूह
- (ग) 1 र 2 को बिचमा पर्ने प्राकृतिक सङ्ख्याको समूह

माथिका तीनओटा समूहमा एउटा पनि सदस्य छैनन् । एउटा पनि सदस्य नरहेको समूहलाई खाली समूह (Empty set or Null set or Void set) भनिन्छ । यसलाई ग्रिक सङ्केत फाई (ϕ) ले जनाइन्छ । ϕ लाई 'Phi' भनेर पढिन्छ ।

एउटा पनि सदस्य नभएको समूहलाई खाली समूह भनिन्छ ।
यसलाई ϕ अथवा { } ले जनाइन्छ ।

1.1.2 सीमित र असीमित समूह (Finite and Infinite Sets)

क्रियाकलाप २

तल दिइएका चित्रको अवलोकन गरी सोधिएका समूह निर्माण गरी छलफल गर्नुहोस् :



- (क) इन्द्रेणीमा भएका रडको समूहमा कतिओटा रड हुन्छन् ?
- (ख) एकवेरियमभित्र भएका माछाहरूको समूहमा कतिओटा माछाहरू छन् ?
- (ग) आकाशमा भएका ताराहरूको समूहमा कतिओटा ताराहरू हुन्छन् ?

माथिका चित्रहरूबाट इन्द्रेणीकाड, भाँडाभित्रका माछाहरू यतिओटा छन् भनी गणना गरेर निश्चित रूपमा भन्न सकिन्छ । तर आकाशमा भएका ताराको गणना गर्न सकिन्दैन ।

- (क) सीमित वा निश्चित सदस्य सङ्ख्याहरू भएको समूहलाई सीमित समूह (Finite Set) भनिन्छ ।
- (ख) सदस्य सङ्ख्या निश्चित रूपमा भन्न नसकिने वा अनगिन्ती सदस्य भएको समूहलाई असीमित समूह (Infinite Set) भनिन्छ ।

क्रियाकलाप ३

१. तल दिइएका समूहलाई अध्ययन गरी सीमित वा असीमित कस्ता समूह हुन् छलफल गर्नुहोस् :

$$N = \{ \text{प्राकृतिक सङ्ख्याको समूह} \}$$

$$W = \{ 30 \text{ भन्दा साना पूर्ण सङ्ख्याको समूह} \}$$

$$E = \{ \text{जोर सङ्ख्याको समूह} \}$$

$$S = \{ 100 \text{ सम्मका वर्ग सङ्ख्याको समूह} \}$$

- (क) समूह N, W, E र S का सदस्यहरू के के हन् ?
- (ख) के समूह N, W, E र S का सदस्य सदृख्या निश्चित रूपमा यति नै छन् भनेर भन्न सकिन्छ ?

समूह N र E दुवैका पहिलो सदस्य अर्थात् सुरुको सदस्य थाहा छ तर अन्तिम सदस्यहरू थाहा छैनन् । अन्तिम सदस्य थाहा नहुँदा यति नै सदस्य छन् भनेर निश्चित रूपमा भन्न सकिदैन । यी दुवै समूहमा असीमित सदस्य छन् । त्यसैले N र E दुवै असीमित समूह हन् । समूह W र S दुवैका सदस्य निश्चित छन् । त्यसैले W र S दुवै सीमित समूह हन् ।

उदाहरण 1

तल दिइएका समूहबाट सीमित वा असीमित समूह छुट्याउनुहोस् । सीमित समूह भए सदस्य सदृख्या पनि लेख्नुहोस् :

- (क) पूर्ण सदृख्याको समूह
- (ख) 24 का गुणनखण्डको समूह

समाधान

यहाँ,

- (क) यहाँ पूर्ण सदृख्याको समूहलाई W मानौं,
 $W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$
 W मा असीमित सदस्य छन् । त्यसैले W असीमित समूह हो ।
- (ख) यहाँ 24 का गुणनखण्डको समूहलाई F मानौं ।
 $F = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$
 F मा जम्मा 8 ओटा सदस्य छन् ।
 त्यसैले F सीमित समूह हो ।

1.1.3 समतुल्य र बराबर समूहहरू (Equivalent and Equal Sets)

क्रियाकलाप 4

समूहहरू $A = \{a, b, c\}$ र $B = \{1, 2, 3\}$ छन्।

समूह A र समूह B मा सदस्यहरूको सङ्ख्या कति कति छ ? के समूहहरू A र B का सदस्यहरूका सङ्ख्या बराबर छन् ? छलफल गर्नुहोस्।

यहाँ समूह A र B का सदस्यहरूका सङ्ख्या बराबर छन्। त्यसैले A र B समतुल्य समूहहरू हुन्।

यदि दुईओटा समूहहरूका सदस्य सङ्ख्याहरू बराबर छन् भने त्यस्ता समूहहरूलाई समतुल्य समूह भनिन्छ। समतुल्य समूहहरूलाई सङ्केतमा $A \sim B$ लेखिन्छ।

क्रियाकलाप 5

तल दिइएका समूहको अवलोकन गरी सोधिएका प्रश्नहरूमा छलफल गर्नुहोस् :

$$A = \{\triangle, \circlearrowleft, \square, \square\}$$

$$B = \{\square, \triangle, \circlearrowleft, \square\}$$

- (क) समूह A र B मा कति कतिओटा सदस्यहरू छन् ?
(ख) के समूह A र B का सदस्य सङ्ख्याहरू बराबर छन् ?
(ग) के समूह A र B मा सदस्यहरू उही छन् ?

समूहहरू A र B दुवैमा चार चारओटा सदस्यहरू छन्। A का हरेक सदस्यहरू B मा र B का हरेक सदस्यहरू A मा छन्। त्यसैले A र B बराबर समूहहरू हुन्।

- (क) यदि दुईओटा समूहहरूका सदस्यहरू उत्तिकै सङ्ख्यामा र उही छन् भने ती समूहहरू बराबर समूह हुन्छन्। यसलाई सङ्केतमा $A = B$ लेखिन्छ।
(ख) सबै बराबर समूहहरू समतुल्य हुन्छन् तर सबै समतुल्य समूह बराबर नहुन सक्छन्।

उदाहरण 2

1. यदि A र B दुई समूह छन् भने निम्नलिखित प्रश्नको उत्तर दिनुहोस् :

A = {1 भन्दा ठुला र 4 भन्दा साना प्राकृतिक सङ्ख्याहरूको समूह}

B = {6 का रूढ गुणनखण्डहरूको समूह}

(क) A र B लाई सूचीकरण विधिबाट लेख्नुहोस् ।

(ख) समूह A र समूह B दुवैका सदस्य सङ्ख्याहरू लेख्नुहोस् ।

(ग) के समूह A का हरेक सदस्यहरू समूह B मा छन् ?

(घ) के समूह B का हरेक सदस्यहरू समूह A मा छन् ?

(ड) समूह A र समूह B लाई कस्ता समूहहरू भन्न सकिएला ?

समाधान

यहाँ,

(क) A = { 2, 3}, B = {2, 3}

(ख) समूह A र समूह B दुवैको सदस्य सङ्ख्या 2 छ ।

(ग) समूह A का हरेक सदस्यहरू समूह B मा छन् ।

(घ) समूह B का हरेक सदस्यहरू समूह A मा पनि छन् ।

(ड) समूह A र B बराबर समूहहरू हुन् ।

अभ्यास 1.1

1. तल दिइएका समूहलाई सूचीकरण विधिबाट लेख्नुहोस् र ती समूहका सदस्यहरूको सङ्ख्या पनि लेख्नुहोस् :

(क) A = {13 सम्मका रूढ सङ्ख्याहरू}

(ख) B = {x : x ऐउटा 40 भन्दा सानो 4 को अपवर्त्य हो ।}

(ग) C = {2 भन्दा ठुला र 7 भन्दा साना गन्ती सङ्ख्याहरू}

(घ) D = {20 का गुणनखण्डहरू}

2. दिइएका समूहहरूमध्ये खाली समूह भए ठिक (V) र अरूलाई बेठिक चिह्न (X) दिनुहोस् :

(क) 1 भन्दा साना प्राकृतिक सङ्ख्याहरूको समूह

- (ख) जोर रुढ सद्व्याको समूह
 (ग) कक्षा 6 का 6 फिट भन्दा अग्ला विद्यार्थीको समूह
 (घ) 2 ले भाग जाने विजोर सद्व्याहरूको समूह
3. तल दिइएका समूहहरूबाट सीमित वा असीमित समूह छुट्याउनुहोस् । सीमित समूह भए सदस्य सद्व्या पनि लेख्नुहोस् :
- (क) $A = \{20 \text{ भन्दा ठुला विजोर सद्व्याहरू}\}$
 (ख) $P = \{20 \text{ भन्दा साना रुढ सद्व्याहरू}\}$
 (ग) $C = \{20 \text{ भन्दा साना संयुक्त सद्व्याहरू}\}$
 (घ) $W = \{1 \text{ भन्दा साना पूर्ण सद्व्याहरू}\}$
4. तल दिइएका समूहहरूमध्ये कुन कुन बराबर समूह हुन, बराबर भए = चिह्नको प्रयोग गरी लेख्नुहोस् ।
- (क) $P = \{2 \text{ देखि } 9 \text{ सम्मका रुढ सद्व्याहरू}\}, Q = \{1 \text{ देखि } 8 \text{ सम्मका विजोर सद्व्याहरू}\}$
 (ख) $A = \{2 \text{ ले भाग जाने } 20 \text{ भन्दा साना प्राकृतिक सद्व्याहरू}\}, B = \{10 \text{ भन्दा साना जोर सद्व्याहरू}\}$
 (ग) $C = \{l, u, r, e\}, D = \{r, u, l, e\}$
 (घ) $A = \{16 \text{ का गुणनखण्डहरू}\}, B = \{4 \text{ ले भाग जाने } 16 \text{ सम्मका सद्व्याहरू}\}$
5. तल दिइएका समूहहरूमध्येबाट समतुल्य समूह छुट्याउनुहोस् :
- (क) $A = \{g, o, d\}, B = \{d, o, t\}$
 (ख) $A = \{a, b, c, \dots, x\}, Y = \{1, 2, 3, \dots, 12\}$
 (ग) $C = \{l, i, n, e\}, D = \{f, i, l, e\}$
 (घ) $G = \{1, 2, 3, 4, 5\}, H = \{x : x \text{ एउटा } 6 \text{ भन्दा सानो प्राकृतिक सद्व्या हो}\}$
6. यदि दिइएका समूहहरू $A = \{0, 1, 2, 3\}, B = \{1, 2, 3\}, C = \{0\}, D = \{\}, E = \{1, 2, 3\} \text{ र } F = \{1\}$ भए तलका प्रश्नको उत्तर दिनुहोस् :
- (क) प्रत्येक समूहको सदस्य सद्व्या लेख्नुहोस् ।
 (ख) कुन कुन समूहका सदस्य सद्व्या बराबर छन् ?

- (ग) सदस्य सङ्ख्या बराबर भएर पनि आपसमा बराबर नहुने समूहहरू कुन कुन हुन् ?
- (घ) कुन कुन समूह बराबर छन्, लेख्नुहोस् ।
7. यदि समूहहरू $A = \{4, 5\}$ र $B = \{c, d\}$ छन् भने यी दुई समूहहरू समतुल्य छन् ? कारणसहित लेख्नुहोस् ।
8. यदि $A = \{a, b, c, d\}$ र $B = \{a, b, c, d, e\}$ भए,
- (क) के समूह A र समूह B बराबर छन् ?
- (ख) समूह A र समूह B लाई बराबर बनाउन के गर्नुपर्ला ?

परियोजना कार्य

तपाईं आफ्नो कक्षाकोठामा भएका कुनै १० ओटा वस्तुहरूको सूची तयार पार्नुहोस् । सोही वस्तुको सूचीबाट समान गुणका आधारमा फरक फरक समूहको निर्माण गर्नुहोस् । ती समूहलाई अवलोकन गरी तिनीहरूको नाम, प्रकार लेख्नुहोस् र कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

1.2 सर्वव्यापक समूह (Universal Set)

क्रियाकलाप 1

सम्पूर्ण विद्यार्थी उपयुक्त संख्यामा समूहमा विभाजन भई छलफल गरेर प्रत्येक समूहले निम्न बोजिमका संख्याको समूह निर्माण गर्नुहोस् ।

- (क) जोर (Even) संख्याहरूको समूह E
- (ख) बिजोर (Odd) संख्याहरूको समूह O
- (ग) वर्ग (Square) संख्याहरूको समूह S
- (घ) घन (Cube) संख्याहरूको समूह C
- (ड) रूढ (Prime) संख्याहरूको समूह P
- (च) संयुक्त (Composite) संख्याहरूको समूह A

माथिका सबै (क देखि च सम्म) समूहहरूका गुण वा विशेषता छलफलमा आउन सक्ने कुनै एउटा समूह के हुन सक्छ ?

के माथिका $N = \{\text{प्राकृतिक संख्याहरू}\}$ वा $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ मा माथिका सबै समूहहरू छलफलमा आउन सक्छन् ?

त्यस्तै गरी आफ्नो कक्षाका छात्राहरूको समूह G, छात्रहरूको समूह B र टोपी लगाउने विद्यार्थीको समूह C बनाउनुहोस् ।

यी तीनओटै समूहका गुण वा विशेषता आउन सक्ने कुनै एउटा निश्चित समूह के होला ?

के $S = \{\text{कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीको समूह}\}$ मा माथिका सबै (तीनओटै) समूह पर्दछ ?

कुनै एउटा निश्चित समूहमा छलफलभित्र आउन सक्ने सबै प्रकारका समूह समावेश भएका छन् भने त्यो निश्चित समूहलाई सर्वव्यापक समूह (Universal Set) भनिन्छ । सर्वव्यापक समूहलाई U ले जनाइन्छ ।

द्वियाकलाप 2

उपयुक्त समूहमा विभाजन भई तलको संवाद पढ्नुहोस् र छलफल गरी सर्वव्यापक समूह के हुन सक्छ ? कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

- रूपेश : 13 सम्मका बिजोर सङ्ख्याहरू
नोबु : यसमा 16 र 16 भन्दा ठुला गान्तीका सङ्ख्या त परेन ।
मञ्जु : 14 सम्मका जोर सङ्ख्याहरू
सदाम : यसमा रूढ सङ्ख्याहरू पनि छन् त ?
दिलमाया : यसमा उपयुक्त भिन्न छन् त ?
कविता : ए ! यसमा त दशमलव सङ्ख्या पनि छैन ।

माथिको छलफलका आधारमा विमलले बोर्डमा लेखेको सर्वव्यापक समूह पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ 15 सम्मका प्राकृतिक सङ्ख्याहरूको समूह (N) = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15} मा माथिका सबै समूहहरू छलफलमा आउन सक्छन् ।

त्यसैले यहाँ समूह N सर्वव्यापक समूह हुन्छ ।

उदाहरण 1

सर्वव्यापक समूह (U) = 15 भन्दा साना प्राकृतिक सङ्ख्याहरूको समूह छ । अब, सूचीकरण विधिबाट तलका समूहहरू निर्माण गर्नुहोस् :

- (क) $A = \{15 \text{ भन्दा साना जोर सङ्ख्याहरूको समूह}\}$
(ख) $B = \{15 \text{ भन्दा साना रूढ सङ्ख्याहरूको समूह}\}$

समाधान

यहाँ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14\}$

(क) $A = \{15 \text{ भन्दा साना जोर सङ्ख्याहरूको समूह}\}$

$\therefore A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$

(ख) $B = \{15 \text{ भन्दा साना रूढ सङ्ख्याहरूको समूह}\}$

$\therefore B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$

अभ्यास 1.2

1. सर्वव्यापक समूह $U = \{25 \text{ भन्दा साना प्राकृतिक संख्याहरू}\}$ छ भने सूचीकरण विधिबाट तलका समूहहरू लेखुहोस् :
- (क) $A = \{25 \text{ भन्दा साना वर्ग संख्याहरूको समूह}\}$
(ख) $O = \{\text{बिजोर संख्याहरूको समूह}\}$
(ग) $C = \{\text{संयुक्त संख्याहरूको समूह}\}$
2. सर्वव्यापक समूह $U = \{5 \text{ देखि } 20 \text{ सम्मका पूर्ण संख्याहरू}\}$ छ। दिइएको सर्वव्यापक समूहका आधारमा सूचीकरण विधिबाट निम्नबमोजिमका समूहहरू निर्माण गर्नुहोस् :
- (क) जोर संख्याहरूको समूह E
(ख) 3 को अपवर्त्यहरूको समूह M_3
(ग) रूढ संख्याहरूको समूह P
3. तल दिइएका समूहहरूका लागि एउटा सर्वव्यापक समूह U बनाउनुहोस्।

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\} \text{ र } B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

4. एउटा विद्यालयमा कक्षा 7 का विद्यार्थीबिच भएको तलको छलफलका आधारमा सर्वव्यापक समूह पत्ता लगाउनुहोस् :

- डोल्मा : यसमा M_4 विचार गर्दा $M_4 = \{4, 8, 12\}$ हुन्छ।
आर्या : यसमा शून्य छैन त।
कृष्णा : यसमा 13 पनि छैन नि।
जाकिर : ए! यसमा भिन्न पनि आउदैन।
सोल्मु : यसमा बिजोर संख्या त एउटा पनि छैन।
जितु : यसमा दशमलव संख्या पनि छैन।

उत्तर

शिक्षकलाई देखाउनुहोस्।

1.3 उपसमूह (Subset)

क्रियाकलाप 1

सबै विद्यार्थी उपयुक्त सद्ब्यामा समूहमा बस्नुहोस् । प्रत्येक समूहले ज्यामिति बाकसमा हुने तलका औजारको समूहलाई सर्वव्यापक समूह U मान्नुहोस् ।

$$U = \{\text{प्रोट्रेक्टर}, \text{सेट स्क्वायर}, \text{कम्पास}, \text{रुलर}\}$$

अब प्रत्येक समूहले माथिको सर्वव्यापक समूहबाट निम्नानुसारको समूह निर्माण गर्नुहोस् :

1. सर्वव्यापक समूहबाट एउटा मात्र सदस्य भएका समूहहरू

$$A = \{\text{प्रोट्रेक्टर}\}, B = \{\text{सेट स्क्वायर}\}$$

$$C = \{\text{कम्पास}\}, D = \{\text{रुलर}\}$$

2. दुईओटा सदस्यहरू भएका समूहहरू

$$E = \{\text{प्रोट्रेक्टर}, \text{सेट स्क्वायर}\}$$

$$F = \{\text{प्रोट्रेक्टर}, \text{कम्पास}\}$$

$$G = \{\text{प्रोट्रेक्टर}, \text{रुलर}\}$$

$$H = \{\text{सेट स्क्वायर}, \text{रुलर}\}$$

$$I = \{\text{सेट स्क्वायर}, \text{कम्पास}\}$$

$$J = \{\text{कम्पास}, \text{रुलर}\}$$

3. तीनओटा सदस्य भएका समूहहरू

$$K = \{\text{प्रोट्रेक्टर}, \text{सेट स्क्वायर}, \text{कम्पास}\}$$

$$L = \{\text{प्रोट्रेक्टर}, \text{कम्पास}, \text{रुलर}\}$$

$$M = \{\text{सेटस्क्यार}, \text{सेट स्क्वायर}, \text{रुलर}\}$$

$$N = \{\text{प्रोट्रेक्टर}, \text{सेट स्क्वायर}, \text{रुलर}\}$$

4. चारओटा सदस्य भएका समूहहरू

$$O = \{\text{प्रोट्रेक्टर}, \text{सेट स्क्वायर}, \text{कम्पास}, \text{रुलर}\}$$

5. एउटा खाली समूह

$$P = \{ \}$$

अब माथिका समूहका आधारमा तलका प्रश्नमा साथीहरूसँग छलफल गर्नुहोस् :

- (क) के समूह A का सदस्य समूह U का पनि सदस्य हुन् ?
- (ख) के समूह B, C, D का सबै सदस्यहरू समूह U का पनि सदस्यहरू हुन् ?
- (ग) के समूह E, F, G, H, I र J का सबै सदस्यहरू समूह U का पनि सदस्यहरू हुन् ?
- (घ) के समूह K, L, M र N का सबै सदस्यहरू समूह U का पनि सदस्यहरू हुन् ?
- (ङ) के समूह O का सबै सदस्यहरू समूह U का पनि सदस्यहरू हुन् ?

पहिलो समूहमा भएका सबै सदस्य दोस्रो समूहको पनि सदस्य भए पहिलो समूहलाई दोस्रो समूहको उपसमूह भनिन्छ ।

1.3.1 उपयुक्त र अनुपयुक्त उपसमूहहरू (Proper and Improper Subsets)

क्रियाकलाप 2

प्रत्येक विद्यार्थीले एउटा एउटा समूह बनाउनुहोस् ।

जस्तै: $P = \{1, 2, 3\}$

अब आफुले बनाएको समूहबाट बन्ने उपसमूहहरू बनाउनुहोस् र तल दिइएका प्रश्नमा छलफल गर्नुहोस् :

$$A = \{1\}, B = \{2\} C = \{3\}$$

$$D = \{1, 2\}, E = \{1, 3\} F = \{2, 3\}$$

$$G = \{1, 2, 3\}, H = \{\quad\}$$

- (क) P का सबै सदस्यहरू लिएर बनाइएको उपसमूह कुन हो ? यो कस्तो उपसमूह हो ?
- (ख) P का केही सदस्यहरू लिएर बनाइएका उपसमूहहरू कुन कुन हुन् ? यी उपसमूहहरूलाई कस्ता उपसमूह भनिन्छ ?
- (ग) के खाली समूहलाई कुनै पनि समूहको उपयुक्त उपसमूह भन्न सकिन्छ ?
- (घ) समूह P बाट जम्मा कतिओटा उपसमूहहरू निर्माण गर्न सकिने रहेछ ? त्यसमध्ये उपयुक्त उपसमूह र अनुपयुक्त उपसमूहहरू कति कतिओटा रहेछन् ।
- (ङ) के बराबर समूहहरू आपसमा अनुपयुक्त उपसमूहहरू हुन्छन् ?
- (च) उपयुक्त उपसमूह र अनुपयुक्त उपसमूहलाई गणितीय सङ्केतमा कसरी जनाइन्छ ?
- (छ) P बाट कतिओटा उपसमूहहरू बनाउन सकिन्छ ?

- यदि समूह A का केही मात्र सदस्यहरू लिएर उपसमूह B बनाइन्छ भने B लाई समूह A को उपयुक्त उपसमूह (Proper Subset) भनिन्छ । यसलाई $B \subset A$ ले खिन्छ ।
- यदि समूह A का सबै सदस्यहरू राखेर उपसमूह B बनाइन्छ भने B लाई A को अनुपयुक्त उपसमूह भनिन्छ । यसलाई $B \subseteq A$ ले खिन्छ ।
- खाली समूह सबै समूहको उपयुक्त उपसमूह हुन्छ ।
- वरावर समूहहरू आपसमा अनुपयुक्त उपसमूहहरू हुन्छन् ।

उदाहरण 1

तल दिइएका सर्वव्यापक समूह (U) बाट निर्माण गरिएका विभिन्न उपसमूहहरूमध्ये उपयुक्त उपसमूह र अनुपयुक्त उपसमूह छुट्याउनुहोस् ।

$$U = \{a, e, i, o, u\}$$

$$A = \{a, e\}$$

$$B = \{e, o, u\}$$

$$C = \{a, e, i, o, u\}$$

समाधान

यहाँ उपसमूहहरू A र B उपयुक्त उपसमूहहरू हुन् ।

त्यस्तै उपसमूह C अनुपयुक्त उपसमूह हो ।

अभ्यास 1.3

- यदि समूह $F = \{\text{सयपत्री, गुलाफ, गुराँस}\}$ छ भने
 - समूह F बाट बन्ने एक सदस्यीय उपसमूह बनाई नामाकरण गर्नुहोस् ।
 - समूह F बाट बन्ने दुई सदस्यीय उपसमूह बनाई नामाकरण गर्नुहोस् ।
 - समूह F बाट सबै सदस्य लिएर उपसमूह बनाई नामाकरण गर्नुहोस् ।
 - कुनै पनि सदस्य नभएको उपसमूह बनाई नामाकरण गर्नुहोस् ।
- प्रश्न (1) मा बनाइएका उपसमूहबाट उपयुक्त उपसमूह र अनुपयुक्त उपसमूह छुट्याउनुहोस् ।
- यदि $A = \{1, 2, 3, 4\}$ भए $B = \{2, 3, 4\}$ र $C = \{4, 3, 2, 1\}$ मध्ये कुन चाहिँ A को उपयुक्त उपसमूह हो ?

4. समूह $A = \{a, b, c\}$ बाट बन्न सक्ने सबै उपसमूहहरू निर्माण गर्नुहोस् ।
5. तलका समूहहरूबाट बन्न सक्ने उपयुक्त उपसमूहहरू लेख्नुहोस् :
- (क) $P = \{a, b\}$ (ख) $Q = \{4, 5\}$ (ग) $R = \{p, q, r\}$
6. तलको तालिका कार्पीमा बनाई भर्नुहोस् ।

समूह	उपसमूहहरू	उपयुक्त उपसमूहहरू	अनुपयुक्त उपसमूहहरू
{1}			
{1, 2}			
{1, 2, 3}			

7. कुनै एउटा समूहलाई सूचीकरण विधिबाट लेख्नुहोस् । उक्त समूहबाट बन्न सक्ने जति सबै उपसमूह लेख्नुहोस् । त्यसबाट उपयुक्त उपसमूह र अनुपयुक्त उपसमूहहरू छुट्याई कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

परियोजना कार्य

तपाईंको कक्षाकोठामा भएका वस्तुको सूची तयार गर्नुहोस् । गुणका आधारमा समूह बनाउनुहोस् । ती प्रत्येक समूहबाट बन्ने उपसमूह निर्माण गरी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

सिवित अभ्यास

1. समूह $A = \{6$ को गुणनखण्डहरूको समूह $\}$ र $B = \{10$ भन्दा साना रुढ़ि सद्ख्याहरूको समूह $\}$ भए
 - (क) समूह A र समूह B लाई सूचीकरण र समूह निर्माण विधिमा लेख्नुहोस् ।
 - (ख) समूह A र समूह B समतुल्य वा बराबर कस्ता समूहहरू हुन्, किन ?
2. समूह $L = \{1$ देखि 10 सम्मका 2 ले निशेप भाग जाने प्राकृतिक सद्ख्याहरूको समूह $\}$, $M = \{10$ सम्मको 2 का अपवर्त्यहरूका समूह $\}$ र $N = \{12$ देखि 16 सम्मका प्राकृतिक सद्ख्याहरूको समूह $\}$ भए,
 - (क) समूह L , M र N लाई सूचीकरण विधिवाट लेख्नुहोस् ।
 - (ख) कुन कुन समूहहरू बराबर र समतुल्य हुन्छन् ? कारण लेख्नुहोस् ।
3. समूह $A = \{10$ भन्दा ठुला जोर सद्ख्याहरूको समूह $\}$ र $B = \{10$ भन्दा साना जोर सद्ख्याहरूको समूह $\}$ भए,
 - (क) समूह A र समूह B लाई सूचीकरण र समूह निर्माण विधिमा लेख्नुहोस् ।
 - (ख) समूह A र समूह B सीमित वा असीमित कस्ता समूह हुन्, किन लेख्नुहोस् ।

उत्तर

शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

पूर्ण संख्या (Whole Number)

पाठ 2

2.0 पुनरवलोकन (Review)

दिइएका चित्र हेरी तलको तालिका भर्नुहोस् र छलफल गर्नुहोस् :

(i)

(ii)

(iii)

(iv)

चित्र न.	लम्बाइतिर कोठा संख्या	चौडाइतिर कोठा संख्या	जम्मा कोठा
(i)			
(ii)			
(iii)			

- (क) गन्ती नगरी जम्मा कोठा कसरी थाहा पाउन सकिन्छ ?
- (ख) कुन कुन चित्रमा लम्बाइ र चौडाइतिर बराबर संख्याका वर्गाकार कोठा छन् ?
- (ग) कुन कुन चित्र वर्गाकार छन् ?
- (घ) वर्गाकार चित्रमा भएका जम्मा कोठाको संख्या र लम्बाइतिर भएका कोठाका संख्याले के जनाउँछ ?

- कुनै संख्यालाई आफैसँग गुणन गर्दा आउने गुणनफललाई वर्ग संख्या भनिन्छ ।
- कुनै पनि वर्ग संख्याका दुइओटा उस्ता उस्तै गुणनखण्डहरू हुन्छन् भने ती गुणनखण्डहरूमध्ये एउटालाई त्यस संख्याको वर्गमूल भनिन्छ । कुनै संख्याको वर्गमूल (square root) लाई जनाउन ‘ $\sqrt{}$ ’ संख्येतको प्रयोग गरेर लेखिन्छ ।

जस्तै : $\sqrt{64} = \sqrt{8^2} = 8$ हुन्छ ।

2.1 संख्याको वर्ग र वर्गमूल (Square and Square Root of the Number)

क्रियाकलाप 1

- कुनै एउटा वर्ग संख्या लिनुहोस्, जस्तै 64
- अब उक्त संख्याबाट क्रमशः विजेर संख्याहरू 1, 3, 5, 7, 9, 11 घटाउँदै जानुहोस् । जति पटकमा शून्य आउँछ त्यही नै वर्ग हुन्छ ।

$$64 - 1 = 63 \quad \text{पहिलो पटक}$$

$$63 - 3 = 60 \quad \text{दोस्रो पटक}$$

$$60 - 5 = 55 \quad \text{तेस्रो पटक}$$

$$55 - 7 = 48 \quad \text{चौथो पटक}$$

$$48 - 9 = 39 \quad \text{पाँचौं पटक}$$

$$39 - 11 = 28 \quad \text{छठौं पटक}$$

$$28 - 13 = 15 \quad \text{सातौं पटक}$$

$$15 - 15 = 0 \quad \text{आठौं पटक}$$

कति पटकमा नतिजा शून्य आयो ?

आठौं पटकमा नतिजा शून्य आएकाले 64 को वर्गमूल 8 हो ।

2.1.1 रूढ खण्डीकरण विधिबाट वर्गमूल (Square Root by Prime Factorization Method)

क्रियाकलाप 2

तलको उदाहरण हेरी सोधिएका प्रश्नहरूमा छलफल गर्नुहोस् :

6 र 36 का रूढ गुणनखण्डहरू निकाल्दा,

$$\begin{array}{r} 2 \\ \sqrt{6} \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \sqrt{36} \\ \hline 18 \\ 3 \\ \hline 9 \\ 3 \end{array}$$

$$6 = 2 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

- (क) सद्ब्या 6 र 36 बिच कस्तो सम्बन्ध छ ?
- (ख) सद्ब्या 6 को रूढ गुणनखण्डहरूमध्ये 2 कतिओटा छन् ?
- (ग) सद्ब्या 6 को रूढ गुणनखण्डहरूमध्ये 3 कतिओटा छन् ?
- (घ) सद्ब्या 36 को रूढ गुणनखण्डहरूमध्ये 2 र 3 कति कतिओटा छन् ?
- (ङ) वर्ग सद्ब्या र वर्गमूलका रूढ गुणनखण्डहरूमा के फरक पाउनुभयो, निष्कर्ष निकालुहोस् ।

अब 36 को वर्गमूल निकाल्दा,

$$\begin{aligned} &= \sqrt{36} \\ &= \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 3} \\ &= \sqrt{2^2 \times 3^2} \\ &= 2 \times 3 \\ &= 6 \end{aligned}$$

अतः 36 को वर्गमूल 6 हुन्छ ।

रूढ गुणनखण्ड विधिबाट वर्गमूल निकाल्दा अपनाउनुपर्ने प्रक्रिया

- दिइएको सद्ब्याको रूढ गुणनखण्ड निकाल्ने
- रूढ गुणनखण्डलाई 'भ' चिह्न भित्र राख्ने
- जोडा जोडा सद्ब्यालाई घाताढकका रूपमा लेख्ने
- प्रत्येक जोडाको एउटा एउटा सद्ब्या मूल चिह्न बाहिर लेख्ने र गुणन गर्ने
- प्राप्त गुणनफल तै सो सद्ब्याको वर्गमूल हुन्छ ।

उदाहरण 1

1225 को रूढ खण्डीकरण विधिबाट वर्गमूल निकालुहोस् :

समाधान

यहाँ 1225 को रूढ गुणनखण्ड निकाल्दा,

5	1225
5	245
7	49
7	

अब 1225 को वर्गमूल निकाल्दा,

$$\begin{aligned}&= \sqrt{1225} \\&= \sqrt{5 \times 5 \times 7 \times 7} \\&= \sqrt{5^2 \times 7^2} \\&= 5 \times 7 \\&= 35\end{aligned}$$

उदाहरण 2

एउटा वर्गाकार सेमिनार हलको क्षेत्रफल 625 m^2 भए त्यसको लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् :

समाधान

यहाँ वर्गाकार सेमिनार हलको क्षेत्रफल (A) = 625 m^2

लम्बाइ (l) = ?

अब,

$$A = 625 \text{ m}^2$$

$$\text{अथवा } l^2 = 625 \text{ m}^2$$

$$\text{अथवा } l = \sqrt{625}$$

$$\begin{array}{r} 5 \quad | \quad 625 \\ 5 \quad | \quad 125 \\ 5 \quad | \quad 25 \\ \hline & 5 \end{array}$$

$$\begin{aligned}&= \sqrt{5 \times 5 \times 5 \times 5} \\&= \sqrt{5^2 \times 5^2} \\&= 5 \times 5 \\&= 25\end{aligned}$$

अतः उक्त सेमिनार हलको लम्बाइ 25 m रहेछ ।

2.1.2 भाग विधिबाट वर्गमूल (Square Root by Division Method)

क्रियाकलाप 3

1764 को भाग विधिबाट वर्गमूल निकालेको अवलोकन गरी छलफल गर्नुहोस् :

- (क) 1764 का अद्वितीय कसरी जोडी बनाइएको छ ?
- (ख) पहिला 4 ले नै किन भाग गरियो ?
- (ग) पुनः 4 को तल 4 लाई राखेर किन जोडियो ?
- (घ) के सधैँ भाग गर्दा भाजक र भागफलमा एउटै सङ्ख्या लिनुपर्दछ, निष्कर्ष निकाल्नुहोस् ।

		4	2
4		17	64
+ 4	-	16	↓
82		1	64
+ 2	-	1	64
84		0	

तरिका

1. सङ्ख्याको एकको स्थानबाट जोडा जोडा मिलाउँदै जानुपर्छ ।
जस्तै : $\overline{17} \overline{64}$
2. पहिलो जोडा 17 लाई वर्ग सङ्ख्यामा विचार गर्दा 17 भन्दा सानो तर सबैभन्दा ठुलो वर्ग सङ्ख्या 16 हुन्छ । यसको वर्गमूल 4 आउने गरी हिसाब गरिन्छ ।
3. 4 लाई तल माथि राखेर गुणन गर्दा आएको गुणनफल 17 को तलपट्टि राखी घटाउनुपर्दछ । अगाडिको 4 र 4 लाई जोड चिह्न राखी जोड्नुपर्दछ, जुन 8 हुन्छ ।
4. शेष आएको 1 सँग अर्को जोडा सङ्ख्या 64 लाई तल भार्नुपर्दछ । अब भाज्य 164 हुन्छ ।
5. अब भाजक 8 को दायाँपट्टि कुनै अद्वितीय थप्पा बनेको सङ्ख्यालाई थप्पिएको अद्वितीय नै गुणन गर्दा भाज्य (164) यो हिसाबमा अद्वितीय 2 थप्पेर हिसाब गर्दा मिल्छ । भाग गएमा उक्त अद्वितीय को दायाँपट्टि राखेर हिसाब गर्दा ठुलो हुन्छ । त्यसैले 7 को पछाडि 0 राखी 0 ले भाग गर्नुपर्दछ ।
6. अब शेष 0 आएकाले 1764 को वर्गमूल 42 हुन्छ ।

उदाहरण 4

95481 को भाग विधिबाट वर्गमूल निकालनुहोस् :

समाधान

यहाँ

		3 0 9
3	9 5 4 8 1	
+ 3	- 9	
60	0 5 4	
+ 0	- 0	
609	0 5 4 8 1	
+ 9	- 5 4 8 1	
618	0	

अतः 95481 को वर्गमूल 309 हुन्छ ।

उदाहरण 5

$\frac{144}{169}$ को वर्गमूल निकालनुहोस् :

समाधान

यहाँ $\frac{144}{169}$ को वर्गमूल निकाल्दा,

$$= \sqrt{\frac{144}{169}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3}{13 \times 13}}$$

$$= \sqrt{\frac{2^2 \times 2^2 \times 3^2}{13^2}}$$

$$= \frac{2 \times 2 \times 3}{13}$$

$$= \frac{12}{13}$$

- यहाँ 9 5 4 8 1 लाई एकको स्थानबाट जोडी मिलाउँदा 9 5 4 8 1 भयो ।
- अब पहिलो भाज्य 9 भयो
- 9 लाई भाजक 3 ले भाग गर्दा शेष 0 आयो । 0 को दायाँपट्टि 54 भार्दा 054 भयो ।
- भाजक 3 मा 3 जोड्दा 6 भयो ।
- 6 को दायाँपट्टि 0 बाहेक जुन अङ्क राखे पनि 54 भन्दा ठुलो हुन्छ ।
- 60 लाई 0 ले गुणन गर्दा 0 आयो जुन 054 को मुनि राखियो ।
- 054 बाट 0 घटाउँदा 054 नै भयो ।
- 054 को दायाँपट्टि 81 भारियो । अब 05481 भाज्य भयो ।
- 60 को दायाँपट्टि 9 थप्दा 609 भयो । 609 लाई थपिएको अङ्क 9 ले नै गुणन गर्दा 5481 आएकोले निशेष भएर हिसाब मिल्यो ।

- अंश र हरको छुट्टाछुट्टै वर्गमूल निकाल्नु पर्दछ ।
- भिन्नको सरल गरी उत्तर लेख्नुपर्दछ ।

उदाहरण 6

के 12675 वर्ग संख्या हो ? यदि होइन भने 12675 लाई कुन संख्याले भाग गर्दा भागफल वर्ग संख्या बन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् :

समाधान

$$\text{यहाँ } 12675 = 3 \times 5 \times 5 \times 13 \times 13$$

दुईओटा उस्ता उस्तै संख्याहरूको जोडी बनाउँदा,

$$3 \times 5^2 \times 13^2$$

3	12675
5	4225
5	845
13	169

$$13$$

दुईओटा उस्ता उस्तै संख्याहरूको जोडी बनाउँदा 3 को जोडी छैन । त्यसैले 12675 वर्ग संख्या होइन । 12675 लाई 3 ले भाग गर्दा आउने संख्या वर्ग संख्या बन्छ ।

अतः आवश्यक संख्या = 3

अभ्यास 2.1

1. दिइएका संख्याहरूको वर्ग निकाल्नुहोस् :

- (क) 19 (ख) 20 (ग) 18 (क) 35 (ख) 54 (ग) 63

2. तलका तथ्यहरू ठिक भए ठिक (V) चिह्न र बेठिक भएक्रस (X) चिह्न लगाउनुहोस् ।

(क) कुनै पनि संख्याको एकको स्थानमा 0, 1, 4, 5, 6 र 9 छन् भने त्यो संख्या वर्ग संख्या हुन्छ ।

(ख) कुनै पनि वर्ग संख्याको अन्तमा जोर संख्यामा शून्यहरू छन् भने त्यो पनि वर्ग संख्या हुन्छ ।

(ग) 169000 वर्ग संख्या हो ।

3. तल दिइएका संख्याको रूढ खण्डीकरण विधिबाट वर्गमूल निकाल्नुहोस् :

- (क) 169 (ख) 324 (ग) 1225 (घ) 5625 (ड) 121×196

4. तल दिइएका संख्याको भाग विधिबाट वर्गमूल निकाल्नुहोस् :

- (क) 2304 (ख) 8836 (ग) 9801 (घ) 11025 (ड) 95481

5. प्रमाणित गर्नुहोस् :

$$(क) \sqrt{25} \times \sqrt{36} = \sqrt{25 \times 36} \quad (ख) \frac{\sqrt{625}}{\sqrt{25}} = \sqrt{\frac{625}{25}}$$

6. तल दिइएका सङ्ख्याको वर्गमूल निकालुहोस् :-
- (क) $\frac{625}{1024}$ (ख) $\frac{49}{81}$ (ग) $\frac{324}{1225}$ (घ) $\frac{1225}{2916}$
 (ड) 121×196 (च) 144×169 (छ) $1\frac{91}{2025}$
7. के 500 वर्ग सङ्ख्या हो ? रुढ खण्डीकरण विधिबाट परीक्षण गर्नुहोस् ।
8. के 325 वर्ग सङ्ख्या हो ? यदि होइन भने कुन सबैभन्दा सानो सङ्ख्याले गुणन गर्दा 325 लाई वर्ग सङ्ख्या बनाउन सकिन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।
9. एउटा वर्गाकार जग्गाको लम्बाई 37 m भए त्यसको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।
10. एउटा वर्गाकार सेमिनार हलको क्षेत्रफल 729 m^2 भए त्यसको लम्बाई पत्ता लगाउनुहोस् ।
11. सामाजिक शिक्षकले कक्षा 7 का विद्यार्थीलाई हनुमानढोका घुमाउन लानुभएछ । विद्यार्थीले खाएको खाजाको रकम रु. 15625 भएछ । सबै विद्यार्थीले विद्यार्थी सङ्ख्या बराबरको खाजा खाएका रहेछन् भने विद्यार्थी सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
12. 196 को वर्गमूल कति हुन्छ ? लगातार घटाउने प्रक्रियाबाट पत्ता लगाउनुहोस् ।
13. कक्षा 7 का विद्यार्थीले बाढीपीडितको सहयोगका लागि जम्मा रु. 2500 दिएछन् । प्रत्येक विद्यार्थीले कक्षामा जति विद्यार्थी छन् त्यतिनै दिएका थिए । कक्षामा कति विद्यार्थी रहेछन्, पत्ता लगाउनुहोस् ।
14. 1021 मा कुन सबैभन्दा सानो सङ्ख्या जोड्दा वर्ग सङ्ख्या बन्छ, उक्त सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
15. 18227 बाट कुन सबैभन्दा सानो सङ्ख्या घटाउँदा वर्ग सङ्ख्या बन्छ, उक्त सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
16. के 7200 वर्ग सङ्ख्या हो ? यदि होइन भने 7200 लाई कुन सबैभन्दा सानो सङ्ख्याले भाग गर्दा भागफल वर्ग सङ्ख्या बन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

परियोजना कार्य

तपाईँको विद्यालयका विद्यार्थी सदृख्या टिपोट गर्नुहोस् । उक्त सदृख्या वर्ग सदृख्या हो वा होइन परीक्षण गर्नुहोस् । यदि वर्ग सदृख्या होइन भने वर्ग सदृख्या बनाउन कुन सबैभन्दा सानो सदृख्याले गुणन गर्नुपर्दछ ? पत्ता लगाउनुहोस् र कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

१ र २ शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

३. (क) १३ (ख) १८ (ग) ३५ (घ) ७५ (ड) १५४

४. (क) ४८ (ख) ९४ (ग) ९९ (घ) १०५ (ड) ३०९

५. शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

६. (क) $\frac{25}{32}$ (ख) $\frac{7}{9}$ (ग) $\frac{18}{35}$ (घ) $\frac{35}{54}$

(ड) १५४ (च) १५६ (छ) $1\frac{1}{45}$

७. होइन

८. होइन, १३ ले गुणन गर्दा वर्ग सदृख्या बन्छ ।

९. 1369 m^2 १०. २७ ११. १२५ १२. १४ १३. ५० जना

१४. ३ १५. २ १६. २

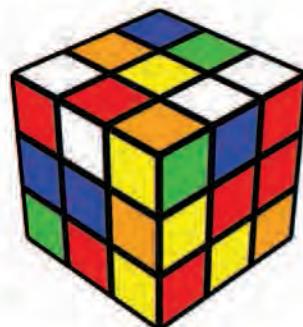
2.2 सङ्ख्याको घन र घनमूल (Cube and Cube Roots of Numbers)

क्रियाकलाप 1

चित्रमा दिइएको रुबिक्स घन (rubik's cube) अवलोकन गर्नुहोस् । उक्त चित्रमा कतिओटा साना एकाइ घनहरू छन् छलफल गर्नुहोस् ।

माथिल्लो सतहमा $= 3 \times 3 = 9$ ओटा

तीन तह भएकाले $= 9 \times 3 = 27$ ओटा छन् ।



तीनओटा उही सङ्ख्याको गुणनफललाई घन सङ्ख्या भनिन्छ, जस्तै : कुनै सङ्ख्या 3 भए 3 को घन सङ्ख्या $3 \times 3 \times 3 = 27$ पनि लेख्न सकिन्छ ।

उदाहरण 1

5 को घन सङ्ख्या निकाल्नुहोस् :

समाधान

$$\begin{aligned} \text{यहाँ } 5 \text{ को घन सङ्ख्या} &= 5 \times 5 \times 5 \\ &= 125 \text{ हुन्छ} \end{aligned}$$

$$\text{अतः } 5 \text{ को घन सङ्ख्या} = 125 \text{ हुन्छ} \text{ ।}$$

उदाहरण 2

तपाईँको घरमा खानेपानी सञ्चित गर्नका लागि 6 ft लम्बाइ 6 ft चौडाइ र 6 ft उचाइ भएको एउटा ट्याङ्की जमिनमुनि निर्माण गर्न लागिएको छ । उक्त ट्याङ्की निर्माण गर्नका लागि जमिनमुनि कति घन फिटको खाल्डो आवश्यक पर्ला ?

समाधान

यहाँ 6 को घन सङ्ख्या नै आवश्यक सङ्ख्या हो ।

$$\begin{aligned} \text{जमिनमुनिको खाल्डाको आयतन (V)} &= 6 \text{ ft} \times 6 \text{ ft} \times 6 \text{ ft} \\ &= 36 \text{ ft}^2 \times 6 \text{ ft} \end{aligned}$$

$$\text{अतः आवश्यक खाल्डाको आयतन } 216 \text{ घन फिट हुन्छ} \text{ ।}$$

2.2.1 रूढ खण्डीकरण विधिबाट सद्भ्याको घनमूल (Cube Root by Prime Factorization Method)

क्रियाकलाप 2

तल दिइएको सद्भ्या चार्ट भर्नुहोस् र निष्कर्षमा छलफल गर्नुहोस् :

सद्भ्या	उही सद्भ्यालाई तीन पटक गुणन गर्दा आउने गुणनफल	उक्त सद्भ्याको घन सद्भ्या	तीनओटा उस्तै उस्तै गुणनखण्डमध्ये एउटा गुणनखण्ड
1	$1 \times 1 \times 1 = 1$	1	1
2	$2 \times 2 \times 2 = 8$	8	2
3	$3 \times 3 \times 3 = 27$	27	3
4			
5			
6			
7			
8			
9			

कुनै घन सद्भ्याको तीनओटा उस्तै गुणनखण्डहरूमध्ये एउटालाई उक्त सद्भ्याको घनमूल भनिन्छ, जस्तै : $8 = 2 \times 2 \times 2$ मा 2 घनमूल हो ।

अर्थात् $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$ हुन्छ ।

उदाहरण 3

512 को घनमूल निकाल्नुहोस् :

समाधान

यहाँ 512 को रूढ गुणनखण्ड निकाल्दा,

$$512 = 2 \times 2$$

2	512
2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
	2

अब 512 को घनमूल

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt[3]{512} \\
 &= \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2} \times \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2} \times \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2} \\
 &= \sqrt[3]{2^3} \times \sqrt[3]{2^3} \times \sqrt[3]{2^3} \\
 &= \sqrt[3]{2^3 \times 2^3 \times 2^3} \\
 &= 2 \times 2 \times 2 \\
 &= 8
 \end{aligned}$$

तरिका

- दिइएको सद्ब्याको रूढ गुणनखण्ड निकाल्ने
- रूढ गुणनखण्डलाई $\sqrt[3]{\quad}$ चिह्नभित्र राख्ने
- तीन तीनओटा उही सद्ब्याको एक समूहका दरले सद्कलन गर्ने
- प्रत्येक सद्कलनको एउटा एउटा सद्ब्या लिने र गुणन गर्ने
- प्राप्त गुणनफल तै सो सद्ब्याको घनमूल हुन्छ ।

उदाहरण 4

एउटा घनाकार ट्याङ्कीको आयतन 4096 m^3 छ भने सो ट्याङ्कीको उचाइ निकाल्नुहोस् :

समाधान

यहाँ ट्याङ्कीको आयतन (V) = 4096 m^3

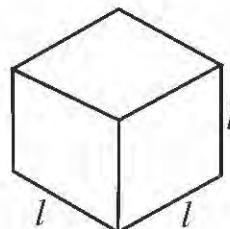
ट्याङ्कीको उचाइ (l) = ?

ट्याङ्कीको उचाइ निकालका लागि 4096 को घनमूल निकाल्नुपर्दछ ।

ट्याङ्कीको उचाइ (h) = $\sqrt[3]{4096}$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2} \\
 &= \sqrt[3]{2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3} \\
 &= \sqrt[3]{2^3} \times \sqrt[3]{2^3} \times \sqrt[3]{2^3} \times \sqrt[3]{2^3} \\
 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\
 &= 16
 \end{aligned}$$

अतः उक्त घनाकार ट्याङ्कीको उचाइ 16 m रहेछ ।



2	4096
2	2048
2	1024
2	512
2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
	2

उदाहरण 5

के 1323 घन संख्या हो ? यदि होइन भने 1323 लाई कतिले गुणन गर्दा घन संख्या बन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् :

समाधान

$$\begin{aligned} \text{यहाँ } 1323 &= 3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7 \\ &= 3^3 \times 7^2 \end{aligned}$$

3	1323
3	441
3	147
7	49
	7

1323 का रूढ़ गुणनखण्डहरूमध्ये 7 दुइओटा मात्र छन् । 1323 घन संख्या हुन अर्को एउटा 7 पनि चाहिन्छ ।

अतः आवश्यक संख्या 7 हो जसले 1323 लाई गुणन गर्दा गुणनफल घन संख्या बन्छ ।

अभ्यास 2.2

1. तल दिइएका संख्याहरूको घन संख्या निकाल्नुहोस् :

- | | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| (क) 7 | (ख) 12 | (ग) 13 | (घ) 15 |
| (ड) 21 | (च) 30 | (छ) 42 | |

2. तल दिइएका संख्याहरूको घनमूल निकाल्नुहोस् ।

- | | | | |
|-------|---------|----------|----------|
| (क) 8 | (ख) 343 | (ग) 1000 | (घ) 8000 |
|-------|---------|----------|----------|

3. 25 m लम्बाइ भएको एउटा घनाकार कोठाको आयतन कति हुन्छ ?
4. खानेपानी आयोजनाले 27 m लम्बाइ भएको घनाकार ट्याङ्की निर्माण गरेछ । उक्त ट्याङ्कीको क्षमता कति होला ? ($1 m^3 = 1000 l$)
5. के 392 घन संख्या हो ? यदि होइन भने कुन संख्याले गुणन गर्दा 392 घन संख्या हुन्छ ? रूढ़ खण्डीकरण विधिबाट पत्ता लगाउनुहोस् ।
6. 1728 घन संख्या हो वा होइन ? रूढ़ खण्डीकरण विधिबाट परीक्षण गर्नुहोस् ।

7. प्रमाणित गर्नुहोस् :

$$(क) \sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{27 \times 125} \quad (ख) \sqrt[3]{\frac{512}{64}} = \frac{\sqrt[3]{512}}{\sqrt[3]{64}}$$

8. के 2916 घन संख्या हो ? यदि होइन भने कुन संख्याले 2916 लाई भाग गर्दा घन संख्या बन्छ ?

9. 3993 लाई कुन सबैभन्दा सानो सङ्ख्याले भाग गर्दा भागफल घन सङ्ख्या बन्छ, उक्त भागफलको घनमूल निकालुहोस् ।
10. 1 देखि 10 सम्मका प्राकृतिक सङ्ख्याको घन सङ्ख्या निकालुहोस् । तल दिइएअनुसार परीक्षण गर्नुहोस् र लेखुहोस् :
- (क) के प्राकृतिक विजोर सङ्ख्याको घन सङ्ख्या पनि विजोर नै हुन्छ ?
- (ख) के प्राकृतिक जोर सङ्ख्याहरूको घन सङ्ख्या पनि जोर सङ्ख्या हुन्छ ?

परियोजना कार्य

हाम्रो दैनिक जीवनमा प्रयोग भइरहेका घन र घन सङ्ख्यासम्बन्धी कस्तीमा पाँचओटा उदाहरण खोजी गरी लेखुहोस् र कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

- | | | | |
|---|-------------------------|-----------|-----------------------------|
| 1. (क) 343 | (ख) 1728 | (ग) 2197 | (घ) 3375 |
| (ड) 9261 | (च) 27000 | (छ) 74088 | |
| 2. (क) 2 | (ख) 7 | (ग) 10 | (घ) 20 |
| 3. 15625 m^3 | 4. 19683000 l | | |
| 5. होइन, 7 ले गुणन गर्दा घन सङ्ख्या हुन्छ । | 6. हो । | | |
| 7. शिक्षकलाई देखाउनुहोस् । | 8. 4 | 9. 3, 11 | 10. शिक्षकलाई देखाउनुहोस् । |

2.3 महत्तम समापवर्तक (Highest Common Factor)

2.3.0 पुनरवलोकन (Review)

तलको खाली ठाउँ भर्नुहोस् र छलफल गर्नुहोस् :

20 का गुणनखण्डहरू = { }

35 का गुणनखण्डहरू = { }

20 र 35 का साभा गुणनखण्डहरू = { }

20 र 35 का सबैभन्दा ठुलो साभा गुणनखण्ड =

20 र 35 को म.स. =

दिइएका सङ्ख्याहरूका साभा गुणनखण्डहरूमध्ये सबैभन्दा ठुलो साभा गुणनखण्डलाई महत्तम समापवर्तक भनिन्छ ।

2.3.1 महत्तम समापवर्तक (म.स.) पत्ता लगाउने विधिहरू (Methods for Finding Highest Common Factor (HCF))

2.3.1.1 रूढ खण्डीकरण विधिबाट म.स.

(HCF by Prime Factorization Method)

तल दिइएको अवस्थाको अध्ययन गरी सोधिएका प्रश्नहरूका बारेमा समूहमा छलफल गर्नुहोस् :

क्रियाकलाप 1

हरिमायाले उनको आफ्नो जन्मदिनमा 30 ओटा स्याउ र 40 ओटा केरा वृद्धाश्रममा रहनुभएका आमाबुबाहरूलाई बाँड्ने सोच गरिछन् ।

(क) उनले बढीमा कति जनालाई बराबर सङ्ख्यामा स्याउ र केरा बाढ्न सकिलन् ?

(ख) प्रत्येकले कति कतिओटा पाउलान् ?

(ग) यो पत्ता लगाउने गणितीय प्रक्रिया के होला ?

यसका लागि दिइएका सङ्ख्याहरू 30 र 40 लाई निशेष भाग जाने सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुपर्ने हुन्छ ।

$$\begin{array}{r} 2 \mid 30 \\ 3 \mid 15 \\ \hline 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \mid 40 \\ 2 \mid 20 \\ \hline 10 \\ 5 \end{array}$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

$$30 \div 10 = 3$$

$$40 \div 10 = 4$$

साभा गुणनखण्ड $= 2 \times 5 = 10$

30 र 40 लाई निशेष भाग जाने सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या 10 हो । त्यसैले हरिमायाले 10 जनालाई बराबर सङ्ख्यामा स्याउ र केरा वाँड्न सकिछन् । प्रत्येक 10 जनालाई $3/3$ ओटा स्याउ र $4/4$ ओटा केरा वाँड्न सकिछन् ।

दिइएका सङ्ख्याहरूलाई निशेष भाग जाने सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या म.स. हो ।

उदाहरण 1

सङ्ख्याहरू 100, 125 र 200 को रूढ खण्डीकरण विधिबाट म.स. निकाल्नुहोस् ।

समाधान

यहाँ

2	100
2	50
5	25
	5

5	125
5	25
	5

2	200
2	100
5	50
	25
	5

$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

$$125 = 5 \times 5 \times 5$$

$$200 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

साभा गुणनखण्डहरू $= 5 \times 5 = 25$

अतः म.स. $= 25$ हुन्छ ।

- दिइएका सङ्ख्याहरूको रूढ गुणनखण्डहरू निकाल्नुहोस् ।
- तीमध्ये साभा रूढ गुणनखण्डहरू लिनुहोस् ।
- साभा रूढ गुणनखण्डहरूको गुणनफल निकाल्नुहोस् ।
- सोही गुणनफल नै म.स. हो ।

2.3.1.2 भाग विधिबाट म.स. (HCF by Division Method)

क्रियाकलाप 2

ठुला ठुला सङ्ख्याहरू दिइएको अवस्थामा भाग विधिबाट म.स. निकाल्नु उपयुक्त मानिन्छ। यस विधिमा दिइएका सङ्ख्याहरूमध्ये सानो सङ्ख्याले ठुलो सङ्ख्यालाई भाग गर्दै जानुपर्दछ।

तल दिइएका उदाहरणको अवलोकन गरी भाग विधिबाट म.स. निकाल्ने तरिकाका बारेमा समूहमा छलफल गर्नुहोस्।

सङ्ख्याहरू 100, 125 र 200 लाई निःशेष भाग जाने सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या कुन हो ?

$$\begin{array}{r} \text{यहाँ, } 100) 125 (1 \\ \underline{- 100} \\ 25) 100 (4 \\ \underline{- 100} \\ 0 \end{array}$$

अब 25 ले तेस्रो सङ्ख्या 200 लाई भाग गर्दा,

$$\begin{array}{r} 25) 200 (8 \\ \underline{- 200} \\ 0 \end{array}$$

अतः 100, 125 र 200 लाई भाग जाने सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या 25 हो।

तरिका

- दिइएका सङ्ख्याहरूमध्ये सबैभन्दा सानो सङ्ख्याले अर्को सङ्ख्यालाई भाग गर्नुहोस्। (भाजकभन्दा सानो शेष नआएसम्म)
- शेषले भाजकलाई भाज्य मानी भाग गर्दै जानुहोस्।
- अन्त्यमा निशेष भाग जाने भाजक ती सङ्ख्याहरूको म.स. हुन्छ।
- अब दुईओटा सङ्ख्याको म.स.ले तेस्रो सङ्ख्यालाई भाग गर्नुहोस्।

उदाहरण २

125 ओटा सुन्तला, 150 ओटा मौसम र 225 ओटा अम्बा बढीमा कति विद्यार्थीलाई बराबर गरी बाँड्न सकिन्छ ? प्रत्येकले हरेक फलफूल कति कतिओटा प्राप्त गर्नुहोस् :

आवश्यक सङ्ख्या 125, 150 र 225 को म.स. हुन्छ । म.स.ले प्रत्येक सङ्ख्यालाई भाग गर्दा आउने भागफल नै विद्यार्थीले बराबर पाउने फलफूलको सङ्ख्या हुन्छ ।

यहाँ 125 र 150 को म.स. निकाल्दा,

$$\begin{array}{r} 125) 150 (1 \\ \underline{- 125} \\ 25) 125 (5 \\ \underline{- 125} \\ 0 \end{array}$$

अब भाजक 25 ले अर्को सङ्ख्या 225 लाई भाग गर्दा

$$\begin{array}{r} 25) 225 (5 \\ \underline{- 225} \\ 0 \end{array}$$

∴ म.स 25 हुन्छ ।

अतः 125 ओटा सुन्तला, 150 ओटा मौसम र 225 ओटा अम्बा बढीमा 25 जना विद्यार्थीलाई बराबर गरी बाँड्न सकिन्छ ।

प्रत्येकले $125 \div 25 = 5$ ओटा सुन्तला,

$150 \div 25 = 6$ ओटा मौसम र $225 \div 25 = 9$ ओटा अम्बा पाउँछन् ।

उदाहरण ३

त्यो सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस्, जसबाट १० घटाउँदा आउने घटाउफलले ५८८, ७०० र ८४० लाई निःशेष भाग जान्छ :

समाधान

यहाँ ५८८, ७०० र ८४० लाई निशेष भाग जाने सङ्ख्या निकाल्दा,

$$\begin{array}{r} 588) 700 (1 \\ \underline{- 588} \\ 112) 588 (5 \\ \underline{- 560} \\ 28) 112 (4 \\ \underline{- 112} \\ 0 \end{array}$$

फेरि,

$$\begin{array}{r} 28) 840 (30 \\ \underline{- 840} \\ 0 \end{array}$$

५८८, ७०० र ८४० को म.स. = २८

आवश्यक सङ्ख्या = x (मानौ)

प्रश्नअनुसार,

$$x - 10 = 28$$

$$\text{अथवा } x = 28 + 10$$

$$\text{अथवा } x = 38$$

अतः आवश्यक सङ्ख्या = ३८ हो ।

अभ्यास 2.3

1. तल दिइएका सदृख्याहरूको रुद्ध खण्डीकरण विधिवाट म.स. निकालुहोस् :
- (क) 21 र 28 (ख) 26 र 52 (ग) 9, 18, र 36
(घ) 12, 18 र 36 (ड) 20, 35 र 55
2. तल दिइएका सदृख्याहरूको भाग विधिवाट म.स. निकालुहोस् :
- (क) 144 र 312 (ख) 500 र 625 (ग) 120, 320 र 480
(घ) 80, 90 र 120 (ड) 144, 384 र 432
3. 72 ओटा कापी र 99 ओटा सिसाकलम बढीमा कति जनालाई बराबर हुने गरी बाँड्न सकिएला ? प्रत्येकले कति कतिओटा कापी र सिसाकलम पाउँछन्, पत्ता लगाउनुहोस् ।
4. एउटा संस्थाले कोभिडको राहतमा 125 kg दाल 150 kg गेडागुडी र 275 kg चामल बाँडेछ । यी रासनहरू बढीमा कति परिवारलाई बराबर हुने गरी बाँड्न सकिएला ? प्रत्येक परिवारले कति कति के.जी. दाल, गेडागुडी र चामल पाउलान, पत्ता लगाउनुहोस् ।
5. एउटा संस्थाले बाढीपीडितको राहतमा 80 ओटा कम्बल, 90 ओटा स्विटर र 120 ओटा न्यानो ज्याकेट वितरणका लागि व्यवस्था गरेछ । ती बढीमा कति परिवारलाई बराबर भाग लाग्ने गरी बाँड्न सकिन्छ ? प्रत्येक परिवारले हरेक कपडा कति कति सदृख्यामा प्राप्त गर्छन् होला, पत्ता लगाउनुहोस् ।
6. प्रविणले आफ्नो जन्मदिनको अवसरमा 60 ओटा स्याउ, 72 ओटा सुन्तला र 108 ओटा केरा वृद्धाश्रममा लगेर बाँडेछन् । उक्त फलफूल बढीमा कति जनालाई बराबर गरी बाँडेहोलान् ? प्रत्येकले हरेक फलफूल कति कतिओटा प्राप्त गरेछन्, पत्ता लगाउनुहोस् ।
7. 275, 440 र 715 लाई निःशेष भाग जाने सबैभन्दा ठुलो सदृख्या कुन हो ?
8. त्यो सबैभन्दा ठुलो सदृख्या पत्ता लगाउनुहोस्, जसमा 1 जोड्दा आउने योगफलले 225, 375 र 525 लाई निःशेष भाग जान्छ ।

उत्तर

- | | | | | | |
|----|---|---------|--------|--------|--------|
| 1. | (क) 7 | (ख) 26 | (ग) 9 | (घ) 6 | (ङ) 5 |
| 2. | (क) 24 | (ख) 125 | (ग) 40 | (घ) 10 | (ङ) 48 |
| 3. | 9 जनालाई, 8 ओटा कापी 11 ओटा सिसाकलम | | | | |
| 4. | 25 परिवार, 5 kg दाल, 6 kg गेडागुडी, 11 kg चामल | | | | |
| 5. | 10 परिवार, 8 ओटा कम्बल, 9 ओटा स्वेटर र 12 ओटा ज्याकेट | | | | |
| 6. | 12 जनालाई, स्याउ 5 ओटा, सुन्तला 6 ओटा, केरा 9 ओटा | | | | |
| 7. | 55 | 8. | 74 | | |

2.4 लघुत्तम समापवर्त्य (Lowest Common Multiple)

2.4.0 पुनरवलोकन (Review)

क्रियाकलाप 1

तलको खाली ठाउँ भर्नुहोस् र समूहमा छलफल गर्नुहोस् :

(क) सङ्ख्या 6 का अपवर्त्यहरूको समूह = { ... }

सङ्ख्या 8 का अपवर्त्यहरूको समूह = { ... }

सङ्ख्याहरू 6 र 8 का साभा अपवर्त्यहरूको समूह = { ... }

सङ्ख्याहरू 6 र 8 का सबैभन्दा सानो साभा अपवर्त्य = ...

(ख) के सङ्ख्याहरू 6 र 8 ले सबैभन्दा सानो साभा अपवर्त्यलाई निःशेष भाग जान्छ ?
भाग गरी हर्नुहोस् ।

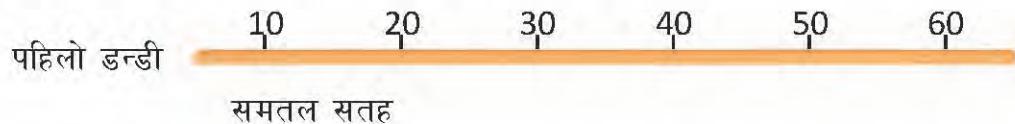
दुई वा दुईभन्दा बढी सङ्ख्याहरूको ल.स. भनेको ती सङ्ख्याहरूले निःशेष भाग जाने सबैभन्दा सानो सङ्ख्या हो ।

क्रियाकलाप 2

चित्रमा 10 cm , 20 cm र 30 cm लम्बाई भएका तीनओटा डन्डीहरू छन्।



यी तीनओटै डन्डीहरूले समतल सतहमा सँगसँगै नाप्दै जाँदा नाप्न मिल्ने सबैभन्दा छोटो दुरी कति सेन्टिमिटर हुन्छ? यो दुरीले केलाई जनाउँछ, छलफल गर्नुहोस्।



$$M_{10} = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, \dots\}$$

$$M_{20} = \{20, 40, 60, \dots\}$$

$$M_{30} = \{30, 60, \dots\}$$

तीनओटै डन्डीले नाप्दा आउने एउटै सबैभन्दा छोटो दुरी 60 cm छ। यसलाई ल.स. भनिन्छ।

अतः ल.स. = 60 cm हुन्छ।

2.4.1 लघुत्तम समापवर्त्य (ल.स.) पता लगाउने विधिहरू (Methods for finding Lowest Common Multiple (LCM))

तरिका 1

रुढ खण्डीकरण विधिबाट ल.स. (LCM by Prime factorization Method)

क्रियाकलाप 1

दिइएका उदाहरण अवलोकन गरी सोधिएका प्रश्नमा छलफल गर्नुहोस्:

उदाहरण 1

18, 24 र 36 का रूढ़ गुणनखण्ड विधिबाट ल.स. निकालुहोस्।

- (क) सदृख्याहरू 18, 24 र 36 का रूढ़ गुणनखण्डहरू निकालुहोस्।
- (ख) ती मध्ये सबै सदृख्याहरूको साभा गुणनखण्ड निकालुहोस्। त्यसपछि दुई दुईओटा सदृख्याहरूको साभा गुणनखण्ड निकालुहोस्।
- (ग) बाँकी रूढ़ गुणनखण्डहरू पनि लिनुहोस्।
- (घ) साभा र बाँकी रूढ़ गुणनखण्डहरूको गुणनफल निकालुहोस्।
- (ड) उक्त गुणनफललाई के भनिन्छ, निष्कर्ष लेखुहोस्।

समाधान

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 18 \\ 3 \\ \hline 9 \\ 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 24 \\ 2 \\ \hline 12 \\ 2 \\ \hline 6 \\ 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 36 \\ 2 \\ \hline 18 \\ 3 \\ \hline 9 \\ 3 \\ \hline \end{array}$$

$$18 \text{ का गुणनखण्डहरू} = 2 \times$$

$$24 \text{ का गुणनखण्डहरू} = 2 \times 2 \times 2 \times$$

$$36 \text{ का गुणनखण्डहरू} = 2 \times 2 \times$$

$$3 \times 3$$

$$3$$

$$3 \times 3$$

$$18, 24 \text{ र } 36 \text{ का साभा गुणनखण्डहरू} = 2 \times 3 = 6$$

$$18 \text{ र } 36 \text{ का साभा गुणनखण्डहरू} = 3$$

$$24 \text{ र } 36 \text{ का साभा गुणनखण्डहरू} = 2$$

$$\text{बाँकी गुणनखण्डहरू} = 2$$

$$\begin{aligned} \text{ल.स.} &= \text{साभा गुणनखण्ड} \times \text{बाँकी गुणनखण्डहरू} \\ &= 6 \times 3 \times 2 \times 2 \\ &= 72 \end{aligned}$$

अतः सदृख्याहरू 18, 24 र 36 को ल.स. = 72

भाग विधिबाट ल.स. (LCM by Division Method)

सङ्ख्याहरू 18, 24 र 36 लाई एकै ठाउँमा राखी रुढ खण्डीकरणको प्रक्रियाअनुसार निम्नलिखित तरिकाबाट पनि ल.स. निकाल सकिन्छ :

समाधान

यहाँ,

2	18, 24, 36
3	9, 12, 18
3	3, 4, 6
2	1, 4, 2
	1, 2, 1

$$\therefore \text{ल.स.} = 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \\ = 72$$

तरिका

- दिइएका सबै सङ्ख्याहरूलाई पड्कितमा अल्पविराम राखेर लेख्नुहोस्।
- सबैभन्दा सानो साभा रुढ गुणनखण्डद्वारा भाग गर्दै जानुहोस्।
- कुनै दुईओटा सङ्ख्यालाई मात्र भाग जान्छ भने पनि भाग गर्दै जानुहोस्।
- सबै भाजक रुढ गुणनखण्डहरू र अन्तिम पड्कितका बाँकी सङ्ख्याहरूको गुणनफल निकाल्नुहोस्। यहि गुणनफल तै दिइएका सङ्ख्याहरूको ल.स. हुन्छ।

उदाहरण 2

24, 36 र 56 ले ठिक भाग जाने सबैभन्दा सानो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् :

समाधान

यहाँ दिइएका सङ्ख्याहरूले ठिक भाग जाने सबैभन्दा सानो सङ्ख्या ती सङ्ख्याहरूको ल.स. हुन्छ।

24, 36 र 56 को ल.स. निकाल्दा,

$$\therefore \text{ल.स.} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \\ = 504$$

2	24, 36, 56
2	12, 18, 28
2	6, 9, 14
3	3, 9, 7
	1, 3, 7

अतः 24, 36 र 56 ले ठिक भाग जाने सबैभन्दा सानो सङ्ख्या 504 हुन्छ।

उदाहरण ३

गणित शिक्षकले कक्षा ७ का विद्यार्थीलाई ३ ओटा परियोजना कार्य दिने सोच बनाएछन्। पहिलो परियोजना कार्य $3/3$ जनाको समूह बनाएर, दोस्रो $5/5$ जनाको समूह बनाएर र तेस्रो $6/6$ जनाको समूह बनाएर दिँदा प्रत्येक पटक कुनै पनि विद्यार्थी बाँकी रहेनन् भने कक्षा ७ मा कम्तीमा कति जना विद्यार्थी रहेछन् पत्ता लगाउनुहोस्।

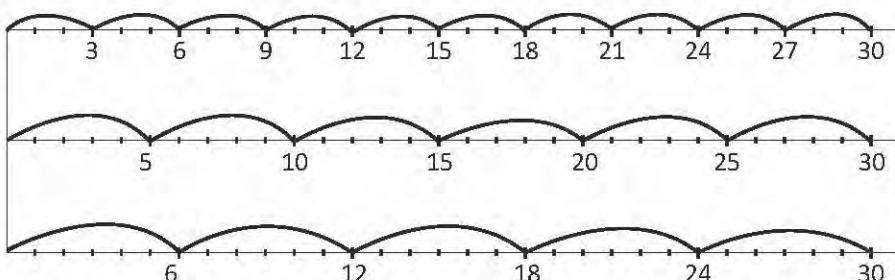
समाधान

यहाँ

पहिलो
परियोजना कार्य
 $3/3$ जना

दोस्रो
परियोजना कार्य
 $5/5$ जना

तेस्रो
परियोजना कार्य
 $6/6$ जना



प्रत्येक कार्यका लागि बाँकी नहुने गरी समूह बनाउन आवश्यक पर्ने न्यूनतम विद्यार्थी सङ्ख्या = 30 जनामा समूह बनाएर प्रयोगात्मक कार्य गर्न सकिन्छ।

$$\therefore \text{ल.स.} = 30$$

\therefore कक्षा ७ मा कम्तीमा 30 जना विद्यार्थी रहेछन्।

अर्को तरिका

यहाँ,

तिनओटा परियोजना कार्यमा प्रत्येक समूहका विद्यार्थी सङ्ख्याहरू क्रमशः $3, 5$ र 6

अब $3, 5$ र 6 को ल.स. निकाल्दा,

$$\begin{aligned}\therefore \text{ल.स.} &= 3 \times 5 \times 2 \\ &= 30\end{aligned}$$

$$3 \overline{)3, 5, 6} \\ 1, 5, 2$$

अतः कम्तीमा 30 जना विद्यार्थी भएमा क्रमशः पहिलो परियोजना कार्य $3/3$ जना, दोस्रो परियोजना कार्य $5/5$ जना र तेस्रो परियोजना कार्य $6/6$ जनाको समूह बनाएर गर्न सकिन्छ।

उदाहरण 4

दुईओटा घन्टीहरू क्रमशः 45 मिनेट र 60 मिनेटको अन्तरमा बज्ञन्। यदि दुवै घन्टीहरू पहिलो पटक एकैसाथ बिहान 10:00 मा बजे भने दोस्रो पटक कति समयपछि एकैसाथ बज्ञान्, पत्ता लगाउनुहोस्।

समाधान

यहाँ,



\therefore दोस्रो पटक 1:00 बजे दुवै घन्टीहरू एकैसाथ बजे रहेछन्।

अर्को तरिका

यहाँ यसका लागि 45 र 60 को ल.स. निकाल्दा,

$$\begin{array}{r} 5 \\ \hline 45, 60 \\ 3 \\ \hline 9, 12 \\ 3 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\therefore \text{ल.स.} = 5 \times 3 \times 3 \times 4$$

$$= 180 \text{ मिनेट}$$

$$= 3 \text{ घण्टा}$$

दोस्रो पटक एकैसाथ घन्टी बजे समय = 10 बजे + 3 घण्टा

$$= 1:00 \text{ बजे}$$

उदाहरण 5

त्यो सबैभन्दा सानो सद्भ्या पत्ता लगाउनुहोस्, जसबाट 5 घटाउँदा आउने घटाउफललाई 18, 24 र 36 ले निःशेष भाग जान्छ ।

समाधान

यहाँ 18, 24 र 36 को ल.स. नै आवश्यक सद्भ्याबाट 5 घटाउँदा आउने सद्भ्या हो ।

त्यसैले, 18, 24 र 36 को ल.स. निकाल्दा,

2	18, 24, 36
3	9, 12, 18
3	3, 4, 6
2	1, 4, 2
	1, 2, 1

$$\therefore \text{ल.स.} = 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \\ = 72$$

प्रश्नअनुसार, आवश्यक सद्भ्या = x मानौँ ।

$$x - 5 = 72$$

$$\text{अथवा } x = 72 + 5$$

$$\text{अथवा } x = 77$$

अतः आवश्यक सद्भ्या 77 हो ।

उदाहरण 6

त्यो सबैभन्दा सानो सद्भ्या पत्ता लगाउनुहोस्, जसमा 5 जोडा आउने योगफललाई 32, 64 र 192 ले ठिक भाग जान्छ ।

समाधान

यहाँ 32, 64 र 192 को ल.स. नै आवश्यक सद्भ्यामा 5 जोडा आउने सद्भ्या हो ।

त्यसैले 32, 64 र 192 को ल.स. निकाल्दा,

2	32, 64, 192
2	16, 32, 96
2	8, 16, 48
2	4, 8, 24
2	2, 4, 12
2	1, 2, 6
	1, 1, 3

$$\therefore \text{ल.स.} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \\ = 192$$

आवश्यक संख्या = x मानो ।

त्यसैले प्रश्नअनुसार,

$$x + 5 = 192$$

$$\text{अथवा } x = 192 - 5$$

$$\text{अथवा } x = 187$$

अतः आवश्यक सानो संख्या 187 हो ।

अभ्यास 2.4

- तल दिइएका संख्याहरूको रूट खण्डीकरण विधिबाट ल.स. निकाल्नुहोस् ।
 - (क) 28, 42, र 56
 - (ख) 3, 11, 33
 - (ग) 6, 15 र 21
 - (घ) 20, 36 र 44
 - (ड) 50, 75 र 125
 - (च) 210, 280 र 420
- 42, 49 र 63 ले ठिक भाग जाने सबैभन्दा सानो संख्या पता लगाउनुहोस् ।
- खेलकुद शिक्षकले विद्यार्थीलाई पहिलो खेलमा $15/15$ दोस्रो खेलमा $20/20$ जना र तेस्रो खेलमा $25/25$ जनाको समूह बनाउनुभयो । कम्तीमा कति जना विद्यार्थी भएमा प्रत्येक खेलमा कोही बाँकी नहुने गरी समूह बनाउन सकिएला, पता लगाउनुहोस् ।
- तीनओटा घण्डीका आलाम क्रमशः 10, 15 र 20 मिनेटको अन्तरमा बज्दा रहेछन् । सबै घण्डीका आलाम बिहान 10 बजे एकैसाथ बजेछन् । अब अर्को कुन समयमा पुनः तीनओटै घण्डीहरू एकैसाथ बज्जान, पता लगाउनुहोस् ।

- त्यो सबैभन्दा सानो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस्, जसबाट 10 घटाउँदा आउने घटाउफललाई 15, 20, 45 ले निःशेष भाग जान्छ ।
- त्यो सबैभन्दा सानो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस्, जसमा 3 जोडा आउने योगफललाई 8, 12 र 14 ले ठिक भाग लाम्छ ।

परियोजना कार्य

3 एकाइ, 11 एकाइ र 33 एकाइ बराबरको कागजको स्ट्रिप निर्माण गरी वा डन्ची लिएर 3, 11 र 33 को ल.स. कति हुन्छ, देखाउनुहोस् र कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

- | | | | |
|------------|---------|-----------|------------------|
| 1. (क) 168 | (ख) 33 | (ग) 210 | (घ) 1980 |
| (ड) 750 | (च) 840 | | |
| 2. 882 | 3. 300 | 4. 11 बजे | 5. 190 6. 165 |

3.0 पुनरबलोकन (Review)

तल दिइएका अवस्थाको अध्ययन गरी समूहमा छलफल गर्नुहोस् :

(क)



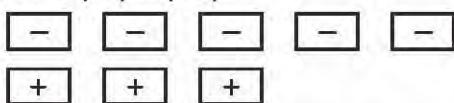
सङ्ख्या रेखामा $-2, 0$ र 2 लाई B, D र F ले जनाएको छ। A, C, G र I ले कुन कुन पूर्णांकलाई जनाउँछ ?

(ख) पूर्णांकहरू $8, -2, 3, 0$ र -6 लाई सङ्ख्या रेखामा कसरी देखाइन्छ ?(ग) कुनै एउटा बिन्दुलाई उद्गम बिन्दु मानेर उक्त बिन्दुदेखि 5 एकाइ दायाँको स्थान A र 5 एकाइ बायाँको स्थान B लाई सङ्ख्या रेखामा कसरी देखाउन सकिन्छ ?

3.1 पूर्णांको जोड (Addition of Integer)

क्रियाकलाप 1

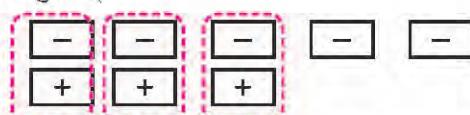
- दुई फरक फरक रङ्गका आयताकार कागजका टुक्राहरू लिनुहोस्। एउटा रङ्गका कागजका टुक्राहरूमा '+' चिह्न लेख्नुहोस्। दोस्रो रङ्गका कागजका टुक्राहरूमा '-' चिह्न लेख्नुहोस्।
- पूर्णांकको समूहबाट कुनै दुईओटा सङ्ख्या लिनुहोस् र योगफल कर्ति हुन्छ ? कागजका टुक्राहरूबाट हेर्नुहोस्।

जस्तै : $(-5) + (+3)$ 

5 ओटा '-'

3 ओटा '+'

- अब '+' लेखिएको र '-' लेखिएको कागजका टुक्राहरूलाई जोडी बनाएर हटाउनुहोस्।



2 ओटा '-' चिह्न भएका कागजका टुक्राहरू बाँकी रहेका छन्।
त्यसैले, $(-5) + (+3) = -2$ भयो।

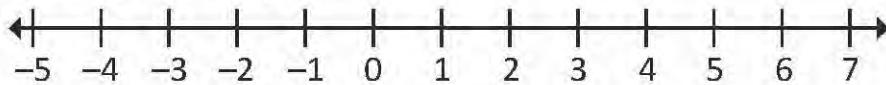
क्रियाकलाप 2

सङ्ख्या रेखाको माध्यमबाट पूर्णाङ्कको जोड

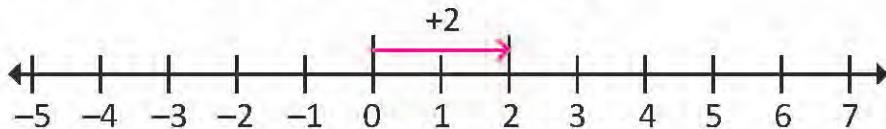
तल दिइएका सङ्ख्या रेखाका अवलोकन गरी समूहमा छलफल गर्नुहोस् :

(क) $(+2) + (+4) = ?$

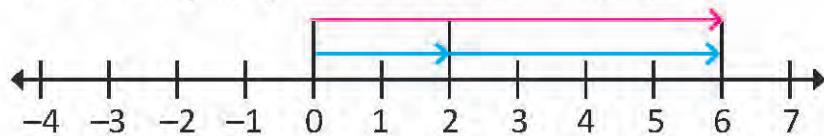
(अ) सङ्ख्या रेखा बनाउनुहोस् ।



(आ) उद्गम विन्दु (शून्य) बाट २ एकाइ दायाँ जानुहोस् ।



(इ) अब उक्त विन्दुबाट पुनः ४ एकाइ दायाँतर्फ जानुहोस् ।



(ई) कुन सङ्ख्यामा पुग्नुभयो ? टिपोट गर्नुहोस् ।

अतः $(+2) + (+4) = (6)$ हुन्छ ।

(ख) $(+6) + (-2) = ?$

उद्गम विन्दुबाट 6 एकाइ दायाँ र सो विन्दुबाट 2 एकाइ बायाँ फर्कदा कुन विन्दुमा पुगिन्छ ? सङ्ख्या रेखा बनाएर टिपोट गर्नुहोस् ।

(ग) $(+2) + (-7) = ?$

उद्गम विन्दुबाट 2 एकाइ दायाँ र सो विन्दुबाट 7 एकाइ बायाँ फर्कदा कुन विन्दुमा पुगिन्छ ? सङ्ख्या रेखा बनाएर टिपोट गर्नुहोस् ।

(घ) $(-3) + (-5) = ?$

उद्गम विन्दुबाट 3 एकाइ बायाँ र सो विन्दुबाट पुनः 5 एकाइ बायाँ तै जाँदा कुन विन्दुमा पुगिन्छ ? सङ्ख्या रेखामा देखाउनुहोस् ।

पूर्णाङ्गको जोडका नियमहरू (Properties of Addition of Integers)

1. बन्दी नियम (Closure Property)

पूर्णाङ्गको समूह $Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ बाट कुनै दुईओटा संख्याहरू लिनुहोस् । उक्त संख्याहरूको योगफल निकाल्नुहोस् । नतिजा के आउँछ ? छलफल गर्नुहोस् ।

जस्तै : $0 + 1 = 1$
 $-2 + 1 = -1$
 $-2 - 3 = -5$

कुनै पनि दुईओटा पूर्णाङ्गको योगफल पूर्णाङ्गक नै हुन्छ ।

यदि a र b कुनै दुईओटा पूर्णाङ्गक भए $a + b$ पनि पूर्णाङ्गक नै हुन्छ । यसलाई जोडको बन्दी नियम भनिन्छ ।

2. क्रम विनिमय नियम (Commutative Law)

पूर्णाङ्गको समूहबाट कुनै दुईओटा संख्या लिनुहोस् । उक्त संख्याको क्रम परिवर्तन गरी योगफल निकाल्नुहोस् । नतिजा के आउँछ, छलफल गर्नुहोस् ।

जस्तै : $2 + 3 = 3 + 2 = 5$
 $-1 + 1 = 1 - 1 = 0$
 $-2 + (-3) = (-3) + (-2) = -5$

पूर्णाङ्गकहरूलाई जुनसुकै क्रममा राखेर योगफल निकाल्दा पनि परिणाम ऐउटै पूर्णाङ्गक आउँछ ।

कुनै दुईओटा पूर्णाङ्गकहरू a र b भए $a + b = b + a$ हुन्छ । यसलाई जोडको क्रम विनिमय नियम भनिन्छ ।

3. सद्गीय नियम (Associative Property)

पूर्णांकको समूहबाट कुनै पनि तीनओटा सद्ख्या लिनुहोस् । ती सद्ख्याहरूलाई जुनसुकै क्रममा राखेर पहिला दुईओटा पूर्णांकलाई जोडेर आएको जोडफलमा तेस्रो पूर्णांक जोड्नुहोस् । नतिजा के आउँछ, छलफल गर्नुहोस् ।

जस्तै: $-3, -2 \text{ र } -5$ मा

$$[(-3) + (-2)] + (-5) = (-3) + [(-2) + (-5)]$$

$$-5 - 5 = -3 - 7$$

$$\therefore -10 = -10$$

यदि a, b र c कुनै पूर्णांक भए $(a + b) + c = a + (b + c)$ हुन्छ, यसलाई जोडको सद्गीय नियम भनिन्छ ।

4. जोडको विपरीत (Additive Inverse)

$$-5 + (+5) = ?$$

$$(+2) + (-2) = ?$$
 छलफल गर्नुहोस् ।

कुनै दुईओटा पूर्णांकहरू जोड्दा योगफल शून्य (0) हुन्छ भने तिनीहरू एक अर्काको जोडको विपरीत हुन्छन् ।

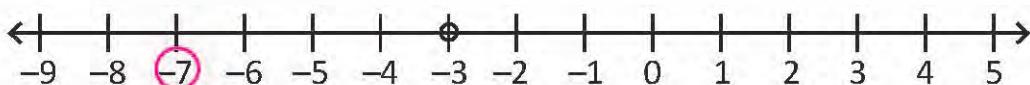
कुनै पनि पूर्णांक a का लागि ऋणात्मक पूर्णांक $(-a)$ हुन्छ, जहाँ, $a + (-a) = (-a) + a = 0$ हुन्छ । a र $-a$ एक अर्काका जोडको विपरीत हुन् ।

उदाहरण 1

-3 को 4 एकाइ बायाँ पर्ने पूर्णांक लेख्नुहोस् ।

समाधान

यहाँ,



-3 बाट 4 एकाइ बायाँ पर्ने पूर्णांक (-7) हो ।

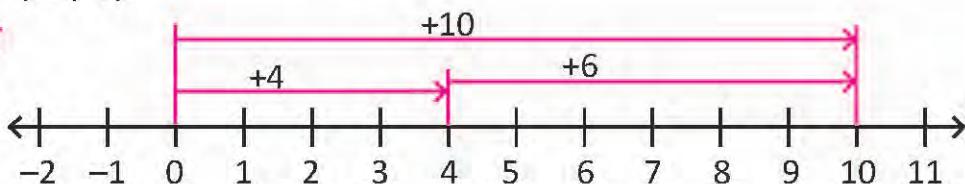
उदाहरण २

सङ्ख्या रेखाको प्रयोग गरी जोड गर्नुहोस् :

(क) $(+4) + (+6)$

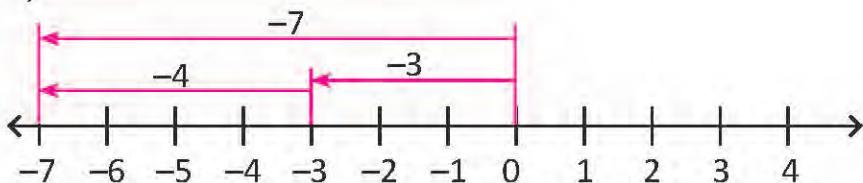
समाधान

यहाँ,



अतः $(+4) + (+6) = +10$ हुन्छ ।

(ख) $(-3) + (-4)$



अतः $(-3) + (-4)$

$$= -3 - 4$$

$$= -7 \text{ हुन्छ ।}$$

उदाहरण ३

पूर्णाङ्कहरू (-7) , (-2) र $(+6)$ बाट सङ्घीय नियमको परीक्षण गर्नुहोस् :

समाधान

यहाँ,

$$\begin{aligned} & (-7) + (-2) + (+6) \\ &= [(-7) + (-2)] + (+6) \\ &= -9 + 6 \\ &= -3 \end{aligned}$$

फेरि,

$$\begin{aligned} & (-7) + [(-2) + (+6)] \\ &= (-7) + (+4) \\ &= -7 + 4 \\ &= -3 \end{aligned}$$

अतः $[(-7) + (-2)] + (+6) = (-7) + [(-2) + (+6)] = -3$

3.2 पूर्णाङ्कको घटाउ (Subtraction of Integers)

क्रियाकलाप 3

राम बसपार्कबाट 20 km पूर्वमा रहेको स्थान C मा गए । फेरि उही बाटो हुँदै स्थान C बाट 13 km पश्चिममा पर्ने स्थान B मा फर्किए ।

यदि बसपार्कलाई उद्गमविन्दु, पूर्वतिरको दुरीलाई धनात्मक मान लिने हो भने राम बसपार्कबाट कति किलोमिटर टाढा छन् ? दिइएको सङ्ख्या रेखाको अवलोकन गरी छलफल गर्नुहोस् ।

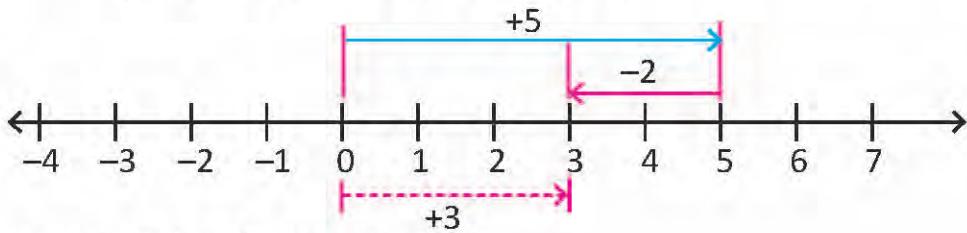


क्रियाकलाप 4

तल दिइएका सङ्ख्या रेखाबाट पूर्णाङ्कका घटाउका उदाहरणको अध्ययन गरी छलफल गर्नुहोस् :

- $(+5) - (+2) = ?$

शून्य (0) बाट 5 एकाइ दायाँ गएर पुनः 2 एकाइ बायाँ फर्कदा कुन विन्दुमा पुगिन्छ ? सङ्ख्या रेखाबाट टिपोट गर्नुहोस् ।

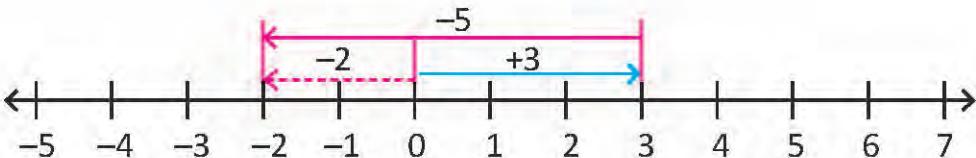


3 एकाइ दायाँ अर्थात् $(+3)$ मा पुगिन्छ ।

अतः $(+5) - (+2) = (+3)$ हुन्छ ।

- $(+3) - (+5) = ?$

उद्गम विन्दु (0) बाट 3 एकाइ दायाँ जानुहोस् । पुनः उक्त विन्दुबाट 5 एकाइ बायाँतर्फ फर्कनुहोस् । कुन विन्दुमा पुगिन्छ ? सङ्ख्या रेखा बनाएर छलफल गर्नुहोस् ।



2 एकाइ बायाँ अर्थात् (-2) मा पुगिन्छ ।

अतः $(+3) - (+5) = (-2)$ हुन्छ ।

उदाहरण 4

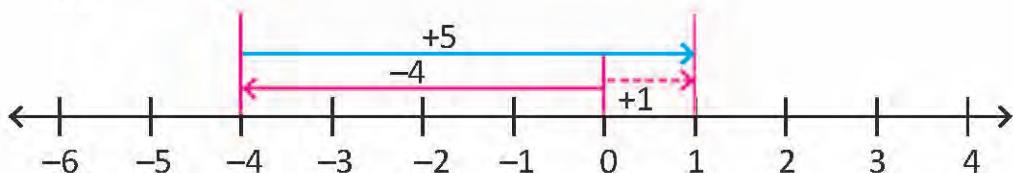
(क) $(-4) - (-5)$ लाई सङ्ख्या रेखामा देखाउनुहोस् :

समाधान

$$\text{यहाँ, } (-4) - (-5)$$

$$= (-4) + 5$$

$$= 1$$



अतः $(-4) - (-5) = +1$ हुन्छ ।

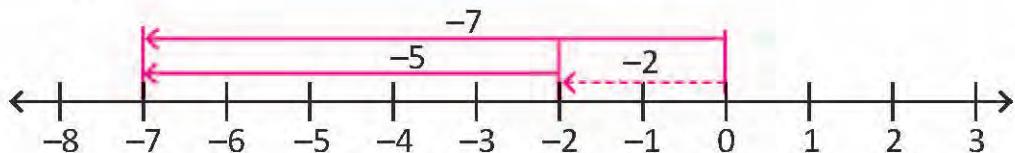
(ख) $(-2) - (+5)$ लाई सङ्ख्या रेखामा देखाउनुहोस् :

समाधान

$$\text{यहाँ, } (-2) - (+5)$$

$$= -2 - 5$$

$$= -7$$



अतः $(-2) - (+5) = -7$ हुन्छ ।

उदाहरण 5

सरल गर्नुहोस् :

$$(+250) + (-275) - (+148) + (+207) - (175)$$

समाधान

$$\begin{aligned} \text{यहाँ } & (+250) + (-275) - (+148) + (+207) - (175) \\ & = 250 - 275 - 148 + 207 - 175 \\ & = (-25) + 59 - 175 \\ & = -25 + 59 - 175 \\ & = 34 - 175 \\ & = -141 \end{aligned}$$

3.3 पूर्णाङ्कको निरपेक्षमान (Absolute Value of Integers)

तल दिइएको सङ्ख्या रेखाको अवलोकन गरी छलफल गर्नुहोस् :



यहाँ उदगम बिन्दु बसपार्क हो । बसपार्कबाट 4 km दायाँ स्थान A छ, भने 4 km बायाँ स्थान B छ ।

स्थान A देखि B सम्मको दुरी कति छ ?

$$\text{के } 4\text{ km} + (-4)\text{ km} = 0 \text{ हुन्छ, छलफल गर्नुहोस् ।}$$

स्थान A देखि B सम्मको दुरी $4\text{ km} + 4\text{ km} = 8\text{ km}$ हुन्छ । दुरी कहिल्यै पनि ऋणात्मक हुँदैन । त्यसैले -4 र $+4$ दुवैको निरपेक्ष मान 4 हुन्छ । -4 र 4 विमुख पूर्णाङ्क हुन् ।

कुनै पनि पूर्णाङ्कको धनात्मक साडाख्यक मानलाई निरपेक्षमान भनिन्छ । त्यसैले, $|+a| = |-a| = a$ हुन्छ ।

कुनै पूर्णाङ्क सङ्ख्या रेखाको उदगम बिन्दु शून्यबाट जति दुरीमा छ ठिक त्यति नै दुरीमा रहेको अर्को विपरीत दिशाको पूर्णाङ्कलाई त्यो पूर्णाङ्कको विमुख भनिन्छ ।

अभ्यास 3.1

- तल दिइएका पूर्णांडकहरूको 8 एकाइ दायाँ पर्ने पूर्णांडक लेख्नुहोस् ।
 (क) (-2) (ख) (-6) (ग) 0 (घ) (+3) (ड) (+5)
- तल दिइएका पूर्णांडकहरूको 8 एकाइ बायाँ पर्ने पूर्णांडक लेख्नुहोस् ।
 (क) (-3) (ख) (-4) (ग) 0 (घ) (+2) (ड) (+7)
- तल दिइएका पूर्णांडकहरूको विमुख पूर्णांडक लेख्नुहोस् ।
 (क) (+3) (ख) (+4) (ग) (-8) (घ) 0 (ड) (-2)
- तल दिइएका पूर्णांडकहरूको निरपेक्ष मान लेख्नुहोस् ।
 (क) $|+10|$ (ख) $|-6|$ (ग) $|-5|$ (घ) $|+4|$ (ड) $|-9|$
- सङ्ख्या रेखाको प्रयोग गरी योगफल निकाल्नुहोस् ।
 (क) $(+3) + (+4)$ (ख) $(-4) + (-3)$
 (ग) $(+5) + (-2)$ (घ) $(-5) + (+2)$
- सङ्ख्या रेखाको प्रयोग गरी घटाउनुहोस् ।
 (क) $(-8) - (-3)$ (ख) $(+9) - (-4)$
 (ग) $(+4) - (+5)$ (घ) $(+7) - (+2)$
- क्रम विनियम नियमको प्रयोग गरी दुवै तरिकाले तल दिइएका पूर्णांडकहरूको योगफल निकाल्नुहोस् ।
 (क) $(+3) \text{ र } (+6)$ (ख) $(+4) \text{ र } (-3)$
 (ग) $(+5) \text{ र } (-3)$ (घ) $(-3) \text{ र } (-1)$
- तल दिइएका पूर्णांडकहरूको सङ्घीय नियम प्रयोग गरी दुवै तरिकाले योगफल निकाल्नुहोस् ।
 (क) $(+2), (-3) \text{ र } (-5)$ (ख) $(+4), (-3) \text{ र } (+6)$
 (ग) $(-5), (+4) \text{ र } (0)$ (घ) $(-2), (-5) \text{ र } (+8)$
- $(+9)$ र यसको विमुख पूर्णांडकको योगफल कति हुन्छ, लेख्नुहोस् ।
- $(+30)$ मा कति जोड्दा (-30) हुन्छ, लेख्नुहोस् ।

11. (-25) बाट कति घटाउँदा (-20) हुन्छ, लेख्नुहोस् ।
12. कुनै दुईओटा पूर्णाङ्गकहरूको योगफल (-115) छ । तीमध्ये एउटा पूर्णाङ्गक 175 भए अर्को पूर्णाङ्गक पत्ता लगाउनुहोस् ।
13. दुईओटा बसहरू एकै स्थानबाट एकै समयमा छुटेछन् । एउटा बसले 125 km पूर्व यात्रा गय्यो र अर्को बसले 120 km पश्चिम यात्रा गय्यो । ती दुई बसले पार गरेको जम्मा दुरी पत्ता लगाउनुहोस् ।
- 14. सरल गणनाहोस् :-**
- (क) $(-30) - (-40) - (-20) + (+2)$
- (ख) $(+75) - (-14) - (-10) + (+1)$
- (ग) $(-40) + (-25) + (+60) + (-5)$
- (घ) $(-30) - (-40) - (-20) - (-10)$
15. तल दिइएका दुवै तालिकाहरूबाट प्रत्येक पद्धति, प्रत्येक लहर र विकर्णहरूको योगफल निकाल्नुहोस् । कुन तालिकाको नतिजामा पद्धति, लहर र विकर्णको योगफल एउटै आउँछ, लेख्नुहोस् ।

तालिका 1

-5	-1	-4
-5	-2	7
0	3	-3

तालिका 2

1	-10	0
-4	-3	-2
-6	4	-7

उत्तर

- | | | | | |
|------------------------------|-----------------------------|-------------|------------------|---------|
| 1. (क) +6 | (ख) +2 | (ग) +8 | (घ) +11 | (ड) +13 |
| 2. (क) -11 | (ख) -12 | (ग) -8 | (घ) -6 | (ड) -1 |
| 3. (क) -3 | (ख) -4 | (ग) +8 | (घ) विमुख हुँदैन | (ड) +2 |
| 4. (क) 10 | (ख) 6 | (ग) 5 | (घ) 4 | (ड) 9 |
| 5-8. शिक्षकलाई देखाउनुहोस् । | 9. 0 | 10. -60 | 11. -5 | |
| 12. -290 | 13. 245 km | 14. (क) +32 | (ख) +100 | (ग) -10 |
| (घ) +40 | 15. शिक्षकलाई देखाउनुहोस् । | | | |

3.4 पूर्णांकको गुणन (Multiplication of Integers)

तलको अवस्थाको अवलोकन गरी छलफल गर्नुहोस् :



पश्चिमबाट पूर्वतर्फ 40 km प्रति घण्टाका दरले गुडिरहेको बस 8 घण्टामा कति दुरी पार गर्ला ?

$$\begin{aligned} 8 \text{ घण्टामा बसले पार गरेको दुरी} &= 8 \times 40 \text{ km} \\ &= 320 \text{ km} \end{aligned}$$

क्रियाकलाप 1

तल दिइएको गुणन तालिका पूरा गर्नुहोस् र सोधिएका सङ्ख्याहरूको गुणनफल कति हुन्छ ? छलफल गरी पत्ता लगाउनुहोस् ।

\times	3	2	1	0	-1	-2	-3
3	9	6	-3	0	3	6	9
2	6	4	-2	0	2	4	6
1	3	2	-1	0	1	2	3
0							
-1							
-2							
-3							

(क) $(-3) \times (-2) = \underline{\hspace{2cm}}$

(ख) $(+2) \times (-1) = \underline{\hspace{2cm}}$

(ग) $(+1) \times 0 = \underline{\hspace{2cm}}$

समान चिह्न \rightarrow { धनात्मक पूर्णांक \times धनात्मक पूर्णांक = धनात्मक पूर्णांक
भएको \rightarrow ऋणात्मक पूर्णांक \times ऋणात्मक पूर्णांक = धनात्मक पूर्णांक

विपरीत चिह्न \rightarrow { धनात्मक पूर्णांक \times ऋणात्मक पूर्णांक = ऋणात्मक पूर्णांक
भएको \rightarrow ऋणात्मक पूर्णांक \times धनात्मक पूर्णांक = ऋणात्मक पूर्णांक

क्रियाकलाप 2 (सङ्ख्या रेखाको प्रयोगबाट गुणन)

तलका सङ्ख्या रेखाको प्रयोगबाट गरिएका सङ्ख्याहरूको गुणनक्रिया अवलोकन गरी छलफल गर्नुहोस् :

(क) $(-2) \times 3 = ?$



उद्गम विन्दुबाट बायाँतर्फ 2 एकाइ 3 पटक जाँदा कुन विन्दुमा पुगिन्छ, छलफल गर्नुहोस् :

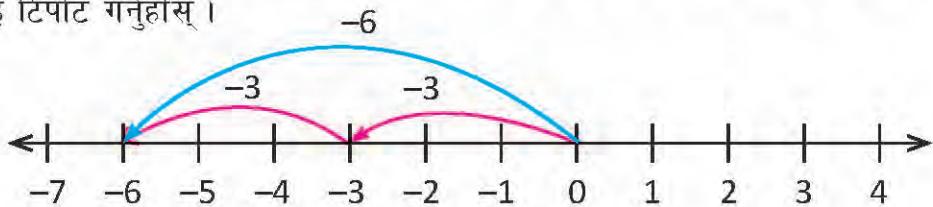
$$(-2) \times 3$$

$$= -6$$

अतः $(-2) \times 3 = -6$

(ख) $2 \times (-3) = ?$

उद्गम विन्दुबाट बायाँतर्फ 3 एकाइ 2 पटक जानुहोस् । कुन विन्दुमा पुगिन्छ ? सङ्ख्या रेखा बनाई टिपोट गर्नुहोस् ।



यहाँ,

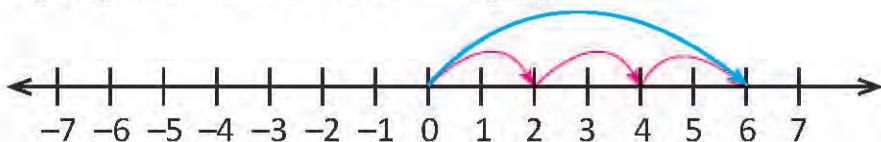
$$2 \times (-3)$$

$$= -6$$

अतः $2 \times (-3) = (-6)$ हुन्छ ।

$$(g) (-2) \times (-3) = ?$$

$(-2) \times 3$ ले क्रियाकलाप 3 (क) मा जस्तै उदगम विन्दुबाट बायाँतर्फ 2 एकाइ 3 पटक जाँदा पुगिने विन्दु जनाउँछ । 3 को अगाडिको '−' चिह्नले पहिलेको दिशाको विपरीत दिशामा जाने भन्ने बुझाउँछ । त्यसैले उदगम विन्दुबाट $(-2) \times 3$ ले दिने विन्दुसम्म कति एकाइ हुन्छ, गन्तुहोस् रउदगम विन्दुबाट त्यति नै एकाइ दायाँतिर जानुहोस् । कुन विन्दुमा पुगिन्छ? सङ्ख्या रेखामा देखाउनुहोस् ।



$$\text{यहाँ, } (-2) \times (-3) \\ = 6$$

$$\text{अतः } (-2) \times (-3) = 6 \text{ हुन्छ ।}$$

पूर्णाङ्कको गुणनका नियमहरू (Properties of Multiplication of Integers)

1. बन्दी नियम (Closure Property)

पूर्णाङ्कको समूहबाट कुनै दुई सङ्ख्याहरू लिनुहोस् । उक्त सङ्ख्याहरूको गुणनफल निकाल्नुहोस् । नतिजा के आउँछ, छलफल गर्नुहोस् ।

$$\text{जस्तै : } (-5) \times (+4) = (-20)$$

$$(-4) \times (-2) = (+8)$$

$$1 \times 0 = 0$$

कुनै पनि दुईओटा पूर्णाङ्कको गुणनफल पनि पूर्णाङ्क नै हुन्छ । यसलाई गुणनको बन्दी नियम भनिन्छ ।

यदि $a \times b$ दुई पूर्णाङ्कहरू भए $a \times b$ पनि पूर्णाङ्क हुन्छ ।

2. क्रम विनिमय नियम (Commutative Property)

पूर्णाङ्कको समूहबाट कुनै दुई सङ्ख्याहरू लिनुहोस् । ती सङ्ख्यालाई क्रम परिवर्तन गरी गुणनफल निकाल्नुहोस् । नतिजा के आउँछ, छलफल गर्नुहोस् ।

$$\text{जस्तै : } 3 \times 2 = 2 \times 3 = 6$$

$$(-8) \times (+3) = (+3) \times (-8) = -24$$

$$1 \times 0 = 0 \times 1 = 0$$

कुनै पनि दुईओटा पूर्णाङ्कको गुणनफल तिनीहरूको स्थान बदल्दा हुने गुणनफलसँग बराबर हुन्छ, यसलाई गुणनको क्रम विनिमय नियम भनिन्छ ।

यदि a र b दुईओटा पूर्णाङ्कहरू छन् भने $a \times b = b \times a$ हुन्छ ।

3. सङ्घीय नियम (Associative Property)

कुनै तीनओटा पूर्णाङ्कलाई फरक फरक क्रममा राखेर पहिला दुईओटाको गुणनफलमा तेस्रोले गुणन गर्दा गुणनफल के आउँछ, छलफल गर्नुहोस् ।

जस्तै : तीनओटा पूर्णाङ्कहरू 2, 3 र -4 मा,

$$[2 \times 3] \times (-4) = 2 \times [3 \times (-4)]$$

$$6 \times (-4) = 2 \times (-12)$$

$$\therefore -24 = -24$$

कुनै तीनओटा पूर्णाङ्कलाई जुनसुकै क्रममा राखेर पहिला दुईओटाको गुणनफलमा तेस्रोले गुणन गर्दा गुणनफल बराबर हुन्छ ।

यदि a , b र c तीनओटा पूर्णाङ्कहरू हुन् भने,

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c) \text{ हुन्छ ।}$$

4. पद विच्छेदन नियम (Distributive Property)

जस्तै : (+6), (+3) र (-2) मा,

$$+6 [(+3) + (-2)] = (+6) \times (+3) + (+6) \times (-2)$$

$$\text{अथवा } +6(+1) = 18 - 12$$

$$\text{अथवा } +6 = +6$$

यदि a , b र c तीनओटा पूर्णाङ्कहरू हुन् भने
 $a(b+c) = a \times b + a \times c$ हुन्छ ।

5. 1 को गुणन नियम (Multiplicative Property of 1)

$$(-5) \times 1 = (-5)$$

$$1 \times (+6) = +6 \quad \text{यदि } a \text{ एउटा पूर्णाङ्क हो भने } a \times (+1) = (+1) \times a = a \text{ हुन्छ ।}$$

6. 0 को गुणन नियम (Multiplicative Property of Zero)

$$2 \times 0 = 0$$

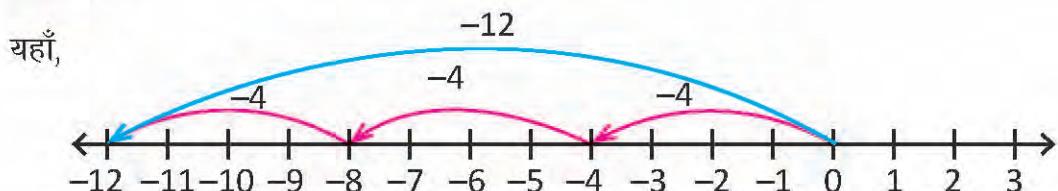
$$0 \times 2 = 0$$

यदि a एउटा पूर्णाङ्क हो भने $a \times 0 = 0 \times a = 0$ हुन्छ ।

उदाहरण १

सद्भ्या रेखाको प्रयोग गरी $(-4) \times 3$ को गुणन गर्नुहोस् :

समाधान



$$\text{अतः } (-4) \times 3 = (-12)$$

उदाहरण २

गुणन गर्नुहोस् : $(+12) \times (-8) \times (+2)$

समाधान

यहाँ,
$$\begin{aligned} (+12) \times (-8) \times (+2) \\ = (-96) \times (+2) \\ = -192 \end{aligned}$$

उदाहरण ३

गुणनको सद्धीय नियम प्रयोग गरी $(+5)$, $(+6)$ र (-7) लाई दुवै तरिकाले गुणन गर्नुहोस् :

समाधान

यहाँ,
$$\begin{aligned} (+5) \times (+6) \times (-7) \\ = [(+5) \times (+6)] \times (-7) \\ = (+30) \times (-7) \\ = (-210) \end{aligned}$$

फेरि,
$$\begin{aligned} (+5) \times [(+6) \times (-7)] \\ = (+5) \times (-42) \\ = (-210) \end{aligned}$$

$$\therefore [(+5) \times (+6)] \times (-7) = (+5) \times [(+6) \times (-7)] = (-210)$$

उदाहरण 4

गुणनको पद विच्छेदन नियम प्रयोग गरी सरल गर्नुहोस् :

(क) $(-5) \times [(+24) - (-6)]$

समाधान

$$\begin{aligned} \text{यहाँ, } & (-5) \times [(+24) - (-6)] \\ &= (-5) \times (+24) - (-5) \times (-6) \\ &= (-120) - (+30) \\ &= -120 - 30 \\ &= -150 \\ \therefore & [(-5) \times [(+24) - (-6)]] = -150 \end{aligned}$$

3.5 पूर्णाङ्कको भाग (Division of Integers)

तल दिइएका उदाहरण अवलोकन गरी छलफल गर्नुहोस् :

$$(-8) \times (-4) = 32$$

$$32 \div (-8) = ?$$

$$32 \div (-4) = ?$$

$$32 \div (-8) = (-4) \text{ हुन्छ र } 32 \div (-4) = (-8) \text{ हुन्छ।}$$

समान चिह्न
भएको \rightarrow { धनात्मक पूर्णाङ्क \div धनात्मक पूर्णाङ्क = धनात्मक पूर्णाङ्क
ऋणात्मक पूर्णाङ्क \div ऋणात्मक पूर्णाङ्क = धनात्मक पूर्णाङ्क
विपरीत चिह्न
भएको \rightarrow { धनात्मक पूर्णाङ्क \div ऋणात्मक पूर्णाङ्क = ऋणात्मक पूर्णाङ्क
ऋणात्मक पूर्णाङ्क \div धनात्मक पूर्णाङ्क = ऋणात्मक पूर्णाङ्क

अभ्यास 3.2

1. खाली ठाउँमा उपयुक्त संख्या भर्नुहोस् :

- (क) $\boxed{\quad} \div (-6) = 4$
(ख) $81 \div \boxed{\quad} = (-9)$
(ग) $19 \times \boxed{\quad} = 0$
(घ) $-20 \times \boxed{\quad} = -20$
(ङ) $\boxed{\quad} + (-45) = 1$

2. संख्या रेखाको प्रयोग गरी गुणन गर्नुहोस् :

- (क) $(+3) \times (+2)$ (ख) $(-5) \times (+3)$
(ग) $(+2) \times (-6)$ (घ) $(-4) \times (-3)$ (ङ) $(+5) \times (-4)$

3. गुणनको संघीय नियम प्रयोग गरी दुवै तरिकाले गुणनफल निकाल्नुहोस् :

- (क) $(+3) \times (+4) \times (+5)$ (ख) $(+7) \times (-5) \times (-3)$
(ग) $(-2) \times (-2) \times (-2)$ (घ) $(+4) \times (+8) \times (-5)$

4. गुणनको पद विच्छेदन नियम प्रयोग गरी सरल गर्नुहोस् :

- (क) $(+6) \times [(-8) + (+30)]$
(ख) $(-9) \times [(+24) - (-6)]$
(ग) $(+7) \times [(-12) - (+8)]$
(घ) $(-8) \times [(-3) + (-5)]$

5. भागफल निकाल्नुहोस् :

- (क) $(+36) \div (+6)$ (ख) $(-45) \div (+5)$
(ग) $(+54) \div (-6)$ (घ) $(-95) \div (-1)$

6. दिइएका संख्याहरूको सरल गर्नुहोस् :

- (क) $[(+7) \times (+8) \times (-6)] \div (-3)$
(ख) $[(+12) \times (-8)] \div [(+2) \times (-1)]$

- (ग) $[(+6) \times (+4)] \div [(-3) \times (-2)]$
- (घ) $(+5) \times (-4) \times (-8) \times (-3)$
7. दुईओटा पूर्णाङ्कको गुणनफल $(+63)$ छ। एउटा पूर्णाङ्क $(+7)$ भए अर्को पूर्णाङ्क पता लगाउनुहोस्।
8. (-5) लाई कतिले गुणन गर्दा गुणनफल $(+90)$ हुन्छ, पता लगाउनुहोस्।
9. $(+56)$ लाई कतिले भाग गर्दा भागफल $(+7)$ हुन्छ, पता लगाउनुहोस्।
10. गुणनफल (-144) बनाउन (-12) लाई कतिले गुणन गर्नुपर्दछ ?
11. गुणनफल (-169) बनाउन (-13) लाई कतिले गुणन गर्नुपर्दछ ?
12. एउटा हाजिरीजवाफ प्रतियोगितामा प्रत्येक सही उत्तरका लागि $(+5)$, प्रत्येक गलत उत्तरका लागि (-2) र उत्तर भन्न नसकेमा (0) दिने नियम बनाइएको रहेछ।
- (क) समूह A ले 4 ओटा सही जवाफ र 5 ओटा गलत जवाफ दिएछ भने जम्मा कति अड्क प्राप्त गरेछ ?
- (ख) समूह B ले 5 ओटा सही जवाफ र 5 ओटा नै गलत जवाफ दिएछ। जम्मा कति अड्क प्राप्त गरेछ ?
- (ग) कुन समूहले बढी अड्क प्राप्त गरेछन् ? कतिले प्राप्त गरेछन्, पता लगाउनुहोस्।
13. एउटा हाजिरीजवाफ प्रतियोगितामा प्रत्येक सही उत्तरका लागि $(+3)$ र प्रत्येक गलत उत्तरका लागि (-2) दिने नियम बनाइएको छ।
- (क) समूह A ले जम्मा 18 अड्क प्राप्त गरेछ। जसमा 12 ओटा प्रश्नको गलत उत्तर दिएछ भने कतिओटा प्रश्नको सही जवाफ दिएछ, पता लगाउनुहोस्।
- (ख) समूह B ले जम्मा (-5) अड्क प्राप्त गरेछ। जसमा 7 ओटा प्रश्नको गलत उत्तर दिएछ भने कतिओटा प्रश्नको सही जवाफ दिएछ, पता लगाउनुहोस्।
- (ग) कुन समूहले धेरैओटा प्रश्नहरूको सही जवाफ दिएछ ? कतिले दिएछ, पता लगाउनुहोस्।

परियोजना कार्य

तल दिइएका पूर्णाङ्कहरूबिचको गणितीय क्रियालाई सङ्ख्यारेखामा देखाउनुहोस् ।
र कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् :

1. $(+3) \times (+2)$
2. $(+3) \times (-2)$
3. $(-3) \times (+2)$
4. $(-3) \times (-2)$

उत्तर

1. (क) -24 (ख) -9 (ग) 0 (घ) +1 (ड) +46

2-4. शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

5. (क) +6 (ख) -9 (ग) -9 (घ) +95

6. (क) +112 (ख) +48 (ग) +4 (घ) -480

7. +9 8. -18 9. +8 10. 12 11. 13

12. (क) 10 (ख) 15 (ग) समूह B ले 5 अङ्क बढी प्राप्त गरेछ ।

13. (क) 14 (ख) 3 (ग) समूह क, 11 ओटा

3.6 पूर्णाङ्कको सरलीकरण (Simplification of Integers)

पूर्णाङ्कको जोड़, घटाउ, गुणन र भागसम्बन्धी समस्याहरू अगिल्ला पाठहरूमा छलफल गरिसकेका छौं । अब हामी पूर्णाङ्कको सरलीकरणका बारेमा छलफल गर्ने छौं ।

विद्याकलाप 1

तल दिइएको गणितीय समस्याको अवलोकनबाट सोधिएका प्रश्नहरूमा छलफल गर्नुहोस् । ऐउटा हाजिरीजवाफ प्रतियोगितामा प्रत्येक सही उत्तरका लागि (+5) र प्रत्येक गलत उत्तर का लागि (-3) दिने नियम रहेछ ।

- (क) समूह अन्नपूर्णले जम्मा 104 अड्क प्राप्त गरी विजयी भएछ । जसमा 25 ओटा प्रश्नको सही जवाफ दिएका रहेछन् भने कतिओटा प्रश्नको उत्तर गलत गरेछन् ?
(ख) यो समस्या समाधान गर्न कुन कुन गणितीय क्रियाहरू गर्नुपर्ला ?

यहाँ दिइएको समस्यालाई गणितीय वाक्यमा लेख्दा,

$$25 \times (+5) + \boxed{\quad} \times (-3) = 104$$

गलत उत्तर दिइएका प्रश्न सङ्ख्या = x (मानौं)

$$\text{अब } 25 \times (+5) + x \times (-3) = 104$$

$$\text{अथवा } 125 - 3x = 104$$

$$\text{अथवा } -3x = 104 - 125$$

$$\text{अथवा } -3x = -21$$

$$x = 7$$

7 ओटा प्रश्नको जवाफ गलत गरेछ ।

उदाहरण 1

सरल गर्नुहोस् :

$$\begin{aligned} & (+12) + (-5) + (+25) \div (-5) - (-6) \times (+7) \\ &= (+12) + (-5) + (-5) - (-6) \times (+7) \quad [(+25) \div (-5) \text{ गरेको}] \\ &= (+12) + (-5) + (-5) - (-42) \\ &= (+7) + (-5) + 42 \\ &= +2 + 42 \\ &= 44 \end{aligned}$$

- जोड, घटाउ तथा गुणन मिश्रित समस्यामा पहिला गुणनको काम गर्नुपर्दछ ।
- जोड, घटाउ तथा भाग क्रिया समावेश भएमा समस्याको समाधान गर्दा सबैभन्दा पहिला भाग क्रिया गर्नुपर्दछ ।
- गुणन र भाग समावेश भएका समस्यामा पहिला भाग क्रिया गर्ने वा बायाँबाट दायाँतिर सरल गर्दै जाँदा जुन चिह्न पहिला आउँछ, त्यही क्रिया पहिला गर्नुपर्दछ ।

अभ्यास 3.3

1. सरल गर्नुहोस् :

- (क) $(-6) \times (-4) \div (+4) + (-5) - (-1)$
 (ख) $(-15) \div (+5) \times (-4) + (-10) - (+7)$
 (ग) $(-12) + (+16) \times (-27) \div (-9)$
 (घ) $(-3) \times (+16) - \{(+12) \div (+6) + (-10)\}$

2. एउटा विद्यालयमा भएको हाजिरीजवाफ प्रतियोगितामा प्रत्येक सही उत्तरका लागि $(+10)$ र प्रत्येक गलत उत्तरका लागि (-5) दिने नियम रहेछ ।

- (क) निलो सदनले 60 अड्क प्राप्त गरेछ । जसमा 2 ओटा प्रश्नको उत्तर गलत दिएछ भने कतिओटा प्रश्नको सही जवाफ दिएछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।
 (ख) पहेलो सदनले 20 अड्क प्राप्त गरेछ । जसमा 4 ओटा प्रश्नको उत्तर गलत भनेछ भने कतिओटा प्रश्नको सही जवाफ दिएछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।
 (ग) कुन समूहले धेरैओटा प्रश्नको सही जवाफ दिएछ र उक्त समूहले थोरै प्रश्नको सही जवाफ दिने समूहलेभन्दा कतिओटा बढी प्रश्नको सही जवाफ दिएछ, लेख्नुहोस् ।
3. रामको बैड्रुक खातामा वैशाख महिनाको सुरुमा रु. 5000 थियो । वैशाख 7 गते रु. 30,000 तलब उसको खातामा जम्मा भयो । वैशाख 9 गते बिजुलीको महसुल रु. 945 उक्त खाताबाट बुझाए । वैशाख 11 गते फोनमा रु. 500 उक्त खाताबाट रिचार्ज गरेछन् । वैशाख 15 गते ABC खाद्य स्टोरलाई उक्त खाताबाट रु. 10,000 तिरेछन् भने अब उनको खातामा कति रकम बाँकी छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

- पहिलो पूर्णाङ्गक दोस्रो पूर्णाङ्गकको पाँच गुणाभन्दा 2 ले बढी छ । यदि पहिलो पूर्णाङ्गक 77 छ भने दोस्रो पूर्णाङ्गक पत्ता लगाउनुहोस् ।
- एउटा 1000 / क्षमताको ट्याङ्कीमा 500 / पानी छ । यसमा दुईओटा धाराहरू जडान गरिएका छन् । 1 मिनेटमा धारा A ले 25 / पानी भर्छ र धारा B ले 15 / पानी बाहिर फाल्छ । यदि दुवै धारालाई छ मिनेटसम्म खोलियो भने ट्याङ्कीमा कति लिटर पानी हुन्छ ?

परियोजना कार्य

हाम्रो दैनिक जीवनमा पूर्णाङ्गको जोड र घटाउको प्रयोग भएका कुनै पाँचओटा उदाहरणहरू लेखी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

- | | | | |
|--------------|--------|-----------------------|----------|
| 1. (क) +2 | (ख) -5 | (ग) +36 | (घ) -40 |
| 2. (क) 7 | (ख) 4 | (ग) निलो सदनले, 3 ओटा | |
| 3. रु. 23555 | 4. | 15 | 5. 560 / |

पाठ 4

आनुपातिक संख्या (Rational Number)

4.0 पुनरवलोकन (Review)

पूर्णाङ्गकहरूको समूह $Z = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$ बाट कुनै दुई संख्याहरू लिनुहोस् । ती संख्याहरूको जोड, घटाउ, गुणन र भागमध्ये कुन कुन क्रिया सम्भव होला, छलफल गर्नुहोस् ।

4.1 आनुपातिक संख्याको परिचय (Introduction to Rational Number)

क्रियाकलाप 1

दिइएको अवस्थाको अध्ययन गर्नुहोस् र संख्या रेखाका आधारमा सोधिएका प्रश्नमा छलफल गर्नुहोस् ।

पूर्णाङ्गको समूहबाट दुईओटा संख्याहरू 3 र -4 लिइएको छ । यिनीहरूबिच जोड, घटाउ, गुणन र भाग क्रिया गरिएको छ ।

$$3 + (-4) = -1$$

$$3 - (-4) = 3 + 4 = 7$$

$$3 \times (-4) = -12$$

$$3 \div (-4) = \frac{3}{-4}$$



(क) के दुईओटा पूर्णाङ्गकलाई जोड्दा, घटाउँदा र गुणन गर्दा सधैँ पूर्णाङ्गक नै हुन्छ ?

(ख) पूर्णाङ्गक संख्याहरूबिचको भागफल के होला ?

(ग) के $\frac{3}{-4}$ पूर्णाङ्गकको संख्या रेखामा छ ?

कुनै पनि दुईओटा पूर्णाङ्गक जोड्दा, घटाउँदा, गुणन गर्दा पूर्णाङ्गकनै आउँछ । तर एउटा पूर्णाङ्गकलाई अर्को पूर्णाङ्गकले भाग गर्दा सधैँ पूर्णाङ्गक नहुन पनि सक्छ ।

जस्तै : $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{4}{5}$ पूर्णाङ्गकहरू होइनन् । यिनीहरू $\frac{a}{b}$ का रूपमा आउँछन् । यस्ता संख्याहरू आनुपातिक संख्याहरू हुन् । आनुपातिक संख्याको समूहलाई Q ले जनाइन्छ

$$Q = \{..., -4, -3, -\frac{5}{2}, -2, -\frac{3}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, 1, ... \}$$

कुनै पनि सङ्ख्यालाई $\frac{a}{b}$ का रूपमा व्यक्त गर्न सकिन्छ भने त्यस्तो सङ्ख्यालाई आनुपातिक सङ्ख्या (Rational Number) भनिन्छ । जहाँ a र b दुवै पूर्णांकहरू हुन् र $b \neq 0$ छ ।

क्रियाकलाप 2

तल दिइएका प्रश्नलाई साथीहरूबिच समूहमा छलफल गरी निष्कर्ष कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

- के सबै प्राकृतिक सङ्ख्या आनुपातिक सङ्ख्या हुन् ?
- के सबै पूर्णांक आनुपातिक सङ्ख्या हुन्छन् ?

सबै पूर्णांकहरू आनुपातिक सङ्ख्याहरूको समूहमा पर्ने भएकाले पूर्णांकहरूको समूह आनुपातिक सङ्ख्याहरूको उपसुक्त उपसमूह हो । त्यसैले $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ लेख्न सकिन्छ ।

आनुपातिक सङ्ख्याका विशेषताहरू (Properties of Rational Numbers)

तलका आनुपातिक सङ्ख्याको विशेषताको अवलोकन गरी छलफल गर्नुहोस् ।

1. एकात्मक नियम (Identity Property)

जोडको एकात्मक नियम	गुणनको एकात्मक नियम
$\frac{1}{2} + 0 = 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \times 1 = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
$\frac{-2}{3} + 0 = 0 + \frac{-2}{3} = \frac{-2}{3}$	$\frac{-2}{3} \times 1 = 1 \times \frac{-2}{3} = \frac{-2}{3}$
कुनै पनि आनुपातिक सङ्ख्यामा शून्य (0) जोड्दा आउने सङ्ख्या त्यही सङ्ख्या हुन्छ । यसलाई जोडको एकात्मक नियम भनिन्छ ।	कुनै पनि आनुपातिक सङ्ख्यालाई 1 ले गुणन गर्दा त्यही सङ्ख्या आउँछ । यसलाई गुणनको एकात्मक नियम भनिन्छ ।

2. विपरीत गुण (Inverse Property)

जोड़को विपरीत गुण	गुणनको विपरीत गुण
$-1 + 1 = 0$	$2 \times \frac{1}{2} = 1$
$-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$	$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$
कुनै पनि आनुपातिक संख्या $\frac{a}{b}$ मा $-\frac{a}{b}$ लाई जोड़दा शून्य आउँछ भने यसलाई जोड़को विपरीत गुण भनिन्छ। $\frac{a}{b}$ र $-\frac{a}{b}$ एक अर्काका जोड़का विपरीत हुन्।	कुनै पनि आनुपातिक संख्या $\frac{a}{b}$ लाई $\frac{b}{a}$ ले गुणन गर्दा 1 आउँछ। त्यसै ले $\frac{a}{b}$ र $\frac{b}{a}$ लाई एक अर्काका गुणनको विपरीत मानिन्छ।

3. क्रम विनिमय गुण (Commutative Property)

जोड़को क्रम विनिमय गुण	गुणनको क्रम विनिमय गुण
$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$
यदि $\frac{a}{b}$ र $\frac{c}{d}$ आनुपातिक संख्याहरू हुन् भने, $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$ लाई जोड़को क्रम विनिमय भनिन्छ।	यदि $\frac{a}{b}$ र $\frac{c}{d}$ आनुपातिक संख्याहरू हुन् भने, $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \times \frac{a}{b}$ लाई गुणनको क्रम विनिमय भनिन्छ।

4. सङ्घीय नियम (Associative Property)

जोड़को सङ्घीय नियम	गुणनको सङ्घीय नियम
$\frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{5}\right) = \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) + \frac{3}{5}$ <p>नियम,</p> <p>यदि $\frac{a}{b}, \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ आनुपातिक संख्याहरू हुन् भने,</p> $\frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right) = \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{e}{f}$ <p>लाई जोड़को सङ्घीय नियम भनिन्छ।</p>	$\frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}\right) = \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}\right) \times \frac{3}{5}$ <p>नियम,</p> <p>यदि $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ आनुपातिक संख्याहरू हुन् भने,</p> $\frac{a}{b} \times \left(\frac{c}{d} \times \frac{e}{f}\right) = \left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}\right) \times \frac{e}{f}$ <p>लाई गुणनको सङ्घीय नियम भनिन्छ।</p>

5. बन्दी नियम (Closure Property)

जोडको बन्दी नियम	गुणनको बन्दी नियम
$\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$ आनुपातिक संख्याहरू हुन् । $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3+4}{6} = \frac{7}{6}$ पनि आनुपातिक संख्या हो ।	$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$ आनुपातिक संख्याहरू हुन् । $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ पनि आनुपातिक संख्या हो ।
दुईओटा आनुपातिक संख्याको योगफल पनि आनुपातिक संख्या हुन्छ । यसलाई जोडको बन्दी नियम भनिन्छ ।	दुईओटा आनुपातिक संख्याहरूको गुणनफल पनि आनुपातिक संख्या नै हुन्छ । यसलाई गुणनको बन्दी नियम भनिन्छ ।

4.2 दशमलव र आनुपातिक संख्या (Decimal and Rational Number)

क्रियाकलाप 3

तल तालिकामा दिइएका भिन्नलाई दशमलव संख्यामा रूपान्तरण गरी खाली ठाउँ भर्नुहोस् र निष्कर्षलाई छलफल गर्नुहोस् ।

क्र.स.	भिन्न	दशमलव संख्या
1	$\frac{1}{2}$	0.5
2	$\frac{1}{3}$	0.333
3	$\frac{2}{7}$	0.285714285714
4	$\frac{2}{3}$...
5	$\frac{3}{10}$...
6	$\frac{5}{13}$...

भिन्नलाई दशमलवमा रूपान्तरण गर्दा अन्त्य हुने, अन्त्यहीन र पुनरावृत्त दशमलवमा व्यक्त गर्न सकिन्छ ।

1. अन्त्य हुने दशमलव संख्या (Terminating Decimal)

तल दिइएको उदाहरणको अवलोकन गरी छलफल गर्नुहोस् :

$$\frac{1}{4} = 0.25, \quad \frac{1}{8} = 0.125, \quad \frac{1}{3} = 1.5$$

$\frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{3}{2}$ लाई दशमलव संख्केतमा रूपान्तरण गर्दा दशमलव पछाडिका संख्याहरू

निश्चित स्थानमा अन्त्य भएका छन् ।

आनुपातिक संख्याको हरले अंशलाई भाग गर्दा भागफलमा दशमलव पछाडिका संख्याहरूको अन्त्य हुन्छ भने त्यस्तो संख्यालाई अन्त्य हुने दशमलव संख्या भनिन्छ ।

2. अन्त्यहीन पुनरावृत्त दशमलव संख्या (Non Terminating Recurring Decimal)

भिन्नहरू $\frac{1}{3}, \frac{2}{9}, \frac{4}{11}$ लाई दशमलव संख्यामा रूपान्तरण गर्नुहोस् । नतिजाका आधारमा के निष्कर्ष निस्किन्छ, छलफल गर्नुहोस् ।

$$\frac{1}{3} = 0.3333\dots$$

$$\frac{2}{9} = 0.2222\dots$$

$$\frac{4}{11} = 0.363636\dots$$

$$\frac{2}{7} = 0.285714285714\dots$$

0.333... लाई $0.\overline{3}$ पनि लेख सकिन्छ ।

माथिका भिन्नलाई दशमलव संख्केतमा रूपान्तरण गर्दा दशमलवपछिका संख्याहरू अन्त्य भएका छैनन् । एउटै संख्या दोहोरिरहेका छन् । यस्ता संख्यालाई अन्त्यहीन पुनरावृत्त दशमलव संख्या भनिन्छ ।

अन्त्य हुने र अन्त्यहीन पुनरावृत्त दशमलव संख्यालाई आनुपातिक संख्या भनिन्छ ।

नोट : यदि आनुपातिक संख्याको हरमा 2 अथवा 5 का अपवर्त्य रहेका छन् भने त्यो संख्या अन्त्य हुने दशमलव संख्या हुन्छ ।

जस्तै : $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{7}{10}, \frac{7}{25}, \dots$

यदि आनुपातिक संख्याको हरमा 2 र 5 बाहेक अरू संख्या भएमा त्यस्ता दशमलव संख्या अन्त्यहीन पुनरावृत्त हुन्छन् । जस्तै : $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \dots$

4.3 दशमलवलाई भिन्नमा रूपान्तरण (Conversion of Decimal into Fraction)

I. अन्त्य हुने दशमलव संख्यालाई भिन्नमा रूपान्तरण

0.75 लाई भिन्नमा कसरी रूपान्तरण गर्न सकिन्छ, छलफल गर्नुहोस् ।

0.75 भनेको सयांशको 75 अंश भन्ने बुझिन्छ ।

$$\text{त्यसैले } \frac{75}{100} \underset{4}{\text{हुन्छ}} \text{ ।}$$

$$\text{अर्थात् } \frac{3}{4} \text{ हुन्छ ।}$$

0.75 मा दशमलवपछि दुईओटा संख्याहरू छन् ।

त्यसैले 0.75 लाई 100 ले गुणन र भाग गर्नुपर्छ ।

अर्को तरिका : 0.75 लाई भिन्नमा रूपान्तरण गर्दा,

$$\begin{aligned} & \frac{0.75 \times 100}{100} \\ &= \frac{75}{100} \\ &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

II. अन्त्यहीन पुनरावृत्त दशमलवलाई भिन्नमा रूपान्तरण

0.3 लाई भिन्नमा कसरी रूपान्तरण गर्न सकिन्छ ? छलफल गर्नुहोस् ।

मानौँ, $x = 0.\bar{3}$

$$x = 0.33 \dots \quad (\text{i})$$

समीकरण (i) लाई 10 ले गुणा गर्दा,

$$10x = 3.33 \dots \quad (\text{ii})$$

अब समीकरण (ii) बाट समीकरण (i) घटाउँदा,

$$10x - x = 3.33\dots - 0.33\dots$$

$$\text{अथवा } 9x = 3$$

$$\text{अथवा } x = \frac{3}{9}$$

$$\text{अथवा } x = \frac{1}{3}$$

$$\text{अतः } 0.\bar{3} = \frac{1}{3} \text{ हुन्छ ।}$$

$0.\bar{3}$ मा दशमलवपछि एउटै

संख्या 3 मात्र पुनरावृत्त छ,

त्यसैले 10 ले गुणा गर्नुपर्दछ ।

उदाहरण 1

तल दिइएका भिन्नहरूलाई दशमलवमा रूपान्तरण गरी अन्त्य हुने र अन्त्यहीन पुनरावृत्त दशमलव सङ्ख्याहरू छुट्याउनुहोस्।

(क) $\frac{5}{8}$

(ख) $\frac{2}{3}$

समाधान

(क) $\frac{5}{8}$

$$= 0.625$$

0.625 अन्त्य हुने दशमलव सङ्ख्या हो।

$$\begin{array}{r} 0.625 \\ 8 \overline{) 50} \\ -48 \\ \hline 20 \\ -16 \\ \hline 40 \\ -40 \\ \hline \times \end{array}$$

(ख) $\frac{2}{3}$

$$= 0.666\dots$$

$$= 0.\bar{6} \dots$$

0. $\bar{6}$ अन्त्यहीन पुनरावृत्त दशमलव सङ्ख्या हो।

$$\begin{array}{r} 0.666 \\ 3 \overline{) 20} \\ -18 \\ \hline 20 \\ -18 \\ \hline 20 \\ -18 \\ \hline 2 \end{array}$$

उदाहरण 2

तल दिइएका दशमलव सङ्ख्यालाई भिन्नमा रूपान्तरण गर्नुहोस् :

- (क) 0.35 (ख) 0.4 $\bar{1}$

समाधान

(क) 0.35

$$= \frac{0.35 \times 100}{100} = \frac{35}{100} = \frac{7}{20}$$

(ख) $0.\overline{41}$

मानौं $x = 0.\overline{41}$

$$x = 0.4141\dots \quad (i)$$

समीकरण (i) लाई 100 ले गुणन गर्दा,

$$100x = 41.4141\dots \quad (ii)$$

अब समीकरण (ii) बाट समीकरण (i) घटाउँदा,

$$100x - x = 41.4141\dots - 0.4141\dots$$

$$\text{अथवा } 99x = 41$$

$$\text{अथवा } x = \frac{41}{99}$$

$$\text{अतः } 0.\overline{41} = \frac{41}{99} \text{ हुन्छ।}$$

उदाहरण 3

$\frac{1}{2}$ र $\frac{5}{6}$ का विचका कुनै दुईओटा आनुपातिक सङ्ख्या निकालुहोस् :

समाधान

$\frac{1}{2}$ र $\frac{5}{6}$ को विचको आनुपातिक सङ्ख्या निकाल,

एउटा सङ्ख्या $= \frac{\frac{1}{2} + \frac{5}{6}}{2}$ ($\frac{1}{2}$ र $\frac{5}{6}$ को औसत मान निकाले।)

$$= \frac{3+5}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

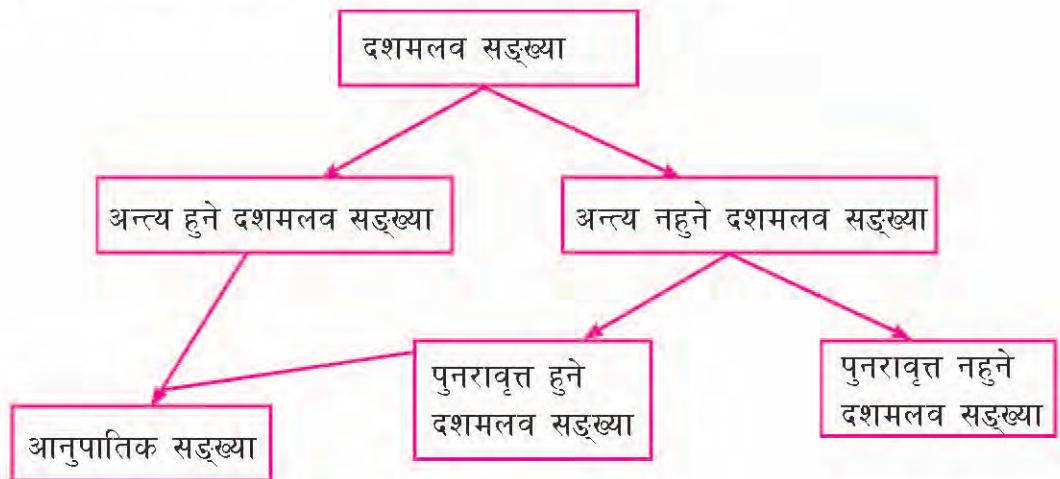
अर्को सङ्ख्या $= \frac{1}{2}$ र $\frac{2}{3}$ को औसत मान

$$= \frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{3}}{2}$$

$$= \frac{3+4}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{12}$$

$\frac{1}{2}$ र $\frac{5}{6}$ का विचमा पर्ने कुनै दुई आनुपातिक सङ्ख्याहरू $\frac{2}{3}$ र $\frac{7}{12}$ हुन्।

दशमलव सङ्ख्यालाई तलको जस्तो चार्टबाट देखाउन सकिन्छ :



अभ्यास 4.1

- तल दिइएका भिन्नहरूलाई दशमलवमा रूपान्तरण गरी अन्त्य हुने र अन्त्यहीन पुनरावृत्त दशमलव सङ्ख्याहरू छुट्याउनुहोस् ।

(क) $\frac{1}{2}$ (ख) $\frac{3}{5}$ (ग) $\frac{2}{7}$ (घ) $\frac{15}{2}$ (ङ) $\frac{17}{13}$
 (च) $\frac{55}{10}$ (छ) $\frac{37}{20}$ (ज) $\frac{25}{17}$ (झ) $\frac{12}{25}$
- तल दिइएका सङ्ख्याहरूको जोडको विपरीत सङ्ख्या लेख्नुहोस् ।

(क) $\frac{2}{5}$ (ख) $\frac{-5}{7}$ (ग) $\frac{22}{12}$ (घ) $\frac{12}{7}$ (ङ) $\frac{-11}{8}$
- तल दिइएका सङ्ख्याहरूको गुणनको विपरीत सङ्ख्या लेख्नुहोस् ।

(क) $\frac{3}{4}$ (ख) $\frac{25}{10}$ (ग) $\frac{-2}{3}$ (घ) $\frac{22}{12}$ (ङ) $\frac{1}{8}$
- तल दिइएका दशमलव सङ्ख्यालाई भिन्नमा रूपान्तरण गर्नुहोस् ।

(क) 0.5 (ख) $0.\overline{7}$ (ग) $0.\overline{24}$ (घ) $0.\overline{27}$
 (ङ) $1.\overline{57}$ (च) 2.35 (छ) 7.025

5. $\frac{1}{2}$ र $\frac{3}{4}$ का विचका कुनै दुईओटा आनुपातिक सङ्ख्या लेख्नुहोस् ।
 6. $\frac{1}{3}$ र $\frac{3}{4}$ को विचका कुनै दुईओटा आनुपातिक सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
 7. तलका प्रश्नको उत्तर कारणसहित लेख्नुहोस् :
- (क) के सबै प्राकृतिक सङ्ख्या आनुपातिक सङ्ख्या हुन् ?
- (ख) के सबै पूर्ण सङ्ख्या आनुपातिक सङ्ख्या हुन् ?
- (ग) के सबै पूर्णाङ्गक आनुपातिक सङ्ख्या हुन् ?
- (घ) के शून्य (0) आनुपातिक सङ्ख्या हो ?
- (ड) के सबै आनुपातिक सङ्ख्या पूर्णाङ्गक हुन् ?

परियोजना कार्य

प्रकृतिक सङ्ख्या, पूर्ण सङ्ख्या, पूर्णाङ्गक र आनुपातिक सङ्ख्याको सम्बन्धलाई चित्रबाट देखाउनुहोस् र कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

पाठ ५

भिन्न र दशमलव (Fraction and Decimal)

5.1 भिन्न (Fraction)

5.1.0 पुनरब्लोकन (Review)

तल दिइएका भिन्नसम्बन्धी समस्याका बारेमा समूहमा छलफल गरी हिसाब गर्नुहोस् :

- (क) $\frac{1}{5} + \frac{1}{7}$ (ख) $5\frac{5}{6} - 1\frac{2}{3}$
(ग) $6 \times \frac{2}{5}$ (घ) $12 \div \frac{2}{5}$

5.1.1 भिन्नको सरलीकरण (Simplification of Fractions)

क्रियाकलाप 1

तल दिइएका गणितीय समस्यालाई अध्ययन गर्नुहोस् र सोधिएका प्रश्नमा छलफल गर्नुहोस् :

सिर्जनाको मासिक आमदानी रु. 24000 छ। उनले एक महिनामा आमदानीको तीन भागको एक भाग शिक्षामा खर्च गरिन्। त्यस्तै आधा भाग खानामा खर्च गरिन् भने,

- (क) उनले जम्मा आमदानीको कति भाग खर्च गरिछन् ?
(ख) जम्मा कति रकम खर्च गरिछन् ?

यहाँ शिक्षामा खर्च भएको आमदानीको भाग = तीन भागको एक भाग = $\frac{1}{3}$

खानामा खर्च भएको आमदानीको भाग = आधा भाग = $\frac{1}{2}$

जम्मा खर्च = ?

जम्मा खर्च निकाल दुवै खर्च जोड्नुपर्दछ।

$$\begin{aligned}\text{त्यसैले जम्मा खर्च} &= \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{2}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{3} \\ &= \frac{2}{6} + \frac{3}{6}\end{aligned}$$

असमान हरलाई
समान बनाएको

जम्मा खर्च = $\frac{5}{6}$ (लघुतम पदमा लेख्दा)

$$\begin{aligned}\text{अब जम्मा खर्च रकम} &= \text{आमदानीको } \frac{5}{6} \text{ भाग} \\ &= \text{रु. } 24000 \times \frac{5}{6} \\ &= \text{रु. } 4000 \times 5 \\ &= \text{रु. } 20,000\end{aligned}$$

अकौं तरिका (तमुना चित्रण विधिवाट)

शिक्षामा आमदानीको तीन भागको एक भाग खर्च भएकाले सिर्जनाको आमदानीलाई तीन बराबर भाग लगाउँदा,

सिर्जनाको आमदानी = रु. 24,000		
x	x	x

$$3x = 24000$$

$$\text{अथवा } x = \frac{24000}{3}$$

$$\text{अथवा } x = 8000$$

अतः शिक्षामा खर्च = रु. 8,000

फेरि खानामा आमदानीको आधा भाग खर्च भएकाले,

सिर्जनाको आमदानी = रु. 24,000	
y	y

$$2y = 24000$$

$$\text{अथवा } y = \frac{24000}{2}$$

$$\text{अथवा } y = 12000$$

अतः खानामा खर्च = रु. 12,000

अतः जम्मा खर्च = शिक्षामा खर्च + खानामा खर्च

$$= 8000 + 12000$$

$$= \text{रु. } 20,000$$

$$\text{जम्मा खर्चको भाग} = \frac{\text{जम्मा खर्च}}{\text{जम्मा आमदानी}} = \frac{\text{रु. } 20000}{\text{रु. } 24000} = \frac{5}{6}$$

उदाहरण १

शान्ति निकेतन विद्यालयको कक्षा ७ मा ४८ जना विद्यार्थी छन्। तीमध्ये तीन भागको दुई भाग ($\frac{2}{3}$ भाग) छात्रा र बाँकी छात्र छन् भने,

(क) छात्राको संख्या कति रहेछ?

(ख) छात्रको संख्या कति रहेछ, पता लगाउनुहोस्।

समाधान

यहाँ जम्मा विद्यार्थी संख्या = ४८

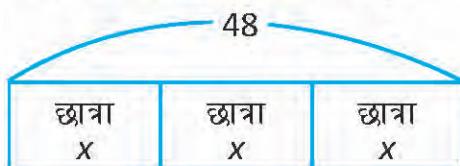
$$\begin{aligned}\text{छात्राको संख्या} &= \text{जम्मा विद्यार्थीको } \frac{2}{3} \text{ भाग} \\ &= 48 \times \frac{2}{3} \\ &= 32\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{छात्रको संख्या} &= \text{जम्मा विद्यार्थी संख्या} - \text{छात्राको संख्या} \\ &= 48 - 32 \\ &= 16\end{aligned}$$

अतः छात्रा ३२ जना र छात्र १६ जना रहेछन्।

अकॉ तरिका (नमूना चित्रण विधिवाट)

छात्राको संख्या तीन भागको दुई भाग,



$$3x = 48$$

$$\begin{aligned}x &= \frac{48}{3} \\ \therefore x &= 16\end{aligned}$$

छात्राको संख्या = २ भाग

$$\begin{aligned}&= 2 \times 16 \\ &= 32\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{छात्रको संख्या} &= 48 - 32 \\ &= 16\end{aligned}$$

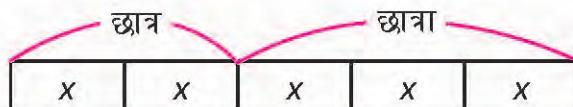
छात्रा = २ भाग

छात्र = १ भाग

उदाहरण २

एउटा आधारभूत विद्यालयमा भएका जम्मा विद्यार्थीको $\frac{2}{5}$ भाग छात्र छन्। यदि छात्राहरू 90 जना छन् भने छात्र कति जना रहेछन्? जम्मा विद्यार्थी कति जना रहेछन्?

समाधान



$$\text{यहाँ } 3x = 90$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{90}{3} \\ &= 30 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{छात्रको सङ्ख्या } 2x &= 30 \times 2 \\ &= 60 \text{ जना} \end{aligned}$$

$$\text{जम्मा विद्यार्थी सङ्ख्या } = 5x = 5 \times 30 = 150 \text{ जना}$$

उदाहरण ३

प्रविणले आफ्नो जन्मदिनमा एउटा केक किनेछन्। उनका साथीहरूमध्ये कृपाले $\frac{1}{2}$ भाग, अमनले $\frac{1}{3}$ र सन्दीपले $\frac{1}{6}$ भाग खाएछन्। सबैभन्दा धेरै केक कसले खाएछन्, पत्ता लगाउनुहोस् :

समाधान

$$\text{यहाँ कृपाले खाएको केकको भाग} = \frac{1}{2}$$

$$\text{अमनले खाएको केकको भाग} = \frac{1}{3}$$

$$\text{सन्दीपले खाएको केकको भाग} = \frac{1}{6}$$

अब तीनौटा भिन्नको हरमा भएका अड्कको ल.स. निकालुहोस्।

$$\text{ल.स.} = 6$$

तुलना गर्नका लागि सबै भिन्नका हरहरू समान हुनुपर्छ।

अब सबै भिन्नको हर 6 बनाउनुहोस् ।

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{3} = \frac{3}{6}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{6}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{6}$$

2 का अपवर्त्यहरू 2, 4, 6, 8, ...

3 का अपवर्त्यहरू 3, 6, 9, ...

6 का अपवर्त्यहरू 6, 12, ...

सबैभन्दा सानो साभा अपवर्त्य = 6

यहाँ $\frac{3}{6}$ भनेको 3 ओटा $\frac{1}{6}$ हो । $\frac{2}{6}$ भनेको 2 ओटा $\frac{1}{6}$ हो र $\frac{1}{6}$ भनेको 1 ओटा $\frac{1}{6}$ हो ।

त्यसैले यी 3 ओटा भिन्नमध्ये $\frac{3}{6}$ ठुलो भिन्न हो ।

$\therefore \frac{1}{2}$ भाग खाने कृपाले सबैभन्दा धेरै केक खाइछन् ।

अभ्यास 5.1

1. सरल गर्नुहोस् :

(क) $(11\frac{1}{13} - 1\frac{3}{8}) + 2\frac{7}{8}$

(ख) $13\frac{1}{9} - (4\frac{8}{9} - 6\frac{5}{11})$

(ग) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{6}{2} - \frac{4}{5} \div \frac{1}{2}$

(घ) $(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}) \div \frac{3}{5} \times \frac{4}{5} + \frac{5}{9} - 2$

2. $(6\frac{1}{8} - 8)$ लाई 30 वाट घटाएर $1\frac{1}{4}$ जोड्नुहोस् ।

3. सन्दीपको मासिक आम्दानी रु. 27,000 छ । उनले $\frac{1}{5}$ भाग खाजामा खर्च गरेछन् ।

$\frac{1}{10}$ भाग कपडामा खर्च गरेछन् र $\frac{2}{5}$ यातायातमा खर्च गरेछन् भने,

(क) जम्मा कति भाग खर्च गरेछन् ?

(ख) कति भाग बचत गरेछन् ?

(ग) कति रुपियाँ बचत गरेछन्, पत्ता लगाउनुहोस् ।

4. रमाइलो मेलामा रेमाले आफूसँग भएको रुपियाँको $\frac{1}{5}$ भाग मनोरञ्जनमा र $\frac{1}{2}$ भाग खानाका लागि खर्च गरिन् । कुन शीर्षकमा धेरै खर्च गरेकी रहिछन्, पत्ता लगाउनुहोस् ।

5. कक्षा 7 मा भएका 40 जना विद्यार्थीमध्ये $\frac{1}{5}$ भाग विद्यार्थीले अड्योजी विषय मन पराउँछन् । $\frac{2}{5}$ विद्यार्थीले गणित विषय मन पराउँछन् । बाँकी विद्यार्थीले विज्ञान मन पराउँछन् ।
- (क) अड्योजी मन पराउने विद्यार्थीको सदृख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
 (ख) गणित मन पराउने विद्यार्थीको सदृख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
 (ग) विज्ञान मन पराउने विद्यार्थीलाई भिन्नका रूपमा लेख्नुहोस् ।
6. रञ्जुलाई उनका बुबाले रु. 6,000 दिनुभयो । उनले तीन भागको एक भाग रुपियाँले किताब किनिन् । चार भागको एक भाग रुपियाँले कपडा किनिन् । पाँच भागको एक भाग रुपियाँ भ्रमणमा खर्च गरिछन् भने,
- (क) जम्मा कति भाग खर्च गरिछन् ?
 (ख) जम्मा कति रुपियाँ खर्च गरिछन् ?
 (ग) कति रकम बचत गरिछन्, पत्ता लगाउनुहोस् ।
7. क्रतुले एउटा स्याउको $\frac{3}{5}$ भाग खाइछन् र बाँकी भाग उनको भाड सुमनले खाएछन् ।
- (क) सुमनले खाएको स्याउको भागलाई भिन्नमा लेख्नुहोस् ।
 (ख) कसले कति भाग स्याउ बढी खाएछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।
8. मोहनले आफूसँग भएको रकममध्ये $\frac{2}{3}$ भाग श्रीमतीलाई दिएछन् । बाँकी रकमबाट $\frac{1}{5}$ भाग छोरालाई र $\frac{1}{3}$ भाग छोरीलाई दिएछन् । श्रीमतीलाई रु. 60,000 दिएका रहेछन् भने,
- (क) छोरालाई कति रकम दिएका रहेछन् ?
 (ख) छोरीलाई कति रकम दिएका रहेछन् ?
 (ग) छोरा र छोरीमध्ये कसलाई कतिले धेरै रकम दिएका रहेछन्, पत्ता लगाउनुहोस् ।
9. प्रकृतिले आफूसँग भएको रकमको $\frac{1}{4}$ भाग खर्च गरेछन् । बाँकी रकमबाट $\frac{2}{5}$ भाग हराएछन् । यदि हराएको रकम रु. 900 हो भने उनीसँग पहिले कति रकम थियो, पत्ता लगाउनुहोस् ।

10. एउटा विद्यालयमा $\frac{4}{5}$ भाग छात्रहरू छन्। विद्यालयको वनभोज कार्यक्रममा $\frac{1}{4}$ भाग छात्रा र $\frac{1}{3}$ भाग छात्रहरू समावेश भएछन्। यदि 190 जना विद्यार्थी वनभोज कार्यक्रममा गएका थिए भने विद्यालयका जम्मा विद्यार्थी सङ्ख्या पता लगाउनुहोस्।

परियोजना कार्य

तपाईं आफूले एक दिनमा विद्यालयमा विताउने समयमध्ये तल दिइएका क्रियाकलापहरूका लागि कति कति समय खर्चनुहुन्छ? भिन्नका रूपमा लेखी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस्:

- (क) विहानीको प्रार्थना
- (ख) खाजा खाने समय
- (ग) अध्ययन समय
- (घ) अन्य क्रियाकलापको समय

उत्तर

- | | | | |
|---------------------------|----------------------------|------------------------|-------------------|
| 1. (क) $12\frac{15}{26}$ | (ख) $14\frac{67}{99}$ | (ग) $\frac{-5}{2}$ | (घ) $\frac{1}{9}$ |
| 2. $33\frac{1}{8}$ | 3. (क) $\frac{7}{10}$ भाग | (ख) $\frac{3}{10}$ भाग | (ग) रु. 8,100 |
| 4. शिक्षकलाई देखाउनुहोस्। | 5. (क) 8 जना | (ख) 16 जना | |
| (ग) $\frac{2}{5}$ भाग | 6. (क) $\frac{47}{60}$ भाग | (ख) रु. 4,700 | (ग) रु. 1300 |
| 7. (क) $\frac{2}{5}$ | (ख) ऋतुले $\frac{1}{5}$ | 8. (क) रु. 6000 | |
| (ख) रु. 10,000 | (ग) छोरीलाई रु. 4000 | 9. रु. 3000 | 10. 600 |

5.2 दशमलव (Decimal)

5.2.0 पुनरब्लोकन (Review)

तल दिइएका दशमलव सङ्ख्याको हिसाब गर्नुहोस् :

(क) $8.97 + 23.2$

(ख) 3.6×5.8

(ग) $7.7 - 2.8$

(घ) $17.40 \div 4$

दशमलव सङ्ख्याको जोड, घटाउ, गुणन र भाग गर्दा के के कुरामा ध्यान दिनुपर्दछ ? साथी समूहमा छलफल गरी निष्कर्ष निकाल्नुहोस्।

5.2.1 दशमलवको सरलीकरण (Simplification of Decimal)

क्रियाकलाप 1

ईशाले कक्षाकोठा सजाउनका लागि केही ढाँचाहरू बनाउदै थिइन्। सो ढाँचा बनाउनका लागि लम्बाइ 4.5 cm भएका वर्गाकार कागजका टुक्राहरू चाहिन्दछ। उनीसँग 54 cm लम्बाइ र 4.5 cm चौडाइ भएको आयताकार कागज छ। त्यस कागजबाट 4.5 cm लम्बाइका कतिओटा टुक्राहरू बन्नान ? उनले कागजका टुक्राहरूको सङ्ख्या पत्ता लगाउन 54 लाई 4.5 ले भाग गरिन्। के यो सही छ, छलफल गरी निष्कर्ष निकाल्नुहोस्।

क्रियाकलाप 2

चित्रमा देखाइएको टेबुलको आयताकार सतहको लम्बाइ 5.25 ft र चौडाइ 3.5 ft रहेछ।

(क) टेबुलको परिमिति कति होला ?

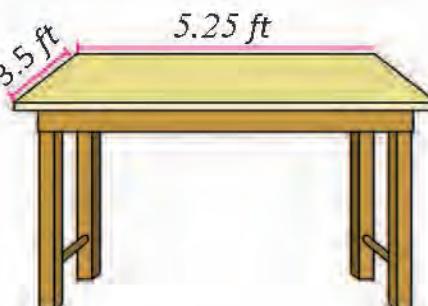
(ख) परिमिति निकाल कुन गणितीय क्रिया प्रयोग गर्नुपर्ला, छलफल गर्नुहोस्।

यहाँ टेबुलको परिमिति निकालन,

उक्त टेबुलको लम्बाइ र चौडाइ दुवैलाई दुई दुई पटक जोड्नुपर्दछ।

अर्थात् टेबुलको परिमिति = $2(l + b)$ हुन्छ।

$$\begin{aligned}\text{अतः टेबुलको परिमिति} &= 2(5.25\text{ ft} + 3.5\text{ ft}) \\ &= 2 \times 8.75\text{ ft} \\ &= 17.5\text{ ft}\end{aligned}$$



उदाहरण १

तल दिइएको गणितीय समस्यालाई कसरी सरल गर्न सकिन्छ ? सोधिएका प्रश्नहरूमा छलफल गर्दै निष्कर्ष निकालुहोस् :

सरल गर्नुहोस् :

$$7.5 + \{6.72 \div 2.8 (3.59 - 1.49)\}$$

(क) के 3.59 बाट 1.49 नघटाइ 2.8 ले 6.72 लाई भाग गर्न मिल्छ ?

(ख) कुन कोष्ठभित्रको काम पहिले गर्नुपर्ला ?

(ग) सरल गर्दा कोष्ठभित्रको क्रम के होला ?

सरल गर्दा क्रमशः : भाग, गुणन, जोड र घटाउको काम गरिन्छ तर यहाँ सर्वप्रथम 3.59 बाट 1.49 लाई घटाउनु पर्दछ । आएको नतिजालाई 2.8 सँग गुणन गर्नुपर्दछ । त्यसपछि मात्र 6.72 लाई भाग गर्न सकिन्छ । त्यसैले $(3.59 - 1.49)$ लाई सानो कोष्ठमा र $\{6.72 \div 2.8 (3.59 - 1.49)\}$ लाई मझौला कोष्ठमा राखिएको छ ।

समाधान

$$\begin{aligned} \text{यहाँ } & 7.5 + \{6.72 \div 2.8 (3.59 - 1.49)\} \\ & = 7.5 + \{6.72 \div 2.8 (2.1)\} \\ & = 7.5 + \{6.72 \div 5.88\} \\ & = 7.5 + 1.14 \\ & = 8.64 \end{aligned}$$



चार साधारण क्रियाहरू (+, -, ×, ÷) र कोष्ठहरूसहितको दशमलवको सरलीकरण गर्दा पूर्ण सङ्ख्याको सरलीकरणमा जस्तै कोष्ठभित्र समावेश भएका क्रियालाई पहिला गरिसकेपछि बाँकी क्रियाहरू गर्दै जानुपर्दछ । सरलीकरणमा प्रयोग भएका कोष्ठहरू क्रमैसँग सानो कोष्ठ (), मझौला कोष्ठ () र ठुलो कोष्ठ [] भित्र समावेश भएका क्रियाहरू गर्नुपर्दछ ।

अभ्यास 5.2

१. सरल गणितोऽस् :

- (क) $1.44 \div 1.2 + 6.2$
 (ख) $12.75 - \{4.38 - (2.4 \times 4.32 \div 3.6 - 0.85)\}$
 (ग) $\frac{1.2 \times 1.2 - 0.4 \times 0.4}{2.4 - 1.6}$
 (घ) $\frac{4.5 \times 4.5 - 2.1 \times 2.1}{4.5 + 2.1}$
२. विभुजको क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{उचाइ}$ हुन्छ । यदि एउटा विभुजको आधार 25.75 cm र उचाइ 30.15 cm छ, भने क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।
३. एउटा आयताकार बगैँचाको लम्बाइ 22.66 m र चौडाइ 15.65 m छ ।
 (क) सो बगैँचाको क्षेत्रफल कति हुन्छ ?
 (ख) उक्त बगैँचाको परिमिति कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।
४. एउटा वर्गाकार टेबुलको परिमिति 24.4 ft छ । टेबुलको लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।
५. एउटा आयताकार जग्गाको क्षेत्रफल 215.66 m^2 छ । यदि सो जग्गा 67.35 m लामो भए कति फराकिलो होला, पत्ता लगाउनुहोस् ।
६. एउटा वर्गाकार खेतको लम्बाइ 8.45 m छ, भने उक्त खेतको परिमिति पत्ता लगाउनुहोस् ।

परियोजना कार्य

पत्रिका वा इन्टरनेटबाट आजको मुद्रा विनिमय दर तालिका खोजनुहोस् । कुनै पनि पाँचओटा देशको खरिद दर र बिक्री दर टिप्पुनीहरूबिचको फरक निकालेर कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

- | | | | |
|--------------------------|-----------------------------|-----------------------|---------|
| १. (क) 7.4 | (ख) 10.4 | (ग) 1.6 | (घ) 2.4 |
| २. 388.18 cm^2 | ३. (क) 354.62 m^2 | (ख) 76.62 m | |
| ४. 6.1 ft | ५. 3.20 m | ६. 33.8 m | |

पाठ 6

अनुपात र समानुपात (Ratio and Proportion)

6.1 अनुपात (Ratio)

6.1.0 पुनरब्लोकन (Review)

अनुजाको तौल 30 kg र रमेशको तौल 60 kg छ। अनुजा र रमेशको तौललाई कसरी तुलना गर्न सकिन्छ, छलफल गर्नुहोस्:

अन्तरका रूपमा,

अनुजा र रमेशको तौलको अन्तर $= (60 - 30)\text{ kg} = 30\text{ kg}$

भागफलका रूपमा,

$$\frac{\text{अनुजाको तौल}}{\text{रमेशको तौल}} = \frac{30\text{ kg}}{60\text{ kg}} = \frac{1}{2}$$

अन्तरले खुद कति अड्कले सानो वा ठुलो भन्ने बुझाउँछ भने भागफलले कति गुणाले सानो वा ठुलो भन्ने बुझाउँछ।

6.1.1 अनुपातको परिचय (Introduction of Ratio)

क्रियाकलाप 1

दिइएको तालिका अबलोकन गरी साधिएका प्रश्नहरूमा छलफल गर्नुहोस्:

वस्तु	मूल्य
	रु. 10
	रु. 70
	रु. 5

- (क) कापीको मूल्य सिसाकलमको मूल्यको कति गुणा छ ?
 (ख) इरेजरको मूल्य सिसाकलमको मूल्यको कति गुणा छ, तुलना गर्नुहोस् ।

$$\frac{\text{कापीको मूल्य}}{\text{सिसाकलमको मूल्य}} = \frac{\text{रु. } 70}{\text{रु. } 10} = \frac{7}{1}$$

$$\frac{\text{इरेजरको मूल्य}}{\text{सिसाकलमको मूल्य}} = \frac{\text{रु. } 5}{\text{रु. } 10} = \frac{1}{2}$$

कापीको मूल्य सिसाकलमको मूल्यको 7 गुणा छ ।

इरेजरको मूल्य सिसाकलमको मूल्यको आधा छ ।

एउटा परिमाणका आधारमा अर्को परिमाणलाई तुलना गर्नु नै अनुपात हो ।

दुईओटा एउटै एकाइमा भएका परिमाणहरू a र b को अनुपात $\frac{a}{b}$ वा $a:b$ हुन्छ, जहाँ $b \neq 0$ । $a:b$ लाई a is to b भनेर पढिन्छ । जहाँ a र b अनुपातका पदहरू हुन् ।

अनुपातको सरल रूप (Simplest form of a Ratio)

क्रियाकलाप 2

तल चित्रमा देखाइएको सिसाकलमको लम्बाई 18 cm र व्यास 6 mm छ । सिसाकलमको व्यास र यसको लम्बाईको अनुपात कति हुन्छ ?



के $\frac{18\text{ cm}}{6\text{ mm}} = \frac{3}{1}$ लेख्न सकिन्छ ?

के सिसाकलमको लम्बाई यसको व्यासको तीन गुणा मात्र छ, छलफल गर्नुहोस् ।

सिसाकलको लम्बाई व्यासको तीन गुणा मात्र हैन, कसरी गर्ने ?



यदि दिइएका परिमाणहरूका एकाइहरू फरक छन् भने एउटै एकाइमा परिवर्तन गरेर तुलना गर्नुपर्दछ ।



सिसाकलमको लम्बाइ मिलिमिटरमा परिवर्तन गर्दा,

$$18 \text{ cm} = 18 \times 10 \text{ mm} = 180 \text{ mm} \text{ हुन्छ।}$$

त्यसैले,

$$\text{सिसाकलमको व्यास } \text{ र } \text{ यसको लम्बाइको अनुपात} = \frac{10 \text{ mm}}{180 \text{ mm}} = \frac{1}{18} \text{ लेखा सकिन्छ।}$$

- अनुपातले समान एकाइ भएका परिमाणलाई मात्र तुलना गर्दछ।
- अनुपात लेख्दा एकाइ लेख्नुहोस्।

अनुपात र भिन्नको सम्बन्ध (Relation of Ratio and Fraction)

क्रियाकलाप 3

एउटा वृत्त खिच्नुहोस्। यसलाई पाँच बराबर भागमा बाङ्नुहोस्।

(क) छाया पारिएको भागलाई भिन्नमा लेख्नुहोस्।

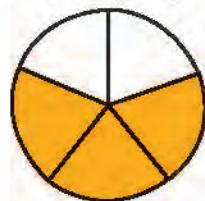
(ख) छाया पारिएको भाग र छाया नपारिएको भागको अनुपात निकाल्नुहोस्।

(ग) भिन्न र अनुपातमा के फरक छ, छलफल गर्नुहोस्।

यहाँ,

छाया पारिएको भागको भिन्न = $\frac{3}{5}$

छाया पारिएको र नपारिएको भागको अनुपात = $\frac{2}{3} = 3:2$



भिन्नमा $\frac{5}{3}$ ले 5 भागमध्ये 3 भाग बुझाउँछ।

अनुपातमा $3:2$ ले जम्मा $3 + 2 = 5$ भाग भन्ने बुझाउँछ।

उदाहरण 1

चिन्मा देखाइएका दुईओटा बाल्टिनको क्षमतालाई अनुपातमा लेख्नुहोस् :



9 l क्षमता



15 l क्षमता

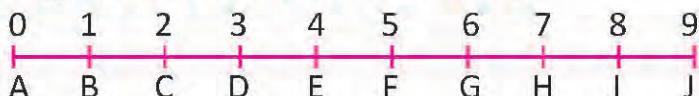
समाधान

यहाँ पहिलो बाल्टिनको क्षमता $\frac{9\text{ l}}{\text{दोस्रो बाल्टिनको क्षमता}} = \frac{9\text{ l}}{15\text{ l}} = \frac{3 \times 3\text{ l}}{3 \times 5\text{ l}} = \frac{3}{5} = 3:5$

अतः पहिलो बाल्टिनको क्षमता : दोस्रो बाल्टिनको क्षमता = 3:5 छ ।

उदाहरण 2

तल दिइएको सङ्ख्या रेखामा प्रत्येक भागले 1 cm जनाउँछ ।



AC र AF को अनुपात कति हुन्छ ?

समाधान

यहाँ $AC : AF$
 $= \frac{AC}{AF}$
 $= \frac{2\text{ cm}}{5\text{ cm}} = \frac{2}{5} = 2:5$

उदाहरण 3

विष्णुले गणितमा 100 पूर्णाङ्कमा 75 अंडक प्राप्त गरेछन् । विज्ञानमा 75 पूर्णाङ्कमा 50 अंडक प्राप्त गरेछन् ? कुन विषयमा राम्रो अंडक प्राप्त गरेछन्, पत्ता लगाउनुहोस् :

समाधान

यहाँ गणितमा प्राप्त गरेको अंडकको भिन्न = $\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$

विज्ञानमा प्राप्त गरेको अंडकको भिन्न = $\frac{50}{75} = \frac{2}{3}$

समान हर बनाउँदा,

गणितमा प्राप्त गरेको अंडकको भिन्न = $\frac{3}{4} \times \frac{3}{3} = \frac{9}{12}$

विज्ञानमा प्राप्त गरेको अंडकको भिन्न = $\frac{2}{3} \times \frac{4}{4} = \frac{8}{12}$

$\therefore \frac{9}{12} > \frac{8}{12}$ त्यसैले विष्णुले गणितमा राम्रो गरेका रहेछन् ।

उदाहरण 4

अञ्जु र अमनको उचाइ क्रमशः 145 cm र 165 cm छ। उनीहरूको उचाइको अनुपात निकालुहोस्।

समाधान

$$\text{यहाँ अञ्जु र अमनको उचाइको अनुपात} = \frac{145\text{ cm}}{165\text{ cm}}$$

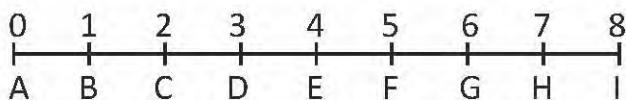
$$= \frac{5 \times 29}{5 \times 33} = \frac{29}{33} = 29 : 33$$

अभ्यास 6.1

1. तलका प्रत्येकको अनुपात लेखी लघुतम पदमा रूपान्तरण गर्नुहोस् :

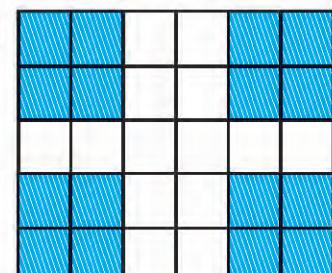
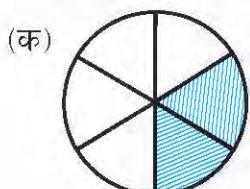
- (क) 10 cm र 100 cm (ख) रु. 180 र रु. 240 (ग) 10 kg र 2 kg
 (घ) 8 घण्टा र 24 घण्टा (ड) 250 ml र 1000 ml (ड) 2.5 kg र 7.5 kg

2. तल दिइएको सब्ब्या रेखामा प्रत्येक भागले 1 cm जनाउँछ। सोधिएका दुरीको अनुपात पत्ता लगाउनुहोस् :



- (क) $AB : AG$ (ख) $AC : DI$ (ग) $CF : CH$
 (घ) $BG : BI$ (ड) $AF : AI$

3. दिइएको चित्रबाट छाया पारिएको र छाया नपारिएको भागको अनुपात निकालुहोस् :



4. एउटा विद्यालयमा 450 विद्यार्थी छन्, जसमध्ये 180 छात्राहरू छन् भने,
- (क) छात्रा र जम्मा विद्यार्थीको अनुपात निकाल्नुहोस् ।
 - (ख) छात्र र जम्मा विद्यार्थीको अनुपात निकाल्नुहोस् ।
 - (ग) छात्रा र छात्रको अनुपात निकाल्नुहोस् ।
5. एउटा विद्यालयमा 25 जना शिक्षक र 500 जना विद्यार्थी छन् भने शिक्षक र विद्यार्थीको अनुपात पत्ता लगाउनुहोस् ।
6. प्रमेशको उचाइ 165 cm र प्रमिलाको उचाइ 150 cm छ भने,
- (क) प्रमेश र प्रमिलाको उचाइको अनुपात निकाल्नुहोस् ।
 - (ख) प्रमिला र प्रमेशको उचाइको अनुपात निकाल्नुहोस् ।
7. राहुलले अड्ड्योजी विषयमा 50 पूर्णाङ्कमा 40, नेपालीमा 30 पूर्णाङ्कमा 20 र गणितमा 20 पूर्णाङ्कमा 13 प्राप्त गरेछन् ।
- (क) अड्ड्योजी र नेपाली दुई विषयमा कुनको नतिजा राम्रो छ ?
 - (ख) नेपाली र गणितमध्ये कुन विषयको नतिजा राम्रो छ ?
 - (ग) सबैभन्दा राम्रो नतिजा कुन विषयमा छ, अनुपात निकालेर तुलना गर्नुहोस् ।
8. एलिसा र दिपेशले रु. 6000 लाई $5:7$ को अनुपातमा बाँडदा दुवैले कति कति रुपियाँ पाउलान, पत्ता लगाउनुहोस् ।

परियोजना कार्य

तपाइँको विद्यालयको कक्षा 5 देखि 10 सम्मका छात्र र छात्रा विद्यार्थीको सदृश्या टिपोट गर्नुहोस् । कक्षागत रूपमा प्रत्येक कक्षाका,

- (क) छात्रा र छात्रको अनुपात
- (ख) छात्रा र जम्मा विद्यार्थीको अनुपात
- (ग) छात्र र जम्मा विद्यार्थीको अनुपात निकाल्नुहोस् र निष्कर्ष कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

- 1 देखि 3 सम्म शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।
4. (क) $\frac{2}{5}$ (ख) $\frac{3}{5}$ (ग) $\frac{2}{3}$ 5. 1:20 6. (क) 11:10
 (ख) 10:11 7. शिक्षकलाई देखाउनुहोस् । 8. रु. 2500, रु. 3500

6.2 समानुपात (Proportion)

6.2.0 पुनर्वलोकन (Review)

$\frac{2}{5}$ का समतुल्य भिन्नहरू हुने गरी तल दिइएको तालिका पूरा गर्नुहोस् :

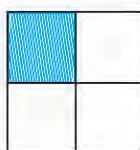
$\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$	$\frac{2}{5} = \frac{10}{25}$
$\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$	$\frac{2}{5} = \frac{30}{75}$
$\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$	$\frac{2}{5} = \frac{14}{35}$

के $\frac{4}{10}, \frac{6}{15}, \frac{8}{20}$ सबैका अनुपातहरू एउटै छन् ? छलफल गरी निष्कर्ष निकाल्नुहोस् ।

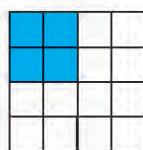
6.2.1 समानुपातको परिचय (Introduction of Proportion)

क्रियाकलाप 1

दुइओटा बराबर नापका वर्गाकार कागज लिनुहोस् । पहिलोलाई बराबर चार भागमा बाँड्नुहोस् । दोस्रोलाई बराबर 16 भागमा बाँड्नुहोस् ।



चित्र ।



चित्र ॥

पहिलो चित्रबाट छाया पारिएको र नपारिएको भागको अनुपात निकाल्नुहोस् ।

$$\frac{\text{छाया पारिएको भाग}}{\text{छाया नपारिएको भाग}} = \frac{1}{3}$$

अब, दोस्रो चित्रबाट छाया पारिएको र नपारिएको भागको अनुपात निकाल्नुहोस् ।

$$\frac{\text{छाया पारिएको भाग}}{\text{छाया नपारिएको भाग}} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

अतः $\frac{1}{3}$ र $\frac{4}{12}$ बराबर अनुपातहरू हुन् ।

बराबर अनुपातलाई समानुपात भनिन्छ ।

क्रियाकलाप 2

दीपेन्द्रले गणित विषयमा 30 पूर्णाङ्गको परीक्षामा 25 अङ्क प्राप्त गरेछन् । नर्मदाले 24 पूर्णाङ्गको परीक्षामा 20 अङ्क प्राप्त गरिछन् । कसको नतिजा राख्ने छ ? यिनीहरूको प्राप्ताङ्गको अनुपात कति होला ? कसरी तुलना गर्न सकिएला, छलफल गर्नुहोस् ।

$$\text{दीपेन्द्रको प्राप्ताङ्गक र पूर्णाङ्गको अनुपात} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$$

$$\text{नर्मदाको प्राप्ताङ्गक र पूर्णाङ्गको अनुपात} = \frac{20}{24} = \frac{5}{6}$$

$\frac{25}{30}$ र $\frac{20}{24}$ को अनुपात बराबर भएकाले दुवैको नतिजा बराबर देखिन्छ ।

$$\text{अतः } \frac{25}{30} = \frac{20}{24} \text{ हुन्छ ।}$$

दुईओटा अनुपातहरू बराबर भएकाले यी अनुपातलाई समानुपात भनिन्छ । यहाँ 25 लाई पहिलो पद, 30 लाई दोस्रो पद, 20 लाई तेस्रो पद र 24 लाई चौथो पद भनिन्छ ।

चारओटा सङ्ख्याहरू a, b, c र d मा a र b को अनुपात c र d को अनुपातसँग बराबर छन् भने a, b, c र d समानुपातमा छन् भनिन्छ । यसलाई $a:b :: c:d$ वा $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ लेखिन्छ । अथवा $a \times d = b \times c$ लेखिन्छ ।

माथिका उदाहरणमा $\frac{25}{30}$ र $\frac{20}{24}$ समानुपातिक छन् ।

यसलाई $25:30 :: 20:24$ पनि लेखिन्छ ।

बाहिरका दुईओटा पदलाई छेउ छेउका पदहरू (Extremes) भनिन्छ । भित्रका दुईओटा पदलाई बिचका पदहरू (Means) भनिन्छ । यहाँ 25 र 24 Extremes हुन् भने 30 र 20 Means हुन् ।

$$25 \times 24 = 30 \times 20 = 600 \text{ भयो ।}$$

छेउ छेउका पदहरू (Extremes) र बिचका पदहरू (Means) को छुट्टा छुट्टै गुणनफल बराबर हुन्छ ।

उदाहरण १

के 3, 4, 9 र 12 समानुपातमा छन् ?

समाधान

यहाँ छेउ छेउका पदहरूका गुणनफल = $3 \times 12 = 36$

बिचका पदहरूको गुणनफल = $4 \times 9 = 36$

अतः Extremes र Means को गुणनफल बराबर आएकाले 3, 4, 9 र 12 समानुपातमा छन् ।

अकर्तव्य तरिका

पहिलो र दोस्रो सद्भ्याको अनुपात = $\frac{3}{4}$

तेस्रो र चौथो सद्भ्याको अनुपात = $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

अतः दुवै अनुपात बराबर भएकाले 3, 4, 9 र 12 समानुपातमा छन् ।

अभ्यास 6.2

1. तल दिइएका कुन कुन अनुपातहरू बराबर छन् ? कारणसहित लेख्नुहोस् :

(क) $\frac{2}{3} \text{ र } \frac{4}{5}$

(ख) $\frac{8}{4} \text{ र } \frac{2}{1}$

(ग) $\frac{4}{5} \text{ र } \frac{12}{20}$

(घ) $\frac{3}{5} \text{ र } \frac{9}{15}$

2. तलका सद्ब्याहरू समानुपातमा छन् वा छैनन्, जाँचेर लेख्नुहोस् :

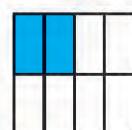
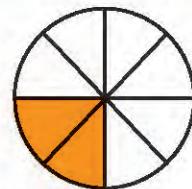
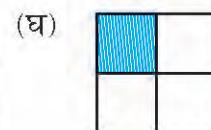
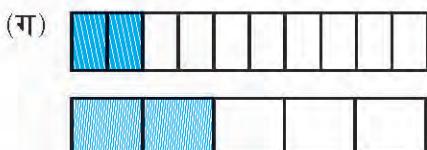
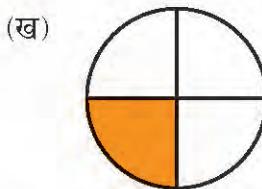
(क) 2, 3, 12, 20

(ख) 7, 8, 14, 20

(ग) 5 m, 3 m, 25 m, 35 m

(घ) 3 ft, 8 ft, 12 ft, 32 ft

3. तल दिइएका जोडा चित्रहरूबाट छाया परिएको भाग र छाया नपरिएको भागको अनुपात लेख्नुहोस्। ती चित्रहरू समानुपातमा छन् वा छैनन्, कारणसहित लेख्नुहोस् :



4. ठिक भए (v) चिह्न र बेठिक भए (x) चिह्नले जनाउनुहोस् :

(क) $16 : 24 :: 20 : 30$

(ख) $8 : 9 :: 24 : 27$

(ग) $32 \text{ m} : 64 \text{ m} = 6 \text{ sec} : 12 \text{ sec}$

(घ) $45 \text{ km} : 60 \text{ km} = 12 \text{ hours} : 15 \text{ hours}$

5. तल दिइएका समानुपातबाट Extremes र Means छुट्याएर लेब्नुहोस् :
- 40 : 200 :: 15 : 75
 - 3 : 7 :: 21 : 49
 - 10 : 55 :: 2 : 11
 - 25 : 15 = 5 : 3
6. अनिताको गणित र विज्ञानको प्राप्ताङ्कको अनुपात 10:12 छ, यदि उनको गणितको प्राप्ताङ्क 80 भए विज्ञानको प्राप्ताङ्क कति होला ?
7. 6 किलोग्राम सुन्तलाको मूल्य रु. 540 पर्छ भने 8 किलोग्राम सुन्तलाको मूल्य कति पर्ला, पत्ता लगाउनुहोस् ।
8. एउटा रेस्टुरेन्टले 15 जनाको लागि 3 लिटर तातो पानीमा 200 ml मह राखेर कागतीपानी बनायो । पछि 3 जना थपिएछन् । त्यही गुणस्तरको कागती पानी बनाउन 600 ml पानीमा कति मिलिलिटर मह मिसाउनुपर्छ ।

परियोजना कार्य

दुईओटा वर्गाकार कागज लिएर दुवैलाई बराबर अनुपात हुने गरी फरक फरक भागमा बाँड्नुहोस् र कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

- | | | |
|---------------------------------------|-------|------------|
| 1 देखि 5 सम्म शिक्षकलाई देखाउनुहोस् । | 6. 96 | 7. रु. 720 |
| 8. 40 ml | | |

नाफा र नोक्सान (Profit and Loss)

पाठ 7

7.0 पुनरबलोकन (Review)

तल दिइएका प्रश्नमा छलफल गर्नुहोस् :

- (क) सुवासले एउटा भोलालाई रु. 750 मा किनेर रु. 800 मा बेचेछन् भने सुवासलाई कति नाफा वा घाटा भयो ?
- (ख) कमलाले रु. 1000 मा किनेर त्याएको भोलामा सामान्य खोट देखेपछि रु. 900 मा बेचिछन् । कमलालाई कति नाफा वा घाटा के भयो ?

सुवासले भोलालाई थोरै मूल्यमा किनेर धेरै मूल्यमा बेचेका छन् । त्यसैले नाफा भयो । त्यसैगरी कमलाले धेरै मूल्यमा किनेर थोरैमा बेचेकाले नोक्सान भयो ।

नाफा भनेको विक्रय मूल्य र क्रय मूल्यको फरक हो ।

नाफा (profit) = विक्रय मूल्य (selling price) – क्रय मूल्य (cost price) हुन्छ ।

नोक्सान (loss) = क्रय मूल्य (cost price) – विक्रय मूल्य (selling price) हुन्छ ।

7.1 प्रतिशत समावेश भएका नाफा र नोक्सानसम्बन्धी समस्या (Problems of Profit and Loss with Percentage)

क्रियाकलाप 1

तलको अवस्थाको अध्ययन गरी छलफल गर्नुहोस् :

मानकाजी एक व्यापारी हुन् । उनले होलसेल पसलबाट प्रत्येक टिस्टर्ट रु. 1000 का दरले किनेका थिए । पहिलो टिस्टर्ट रु. 1200 मा बेचे । यसैगरी दोस्रो टिस्टर्टमा अलिकति उद्धिएको देखेपछि त्यसलाई सिलाएर रु. 950 मा बेचे ।

- (क) पहिलो टिस्टर्टमा कति नाफा भयो ?
- (ख) दोस्रो टिस्टर्टमा कति नोक्सान भयो ?
- (ग) पहिलो टिस्टर्टमा भएको नाफालाई प्रतिशतमा कसरी पत्ता लगाउन सकिन्छ ?
- (घ) दोस्रो टिस्टर्टमा कति प्रतिशत नोक्सान भएछ ? यसलाई कसरी पत्ता लगाउन सकिन्छ ?

पहिलो टिस्टर्मा,

क्रय मूल्य = रु. 1000

विक्रय मूल्य = रु. 1200

नाफा = रु. 1200 – रु. 1000
= रु. 200

$\text{अब } \frac{\text{रु. } 200}{\text{रु. } 1000} \times 100\% = 20\%$ (नाफा प्रतिशत हो।)

दोस्रो टिस्टर्मा,

क्रय मूल्य = रु. 1000

विक्रय मूल्य = रु. 950

नोक्सान = रु. 1000 – रु. 950
= रु. 50

$\text{अब } \frac{\text{रु. } 50}{\text{रु. } 1000} \times 100\% = 5\%$ (नोक्सान प्रतिशत हो।)

$$\text{नाफा प्रतिशत} = \frac{\text{वास्तविक नाफा}}{\text{क्र.मू.}} \times 100\% \rightarrow \frac{\text{वि.मू.} - \text{क्र.मू.}}{\text{क्र.मू.}} \times 100\%$$

$$\text{नोक्सान प्रतिशत} = \frac{\text{वास्तविक नोक्सान}}{\text{क्र.मू.}} \times 100\% \rightarrow \frac{\text{क्र.मू.} - \text{वि.मू.}}{\text{क्र.मू.}} \times 100\%$$

उदाहरण 1

राजेशले रु. 1200 मा किनेको एउटा घडीलाई रु. 1500 मा बेचेछन्। उसलाई नाफा वा नोक्सान के भएछ ? प्रतिशतमा पता लगाउनुहोस्।

समाधान

यहाँ घडीको क्रय मूल्य = रु. 1200

घडीको विक्रय मूल्य = रु. 1500

क्रय मूल्यभन्दा विक्रय मूल्य धेरै छ, त्यसैले नाफा भयो।

अब नाफा = विक्रय मूल्य – क्रय मूल्य

$$= \text{रु. } 1500 - \text{रु. } 1200$$

$$= \text{रु. } 300$$

$$\begin{aligned}\text{नाफा प्रतिशत} &= \frac{\text{वास्तविक नाफा}}{\text{क्र.मू.}} \times 100\% \\ &= \frac{\text{रु. } 300}{\text{रु. } 1200} \times 100\% \\ &= 25\%\end{aligned}$$

अतः राजेशलाई उक्त घडी बेच्दा 25% नाफा भएछ।

उदाहरण 2

ज्योतिले रु. 2500 मा किनेको एउटा विद्युतीय हिटरलाई 10% नाफामा बेच्ने सोच गरिन् ।
उनले उक्त हिटर कतिमा बेच्नुपर्णा ?

समाधान

$$\text{यहाँ हिटरको क्रय मूल्य} = \text{रु. } 2500$$

$$\text{नाफा प्रतिशत} = 10\%$$

$$\text{हिटरको विक्रय मूल्य} = ?$$

उक्त हिटरको क्रय मूल्य रु. 2500 मा नाफा 10% निकालेर जोड्नु तै विक्रय मूल्य हुन्छ ।

वास्तविक नाफा = रु. 2500 को 10%

$$= \text{रु. } 2500 \times \frac{10}{100}$$

$$= \text{रु. } 250$$

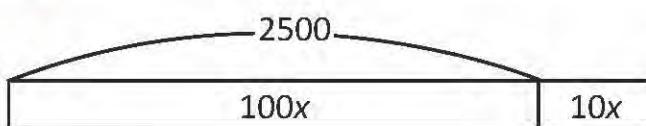
अब विक्रय मूल्य = क्रय मूल्य + नाफा

$$= \text{रु. } 2500 + \text{रु. } 250$$

$$= \text{रु. } 2750$$

अतः ज्योतिले 10% नाफा कमाउन उक्त हिटर रु. 2750 मा बेच्नुपर्दछ ।

अर्को तरिका



$$100x = \text{रु. } 2500$$

$$x = 25$$

$$\text{अब, } 110x = 25 \times 110$$

$$= \text{रु. } 2750$$

उदाहरण ३

एउटा मोबाइल पसलेले कुनै मोबाइल रु. 21,000 मा बिक्री गर्दा 5% नाफा भएछ ।

(क) उक्त मोबाइलको क्रय मूल्य कति रहेछ ?

(ख) 10% नाफा गर्न कतिमा बेच्नुपर्णा ?

समाधान

यहाँ मोबाइलको विक्रय मूल्य = रु. 21,000

नाफा प्रतिशत = 5%

मोबाइलको क्रय मूल्य = ?

(क) मोबाइलको क्रय मूल्य = रु. x (मानौं)

विक्रय मूल्य = क्रय मूल्य + नाफा हुन्छ ।

त्यसैले, रु. $21000 = x + x$ को 5%

$$\text{अथवा } \text{रु. } 21000 = x + \frac{x \times 5}{100}$$

$$\text{अथवा } \text{रु. } 21000 = \frac{100x + 5x}{100}$$

$$\text{अथवा } \text{रु. } 21000 = \frac{105x}{100}$$

$$\text{अथवा } 105x = \text{रु. } 21000 \times 100$$

$$\text{अथवा } x = \text{रु. } \frac{21000 \times 100}{105}$$

$$\text{अथवा } x = \text{रु. } 20,000$$

अतः उक्त मोबाइल रु. 20,000 मा किनेको रहेछ ।

(ख) 10% नाफा गर्नका लागि बेच्नुपर्णे मूल्य (वि.मू) निकाल्दा,

विक्रय मूल्य = क्रय मूल्य + नाफा

= रु. $20,000 + \text{रु. } 20,000$ को 10%

= रु. $20,000 + \text{रु. } 20,000 \times \frac{10}{100}$

= रु. $20,000 + \text{रु. } 2,000$

= रु. 22,000

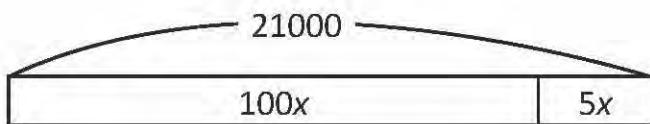
अतः 10% नाफा गर्न उक्त मोबाइल रु. 22,000 मा बेच्नु पर्दछ ।

अर्को तरिका

यहाँ,

$$105x = \text{रु. } 21,000$$

$$x = 200$$



अब,

$$\begin{aligned} \text{क्र. मू.} &= 100x \\ &= \text{रु. } 20,000 \\ 110x &= 110 \times 200 \\ &= \text{रु. } 22,000 \end{aligned}$$

अभ्यास 7.1

- तल दिइएको अवस्थामा नाफा वा नोक्सान प्रतिशत के कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस्।

क्रय मूल्य (रु.)	विक्रय मूल्य (रु.)
300	350
550	500
7000	7720
5000	2750
12000	15000

- अजयले एउटा टेलिभिजन रु. 30,500 मा किनेर रु. 29,000 मा बेच्दा उसलाई कति प्रतिशत नोक्सान हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस्।
- एउटा साडीलाई रु. 3300 मा बिक्री गर्दा 10% नाफा भएछ भने उक्त साडीको क्रय मूल्य कति रहेछ, पत्ता लगाउनुहोस्।
- एउटा रु. 30,000 मा किनेको मोबाइललाई 10% नाफा हुने गरी बिक्री गर्दा कतिमा बेच्नुपर्णा ?
- एउटा फलफूल पसलेले प्रति किलोग्राम रु. 55 का दरले 10 kg सुन्तला किनेछ। प्रति किलोग्राम रु. 60 का दरले सबै सुन्तला बिक्री गर्दा पसलेलाई कति प्रतिशत नाफा हुन्छ ?

- सुकमानले प्रत्येकलाई रु. 40 का दरले 50 ओटा बल्बहरू किनेछन् । प्याकेट खोलेर हेर्दा 15 ओटा बल्बहरू फुटेका रहेछन् । बाँकी बल्ब रु. 60 का दरले बेचेछन् । उनलाई के कति नाफा वा नोक्सान भयो, प्रतिशतमा पत्ता लगाउनुहोस् ।
- एउटा पुस्तक पसलेलाई एउटा किताब रु. 575 मा बेच्दा 15% नाफा भएछ । उक्त किताब कति मूल्यमा किनिएको रहेछ ? वास्तविक नाफा रकम कति रहेछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।
- राजेन्द्रले रु. 32500 मा एउटा रेफिजेरेटर किनेछन् । उक्त सामान ल्याउन ढुवानी भाडा रु. 500 खर्च गरेछन् । उनले उक्त रेफिजेरेटरलाई रु. 33,500 मा बेचेछन् भने कति प्रतिशत नाफा भएछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।
- आइतमानले पुरानो घर रु. 95,00,000 मा किनेछन् । घर मर्मतका लागि रु. 200,000 खर्च गरेछन् । मर्मतपछि उक्त घर रु. 1,10,00,000 मा बेचेछन् भने उनलाई कति नाफा वा नोक्सान के भएछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।
- बासमतीले प्रति दर्जन रु. 120 का दरले 20 दर्जन केरा किनिछन् । त्यसमध्ये 3 दर्जन केरा विग्रिएका रहेछन् । अब 10% नाफामा बेच्नका लागि बाँकी केरालाई कुन दरमा बेच्नुपर्दछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

परियोजना कार्य

फरक फरक दुईओटा पसलबाट कुनै पनि पाँचओटा वस्तुको मूल्य सोधी टिपोट गर्नुहोस् । तपाईंलाई कुन पसलबाट कुन सामान किन्दा कति प्रतिशत नाफा हुँदोरहेछ ? निष्कर्षलाई कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

- | | | |
|--------------------|-------------------|----------------------------|
| 1. (क) नाफा 16.66% | (ख) नोक्सान 9.09% | (ग) नाफा 10.28% |
| (घ) नोक्सान 45% | (ड) नाफा 25% | |
| 2. नोक्सान 4.91% | 3. रु. 3,000 | 4. रु. 33,000 |
| 5. 9.09% | 6. नाफा 5% | 7. रु. 500, रु. 75 |
| 8. 1.51% | 9. नाफा 13.40% | 10. प्रति दर्जन रु. 155.30 |

ऐकिक नियम (Unitary Method)

8.0 पुनरब्लोकन (Review)

लक्ष्मीले 30 कोसा केरा रु. 225 मा किनेर ल्याइछन् । घरमा पाहुनाहरू आउनु भएकाले केरा नपुग्ने भएछ । फेरि 12 ओटा केराहरू थप्नुपर्ने भएछ ।

- (क) उनलाई अब 12 ओटा केरा किन्तुका लागि कति रकम आवश्यक पर्ना ?
(ख) 1 ओटा केराको मूल्य पत्ता लगाउन के गर्नुपर्दछ ?
(ग) 12 ओटा केराको मूल्य कसरी पत्ता लगाउन सकिन्छ, छलफल गर्नुहोस् ।

कुनै एक एकाइ वस्तुको मानका आधारमा उस्तै धेरै वस्तुको मान पत्ता लगाउने र उस्तै धेरै वस्तुको मानबाट ऐउटा वस्तुको मान पत्ता लगाउने गणितीय विधिलाई ऐकिक नियम भनिन्छ ।

8.1 प्रत्यक्ष विचरण (Direct Variation)

क्रियाकलाप 1

तलको तालिकामा कापीको सङ्ख्या र मूल्य दिइएको छ, दिइएका मूल्यका आधारमा तलको तालिकामा मूल्यहरू भर्नुहोस् :

कापीको सङ्ख्या	1	2	3	4	5	6
जम्मा मूल्य (रु.)	50	100	150			

कापीको सङ्ख्या र मूल्यबिच कस्तो सम्बन्ध रहेको छ, छलफल गर्नुहोस् ।

माथिको तालिकाबाट कापीको सङ्ख्या बढौदै जाँदा मूल्य बढौदै गएको छ । कापीको सङ्ख्या घट्दा मूल्य पनि घटेको देख्न सकिन्छ । त्यसैले कापीको सङ्ख्या र मूल्यबिच प्रत्यक्ष विचरण भएको भानिन्छ ।

दुईओटा चरहरूमध्ये ऐउटा चरमा भएको कमी वा वृद्धिले अर्को चरमा पनि त्यही अनुपातमा कमी वा वृद्धि हुन्छ भने ती चरको सम्बन्धलाई प्रत्यक्ष विचरण भनिन्छ ।

उदाहरण १

३ ओटा कापीको मूल्य रु. २७० पर्दछ भने ५ ओटाको कापीको मूल्य कति पर्ला ?

३ ओटा कापीको मूल्य थाहा छ भने ५ ओटाको मूल्य कसरी निकाल्ने ?



ल सुन ! पहिला ३ ओटा कापीको मूल्यबाट एउटा कापीको मूल्य निकाल्ने । त्यसपछि जतिओटा कापीको मूल्य पनि निकाल्न सकिन्छ ।



समाधान

यहाँ ३ ओटा कापीको मूल्य = रु. २७०

$$1 \text{ ओटा कापीको मूल्य} = \frac{\text{रु. } 270}{3} = \text{रु. } 90$$

$$\begin{aligned} 5 \text{ ओटा कापीको मूल्य} &= \text{रु. } 90 \times 5 \\ &= \text{रु. } 450 \end{aligned}$$

अर्को तरिका

यो समस्यालाई अनुपात प्रयोग गरेर पनि समाधान गर्न सकिन्छ ।

कापीको सङ्ख्या	मूल्य (रु.)
३	२७०
५	x (मानौ)

यहाँ कापीको सङ्ख्या र मूल्यबिच प्रत्यक्ष विचरण एकाले यसलाई अनुपातमा निम्नानुसार लेख्न सकिन्छ ।

$$\text{त्यसैले, } \frac{3}{5} = \frac{270}{x}$$

$$\text{अथवा } 3x = 270 \times 5$$

$$\text{अथवा } x = \frac{270 \times 5}{3}$$

$$\therefore x = 450$$

अतः ५ ओटा कापीको मूल्य रु. ४५० पर्दछ ।

प्रत्यक्ष विचरणमा दुवै चर समान अनुपातमा घट्ने वा बढ्ने भएकाले अनुपातलाई $\frac{5}{3} = \frac{x}{270}$ पनि लेख्न सकिन्छ ।

8.2 अप्रत्यक्ष विचरण (Indirect Variation)

क्रियाकलाप 2

तलको तालिकाको अवलोकन गरी सोधिएका प्रश्नका बारेमा छलफल गर्नुहोस् :

कामदार सङ्ख्या	1	2	5
काम पूरा गर्ने दिन	10	5	2

कामदार सङ्ख्या र काम पूरा गर्ने दिनबिच कस्तो सम्बन्ध छ ?

माथिको तालिकामा कामदारको सङ्ख्या बढाउदै जाँदा काम पूरा गर्ने दिन घट्दै गएको देखिन्छ । अतः कामदारको सङ्ख्या र काम पूरा गर्ने दिनका विचको सम्बन्ध विपरीत हुन्छ । यसलाई अप्रत्यक्ष विचरण भएको मानिन्छ ।

दुईओटा चरहरूमध्ये एउटा चरमा कमी हुँदा अर्को चरमा सोही अनुपातमा वृद्धि हुन आउँछ र एउटा चरमा वृद्धि हुँदा अर्को चरमा सोही अनुपातमा कमी हुन आउँछ भने ती चरहरूबिचको सम्बन्धलाई अप्रत्यक्ष विचरण भनिन्छ ।

उदाहरण 2

12 जना मानिसले एउटा खेत खन्न 20 दिन लगाउँछन् भने सोही खेत 8 जनाले खन्न कति दिन लगाउँछन् ?

समाधान

यहाँ 12 जना मानिसबाट 8 जना मानिस बनाइएको छ । (मानिसको सङ्ख्या घटाइएको छ । त्यसैले तोकिएका काम सिध्याउन धेरै दिन लाग्छ ।)

12 जना मानिसले 20 दिनमा एउटा खेत खन्न सक्छन् ।

∴ 1 जना मानिसले 20×12 दिनमा एउटा खेत खन्न सक्छन् ।

∴ 8 जना मानिसले $\frac{20 \times 12}{8} = 30$ दिनमा एउटा खेत खन्न सक्छन् ।

अतः 12 जना मानिसले 30 दिनमा उक्त खेत खन्न सक्छन् ।

अर्को तरिका

यहाँ

मानिसको सङ्ख्या	काम गर्ने दिन
12	20
8	x (मानौँ)

काम गर्ने दिन र मानिसको सङ्ख्याविच अप्रत्यक्ष विचरण हो। त्यसैले थोरै मानिस भए धेरै दिन र धेरै मानिस भए थोरै दिन चाहिन्छ।

$$\text{त्यसैले } \frac{20}{x} = \frac{8}{12}$$

$$\text{अथवा } 8x = 20 \times 12$$

$$\text{अथवा } x = \frac{20 \times 12}{8}$$

$$\text{अथवा } x = 30$$

अप्रत्यक्ष विचरण भएकाले

$$\frac{x}{20} = \frac{12}{8}$$

पनि लेखा सकिन्छ।

अतः 12 जना मानिसले 30 दिनमा उक्त खेत खन्न सक्छन्।

अभ्यास 8

1. तलका तथ्यहरू ठिक भए (V) र बेठिक भए (X) चिह्न लगाउनुहोस् :

- (क) कुनै पनि वस्तुको सङ्ख्या बढाउदै जाँदा मूल्य पनि बढ्दै जानु प्रत्यक्ष विचरण हो।
 - (ख) मानिसको सङ्ख्या र काम गर्नका लागि लाग्ने समयबिच प्रत्यक्ष विचरण हुन्छ।
 - (ग) एउटा बसलाई निश्चित दुरी पार गर्न लाग्ने समय र बसले पार गर्ने दुरीबिच प्रत्यक्ष विचरण हुन्छ।
 - (घ) खानेपानीको पाइपको पानी भर्ने क्षमता र लाग्ने समयबिच अप्रत्यक्ष विचरण हुन्छ।
 - (ङ) हात र औंलाका सङ्ख्याविच प्रत्यक्ष विचरण हुन्छ।
2. 5 kg चिनीको मूल्य रु. 450 पर्छ भने 3 kg चिनीको मूल्य कति पर्ला ?
3. एउटा मोटरसाइकल 8 / पेट्रोलले 320 km गुड्छ। 50 km यात्रा गर्न कति लिटर पेट्रोलको आवश्यकता पर्ला ?
4. 15 जना मानिसले एउटा खेत खन्न 16 दिन लगाउँछन् भने सोही खेत 8 जनाले खन्न कति दिन लगाउँलान् ?
5. 30 जना मानिसले 17 दिनमा खेतमा बाली लगाउन सक्छन्। अमरले सोही काम 10 दिनमा सक्न चाहन्छन् भने कति जना कामदार आवश्यक पर्ला ?
6. यदि एउटा उद्योगको मेसिनले 3 घण्टामा 6600 ओटा बोतलमा पेय पदार्थ भर्दछ भने 8 घण्टामा कतिओटा बोतल भर्न सक्छ ?

- रमाले 3 kg दाल र 2 kg चिनी रु.540 मा किनिछन् । यदि 1 kg चिनीको मूल्य रु. 90 पर्छ भने 1 kg दालको मूल्य कति पर्ला ?
- एक जना साइकल चालकले प्रतिघण्टा 15 किलोमिटर दुरी पार गर्न सक्छ भने उसको गति कति मिटर प्रति मिनेट होला ?
- एउटा सिबिरमा 50 जना मानिसलाई 54 दिनलाई पुग्ने खाना छ भने उक्त खानाले 60 जनालाई कति दिनलाई पुग्ला ?
- तलको तालिकामा चामलको तौल र मूल्य देखाइएको छ । उक्त तौल र मूल्यका आधारमा खाली ठाउँ भर्नुहोस् । (प्रक्रिया देखाउनुहोस् ।)

क्र.सं.	चामलको तौल (kg)	चामलको मूल्य (रु.)
(क)	10	1250
(ख)	1	
(ग)		375
(घ)	9	
(ड)		3125

परियोजना कार्य

हाम्रो दैनिक जीवनमा प्रयोग भइरहेका प्रत्यक्ष विचरण र अप्रत्यक्ष विचरण सम्बन्धी पाँच पाँचओटा अवस्थालाई आफूभन्दा अग्रज वा इन्टरनेटबाट खोजेर लेख्नुहोस् र कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

- शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।
- रु. 270
3. 1.25 l
4. 30 दिन
5. 51
6. 17600
7. रु. 120
8. 250 मिनेट
9. 45 दिन
10. (क) रु.125 (ख) 3 (ग) 1125 (घ) 25

1. एउटा कार्यक्रम हलमा 400 ओटा कुर्सीलाई पद्धति र लहरमा वर्गाकार रूपमा मिलाएर राख्दा,
 - (क) प्रत्येक पद्धतिमा कतिओटा कुर्सी रहेछन् ?
 - (ख) यदि प्रत्येक पद्धति र लहरमा $2/2$ ओटा कुर्सी थप हुनेगरी पुनः वर्गाकार रूपमा मिलाउन जम्मा कतिओटा थप कुर्सी आवश्यक पर्दछ ?
 - (ग) प्रत्येक पद्धति र लहरमा कति कति प्रतिशत कुर्सी थप हुन गयो ?
 - (घ) वर्गाकार रूपमा मिलाउन जम्मा कति प्रतिशत कुर्सी थपुपर्ने भयो ?
2. तीनओटा फरक फरक ठाउँका सडक पार गर्ने ट्राफिक बत्तीहरू क्रमशः प्रत्येक 48 सेकेन्ड, 72 सेकेन्ड र 108 सेकेन्डमा परिवर्तन भइरहँदा रहेछन् । यदि तिनीहरू सबै एकसाथ बिहान 9:00 बजे परिवर्तन भए भने पुनः अर्को पटक कहिले सँगै परिवर्तन हुनेछन्, पत्ता लगाउनुहोस् ।
3. विमलाले पाँचओटा क्रेटमा 150 ओटा अन्डा किनेर कार्टुनमा राखेर ल्याइछन् । घरमा आएपछि अन्डाको कार्टुन खोलेर हेर्दा 30 ओटा अन्डा फुटेका पाइछन् ।
 - (क) बाँकी अन्डाहरू प्रत्येकलाई रु. 15 मा बेच्दा उनलाई 10% नोक्सान हुन्छ भने 150 ओटा अन्डा कतिमा किनेकी रहिछन् ?
 - (ख) यदि 5% नाफा गर्ने हो भने बाँकी अन्डालाई कुन दरमा बेच्नुपर्ला ?
4. एउटा विद्यालयको भवनलाई रडरोगान गर्न लागिएको रहेछ । 6 जना कामदारले 520.2 m^2 पर्खाल एक घण्टामा रङ्ग्याउन सक्दारहेछन् ।
 - (क) 7 जना कामदारले एक घण्टामा कति मिटर पर्खाल रङ्ग्याउन सक्लान् ?
 - (ख) 3641.4 मिटर पर्खाल रङ्ग्याउन 7 जनालाई कति घण्टा काममा लगाउनुपर्ला ?
 - (ग) यदि 25 ओटा मात्र अन्डा फुटेका भए विमलाले 5% नाफा लिन प्रतिगोटा अन्डा कतिमा बेच्नु पर्यो ?

5. a , b र c तीनओटा पूर्णांकहरू हुन् । यदि $a = -25$, $b = 8$ र $c = -4$ भए प्रमाणित गर्नुहोस् :
- $a + (b + c) = (a + b) + c$
 - $a \times (b + c) = ab + ac$
6. कुनै दुईओटा पूर्णांकहरू पत्ता लगाउनुहोस् :
- जसको योगफल -5 हुन्छ ।
 - जसको फरक -7 हुन्छ ।
 - जसको फरक 0 हुन्छ ।
7. एञ्जलले 200 पूर्णांकको प्रथम त्रैमासिक परीक्षामा 150 अड्क प्राप्त गरेछन् र रोनिशले 300 पूर्णांकको परीक्षामा 180 अड्क प्राप्त गरिछन् । कसको नतिजा राम्रो छ, तुलना गरेर देखाउनुहोस् ।
8. प्रवेश परीक्षामा प्रत्येक सही उत्तरका लागि $(+5)$ र प्रत्येक गलत उत्तरका लागि (-2) र उत्तर दिन नसके (0) दिने नियम रहेछ ।
- रामले जम्मा 7 ओटा प्रश्न गरेछन्, जसमध्ये 4 ओटाको सही उत्तर र 3 ओटाको गलत उत्तर लेखेछन् । जम्मा कति अड्क प्राप्त गर्लान् ?
 - रुचिताले जम्मा 8 ओटा प्रश्नहरू गरिछन् । जसमध्ये 4 ओटाको सही उत्तर र 4 ओटाको गलत उत्तर लेखिछन् । जम्मा कति अड्क प्राप्त गर्लिन् ?
 - कसले बढी अड्क प्राप्त गर्दछन् र कति ले ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
9. एउटा विद्यालयमा भएको हाजिरीजवाफ प्रतियोगितामा प्रत्येक सही उत्तरका लागि $(+5)$ र प्रत्येक गलत उत्तरका लागि (-2) दिने नियम रहेछ ।
- रातो सदन समूहले 30 अड्क प्राप्त गरेछ, जसमा 10 ओटा प्रश्नको उत्तर गलत दिएछ, भने कतिओटा प्रश्नको सही जवाफ दिएछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।
 - हरियो सदन समूहले (-12) अड्क प्राप्त गरेछ, जसमा 16 ओटा प्रश्नको उत्तर गलत दिएछ, भने कतिओटा प्रश्नको सही जवाफ दिएछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।
 - कुन समूहले धेरैओटा प्रश्नको सही जवाफ दिएछ र उक्त समूहले थोरै प्रश्नको सही जवाफ दिने समूहलेभन्दा कतिओटा बढी प्रश्नको सही जवाफ दिएछ, लेख्नुहोस् ।

10. अनुजाले पहिलो दिन एउटा किताबको $\frac{1}{5}$ भाग पृष्ठ पढिछन्। दोस्रो दिन 40 पृष्ठ पढिछन्। उनीले दुई दिन सम्ममा उक्त किताबको $\frac{7}{10}$ भाग पृष्ठ पढिछन् भने किताबमा जम्मा कति पृष्ठ रहेछ, पता लगाउनुहोस्।
11. $\frac{1}{4}$ र $\frac{2}{5}$ को विचमा पर्ने कुनै दुईओटा आनुपातिक सङ्ख्या लेख्नुहोस्।

उत्तर

- | | | | |
|----------------------|-----------------------------------|------------------------|---------|
| 1. (क) 20 ओटा | (ख) 84 ओटा | (ग) 10% | (घ) 21% |
| 2. 9:7:12 बजे | 3. (क) रु. 2000 | (ख) रु. 17.5 | |
| 4. (क) 606.9 m | (ख) 6 घण्टा | 5. शिक्षकलाई देखाउने | |
| 6. शिक्षकलाई देखाउने | 7. एन्जल | 8. (क) 14 | (ख) 12 |
| (ग) राम, 2 अड्क बढी | | (ग) रातो सदन, 6 प्रश्न | |
| 9. (क) 10 | (ख) 4 | | |
| 10. 80 | 11. $\frac{9}{40}, \frac{19}{80}$ | | |

पाठ ९

परिमिति, क्षेत्रफल र आयतन (Perimeter, Area and Volume)

9.0 पुनरवलोकन (Review)



माथि दिइएका ठोस वस्तुहरू फरक फरक आकारका छन् । यिनीहरूको आकार, भुजाको लम्बाई, क्षेत्रफल र वरिपरिको घेराको लम्बाइबारे कक्षामा उपयुक्त समूह बनाई तलका प्रश्नहरूमा छलफल गर्नुहोस् :

- (क) प्रत्येक आकृतिको नाम लेख्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक ठोस वस्तुको माथिल्लो सतहको परिमिति निकाल्नुहोस् ।
- (ग) प्रत्येक ठोस वस्तुको सतहको क्षेत्रफल कसरी निकाल्न सकिन्छ ?

9.1 त्रिभुजाकार सतहको परिमिति (Perimeter of Triangular Surface)

क्रियाकलाप १

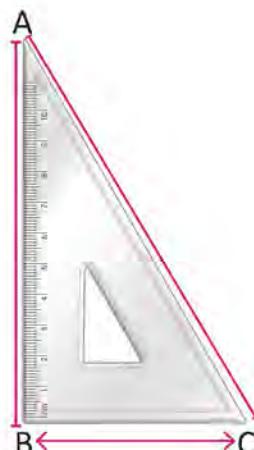
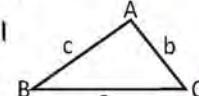
उपयुक्त सदृख्यामा समूहमा बस्नुहोस् । तपाईंको ज्यामिति बाकसमा भएको एउटा सेट स्क्वाएरको तीनओटा किनाराको लम्बाइको नाप लिनुहोस् । उक्त सेट स्क्वाएरको परिमिति कति होला, पत्ता लगाउनुहोस् ।



त्रिभुजको वरिपरिको घेराको कुल नापलाई त्रिभुजको परिमिति (Perimeter) भनिन्छ ।

यहाँ ΔABC को परिमिति,
 $P = BC + CA + AB$

or $P = a + b + c$ हुन्छ ।



उदाहरण १

दिइएको त्रिभुजको परिमिति निकाल्नुहोस् :

समाधान

यहाँ त्रिभुजको भुजा (AB) = 8 cm

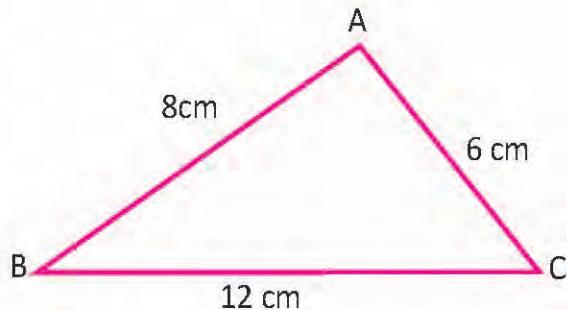
त्रिभुजको भुजा (BC) = 12 cm

त्रिभुजको भुजा (AC) = 6 cm

त्रिभुजको परिमिति (P) = ?

$$\begin{aligned} \text{अब } P &= AB + BC + AC \\ &= 8 \text{ cm} + 12 \text{ cm} + 6 \text{ cm} \\ &= 26 \text{ cm} \end{aligned}$$

अतः त्रिभुजको परिमिति (P) = 26 cm



उदाहरण २

अनुपमाले 15 मिटर, 17 मिटर र 12 मिटर नाप भएको त्रिभुजाकार जग्गा खरिद गरिछन् भने उनले वरिपरि पर्खाल लगाउँदा कति लम्बाइको पर्खाल लगाउनुपर्छ, पत्ता लगाउनुहोस्।

समाधान

यहाँ जग्गाको एउटा किनारा (a) = 15 m

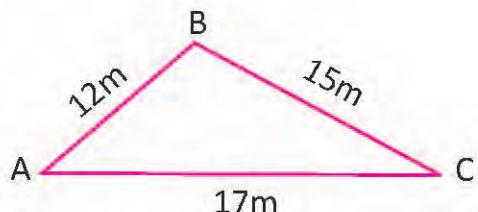
जग्गाको दोस्रो किनारा (b) = 17 m

जग्गाको तेस्रो किनारा (c) = 12 m

जग्गाको परिमिति (P) = ?

$$\begin{aligned} \text{अब } P &= a + b + c \\ &= (15 + 17 + 12) \text{ m} \\ &= 44 \text{ m} \end{aligned}$$

अतः जग्गाको वरिपरि लागाइएको पर्खालको लम्बाई 44 m छ।



उदाहरण ३

वरिपरिको घेराको नाप 400 मिटर रहेको त्रिभुजाकार पार्कको पहिलो किनाराको लम्बाइ 120 मि.र तेस्रो किनाराको लम्बाइ 180 मि. रहेछ भने दोस्रो किनाराको लम्बाइ कति रहेछ, पत्ता लगाउनुहोस्।

समाधान

यहाँ पार्कको परिमिति (P) = 400 m

पार्कको पहिलो किनारा (a) = 120 m

पार्कको तेस्रो किनारा (c) = 180 m

पार्कको दोस्रो किनारा (b) = ?

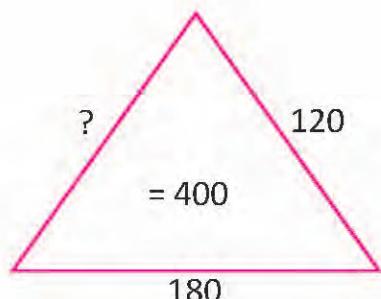
$$\text{अब } P = a + b + c$$

$$\text{अथवा } 400 = 120 + b + 180$$

$$\text{अथवा } 400 - 300 = b$$

$$b = 100$$

अतः उक्त पार्कको दोस्रो किनाराको लम्बाइ 100 m रहेछ।



उदाहरण ४

दियाले 10 m, 12 m र 14 m भएको त्रिभुजाकार तरकारी बारीमा बार लगाउँदा 5 पटक घेरा लगाउन प्रतिमिटर रु. 20 पर्ने तार प्रयोग गरिन भने जम्मा कति खर्च गरिन्, निकाल्नुहोस्।

समाधान

यहाँ तरकारी बारीको पहिलो किनारा (a) = 10 m

तरकारी बारीको दोस्रो किनारा (b) = 12 m

तरकारी बारीको तेस्रो किनारा (c) = 14 m

तरकारी बारीको परिमिति (P) = ?

$$\text{अब } P = a + b + c$$

$$= (10 + 12 + 14) m$$

$$= 36 m$$

एक पटक घेरा लगाउँदा लाग्ने तारको लम्बाइ = 36 m

\therefore 5 पटक घेरा लगाउँदा लाग्ने तारको लम्बाइ = $36 \times 5 m = 180 m$

प्रतिमिटर तारको मूल्य = Rs. 20

∴ 180 m तारको मूल्य = $180 \times 20 = \text{Rs. } 3,600$

अतः उनले बारीमा तारले घेरा लगाउँदा रु. 3,600 खर्च गरिन्।

उदाहरण 5

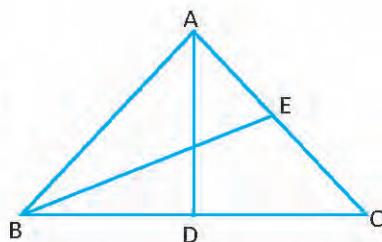
सिन्काहरू प्रयोग गरेर चित्रमा दिइएको जस्तो आकृति बनाइएको छ। यसमा $AD = BE = 7 \text{ cm}$ र $AB = BC = CA = 7.5 \text{ cm}$ छ भने सिन्काको जम्मा लम्बाइ निकाल्नुहोस्।

समाधान

यहाँ $AD = BE = 7 \text{ cm}$ र $AB = BC = CA = 7.5 \text{ cm}$

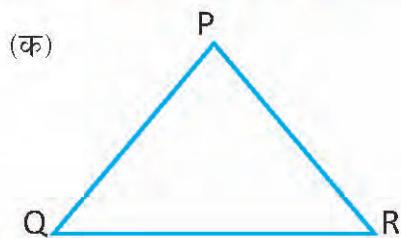
$$\begin{aligned}\text{सिन्काको जम्मा लम्बाइ} &= AB + BC + CA + AD + BE \\ &= 7.5 + 7.5 + 7.5 + 7 + 7 \\ &= 36.5 \text{ cm}\end{aligned}$$

अतः सिन्काको जम्मा लम्बाइ 36.5 cm छ।

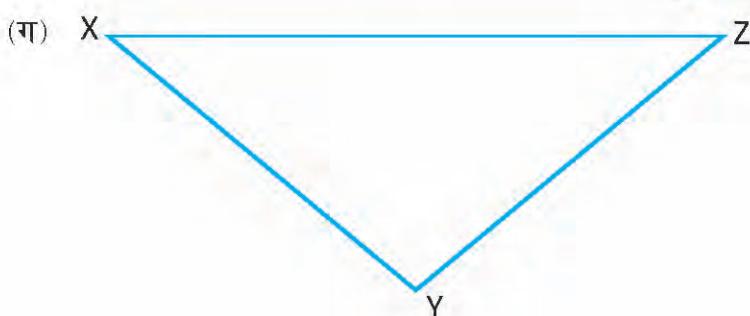
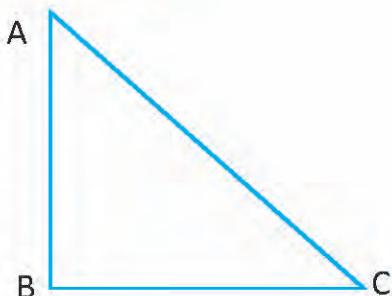


अभ्यास 9.1

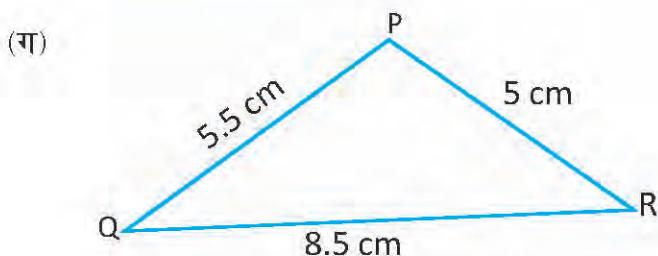
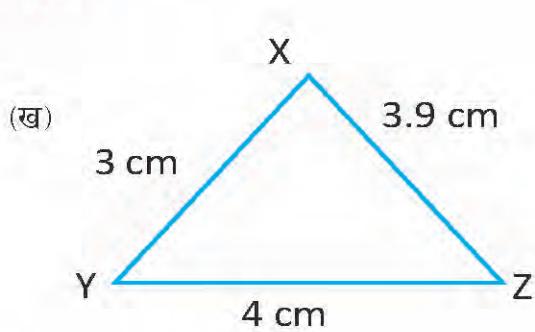
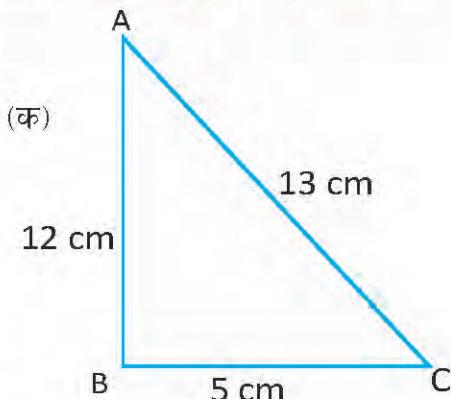
1. तलका दिइएका त्रिभुजका भुजाहरू तापी परिमिति पता लगाउनुहोस् :



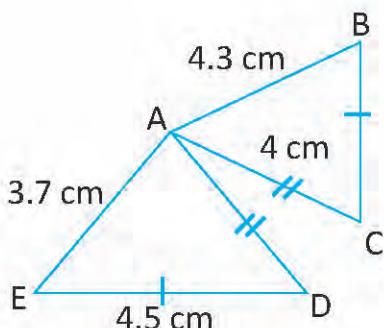
(ख)



2. तल दिइएका त्रिभुजको परिमिति निकाल्नुहोस् :

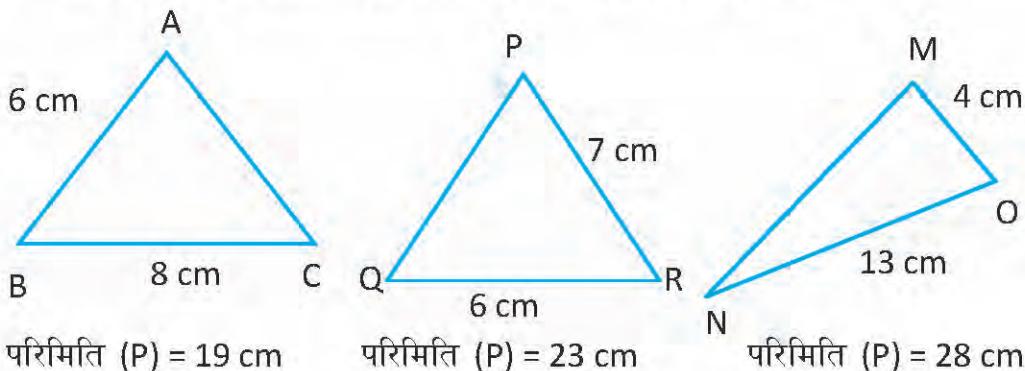


3. तल दिइएका त्रिभुजहरूको परिमिति निकाल्नुहोस् :



4. रामले वरिपरिको लम्बाई 40 cm भएको कागजको त्रिभुज बनाउँदा दुई भुजाको लम्बाई क्रमशः 14 cm र 16 cm छ भने तेस्रो भुजाको लम्बाई पत्ता लगाउनुहोस् ।
5. 540 मि. लम्बाइको तारले एउटा 18 m भुजा भएको समबाहु त्रिभुजाकार भएको जग्गालाई घेरा लगाउँदा कति पटक घेरा लगाउँन सकिन्दै, पत्ता लगाउनुहोस् ।

6. एउटा त्रिभुजाकार फूलबारीका 3 ओटा किनारामध्ये पहिलो किनाराको लम्बाइ 12 ft र बाँकी 2 ओटा वरावर नापका किनाराहरूको लम्बाइ 7 ft छ । उक्त त्रिभुजाकार फूलबारीलाई प्रतिफिट 60 पैसा पर्ने प्लास्टिक डोरीले 20 पटक घेरा लगाउँदा जम्मा कति खर्च लाग्छ ?
7. तल दिइएका त्रिभुजको नदिएको भुजाको लम्बाइ निकाल्नुहोस् ।



परियोजना कार्य

तीनओटा काठका साना किलालाई विद्यालयको चउरमा केही फरकमा गाढ्नुहोस् । डोरीको प्रयोग गरी त्रिभुजाकार आकृति बनाउनुहोस् । उक्त आकृतिको परिमिति पत्ता लगाई कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

1. शिक्षकलाई देखाउने ।
2. (क) 30 cm (ख) 10.9 cm (ग) 19 cm
3. 12.2 cm, 12.8 cm
4. 10 cm 5. 10 पटक 6. रु 312
7. (क) 5 cm (ख) 10 cm (ग) 11 cm

9.2 षड्मुखा र घन (Cuboid and Cube)

9.2.1 षड्मुखाको पूरा सतहको क्षेत्रफल (Total Surface Area of Cuboid)

कियाकलाप 1

एउटा षड्मुखा लिनुहोस् । यसको लम्बाइ, चौडाइ र उचाइ छुट्याउनुहोस् । उक्त षड्मुखामा बनेका आयताकार सतहहरू कक्षामा छलफल गरी छुट्याउनुहोस् ।

देखाइएको षड्मुखामा रहेका आयताकार सतह क्रमशः ABCD, ABGF, ADEF, BCMG, CDEM, GFEM छन् ।

$$\begin{aligned} \text{यहाँ आयत } ABCD \text{ को क्षेत्रफल } (A_1) &= CD \times AD \\ &= b \times h = bh \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{आयत } ABGF \text{ को क्षेत्रफल } (A_2) &= AB \times AF \\ &= b \times l = lb \end{aligned}$$

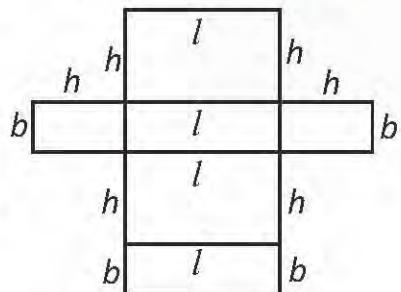
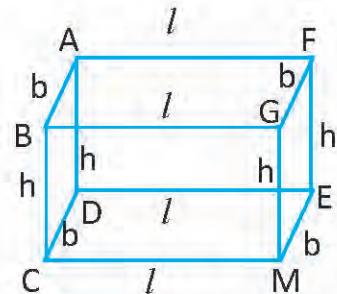
$$\begin{aligned} \text{आयत } ADEF \text{ को क्षेत्रफल } (A_3) &= AD \times AL \\ &= h \times l = hl \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{आयत } BCMG \text{ को क्षेत्रफल } (A_4) &= BG \times BC \\ &= l \times h = lh \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{आयत } CDEM \text{ को क्षेत्रफल } (A_5) &= CD \times DE \\ &= b \times l = bl \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{आयत } GFEM \text{ को क्षेत्रफल } (A_6) &= GF \times GA \\ &= b \times h = bh \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{यो षड्मुखाको जम्मा क्षेत्रफल } (A) &= A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 \\ &= bh + lb + lh + lh + lb + bh \\ &= 2lb + 2bh + 2lh \\ &= 2(lb + bh + lh) \end{aligned}$$



षड्मुखाको पूरा सतहको क्षेत्रफल = $2(lb + bh + lh)$ हुन्छ ।

उदाहरण १

लम्बाइ 4 cm , चौडाइ 3 cm र उचाइ 2 cm भएको एउटा पछमुखाको पूरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् :

यहाँ लम्बाइ (l) = 4 cm

चौडाइ (b) = 3 cm

उचाइ (h) = 2 cm

पूरा सतहको क्षेत्रफल (A) = ?

अब $\text{पूरा सतहको क्षेत्रफल } (A) = 2(lb + bh + lh)$
 $= 2(4 \times 3 + 3 \times 2 + 4 \times 2)$
 $= 2(12 + 6 + 8)$
 $= 52\text{ cm}^2$

अतः पछमुखाको पूरा सतहको क्षेत्रफल 52 cm^2 छ ।

उदाहरण २

एउटा ज्यामिति बाकसको लम्बाइ (l) = 15 cm , चौडाइ (b) = 7 cm र उचाइ (h) = 3 cm छ भने उक्त बाकसको पूरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् :

समाधान

यहाँ लम्बाइ (l) = 15 cm

चौडाइ (b) = 7 cm

उचाइ (h) = 3 cm

ज्यामिति बाकसको पूरा सतहको क्षेत्रफल (A) = ?

अब सूत्रानुसार,

पूरा सतहको क्षेत्रफल (A) = $2(lb + bh + lh)$
 $= 2(15 \times 7 + 7 \times 3 + 15 \times 3)$
 $= 2(105 + 21 + 45)$
 $= 342\text{ cm}^2$

अतः उक्त बाकसको पूरा सतहको क्षेत्रफल 342 cm^2 छ ।

उदाहरण ३

एउटा बाकसको लम्बाइ 42 cm , उचाइ 28 cm र पूरा सतहको क्षेत्रफल 7812 cm^2 छ भने उक्त बाकसको चौडाइ निकाल्नुहोस् ।

समाधान

यहाँ लम्बाइ (l) = 42 cm

चौडाइ (b) = ?

उचाइ (h) = 28 cm

बाकसको पूरा सतहको क्षेत्रफल (A) = 7812 cm^2

अब सूत्रानुसार क्षेत्रफल (A) = $2(lb + bh + lh)$

अथवा $7812 = 2(42b + 28b + 42 \times 28)$

अथवा $7812 = 2(70b + 1176)$

अथवा $7812 = 140b + 2352$

अथवा $7812 - 2352 = 140b$

अथवा $\frac{5460}{140} = b$

अथवा $39 = b$

अथवा $b = 39\text{ cm}$

अतः उक्त बाकसको चौडाइ 39 cm छ ।

9.2.2 घनको पूरा सतहको क्षेत्रफल (Total Surface Area of a Cube)

क्रियाकलाप २

एउटा लुडोको गोटी लिनुहोस् र उक्त गोटीको किनाराको लम्बाइ नाप्नुहोस् । यसका सबै भुजाको लम्बाइ बराबर पाउनुहुने छ ।

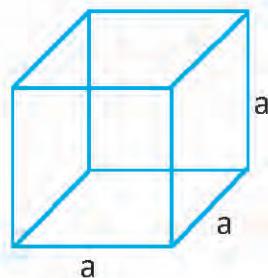
यहाँ लम्बाइ (l) = चौडाइ (b) = उचाइ (h) हुन्छ ।

लम्बाइ, चौडाइ र उचाइ बराबर भएको षड्मुखालाई घन (Cube) भनिन्छ ।

अब $l = b = h = a$ मानौँ

$$\begin{aligned}\text{पछमुखाको सतहको क्षेत्रफल } (A) &= 2(lb + bh + lh) \\&= 2(a \cdot a + a \cdot a + a \cdot a) \\&= 2(a^2 + a^2 + a^2) \\&= 6a^2\end{aligned}$$

अतः घनको पूरा सतहको क्षेत्रफल $(A) = 6a^2$ वर्ग एकाइ हुन्छ ।



अर्को तरिका

घनको एउटा सतहको क्षेत्रफल $= a \times a = a^2$

घनको 6 ओटा सतहको क्षेत्रफल $= 6a^2$

अतः घनको पूरा सतहको क्षेत्रफल $(A) = 6a^2$

उदाहरण 1

एउटा घनाकार कागजको खेलौनाको एउटा किनाराको लम्बाड 3.5 cm छ । उक्त खेलौनाको पूरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस ।

समाधान

यहाँ घनको एउटा भुजाको लम्बाइ $(a) = 3.5 \text{ cm}$

पूरा सतहको क्षेत्रफल $(A) = ?$

$$\begin{aligned}\text{अब सूत्रानुसार घनको पूरा सतहको क्षेत्रफल } (A) &= 6a^2 \\&= 6 \times (3.5)^2 \\&= 6 \times 12.25 \\&= 73.50 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

अतः उक्त खेलौनाको पूरा सतहको क्षेत्रफल $(A) = 73.50 \text{ cm}^2$ छ ।

उदाहरण 2

एउटा घनाकार वस्तुको पूरा सतहको क्षेत्रफल 54 m^2 छ भने उक्त वस्तुको एउटा किनाराको लम्बाइ निकाल्नुहोस् :

समाधान

यहाँ घनाकार वस्तुको पूरा सतहको क्षेत्रफल (A) = 54 m^2

एउटा किनाराको लम्बाइ (a) = ?

अब सूत्रानुसार घनको पूरा सतहको क्षेत्रफल (A) = $6a^2$

अथवा $54 = 6a^2$

अथवा $\frac{54}{6} = a^2$

अथवा $9 = a^2$

अथवा $a = \sqrt{9}$

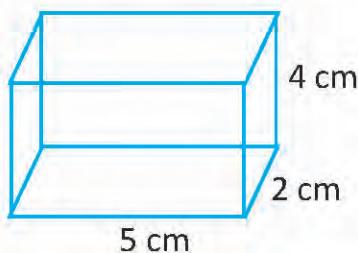
अथवा $a = 3 \text{ m}$

अतः उक्त वस्तुको एउटा किनाराको लम्बाइ (a) = 3 m छ ।

अभ्यास 9.2

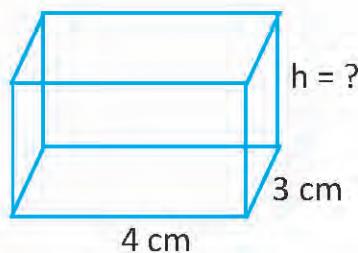
- तलका दिइएका प्रत्येक ठोस वस्तुको थाहा नभएका किनारा वा पूरा सतहको क्षेत्रफल पता लगाउनुहोस् :

(क)

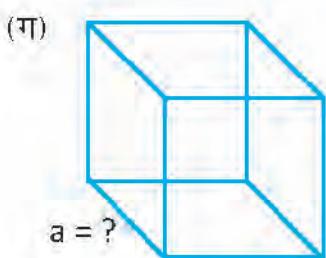


पूरा सतहको क्षेत्रफल (A) = ?

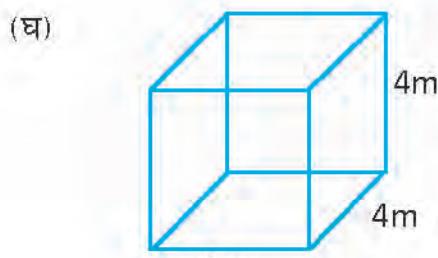
(ख)



पूरा सतहको क्षेत्रफल (A) = 45 cm^2



पूरा सतहको क्षेत्रफल (A) = 216 cm^2



पूरा सतहको क्षेत्रफल (A) = ?

2. (क) एउटा पडमुखाको लम्बाई (l) = 10 cm , चौडाई (b) = 8 cm र पूरा सतहको क्षेत्रफल (A) = 376 cm^2 छ भने उक्त पडमुखाको उचाई (h) पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (ख) एउटा विस्कुटको कार्टुनको पूरा सतहको क्षेत्रफल 9400 cm^2 छ । यदि यसको लम्बाई 50 cm , चौडाई 30 cm भए उचाई पत्ता लगाउनुहोस् ।
3. (क) एउटा घनाकार वस्तुको पूरा सतहको क्षेत्रफल 726 m^2 छ भने उक्त वस्तुको एउटा किनाराको लम्बाई निकाल्नुहोस् । उक्त वस्तुलाई भुइँमा राख्दा कति क्षेत्रफल ओगट्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (ख) एउटा घनाकार वस्तुको पूरा सतहको क्षेत्रफल 864 cm^2 छ भने उक्त वस्तुको भुजाको लम्बाई निकाल्नुहोस् । यसको बिर्को हटाउँदा यसको बाहिरी भागको कति क्षेत्रफलमा रड लगाउन सकिन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ?
4. उचाई 7 cm , चौडाई 8 cm भएको एउटा डस्टरलाई टेबुलमा राख्दा टेबुलको 80 cm^2 सतह ढाकेछ भने,

 - (क) उक्त डस्टरको लम्बाई पत्ता लगाउनुहोस् ।
 - (ख) डस्टरको पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

5. तल दिइएका जस्ता पडमुखाकार तथा घनाकार वस्तुको सतहका किनाराहरूको लम्बाईको नाप लिनुहोस् र उक्त वस्तुका पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।



परियोजना कार्य

चाटपेपरबाट एउटा पछमुखा बनाउनुहोस् । उक्त पछमुखाको किनाराको नाप लिएर पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् र कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

1. (क) 76 cm^2 (ख) 1.5 cm (ग) 96 cm^2 (घ) 6 cm
2. (क) 6 cm (ख) 40 cm
3. (क) $11 \text{ cm}, 121 \text{ cm}^2$ (ख) $12 \text{ cm}, 720 \text{ cm}^2$
4. (क) $10 \text{ cm}, 412 \text{ cm}^2$
5. शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

9.3 षड्मुखा र घनको आयतन (Volume of Cuboid and Cube)

क्रियाकलाप 1

एउटा पछमुखा आकारको रड राख्ने भाँडाका किनाराको लम्बाइ (l) = 15 cm चौडाइ (b) = 14 cm र उचाइ (h) = 13 cm छ भने यो रडको भाँडामा कति रड अटाउँछ कक्षामा साथीहरूसँग छलफल गर्नुहोस् ।

यहाँ लम्बाइ (l) = 15 cm ,

चौडाइ (b) = 14 cm

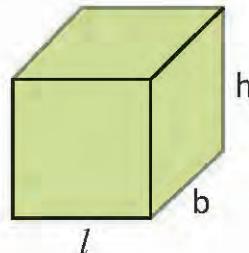
उचाइ (h) = 13 cm

$$\text{अब यसको आयतन } (V) = l \times b \times h$$

$$= (15 \times 14 \times 13)$$

$$= 2730 \text{ cm}^3$$

अतः यो भाँडामा 2730 cm^3 रड अटाउँछ ।



क्रियाकलाप 2

एउटा घनाकार चामल राख्ने भाँडाको एउटा किनाराको लम्बाइ 60 cm छ । उक्त भाँडामा कति चामल अटाउँछ कक्षामा साथीहरूसँग छलफल गर्नुहोस् ।

यहाँ घनाकार भाँडाको सबै किनारा बराबर हुने हुनाले लम्बाइ, चौडाइ र उचाइ प्रत्येक भुजा 60 cm हुन्छ ।

अब यो भाँडाको क्षमता = लम्बाइ \times चौडाइ \times उचाइ
= $60 \times 60 \times 60$
= 216000 cm^3

अतः यो भाँडाको आयतल (V) = 216000 cm^3 छ ।

अतः घनाकार वस्तुको आयतन (V) = $l \times l \times l$
 $V = l^3$

उदाहरण 1

एउटा षड्मुखा आकारको चिनी राख्ने भाँडाको लम्बाइ 3 m , चौडाइ 2 m र उचाइ 1 m छ । उक्त चिनी राख्ने भाँडामा कति चिनी अटाउँछ, पत्ता लगाउनुहोस :

समाधान

यहाँ लम्बाइ (l) = 3 m ,
चौडाइ (b) = 2 m
उचाइ (h) = 1 m
भाडाको आयतन (V) = ?
अब सूत्रानुसार (V) = $l \times b \times h$
= $3 \times 2 \times 1$
= 6 m^3

अतः उक्त भाँडामा 6 m^3 चिनी अटाउँछ ।

उदाहरण २

एउटा षड्मुखा आकारको द्याङ्कीमा 600 l पानी अटाउँछ । द्याङ्कीको लम्बाइ 200 cm , उचाइ 50 cm , छ भने चौडाइ पत्ता लगाउनुहोस :

समाधान

यहाँ आयतन (V) = 600 l

$$= \frac{600}{1000} = 0.6 \text{ m}^3$$

$$\text{लम्बाइ } (l) = 200 \text{ cm} = 2 \text{ m}$$

$$\text{उचाइ } (h) = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}$$

$$\text{चौडाइ } (b) = ?$$

$$\text{अब सूत्रानुसार } (V) = l \times b \times h$$

$$\text{अथवा } 0.6 = 2 \times b \times 0.5$$

$$\text{अथवा } 0.6 = b$$

$$\text{अथवा } b = \frac{6}{10} = 0.6 \text{ m} = 60 \text{ cm}$$

$$\text{अथवा } b = 60$$

अतः भाँडाका चौडाइ 60 cm छ ।

$$\therefore 1 \text{ l} = \frac{1}{1000} \text{ m}^3$$

उदाहरण ३

एउटा षड्मुखाको लम्बाइ चौडाइको तेब्बर छ । यदि यसको उचाइ र आयतन क्रमशः 8 cm र 864 cm^3 छ भने पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस :

समाधान

यहाँ आयतन (V) = 864 cm^3

$$\text{उचाइ } (h) = 8 \text{ cm}$$

$$\text{चौडाइ } (b) = x \text{ cm} \text{ मानौं}$$

$$\therefore \text{लम्बाइ } (l) = 3x \text{ cm}$$

$$\text{अब सूत्रानुसार } V = l \times b \times h$$

$$\text{अथवा } 864 = 3x \times x \times 8$$

$$\text{अथवा } 864 = 24x^2$$

$$\text{अथवा } x^2 = \frac{864}{24} = 36$$

$$\text{अथवा } x = 6$$

$$\text{अथवा } b = 6 \text{ cm}$$

$$\text{अथवा } l = 3x = 3 \times 6 = 18 \text{ cm}$$

$$\text{अब पूरा सतहको क्षेत्रफल} = 2(lb + bh + lh)$$

$$= 2(18 \times 6 + 6 \times 8 + 18 \times 8)$$

$$= 2(108 + 48 + 144)$$

$$= 600 \text{ cm}^2$$

अतः उक्त पद्ममुखाको पूरा सतहको क्षेत्रफल 600 cm^2 छ ।

उदाहरण 4

एउटा घनाकार ट्याइड्रीको एउटा किनाराको लम्बाई 1.5 m छ भने उक्त ट्याइड्रीमा कति लिटर पानी अटाउँछ, पत्ता लगाउनुहोस ।

समाधान

यहाँ घनाकार ट्याइड्रीको किनाराको लम्बाई (a) $= 1.5 \text{ m}$

आयतन (V) = ?

$$\text{अब सूत्रानुसार } V = a^3$$

$$= (1.5)^3$$

$$= 3.375 \text{ m}^3$$

$$= 3.375 \times 1000 \text{ l}$$

$\therefore 1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ l}$

$$\text{अथवा } V = 3375 \text{ l}$$

अतः उक्त भाँडामा 3375 l पानी अटाउँछ ।

उदाहरण ५

एउटा घनाकार ट्याइकीमा 216000 लिटर पानी अटाउँछ भने यसको पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् :

समाधान

यहाँ घनको आयतन (V) = 216000 l

$$= \frac{216000}{1000} \text{ m}^3 = 216 \text{ m}^3$$

$$\because 1 \text{ l} = \frac{1}{1000} \text{ m}^3$$

घनको भुजाको लम्बाई (a) = ?

अब सूत्रानुसार $V = a^3$

$$216 \text{ m}^3 = a^3$$

$$a = \sqrt[3]{216}$$

$$\text{अथवा } a = 6 \text{ m}$$

अब पूरा सतहको क्षेत्रफल (A) = $6a^2$

$$= 6 \times 6^2$$

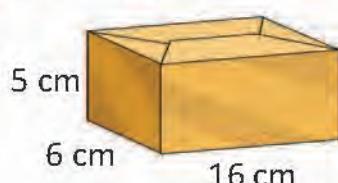
$$= 216 \text{ m}^2$$

अतः उक्त घनको पूरा सतहको क्षेत्रफल 216 m^2 छ ।

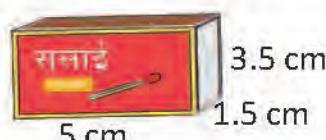
अभ्यास 9.3

१. तल दिइएका ठोस वस्तुको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् :

(क)

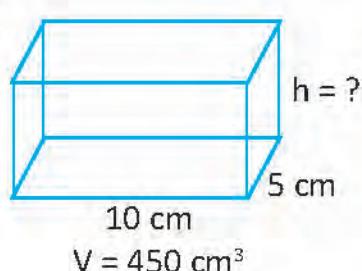


(ख)

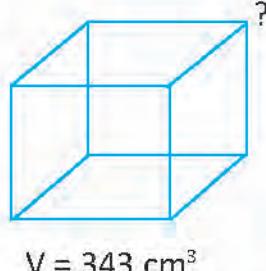


२. तल दिइएका ठोस वस्तुहरूमा थाहा नभएका किनारा पत्ता लगाउनुहोस् :

(क)

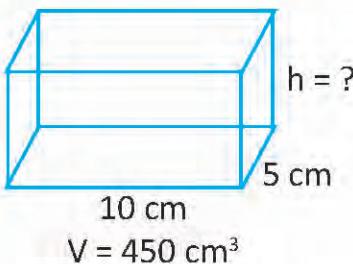


(ख)

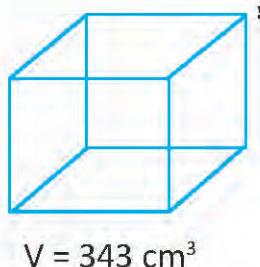


2. तल दिइएका ठोस वस्तुहरूमा थाहा नभएका किनारा पत्ता लगाउनुहोस् :

(क)



(ख)



3. एउटा कोठाको लम्बाई 5 m , चौडाई 4 m र उचाई 3 m छ। उक्त कोठाको आयतन कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस्।
4. एउटा बैठक कोठाको लम्बाई यसको उचाईको दोब्बर छ। उक्त कोठाको चौडाई 8 m र आयतन 576 m^3 भए, कोठाको पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस्।
5. एउटा ढाइसको एउटा किनाराको लम्बाई 9 cm छ। उक्त ढाइसको आयतन पत्ता लगाउनुहोस्।
6. (क) एउटा घनाकार बाकसको आयतन 512 cm^3 छ। उक्त बाकसको पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस्।
(ख) एउटा घनाकार वस्तुको आयतन 125 cm^3 छ। उक्त वस्तुको एउटा किनाराको लम्बाई र पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस्।
7. लम्बाई 4 cm , चौडाई 2 cm र उचाई 1 cm भएको एउटा पडमुखाकार सुनको टुक्रालाई पगालेर घनाकार बनाइएको छ भने,
(क) घनाकार सुनको टुक्राको आयतन पत्ता लगाउनुहोस्।
(ख) घनाकार सुनको टुक्राको पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस्।
8. लम्बाई 32 cm , चौडाई 16 cm र उचाई 8 cm भएको दुधको भाँडो पूर्ण रूपले भरिएको छ। 8 cm लम्बाई भएको एउटा घनाकार भाँडाले कति पटक झिकदा उक्त भाँडो खाली हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस्।

9. (क) एउटा गाँउमा पानीको लागि 64000 l पानी अटाउने पछमुखाकार ट्याङ्कीको निर्माण गर्दा लम्बाइ 8 m र चौडाइ 4 m भएको कति गहिरो ट्याङ्की बनाउनुपर्ना, पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (ख) कुनै विद्यालयका लागि 216000 l पानी अटाउने घनाकार ट्याङ्कीको निर्माण गर्दा उक्त ट्याङ्कीको आधारले कति क्षेत्रफल ओगट्छ ।

परियोजना कार्य

आफ्नो घर वरिपरि भएका घनाकार वस्तुको सङ्कलन गरी तिनीहरूको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् र आफ्नो कार्यको नतिजा कक्षामा छलफल गनुहोस् ।

उत्तर

- | | | |
|---------------------------|--------------------------------------|-----------------------|
| 1. (क) 480 cm^3 | (ख) 26.25 cm^3 | |
| 2. (क) 9 cm | (ख) 7 cm | |
| 3. 60 m^3 | 4. 432 m^2 | 5. 729 cm^3 |
| 6. (क) 384 cm^2 | (ख) $5 \text{ cm}, 150 \text{ cm}^2$ | |
| 7. (क) 8 cm^3 | (ख) 24 cm^2 | |
| 8. 8 पटक | 9. (क) 2 m | (ख) 36 m^2 |

9.4 वृत्तको परिधि र व्यासको सम्बन्ध तथा यसको प्रयोग (Relation between Circumference and Diameter of Circle and its Uses)

क्रियाकलाप 1

एउटा सिक्का लिनुहोस् र उक्त सिक्कालाई धागाले एक फन्को घुमाउनुहोस् र धागाको लम्बाइ नाप्नुहोस् वा स्केल गरिएको सतहमा एउटा सिक्कालाई एक फन्को घुमाउनुहोस् र यसको दुरी नाप्नुहोस्।



अब चित्रमा दुई बिन्दु A र B को दुरी पत्ता लगाउनुहोस्।

यहाँ बिन्दु A र B बिचको दुरी = 2 cm

धागाको लम्बाइ (l) = 6.28 cm

अब धागाको लम्बाइ CD लाई AB ले भाग

$$\text{गर्दा } \frac{6.28}{2} = 3.14 \text{ हुन्छ।}$$

दुवैका परिधिलाई तिनीहरूको व्यासले भाग गर्दा करिब 3.14 आउँछ।

अथवा, $c = \pi d = 2\pi r$ हुन्छ। [∵ व्यास (d) = 2 × अर्धव्यास]

त्यसै गरी एउटा चुरा लिनुहोस्। त्यसको व्यास र परिधि पत्ता लगाई त्यसको अनुपात पत्ता लगाउनुहोस्। के सिक्काको परिधिलाई त्यसको व्यासले भाग गर्दा आउने मान र चुराको परिधिलाई त्यसको व्यासले भाग गर्दा आउने मान एउटै आयो ?

3.14 भन्नाले यो एक अचर मान हो

यसलाई ग्रिक अक्षर 'π'ले जनाइन्छ।

$$\text{अतः } \frac{c}{d} = \pi$$



उदाहरण १

एउटा वृत्तको व्यास 14 cm छ भने उक्त वृत्तको अर्धव्यास र परिधि पत्ता लगाउनुहोस ।

$$(\pi = \frac{22}{7})$$

समाधान

$$\begin{aligned} \text{यहाँ } \text{वृत्तको व्यास } (d) &= 14\text{ cm} \\ \therefore \text{वृत्तको अर्धव्यास } (r) &= \frac{d}{2} \\ &= \frac{14}{2} \\ &= 7 \end{aligned}$$

$$[\because d = 2r]$$

$$\begin{aligned} \text{फेरि } \text{वृत्तको परिधि } (c) &= 2\pi r \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \\ &= 44\text{ cm} \end{aligned}$$

अतः वृत्तको अर्धव्यास 7 cm र परिधिको लम्बाइ $= 44\text{ cm}$ छ ।

उदाहरण २

एउटा वृत्ताकार सुनको आँठीको परिधि 7 cm छ । उक्त आँठीको व्यास पत्ता लगाउनुहोस ।

$$(\pi = \frac{22}{7})$$

समाधान

$$\text{यहाँ } \text{वृत्तको परिधि } (c) = 7\text{ cm}$$

$$\text{वृत्तको व्यास } (d) = ?$$

अब सूत्रानुसार,

$$\begin{aligned} c &= \pi d \\ \text{अथवा } d &= \frac{c}{\pi} \\ &= \frac{7}{\frac{22}{7}} \\ &= \frac{7 \times 7}{22} \\ &= 2.23\text{ cm} \end{aligned}$$

अतः आँठीको व्यास $(d) = 2.23\text{ cm}$

उदाहरण ३

एउटा वृत्ताकार माछा पोखरीको व्यास 56 m छ। यसलाई 5 पटक वरिपरि काँडेतार लगाउन कति तार चाहिन्छ, पत्ता लगाउनुहोस। ($\pi = \frac{22}{7}$)

समाधान

यहाँ माछा पोखरीको व्यास (d) = 56 m
माछा पोखरीको परिधिको लम्बाइ (c) = ?

सूत्रानुसार,

$$\begin{aligned}c &= \pi d \\&= \frac{22}{7} \times 56\text{ m} \\&= 176\text{ m}\end{aligned}$$

$$\begin{array}{lll} \text{काँडेतारले एक पटक घेरा लगाउन चाहिने तार} & = 176\text{ m} \\ \therefore \quad \text{काँडेतारले } 5 \text{ पटक घेरा लगाउन चाहिने तार} & = 176 \times 5\text{ m} \\ & = 880\text{ m} \end{array}$$

अतः तारको लम्बाइ 880 m हुन्छ।

उदाहरण ४

रामले एउटा साइकलबाट 440 m दुरी पार गर्दा पाड्ग्रा 100 पटक घुमेछ भने उक्त पाड्ग्राको अर्धव्यास पत्ता लगाउनुहोस। ($\pi = \frac{22}{7}$)

समाधान

यहाँ पाड्ग्रा 100 पटक घुमाउँदा पार गरेको दुरी = 440 m
पाड्ग्राको अर्धव्यास (r) = ?

$$\text{पाड्ग्राको परिधि (C)} = \frac{440}{100} = 4.4\text{ m} = 4.4 \times 100\text{ cm} = 440\text{ cm.}$$

अब सूत्रानुसार,

$$\begin{aligned}C &= \pi d \\ \text{अथवा} \quad 440 &= \frac{22}{7} \times d \\ \text{अथवा} \quad d &= \frac{440 \times 7}{22} \\ \text{अथवा} \quad 2r &= 140\end{aligned}$$

$$\text{अथवा } r = \frac{140}{2} = 70 \text{ cm}$$

अतः पाढ्याको अर्धव्यास = 70 cm

अभ्यास 9.4

1. तल दिइएका नापका आधारमा वृत्तको परिधि पत्ता लगाउनुहोस् : ($\pi = \frac{22}{7}$)
 (क) $r = 3.5 \text{ cm}$ (ख) $r = 49 \text{ cm}$ (ग) $r = 10.5 \text{ cm}$
 (घ) $d = 70 \text{ m}$ (ड) $d = 17.5 \text{ cm}$ (च) $d = 56 \text{ m}$
2. तल दिइएका वृत्तको परिधिको लम्बाइबाट वृत्तको अर्धव्यास पत्ता लगाउनुहोस् :
 (क) $c = 176 \text{ cm}$ (ख) $c = 308 \text{ cm}$ (ग) $c = 616 \text{ cm}$
 (घ) $c = 660 \text{ m}$ (ड) $c = 242 \text{ cm}$ (च) $c = 330 \text{ m}$
3. (क) 14 m को लम्बाइको डोरीले बाँधेको बाखो डोरी तन्काएर वरिपरि हिँड्छ भने बाखाले 5 पटक घुम्दा कति दुरी हिँड्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।
 (ख) 77 cm व्यास भएको एउटा कारको पाढ्याले 50 पटक गुङ्दा कति मिटर दुरी पार गर्दछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।
4. (क) 35 cm अर्धव्यास भएको एउटा साइकलको पाढ्याले 44 m दुरी पार गर्न कति पटक गुङ्दनुपर्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।
 (ख) 140 m व्यास भएको वृत्ताकार पोखरीमा वरिपरि कति पटक दौड्दा 17.6 km दुरी पार गर्न सक्छन्, पत्ता लगाउनुहोस् ।
5. (क) एउटा बसको पाढ्या 20 पटक गुङ्दा 44 m दुरी पार गर्दछन् भने पाढ्याको अर्धव्यास पत्ता लगाउनुहोस् ।
 (ख) सीताले एउटा वृत्ताकार पोखरीको वरिपरि 15 पटक हिँड्दा 1 km 980 m दुरी हिँड्छन् भने पोखरीको अनुमानित व्यास पत्ता लगाउनुहोस् ।

परियोजना कार्य

आफ्नो घर वरिपरि रहेका वृत्ताकार वस्तुहरूको व्यास नापी परिधिको लम्बाइ निकालुहोस् । साथै परिधि र व्यासको अनुपात निकालुहोस् र नतिजा कक्षामा छलफल गर्नुहोस् ।

उत्तर

1. (क) 22 cm (ख) 308 cm (ग) 66 cm (घ) 220 m
(ड) 55 m (च) 176 m
2. (क) 28 cm (ख) 49 m (ग) 98 m (घ) 105 m
(ड) 38.5 cm (च) 52.5 m
3. (क) 440 m (ख) 121 m
4. (क) 20 पटक (ख) 40 पटक
5. (क) 35 cm (ख) 42 cm

सिद्धित अभ्यास

1. रामले 30 ft, 24 ft र 27 ft किनारा भएको त्रिभुजाकार जग्गा खरिद गरेछन् भने जग्गाको वरिपरिको लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।
2. एउटा समबाहु त्रिभुजको परिमिति 23.25 cm छ भने एउटा भुजाको लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।
3. रामले 440 मि. लामो जाली रु. 35,200 मा किनेछन् । उनले उक्त जाली प्रयोग गरी आफ्नो त्रिभुजाकार जग्गालाई घेरा लगाएछन् जहाँ जग्गाको तीन किनाराको लम्बाइ क्रमशः 9 m, 8 m र 5 m छ । उनले कति पटक जग्गालाई घेरा लगाएछन् ? एकपटक घेरा लगाउँदा कति खर्च लागेछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।
4. (क) एउटा घनाकार ट्याइकीमा 343000 l पानी अटाउँछ भने उक्त ट्याइकीको पूरा सतहको क्षेत्रफल निकालुहोस् ।
(ख) एउटा घनाकार ट्याइकीको पूरा सतहको क्षेत्रफल 1776 m^2 छ भने उक्त ट्याइकीमा कति लिटर पानी अटाउँछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

5. (क) एउटा पछमुखाको चौडाइको दोब्बर लम्बाइ छ । यदि यसको उचाइ 10 cm र आयतन 8000 cm^3 भए पूरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।
- (ख) एउटा कोठाको चौडाइ 8 m र उचाइ 4 m छ । उक्त कोठाको पूरा सतहको क्षेत्रफल 304 m^2 भए उक्त कोठाको आयतन कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।
6. एउटा पछमुखाको लम्बाइ चौडाइको दोब्बर छ । यदि उक्त पछमुखाको उचाइ र पूरा सतहको क्षेत्रफल क्रमशः 10 cm र 736 cm^2 भए उक्त पछमुखाको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।
7. एउटा कोठाको लम्बाइ चौडाइको तेब्बर छ । उक्त कोठाको उचाइ 2 m र आयतन 96 m^3 भए,
- (क) कोठाको लम्बाइ र चौडाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (ख) कोठको पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।
8. एउटा 44 m लम्बाइ भएको तारलाई बद्धयाएर त्रिभुजाकार बनाइएको छ । यदि दुई किनाराको लम्बाइ 16 m र 17 m भए वाँकी किनाराको लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।
9. एउटा घनको पूरा सतहको क्षेत्रफल 600 cm^2 छ भने उक्त घनको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।
10. एउटा घनको आयतन 1728 cm^2 छ । घनको पूरा सतहको क्षेत्रफल एउटा पछमुखाको पूरा सतहको क्षेत्रफलसँग बराबर छ । यदि पछमुखाको उचाइ 8 cm र चौडाइ 12 cm भए लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।
11. एउटा घनाकार चाँदीको टुक्राको पूरा सतहको क्षेत्रफल 150 cm^2 छ । यदि यसलाई पगालेर 5 cm चौडाइ र 4 cm उचाइ भएको पछमुखा बनाइएको छ भने उक्त पछमुखाको लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।
12. एउटा ट्रकको पाड्ग्रा 400 पटक गुड्दा 2.2 km दुरी पार गर्दछन् भने पाड्ग्राको अर्धव्यास पत्ता लगाउनुहोस् ।
13. लम्बाइ 1 m चौडाइ 90 cm र उचाइ 60 cm को पानीले पुरै भरिएको एउटा पछमुखा ट्याङ्कीको पानी 30 cm किनारा भएको घनाकार भाँडाले कति पटक पानी फाल्दा ट्याङ्की पूर्ण रूपले खाली हुन्छ पत्ता लगाउनुहोस् ।

14. एउटा कोठाको लम्बाइ 8 m , चौडाइ 6 m र उचाइ 2 m छ भने।

- (क) कोठाको पूरा सतहमा प्रति वर्ग मि. रु 50 का दरले रड लगाउँदा कति रकम लाग्छ पत्ता लगाउनुहोस्।
- (ख) प्रति विद्यार्थी 0.5 m^2 ठाउँ दिइयो भने उक्त कोठामा कति विद्यार्थी अटाउँछन् पत्ता लगाउनुहोस्।

उत्तर

- | | | |
|---|------------------------|-----------------------|
| 1. 81 ft | 2. 7.75 cm | 3. 20 पटक |
| 4. (क) 294 m^2 | (ख) 2744000 l | |
| 5. (क) 2800 cm^2 | (ख) 320 m^3 | 6. 1280 cm^3 |
| 7. $l = 12\text{ m}, b = 4\text{ m}, h = 2\text{ m}$ र $A = 160\text{ m}^2$ | | |
| 8. 11 m | 9. 1000 m^3 | 10. 16.8 cm |
| 11. 6.25 cm | 12. 87.5 cm | 13. 20 पटक |
| 14. (क) रु. 7600 | (ख) 192 जना | |

10.0 पुनरबलोकन (Review)

तलका क्रियाकलाप अध्ययन गरी छलफल गर्नुहोस् ।

तल एउटै सङ्ख्यालाई लगातार गुणन गर्ने ढाँचा दिइएको छ, यसलाई पूरा गर्नुहोस् ।

लगातार गुणन किया

पद्धति तरिका

$$3 \times 3$$

$3^2 = 3$ को घातांक 2

$$3 \times 3 \times 3$$

$3^3 = 3$ को घातांक 3

$$3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$3^4 = 3$ को घातांक 4

...

...

$$a \times a \times a \times a \times \dots n \text{ ओटा}$$

$a^n = a$ को घातांक n

3^5 मा आधार 3 र घातांक 5 हो ।

2^3 मा आधार 2 र घातांक 3 हो ।

आधार $\longrightarrow 2^3 \longleftarrow$ घातांक

कुनै सङ्ख्यालाई त्यही सङ्ख्याले धेरै पटक गुणन गर्ने क्रियालाई जनाउन घातांकको प्रयोग गरिन्छ ।

a^n मा a आधार, n लाई घातांक र a^n लाई a को घात भनिन्छ ।

10.1 घातांकका नियमहरू (Laws of Indices)

क्रियाकलाप 1

तलको ढाँचा अध्ययन गरी छलफल गर्नुहोस् :

$$a^1 \times a^1 = a^{1+1} = a^2$$

$$a^2 \times a^1 = a^{2+1} = a^3$$

$$a^3 \times a^1 = a^{3+1} = a^4$$

...

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

नियम १: एउटै आधार भएका घातहरूको गुणन गर्दा आधार उही रहन्छ र घाताङ्कहरू जोडिन्छन् ।

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

क्रियाकलाप २

तलको ढाँचा अध्ययन गरी छलफल गर्नुहोस् :

$$2^2 \div 2^1 = \frac{2^2}{2} = \frac{2 \times 2}{2} = 2 = 2^1 = 2^{2-1}$$

$$3^3 \div 3^1 = \frac{3^3}{3} = \frac{3 \times 3 \times 3}{3} = 9 = 3^2 = 3^{3-1}$$

$$5^5 \div 5^2 = \frac{5^5}{5^2} = \frac{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}{5 \times 5} = 125 = 5^3 = 5^{5-2}$$

...

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

नियम २: एउटै आधार भएका घातहरूको भाग गर्दा आधार उहि रहन्छ र अंशको घाताङ्कबाट हरको घाताङ्क घटाइन्छ ।

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

क्रियाकलाप ३

तलको ढाँचा अध्ययन गर्नुहोस् र खाली ठाउँ भर्नुहोस् :

$$2 \div 2 = \frac{2}{2} = 2^{1-1} = 2^0 = 1$$

$$3^3 \div 3^3 = \frac{3^3}{3^3} = 3^{3-3} = 3^0 = 1$$

$$4^3 \div 4^3 = \frac{4^3}{4^3} = 4^{3-3} = 4^0 = 1$$

$$5^3 \div 5^3 = \dots$$

$$6^3 \div 6^3 = \dots$$

...

$$a^m \div a^m = \dots$$

नियम ३ : शून्यबाहेकका कुनै पनि सद्बृह्याको घाताङ्क शून्य छ भने त्यसको मान १ हुन्छ ।

$$a^0 = 1 \text{ जहाँ } a \neq 0 \text{ छ ।}$$

उदाहरण १

तलका गुणनखण्डलाई घाताङ्कमा व्यक्त गर्नुहोस् :

(क) $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

समाधान

$$\begin{aligned} \text{यहाँ } & 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \\ & = 5^5 \end{aligned}$$

(ख) $(-3y) \times (-3y) \times (-3y) \times (-3y) \times (-3y) \times (-3y)$

समाधान

$$\begin{aligned} \text{यहाँ } & (-3y) \times (-3y) \times (-3y) \times (-3y) \times (-3y) \times (-3y) \\ & = (-3y)^6 \end{aligned}$$

उदाहरण २

गुणनफल निकाल्नुहोस् :

(क) $2^3 \times 2^{-2}$ (ख) $(3a)^4 \times (3a)^3 \times (3a)^{-7}$

समाधान

$$\begin{aligned} \text{यहाँ,} \\ \text{(क)} & 2^3 \times 2^{-2} \\ & = 2^{3-2} \\ & = 2^1 \\ & = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ख)} & (3a)^4 \times (3a)^3 \times (3a)^{-7} \\ & = (3a)^{4+3-7} \\ & = (3a)^0 \\ & = 1 \end{aligned}$$

उदाहरण ३

सरल गुणहोस् :

$$(क) (a+b)^3 \times (a+b)^5 \quad (ख) (3xy)^5 \div 9x^2y^2 \quad (ग) \frac{10a^4 \times 15a^5}{75a^8}$$

समाधान

यहाँ,

$$\begin{aligned} (क) & (a+b)^3 \times (a+b)^5 \\ &= (a+b)^{3+5} \\ &= (a+b)^8 \end{aligned}$$

$$(ख) (3xy)^5 \div 9x^2y^2$$

$$\begin{aligned} &= \frac{3^5 x^5 y^5}{9x^2y^2} \\ &= \frac{3^5}{9} \times \frac{x^5}{x^2} \times \frac{y^5}{y^2} \\ &= 3^{5-2} x^{5-2} y^{5-2} \\ &= 3^3 x^3 y^3 \\ &= 27 x^3 y^3 \end{aligned}$$

$$(ग) \frac{10a^4 \times 15a^5}{75a^8}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{2 \times 5 \times a^4 \times 3 \times 5 \times a^5}{3 \times 5 \times 5 \times a^8} \\ &= \frac{2 \times 3 \times 5^2 \times a^4 \times a^5}{3 \times 5^2 \times a^8} \\ &= 2 \times 3^{1-1} \times 5^{2-2} \times a^{4+5-8} \\ &= 2 \times 3^0 \times 5^0 \times a^{9-8} \\ &= 2 \times 1 \times 1 \times a^1 \\ &= 2a \end{aligned}$$

उदाहरण 4

यदि $a + b + c = 0$ भए $x^{a-b} \times x^{a+b} \times x^{b+c} \times x^{b-c} \times x^{c+a} \times x^{c-a}$ को मान निकालुहोस् :

समाधान

$$\begin{aligned}
 & x^{a-b} \times x^{a+b} \times x^{b+c} \times x^{b-c} \times x^{c+a} \times x^{c-a} \\
 &= x^{a-b+a+b} \times x^{b+c+b-c} \times x^{c+a+c-a} \\
 &= x^{2a} \times x^{2b} \times x^{2c} \\
 &= x^{2a+2b+2c} \\
 &= x^{2(a+b+c)} \\
 &= x^{2 \times 0} \\
 &= x^0 \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

अभ्यास 10

1. तलका लगातार गुणन क्रियालाई घातांकका रूपमा लेखुहोस् :

- (क) $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$
- (ख) $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$
- (ग) $x \times x \times x \times x$
- (घ) $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$
- (ङ) $(-2a) \times (-2a) \times (-2a) \times (-2a) \times (-2a)$
- (च) $\left(-\frac{1}{a}\right) \times \left(-\frac{1}{a}\right) \times \left(-\frac{1}{a}\right) \times \left(-\frac{1}{a}\right)$

2. तलका प्रत्येक घातलाई लगातार गुणन क्रियामा व्यक्त गर्नुहोस् :

- (क) 3^3
- (ख) $(-2)^4$
- (ग) $(3x)^5$
- (घ) $\left(\frac{1}{2}\right)^6$

3. तलका सङ्ख्याको रूद गुणनखण्ड पत्ता लगाई घातका रूपमा व्यक्त गर्नुहोस् :

- | | | |
|---------|-----------------------|----------------------|
| (क) 128 | (ख) 243 | (ग) 625 |
| (घ) 343 | (ड) $\frac{1}{10000}$ | (च) $\frac{1}{1728}$ |

4. मान पत्ता लगाउनुहोस् :

- | | | |
|----------------------------|-----------------------------|-----------------------|
| (क) 3×2^2 | (ख) $5^2 \times 3^3$ | (ग) $7^2 \times 2^3$ |
| (घ) $(-5)^3 \times (-2)^4$ | (ङ) $(a^4) \times (a^{-4})$ | (च) $\frac{2^4}{2^3}$ |

5. सरल गर्नुहोस् :

- (क) $p^{b-c} \times p^{a-b} \times p^{c-a}$
 (ख) $m^{a-b} \times m^{a+b} \times m^{b+c} \times m^{b-c} \times m^{c+a} \times m^{c-a}$

6. $x + y + z = 0$ भए प्रमाणित गर्नुहोस् :

$$p^{x-y} \times p^{x+y} \times p^{y+z} \times p^{y-z} \times p^{z+x} \times p^{z-x} = 1$$

7. यदि $x = 1$, $y = 2$ र $z = -1$ भए तलका पदहरूको मान निकाल्नुहोस् :

- | | | | |
|----------------------|------------------|----------------|-----------------|
| (क) x^3 | (ख) y^x | (ग) $z^{(xy)}$ | (घ) $(xy)^{-2}$ |
| (ड) $3^x \times 2^y$ | (च) $(xyz)^{-1}$ | (छ) $3y^x z^2$ | |

उत्तर

- | | | | |
|----|--|--|-----------------------------------|
| 1. | (क) 3^5 | (ख) 4^6 | (ग) x^4 |
| | (घ) $\left(\frac{1}{3}\right)^7$ | (ङ) $(-2a)^5$ | (च) $\left(-\frac{1}{a}\right)^4$ |
| 2. | (क) $3 \times 3 \times 3$ | (ख) $(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$ | |
| | (ग) $3x \times 3x \times 3x \times 3x \times 3x$ | | |
| | (घ) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ | | |
| 3. | (क) 2^7 | (ख) 3^5 | (ग) 5^4 |
| | (घ) 7^3 | (ङ) $\frac{1}{2^4 \times 5^4}$ | (च) $\frac{1}{3^3 \times 2^6}$ |
| 4. | (क) 12 | (ख) 675 | (ग) 392 |
| | (घ) -2000 | (ङ) 1 | (च) 2 |
| 5. | (क) 1 | (ख) $m^{2a+2b+2c}$ | 6. शिक्षकलाई देखाउनुहोस्। |
| 7. | (क) 1 | (ख) 2 | (ग) 1 |
| | (ङ) 12 | (च) $\frac{1}{2}$ | (घ) $\frac{1}{4}$ |
| | | (छ) 6 | |

बीजीय अभिव्यञ्जक (Algebraic Expression)

पाठ 11

11.0 पुनरवलोकन (Review)

तल दिइएका प्रश्नहरूमा छलफल गर्नुहोस् :

- (क) $(3x^2 + 3x)$ मा कतिओटा पदहरू छन् ?
(ख) $(3x + 7x)$ मा भएका पद सजातीय वा विजातीय कस्ता पद हुन् ?
(ग) $(3x + 9)$ मा 9 ले केलाई प्रतिनिधित्व गर्दछ ?
(घ) $3x^2$ मा 3, x र 2 ले के केलाई जनाउछ ?



- चल वा अचल राशिका बिचमा गणितीय क्रिया सूचक चिह्नहरू प्रयोग गरी गणितीय सङ्केतमा लेखिएका भनाइलाई बीजीय अभिव्यञ्जक भनिन्छ ।
- एउटै आधार र घाताङ्क भएका पदहरूलाई सजातीय पदहरू (Like Terms) र फरक फरक आधार र घाताङ्क भएका पदहरूलाई विजातीय पदहरू (Unlike Terms) भनिन्छ ।
- सजातीय पदहरूलाई जोड्न वा घटाउन सकिन्छ । गुणन क्रिया गर्दा सजातीय पदका चल राशिका घाताङ्कलाई जोडिन्छ र गुणाङ्कलाई गुणन गरी चल राशिको अगाडि राखिन्छ ।
- त्यस्तै एउटै आधार भएका घातहरूको भाग गर्दा आधार उही रहन्छ र अंशको घाताङ्कबाट हरको घाताङ्क घटाइन्छ ।

बीजीय अभिव्यञ्जकमा प्रयोग हुने केही आधारभूत शब्दहरू तल दिइएका छन् :

चल राशि (Constant) : जुनसुकै अवस्थामा पनि एउटा मात्र मान हुने राशिलाई अचल राशि भनिन्छ ।

चल राशि (Variable) : कुनै राशिको मान अवस्थाअनुसार फरक फरक भए त्यसलाई चल राशि भनिन्छ ।

पदहरू (Terms) : चल राशि वा अचल राशि वा दुवैलाई गुणन र भाग चिह्नद्वारा संयोजन गरिएमा त्यसलाई पद भनिन्छ ।

गुणाङ्क (Coefficient) : कुनै पदमा चल राशिलाई गुणा गर्ने राशिलाई गुणाङ्क भनिन्छ ।

11.1 द्विपदीय अभिव्यञ्जकलाई द्विपदीय अभिव्यञ्जकले गुणन

(Multiplication of Binomial Expression by Binomial Algebraic Expression)

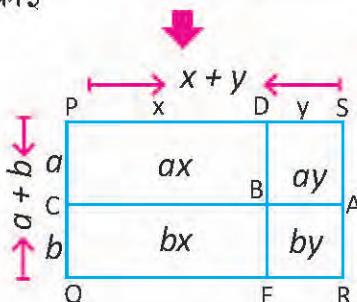
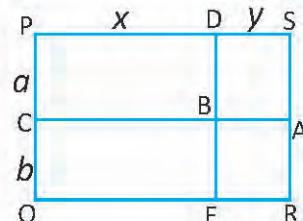
क्रियाकलाप 1

चित्रमा दिइएको आयत PQRS को लम्बाइ $(x + y)$ एकाइ र चौडाइ $(a + b)$ एकाइ छ। समूहमा छलफल गरी आयत PQRS को क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस्।

यहाँ आयत PQRS को क्षेत्रफल = आयत PCBD + आयत DBAS + आयत CQEB + आयत BERA

आयत PQRS को क्षेत्रफल = $(ax + ay + bx + by)$ वर्ग एकाइ
अतः $(a + b)(x + y) = (ax + ay + bx + by)$

दुई पदीय अभिव्यञ्जकले दुई पदीय अभिव्यञ्जकलाई गुणन गर्दा पहिलो अभिव्यञ्जकको प्रत्येक पदले दोस्रो अभिव्यञ्जकको प्रत्येक पदलाई क्रमशः गुणन गरी जोड्नुपर्दछ।



11.2 त्रिपदीय अभिव्यञ्जकलाई द्विपदीय अभिव्यञ्जकले गुणन

(Multiplication of Trinomial Expression by Binomial Algebraic Expression)

क्रियाकलाप 2

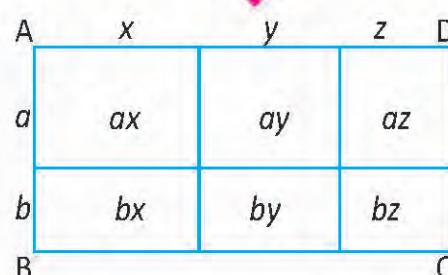
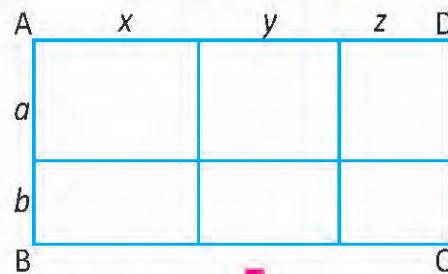
दिइएको चित्रमा लम्बाइ $(x + y + z)$ एकाइ र चौडाइ $(a + b)$ एकाइ भएको एउटा आयत खिचिएको छ। उक्त आयतको क्षेत्रफल कसरी पत्ता लगाउन सकिन्छ? छलफल गरी पत्ता लगाउनुहोस्।

यहाँ आयत ABCD को क्षेत्रफल

$$= \text{लम्बाइ} \times \text{चौडाइ}$$

$$= (x + y + z) \times (a + b) \text{ वर्ग एकाइ}$$

अब आयत ABCD को क्षेत्रफल



$$\begin{aligned}
 &= 6 \text{ ओटा टुक्रा आयतको क्षेत्रफल} \\
 &= (ax + ay + az + bx + by + bz) \text{ वर्ग एकाइ} \\
 \text{अतः } &(a+b)(x+y+z) = (ax + ay + az + bx + by + bz)
 \end{aligned}$$

दुईपदीय अभिव्यञ्जकले त्रिपदीय अभिव्यञ्जकलाई गुणन गर्दा द्विपदीयका प्रत्येक पदले त्रिपदीयको प्रत्येक पदलाई क्रमशः गुणन गर्नुपर्दछ र जोड्नुपर्दछ ।

उदाहरण १

सरल गर्नुहोस् :

$$3x(x+y) - 2y(x-y) + 4(xy - x^2)$$

समाधान

$$\begin{aligned}
 \text{यहाँ } &3x(x+y) - 2y(x-y) + 4(xy - x^2) \\
 &= 3x^2 + 3xy - 2xy + 2y^2 + 4xy - 4x^2 \\
 &= -x^2 + 5xy + 2y^2
 \end{aligned}$$

उदाहरण २

लम्बाई $(x + 2y)$ m र चौडाई $(3x - y)$ m भएको एउटा आयताकार जग्गाको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् :

समाधान

$$\text{यहाँ जग्गाको लम्बाई } (l) = (x + 2y) \text{ m}$$

$$\text{जग्गाको चौडाई } (b) = (3x - y) \text{ m}$$

$$\text{जग्गाको क्षेत्रफल } (A) = l \times b$$

$$\begin{aligned}
 &= (x + 2y) \times (3x - y) \\
 &= x(3x - y) + 2y(3x - y) \\
 &= 3x^2 - xy + 6xy - 2y^2 \\
 &= (3x^2 + 5xy - 2y^2) \text{ m}^2
 \end{aligned}$$

अतः उक्त जग्गाको क्षेत्रफल $(3x^2 + 5xy - 2y^2)$ m² हुन्छ ।

∴ पहिलो अभिव्यञ्जकका प्रत्येक पदले दोस्रो अभिव्यञ्जकका प्रत्येक पदलाई क्रमशः गुणन गर्दा

उदाहरण ३

दिएको चित्रको क्षेत्रफल निकालुहोस् :

समाधान

यहाँ लम्बाइ (l) = $(x + y)$ cm

चौडाइ (b) = $(2x - y)$ cm

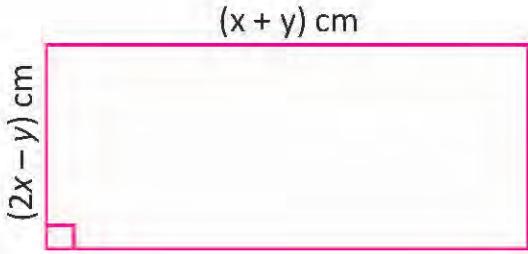
क्षेत्रफल (A) = $l \times b$

$$= (x + y) \times (2x - y)$$

$$= x(2x - y) + y(2x - y)$$

$$= 2x^2 - xy + 2xy - y^2$$

$$= (x^2 + xy - y^2) \text{ cm}^2$$



उदाहरण ४

गुणन गर्नुहोस् :

(a) $(5x - 2y) \times (7x - 2y)$

(b) $(2x - y) \times (x + 2y - 3z)$

समाधान

यहाँ

(a) $(5x - 2y) \times (7x - 2y)$

$$= 5x(7x - 2y) - 2y(7x - 2y)$$

$$= 35x^2 - 10xy - 14xy + 4y^2$$

$$= 35x^2 - 24xy + 4y^2$$

(b) $(2x - y) \times (x + 2y - 3z)$

$$= 2x(x + 2y - 3z) - y(x + 2y - 3z)$$

$$= 2x^2 + 4xy - 6xz - xy - 2y^2 + 3yz$$

$$= 2x^2 + 3xy - 6xz - 2y^2 + 3yz$$

उदाहरण ५

एउटा आयताकार बगैँचाको लम्बाइ $(2a - b + c)$ m र चौडाइ $(a + 2b)$ m छ भने त्यसको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् :

समाधान

यहाँ बगैँचाको लम्बाइ (l) = $(2a - b + c)$ m

बगैँचाको चौडाइ (b) = $(a + 2b)$ m

अब सूत्रानुसार बगैँचाको क्षेत्रफल (A) = $l \times b$

$$= (2a - b + c) \times (a + 2b)$$

$$= a(2a - b + c) + 2b(2a - b + c)$$

$$= 2a^2 - ab + ac + 4ab - 2b^2 + 2bc$$

$$= (2a^2 + 3ab + 2bc + ac - 2b^2) \text{ m}^2$$

अतः उक्त बगैँचाको क्षेत्रफल $(2a^2 + 3ab + 2bc + ac - 2b^2) \text{ m}^2$ हुन्छ ।

उदाहरण ६

$(5x - 3)$ र $(3x + 4)$ को गुणनफल निकाल्नुहोस् ? यदि $x = 2$ भए, उक्त गुणनफलको मान कर्ति हुन्छ ?

समाधान

यहाँ $(5x - 3)$ र $(3x + 4)$ को गुणनफल = $(5x - 3) (3x + 4)$

$$= 5x (3x + 4) - 3 (3x + 4)$$

$$= 15x^2 + 20x - 9x - 12$$

$$= 15x^2 + 11x - 12$$

अब $x = 2$ राख्दा

$$15x^2 + 11x - 12$$

$$= 15(2)^2 + 11 \times 2 - 12$$

$$= 60 + 22 - 12$$

$$= 82 - 12$$

$$= 70$$

उदाहरण 7

एउटा आयताकार चउरको लम्बाइ $(3a + 2b)$ m र चौडाइ $(2a - b + 3c)$ m छ भने,

(क) चउरको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) यदि $a = 2, b = 2$ र $c = 1$ भए चउरको वास्तविक क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् :

समाधान

यहाँ

(क) चउरको लम्बाइ (l) = $(3a + 2b)$ m

चउरको चौडाइ (b) = $(2a - b + 3c)$ m

चउरको क्षेत्रफल (A) = ?

सूत्रानुसार, चउरको क्षेत्रफल (A) = $l \times b$

$$= (3a + 2b) \times (2a - b + 3c)$$

$$= 3a(2a - b + 3c) + 2b(2a - b + 3c)$$

$$= 6a^2 - 3ab + 9ac + 4ab - 2b^2 + 6bc$$

$$= (6a^2 + ab + 9ac + 6bc - 2b^2) \text{ m}^2$$

(ख) $a = 2, b = 2$ र $c = 1$ छ ।

$$\text{क्षेत्रफल} = (6a^2 + ab + 9ac + 6bc - 2b^2)$$

$$= 6 \times 2^2 + 2 \times 2 + 9 \times 2 \times 1 + 6 \times 2 \times 1 - 2 \times 2^2$$

$$= 24 + 4 + 18 + 12 - 8$$

$$= 58 - 8$$

$$= 50 \text{ m}^2$$

अतः चउरको वास्तविक क्षेत्रफल = 50 m^2

अभ्यास 11.1

1. सरल गर्नुहोस् :

(क) $3x(x + 3) - 2x(2x + 1) + 8x(x - 1)$

(ख) $a(3a^2 - 2) - 5a^2(a + 1) - 3(a^3 - 1)$

(ग) $a^2(b^2 - c^2) + b^2(c^2 - a^2) + c^2(a^2 - b^2)$

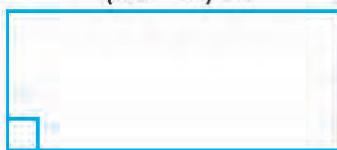
(घ) $\frac{a}{3}(a + 2) - \frac{a}{2}(a - 1) - 2a + 3$

2. गुणन गर्नुहोस् :

- (क) $(3x - 2y)(4x + 3y)$ (ख) $(2y - 1)(3 + 2y)$
 (ग) $(7x + 2y)(7x - 2y)$ (घ) $(x - y + z)(x + y)$
 (ङ) $(3x + 2)(x^2 - 2x + 1)$ (च) $(x^2 - 2x)(3x^2 + 2x + 3)$

3. तल दिइएका आयतको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् :

(क) $(5a - 3) \text{ m}$

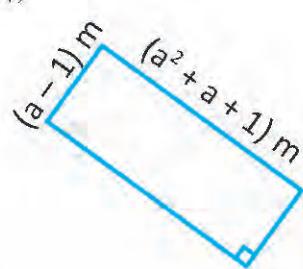


(ख)

$(a + 2) \text{ m}$

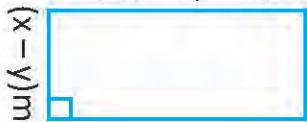


(ग)



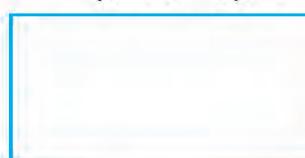
(घ)

$(2x + 3y - 2) \text{ m}$



(ङ)

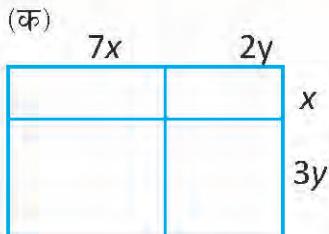
$(x^2 + x + 3) \text{ m}$



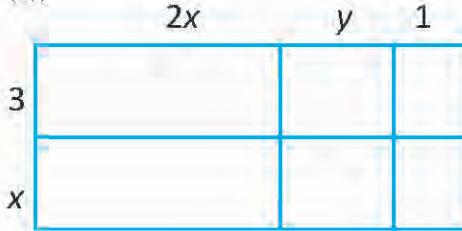
4. (क) एउटा आयताकार जग्गाको लम्बाई र चौडाई क्रमशः $(3x + 2) \text{ m}$ र $(2x - 7) \text{ m}$ भए उक्त जग्गाको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

- (ख) एउटा खेलकुद मैदानको लम्बाई $(3x - 2y) \text{ m}$ र चौडाई $(x - y + 3) \text{ m}$ छ । उक्त मैदानको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

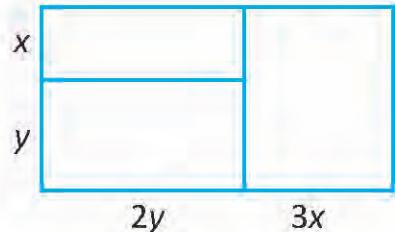
5. तल दिइएका प्रत्येक चित्रका आधारमा आयताकार वस्तुको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् :



(ग)



(घ)



6. $(3x+2) \text{ र } (2x-1)$ को गुणनफल पता लगाउनुहोस् । यदि $x=20$ भए गुणनफलको मान पता लगाउनुहोस् ।
7. $(7x-5y) \text{ र } (x+y-2)$ को गुणनफल पता लगाउनुहोस् । यदि $x=10$ र $y=5$ भए गुणनफलको मान पता लगाउनुहोस् ।

उत्तर

- | | |
|--|---|
| 1. (क) $7x^2 - x$ | (ख) $-5a^3 - 5a^2 - 2a + 3$ |
| (ग) 0 | (घ) $\frac{-a^2}{6} - \frac{5a}{6} + 3$ |
| 2. (क) $12x^2 + x - 6y^2$ | (ख) $4y^2 + 4y - 3$ |
| (ग) $49x^2 - 4y^2$ | (घ) $x^2 - y^2 + xz + yz$ |
| (ड) $3x^3 - 4x^2 - x + 2$ | (च) $3x^4 - 4x^3 - x^2 - 6x$ |
| 3. (क) $(10a^2 + 9a - 9)\text{cm}^2$ | (ख) $(5a^2 + 7a - 6) \text{ cm}^2$ |
| (ग) $(a^3 - 1)m^2$ | (घ) $2x^2 + xy - 2x + 2y - 3y^2$ |
| (ड) $(7x^3 + 5x^2 + 19x - 6) m^2$ | |
| 4. (क) $(6x^2 - 17x - 14)m^2$ | (ख) $(3x^2 - 5xy + 9x - 6y + 2y^2) m^2$ |
| 5. (क) $(7x^2 + 23xy + 6y^2)$ | (ख) $3a^2 + 5ab + 3bc + 3ac + 2b^2$ |
| (ग) $2x^2 + xy + 7x + 3y + 3$ | (घ) $3x^2 + 5xy + 2y^2$ |
| 6. $(6x^2 + x - 2), 2418$ | |
| 7. $7x^2 + 2xy - 14x + 10y - 5y^2), 585$ | |

11.3 द्विपदीय वा त्रिपदीय अभिव्यञ्जकलाई द्विपदीय अभिव्यञ्जकले भाग (Division of Binomial or Trinomial by Binomial Algebraic Expression)

क्रियाकलाप 1

क्षेत्रफल $(4x^2 - y^2)$ cm² र चौडाइ $(2x - y)$ cm भएको आयताकार सतहको लम्बाइ कति होला, छलफल गर्नुहोस् ।

$$(A) = (4x^2 - y^2) \text{ cm}^2$$

$$(2x - y) \text{ cm}$$

यहाँ आयताकार सतहको क्षेत्रफल (A) = $(4x^2 - y^2)$ cm²

$$\text{चौडाइ } (b) = (2x - y) \text{ cm}$$

$$\text{लम्बाइ } (l) = ?$$

अब क्षेत्रफल र चौडाइ दिइएको हुनाले लम्बाइ कसरी निकाल्न सकिन्छ, कक्षाकोठामा छलफल गर्नुहोस् ।

अब,

$$A = l \times b$$

$$\text{अथवा } l = \frac{A}{b} = \frac{4x^2 - y^2}{2x - y}$$

$4x^2 - y^2$ लाई $2x - y$ ले भाग गर्दा,

$$\begin{array}{r} 2x - y \) 4x^2 - y^2 \\ \underline{-} \quad \underline{4x^2 + 2xy} \\ \underline{\quad 2xy - y^2} \\ \underline{- \quad 2xy + y^2} \\ 0 \end{array}$$

जाँचेर हेर्दा,

$$\begin{aligned} & (2x - y)(2x + y) \\ &= 2x(2x + y) - y(2x + y) \\ &= 4x^2 + 2xy - 2xy - y^2 \\ &= 4x^2 - y^2 \end{aligned}$$

अतः उक्त आयताकार सतहको लम्बाइ $(2x + y)$ cm हुन्छ ।

चरण 1 : $2x$ लाई $4x^2$ बनाउन $2x$ ले गुणन गर्नुहोस् ।

चरण 2 : $2x$ ले $(2x - y)$ लाई गुणन गर्नुहोस् र घटाउनुहोस् ।

चरण 3 : $2x$ लाई $2xy$ बनाउन y ले गुणन गर्नुहोस् ।

चरण 4 : y ले $(2x - y)$ लाई गुणन गरी घटाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप 2

एउटा आयताकार फुटबल मैदानको क्षेत्रफल $(x^2 + 7x + 12) \text{ m}^2$ र लम्बाइ $(x + 4) \text{ m}$ छ भने चौडाइ कति होला ? छलफल गरी चित्र बनाउनुहोस् र पत्ता लगाउनुहोस् ।

$$\text{यहाँ क्षेत्रफल } (A) = (x^2 + 7x + 12) \text{ m}^2$$

$$\text{लम्बाइ } (l) = (x + 4) \text{ m}$$

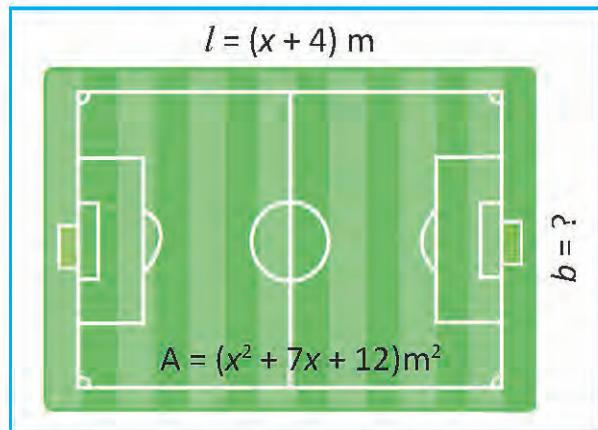
$$\text{चौडाइ } (b) = ?$$

अब,

$$A = l \times b$$

$$\text{अथवा } b = \frac{A}{l} \text{ हुन्छ}$$

$$b = \frac{x^2 + 7x + 12}{x + 4}$$



$(x + 4)$ ले $(x^2 + 7x + 12)$ लाई भाग गर्दा,

$$\begin{array}{r} x+4 \overline{) x^2 + 7x + 12} & (x+3 \\ - & x^2 + 4x \\ \hline & 3x + 12 \\ - & 3x + 12 \\ \hline & 0 \end{array}$$

चरण 1 : x लाई x^2 बनाउन x ले गुणन गरी घटाउनुहोस् ।

चरण 2 : x लाई $3x$ बनाउन 3 ले गुणन गर्नुहोस् र घटाउनुहोस् ।

जाँचेर हेदा,

$$(x + 3)(x + 4)$$

$$= x(x + 4) + 3(x + 4)$$

$$= x^2 + 4x + 3x + 12$$

$$= x^2 + 7x + 12$$

अतः उक्त फुटबल मैदानको चौडाइ $(x + 3) \text{ m}$ हुन्छ ।

क्रियाकलाप ३

$(2x^2 - 3x + 7)$ लाई $(2x - 1)$ ले भाग गरेको अध्ययन गरी छलफल गर्नुहोस् ।

यहाँ $(2x^2 - 3x + 7) \div (2x - 1)$

$$\begin{array}{r} 2x - 1 \) 2x^2 - 3x + 7 \\ \underline{-} \quad \underline{+} \\ -2x + 7 \\ \underline{-} \quad \underline{+} \\ -2x + 1 \\ \underline{+} \quad \underline{-} \\ 6 \end{array}$$

जाँचेर हेर्दा,

$$\begin{aligned} & (x - 1)(2x - 1) + 6 \\ &= x(2x - 1) - 1(2x - 1) + 6 \\ &= 2x^2 - x - 2x + 1 + 6 \\ &= 2x^2 - 3x + 7 \end{aligned}$$

\therefore भागफल (Quotient) = $(x - 1)$, भाजक (Divisor) = $(2x - 1)$

भाज्य (dividend) = $(2x^2 - 3x + 7)$ र शेष (Remainder) = 6

भाज्य (dividend) = भाजक (Divisor) \times भागफल (Quotient) + शेष (Remainder)

उदाहरण १

$(x^2 + 7x + 10)$ लाई $(x + 2)$ ले भाग गर्नुहोस् र जाँचेर पनि हेर्नुहोस् :

समाधान

$(x^2 + 7x + 10) \div (x + 2)$

$$\begin{array}{r} x + 2 \) x^2 + 7x + 10 \\ \underline{-} \quad \underline{+} \\ x^2 + 2x \\ \underline{-} \quad \underline{+} \\ 5x + 10 \\ \underline{-} \quad \underline{+} \\ 5x + 10 \\ \underline{-} \quad \underline{+} \\ 0 \end{array}$$

चरण १ : x लाई x^2 बनाउन x ले गुणन गर्नुपर्छ । त्यसैले $x + 2$ लाई x ले गुणन गरी भाज्यबाट घटाउनु पर्दछ ।

चरण २ : x लाई $5x$ बनाउन ५ ले गुणन गर्नुहोस् र घटाउनुहोस् ।

जाँचेर हेर्दा,

$$(x + 2)(x + 5)$$

$$= x(x + 5) + 2(x + 5)$$

$$= x^2 + 5x + 2x + 10$$

$$= x^2 + 7x + 10$$

अतः भागफल = $(x + 5)$, भाजक = $(x + 2)$, भाज्य = $x^2 + 7x + 10$ र शेष = ०

उदाहरण २

$(x^2 + 7x + 25)$ लाई $(x + 3)$ ले भाग गर्दा कति हुन्छ ? यदि $x = 40$ भए भाज्य र भागफलको वास्तविक मान कति हुन्छ ?

समाधान

यहाँ $(x^2 + 7x + 25)$ लाई $(x + 3)$ ले भाग गर्दा,

$$\begin{array}{r} x+3 \) \cancel{x^2+7x+25}(x+4 \\ \underline{-} \cancel{x^2+3x} \\ 4x+25 \\ \underline{-} \cancel{4x+12} \\ 13 \end{array}$$

$x = 40$ हुँदा,

$$\begin{aligned} \text{भाज्यको वास्तविक मान} &= (x^2 + 7x + 25) \\ &= 40^2 + 7 \times 40 + 25 = 1905 \end{aligned}$$

$$\text{भागफलको वास्तविक मान} = x + 4 = 40 + 4 = 44$$

उदाहरण ३

$(16x^2 + 24xy + 9y^2)$ लाई $(4x + 3y)$ ले भाग गर्नुहोस् :

समाधान

यहाँ $(16x^2 + 24xy + 9y^2) \div (4x + 3y)$

$$\begin{array}{r} 4x+3y \) \cancel{16x^2+24xy+9y^2}(4x+3y \\ \underline{-} \cancel{16x^2+12xy} \\ \cancel{12xy+9y^2} \\ \underline{-} \cancel{12xy+9y^2} \\ 0 \end{array}$$

$$\text{अतः भागफल} = 4x + 3y$$

उदाहरण 4

$(x^3 - y^3)$ लाई $(x - y)$ ले भाग गर्नुहोस् :

समाधान

$$\text{यहाँ } (x^3 - y^3) \div (x - y)$$

$$\begin{array}{r}
 x - y) \overline{x^3 - y^3} \\
 \underline{- x^3} \quad \underline{+ x^2y} \\
 \hline
 x^2y - y^3 \\
 \underline{- x^2y} \quad \underline{+ xy^2} \\
 \hline
 xy^2 - y^3 \\
 \underline{- xy^2} \quad \underline{+} \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$\because -x^2y$ को सजातीय पद
नभएकाले छुट्टै राख्ने

$\therefore x$ को लिग्रीलाई
घट्दोक्रममा राख्ने

अतः भागफल = $(x^2 + xy + y^2)$ हुन्छ ।

अभ्यास 11.2

1. भाग गर्नुहोस् :

- (क) $(4a^2 + 12a) \div (2a + 6)$
- (ख) $(4x^2 - 9) \div (2x + 3)$
- (ग) $(2a^2 - 7a + 6) \div (2a - 3)$
- (घ) $(x^2 + 4x + 4) \div (x + 2)$
- (ङ) $(15x^2 + 5xy - 4y^2) \div (3x + 2y)$
- (च) $(35a^2 - ab - 12b^2) \div (5a - 3b)$
- (छ) $(x^3 - 27y^3) \div (x - 3y)$
- (ज) $(8x^3 + 27y^3) \div (2x + 3y)$
- (झ) $(6x^4 - 5x^2y^2 - 6y^4) \div (3x^2 + 2y^2)$
- (अ) $(a^4 - b^4) \div (a - b)$

2. तल दिइएका आयतको याहा नभएको भुजाको नाप पत्ता लगाउनुहोस् :

- | | | |
|-----|------------------------------|---|
| (क) | $\text{चौडाइ} = (x - y)m$ | $\text{क्षेत्रफल} = (x^2 - y^2)m^2$ |
| (ख) | $\text{लम्बाइ} = (2x + 5y)m$ | $\text{क्षेत्रफल} = (2x^2 + 3xy - 5y^2)m^2$ |
| (ग) | $\text{चौडाइ} = (2a - b)m$ | $\text{क्षेत्रफल} = (2a^2 + 5ab - 3b^2)m^2$ |
| (घ) | $\text{लम्बाइ} = (a + 3)m$ | $\text{क्षेत्रफल} = (a^3 + 27)m^2$ |

3. तल दिइएका चित्रमा याहा नभएको भुजाको नाप पत्ता लगाउनुहोस् :

$$(7x + 4y)\text{cm}$$

(क) $A = (35x^2 - xy - 12y^2) \text{ cm}^2$ $b = ?$

$$l = ?$$

(ख) $A = (2x^2 - 7x + 6) \text{ cm}^2$ $(x - 2) \text{ cm}$

$$l = ?$$

(ग) $A = (8a^3 + 27) \text{ cm}^2$ $(2a + 3) \text{ cm}$

(घ) $A = (a^4 - b^4)\text{cm}^2$ $b = ?$

$$(a^2 + b^2) \text{ cm}$$

4. (क) दुई सङ्ख्याको गुणनफल $(2a^2 + 13a + 24)$ छ । यदि एउटा सङ्ख्या $(a + 8)$ भए अर्को सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (ख) $(9x^4 - 4y^4)$ लाई $(3x^2 - 2y^2)$ ले भाग गर्दा कर्ति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

5. एउटा पूजा कोठाको भुइँको क्षेत्रफल $(15x^2 + 4xy - 4y^2)$ m² छ। उक्त कोठाको चौडाइ $(5x - 2y)$ m भए,
- (क) कोठाको लम्बाइ पता लगाउनुहोस्।
 (ख) यदि $x = 1$ र $y = 2$ भए, कोठाको वास्तविक लम्बाइ, चौडाइ र क्षेत्रफल पता लगाउनुहोस्।
6. $(x^2 + 19x + 54)$ लाई $(x + 3)$ ले भाग गर्दा कति हुन्छ? यदि $x = 1$ भए भाज्य, भाजक र भागफलको वास्तविक मान पता लगाउनुहोस्।
7. तल दिइएनुसार भाग गर्नुहोस् र “भाज्य = भागफल × भाजक + शेष” को सम्बन्ध परीक्षण गर्नुहोस्।
- (क) $(a^2 + 7a + 13) \div (a + 3)$
 (ख) $(2a^2 - 5a + 23) \div (2a - 3)$

उत्तर

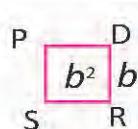
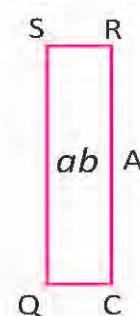
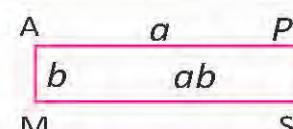
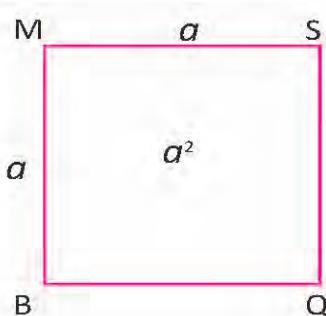
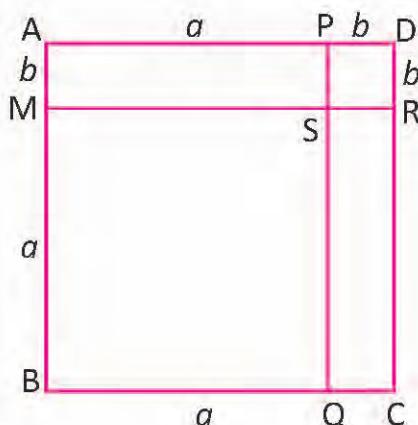
1. (क) $2a$ (ख) $(2x - 3)$ (ग) $(a - 2)$
 (घ) $(x + 2)$ (ङ) $(5x - 2y)$ (च) $(7a + 4b)$
 (छ) $x^2 + 3xy + 9y^2$ (ज) $4x^2 - 6xy + 9y^2$
 (झ) $(2x^2 - 3y^2)$ (ञ) $a^3 + a^2b + ab^2 + b^3$
2. (क) $(x + y)$ m (ख) $(x - y)$ m
 (ग) $(a + 3b)$ m (घ) $(a^2 - 3a + 9)$ m
3. (क) $(5x - 3y)$ cm (ख) $(2x - 3)$ cm (ग) $(4a^2 - 6a + 9)$ cm
 (घ) $(a^2 - b^2)$ cm 4. (क) $(2a - 3)$ (ख) $(3x^2 + 2y^2)$
5. (क) $(3x + 2y)$ m (ख) 7 m, 1 m, 7 m²
6. भागफल = $x + 16$, शेष = 6 , भाज्य, भाजक र भागफलको वास्तविक मान क्रमशः $74, 4, 17$
7. शिक्षकलाई देखाउनुहोस्।

11.4 $(a+b)^2$ को ज्यामितीय धारणा र प्रयोग

[Geometrical Concept and Application of $(a+b)^2$]

क्रियाकलाप 1

चित्रमा दिइएनुसार चार्टपेपरमा ABCD वर्ग खिच्नुहोस् । बिन्दु A बाट 'a' एकाइ AD मा, b एकाइ AB मा चिह्न लगाउनुहोस् । त्यसैगरी PD = SR = QC = b हुने गरी चिह्न लगाउनुहोस् । अब PQ र MR लाई कैंचीले काट्नुहोस् र प्रत्येक टुक्राको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।



अब वर्गाकार कागजलाई काट्दा बनेका टुक्राहरूको क्षेत्रफलको योग केसँग बराबर हुन्छ, साथीहरूसँग छलफल गर्नुहोस् ।

अब वर्ग ABCD को क्षेत्रफल = वर्ग MBQS + आयत AMSP + आयत SRCQ + वर्ग PSRD

$$(a+b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2$$

अतः $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

गुणन गरेर हेर्दा,

$$\begin{aligned}
 (a+b)^2 &= (a+b) \times (a+b) \\
 &= a(a+b) + b(a+b) \\
 &= a^2 + ab + ab + b^2 \\
 &= a^2 + 2ab + b^2
 \end{aligned}$$

11.5 $(a-b)^2$ को ज्यामितीय धारणा [Geometrical Concept of $(a-b)^2$]

क्रियाकलाप 3

चित्रमा दिइएको $(a-b)$ एकाइ लम्बाई भएको वर्गको क्षेत्रफल कसरी पत्ता लगाउन सकिन्छ ? समूहमा छलफल गरी पत्ता लगाउनुहोस् ।

अब वर्ग PQRS को क्षेत्रफल $= a \times a = a^2$

वर्ग BCDS को क्षेत्रफल $= b \times b = b^2$

आयत PACD को क्षेत्रफल $= PD \times PA$

$$= (a-b) \times b = ab - b^2$$

आयत CBRE को क्षेत्रफल $= BR \times ER$

$$= (a-b) \times b = ab - b^2$$

वर्ग AQEC को क्षेत्रफल $= (a-b) \times (a-b)$

$$= (a-b)^2$$

अब वर्ग AQEC को क्षेत्रफल

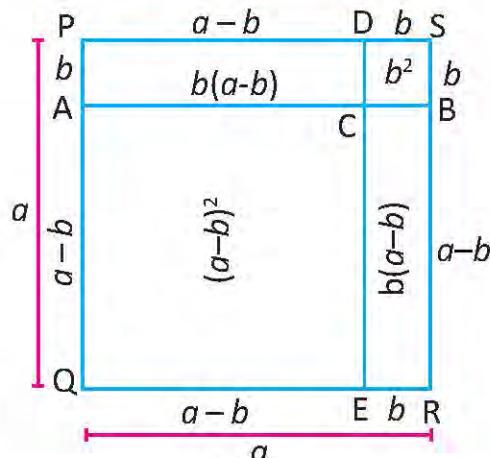
$$= \text{Area PQRS} - \text{आयत PACD} - \text{वर्ग BSDC} - \text{आयत CBRE}$$

$$(a-b)^2 = a^2 - (ab - b^2) - b^2 - (ab - b^2)$$

$$\text{अथवा } (a-b)^2 = a^2 - ab + b^2 - b^2 - ab + b^2$$

$$\text{अथवा } (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\text{अतः } (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \text{ हुन्छ ।}$$



सूत्रहरू

(a) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

(b) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

उदाहरण 1

$(x + 2)$ को वर्गलाई विस्तारित रूपमा लेख्नुहोस ।

- (क) सूत्र प्रयोग नगरीकन
- (ख) सूत्र प्रयोग गरी
- (ग) ज्यामितीय चित्रबाट

समाधान

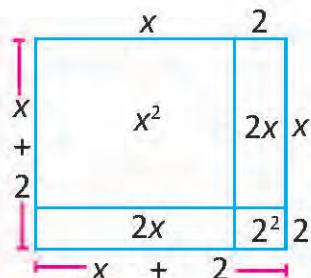
यहाँ,

$$\begin{aligned} \text{(क)} \quad (x + 2) \text{ को वर्ग} &= (x + 2)^2 \\ &= (x + 2)(x + 2) \\ &= x(x + 2) + 2(x + 2) \\ &= x^2 + 2x + 2x + 4 \\ &= x^2 + 4x + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ख)} \quad (x + 2) \text{ को वर्ग} &= (x + 2)^2 \\ &= x^2 + 2 \times x \times 2 + 2^2 \\ &= x^2 + 4x + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ग)} \quad (x + 2) \text{ को वर्ग ज्यामितीय चित्रबाट} \\ (x + 2)^2 &= x^2 + 2x + 2x + 2^2 \\ (x + 2)^2 &= x^2 + 4x + 4 \end{aligned}$$

$\because (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$



उदाहरण २

$(a+b)^2$ र $(a-b)^2$ को प्रयोग गरी तलका सङ्ख्याको वर्ग निकाल्नुहोस :

(क) 12 (ख) 88

समाधान

यहाँ,

(क) 12

$$\begin{aligned} &= (10 + 2)^2 \\ &= 10^2 + 2 \times 10 \times 2 + 2^2 \\ &= 100 + 40 + 4 \\ &= 144 \end{aligned}$$

(ख) 88

$$\begin{aligned} &= (90 - 2)^2 \\ &= 90^2 - 2 \times 90 \times 2 + 2^2 \\ &= 8100 - 360 + 4 \\ &= 7744 \end{aligned}$$

उदाहरण ३

तल दिइएका अभिव्यञ्जकको वर्ग निकाल्नुहोस :

(क) $\left(2x - \frac{1}{3x}\right)$ (ख) $\left(3x + \frac{1}{3}\right)$ (ग) $(a - b + c)$ (घ) $(x + y + z)$

समाधान

यहाँ,

(क) $\left(2x - \frac{1}{3x}\right)$ को वर्ग = $\left(2x - \frac{1}{3x}\right)^2$
 $= (2x)^2 - 2 \times 2x \times \frac{1}{3x} + \left(\frac{1}{3x}\right)^2$
 $= 4x^2 - \frac{4}{3} + \frac{1}{9x^2}$

(ख) $\left(3x + \frac{1}{3}\right)$ को वर्ग
 $= \left(3x + \frac{1}{3}\right)^2$

$$= (3x)^2 + 2 \times 3x \times \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$= 9x^2 + 2x + \frac{1}{9}$$

- (ग) $(a - b + c)$ को वर्ग = $(a - b + c)^2$
 $= (a - b)^2 + 2(a - b)c + c^2$
 $= a^2 - 2ab + b^2 + 2ac - 2bc + c^2$
- (घ) $(x + y + z)$ को वर्ग = $(x + y + z)^2$
 $= (x + y)^2 + 2(x + y)z + z^2$
 $= x^2 + 2xy + y^2 + 2xz + 2yz + z^2$
 $= x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz$

उदाहरण 4

सरल गर्नुहोस् :

$$(2a + b)^2 - (2a - b)^2$$

समाधान

$$\begin{aligned} \text{यहाँ } & (2a + b)^2 - (2a - b)^2 \\ &= (2a)^2 + 2 \times 2a \times b + b^2 - \{(2a)^2 - 2 \times 2a \times b + b^2\} \\ &= 4a^2 + 4ab + b^2 - 4a^2 + 4ab - b^2 \\ &= 8ab \end{aligned}$$

उदाहरण 5

यदि $x + \frac{1}{x} = 6$ भए मान पता लगाउनुहोस् :

$$(क) \quad \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \quad (ख) \quad \left(x - \frac{1}{x}\right)^2$$

समाधान

यहाँ,

$$(क) \quad \left(x + \frac{1}{x}\right) = 6$$

$$\text{अथवा } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 6^2$$

∴ दुवैतिर वर्ग गर्दा

$$\text{अथवा } x^2 + 2 \times x \times \frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 36 \quad [\because (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2]$$

$$\text{अथवा } x^2 + 2 + \left(\frac{1}{x^2}\right) = 36$$

$$\text{अथवा } x^2 + \frac{1}{x^2} = 36 - 2$$

$$\text{अतः } x^2 + \frac{1}{x^2} = 34$$

$$(ख) \quad \left(x + \frac{1}{x}\right) = 6$$

$$\text{अथवा } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 6^2$$

द्वितीय वर्ग गर्दा

$$\text{अथवा } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 \times x \times \frac{1}{x} = 36 \quad [\because (a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab]$$

$$\text{अथवा } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 36 - 4$$

$$\text{अतः } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 32$$

उदाहरण 6

यदि $(a+b) = 8$, $ab = 12$ भए मान पत्ता लगाऊनुहोस् :

$$(क) \quad a^2 + b^2 \quad (ख) \quad (a-b)$$

समाधान

यहाँ,

$$(क) \quad a + b = 8$$

$$\text{अथवा } (a+b)^2 = 8^2 \quad \text{द्वितीय वर्ग गर्दा}$$

$$\text{अथवा } a^2 + 2ab + b^2 = 64$$

$$\text{अथवा } a^2 + b^2 = 64 - 2ab$$

$$= 64 - 2 \times 12$$

$$\because ab = 12$$

$$= 64 - 24$$

$$= 40$$

$$\text{अतः } a^2 + b^2 = 40$$

(ख) $(a + b) = 8$

अथवा $(a + b)^2 = 8^2$

\because दुवैतिर वर्ग गर्दा

अथवा $(a - b)^2 + 4ab = 64$

अथवा $(a - b)^2 + 4 \times 12 = 64$

अथवा $(a - b)^2 = 64 - 48$

अथवा $(a - b)^2 = 4^2$

अतः $(a - b) = 4$

उदाहरण 7

यदि $a - \frac{1}{a} = 15$ भए प्रमाणित गर्नुहोस् :

(क) $\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) = 227$ (ख) $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 229$

समाधान

यहाँ,

(क) $\left(a - \frac{1}{a}\right) = 15$

अथवा $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 15^2$

\because दुवैतिर वर्ग गर्दा

अथवा $a^2 - 2 \times a \times \frac{1}{a} + \left(\frac{1}{a}\right)^2 = 225$

अथवा $a^2 - 2 + \frac{1}{a^2} = 225$

अथवा $a^2 + \frac{1}{a^2} = 225 + 2$

अतः $a^2 + \frac{1}{a^2} = 227$

प्रमाणित भयो ।

(ख) $\left(a - \frac{1}{a}\right) = 15$

अथवा $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 15^2$

\because दुवैतिर वर्ग गर्दा

अथवा $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4 \times a \times \frac{1}{a} = 225$

$\because (a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$

अथवा $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 225 + 4$

अतः $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 229$ प्रमाणित भयो ।

अभ्यास 11.3

- तलका अभिव्यञ्जकको सूत्र प्रयोग गरी, नगरी र ज्यामितीय चित्रबाट वर्ग निकाल्नुहोस् :

(क) $(x + 3)$ (ख) $(x - 1)$ (ग) $(a + 4)$
 (घ) $(a - 5)$
- तल दिइएका अभिव्यञ्जकको वर्ग निकाल्नुहोस् :

(क) $(3x^2 + 2)$ (ख) $(5x - 2y)$ (ग) $\left(3x^2 - \frac{1}{3y}\right)$
 (घ) $\left(x^2 + \frac{1}{2x}\right)$ (ड) $(x - y + z)$ (च) $(x^2 + y^2 + z^2)$
- तलका सङ्ख्याको सूत्र प्रयोग गरी वर्ग निकाल्नुहोस् :

(क) 98 (ख) 102 (ग) 999
- तलका अभिव्यञ्जकलाई वर्गमा रूपान्तरण गर्नुहोस् :

(क) $x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}$ (ख) $4x^2 - 20xy + 25y^2$
 (ग) $9x^2 + 12xy + 4y^2$ (घ) $81a^4 + 72a^2b^2 + 16b^4$
 (ड) $a^2b^2 + \frac{10ab}{xy} + \frac{25}{x^2y^2}$
- सरल गर्नुहोस् :

(क) $(2c - 5d)^2 - (5d - 2c)^2$ (ख) $(3x - 2y)^2 + (3y - 2x)^2$
 (ग) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 - \left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ (घ) $\left(c + \frac{1}{d}\right)^2 - \left(c - \frac{1}{d}\right)^2$
- यदि $a + \frac{1}{a} = 10$ भए मान पत्ता लगाउनुहोस् :

(क) $a^2 + \frac{1}{a^2}$ (ख) $(a - \frac{1}{a})^2$
- यदि $m - \frac{1}{m} = 6$ भए मान पत्ता लगाउनुहोस् :

(क) $m^2 + \frac{1}{m^2}$ (ख) $\left(m + \frac{1}{m}\right)^2$
- यदि $(x + y) = 9$, $xy = 8$ भए मान पत्ता लगाउनुहोस् :

(क) $x^2 + y^2$ (ख) $(x - y)$

9. यदि $a^2 + b^2 = 17$ र $ab = 4$ भए $(a + b)$ को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।
10. यदि $p^2 + \frac{1}{p^2} = 7$ भए $p + \frac{1}{p}$ को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

परियोजना कार्य

$(a \pm b)^2$ को सूत्रहरूलाई कार्टुनको प्रयोग गरी कैचीले काटी सूत्र प्रमाणित गर्ने मोडेल तयार गर्नुहोस् र कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

- | | | |
|---|--------------------------------|-------------------|
| 1. (क) $x^2 + 6x + 9$ | (ख) $x^2 - 2x + 1$ | |
| (ग) $a^2 + 8a + 16$ | (घ) $a^2 - 10a + 25$ | |
| 2. (क) $9x^4 + 12x^2 + 4$ | (ख) $25x^2 - 20xy + 4y^2$ | |
| (ग) $9x^4 - \frac{2x^2}{y} + \frac{1}{9y^2}$ | (घ) $x^4 + x + \frac{1}{4x^2}$ | |
| (ड) $x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz + 2zx$ | | |
| (च) $x^4 + y^4 + z^4 + 2x^2y^2 + 2y^2z^2 + 2z^2x^2$ | | |
| 3. (क) 9604 | (ख) 10404 | (ग) 998001 |
| 4. (क) $(x - \frac{1}{x})^2$ | (ख) $(2x - 5y)^2$ | (ग) $(3x + 2y)^2$ |
| (घ) $(9a^2 + 4b^2)^2$ | (ड) $(ab + \frac{5}{xy})$ | |
| 5. (क) 0 | (ख) $13x^2 - 24xy + 13y^2$ | |
| (ग) -4 | (घ) $\frac{4c}{d}$ | |
| 6. (क) 98 | (ख) 96 | |
| 7. (क) 38 | (ख) 40 | |
| 8. (क) 65 | (ख) 7 | |
| 9. ± 5 | 10. ± 3 | |

12.0 पुनरवलोकन (Review)

1. तलका प्रश्नहरू अध्ययन गरी छलफल गर्नुहोस् :

- (क) $5 + 7$ को योगफल 11 हुन्छ ?
- (ख) यदि $x - 3 = 5$ भए x को मान कति हुन्छ ?
- (ग) यदि $3a = 18$ हुन a को मान कति हुनुपर्छ ?
- (घ) यदि $\frac{3x}{5} = 12$ भए x को मान कति हुन्छ ?
- (ङ) $x + 10 > -15$ सत्य हो ?
- (छ) $x - 4 < 8$ भए x को समाधान समूह कति हुन्छ ?

माथिका गणितीय वाक्यका बारेमा आपसमा छलफल गरी निष्कर्ष निकाल्नुहोस् ।

12.1 दुई चलयुक्त समीकरणका समस्याहरू (Problem of Linear Equation on Two Variables)

क्रियाकलाप 1

हरि र गीता बजारमा तरकारी किन्न गएका थिए । हरिले x kg आलु किनेछन् र गीताले y kg प्याज किनिछन् । उनीहरूले किनेको आलु र प्याजको जम्मा तौल 30 kg रहेछ भने तलका प्रश्नमा छलफल गर्नुहोस् :

- (क) दुवै जनाले किनेको आलु र प्याजको परिमाणको योगफललाई समीकरणमा कसरी लेख्नुहुन्छ ?
- (ख) यदि आलु 20 kg थियो भने प्याज कति किलोग्राम होला ?

$\xrightarrow{\hspace{3cm}} 30 \text{ kg} \xleftarrow{\hspace{3cm}}$	
आलु x kg	प्याज y kg
$x + y = 30$	

$\xrightarrow{\hspace{3cm}} 30 \text{ kg} \xleftarrow{\hspace{3cm}}$	
आलु x kg = 20kg	प्याज y kg
$\text{प्याज } y = (30 - 20) = 10 \text{ kg}$	

यहाँ हरिले किनेको आलुको परिमाण र गीताले किनेको प्याजको परिमाण बराबर दुवैले किनेको आलु र प्याजको जम्मा परिमाण हुन्छ ।

अथवा $x + y = 30 \text{ kg}$ हुन्छ ।

त्यस्तै आलु 20 kg थियो भने प्याजको परिमाण माथिको समीकरणमा आलुको परिमाणलाई प्रतिस्थापन गरेर पत्ता लगाउन सकिन्छ ।

अथवा $y = 30 - 20 = 10 \text{ kg}$ हुन्छ ।

क्रियाकलाप 2

एउटा विद्यालयले आफ्नो जग्गाको वरिपरि तारजालीको कम्पाउन्ड लगाउने निर्णय गरेछ । उक्त जग्गाको लम्बाइ x मिटर र चौडाइ y मिटर छ । यदि वरिपरि एक फन्को लगाउँदा 300 m तार लागेछ भने,

- (क) यसलाई समीकरण कसरी बनाउन सकिन्छ ? कक्षामा छलफल गरी समाधान गर्नुहोस् ।
- (ख) समीकरणमा भएका चल राशि कुन कुन हुन् ?
- (ग) अचल राशि कुन कुन हो ?



दुईओटा चलराशि भएको तथा घाताङ्क 1 र बराबर चिह्न भएको समीकरणलाई दुई चलयुक्त रेखीय समीकरण भनिन्छ ।

उदाहरण 1

एउटा कोठाको लम्बाइ र चौडाइको योगफल 22 m भए,

- (क) समीकरण बनाई लेख्नुहोस् ।
- (ख) यदि कोठाको लम्बाइ 15 m भए चौडाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

मानौं कोठाको लम्बाइ $= x \text{ m}$

कोठाको चौडाइ $= y \text{ m}$

(क) प्रश्नअनुसार

$$x + y = 22$$

अतः समीकरण $x + y = 22$ हुन्छ ।

(ख) यहाँ $x = 15$ m भए y को मान निकाला,

$$x + y = 22$$

$$\text{अथवा } 15 + y = 22$$

$$\text{अथवा } y = 22 - 15$$

$$\text{अथवा } y = 7 \text{ m}$$

अतः कोठाको चौडाइ 7 m छ ।

उदाहरण 2

रामसँग रातो कलम र कालो कलम गरी जम्मा 17 ओटा छन् भने,

(क) रातो कलम र कालो कलमको संख्या जनाउने समीकरण लेखुहोस् ।

(ख) यदि कालो कलम 5 ओटा भए रातो कलमको संख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

$$\text{मानौं, कलमको संख्या} = x$$

$$\text{सिसाकलमको संख्या} = y$$

$$\text{जम्मा सिसाकलम र कलमको संख्या} = 17$$

(क) प्रश्नअनुसार

$$x + y = 17$$

अतः आवश्यक समीकरण $x + y = 17$ हुन्छ ।

(ख) यहाँ, कलमको संख्या (x) = 5

$$\text{सिसाकलमको संख्या} (y) = ?$$

$$\text{अब } x + y = 17$$

$$\text{अथवा } 5 + y = 17$$

$$\text{अथवा } y = 17 - 5$$

$$\text{अथवा } y = 12$$

जाँचेर हेर्दा $x + y = 17$

$$\text{अथवा } 5 + 12 = 17$$

$$\text{अथवा } 17 = 17$$

अतः सिसाकलमको संख्या 12 ओटा छ ।

उदाहरण ३

रमाको उमेरको दुई गुणा र उनका बुबाको उमेरको योग ६० वर्ष भए,

(क) रमा र उनको बुबाको उमेर जनाउने समीकरण लेख्नुहोस् ।

(ख) रमा १० वर्षकी भए उनको बुबा कति वर्षका छन् ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

मानौं रमाको हालको उमेर = x वर्ष

रमाको बुबाको हालको उमेर = y वर्ष

(क) प्रश्नअनुसार,

$$2x + y = 60$$

अतः आवश्यक समीकरण $2x + y = 60$ वर्ष हुन्छ ।

(ख) यहाँ रमाको उमेर (x) = १० वर्ष

बुबाको उमेर (y) = ?

अब $x = 10$ समीकरण $2x + y = 60$ मा राख्ना,

$$2 \times 10 + y = 60$$

$$\text{अथवा } 20 + y = 60$$

$$\text{अथवा } y = 60 - 20$$

$$\text{अथवा } y = 40$$

अतः रमाको उमेर १० वर्ष भए बुबाको उमेर ४० वर्ष हुन्छ ।

अभ्यास 12.1

१. तल दिइएका वाक्यहरू ठिक वा बेटिक कै हुन् छुट्याउनुहोस् ।

(क) $x + 4 = 8$ दुई चल राशि भएको समीकरण हो ।

(ख) $2x = 3y$ दुई चल राशि भएको समीकरण हो ।

(ग) बराबर चिह्न र दुई चल राशि भएको समीकरणलाई दुई चल राशिका समीकरण भनिन्छ ।

(घ) $3x = 12$ भएको समीकरण दुई चलयुक्त समीकरण हो ।

2. एउटा जग्गाको लम्बाइ x m र चौडाइ y m छ । यदि उक्त जग्गाको परिमिति 240 m भए,
- उक्त जग्गाको परिमिति जनाउने समीकरण लेख्नुहोस् ।
 - यदि उक्त जग्गाको लम्बाइ 70 m भए चौडाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।
3. एउटा आयताकार पोखरीको वरिपरि 5 m को बाटो छ । बाटोसहित पोखरीको परिमिति 210 मि. भए,
- उक्त पोखरीको लम्बाइ र चौडाइ जनाउने समीकरण लेख्नुहोस् ।
 - यदि पोखरीको चौडाइ 40 m भए लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।
4. यदि दुईओटा क्रमैसँग आउने विजोर सङ्ख्याहरूको योगफल 56 भए समीकरण बनाई ती सङ्ख्याहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।
5. यदि एउटा कक्षामा भएका 75 जना विद्यार्थीमा केटाको सङ्ख्या केटीको सङ्ख्याको दोब्बर भए केटा र केटीको सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
6. शुभाषा र सुप्रिमको वर्तमान उमेरको योगफल 40 वर्ष छ । शुभाषाको उमेर सुप्रिमको उमेरको तेब्बर भए तिनीहरूको वर्तमानको उमेर पत्ता लगाउनुहोस् ।
7. एउटा कक्षामा 42 जना विद्यार्थी छन् भने,
- सबै विद्यार्थीलाई जनाउने समीकरण लेख्नुहोस् ।
 - केटा र केटीको सङ्ख्या कति कति हुन सक्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तर

- | | | | |
|----------------------------|------------|---------|-----------|
| 1. (क) बेठिक | (ख) ठिक | (ग) ठिक | (घ) बेठिक |
| 2. (क) $x + y = 120$ | (ख) 50 m | | |
| 3. (क) $x + y = 85$ | (ख) 45 m | | |
| 4. 27 र 29 | 6. 50 र 25 | | |
| 5. 30 वर्ष र 10 वर्ष | | | |
| 6. रु. 50 र रु. 300 | | | |
| 7. शिक्षकलाई देखाउनुहोस् । | | | |

12.3 असमानतालाई सङ्ख्यारेखामा प्रस्तुत गर्ने (Representation of Inequality in Number Line)

क्रियाकलाप 1

यदि x र y दुई ओटा पूर्णाङ्कहरू छन्। यी सङ्ख्यालाई गणितीय वाक्यमा कसरी प्रस्तुत गर्न सकिन्छ, आपसमा छलफल गर्नुहोस्।

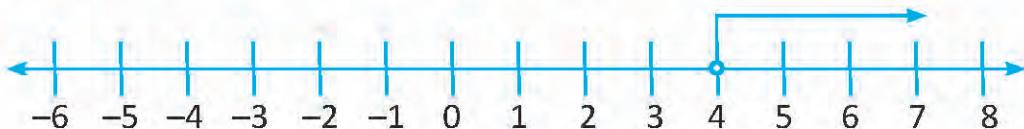
- (क) के x र y बराबर छन् ?
- (ख) के $x < y$ हुन्छ ?
- (ग) के $x > y$ हुन्छ ?

माथिका प्रश्नहरूका बारेमा थाहा पाउन x र y का मानहरू पूर्णाङ्कमा लिनुहोस, जस्तै: x को मान 4 लिँदा र 4 भन्दा ठुला पूर्णाङ्कहरू $5, 6, 7, \dots$ हुन्छन् र $4 < 5, 4 < 6, 4 < 7$ र $4 < 8, \dots$ हुन्छन्। यसलाई गणितीय वाक्यमा लेख्दा $x > 4$ लेखिन्छ।

क्रियाकलाप 2

$x > 4$ लाई सङ्ख्या रेखामा कसरी देखाउन सकिन्छ ? समूहमा छलफल गरी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस्।

यहाँ 4 भन्दा ठुला सङ्ख्याहरू मात्रै x का मानहरू हुने भएकाले x को समाधान समूह $x = \{5, 6, 7, \dots\}$ हुन्छ। त्यसैले, $x > 4$ लाई सङ्ख्या रेखामा देखाउँदा,



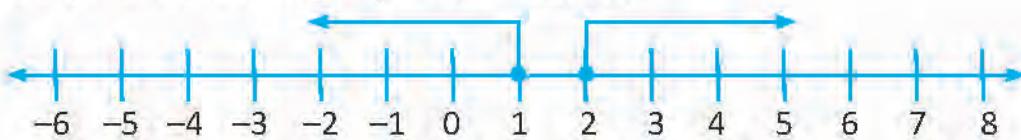
x को मानहरूको समूहमा 4 नपर्ने भएकाले गोलो घेरा (O) मात्र लगाइएको हो।

क्रियाकलाप 3

समूहमा छलफल गरी $x \geq 2$ र $x \leq 1$ लाई सङ्ख्या रेखामा देखाउनुहोस्।

यहाँ $x \geq 2$ को समाधान समूह = $\{2, 3, 4, \dots\}$ हुन्छ र
 $x \leq 1$ को समाधान समूह = $\{1, 0, -1, -2, \dots\}$ हुन्छ।

अब $x \geq 2$ र $x \leq 1$ लाई सङ्ख्या रेखामा देखाउँदा,



[$x \geq 2$ को समाधान समूहमा 2 पनि पर्ने र $x \leq 1$ को समाधान समूहमा 1 पनि पर्ने भएकाले गोलो घेरा (●) लाई रड लगाइएको हो ।]

असमानताका कैही नियमहरू

१. यदि x र y दुईओटा पूर्णाङ्कहरू छन् जसमा $x > y$ र z अर्को पूर्णाङ्क छ भने,

- | | |
|---------------------------------|---|
| (क) $x + z > y + z$ | (जोड तथ्य) |
| (ख) $x - z > y - z$ | (घटाउ तथ्य) |
| (ग) $xz > yz$ | (गुणन तथ्य z धनात्मक सङ्ख्या) |
| (घ) $\frac{x}{z} > \frac{y}{z}$ | (भाग तथ्य z धनात्मक सङ्ख्या) |
| (ङ) $xz < yz$ | (गुणन तथा भाग तथ्य z ऋणात्मक सङ्ख्या) |
| (च) $\frac{x}{z} > \frac{y}{z}$ | (भाग तथ्य z ऋणात्मक सङ्ख्या) |

ट्रिकोटोमीमा $<$, \leq , $>$, \geq समावेश भएका गणितीय वाक्यको दुवैतिर ऋणात्मक सङ्ख्याले गुणन तथा भाग गर्दा वाक्यमा रहेका चिह्नहरू बदलिन्छन् ।



खेल खेलौं !

- (क) ७-७ जनाको दुईओटा समूह बनाउनुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक सहभागीलाई $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ लेखिएका कागज टाँस्नुहोस् ।
- (ग) दुवै समूह आमने सामने बेच्चमा बस्नुहोस् ।
- (घ) एउटा समूहको छेउको सहभागीले भनेको असमानताअनुसार अर्को समूहको आवश्यक अड्कित सहभागी उठनुहोस् ।

जस्तै $x > 2$ भनेमा 3 अड्कित उठनुहोस् ।

- (द) आलोपालो सबै सहभागीहरू खेल खेलनुहोस् र भनिएका असमानताअनुसार आवश्यक नम्बर अड्कित सहभागी उठेमा 1 नम्बर दिनुहोस् र नमिलेमा नम्बर नदिनुहोस् ।
- (च) सबैको पालो सकिएपछि जुन समूहले बढी अड्क पायो सोही समूहलाई विजयी बनाउनुहोस् ।

उदाहरण 1

$x + 2 > 5$ हल गरी सङ्ख्या रेखामा देखाउनुहोस् :

समाधान

$$\text{यहाँ } x + 2 > 5$$

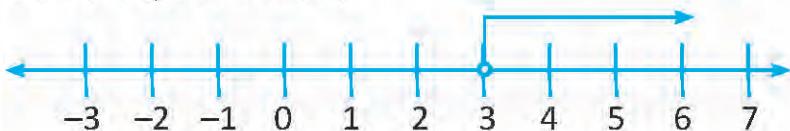
$$\text{अथवा } x + 2 - 2 > 5 - 2$$

$$\text{अथवा}$$

दुवैतिर 2 घटाउँदा

$$x > 3$$

यसलाई सङ्ख्यामा देखाउँदा,



अतः x को सम्भावित समाधान समूह = {4, 5, 6, ...} हुन्छ ।

उदाहरण 2

$3x - 2 \leq -11$ हल गरी सङ्ख्या रेखामा देखाउनुहोस् :

समाधान

$$\text{यहाँ } 3x - 2 \leq -11$$

$$\text{अथवा } 3x - 2 + 2 \leq -11 + 2$$

दुवैतिर 2 जोड्दा

$$\text{अथवा } 3x \leq -9$$

$$\text{अथवा } \frac{3x}{3} \leq \frac{-9}{3}$$

दुवैतिर 3 ले भाग गर्दा

$$\text{अथवा } x \leq -3$$

यसलाई सङ्ख्यामा देखाउँदा,



अतः असमानताको सम्भावित समाधान समूह = {-3, -4, -5, ...}

उदाहरण ३

$3 - 2x \leq 9$ हल गरी सङ्ख्या रेखामा देखाउनुहोस् :

समाधान

$$\text{यहाँ } 3 - 2x \leq 9$$

$$\text{अथवा } -3 + 3 - 2x \leq 9 - 3$$

दुवैतिर 3 घटाउँदा

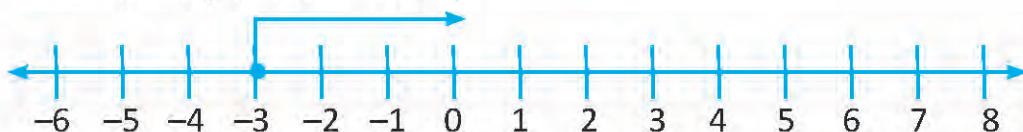
$$\text{अथवा } -2x \leq 6$$

दुवैतिर -2 ले भाग गर्दा

$$\text{अथवा } \frac{-2x}{-2} \geq \frac{6}{-2}$$

$$\text{अथवा } x \geq -3$$

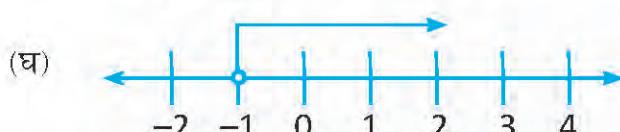
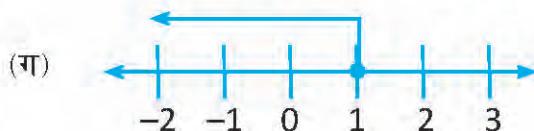
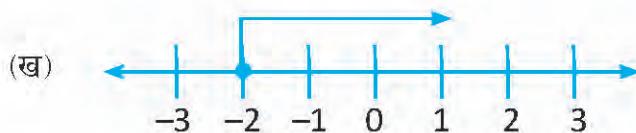
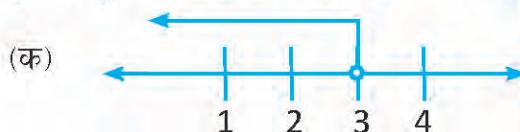
यसलाई सङ्ख्या रेखामा देखाउँदा,



अतः असमानताको सम्भावित समाधान समूह = $\{-3, -2, -1, \dots\}$

उदाहरण ४

तल दिइएका सङ्ख्या रेखाका आधारमा असमानता लेख्नुहोस् :



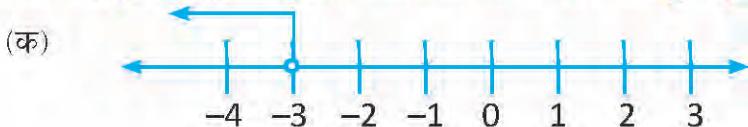
समाधान

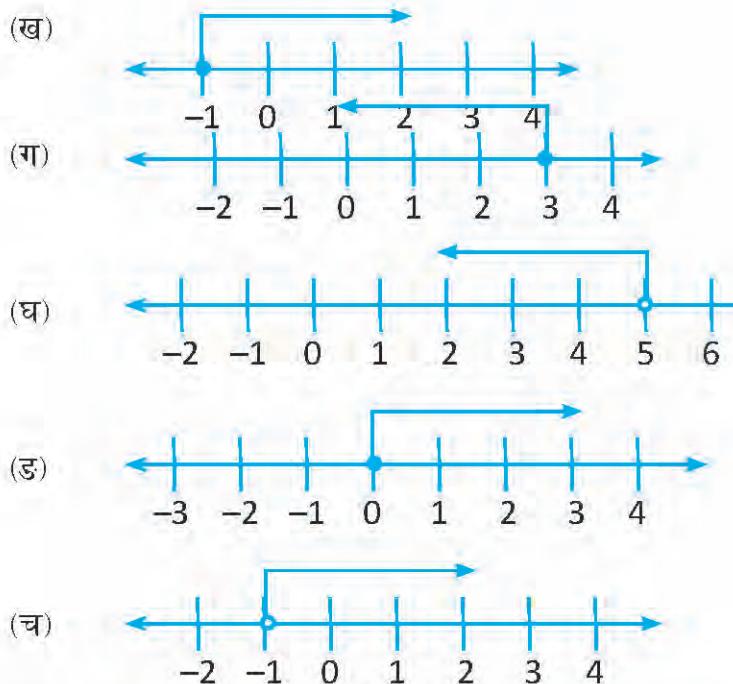
यहाँ

- (क) 3 मा गोलो घेरामात्र लगाएको छ र यसको Arrow बायाँतिर लगाइएको छ अतः $x < 3$ हुन्छ ।
- (ख) -2 मा गोलो घेरामा रड लगाएको छ र यसको Arrow दायाँतिर लगाइएको छ अतः $x \geq -2$ हुन्छ ।
- (ग) 1 मा गोलो घेरामा रड लगाएको छ र यसको Arrow बायाँतिर लगाइएको छ अतः $x \leq 1$ हुन्छ ।
- (घ) -1 मा गोलो घेरा लगाएको छ र यसको Arrow दायाँतिर लगाइएको छ अतः $x > -1$ हुन्छ ।

अभ्यास 12.3

1. यदि 1, 2 र -3 पूर्णाङ्कहरू हुन् भने तल दिइएका ट्रिकोटोमीका नियमानुसार ठिक छन् वा छैनन् छुट्याउनुहोस् :
- | | |
|-----------------------------------|--|
| (क) $1 + (-3) = 2 + (-3)$ | (ख) $(2) - 3 < 1 + (2)$ |
| (ग) $2 - (1) > -3 - (1)$ | (घ) $(1) - 3 < (1) + 2$ |
| (इ) $\frac{1}{-3} > \frac{2}{-3}$ | (च) $(-3) \times 1 \geq 2 \times (-3)$ |
2. तलका प्रत्येक असमानतालाई हल गरी सदृश्या रेखामा देखाउनुहोस् :
- | | | |
|--------------------------|----------------------|----------------------|
| (क) $x + 1 > 2$ | (ख) $x - 3 \leq 4$ | (ग) $x + 2 < 4$ |
| (घ) $x - 2 \leq 3$ | (इ) $3 - x \geq 1$ | (च) $4 - 2x \geq 6$ |
| (छ) $3x + 2 \geq x - 6$ | (ज) $5x - 3 \geq 12$ | (झ) $7x - 4 \leq 17$ |
| (झ) $5x - 7 \leq 2x + 5$ | | |
3. तल दिइएका सदृश्या रेखाका आधारमा असमानता लेख्नुहोस् :





४. तल दिइएका समस्या हल गरी सदृश्या रेखामा देखाउनुहोस् :

- (क) एउटा सदृश्याको एक चौथाइलाई 3 बाट घटाउँदा फरक 2 भन्दा ठुलो वा बराबर आउँछ भने उक्त वाक्यको असमानतालाई हल गरी सदृश्या रेखामा देखाउनुहोस् ।
- (ख) एउटा सदृश्याको दोब्बरलाई 13 बाट घटाउँदा 3 भन्दा कमी आउँछ भने उक्त वाक्यको असमानता हल गरी सदृश्या रेखामा देखाउनुहोस् ।
- (ग) कुनै सदृश्याको चारगुणाबाट 9 घटाउँदा फरक -3 भन्दा सानो वा बराबर आउँछ भने उक्त वाक्यको असमानता हल गरी सदृश्या रेखामा देखाउनुहोस् ।
- (घ) कुनै सदृश्याको तीन गुणामा 7 जोड्दा योगफल 13 भन्दा सानो आउँछ भने उक्त वाक्यको असमानता हल गरी सदृश्या रेखामा देखाउनुहोस् ।

उत्तर

शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

12.4 दुई चलयुक्त रेखीय समीकरणको लेखाचित्र (Graph of Linear Equation in Two Variable)

क्रियाकलाप 1

एउटा विद्यालयको प्रधानाध्यापकले केही भलिबल र केहि फुटबल किनेर ल्याएछन् । यदि उनले जम्मा 11 ओटा बलहरू किनेका रहेछन् भने,

- (क) उक्त गणितीय वाक्यलाई समीकरणमा लेखुहोस् ।
- (ख) उक्त समीकरणमा चल राशिका मानहरू कम्तीमा $\frac{3}{3}$ ओटा लिनुहोस् ।
- (ग) उक्त चल राशिका मानलाई दिइएको लेखाचित्रमा देखाउनुहोस् ।

अब कक्षामा एकआपसमा माथिका प्रश्नहरूका चलराशिको मान कसरी निकालेबारे आपसमा छलफल गर्नुहोस् ।

कक्षामा छलफल गरेपछि तलको अवस्थासँग मिल्न गयो वा गएन जाँच गर्नुहोस् ।

$$(क) \text{ मानौं भलिबलको सङ्ख्या} = x$$

$$\text{फुटबलको सङ्ख्या} = y$$

$$\text{जम्मा बलको सङ्ख्या} = 11$$

प्रश्नअनुसार,

$$\text{समीकरणमा लेखा } x + y = 11 \text{ हुन्छ ।}$$

$$(ख) \text{ रेखाको समीकरण } x + y = 11 \text{ बाट चल राशिका मानहरू निकाल्नुहोस् ।}$$

$$x + y = 11$$

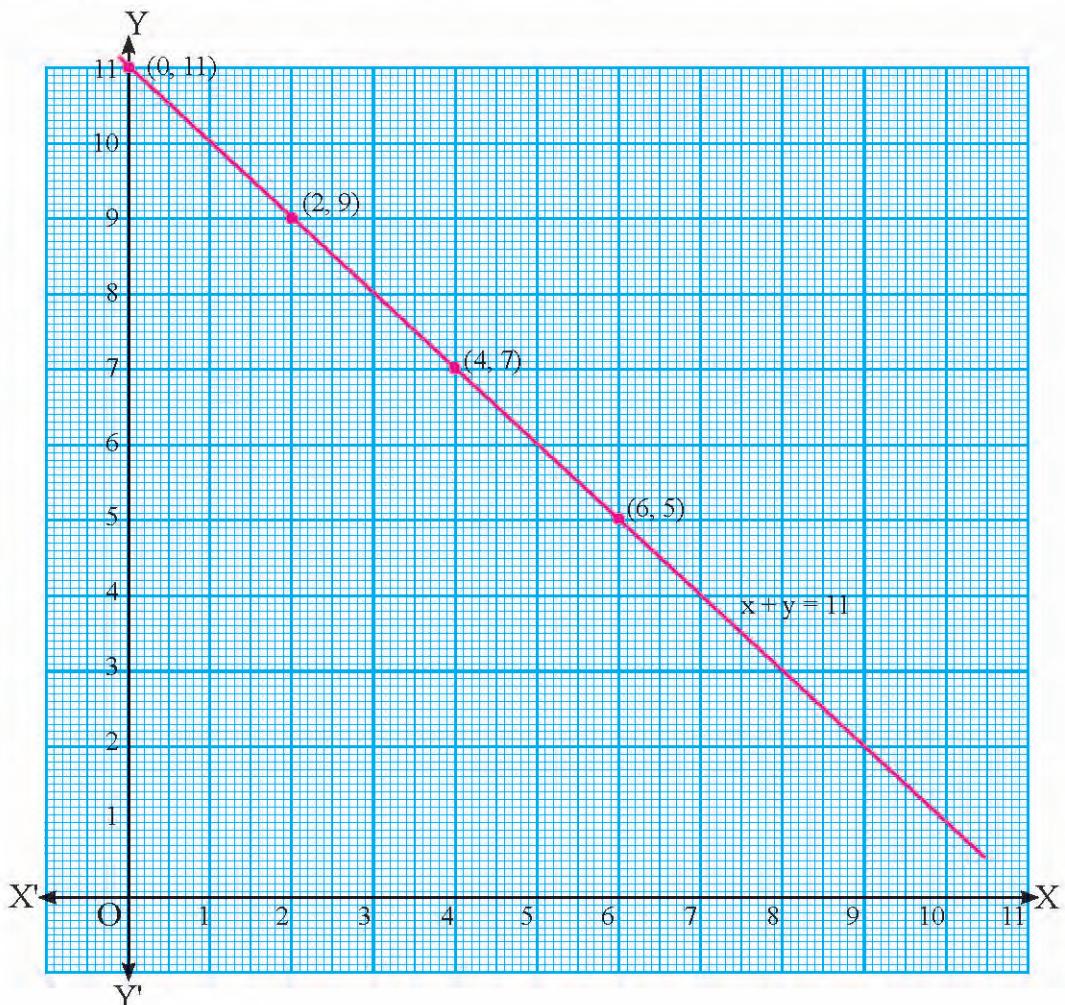
$$y = 11 - x \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

समीकरण (i) बाट, x लाई विभिन्न मानहरू राखेर y का मानहरू पता लगाई तालिकामा देखाउँदा,

x	0	2	4	6
y	11	9	7	5

- (ग) माथिका तालिकाबाट क्रमजोडाहरू $(0, 11), (2, 9), (4, 7)$ र $(6, 5)$ लाई लेखाचित्रमा प्रस्तुत गरेर देखाउनुहोस् ।

लेखाचित्रमा माथिका क्रमजोडालाई प्रस्तुत गर्दा सबै क्रमजोडाहरू एउटै सरल रेखामा पर्द्धन्।



उदाहरण 1

समीकरण $y = \frac{3x - 1}{2}$ मा x का दिइएका मानहरू राखी तलको तालिकामा भर्नुहोस् :

x	-1	1	3	-3	5	-5
y						

समाधान

यहाँ दिइएको समीकरण $y = \frac{3x - 1}{2}$

दिइएका x का मानहरू समीकरणमा राखी y को मान पत्ता लगाई तालिकामा भर्दा,

x	-1	1	3	-3	5	-5
y	-2	1	4	-5	7	-8

उदाहरण 2

दुई चल राशियुक्त समीकरण $3x + y = 6$ लाई लेखाचित्रमा देखाउनुहोस् :

समाधान

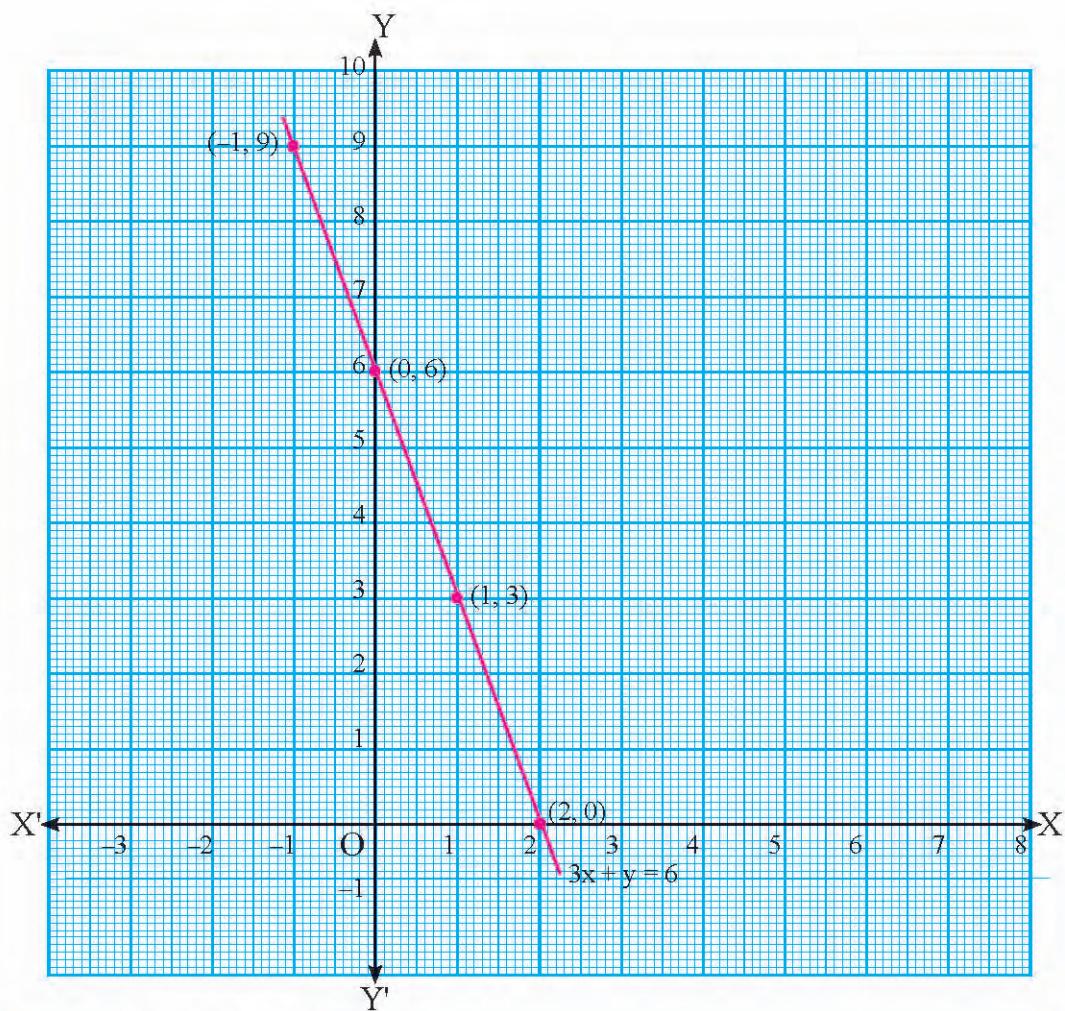
$$3x + y = 6$$

$$\text{अथवा } y = 6 - 3x \quad \dots \text{(i)}$$

समीकरण (i) बाट, x लाई विभिन्न मानहरू दिएर y को मानहरू पत्ता लगाई तालिकामा देखाउँदा,

x	0	1	-1	2
y	6	3	9	0

अब क्रमजोडाहरू $(0, 6), (1, 3), (-1, 9)$ र $(2, 0)$ लाई लेखाचित्रमा प्रस्तुत गर्दा,



अभ्यास 12.2

1. तल दिइएका समीकरणबाट x र y का मानको तालिका बनाउनुहोस् :

(क) $3x + y = 6$ (ख) $x + y = 4$ (ग) $3x - y = 7$

2. तल दिइएका समीकरणको लेखाचित्र बनाउनुहोस् :

(क) $2x + y = 8$ (ख) $3x + 2y = 6$ (ग) $x + y + 3 = 0$

(घ) $x + 2y = 10$ (ड) $y = 4x - 1$ (च) $2x + y - 3 = 0$

उत्तर

शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

1. तलका गुणन क्रियालाई घातांकमा बदलुहोस् :

(क) $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$

(ख) $\frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b}$

2. यदि $a = 1$, $b = 2$ र $c = -3$ भए, मान निकालुहोस् :

(क) $(xyz)^{a+b+c}$ (ख) $(a+b+c)^{100}$ (ग) $\frac{x^c}{x^a \times x^b}$ (घ) $(z)^a \times (z)^b \times (z)^c$

3. यदि $a = 3$, $b = 1$ र $c = -4$ भए तलका मान पत्ता लगाउनुहोस् :

(क) $2a^2 + 3b - 4bc$

(ख) $a^2 + b^2 - c^2$

(ग) $\frac{a+b}{c}$

(घ) $\frac{a+b-c}{2ab}$

4. भाग गर्नुहोस् :

(क) $(x^2 - 7x + 12) \div (x - 3)$

(ख) $(x^4 - 81y^4) \div (x^2 - 9y^2)$

(ग) $(15x^2 + 11x - 12) \div (3x + 4)$

5. एउटा क्रिकेट रङ्गशालाको लम्बाइ $(2x + y)$ m र चौडाइ $(x - 2y)$ m छ भने उक्त रङ्गशालाको क्षेत्रफल निकालुहोस् ।

6. एउटा बैठकहलको भुइँको क्षेत्रफल $(2x^2 - 7x + 6)$ वर्ग मि. छ । उक्त बैठक हलको भुइँमा $(x - 2)$ m चौडाइ भएको कार्पेट बिच्छाउँदा,

(क) कति मिटर लम्बाइको कार्पेट किन्तु पर्दछ निकालुहोस् ।

(ख) यदि $x = 5$ भए कार्पेटको लम्बाइ, चौडाइ, वास्तविक क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ग) यदि प्रति वर्ग मि. कार्पेटको रु. 400 भए कार्पेट किन्तु लाग्ने खर्च पत्ता लगाउनुहोस् ।

(घ) यदि x को मान 5 मा 1 बढाए कति प्रतिशत खर्च वृद्धि हुन्छ ?

7. $(56x^2 + 106x - 30)$ लाई $(7x + 15)$ ले भाग गर्दा कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

8. तलका अभिव्यञ्जकको सूत्र प्रयोग गरी, नगरी र ज्यामितीय चित्रबाट वर्ग निकालुहोस् :

(क) $(y + 4)$

(ख) $(y + 5)$

(ग) $(b - 2)$

9. तलका सद्ब्याहरूलाई दुईओटा सद्ब्याहरूको जोड र घटाउबाट वर्ग निकालुहोस् :

(क) 28

(ख) 296

(ग) 502

10. सरल गणितोऽस् :

- (क) $(2a - 3b)^2 - (2a + 3b)^2$ (ख) $(\frac{1}{a} + a)^2 + (a - \frac{1}{a})^2$
(ग) $(m^2 + n^2)^2 - (m^2 - n^2)^2$

11. यदि $p + \frac{1}{p} = 12$ भए मान पत्ता लगाउनुहोस् :

- (क) $p^2 + \frac{1}{p^2}$ (ख) $(p - \frac{1}{p})^2$

12. यदि $x + y = 15$ र $xy = 8$ भए मान पत्ता लगाउनुहोस् :

- (क) $x^2 + y^2$ (ख) $(x - y)^2$

13. यदि $b - \frac{1}{b} = 8$ भए मान पत्ता लगाउनुहोस् :

- (क) $b^2 + \frac{1}{b^2}$ (ख) $(b - \frac{1}{b})^2$

14. तल दिइएका समीकरणबाट x र y का मानको तालिका बनाउनुहोस् :

- (क) $x + y = 2$ (ख) $2x - y = 4$

15. तल दिइएका समीकरणको लेखाचित्र बनाउनुहोस् ।

- (क) $2x + y = 5$ (ख) $4x + 3y = 6$ (घ) $3x - 2y = 7$

उत्तर

1. (क) $(\frac{2}{3})^5$ (ख) $(\frac{a}{b})^6$ 2. (क) 1 (ख) 0 (ग) 1

(घ) 1 3. (क) 37 (ख) -6 (ग) -1 (घ) $\frac{4}{3}$

4. (क) $(x - 4)$ (ख) $x^2 + 9y^2$ (ग) $(5x - 3)$

5. (क) $(2x^2 - 3xy - 2y^2) m^2$ (ख) 140 m, 1000 m²

6. (क) $(2x - 3)$ m (ख) 7 m, 3 m, 21 m² (ग) रु. 8400

(घ) 71.43% 7. $(8x - 2)$ 8. (क) $y^2 + 8y + 16$

(ख) $y^2 + 10y + 25$ (ग) $b^2 - 4b + 4$ 9. (क) 784 (ख) 87616

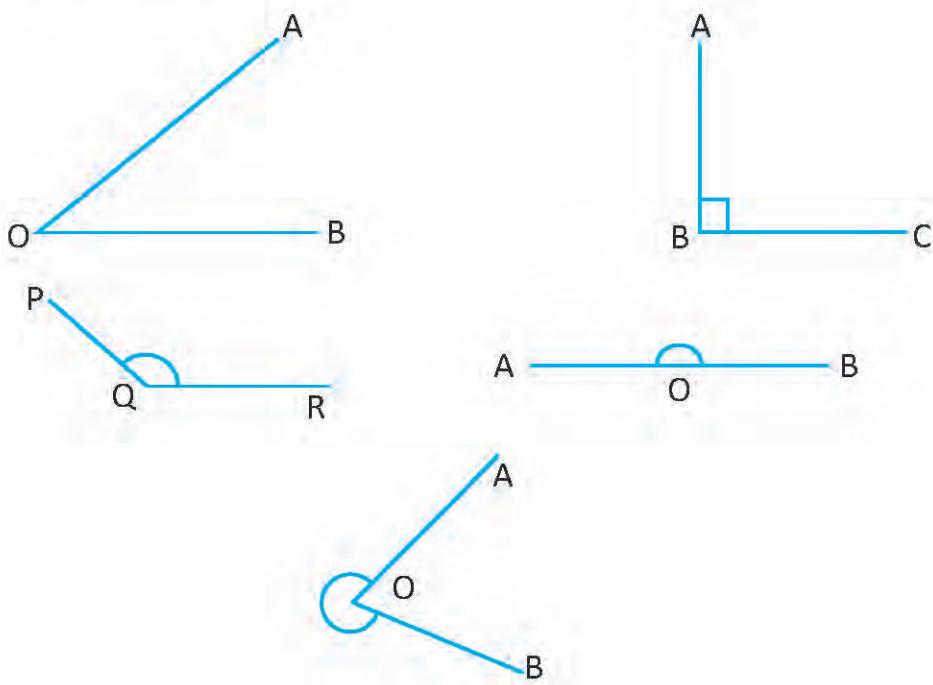
(ग) 252004 10. (क) $-24ab$ (ख) $2(a^2 + \frac{1}{a^2})$ (ग) $4m^2n^2$

11. (क) 142 (ख) 140 12. (क) 209 (ख) 191

13. (क) 66 (ख) 64 14. र 15. शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

13.0 पुनरबलोकन (Review)

तल दिइएका कोणहरू नाप्नुहोस् र न्यूनकोण (Acute angle), समकोण (Right angle), अधिककोण (Obtuse angle), सिधाकोण (Straight angle), बृहत्कोण (Reflect angle) छुट्याउनुहोस् ।



तल दिइएका कोणहरू चाँद सेटस्क्वाएर र कम्पासको प्रयोग गरी खिच्नुहोस् :

- (क) 65° (ख) 110° (ग) 90°

तल दिइएका कोणहरू सेटस्क्वाएरको प्रयोग गरी खिच्नुहोस् :

- (क) 30° (ख) 45° (ग) 60° (घ) 90°

तल दिइएका कोणहरू कम्पासको प्रयोग गरी खिच्नुहोस् :

- (क) 30° (ख) 60° (ग) 120° (घ) 90° (ड) 45°

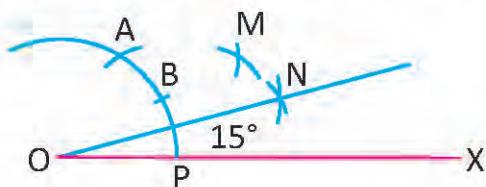
13.1 कम्पासको प्रयोगद्वारा कोणहरूको रचना (Construction of Angle by Using Compass)

क्रियाकलाप 1

तल दिइएअनुसार कम्पासको प्रयोग गरी 15° को कोणको रचना गर्नुहोस् :

तरिका

- एउटा रेखाखण्ड OX खिच्नुहोस् ।
- बिन्दु O मा कम्पासको सियो राखी OP अर्धव्यास बराबरको नाप लिएर चाप खिच्नुहोस् ।
- बिन्दु P बाट उही नापको अर्धव्यास लिएर पहिलेको चापमा काट्नुहोस् र काटिएको बिन्दुको नाम A दिनुहोस् । जहाँ 60° को कोण बन्छ ।
- बिन्दु A र P बाट कुनै नापको अर्धव्यास लिएर एउटै बिन्दुमा काटिने गरी चाप काट्नुहोस् र काटिएको बिन्दुको नाम M दिनुहोस् ।
- रुलरले सिधा पारी चाप AP मा चिह्न B दिनुहोस् ।
- बिन्दु B र P बाट कुनै नापको अर्धव्यास लिएर एउटै बिन्दुमा काटिने गरी चाप काट्नुहोस् र काटिएको बिन्दुको नाम N दिनुहोस् ।
- अब बिन्दु N र O जोड्नुहोस् र चाँदको प्रयोग गरी $\angle NOP$ नाप्नुहोस् ।
अतः $\angle NOP = 15^\circ$ तयार भयो ।

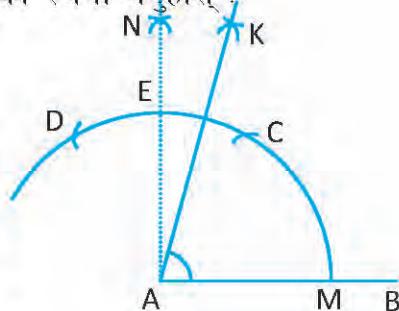


क्रियाकलाप 2

तल दिइएअनुसार कम्पासको प्रयोग गरी 75° को कोणको रचना गर्नुहोस् :

तरिका

- एउटा रेखाखण्ड AB खिच्नुहोस् ।
- बिन्दु A मा कम्पासको चुच्चो (सियो) राखी AM को नाप बराबरको अर्धव्यास लिएर चाप खिच्नुहोस् । उक्त अर्धव्यास बराबर हुने गरी बिन्दु M बाट बिन्दु C र बिन्दु C बाट बिन्दु D मा चाप खिच्नुहोस् जहाँ 60° र 120° को कोण बन्छ ।



(ग) विन्दु C र D बाट कुनै नापको अर्धव्यास लिएर ऐउटै विन्दुमा काटिने गरी काट्नुहोस् र काटिएका विन्दुको नाम N दिनुहोस् । विन्दु N र A लाई जोड्नुहोस् यसरी जोड्दा चापलाई काटेको विन्दुलाई E नाम दिनुहोस् ।

(घ) विन्दु E र C बाट कुनै चाप लिई बिन्दु K मा काट्नुहोस् र विन्दु A र K लाई जोड्नुहोस् र चाँदको प्रयोग गरी $\angle KAB$ नाप्नुहोस् ।

अतः $\angle KAB = 75^\circ$ तयार भयो ।

क्रियाकलाप 3

तल दिइएअनुसार कम्पासको प्रयोग गरी 105° को कोणको रचना गर्नुहोस् :

तरिका

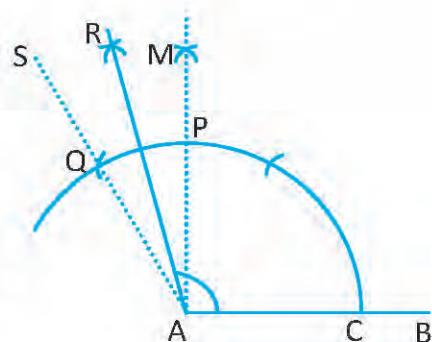
(क) ऐउटा रेखाखण्ड AB खिच्नुहोस् ।

(ख) विन्दु A मा $\angle SAB = 120^\circ$ र $\angle MAB = 90^\circ$ का कोणहरू खिच्नुहोस् ।

(ग) विन्दु P र Q मा कुनै नापको अर्धव्यास लिएर विन्दु R मा चाप काट्नुहोस् ।

(घ) विन्दु R र A लाई जोड्नुहोस् र चाँदको प्रयोग गरी $\angle RAB$ नाप्नुहोस् ।

अतः $\angle RAB = 105^\circ$ तयार भयो ।



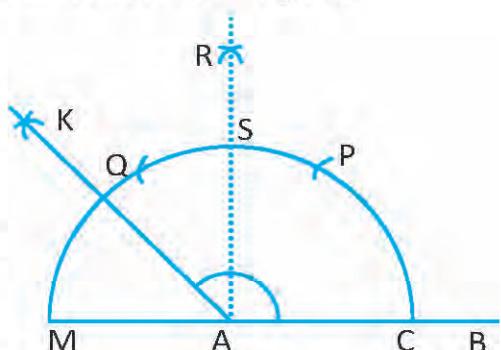
क्रियाकलाप 4

तल दिइएअनुसार कम्पासको प्रयोग गरी 135° को कोणको रचना गर्नुहोस् :

तरिका

(क) ऐउटा रेखाखण्ड MAB खिच्नुहोस् ।

(ख) विन्दु A मा कम्पासको चुच्चो (सियो) राखी AC अर्धव्यास बराबरको नाप लिएर चाप खिच्नुहोस् र उक्त अर्धव्यास बराबरको नापले विन्दु C बाट चाप काट्नुहोस् । काटिएको विन्दुको नाम P दिनुहोस् । उही नापको अर्धव्यास लिएर P बाट चाप काट्नुहोस् र काटिएको विन्दुको नाम Q दिनुहोस् ।



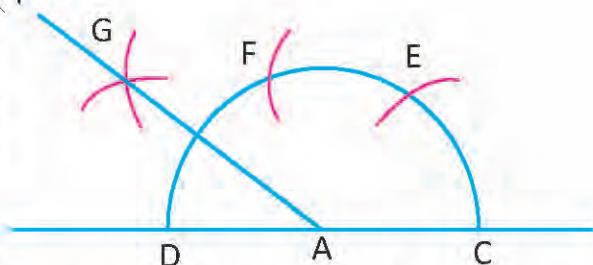
- (ग) बिन्दु Q र P बाट कुनै नापको अर्धव्यास लिएर एउटै बिन्दुमा काटिने गरी चाप काट्नुहोस् र काटिएको बिन्दुको नाम R दिनुहोस् । अतः R र A लाई जोड्दा $\angle RAC = \angle SAM = 90^\circ$ बन्छ ।
- (घ) बिन्दु S र M बाट एउटै नापको अर्धव्यास लिई एउटै बिन्दुमा काटिने गरी चाप काट्नुहोस् र काटिएको बिन्दुको नाम K दिनुहोस् ।
अब बिन्दु K र A लाई जोड्नुहोस् र चाँदको प्रयोग गरी $\angle KAC$ नाप्नुहोस् ।
अतः $\angle KAC = 135^\circ$ तयार भयो ।

क्रियाकलाप 5

तल दिइएअनुसार कम्पासको प्रयोग गरी 150° को कोणको रचना गर्नुहोस् :

तरिका

- (क) एउटा रेखाखण्ड DAC खिच्नुहोस् ।
- (ख) बिन्दु C बाट AC को नाप बराबरको अर्धव्यास लिएर बिन्दु C बाट E मा र E बाट F मा चाप काट्नुहोस् ।
- (ग) कुनै नापको अर्धव्यास लिएर बिन्दु F र D बाट चाप काट्नुहोस् । ती चापहरू काटिएको बिन्दुको नाम G दिनुहोसु ।
- (घ) अब बिन्दुहरू G र A लाई जोड्नुहोस् र चाँदको प्रयोग गरी $\angle GAC$ नाप्नुहोस् ।
अतः $\angle GAC = 150^\circ$ तयार भयो ।



अभ्यास 13.1

1. कम्पास र रुलरको सहायताले तल दिइएका नापका कोणहरू खिच्नुहोस् ।

- | | | | | | | | |
|-----|-------------|-----|-------------|-----|-------------|-----|------------|
| (क) | 15° | (ख) | 45° | (ग) | 60° | (घ) | 75° |
| (ड) | 105° | (च) | 135° | (छ) | 150° | | |

2. तलका रेखाहरू कार्पीमा खिची दिइएका बिन्दुहरूमा कोणहरू खिल्नुहोस् :

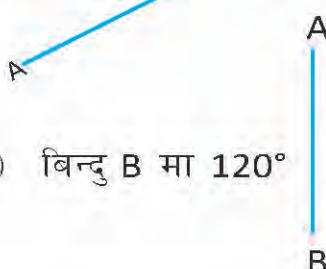
(क) बिन्दु Q मा 135°



(ख) बिन्दु B मा 75°



(ग) बिन्दु A मा 105°



(घ) बिन्दु P मा 150°



(घ) बिन्दु B मा 120°

3. कम्पासको सहायताले 150° को कोण खिची त्यसलाई आधा गर्नुहोस् र उक्त कोण चाँदले नापेर हेर्नुहोस् ।
4. रेखाखण्ड AB को बिन्दु A र B मा क्रमशः 105° र 30° को कोण बनाउनुहोस् । कोणहरू बनाएको रेखाखण्डहरू काटिएको बिन्दुलाई C नाम दिनुहोस् । $\angle ACB$ लाई चाँपले नापी कति डिग्रीको कोण भयो लेख्नुहोस् ।
5. रेखा $PQ = 6\text{cm}$ खिची बिन्दु P र Q का क्रमशः 135° र 15° को कोणहरू बनाउनुहोस् । कोणहरू बनाएको रेखाहरू काटिएको बिन्दुलाई R नाम दिनुहोस् अब $\angle PRQ$ चाँपले नापी कति डिग्रीको कोण भयो लेख्नुहोस् ।

उत्तर

शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

13.2 कम्पासको प्रयोगबाट बराबर कोणको रचना

(Construction of Equal Angle Using Compass)

क्रियाकलाप 1

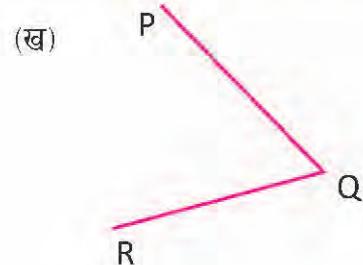
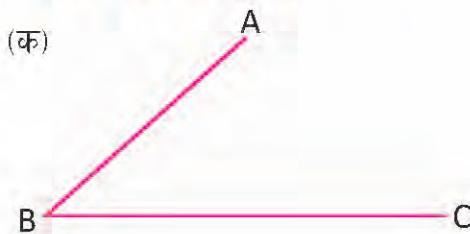
रुलरको सहायताले एउटा कोण खिच्नुहोस् । तल दिइएनुसार उक्त कोणसँग बराबर हुने गरी कम्पासको सहायताले अर्को कोणको रचना गर्नुहोस् :

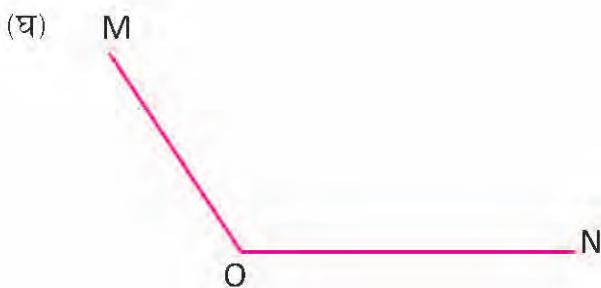
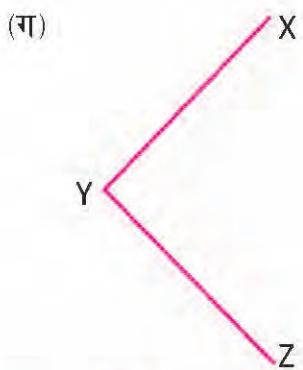
तरिका

- रुलरले एउटा कोण $\angle PQR$ खिच्नुहोस् ।
 - एउटा सिधारेखा AB खिच्नुहोस् ।
 - विन्दु Q मा कम्पासको चुच्चो (सियो) राखी QC को नाप बराबरको अर्धव्यास लिएर चाप खिच्नुहोस् र त्यो चापले $\angle PQR$ लाई विन्दु C र D काट्छ ।
 - कम्पासको चुच्चो विन्दु A मा राखी पहिलेकै अर्धव्यास बराबरको नाप लिएर चाप खिच्नुहोस् ।
 - विन्दु C र D बिचको लम्बाइ कम्पासको सहायताले नाप्नुहोस् र विन्दु X मा राखी Y विन्दुमा काट्नुहोस् । अब विन्दु A र Y लाई जोडि विन्दु C सम्म पुऱ्याउनुहोस् ।
 - अब $\angle PQR$ र $\angle CAB$ चाँदको सहायताले नापी बराबर भए नभएको तुलना गर्नुहोस् ।
- अतः $\angle PQR$ सँग बराबर हुने $\angle CAB$ को रचना भयो ।

अभ्यास 13.2

- तल दिइएका कोणहरू आफ्नो कार्पीमा ट्रैसिङ गर्नुहोस् । उक्त कोणहरूसँग बराबर हुने कोणको रचना गर्नुहोस् :





2. तल दिइएका नाप भएका कोणहरू चाँदको सहायताले खिच्नुहोस् उक्त कोणसँग बराबर हुने गरी कम्पासको सहायताले कोणहरू खिच्नुहोस् :

- (क) 35° (ख) 50° (ग) 95° (घ) 130° (ङ) 160°

उत्तर

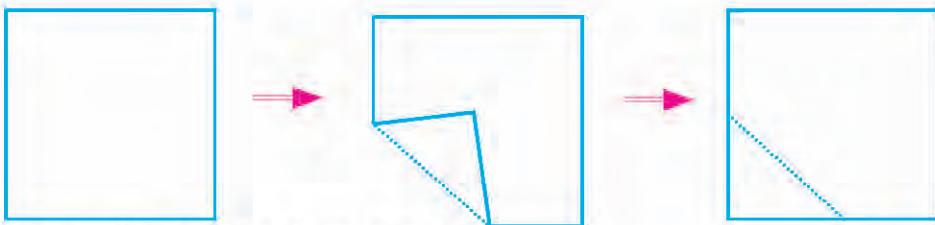
शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

13.3 जोडा कोणहरूको परिचय (Introduction to Pair of Angles)

13.3.1 आसन्न कोणहरू (Adjacent Angles)

क्रियाकलाप 1

एउटा कापीको पाना लिनुहोस् । उक्त कापीको पानालाई कुनै एक किनाराबाट पट्याउनुहोस् । यसरी पट्याएको कापीको भागलाई खोल्नुहोस् । पट्टिएको भाग र किनारामा सिधा रेखाहरू खिच्नुहोस् । अब साथीहरूसँग तलका प्रश्नहरूबाटे छलफल गर्नुहोस् :



- (क) चित्रमा कतिओटा सिधा रेखाहरू छन् ?
 (ख) चित्रमा कतिओटा कोणहरू र शीर्षविन्दुहरू छन् ?
 (ग) ती कोणहरूको कुनै भाग साभा छ ?

क्रियाकलाप 2

शीर्ष बिन्दु Q बाट QS, QR, QP र QZ रेखाहरू खिच्नुहोस् ।

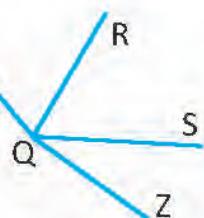
यसरी रेखाहरू खिच्दा चित्रमा कुन कुन कोणहरू बन्दून् छलफल गर्नुहोस् ।

साथै $\angle PQR$ र $\angle RQS$, $\angle RQS$ र $\angle SQZ$, $\angle PQR$ र $\angle RQZ$ मा के के कुरा साभा छन् छलफल गर्नुहोस् ?

अब $\angle PQR$ र $\angle RQS$ मा साभा भुजा QR छ ।

$\angle RQS$ र $\angle SQZ$ मा साभा भुजा QS छ ।

$\angle PQR$ र $\angle RQZ$ मा साभा भुजा QR छ ।



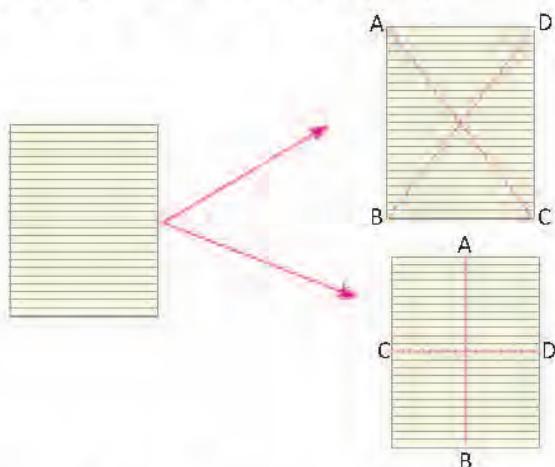
एउटै शीर्षबिन्दु र साभा भुजाको दुवैतर पर्ने कोणहरूलाई आसन्त कोणहरू (Adjacent angles) भनिन्छ ।



13.3.2 शीर्षभिमुख कोणहरू (Vertically Opposite Angles)

क्रियाकलाप 3

एउटा कापीको पाना लिनुहोस् । उक्त कापीको पानालाई तलको चित्रमा देखाए जस्तै गरी पट्याउनुहोस् । यसरी पट्याएको कापीको पानालाई खोल्नुहोस् जसमा किनारा र पट्टिएको भाग विचमा दुई सिधा रेखा एउटा बिन्दुमा काटिएको देखुहुन्छ । देखिएका भागमा रेखाखण्ड खिच्नुहोस् र कक्षामा छलफल गर्नुहोस् ।



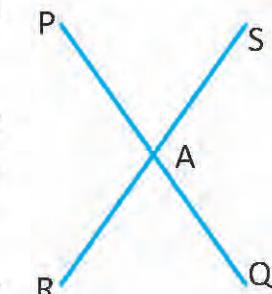
- (क) कतिओटा कोणहरू बनेका छन् ?
- (ख) कुन कुन कोणहरू बराबर छन् ?

क्रियाकलाप 4

दुईओटा सिधा रेखाहरू PQ र RS परस्पर काटिने गरी खिच्नुहोस् र काटिएको बिन्दुको नाम A दिनुहोस् । अब दुई रेखाहरूविच बनेका कोणहरू क्रमशः $\angle PAS, \angle RAQ, \angle PAR$ र $\angle QAS$ लाई नाप्नुहोस् र कुन कुन कोणहरू बराबर छन् कक्षामा छलफल गर्नुहोस् ।

यहाँ कोणहरू $\angle PAS, \angle RAQ, \angle PAR$ र $\angle QAS$ नाप्दा बराबर नाप भएका कोणहरू विपरीत दिशामा बनेका कोणहरू छन् । विपरीत दिशामा बनेका कोणहरू शीर्षाभिमुख कोणहरू हन् ।

अतः $\angle PAS$ र $\angle RAQ$ वा $\angle PAR$ र $\angle QAS$ जोडा शीर्षाभिमुख कोणहरू हन् ।

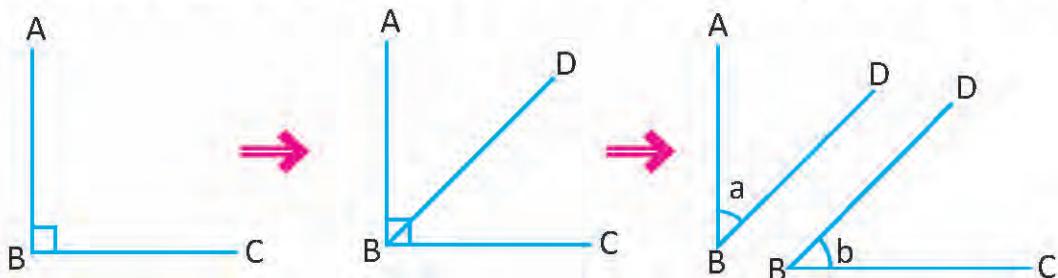


दुईओटा सिधा रेखाहरू आपसमा काटिँदा विपरीत दिशातिर बनेका कोणहरूलाई शीर्षाभिमुख कोणहरू (Vertically Opposite Angles) भनिन्छ ।

13.3.3 समपूरक कोणहरू (Complementary Angles)

क्रियाकलाप 5

सेट स्वाएरको सहायताले एउटा 90° को कोण खिच्नुहोस् । उक्त कोणको बिन्दु B बाट अर्को सिधारेखा BD खिच्नुहोस् । चाँदको प्रयोग गरी $\angle ABD$ र $\angle DBC$ को नाप लिनुहोस् ।



अब $\angle ABD$ र $\angle DBC$ को नापको योगफल निकाल्नुहोस् । $\angle ABD$ र $\angle DBC$ को योग 90° हुन्छ । यसरी दुई कोणहरूको योगफल 90° भए ती कोणहरू एकअर्काका समपूरक कोणहरू हुन्छन् ।

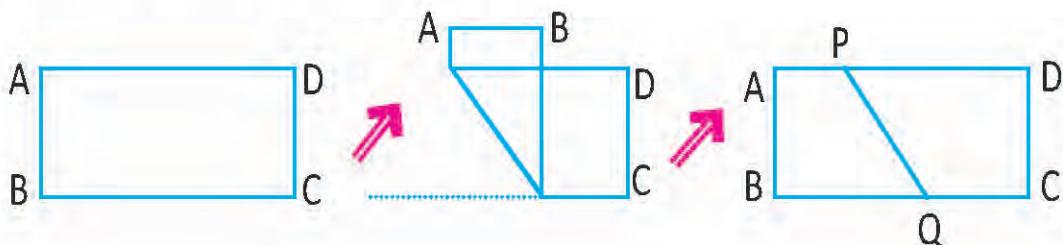
सगैको चित्रमा दिइएका कोणहरू a° र b° को योग पनि 90° हुन्छ । अतः यी कोणहरू समपूरक कोणहरू हुन् ।

यदि दुईओटा कोणहरूको योगफल 90° (एक समकोण) छ भने ती कोणहरूलाई एक अर्काको समपूरक कोणहरू (Complementary Angles) भनिन्छ ।

13.3.4 परिपूरक कोणहरू (Supplementary Angles)

क्रियाकलाप 6

एउटा कापीको पाना लिनुहोस् र चित्रमा देखाए जस्तै गरी ABCD नामाकरण गर्नुहोस् । अब उक्त पेपरलाई लम्बाइतिरबाट पट्याउनुहोस् र पट्याउँदा बनेको ठाउँलाई P र Q नामाकरण गरी PQ रेखाखण्ड खिच्नुहोस् ।



$\angle BQP + \angle PQC$ र $\angle BQC$ को नाप लिनुहोस् र कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

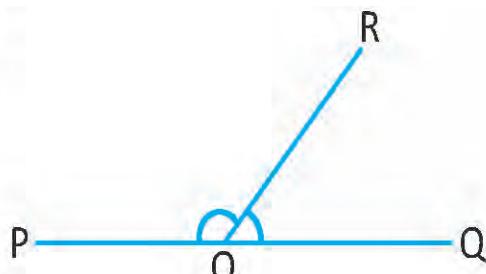
अब $\angle BQC = 180^\circ$ हुनाले भित्रि कोणहरू $\angle BQP$ र $\angle PQC$ को योगफल 180° हुन्छ ।

क्रियाकलाप 7

एउटा सिधारेखा PQ खिच्नुहोस् र रेखा PQ मा कुनै विन्दु O लिनुहोस् र OR रेखा खिच्नुहोस् ।

अब $\angle POR$ र $\angle ROQ$ नापेर हेर्नुहोस् ।

$\angle POR$ र $\angle ROQ$ लाई जोड्दा कति डिग्री हुन्छ पता लगाउनुहोस् ।

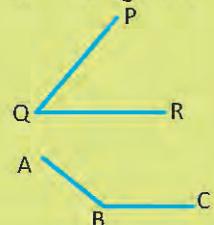


यहाँ $\angle POR + \angle ROQ = 180^\circ$ हुन्छ । अतः $\angle POR$ र $\angle ROQ$ परिपूरक कोणहरू हुन् ।

दुईओटा कोणको योगफल दुई समकोण वा 180° हुन्छ भने ती दुईओटा कोणलाई एकअर्काका परिपूरक कोण भनिन्छ ।

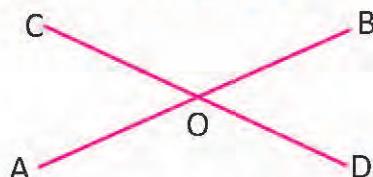
सँगैको चित्रमा दुई कोण $\angle PQR = 70^\circ$ र $\angle ABC = 110^\circ$ हुन्छ । यी दुई कोणको जोड पनि 180° हुन्छ ।

अतः $\angle PQR$ को परिपूरक कोण $\angle ABC$ हो ।



उदाहरण 1

दिइएको चित्रमा AB र CD बिन्दु O मा काटिएका छन् भने :



- (क) $\angle AOD$ र $\angle AOC$ का शीर्षाभिमुख कोणहरू लेख्नुहोस् ।
- (ख) $\angle AOD$ को आसन्त कोणहरू कुन कुन हुन्, लेख्नुहोस् ।
- (ग) $\angle BOD$ र $\angle BOC$ को योगफल कति डिग्री हुन्छ, लेख्नुहोस् ।
- (घ) $\angle AOC$ सँग बराबर हुने कोण कुन हो, लेख्नुहोस् ।
- (ङ) $\angle BOC$ को परिपूरक कोण लेख्नुहोस् ।

समाधान

यहाँ,

- (क) $\angle AOD$ को शीर्षाभिमुख कोण $\angle BOC$ र $\angle AOC$ को शीर्षाभिमुख कोण $\angle BOD$ हुन् ।
- (ख) $\angle AOD$ को आसन्त कोणहरू क्रमशः $\angle AOC$ र $\angle BOD$ हुन् ।
- (ग) $\angle BOD$ र $\angle BOC$ को योगफल 180° हुन्छ ।
- (घ) $\angle AOC$ सँग बराबर हुने कोण $\angle BOD$ हो ।
- (ङ) $\angle BOC$ को परिपूरक कोणहरू $\angle AOC$ र $\angle BOD$ दुवै हुन् ।

उदाहरण 2

दिइएको चित्रमा PQ , QR र QS बिन्दु Q बाट खिचिएका छन् जसमा $\angle PQR = 90^\circ$ छ भने,

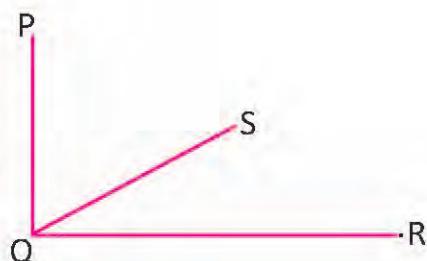
(क) $\angle PQS$ को आसन्न कोण लेख्नुहोस् ।

(ख) $\angle SQR$ को समपूरक कोण लेख्नुहोस् ।

समाधान

यहाँ (क) $\angle PQS$ को आसन्न कोण $\angle SQR$ हो ।

(ख) $\angle SQR$ को समपूरक कोण $\angle PQS$ हो ।



उदाहरण 3

33° कोणको समपूरक र परिपूरक कोणहरू पत्ता लगाउनुहोस् :

समाधान

यहाँ दिइएको कोण $= 33^\circ$

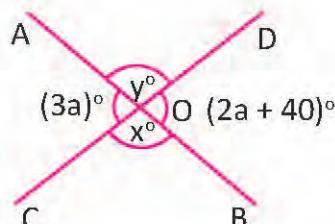
अथवा 33° कोणको समपूरक $= (90^\circ - 33^\circ) = 57^\circ$

अथवा 33° कोणको परिपूरक $= (180^\circ - 33^\circ) = 147^\circ$

अतः 33° को समपूरक कोण 57° र परिपूरक कोण 147° हो ।

उदाहरण 4

दिइएको चित्रबाट x , y र a को मानहरू निकाल्नुहोस् :



समाधान

यहाँ,

(क) $\angle AOC = \angle BOD$

\therefore शीर्षाभिमुख कोणहरू

अथवा $3a = 2a + 40^\circ$

अथवा $a = 40^\circ$

(ख) $\angle AOD + \angle AOC = 180^\circ$

\therefore सिधा रेखामा बनेका कोण

अथवा $y + 3a = 180^\circ$

अथवा $y + 3 \times 40 = 180^\circ$

$\therefore a = 40^\circ$

अथवा $y = 180^\circ - 120^\circ$

अथवा $y = 60^\circ$

(ग) $\angle BOC = \angle AOD$

\therefore शीर्षाभिमुख कोणहरू

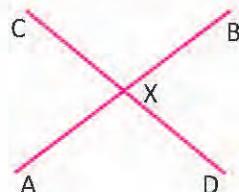
अथवा $x = y$

अथवा $x = 60^\circ$

अतः $a = 40^\circ, y = 60^\circ$ र $x = 60^\circ$

अभ्यास 13.3

1. दिएको चित्रमा $\angle AXC$ सँग तलका सम्बन्ध रहेका कोणहरू लेख्नुहोस् :



(क) दुर्घट आसन्न कोण

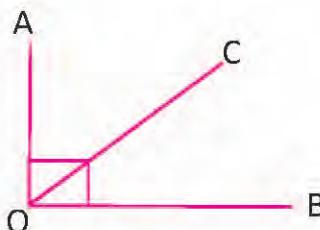
(ख) दुर्घट परिपूरक कोण

(ग) एउटा शीर्षाभिमुख कोण

2. दिएको चित्रमा $\angle AOB = 90^\circ$ छ ।

(क) $\angle AOC$ को आसन्न कोण लेख्नुहोस् ।

(ख) $\angle BOC$ को समपूरक कोण लेख्नुहोस् ।

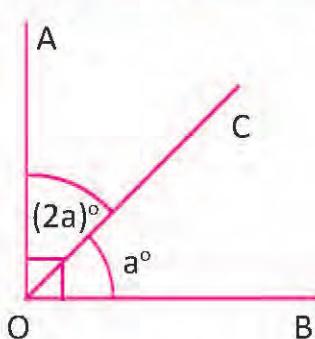


3. तल दिएका कोणको समपूरक र परिपूरक कोणहरू लेख्नुहोस् :

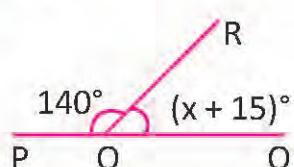
(क) 15° (ख) 45° (ग) 78° (घ) 87°

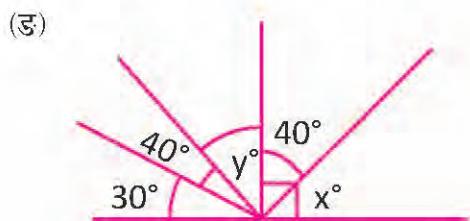
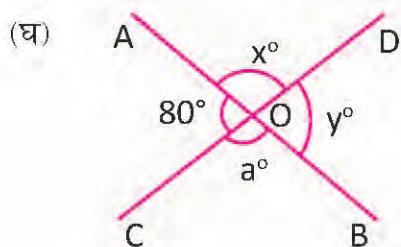
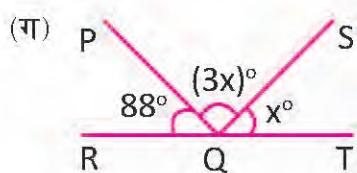
4. तल दिएका चित्रबाट x, y र a को मान पत्ता लगाउनुहोस् :

(क)



(ख)





परियोजना कार्य

दुईओटा सिधा रेखाहरू एकआपसमा प्रतिच्छेदन हुँदा बन्ने सम्भावित जोडा कोणहरूका बारेमा छलफल गरी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस्।

उत्तर

- | | | |
|--------------------------------------|---------------------------------|------------------|
| 1. (क) $\angle BXC$ र $\angle AXD$ | (ख) $\angle AXD$ र $\angle CXB$ | (ग) $\angle BXD$ |
| 2. (क) $\angle BOC$ | (ख) $\angle AOC$ | |
| 3. (क) $75^\circ, 165^\circ$ | (ख) $45^\circ, 135^\circ$ | |
| (ग) $12^\circ, 102^\circ$ | (घ) $3^\circ, 93^\circ$ | |
| 4. (क) 30° | (ख) 25° | (ग) 23° |
| (घ) $100^\circ, 80^\circ, 100^\circ$ | (ङ) $50^\circ, 20^\circ$ | |

13.4 कोणहरूको प्रयोगात्मक परीक्षण (Experimental Verification of Angles)

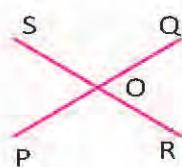
परीक्षण 1

दुईओटा सिधारेखाहरू एकआपसमा काटिँदा बन्ने शीर्षाभिमुख कोणहरू बराबर हुन्छन् ।

यहाँ,



चित्र 1



चित्र 2

दुई सिधा रेखाहरू PQ र RS लाई बिन्दु O मा काटिने गरी खिच्नुहोस् । अब प्रोट्याक्टरका सहायताले कोणहरू क्रमशः $\angle ROQ$, $\angle QOS$, $\angle ROP$ र $\angle POS$ लाई नाप्नुहोस् र तलको तालिकामा भर्नुहोस् ।

चित्र	$\angle ROP$	$\angle QOS$	$\angle ROQ$	$\angle POS$	परिणाम
1					
2					

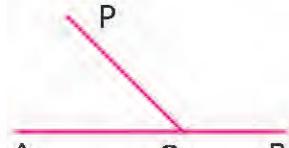
निष्कर्ष: दुईओटा सिधारेखाहरू एकआपसमा काटिँदा बन्ने शीर्षाभिमुख कोणहरू बराबर हुन्छन् ।

परीक्षण 2

एउटा सिधारेखाले अर्को सिधारेखासँग एकैतिर बनाएका आसन्त कोणहरूको योगफल 180° हुन्छ ।



चित्र 1



चित्र 2

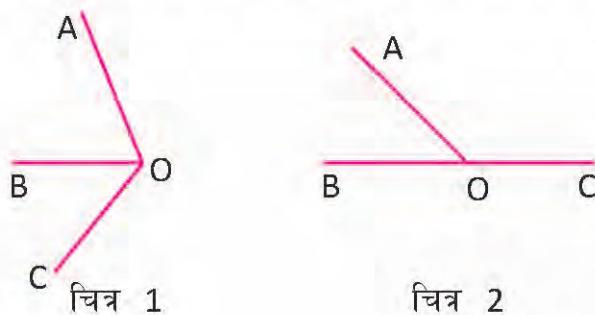
माथिको चित्रमा AB सिधा रेखाखण्डमा कुनै बिन्दु Q बाट QP रेखाखण्ड खिची फरक फरक दुईओटा चित्र खिच्नुहोस् । अब चाँदको सहायताले कोणहरू क्रमशः $\angle PQA$ र $\angle PQB$ लाई नाप्नुहोस् र तलको तालिकामा भर्नुहोस् ।

चित्र नं.	$\angle PQA$	$\angle PQB$	परिणाम
1			
2			

निष्कर्ष : एउटा सिधारेखाले अर्को सिधारेखासँग एकैतिर बनाएका आसन्त कोणहरूको योगफल 180° हुन्छ ।

परीक्षण 3

कुनै विन्दुको वरिपरि एक परिक्रमणमा बनेका कोणहरूको योगफल 360° हुन्छ ।



माथिको जस्तै आफ्नो कापीमा दुईओटा चित्र खिच्नुहोस् र $\angle AOB$, $\angle BOC$ वृहत् कोण $\angle AOC$ लाई नाप्नुहोस् र तलको तालिकामा भर्नुहोस् ।

चित्र	$\angle AOB$	$\angle BOC$	$\angle AOC$	$\angle AOB + \angle BOC + \angle AOC$	परिणाम
1					
2					

निष्कर्ष : कुनै विन्दुको वरिपरि एक परिक्रमणमा बनेका कोणहरूको योगफल 360° हुन्छ ।

उदाहरण 1

सगै दिइएको चित्रबाट a को मान पत्ता लगाउनुहोस् :

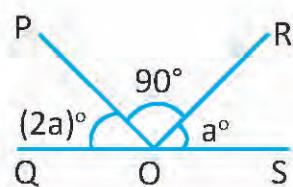
समाधान

$$\text{यहाँ } \angle POQ + \angle POR + \angle ROS = 180^\circ$$

$$\text{अथवा } 2a + 90 + a = 180^\circ$$

$$\text{अथवा } 3a = 90^\circ$$

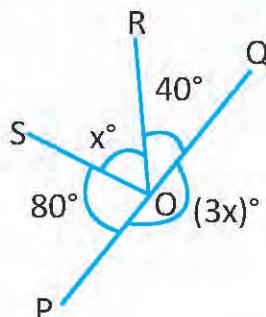
$$\text{अथवा } a = 30^\circ$$



\therefore सिधा रेखामा बनेका आसन्न कोणहरूको योगफल 180° हुन्छ ।

उदाहरण 2

दिइएको चित्रबाट x को मान पत्ता लगाउनुहोस् :



समाधान

$$\text{यहाँ } \angle POQ + \angle ROQ + \angle ROS + \angle SOP = 360^\circ$$

$$\text{अथवा } 3x + 40^\circ + x + 80^\circ = 360^\circ$$

$$\text{अथवा } 4x + 120^\circ = 360^\circ$$

$$\text{अथवा } 4x = 360^\circ - 120^\circ$$

$$\text{अथवा } 4x = 240$$

$$\text{अथवा } x = \frac{240}{4}$$

$$\text{अथवा } x = 60^\circ$$

\therefore कुनै बिन्दुमा वरिपरि बनेका कोणहरूको योगफल 360° हुन्छ ।

उदाहरण 3

दिइएको चित्रबाट $\angle POQ$ र $\angle QOR$ को माप पत्ता लगाउनुहोस्।

समाधान

$$\text{यहाँ } \angle POQ + \angle QOR = 180^\circ$$

$$\text{अथवा } 7x + 3x = 180$$

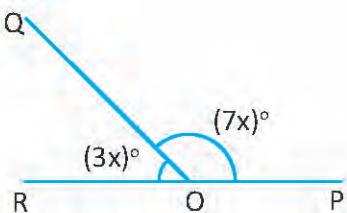
$$\text{अथवा } 10x = 180$$

$$\text{अथवा } x = \frac{180}{10} = 18$$

$$\text{अब } \angle POQ = 7x = 7 \times 18 = 126^\circ$$

$$\text{र } \angle QOR = 3x = 3 \times 18 = 54^\circ$$

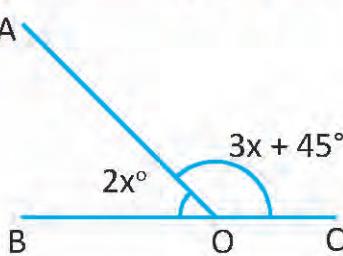
$$\text{अतः } \angle POQ = 126^\circ \text{ र } \angle QOR = 54^\circ$$



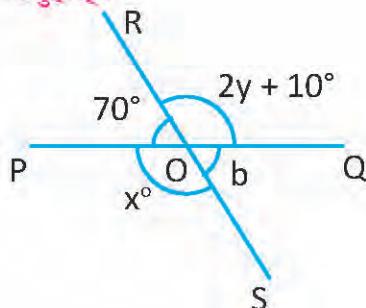
अभ्यास 13.4

1. तल दिइएका चित्रबाट x , y र b को मान पत्ता लगाउनुहोस्।

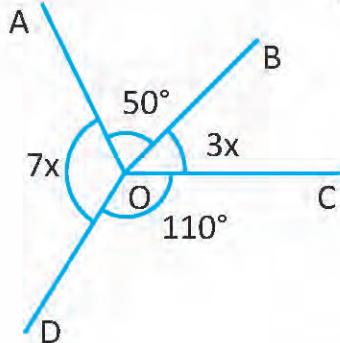
(क)



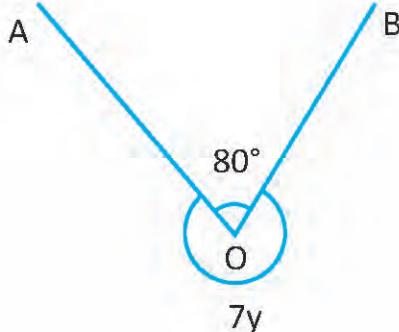
(ख)



(ग)



(घ)



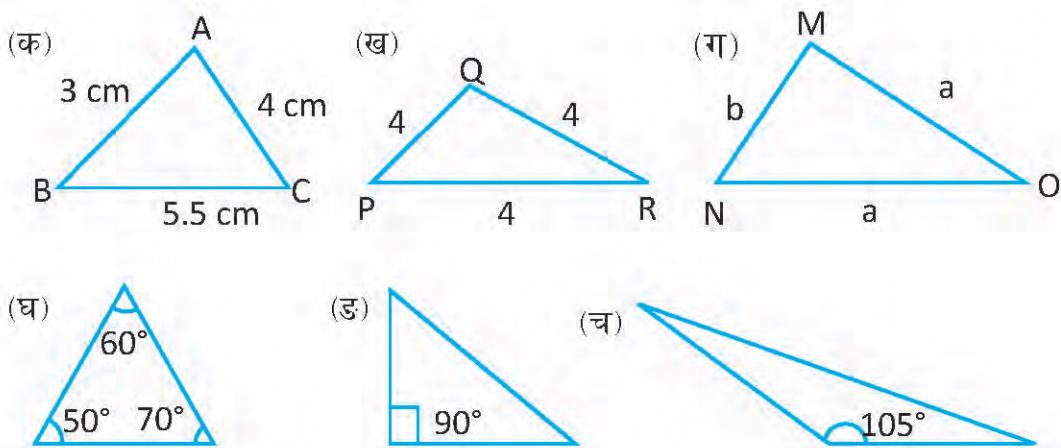
2. तल दिइएका तथ्यहरूको परीक्षणद्वारा प्रमाणित गर्नुहोस्।
- (क) दुईओटा सिधारेखाहरू एकआपसमा काट्दा बन्ने शीर्षाभिमुख कोणहरू बराबर हुन्छन् ।
- (ख) सिधा रेखाको कुनै बिन्दुमा एकैतिर बनेका आसल्न कोणहरूको योगफल 180° हुन्छ ।
- (ग) कुनै बिन्दुको वरिपरि एक परिक्रमणमा बनेका कोणहरूको योगफल 360° हुन्छ ।

उत्तर

1. (क) 27° (ख) $y = 50^\circ, x = 110^\circ, b = 70^\circ$
(ग) $x = 20^\circ$ (घ) 40°
2. सबै प्रश्नको समाधान कक्षामा छलफल गर्नुहोस् ।

14.0 पुनरब्लोकन (Review)

तल दिइएका त्रिभुजहरू (समबाहु, विषमबाहु, न्यूनकोणी, समकोणी, अधिककोणी) कुन प्रकारका हुन्, कक्षामा छलफल गर्नुहोस् ।



14.1 त्रिभुजको रचना (Construction of Triangle)

14.1.1 दुईओटा भुजाहरू र तिनीहरू विचको कोण दिइएमा त्रिभुजको रचना

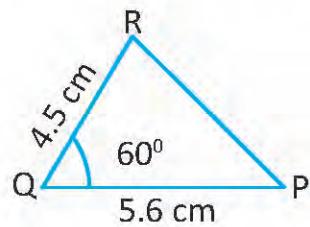
क्रियाकलाप 1

$PQ = 5.6 \text{ cm}$, $QR = 4.5 \text{ cm}$ र $\angle PQR = 60^\circ$ भएको एउटा त्रिभुज PQR को रचना गर्नुहोस् :

सर्वप्रथम खेसा चित्र खिच्नुहोस् ।

विधि

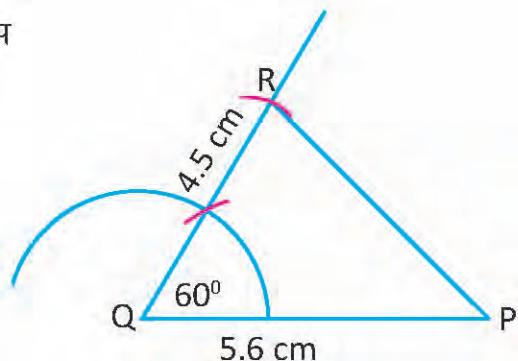
1. $PQ = 5.6 \text{ cm}$ को रेखा खण्ड खिच्नुहोस् ।
2. बिन्दु Q मा कम्पासका सहायताले 60° को कोण खिच्नुहोस् ।



3. बिन्दु Q बाट $QR = 4.5 \text{ cm}$ को नाप लिएर काटनुहोस् ।

4.. बिन्दु R र P लाई जोड्नुहोस् ।

अतः आवश्यक त्रिभुज PQR हो ।



14.1.2 कुनै एउटा भुजा र त्यसमा बनेका दुईओटा कोणहरू दिइएमा त्रिभुजको रचना

क्रियाकलाप 2

$AB = 5.2 \text{ cm}$, $\angle A = 75^\circ$ र $\angle B = 60^\circ$ भएको $\triangle ABC$ को रचना गर्नुहोस् ।

सर्वप्रथम खेसा चित्र खिच्नुहोस् ।

विधि

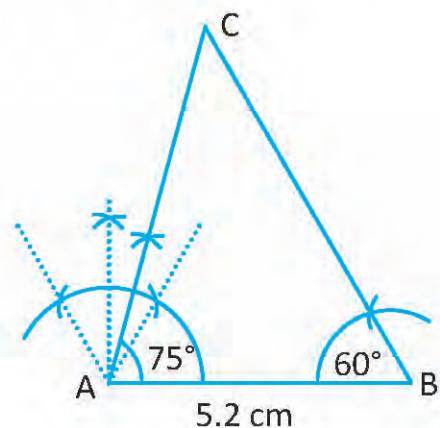
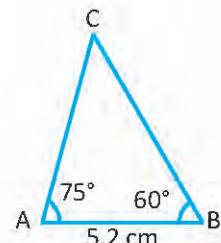
1. $AB = 5.2 \text{ cm}$ को एउटा रेखाखण्ड खिच्नुहोस् ।

2. बिन्दु A मा कम्पासका सहायताले 75° को कोण खिच्नुहोस् ।

3. बिन्दु B मा कम्पासका सहायताले 60° को कोण खिच्नुहोस् ।

4. यसरी 75° र 60° बनाएका रेखाहरू काटिएको बिन्दुको नाम C दिनुहोस् ।

अब आवश्यक त्रिभुज $\triangle ABC$ हो ।



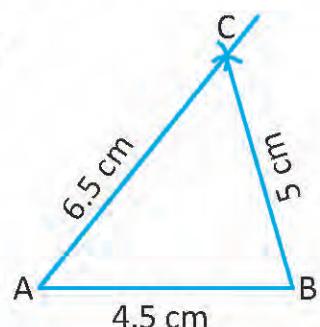
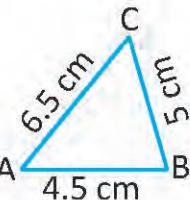
14.1.3 तीनओटै भुजा दिइएमा त्रिभुजको रचना

क्रियाकलाप 3

$AB = 4.5 \text{ cm}$, $BC = 5 \text{ cm}$ र $CA = 6.5 \text{ cm}$ भएको त्रिभुज ABC को रचना गर्नुहोस् : सर्वप्रथम खेस्ना चित्र खिच्नुहोस् ।

विधि

1. $AB = 4.5 \text{ cm}$ को एउटा रेखा खण्ड खिच्नुहोस् ।
 2. बिन्दु A बाट 6.5 cm नापको अर्धव्यास र बिन्दु B बाट 5 cm नापको अर्धव्यास लिनुहोस् र एउटै बिन्दुमा काटिने गरी चाप काट्नुहोस् ।
 3. ती दुईओटा चाप काटिएको बिन्दुको नाम C दिनुहोस् ।
 4. रेखा A र C तथा B र C जोड्नुहोस् ।
- अब आवश्यक त्रिभुज ABC को रचना हो ।

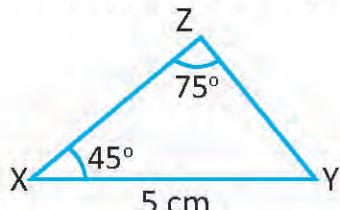


14.1.4 कुनै एउटा भुजा, त्यसमा आधारित एउटा कोण र त्यस भुजाको सम्मुख कोण दिइएमा त्रिभुजको रचना

क्रियाकलाप 4

$XY = 5 \text{ cm}$, $\angle ZXY = 45^\circ$ र $\angle XZY = 75^\circ$ भएको $\triangle XYZ$ को रचना गर्नुहोस् : तल दिइएका चरणहरू अपनाई $AB = 4.5 \text{ cm}$, $BC = 5 \text{ cm}$ र $CA = 6.5 \text{ cm}$ भएको त्रिभुज ABC को रचना गर्नुहोस् :

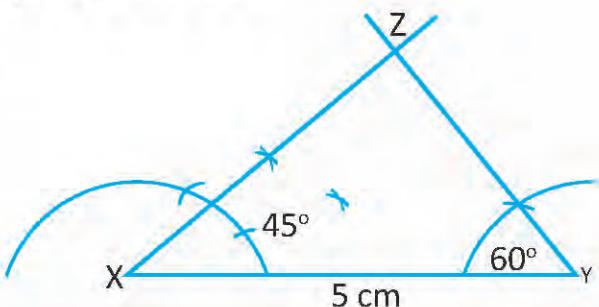
सर्वप्रथम खेस्ना चित्र खिच्नुहोस् ।



विधि

- $XY = 5 \text{ cm}$ को एउटा रेखा खण्ड खिच्नुहोस् ।
- बिन्दु X मा कम्पासको सहायताले 45° को कोण खिच्नुहोस् ।
- बिन्दु Y मा $[180^\circ - (75^\circ + 45^\circ) = 180^\circ - 120^\circ] 60^\circ$ को कोण खिच्नुहोस् ।
- यसरी बिन्दु X र Y मा 45° र 60° को कोणहरू बनाएका रेखाहरू काटिएको बिन्दुको नाम Z दिनुहोस् ।

अब आवश्यक त्रिभुज XYZ तयार भयो ।



अभ्यास 14.1

- तल दिइएका अवस्थामा ΔPQR को रचना गर्नुहोस् :
 (क) $PQ = 4.8 \text{ cm}$, $QR = 5 \text{ cm}$ र $\angle PQR = 75^\circ$
 (ख) $PR = 5 \text{ cm}$, $\angle PRQ = 45^\circ$ र $QR = 5.8 \text{ cm}$
 (ग) $PQ = 6.2 \text{ cm}$, $\angle QPR = 60^\circ$ र $RQ = 6.6 \text{ cm}$
- तल दिइएका अवस्थामा ΔABC को रचना गर्नुहोस् :
 (क) $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle ACB = 45^\circ$ र $BC = 6 \text{ cm}$
 (ख) $AB = 6.8 \text{ cm}$, $\angle BAC = 75^\circ$ र $\angle ABC = 30^\circ \text{ cm}$
 (ग) $CA = 5.2 \text{ cm}$, $\angle ACB = 45^\circ$ र $\angle BAC = 75^\circ \text{ cm}$
- तल दिइएका अवस्थामा ΔDEF को रचना गर्नुहोस् :
 (क) $DE = 4.5 \text{ cm}$, $EF = 4 \text{ cm}$ र $DF = 5 \text{ cm}$
 (ख) $EF = 6.6 \text{ cm}$, $DF = 6 \text{ cm}$ र $DE = 7 \text{ cm}$
 (ग) $DE = EF = 5.5 \text{ cm}$, $DF = 5.2 \text{ cm}$

4. तल विडिएका अवस्थामा $\triangle LMN$ को रचना गर्नुहोस् :
- $LM = 6 \text{ cm}$, $\angle NLM = 60^\circ$ र $\angle LNM = 90^\circ$
 - $MN = 5.5 \text{ cm}$, $\angle LMN = 45^\circ$ र $\angle MLN = 60^\circ$
 - $LN = 7 \text{ cm}$, $\angle MLN = 60^\circ$ र $\angle LMN = 90^\circ$
5. उपयुक्त सङ्ख्यामा समूहमा छलफल गरी तल विडिएअनुसारका भागको नाप लिएर निम्नजग्गो रचना गर्नका लागि प्रश्नहरू निर्माण गर्नुहोस् र रचना गरी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस्।
- दुईओटा भुजा र तिनीहरूबिचको कोणको नाप
 - तीनओटा भुजाको लम्बाइको नाप
 - एउटा भुजा र त्यस भुजामा बनेका दुईओटा कोणको नाप

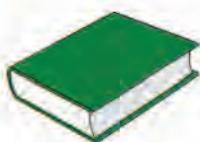
उत्तर

शिक्षकलाई देखाउनुहोस्।

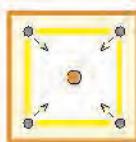
14.2 समानान्तर चर्तुभुज, आयत र वर्गका गुणहरूको पहिचान र परीक्षण (Identification and Verification of the Properties of Parallelogram, Rectangle and Square)

क्रियाकलाप 1

एउटा किताब, क्यारेमबोर्ड र कपडाको छड्के काटेको टुक्रा लिनुहोस् र ती ठोस वस्तुका सतहका आकारहरू के कस्ता छन्, कक्षामा छलफल गर्नुहोस्।



किताब



क्यारेमबोर्ड



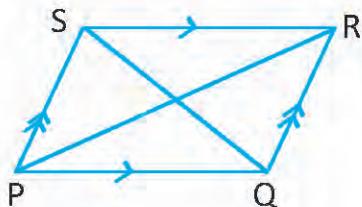
कपडा

ती सतहका किनारा र कुनामा बनेका कोणहरू नाप्नुहोस्। किनारा र कोणहरूका आधारमा चर्तुभुजको गुणबारे कक्षामा छलफल गर्नुहोस्।

14.2.1 समानान्तर चतुर्भुजका गुणहरूको पहिचान (Identification of the Properties of Parallelogram)

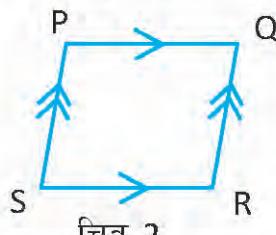
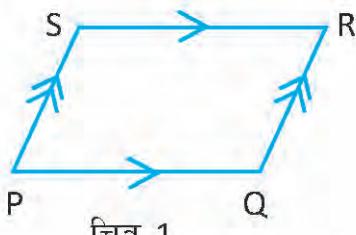
क्रियाकलाप 2

दिइएको समानान्तर चतुर्भुज PQRS का सबै भुजाहरू, कोणहरू विकर्णका भागहरू नाप्नुहोस् । अब भुजाहरूको सम्बन्ध, कोणहरूको सम्बन्ध र विकर्णका भागहरूको सम्बन्ध कस्तो देख्नुभयो कक्षामा साथीहरूसँग छलफल गरी समानान्तर चतुर्भुजका गुणहरू पता लगाउनुहोस् ।



परीक्षण 1

समानान्तर चतुर्भुजका सम्मुख कोणहरू बराबर हुन्छन् भनी परीक्षण गर्नुहोस् ।



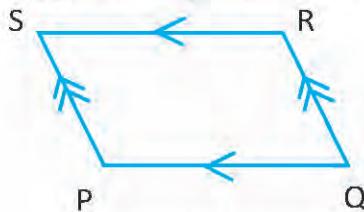
दिइएका दुईओटा समानान्तर चतुर्भुज PQRS का सबै कोणहरूका नाप लिएर तलको तालिकामा भर्नुहोस् ।

चित्र	$\angle QPS$	$\angle PQR$	$\angle QRS$	$\angle RSP$	परिणाम
1					
2					

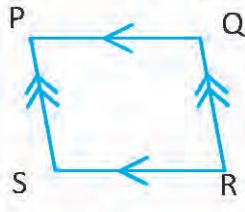
निष्कर्ष : समानान्तर चतुर्भुजको सम्मुख कोणहरू बराबर हुन्छन् ।

परीक्षण 2

समानान्तर चतुर्भुजका सम्मुख भुजाहरू बराबर हुन्छन् भनी परीक्षण गर्नुहोस् ।



चित्र 1



चित्र 2

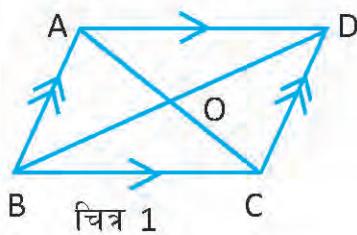
दिइएका दुईओटा समानान्तर चतुर्भुज $PQRS$ का सबै भुजाहरूको नाप लिएर तलको तालिकामा भर्नुहोस् ।

चित्र	PQ	QR	RS	SP	परिणाम
1					
2					

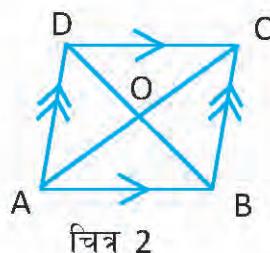
निष्कर्ष : समानान्तर चतुर्भुजको सम्मुख भुजाहरू बराबर हुन्छन् ।

परीक्षण 3

समानान्तर चतुर्भुजको विकर्णहरू समद्विभाजन हुन्छन् ।



चित्र 1



चित्र 2

दिइएका दुईओटा समानान्तर चतुर्भुजमा विकर्णहरू AC र BD बिन्दु O मा काटिएका छन् । अब विकर्णका भागहरूको लम्बाइ नापी तल दिइएको तालिकामा भर्नुहोस् ।

चित्र	AO	OC	BO	OD	परिणाम
1					
2					

निष्कर्ष : समानान्तर चतुर्भुजको विकर्णहरू समद्विभाजन हुन्छन् ।

समानान्तर चतुर्भुजका गुणहरू

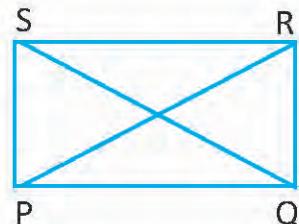
- (क) समानान्तर चतुर्भुजका सम्मुख कोणहरू बराबर हुन्छ ।
- (ख) समानान्तर चतुर्भुजका सम्मुख भुजाहरू बराबर हुन्छ ।
- (ग) समानान्तर चतुर्भुजका विकर्णहरू परस्पर समद्विभाजन हुन्छन् ।

14.2.2 आयतका गुणहरूको पहिचान

(Identification of the Properties of Rectangle)

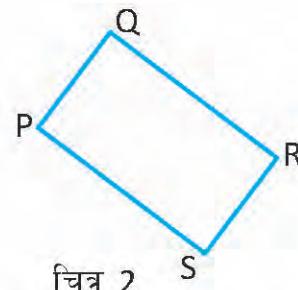
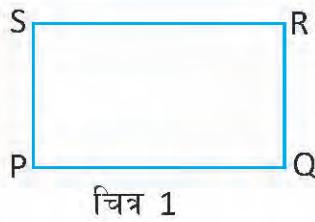
क्रियाकलाप 3

एउटा कापीको पाना लिनुहोस् । यसका सम्मुख किनाराहरू र कुनामा भएका कोणहरू र विकर्णहरूको लम्बाइ नाप्नुहोस् । यसरी नाप्दा के गुण पत्ता लाग्छ, कक्षामा साथीहरूसँग छलफल गर्नुहोस् ।



परीक्षण 1

आयतका सबै कोणहरू 90° का हुन्छन् ।



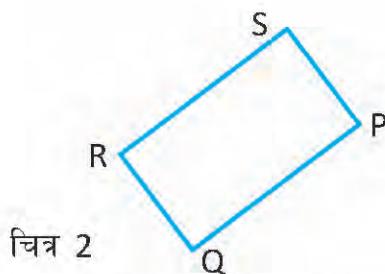
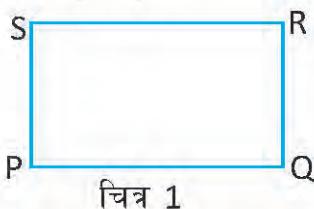
दिइएका दुईओटा आयत $PQRS$ का प्रत्येक कोणहरू नापी तल दिएको तालिकामा भर्नुहोस् ।

चित्र	$\angle QPS$	$\angle PQR$	$\angle QRS$	$\angle RSP$	परिणाम
1					
2					

निष्कर्ष : आयतका सबै कोणहरू 90° का हुन्छन् ।

परीक्षण 2

आयतका सम्मुख भुजाहरू बराबर हुन्छन्।



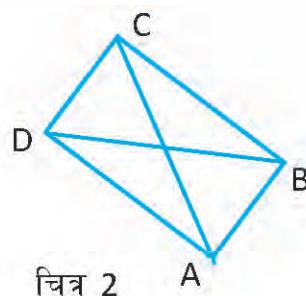
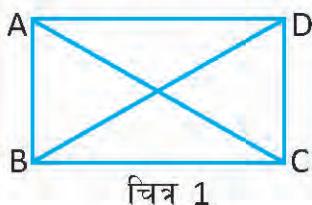
दिइएका दुईओटा आयत PQRS का सबै भुजाहरू नापी तल दिइएको तालिकामा भर्नुहोस् र तिनीहरूबिचको सम्बन्ध पत्ता लगाउनुहोस्।

चित्र	PQ	QR	RS	SP	परिणाम
1					
2					

निष्कर्ष : आयतका सम्मुख भुजाहरू बराबर हुन्छन्।

परीक्षण 3

आयतका विकर्णहरू बराबर हुन्छन्।



दिइएका दुईओटा आयत ABCD का विकर्णहरू AC र BD का नाप लिई तल दिइएको तालिकामा भर्नुहोस्।

चित्र	AC	BD	परिणाम
१			
२			

निष्कर्ष : आयतका विकर्णहरू बराबर हुन्छन्।

आयतका गुणहरू

- (क) आयतका सबै कोणहरू 90° का हुन्छन्।
- (ख) आयतका सम्मुख भुजाहरू बराबर हुन्छन्।
- (ग) आयतका विकर्णहरूको लम्बाइ बराबर हुन्छन्।

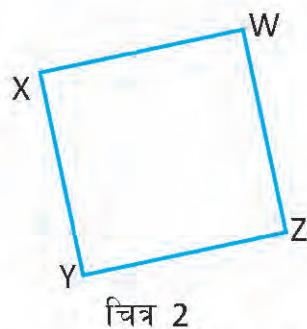
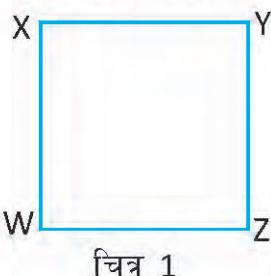
14.2.3 वर्गका गुणहरूको पहिचान (Identification of the Properties of Square)

क्रियाकलाप 4

एउटा मिनी चेसको बोर्ड वा वर्गाकार सतह भएको ठोस वस्तु लिनुहोस् । उक्त चेसको बोर्ड वा ठोस वस्तुहो वर्गाकार सतहलाई कापीमाथि राखी वरिपरि धेरा लगाउनुहोस् र विकर्णहरू जोड्नुहोस् । यसरी बनेको चर्तभुजका सबै भुजाहरू, कोणहरू, विकर्णको लम्बाइ, विकर्णविचको कोण, विकर्णका भागहरू र शीर्षकोणका विभाजित कोणहरू नाप्नुहोस् । यसरी नाप्दा के परिणाम पत्ता लाग्छ कक्षामा साथीहरूसँग छलफल गर्नुहोस् ।

परीक्षण 1

वर्गका सबै कोण र भुजा बराबर हुन्छन् ।



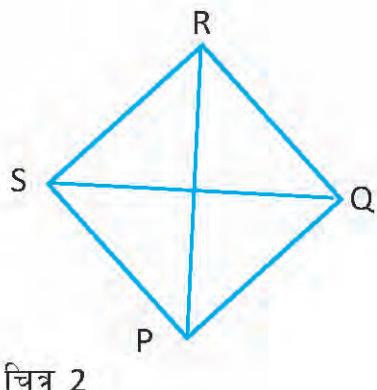
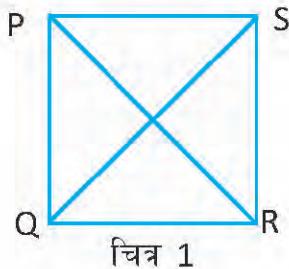
दिइएका दुईओटा वर्ग $WXYZ$ का सबै भुजा र कोण नापी तल दिइएको तालिकामा भर्नुहोस् ।

चित्र	$\angle X$	$\angle Y$	$\angle Z$	$\angle W$	XY	WX	YZ	ZW	परिणाम
1									
2									

निष्कर्ष : वर्गका सबै कोण 90° र सबै भुजाको लम्बाइ बराबर हुन्छ ।

परीक्षण 2

वर्गका विकर्णहरूको लम्बाइ बराबर हुन्छन्।



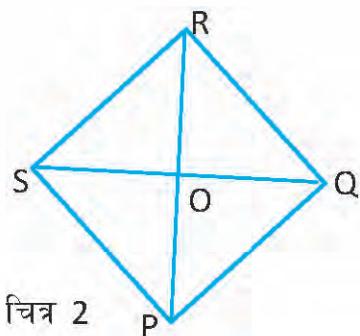
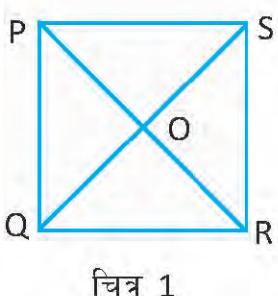
दिइएका दुईओटा वर्ग PQRS का विकर्णहरू PR र QS को लम्बाइको नाप लिई तलको तालिकामा भर्नुहोस्।

चित्र	PR	QS	परिणाम
1			
2			

निष्कर्ष : वर्गका विकर्णहरूको लम्बाइ बराबर हुन्छन्।

परीक्षण 3

वर्गका विकर्णहरू आपसमा लम्बार्धक हुन्छन्।



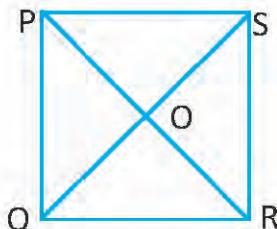
दिइएका दुईओटा वर्ग PQRS का विकर्णका भागहरू र विकर्णहरूबिचका कोणहरूको नाप लिई तलको तालिकामा भर्नुहोस्।

चित्र	PO	OR	QO	OS	$\angle POQ$	$\angle POS$	परिणाम
1							
2							

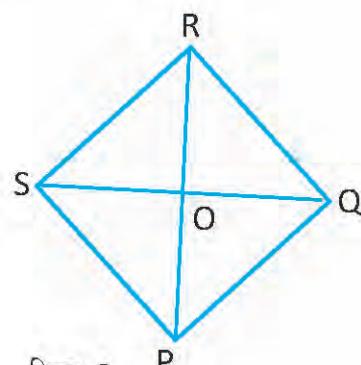
निष्कर्ष : वर्गका विकर्ण आपसमा लम्बार्धक हुन्छन्।

परीक्षण 4

वर्गका विकर्णले शीर्षकोणलाई आधा गर्दछ।



चित्र 1



चित्र 2

दिइएका दुईओटा वर्ग $PQRS$ का शीर्षकोणहरू र विकर्णहरूले विभाजन गरेका शीर्षकोणका भागहरूको नाप लिई तलको तालिकामा भर्नुहोस् :

चित्र 1		
शीर्षकोणको नाप	सहायक कोणहरूको नाप	परिणाम
$\angle PQR = \dots\dots\dots$	$\angle PQS = \dots\dots\dots$	$\angle SQR = \dots\dots\dots$
$\angle QRS = \dots\dots\dots$	$\angle QRP = \dots\dots\dots$	$\angle PRS = \dots\dots\dots$
$\angle RSP = \dots\dots\dots$	$\angle RSQ = \dots\dots\dots$	$\angle QSP = \dots\dots\dots$
$\angle SPQ = \dots\dots\dots$	$\angle SPR = \dots\dots\dots$	$\angle RPQ = \dots\dots\dots$

चित्र 2

शीर्षकोणको नाम	सहायक कोणहरूको नाम	परिणाम
$\angle PQR = \dots\dots\dots$	$\angle PQS = \dots\dots\dots$	$\angle SQR = \dots\dots\dots$
$\angle QRS = \dots\dots\dots$	$\angle QRP = \dots\dots\dots$	$\angle PRS = \dots\dots\dots$
$\angle RSP = \dots\dots\dots$	$\angle RSQ = \dots\dots\dots$	$\angle QSP = \dots\dots\dots$
$\angle SPQ = \dots\dots\dots$	$\angle SPR = \dots\dots\dots$	$\angle RPQ = \dots\dots\dots$

निष्कर्ष : वर्गका प्रत्येक विकर्णले कोणलाई आधा गर्दछ ।

वर्गका गुणहरू

- (क) वर्गका सबै कोणहरू र भुजाहरू आपसमा बराबर हुन्छन् ।
- (ख) वर्गका विकर्णहरूको लम्बाइ आपसमा बराबर हुन्छन् ।
- (ग) वर्गका विकर्णहरू आपसमा लम्बार्धक हुन्छन् ।
- (घ) वर्गका विकर्णहरूले शीर्ष कोणहरूलाई आधा गर्दछ ।

अभ्यास 14.2

तल दिइएका भनाइ ठिक छन् वा छैनन् छुट्याउनुहोस् ।

- (क) सबै चतुर्भुजका सम्मुख भुजाहरू बराबर हुन्छन् ।
- (ख) समानान्तर चतुर्भुजका सम्मुख कोणहरू बराबर हुन्छ ।
- (ग) वर्गका सम्मुख भुजाहरू मात्र बराबर हुन्छन् ।
- (घ) आयतका विकर्णहरू आपसमा लम्बार्धक हुन्छन् ।
- (ङ) आयतका सबै गुण समानान्तर चतुर्भुजमा पनि हुन्छ ।
- (च) वर्गका विकर्णहरू बराबर हुन्छन् ।
- (छ) आयतका सम्मुख कोणहरू मात्र बराबर हुन्छन् ।

परियोजना कार्य

आफ्नो घर र विद्यालय वरिपरि रहेका आयताकार, वर्गाकार र समानान्तर चतुर्भुज आकारका सतहहरू भएका वस्तुहरू खोजनुहोस् । उक्त वस्तुका सतहहरू कापीमा ट्रेस गरी आयत, वर्ग र समानान्तर चतुर्भुजका गुणहरू परीक्षण गर्नुहोस् र कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

14.3 पाइथागोरस साध्य (Pythagoras Theorem)

पाइथागोरस साध्यको परीक्षण

एउटा समकोणी त्रिभुज खिच्नुहोस् जसमा $\angle Q = 90^\circ$ छ । उक्त समकोण त्रिभुजको कर्ण (h), लम्ब (P) र आधार (b) छ ।

समकोण त्रिभुजको कर्ण (h), लम्ब (P) र आधार कसरी पत्ता लगाउन सकिन्छ ?

उक्त समकोणी त्रिभुजको भुजाहरू नाप्नुहोस् र प्रत्येक भुजामा एक एकओटा वर्ग बनाउनुहोस् ।

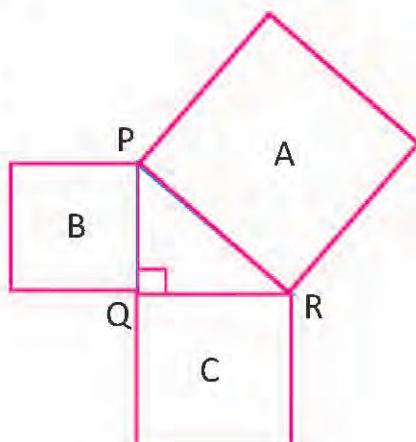
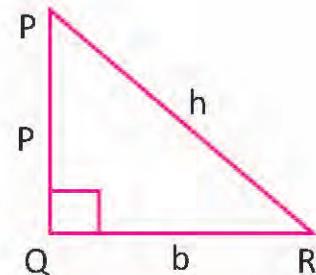
अब वर्ग A, B र C को क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् । कक्षामा साथीहरूसँग छलफल गर्नुहोस् । के h मा बनेको वर्गको क्षेत्रफल = P मा बनेको वर्गको क्षेत्रफल + b मा बनेको क्षेत्रफल हुन्छ, छलफल गर्नुहोस् ।

यहाँ कर्णमा बनेका वर्गको क्षेत्रफल अन्य दुई भुजामा बनेका वर्गको योगफलसँग बराबर भयो ।

$$\text{अतः } (\text{कर्ण})^2 = (\text{लम्ब})^2 + (\text{आधार})^2$$

$$h^2 = p^2 + b^2$$

जहाँ h कर्ण (hypotenuse), p लम्ब (perpendicular) र b आधार (base) छन् ।





समकोणी त्रिभुजमा कर्णको वर्ग अरू दुई भुजाको वर्गको योगफलसँग बराबर हुन्छ ।

क्रियाकलाप १

एउटा सेटस्क्वाएर लिनुहोस् । र प्रत्येक किनाराको लम्बाइ नाप्नुहोस् । सबैभन्दा लामो किनारा छुट्याउनुहोस् । सबभन्दा लामो किनाराको नापको वर्गसँग अन्य दुई किनाराको नापको वर्गको योगफल बराबर हुन्छ वा हुदैन कक्षामा छलफल गर्नुहोस् । र निष्कर्ष निकाल्नुहोस् ।



उदाहरण १

दिइएको त्रिभुज समकोणी हो वा होइन पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

$$\text{मानौं कर्ण } (h) = 13 \text{ cm}$$

$$\text{लम्ब } (P) = 12 \text{ cm}$$

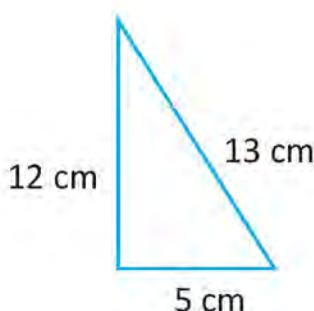
$$\text{आधार } (b) = 5 \text{ cm}$$

$$\text{अब } h^2 = p^2 + b^2$$

$$\text{अथवा } (13)^2 = (12)^2 + (5)^2$$

$$\text{अथवा } 169 \text{ cm}^2 = 144 \text{ cm}^2 + 25 \text{ cm}^2$$

$$\text{अथवा } 169 \text{ cm}^2 = 169 \text{ cm}^2$$



यहाँ कर्णको वर्गसँग दुई भुजाको वर्गको योगफल बराबर भयो । अतः उक्त त्रिभुज समकोणी त्रिभुज हो ।

उदाहरण 2

दिइएको समकोणी त्रिभुजमा थाहा नभएको भुजा पत्ता लगाउनुहोस् :

समाधान

यहाँ $\angle PQR = 90^\circ$

कर्ण (h) = PR = 5 cm

लम्ब (P) = PQ = ?

आधार (b) = QR = 4 cm

अब $h^2 = p^2 + b^2$

अथवा $5^2 = (PQ)^2 + 4^2$

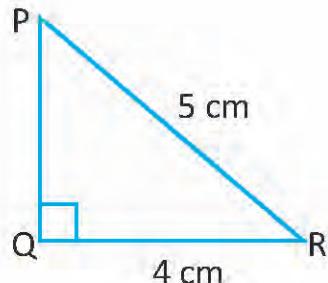
अथवा $25 = PQ^2 + 16$

अथवा $25 - 16 = PQ^2$

अथवा $PQ^2 = 9$

अथवा $PQ = 3 \text{ cm}$

अतः थाहा नभएको भुजा PQ को लम्बाई 3 cm हुन्छ ।



अभ्यास 14.3

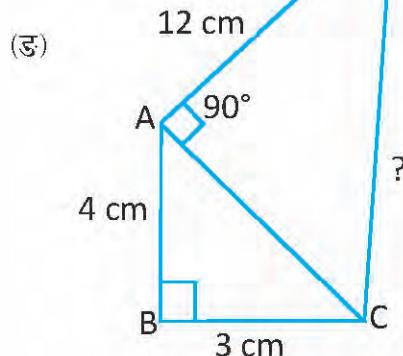
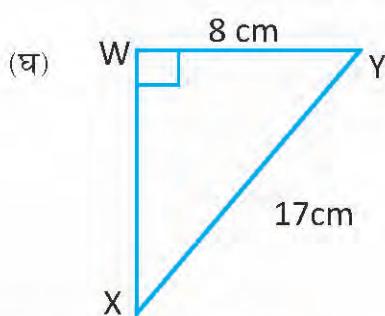
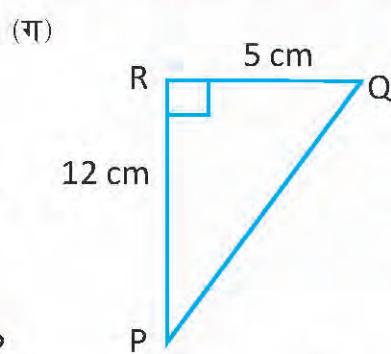
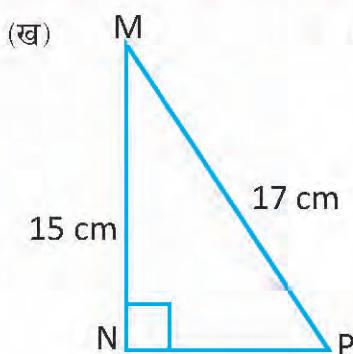
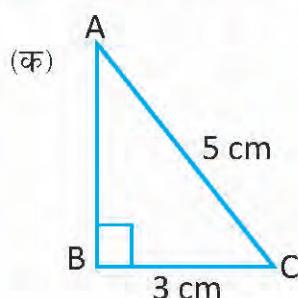
1. तल दिइएका वाक्यहरू ठिक भए 'T' र बेटिक भए 'F' लेख्नुहोस् ।

- (क) सबै त्रिभुजको लामो भुजा कर्ण हुन्छ ।
- (ख) समकोणी त्रिभजमा मात्र पाइथागोरस साध्य मान्य हुन्छ ।
- (ग) समकोणी त्रिभुजमा समकोण बनाउने एउटा भुजा कर्ण हुनुपर्छ ।
- (घ) समकोणको सम्मुख भुजा त्रिभुजको कर्ण हुन्छ ।

2. तल दिइएका नाप भएका कुन कुन त्रिभुज समकोणी त्रिभुज हुन् ?

- (क) 12 cm, 10 cm, 5 cm (ख) 13 cm, 12 cm, 5 cm
- (ग) 15 cm, 16 cm, 17 cm (घ) 8 cm, 15 cm, 17 cm

३. तल दिइएका समकोणी त्रिभुजमा थाहा नभएको भुजाको लम्बाइ पता लगाउनुहोस् :



परियोजना कार्य

आफ्नो घर र विद्यालय वरिपरि रहेका त्रिभुज आकारका सतह भएका वस्तुहरू खोजी ती सतहका किनाराको लम्बाइका नाप लिनुहोस् र पाइथागोरस साध्य परीक्षण गर्नुहोस् । आफ्नो कार्य कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

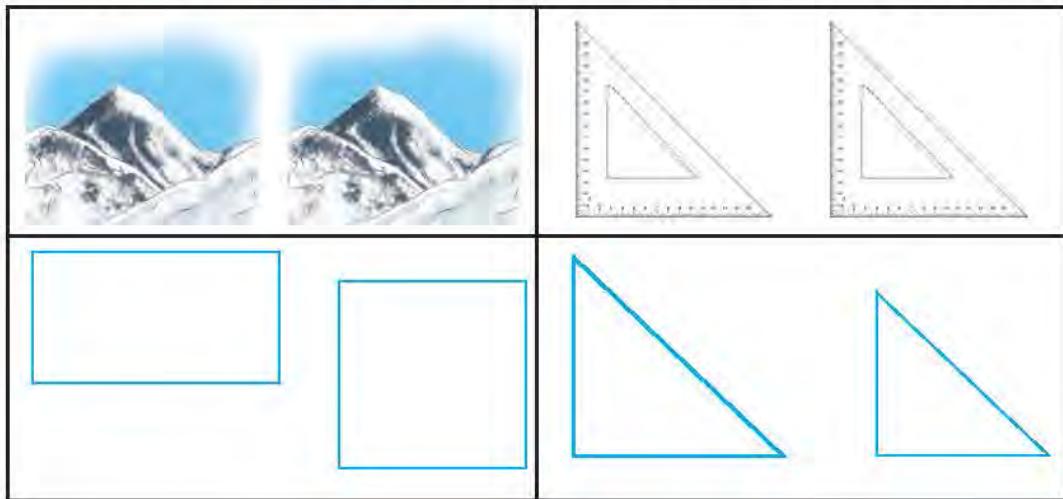
- | | | | |
|-------------|----------|-----------|-----------|
| 1. (क) F | (ख) T | (ग) F | (घ) T |
| 2. (क) होइन | (ख) हो | (ग) होइन | (घ) हो |
| 3. (क) 4 cm | (ख) 8 cm | (ग) 13 cm | (घ) 15 cm |
| | | (ड) 13 cm | |

पाठ 15

अनुरूप आकृतिहरू (Congruent Figures)

15.0 पुनरवलोकन (Review)

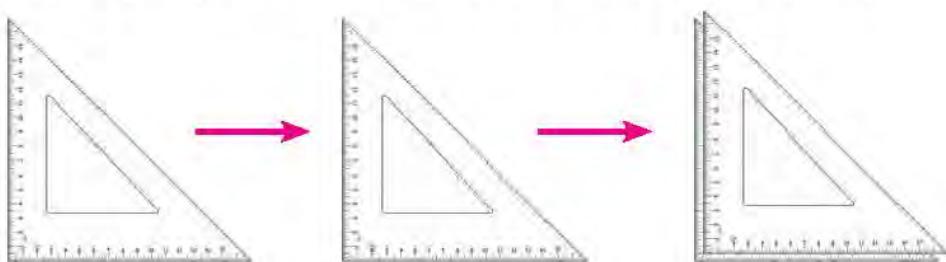
तल दिइएका आकृतिहरूमध्ये कुन कुन उस्तै आकारका र बराबर नापका छन्, खुट्याउनुहोस्।



15.1 अनुरूप आकृतिहरू (Congruent Figures)

क्रियाकलाप 1

कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई चार समूहमा विभाजन गर्न प्रत्येक विद्यार्थीले आआफ्नो ज्यामिति बाकसमा भएको सेटस्क्वाएर लिएर आफ्नो समूहको साथीको सेट स्क्वाएर माथि राख्नुहोस् (खप्ट्याउनुहोस्) र तुलना गरी तलका प्रश्नहरूको उत्तर खोज्नुहोस्।

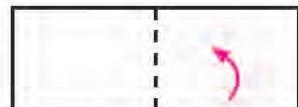


खप्ट्याएका सेट स्क्वायर

- (क) सेट स्क्वायरहरू कस्ता आकारका छन् ?
- (ख) खप्ट्याएका सेट स्क्वायरका नाप समान/बराबर छन् कि फरक फरक छन् ?
- (ग) आकार उस्तै र नाप पनि समान भएका सेट स्क्वायरहरूलाई एक ठाउँमा राखी प्रदर्शन गर्नुहोस् । के यी सेट स्क्वायरहरू आपसमा अनुरूप छन् ? छलफल गरी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप 2

एक एकओटा आयताकार कागजका टुक्रा लिनुहोस् । चित्रमा देखाए जस्तै गरी ठिक विचमा पट्याउनुहोस् । पट्याएको कागजलाई खोलेर पट्टिएको ठाउँमा कैंचीले काट्नुहोस् । दुवै टुक्रालाई खप्ट्याउनुहोस् र तुलना गरी समूहमा तलका प्रश्नहरूको उत्तर खोजी गरी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

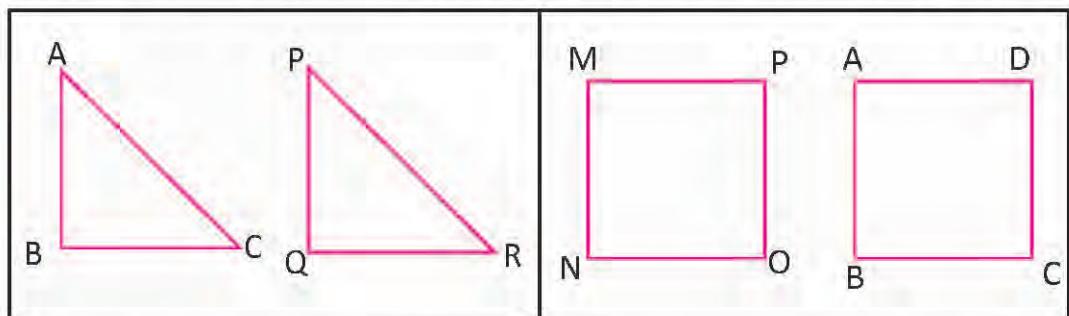


- (क) दुवै आकृतिहरू उस्तै आकारका छन् कि छैनन् ?
- (ख) दुवै टुक्राका नापहरू बराबर छन् कि छैनन् ?
- (ग) आकार उस्तै र बराबर नाप भएका आकृतिलाई कस्ता आकृति भनिन्छ ?



क्रियाकलाप 3

एउटा बेन्चमा बसेका साथीहरूको एउटा समूह हुने गरी समूहमा विभाजन भई तल दिइएका प्रत्येक जोडी चित्रहरूलाई ट्रेसिङ पेपरको सहायताले कापीमा बनाउनुहोस् ।

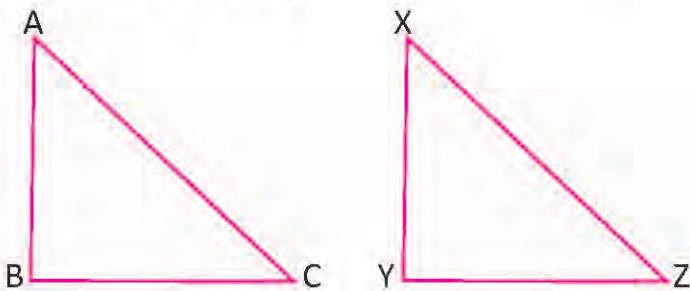


आफूले बनाइएका ती प्रत्येक जोडी चित्रको बाहिरी घेरा कैंचीको सहयताले काट्नुहोस् । त्यसपछि एउटा चित्रमाथि अर्को चित्र खप्ट्याई तुलना गर्नुहोस् र तलका प्रश्नको उत्तर खोज्नुहोस् ।

- (क) पहिलो जोडी चित्रहरू (त्रिभुजहरू) उस्तै आकारका छन् कि छैनन् ?
- (ख) पहिलो जोडी चित्रहरू (त्रिभुजहरू) का नाप बराबर छन् कि छैनन् ?
- (ग) त्यस्तै दोस्रो जोडी चित्रहरू (चतुर्भुजहरू) मा के के कुराहरूमा समानता छ ?
साथीसँग छलफल गर्नुहोस् र निष्कर्ष कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप 4

प्रत्येक विद्यार्थीले एक एकओटा सेट स्क्वायर लिई आआफ्नो कापीमा (सेटस्क्वायर) राखेर त्यसको बाहिरी घेरा टेस गरी दुई दुईओटा त्रिभुजहरू बनाउनुहोस् । प्रत्येक त्रिभुजको नामाङ्कन क्रमशः ABC र XYZ गर्नुहोस् ।



प्रत्येक चित्रको बाहिरी घेरा काटेर त्रिभुज ABC लाई त्रिभुज XYZ माथि राखी दाँज्नुहोस् र तलको तालिका भर्नुहोस् :

त्रिभुज XYZ को

विन्दु X माथि त्रिभुज ABC को विन्दु छ ।

विन्दु Y माथि विन्दु छ ।

विन्दु Z माथि विन्दु छ ।

त्यस्तै गरी,

भुजा XY माथि भुजा छ ।

भुजा YZ माथि भुजा छ ।

भुजा ZX माथि भुजा छ ।

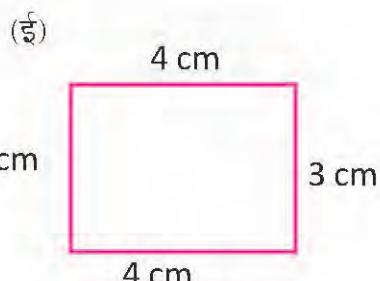
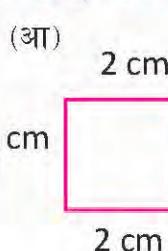
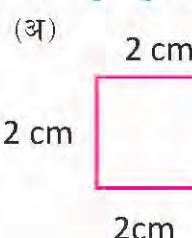
$XY = \dots$, $YZ = \dots$ र $ZX = \dots$ छ ।

त्रिभुज ABC र त्रिभुज XYZ लाई कस्ता त्रिभुजहरू भन्न सकिन्छ ? साथीसँग छलफल गर्नुहोस् र निष्कर्ष कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् :

उस्तै आकार र वरावर नाप भएका आकृतिहरूलाई अनुरूप आकृति (Congruent Figures) भनिन्छ ।

उदाहरण १

तलका कुन कुन आकृतिहरू अनुरूप छन्, किन ?



समाधान

यहाँ आकृतिहरू (अ) र (आ) अनुरूप छन् किनकि तिनीहरूका आकार उस्तै छन् र भुजाका नापहरू पनि बराबर छन् ।

उदाहरण २

तलका आकृतिहरू अवलोकन गर्दा कुन कुन आकृतिहरू अनुरूप छन्, किन ?

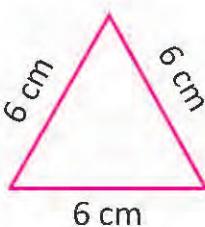
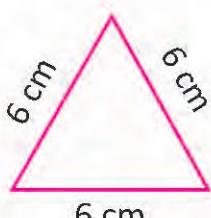
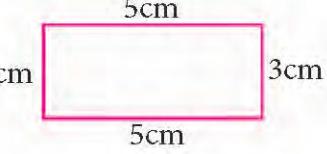


समाधान

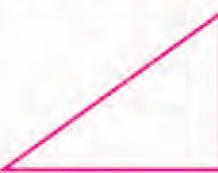
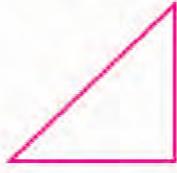
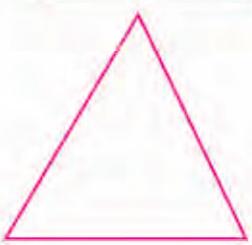
यहाँ आकृतिहरू (अ) र (आ) अनुरूप छन् किनकि तिनीहरूका आकार उस्तै र नापेर हेदा नाप पनि बराबर पाइयो ।

अभ्यास 15

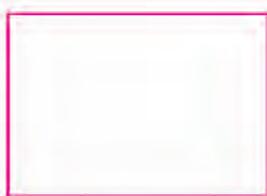
1. तलका कुन कुन आकृतिहरू अनुरूप छन्, किन ?

- | | |
|--|---|
| <p>(क) (अ)</p>  | <p>(आ)</p>  |
| <p>(ख) (अ)</p>  | <p>(आ)</p>  |
| <p>(ग) (अ)</p>  | <p>(आ)</p>  |

2. तलका कुन कुन आकृतिहरू अनुरूप छन् ? नाप लिएर पत्ता लगाउनुहोस्।

- | | |
|--|---|
| <p>क) (अ)</p>  | <p>(आ)</p>  |
| <p>(ख) (अ)</p>  | <p>(आ)</p>  |
| <p>(ग) (अ)</p>  | <p>(आ)</p>  |

(घ) (अ)



(आ)



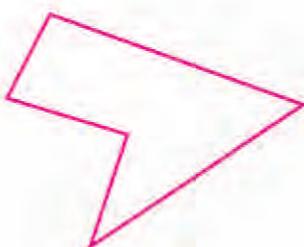
(ङ) (अ)



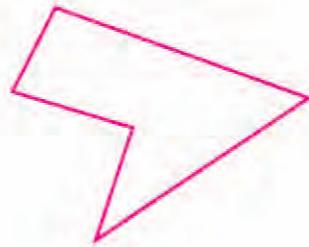
(आ)



(च) (अ)



(आ)



(छ) (अ)



(आ)



3. पाँच पाँचओटा फरक फरक ठोस वस्तु प्रयोग गरी अनुरूप आकृति खिज्नुहोस् ।
4. आफ्नो दुवै हात जोडेर नमस्कार गर्नुहोस् । ती दुवै हत्केलाहरू एक अर्कासँग अनुरूप छन् कि छैनन् ? साथीसँग छलफल गर्नुहोस् ।
5. आफ्नो घरमा भएका रु. 1 र रु. 2 का दुईओटा सिक्काहरू लिनुहोस् र उक्त सिक्काहरू अनुरूप छन् कि छैनन् ? परिवारका सदस्यहरूसँग छलफल गर्नुहोस् ।

परियोजना कार्य

सबै विद्यार्थी उपयुक्त समूहमा विभाजन भई प्रत्येक समूहले आआफ्नो घर तथा विद्यालय वरपर भएका अनुरूप आकृतिहरू जस्तै: सिक्का, नोट, रुमाल, किताब, इरेजर आदि सङ्कलन गरी कक्षामा प्रदर्शन गर्नुहोस् ।

उत्तर

शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

पाठ 16

ठोस वस्तुहरू (Solid Objects)

16.0 पुनरवलोकन (Review)

बेन्चमा सँगै बसेका साथीहरूसँग छलफल गरी तलको तालिका भर्नुहोस् :

वस्तुको नाम	समतलीय आकृतिहरू	ठोस आकृतिहरू
सलाईको बट्टा	आयत	षट्मुखा
डाइस	वर्ग	घन
आडुसक्रिमको बाहिरी खोल	वृत्त	
झम		

माथिको तालिकामा भएका ठोस आकृति र समतलीय आकृतिका बारेमा साथीहरूसँग छलफल गर्नुहोस् र निष्कर्ष कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

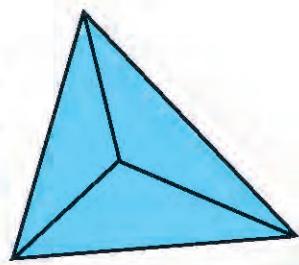
16.1 टेट्राहेड्रन (Tetrahedron)

क्रियाकलाप 1

उपयुक्त सङ्ख्यामा विद्यार्थीको समूह बनाउनुहोस् र प्रत्येक समूहले एक एकओटा दायाँको चित्रमा भएको जस्तै ठोस वस्तु दिनुहोस् । ती वस्तुको अवलोकन गरी तलका प्रश्नहरूका बारेमा समूहमा छलफल गर्नुहोस् :

- (क) के यसका सबै किनाराहरू बराबर छन् ?
- (ख) के प्रत्येक सतह समबाहु त्रिभुज आकारका छन् ?
- (ग) यसका सतहहरू कतिओटा छन् ?
- (घ) यसमा कति कतिओटा किनारा र शीर्ष बिन्दुहरू छन् ?
- (ङ) यो नियमित ठोस वस्तु वा अनियमित ठोस वस्तु कुन हो ?

समूहमा छलफल गरिसकेपछि समूहको निष्कर्ष कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

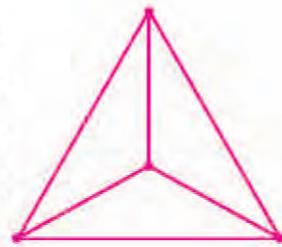


टेट्राहेड्रन ऐउटा नियमित ज्यामितीय ठोस आकृति हो । यसका प्रत्येक सतहहरू समबाहु त्रिभुजबाट बनेका हुन्छन् । यसमा जम्मा 4 ओटा सतहहरू 4 ओटा शीर्षबिन्दु र 6 ओटा किनाराहरू हुन्छन् ।

16.1.1 टेट्राहेड्रनको खोको नमुना (Skeleton of Tetrahedron) निर्माण

क्रियाकलाप २

उपयुक्त सङ्ख्यामा विद्यार्थीको समूह बनाउनुहोस् । प्रत्येक समूहले 6 ओटा बराबर नापका सिन्काहरू र 4 टुक्रा आलु वा अन्य नरम वस्तुका टुक्राहरू लिनुहोस् । अब चित्रमा देखाए जस्तै गरी सिन्काहरू र आलुका टुक्राहरू जोड्नुहोस् । त्यसपछि अवलोकन गरी समूहमा साथीहरूसँग छलफल गर्नुहोस् र तलका प्रश्नहरूको उत्तर खोज्नुहोस् ।

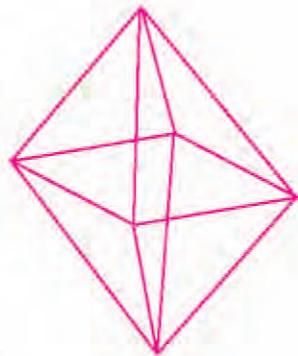


- (क) कस्तो आकृति बन्यो ?
- (ख) कतिओटा किनाराहरू र कतिओटा कुनाहरू बने ?
- समूह छलफलबाट आएका निष्कर्ष कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

16.2 अक्टाहेड्रन (Octahedron)

क्रियाकलाप ३

समूहमा दायाँको चित्रमा दिइएको जस्तै ठोस वस्तु लिनुहोस् । उक्त ठोस वस्तुलाई अवलोकन गरी तलका प्रश्नहरूका बारेमा छलफल गर्नुहोस् :



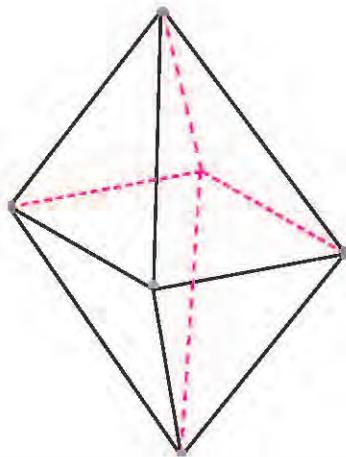
- (क) के यसका प्रत्येक किनाराहरू बराबर छन् ?
- (ख) के यसका प्रत्येक सतह समबाहु त्रिभुज आकारका छन् ?
- (ग) यसका कतिओटा सतहहरू छन् ?
- (घ) यसमा कतिओटा किनाराहरू र कतिओटा शीर्ष विन्दुहरू छन् ?
- (ङ) यो ठोस आकृतिको नाम के हो ?
- (च) यो नियमित ठोस वस्तु वा अनियमित ठोस वस्तु कुन हो ?

अक्टाहेड्रन एउटा नियमित ठोस वस्तु हो । यसका प्रत्येक सतहहरू समबाहु त्रिभुज आकारका हुन्छन् । यसमा जम्मा 8 ओटा सतहहरू, 6 ओटा शीर्ष विन्दुहरू र 12 ओटा किनाराहरू हुन्छन् ।

16.2.1 अक्टाहेड्रनको खोका नमुना (Skeleton of Octahedron) निर्माण

क्रियाकलाप 4

उपयुक्त सद्व्यामा विद्यार्थीको समूह बनाउनहोस् । प्रत्येक समूहले 12 ओटा बराबर नापका सिन्काहरू र 6 ओटा आलुका टुक्राहरू वा आलु जस्तै वस्तुका टुक्राहरू लिनुहोस् । अब चित्रमा देखाए जस्तै गरी सिन्काहरू र आलुका टुक्राहरू जोड्नुहोस् । त्यसपछि अवलोकन गरी समूहमा छलफल गरी तलका प्रश्नहरूको उत्तर खोज्नुहोस् र कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।



- (क) यो ठोस आकृतिको नाम के हो ?
- (ख) यसका कतिओटा किनाराहरू छन् ?
- (ग) यसमा कतिओटा शीर्षविन्दुहरू छन् ?
- (घ) यसका सतहहरू कतिओटा र कस्ता कस्ता छन् ?

क्रियाकलाप 5

कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थी पाँचओटा समूहमा विभाजन भएर बस्नुहोस् ।

प्रत्येक समूहमा क्रमशः घन (Cube), टेट्राहेड्रन (Tetrahedron), अक्टाहेड्रन (Octahedron), डोडेकाहेड्रन (Dodecahedron) र आइकोसाहेड्रन (Icosahedron) का ठोस नमुनाहरू अवलोकन गरी तलका प्रश्नहरूका बारेमा छलफल गर्नुहोस् ।

- (क) दिइएको ठोस आकृतिमा कतिओटा किनाराहरू छन् गणना गर्नुहोस् ।
- (ख) दिइएको ठोस आकृतिमा कतिओटा समतल सतहहरू छन्, गणना गर्नुहोस् ।
- (ग) दिइएको ठोस आकृतिमा कतिओटा शीर्ष विन्दुहरू छन्, गणना गर्नुहोस् ।

अब सबै समूहले आफ्नो समूहले गणना गरेका कुनाहरूको सद्व्या, सतहहरूको सद्व्या र किनाराहरूको सद्व्या तलको तालिकामा भर्नुहोस् । त्यसपछि तिनीहरूको सम्बन्धका बारेमा छलफल गरी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

क्र.सं.	ठोस वस्तुहरू	शीर्ष विन्दुहरूको सद्भ्या (V)	किनाराहरूको सद्भ्या (E)	सतहहरूको सद्भ्या (F)	V, E र F को सम्बन्ध
1	घन				
2	टेट्राहेड्रन				
3.	अक्टोहेड्रन				
4.	डोडेकाहेड्रन				
5.	आइकोसाहेड्रन				

घन, टेट्राहेड्रन, अक्टोहेड्रन, डोडेकाहेड्रन र आइकोसाहेड्रनमा शीर्ष विन्दुहरूको सद्भ्या (V) सतहहरूको सद्भ्या (F) र किनाराहरूको सद्भ्या (E) को सम्बन्ध $V - E + F = 2$ हुन्छ ।

उदाहरण 1

एउटा टेट्राहेड्रनमा 4 ओटा शीर्षविन्दुहरू र 6 ओटा किनाराहरू छन् भने सतहहरूको सद्भ्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ टेट्राहेड्रनका शीर्षविन्दुहरूको सद्भ्या (V) = 4

किनाराको सद्भ्या (E) = 6

सतहको सद्भ्या (F) = ?

हामीलाई थाहा छ,

$$V - E + F = 2$$

$$\text{अथवा } 4 - 6 + F = 2$$

$$\text{अथवा } -2 + F = 2$$

$$\text{अथवा } F = 2 + 2$$

$$F = 4$$

अभ्यास 16.1

1. तलका वाक्यहरू ठिक वा बेठिक के हुन, छुट्याउनुहोस् :

- (क) टेट्राहेड्रनका प्रत्येक सतह समबाहु त्रिभुज आकारका हुन्छन् ।
- (ख) टेट्राहेड्रनका सबै किनाराहरू बराबर हुन्छन् ।
- (ग) टेट्राहेड्रनमा जम्मा तीनओटा सतहहरू हुन्छन् ।
- (घ) अक्टाहेड्रनका प्रत्येक सतह समबाहु त्रिभुज आकारका हुन्दैनन् ।
- (ङ) अक्टाहेड्रनमा जम्मा 4 ओटा किनाराहरू हुन्छन् ।

2. तलका प्रश्नहरूको उत्तर लेख्नुहोस् :

- (क) टेट्राहेड्रन भनेको के हो ?
 - (ख) टेट्राहेड्रन र अक्टाहेड्रनका कुनै दुईओटा फरक लेख्नुहोस् ।
 - (ग) डोडेकाहेड्रन र आइकोसाहेड्रनका सतह, किनारा तथा कुनाको सम्बन्ध जनाउने सूच लेख्नुहोस् ।
 - (घ) अक्टाहेड्रनको प्रत्येक सतह (Face) कस्तो आकारको हुन्छ ?
 - (ङ) अक्टाहेड्रनमा कतिओटा शीषविन्दुहरू (Vertices) र किनाराहरू (Edges) हुन्छन् ?
3. एउटा टेट्राहेड्रनमा किनाराहरू (Edges) र सतहहरू (Faces) को सङ्ख्या क्रमशः 6 र 4 छ भने कुना शीर्षहरू (Vertices) को सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
4. एउटा अक्टाहेड्रनमा सतहको सङ्ख्या कति भएमा उक्त अक्टाहेड्रनको कुनाहरूको सङ्ख्या 6 हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

परियोजना कार्य

जुस खाने पाइप, छ्वाली, बाँस तथा निगालो, डटपेनका खाली रिफिल तथा धागाको प्रयोग गरेर विभिन्न नापका घन, टेट्राहेड्रन र अक्टाहेड्रनका नमुनाहरू निर्माण गरी कक्षामा छलफल गरी प्रदर्शन गर्नुहोस् ।

उत्तर

शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

16.3 सोली र बेलना (Cone and Cylinder)

16.3.1 सोली (Cone)

क्रियाकलाप १

उपयुक्त सङ्ख्यामा समूहमा वस्तुहोस् । सबै समूहले तल दिइएका जस्तै आकारका एक एकओटा वस्तुहरू लिनुहोस् । उक्त वस्तुहरूको अवलोकन गरी तलका प्रश्नहरूको उत्तर समूह छलफल गरी खोज्नुहोस् :



- (क) प्रत्येक वस्तु कस्ता आकारका छन् ?
- (ख) प्रत्येक वस्तुका आधारहरू कस्ता आकारका छन् ?
- (ग) प्रत्येक वस्तुको सतह कस्तो आकारको छ ?
- (घ) प्रत्येक वस्तुमा कितिओटा शीर्षबिन्दुहरू वा कुनाहरू छन् गणना गर्नुहोस् ।

माथिका वस्तुमा एउटा कुना वा शीर्षबिन्दु, एउटा आधार वृत्ताकार र एउटा बक्र सतह रहेका छन् । यी ठोस आकृतिहरू सबै सोली (Cone) हुन् ।

सोलीका गुणहरू

एउटा शीर्ष बिन्दु, एउटा बक्र सतह र एउटा वृत्ताकार आधार भएको ठोस आकृतिलाई सोली (Cone) भनिन्छ ।

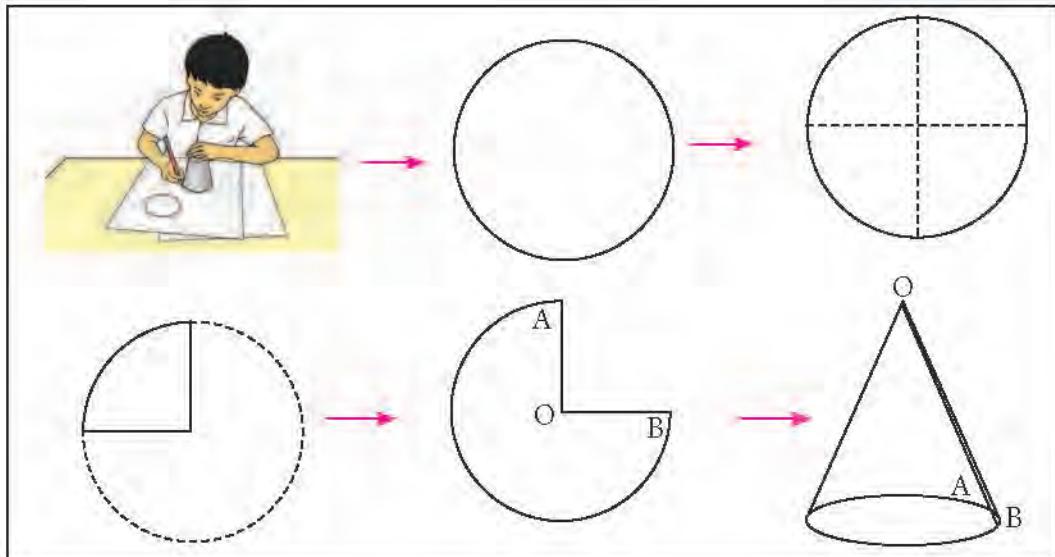
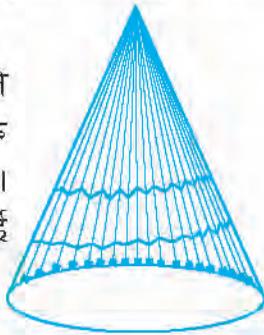
- (क) यसमा एउटा शीर्षबिन्दु हुन्छ ।
- (ख) आधार वृत्ताकार हुन्छ ।
- (ग) एउटा बक्र सतह रहेको हुन्छ ।

सोलीका खोका नमुना (Skeleton Model of Cone) निर्माण

क्रियाकलाप २

माछा मार्ने हडिया, आइसक्रिमको खोल जस्ता सोलीका खोका नमुनाहरूको सूची तयार गरी कक्षामा साथीहरूसँग छलफल गर्नुहोस् ।

उपयुक्त सङ्ख्यामा विद्यार्थीको समूह बनाउनुहोस् । प्रत्येक समूहले एक एकओटा वृत्ताकार ठोस वस्तु र एउटा कागज लिनुहोस् । प्रत्येक समूहले कागजमाथि वृत्ताकार ठोस वस्तु राखी वृत्त बनाउनुहोस् । कैचीको सहयताले वृत्तको बाहिरी धेरा काट्नुहोस् । त्यसपछि वृत्तलाई ठिक बिचबाट दुई पटक पट्याउनुहोस् ।

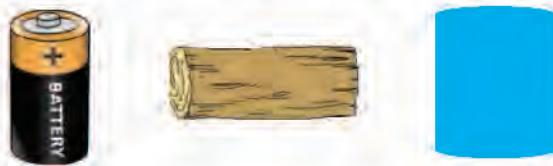


अब पट्याइएको कागजलाई खोलेर चार भागमध्ये एक भाग कैचीले काटेर हटाउनुहोस् र बाँकी रहेका भागलाई चित्रमा जस्तै गरी जोडेर गमले टाँस्नु हो । कस्तो आकृति बन्यो ? यसमा कतिओटा शीर्षबिन्दु, कतिओटा कुना र कतिओटा वृत्ताकार सतह छन्, अवलोकन गरी समूहका छलफल कक्षामा प्रदर्शन गर्नुहोस् ।

बेलना (Cylinder)

क्रियाकलाप ३

प्रत्येक समूहले तल दिइएका जस्तै ठोस वस्तुहरू लिनुहोस्। उक्त वस्तुहरूका/आकृतिहरूको अवलोकन गरी तलका प्रश्नको उत्तर समूहमा छलफल गरी खोजनुहोस्।



- (क) वस्तु कस्ता आकारका छन् ?
(ख) यी वस्तुका आधार कस्ता आकारका छन् ?
(ग) के यी वस्तुलाई गुडाउन सकिन्छ ?
(घ) यी वस्तुमा कतिओटा र कस्ता समतलीय सतहहरू छन्, गणना गर्नुहोस्।

यहाँ सबै ठोस आकृतिमा/वस्तुमा दुईओटा वृत्ताकार सतहहरू छन्। यी सबै बेलनाकार वस्तु हुन्।

बेलनाका गुणहरू

- (क) यसका आधारहरू वृत्ताकार हुन्छन्।
(ख) यसमा एउटा वक्र सतह हुन्छ।
(ग) यसका आधारहरू आपसमा समानान्तर हुन्छन्।

आधारहरू वृत्ताकार र समानान्तर भई एउटा वक्र सतह भएका ठोस वस्तुलाई बेलना भनिन्छ। अथवा बेलना एउटा ठोस वस्तु हो, जसका आधारहरू वृत्ताकार र समानान्तर तथा एउटा वक्र सतह हुन्छ।

16.3.2 बेलनाका खोक्रा नमुना (Skeleton Model of Cylinder) निर्माण

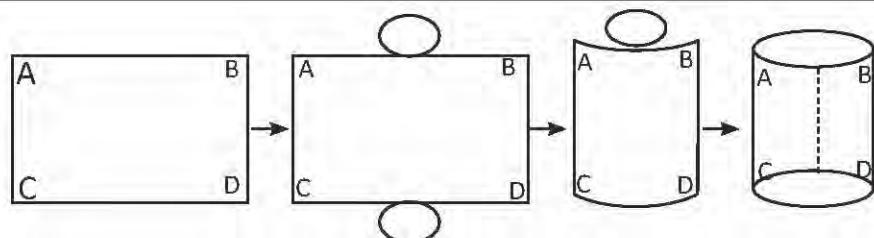
क्रियाकलाप ४

घर, विद्यालय, सडक किनारमा आफूले देखेका दायाँको चित्रमा भएको जस्तै बेलनाका खोक्रा नमुनाको सूची तयार गरी छलफल गर्नुहोस्।

प्रत्येक समूहले एक एकओटा आयताकार कार्डबोर्ड पेपर लिनुहोस्। चित्रमा जस्तै गरी आयताकार लम्बाइसँग बराबर परिधि भएका उत्रै दुईओटा वृत्तहरू



लिनुहोस् । चित्रमा जस्तै गरी आयताकार कार्डबोर्ड पेपरलाई उत्रै दुईओटा वृत्तहरूको परिधिमा पर्ने गरी बेर्नुहोस् ।



त्यसपछि कागजका धारहरूलाई आपसमा सिधा पर्ने गरी गमले टाँस्नुहोस् ।

कस्तो आकार बन्यो ?

बनेको आकृतिको नाम के हो ? यसमा कतिओटा वृत्ताकार सतहहरू र कतिओटा शीर्षविन्दुहरू छन् ? अबलोकन गरी समूहमा छलफल गर्नुहोस् र कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

अभ्यास 16.2

1. तलका प्रश्नहरूको उत्तर दिनुहोस् :

- (क) सोली भनेको के हो ? सोलीका कुनै दुईओटा गुण लेख्नुहोस् ।
 - (ख) बेलना भनेको के हो ? कुनै दुईओटा गुण लेख्नुहोस् ।
 - (ग) बेलना र सोलीमा भएका एउटा समानता र एउटा फरक लेख्नुहोस् ।
 - (घ) बेलना र सोलीको एउटा एउटा नमुना चित्र बनाउनुहोस् ।
2. सोलीको सतह र आधार कस्ता कस्ता हुन्छन्, लेख्नुहोस् ।
3. कुनै पाँचओटा बेलनाकार वस्तुहरू सङ्कलन गर्नुहोस् । तिनीहरूका सतह र आधार कस्ता कस्ता हुन्छन्, लेख्नुहोस् ।

परियोजना कार्य

तपाईंको घरमा भएका वा घरमा प्रयोग गर्ने पाँच पाँचओटा बेलनाकार र सोली आकारका वस्तुहरू खोजी गरी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

निर्देशांकहरू (Coordinates)

पाठ 17

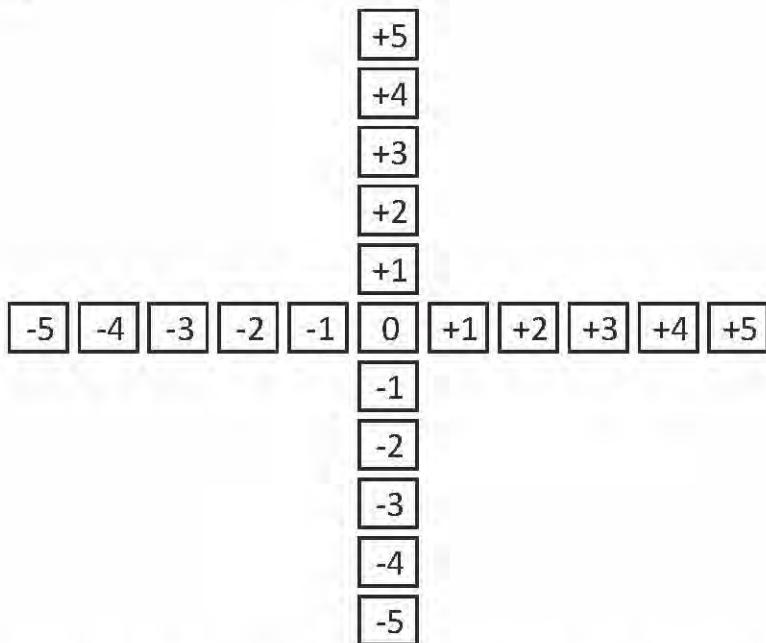
17.0 पुनरवलोकन

साथीहरूसँग मिलेर चित्रमा देखाए जस्तै गरी कागजका टुक्राहरूमा X - अक्ष र Y- अक्षका सदृख्या रेखा बनाउनुहोस् ।

अब दुई समूह (A र B) मा बाँडिएर निर्देशांक खेल खेल्नुहोस् ।

खेलने तरिका

(क) सर्वप्रथम सदृख्या पत्तीहरूलाई चित्रमा देखाए जस्तै आपसमा लम्ब हुने गरी चउरमा राख्नुहोस् । सबै जना दुईओटा समूहमा विभाजन भई आमुन्ते सामुन्ते हुने गरी बस्नुहोस् ।



- (ख) पहिला समूह A का साथीले समूह B का साथीलाई कुनै बिन्दुको निर्देशांकका आधारमा उक्त बिन्दुमा उभिन भन्नुहोस् । ठिक स्थानमा उभिन नसकेमा बाहिरिनु पर्छ भन्ने जानकारी गराउनुहोस् ।
- (ग) अब, समूह B का साथीले समूह A का साथीलाई कुनै बिन्दुको निर्देशांकका आधारमा उक्त बिन्दुमा उभिन भन्नुहोस् । लेखाचित्रको आफ्नो निर्देशांकमा उभिएको साथीले

नै समूह A को अर्को साथीलाई न. (ख) मा जस्तै गरी कुनै अर्को नयाँ विन्दुको निर्देशाङ्क भन्ने छ र सोहीअनुसार उभिनुपर्छ ।

- (घ) यो क्रियाकलाप माथि जस्तै गरी सबै साथीलाई एक एक पटक कुनै विन्दुमा उभिन पाउने गरी अवसर दिनुपर्ने छ ।
- (ङ) दुवै समूहहरूमध्ये जुन समूहका धरै साथीहरू निर्देशाङ्कअनुसार ठिक विन्दुमा उभिन सके उही समूहको जित हुन्छ ।

17.1 लेखाचित्रमा विन्दुको निर्देशाङ्क

क्रियाकलाप 1

उपयुक्त सङ्ख्यामा विद्यार्थीको समूह बनाउनुहोस् । र सँगैको ग्राफ भएको चित्रको अध्ययन गरी तलका प्रश्नहरूको उत्तर खोजुनुहोस् :

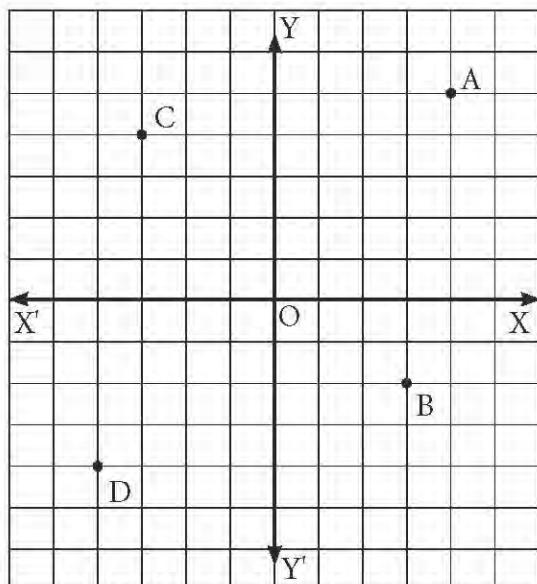
- (क) XOX' लाई के भनिन्छ ?
- (ख) YOY' लाई के भनिन्छ ?
- (ग) विन्दु O बाट विन्दु A मा पुग्न कति एकाइ दायाँ गएर कति एकाइ माथि जानुपर्छ ?
- (घ) विन्दु O बाट विन्दु D मा पुग्न कति एकाइ बायाँ गएर कति एकाइ तल जानुपर्छ ?
- (ङ) विन्दु O, B, C र D का निर्देशाङ्क के के हुन् ?

माथिका प्रश्नहरूको उत्तर समूहमा छलफल गरी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

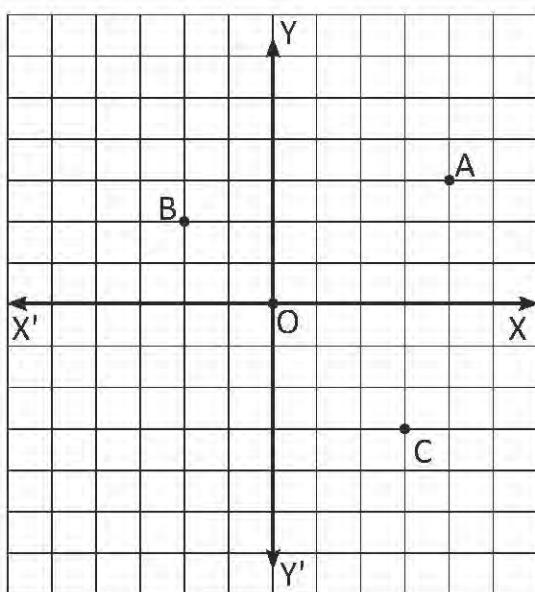
क्रियाकलाप 2

समूहमा वसी सँगैको चित्रमा छलफल गरी तलका प्रश्नहरूको उत्तर खोजुनुहोस् । र कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् :

- (क) विन्दु A कुन चतुर्थांशमा पर्छ ?



- (ख) बिन्दु A को X - निर्देशांक कति होला ?
- (ग) त्यस्तै बिन्दु A को Y - निर्देशांक कति होला ?
- (घ) बिन्दु A को निर्देशांक कति होला ?
- (ङ) बिन्दु B को निर्देशांक कति होला ?
- (च) अब बिन्दु C को निर्देशांक कति होला ?



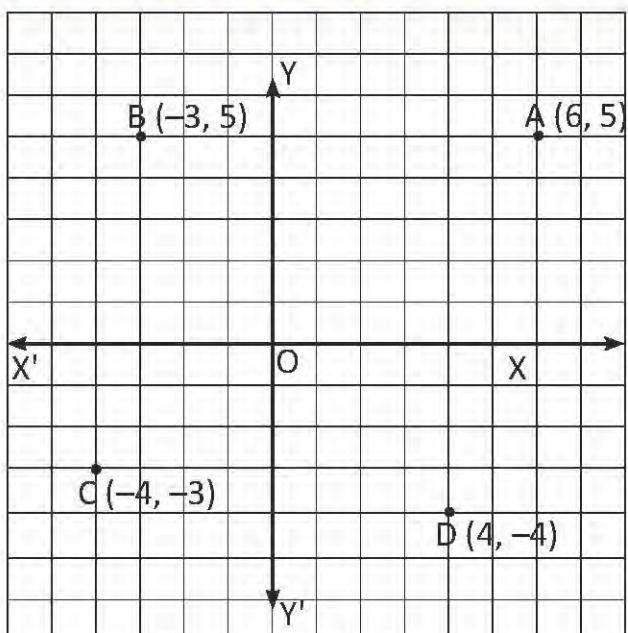
कुनै पनि बिन्दुको निर्देशांकले त्यस बिन्दुको अवस्थितिलाई जनाउँदा X - निर्देशांकले उद्गम बिन्दुभन्दा कति एकाइ दायाँ वा बायाँ भन्ने बुझाउँछ । त्यस्तै Y - निर्देशांकले उद्गम बिन्दुभन्दा कति एकाइ माथि वा तल भन्ने बुझाउँछ ।

17.2 लेखाचित्रमा दिइएका बिन्दुहरूको अड्कन (Plotting the Given Points in the Graph)

क्रियाकलाप 3

बिन्दुहरू A(6, 5), B (-3, 5), C (-4, -3) र D(4, -4) लाई लेखाचित्रमा अड्कन गर्नुहोस् ।

सर्वप्रथम कक्षाका विद्यार्थी समूहमा विभाजन भई आआफ्नो ग्राफकापीमा सँगैको चित्रमा देखाए जस्तै गरी X - अक्ष र Y - अक्ष जनाउने सङ्ख्या रेखाहरू बनाउनुहोस् ।



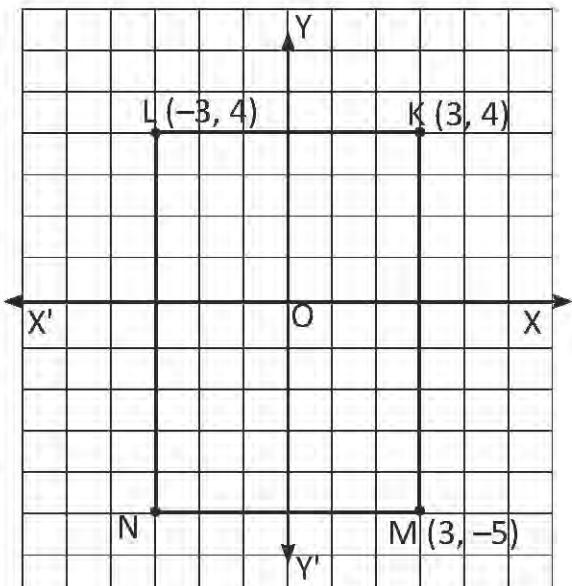
- (क) A(6, 5) लाई लेखाचित्रमा अड्कन गर्न के गर्नुपर्ला, छलफल गर्नुहोस् ।
 A मा पुग्न, X - अक्षमा उद्गम विन्दुदेखि 6 एकाइ दायाँ जानुपर्ने हुन्छ । त्यसपछि त्यही विन्दुबाट Y - अक्षमा 5 एकाइ माथि गई A(6, 5) अड्कन गर्नुपर्छ ।
- (ख) त्यसै गरी क्रमशः विन्दु B (-3, 5), C (-4, -3) र D(4, -4) लाई कसरी लेखाचित्रमा अड्कन गर्न सकिन्छ होला ? साथीसँग पनि छलफल गर्नुहोस् ।
- (ग) विन्दु A र B विचको दुरी कति हुन्छ ? विन्दु A देखि विन्दु B सम्म वर्ग कोठा गन्ती गरेर पत्ता लगाउनुहोस् ।

उदाहरण 1

- विन्दुहरू K (3, 4), L(-3, 4), M(3, -5) र N एउटा आयतका शीर्ष विन्दुहरू हुन् भने,
- (क) दिइएका विन्दुहरूलाई लेखाचित्रमा अड्कन गर्नुहोस् ।
- (ख) विन्दु N को निर्देशाङ्क पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (ग) विन्दु K र L विचको दुरी पत्ता लगाउनुहोस् ।

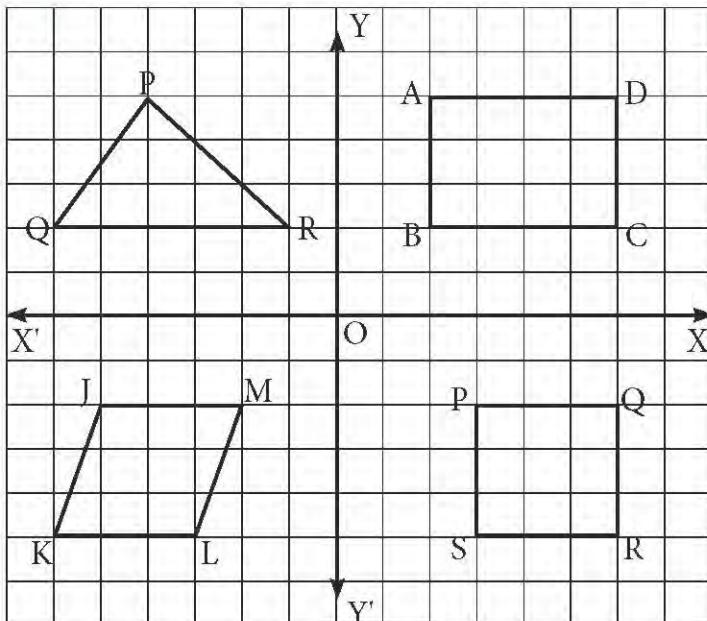
समाधान

- (क) दिइएको विन्दुहरू K (3,4), L (-3,4), M(3,-5) लाई क्रमशः अड्कन गरी सँगैको लेखाचित्रमा देखाइएको छ ।
- (ख) विन्दु N मा पुग्न X- अक्षमा उद्गम विन्दुबाट 3 एकाइ बायाँ गई त्यहींबाट 5 एकाइ तल जानुपर्दछ । तसर्थ N को निर्देशाङ्क (-3, -5) हुन्छ ।
- (ग) विन्दु K देखि विन्दु L विचको कोठा गन्ती गर्दा 6 एकाइ छ । तसर्थ K र L वीचको दुरी (KL) = 6 एकाइ हुन्छ ।



अभ्यास 17

1. चित्रमा दिइएका ज्यामितीय आकृतिहरूका शीर्ष बिन्दुहरूका निर्देशाङ्कहरू पता लगाउनुहोस् ।



2. लेखाचित्रमा दिइएका आकृतिहरूको शीर्षबिन्दुहरू विचको दुरी पता लगाउनुहोस् ।
3. तल दिइएका प्रत्येक बिन्दुलाई लेखाचित्रमा अड्कन गर्नुहोस् ।
- $P(2, 2)$, $Q(-3, 4)$, $R(-2, 0)$, $S(4, -4)$, $T(-5, -5)$
4. तलका प्रत्येक बिन्दुलाई लेखाचित्र बनाई अड्कन गर्नुहोस् । प्रत्येक बिन्दुलाई क्रमशः जोड्नुहोस् । यसरी जोड्दा बन्ने आकृतिको नाम पनि लेख्नुहोस् ।
- (क) $A(4, 0)$, $B(4, 4)$, $C(-2, 4)$ र $D(-2, 0)$
- (ख) $R(2, 3)$, $S(2, -2)$ र $T(-1, 2)$
5. बिन्दु $A(-2, 3)$, $B(2, 3)$, $C(-2, 4)$, D एउटा आयतका शीर्ष बिन्दुहरू हुन् भन्ने
- (क) दिइएका बिन्दुहरूलाई लेखाचित्रमा अड्कन गर्नुहोस् ।
- (ख) AB को लम्बाइ कति होला ?
- (ग) CD को लम्बाइ कति होला ?

6. बिन्दुहरू J(-4, 4), K(4, 4), L(4, -4) र M एउटा वर्गका शीर्षबिन्दुहरू हुन् भने,
- (क) दिइएका बिन्दुलाई लेखाचित्रमा अड्कन गर्नुहोस् ।
- (ख) बिन्दु M को निर्देशाङ्क लेख्नुहोस् ।
- (ग) बिन्दु JK को लम्बाइ कति होला ?

परियोजना कार्य

एउटा ठुलो साइजको ग्राफपेपरमा X – अक्ष र Y – अक्ष बनाउनुहोस् । उक्त ग्राफमा एउटा चित्र बनाउनुहोस् । उक्त चित्रको अवलोकन गरी कुनै पाँचओटा बिन्दुहरूका निर्देशाङ्कको लेख्नुहोस् र कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

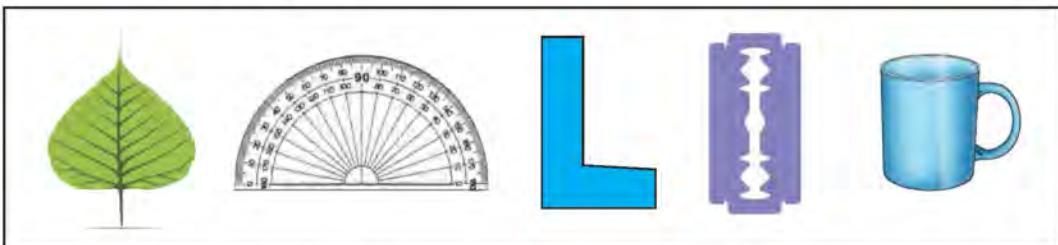
उत्तर

शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

सममिति र टेसलेसन (Symmetry and Tessellation)

18.0 पुनरवलोकन (Review)

तल दिइएका चित्रहरूको अवलोकन गरी समूहमा साथीहरूसँग छलफल गरी सोधिएका प्रश्नहरूको उत्तर खोज्नुहोस् :



- (क) माथि दिइएका कुन कुन चित्रलाई दुई वरावर भागमा बाँड्न सकिन्छ ?
- (ख) माथि दिइएका चित्रहरूमध्ये कुन कुन सममितीय चित्रहरू (Symmetrical Figures) हुन् छुट्याउनुहोस् ।
- (ग) के माथिका चित्रहरूलाई 180° कोणमा घुमाउँदा पनि उस्तै देखिन्छन् ?

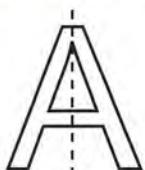
- वरावर भागमा बाँड्न सकिने चित्रलाई सममितीय चित्र भनिन्छ ।
- कुनै पनि चित्रमा जुन रेखाबाट चित्रलाई दुई वरावर भागमा पट्याउन सकिन्छ त्यस रेखालाई सममितिको अक्ष भनिन्छ । यस्ता सममितिका अक्ष एकभन्दा बढी पनि हुन सक्छन् ।

18.1 रेखा र बिन्दु सममिति (Line and Point Symmetry)

18.1.1. रेखा सममिति (Line Symmetry)

क्रियाकलाप 1

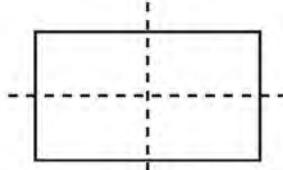
सबै विद्यार्थीले दिइएका आकृतिहरूको ट्रेस गर्नुहोस् :



चित्र (क)



चित्र (ख)



चित्र (ग)

आफूले ट्रेस गरेका चित्रलाई ढट रेखा (सममितिको अक्ष) देखी बराबर भागमा पट्याउनुहोस् ।

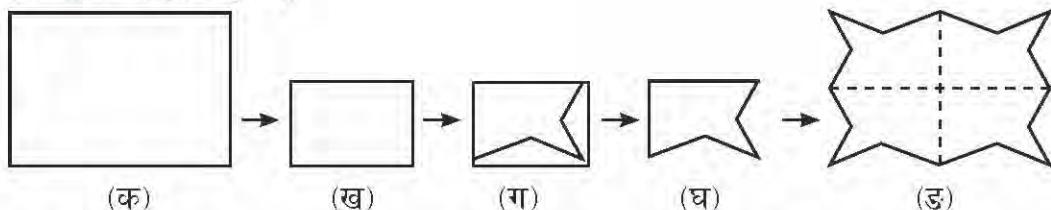
- (क) चित्र (क) लाई कति तरिकाले दुई बराबर भाग हुने गरी पट्याउन सकियो ?
- (ख) चित्र (ख) लाई कति तरिकाले बराबर भाग हुने गरी पट्याउन सकियो ?
- (ग) चित्र (ग) लाई कति तरिकाले बराबर भाग हुने गरी पट्याउन सकियो ?

आपनो बेन्चका साथीहरूसँग छलफल गर्नुहोस् ।

- चित्र (क) र चित्र (ख) लाई 1 तरिकाले पट्याउन सकिन्छ । तसर्थ यसमा रेखीय सममितिको अक्ष एउटा मात्र छ ।
- चित्र (ग) लाई 2 तरिकाले पट्याउन सकिन्छ । तसर्थ यसमा रेखीय सममितिको अक्ष 2 ओटा छन् ।

क्रियाकलाप 2

प्रत्येक विद्यार्थीको एउटा कागजको पाना लिई त्यसलाई बिच भागबाट चित्रमा देखाए जस्तै गरी पट्याउनुहोस् । पट्याइएको भागलाई यथावत् राखी पुनः अर्को तिरबाट एक पटक पट्याउनुहोस् ।



अब तेस्रो चित्रमा दिइएको आकृति बनाउनुहोस् । त्यसपछि (घ) मा जस्तै गरी त्यसको बाहिरी घेरा कैचीले काट्नुहोस् र पट्याइएको भागलाई खोल्नुहोस् ।

यसरी बनेका आकृतिमा कतिओटा सममिति रेखाहरू (Lines of Symmetry) बने, छलफल गरी पता लगाउनुहोस् ।

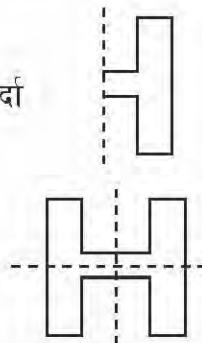
प्रत्येक चित्रलाई दुई बराबर भागमा बाँड्ने ढट रेखा (Dot Line) लाई सममितिको अक्ष (Axis of Symmetry) भनिन्छ । यसलाई अर्को शब्दमा ऐना रेखा (Mirror Line) पनि भन्ने गरिन्छ ।

उदाहरण १

तल रेखा सममितिको अक्ष र आधा चित्र दिइएको छ । यसलाई पूरा गर्नुहोस् । रेखीय सममितिको अक्षको सङ्ख्या पनि पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ रेखा सममितिको अक्षका आधारमा चित्र पूरा गर्दा

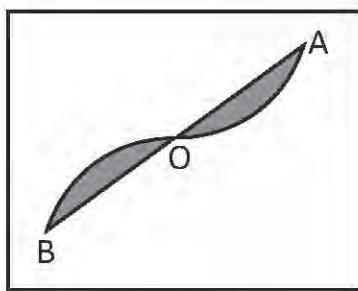


रेखीय सममितिका अक्षहरूको सङ्ख्या = 2

18.1.2 विन्दु सममिति (Point Symmetry)

क्रियाकलाप ३

सबै विद्यार्थी उपयुक्त समूहमा विभाजन भई प्रत्येक समूहले दिइएको चित्रलाई पारदर्शी प्लास्टिकमा ट्रेस गर्नुहोस् ।



माथिको चित्रमा ठिक मिले गरी केन्द्र O मा पेन्सिलको टुप्पाले थिचेर ट्रेस गरेको चित्रलाई विस्तारै घुमाउनुहोस् ।

यसरी घुमाउँदा,

- कति लिंगीको कोणमा घुमाउँदा चित्र (आकृति) केन्द्रदेखि बराबर दुरीमा तर विपरीत दिशामा आइपुग्छ ?
- पहिलेको अवस्थामा आइपुग्दा चित्र (आकृति) कति पटक खपिए ?
- विन्दु सममितिको श्रेणी कति हुन्छ ?
- साथीहरूसँग छलफल गरी निष्कर्ष कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप 4

अङ्ग्रेजी वर्णमालाका कुन कुन अक्षरलाई बिन्दु सममितिका आधारमा ठिक विचबाट (180° को कोणमा) घुमाउँदा आकृति केन्द्र बिन्दुदेखि बराबर दुरीमा तर विपरीत दिशामा हुन्छ ?

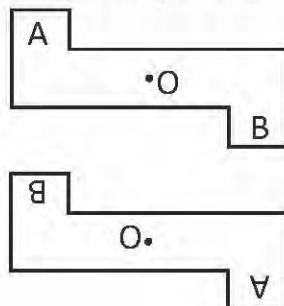
कुनै पनि आकृतिलाई कुनै निश्चित बिन्दुमा 180° को कोणमा घुमाउँदा केन्द्रदेखि बराबर दुरीमा तर विपरीत दिशामा खप्टिने अवस्था आउनुलाई बिन्दु सममिति भएको भनिन्छ ।

उदाहरण 2

दिइएको चित्रलाई बिन्दु सममितिको आधारमा केन्द्र O मा घुमाउँदा कस्तो आकृति बन्छ ?

समाधान

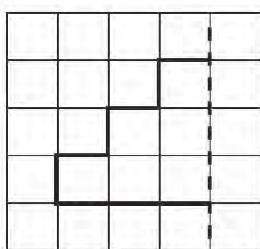
यहाँ दिइएको चित्रलाई बिन्दु सममितिका अधारमा (केन्द्र बिन्दु O मा 180°) घुमाउँदा पहिलेको चित्रको उल्टो (विपरीत दिशामा) आकृति बन्छ ।



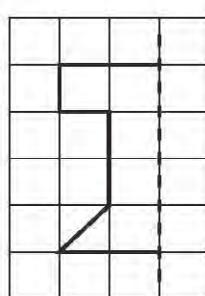
अभ्यास 18.1

1. तलका चित्रहरूमा डट रेखालाई सममिति अक्ष मानेर पूरा गर्नुहोस् :

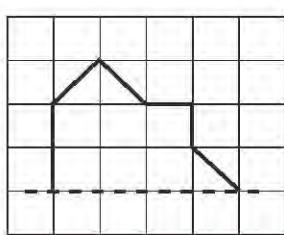
(क)



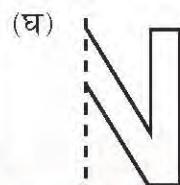
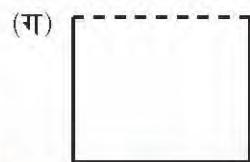
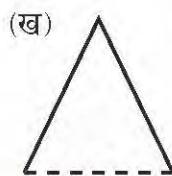
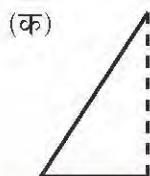
(ख)



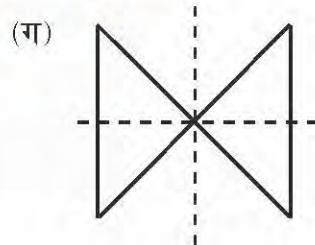
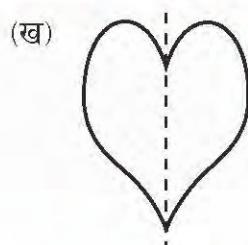
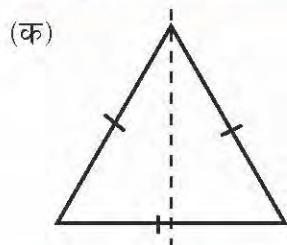
(ग)



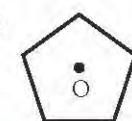
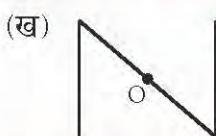
2. तल दिइएका चित्रमा सममितिको अक्ष र आधा चित्र दिइएको छ । चित्र पूरा गर्नुहोस् र रेखीय सममितिका अक्षहरूको सदृख्या पनि पत्ता लगाउनुहोस् :



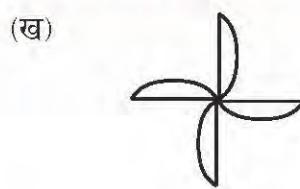
3. तलका प्रत्येक बिन्दु रेखालाई ट्रेसिङ गर्नुहोस् । प्रत्येकमा रेखीय सममितिको अक्ष खिच्नुहोस् । रेखीय सममितिका अक्ष कतिओटा छन्, पत्ता लगाउनुहोस् :



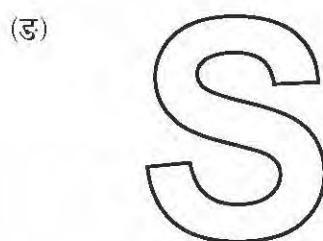
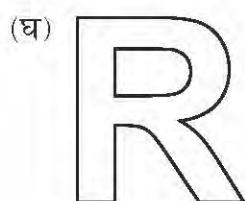
4. तलका चित्रलाई ट्रेस गरी O बिन्दुमा 180° को कोणमा घुमाउनुहोस् :



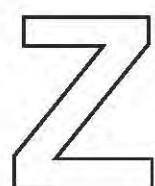
5. तल दिइएका चित्रमध्ये कुन कुन चित्रमा बिन्दु सममिति छन्, छुट्याउनुहोस् :



(ग)



(च)



6. दिइएको तासका पत्तीहरूमा भएको आकृति बिन्दु समिति हो वा होइन् हो भने किन ?



परियोजना कार्य

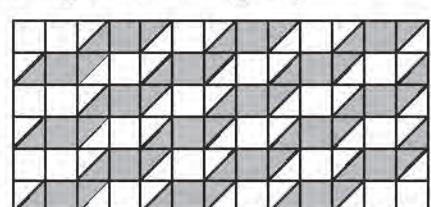
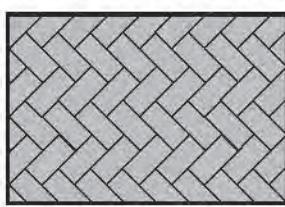
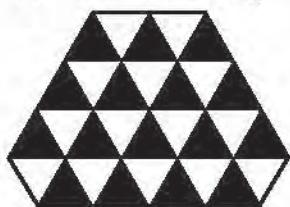
विभिन्न रडका कागज लिई त्यसलाई पट्याई रेखीय समिति र बिन्दु समिति हुने आकृतिहरू कैंचीले काटेर कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

18.2 टेसेलेशन (Tessellation)

तल दिइएका चित्रहरू अबलोकन गर्नुहोस् । ती चित्रहरूमा कस्ता कस्ता आकृतिहरू कति कति ओटा रहेका छन् ? सँगैका साथीसँग छलफल गरी सूची तयार पार्नुहोस् :



के तपाईंको घरमा भएका नाड्लो, कार्पेट, डोको, इँटा वा ढुङ्गाको पर्खालि, फुटबल आदिमा यस्ता आकृतिहरू देख्नुभएको छ ? ती आकृतिहरू कसरी राखेका छन् ? सँगैको साथीसँग छलफल गर्नुहोस् ।

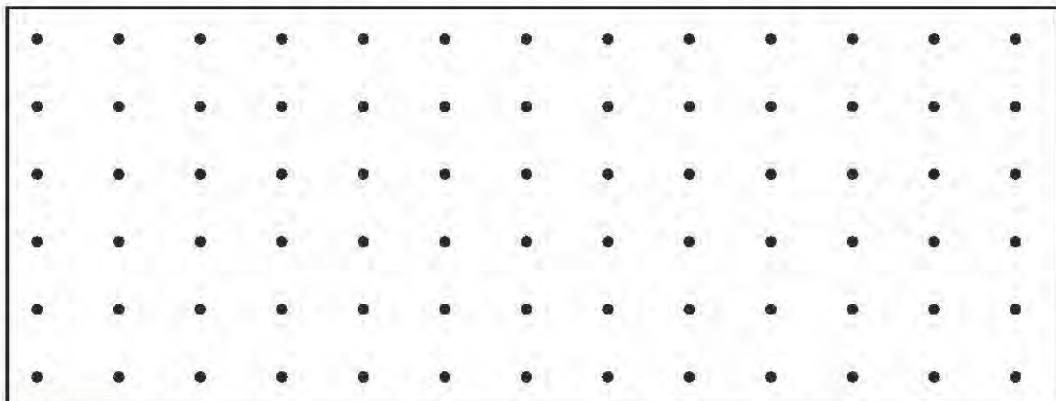
क्रियाकलाप १

सबै समूहले चित्रमा देखाए जस्तै गरी रङ्गीन कागजमा एउटै नापका त्रिभुजाकार आकृतिहरू बनाई कैंचीले काट्नुहोस् । अब चित्रमा देखाए जस्तै गरी ती त्रिभुजाकार टुक्राहरू चार्टपेपरमा टाँस्नुहोस् । यसरी टुक्राहरू टाँस्दा सतहमा खाली ठाउँ नरहने गरी र नखपिणे गरी टाँस्नुहोस् र टेसेलेसनका बारेमा छलफल गरी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

एक वा एकभन्दा बढी ज्यामितीय आकृतिहरू नखप्टाइकन र खाली ठाउँ नराखीकन समतल सतह ढाक्ने वा छोप्ने प्रक्रियालाई टेसेलेसन (Tessellation) भनिन्छ ।

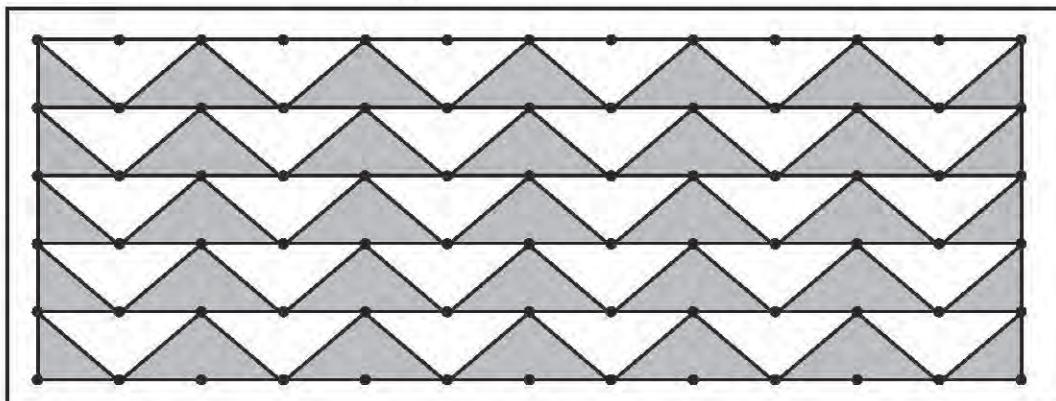
उदाहरण १

दिइएका थोप्लाहरू जोडेर त्रिभुजाकार टेसेलेसन बनाउनुहोस् र रङ्ग भन्नुहोस् ।



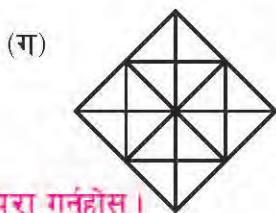
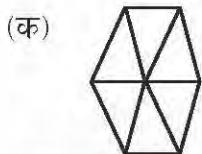
समाधान

माथिका थोप्लाहरू जोडेर निम्नानुसारको त्रिभुजाकार टेसेलेसन बनाउन सकिन्छ ।

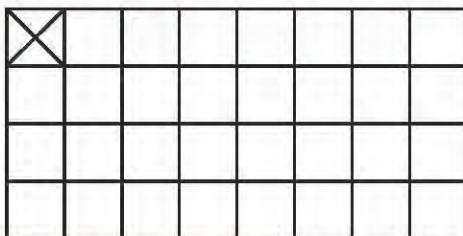


अभ्यास 18.2

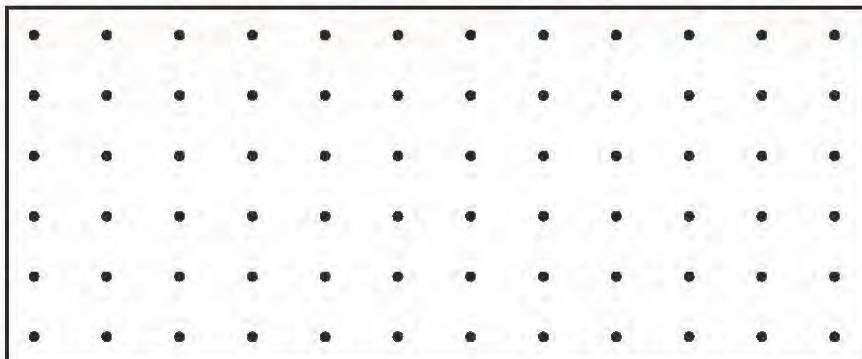
1. दिइएका चित्रहरू त्रिभुजाकार टेसेलेसनका हुन् वा होइनन् र किन, पत्ता लगाउनुहोस् ।



2. तल देखाइएको जस्तै गरी त्रिभुजाकार टेसेलेसन बनाइं प्रा गर्नुहोस् ।



3. दिइएका थोप्लाहरू जोडेर त्रिभुजाकार टेसेलेसन बनाउनुहोस् र रड भर्नुहोस् ।



4. समकोण त्रिभुज र समबाहु त्रिभुजबाट बन्ने एक एकओटा टेसेलेसन बनाउनुहोस् ।

परियोजना कार्य

आफ्नो विद्यालय, घरको भित्ता, घरमा प्रयोग गरिने बाथरुमका टायल, कार्पेट, फुटबल र भलिबल आदिमा बनाइएका चित्रहरू अवलोकन गरी त्रिभुजाकार टेसेलेसनको चित्र आफ्नो कापीमा बनाउनुहोस् र रडसमेत भेरेर कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

स्थानान्तरण (Transformation)

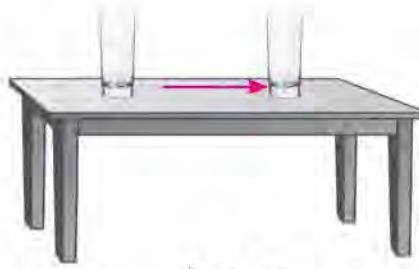
पाठ 19

19.0 पुनरवलोकन (Review)

तल दिइएका चित्रहरूको अवलोकन गरी सोधिएका प्रश्नका बारेमा साथीहरूबिच छलफल गरी निष्कर्ष पत्ता लगाउनुहोस् ।



चित्र (क)



चित्र (ख)

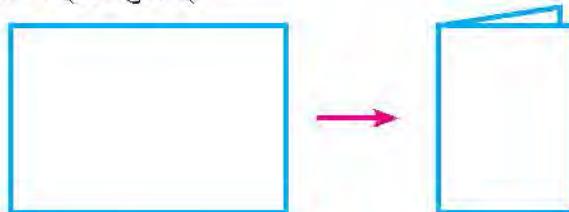
- (क) चित्र । मा के मानिसको अनुहार र ऐनामा देखिएको अनुहार ऐनाबाट बराबर दुरिमा छन् ?
- (ख) चित्र । मा, के मानिसको अनुहार र ऐनामा देखिएको अनुहार उस्तै र उत्रै छन् ?
- (ग) चित्र ॥ मा के गिलासलाई पहिलेको स्थानबाट निश्चित दिशामा सार्दा आकारमा परिवर्तन आएको छ ?

कुनै निश्चित नियममा रही कुनै वस्तुको स्थिति (Position) वा नापमा परिवर्तन हुनुलाई उक्त वस्तुको स्थानान्तरण (Transformation) भनिन्छ ।

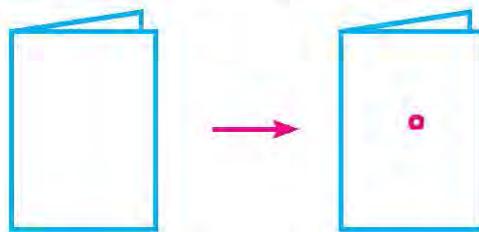
19.1 परावर्तन (Reflection)

क्रियाकलाप 1

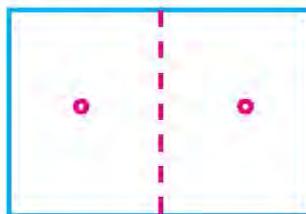
सबै विद्यार्थीले एक एकओटा पेपर लिई तल चित्रमा देखाए जस्तै गरी बिचबाट दुई बराबर भाग हुने गरी पट्याउनुहोस् ।



अब पट्याइएको भागका चित्रमा कम्पासको चुच्चो वा कलमले एउटा प्वाल पार्नुहोस् ।



त्यसपछि चित्रमा देखाए जस्तै गरी पट्याइएको भागलाई खोल्नुहोस् :



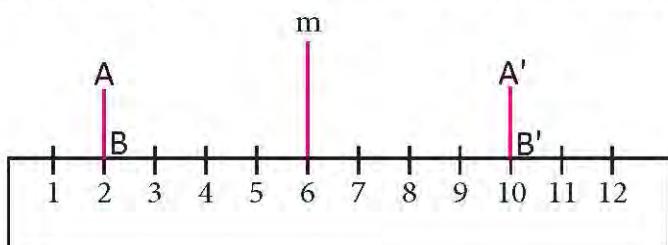
कागज पट्याउँदा बनेको रेखादेखि दुवै प्वालसम्मको दुरी नापी साथीहरूसँग छलफल गर्नुहोस् ।

माथिको छलफलबाट निम्नानुसारको निष्कर्ष पत्ता लगाउन सकिन्छ ।

- दुईओटा प्वालहरूमध्ये कुनै एउटा प्वाललाई आकृतिमान्दा अर्को प्वाल त्यसको प्रतिविम्ब हुन्छ ।
- कागज पट्याउँदा बनेको रेखा परावर्तनको अक्ष हो ।
- परावर्तन अक्षबाट आकृति र प्रतिविम्ब बराबर दुरीमा रहेको हुन्छ ।

क्रियाकलाप 2

दिइएका चित्र अवलोकन गर्नुहोस् र साथीहरूसँग छलफल गरी सोधिएका प्रश्नको उत्तर खोज्नुहोस्



- (क) चित्रमा रेखा AB लाई परावर्तन गराउँदा बनेको प्रतिविम्ब (image) कुन हो ?
- (ख) के रेखा AB र रेखा A'B' उस्तै र उत्रै छन् ?

- (ग) चित्रमा परावर्तनको अक्ष कुन हो ?
 (घ) के परावर्तनको अक्षदेखि रेखा AB र रेखा $A'B'$ सम्मको दुरी बराबर छ ?
 (ङ) के वास्तविक आकृति (रेखा AB) र प्रतिबिम्ब (रेखा $A'B'$) अनुरूप छन् ?

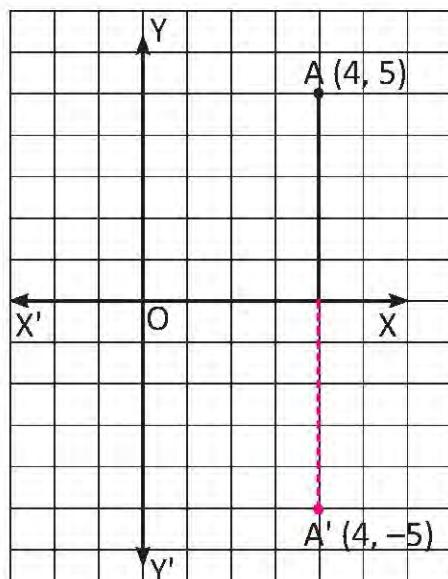
- जुन रेखाका आधारमा परावर्तन गरिन्छ, त्यस रेखालाई परावर्तनको अक्ष (axis of reflection) भनिन्छ ।
- वास्तविक वस्तु परावर्तन भई बन्ने आकृतिलाई प्रतिबिम्ब (Image) भनिन्छ ।
- कुनै वस्तु वा आकृतिलाई परावर्तन गर्दा आकृति र प्रतिबिम्ब परावर्तनको अक्षबाट बराबर दुरीमा पर्दछन् ।
- कुनै पनि ज्यमितीय चित्र वा आकृतिलाई परावर्तन गर्दा वास्तविक आकृति र प्रतिबिम्ब अनुरूप हुन्छन् ।

(क) X – अक्षमा परावर्तन (Reflection on X-axis)

सँगैको ग्राफमा देखाए जस्तै गरी आआफ्नो ग्राफ कापीमा X - अक्ष (XOX') र Y - अक्ष (YOY') खिञ्चुहोस् । अब ग्राफमा कुनै बिन्दु A लिएर XOX' बाट परावर्तन गराउनुहोस् र उक्त बिन्दुलाई A' नाम दिनुहोस् । X - अक्षबाट A सम्मको दुरी र X - अक्षबाट A' सम्मको दुरी बराबर हुनुपर्दछ ।

त्यसपछि ग्राफमा बिन्दु A' को निर्देशाङ्क गनेर लेख्नुहोस् । त्यसैगरी A को निर्देशाङ्क कति हुन्छ ? साथीहरूसँग छलफल गर्नुहोस् ।

यहाँ ग्राफमा बिन्दु A को निर्देशाङ्क $(4, 5)$ र A' को निर्देशाङ्क $(4, -5)$ छ ।



कुनै पनि बिन्दु (x, y) लाई x -अक्षमा परावर्तन गर्दा प्रतिबिम्ब $(x, -y)$ हुन्छ । अर्थात् x निर्देशाङ्क उही रहन्छ र y निर्देशाङ्कका चिह्न मात्र बदलिन्छ ।

उदाहरण 1

विन्दु $P(-3, 2)$ लाई ग्राफमा अडकन गरी X- अक्षबाट परावर्तन गराई ग्राफमा देखाउनुहोस् ।

समाधान

$$\text{यहाँ } P(x, y) = P(-3, 2)$$

अब ग्राफमा $P(-3, 2)$ लाई

X- अक्षबाट परावर्तन गर्दा,

$P(-3, 2)$ को प्रतिबिम्ब $P'(-3, -2)$ भयो

$$\text{तसर्थ } P(x', y') = P'(-3, -2)$$

(ख) Y- अक्षमा परावर्तन (Reflection on Y-axis)

सँगैको ग्राफमा देखाए जस्तै गरी आआफ्नो ग्राफ कापीमा कुनै विन्दु B लाई YOY' बाट परावर्तन गराउनुहोस् यसको प्रतिबिम्ब YOY' रेखाबाट विन्दु B को बराबर दुरीमा पर्दछ । यसलाई B' नाम दिनुहोस् ।

अब B र B' को निर्देशाङ्क गनेर कति कति हुन्छ ? साथीहरूसँग छलफल गरी लेख्नुहोस् । यहाँ ग्राफमा विन्दु B को निर्देशाङ्क $(-3, 4)$ र B' को निर्देशाङ्क $(3, 4)$ छ ।

उदाहरण 2

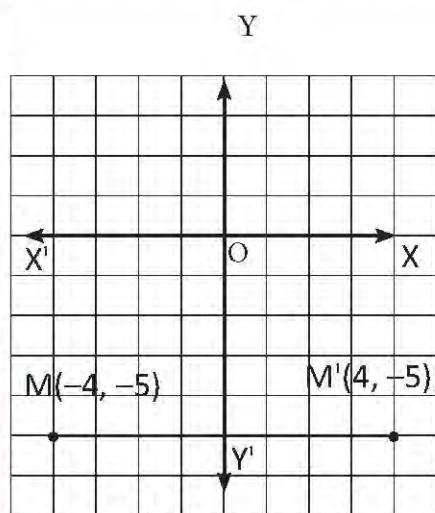
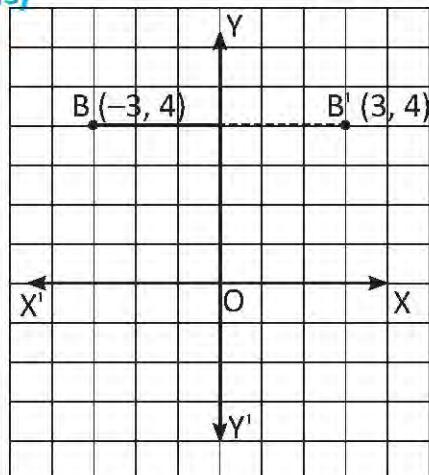
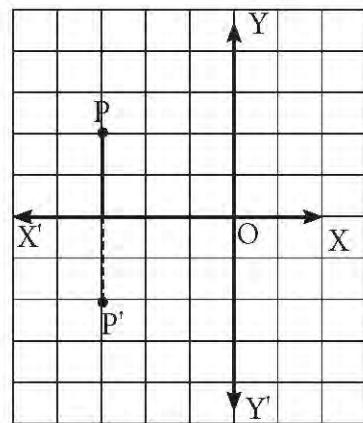
विन्दु $M(-4, -5)$ लाई ग्राफमा अडकन गरी Y- अक्षबाट परावर्तन गराई ग्राफमा देखाउनुहोस् ।

समाधान

$$\text{यहाँ } M(x, y) = M(-4, -5)$$

अब ग्राफपेपरमा $M(-4, -5)$ लाई Y- अक्षबाट परावर्तन गर्दा, $M(-4, -5)$ को प्रतिबिम्ब $M'(4, -5)$ भयो तसर्थ, $M'(x', y') = M'(4, -5)$ हुन्छ ।

कुनै पनि विन्दु (x, y) लाई Y-अक्षमा परावर्तन गर्दा प्रतिबिम्ब $(-x, y)$ हुन्छ । अर्थात् x निर्देशाङ्कको चिह्न बदलिन्छ र y निर्देशाङ्क उही रहन्छ ।



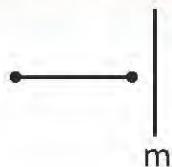
अभ्यास 19.1

1. दिइएका ज्यामितीय आकृतिहरूलाई m अक्षमा परावर्तन गरी प्रतिबिम्ब चित्र खिच्नुहोस्।

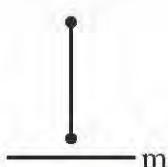
(क)



(ख)



(ग)



(घ)



2. तलका ज्यामितीय आकृतिहरूलाई परावर्तनको अक्ष XX' (X -अक्ष) मा परावर्तन गर्दा बन्ने प्रतिबिम्ब लेख्नुहोस्।

(क) विन्दु A

(ख) विन्दु M

(ग) विन्दु R

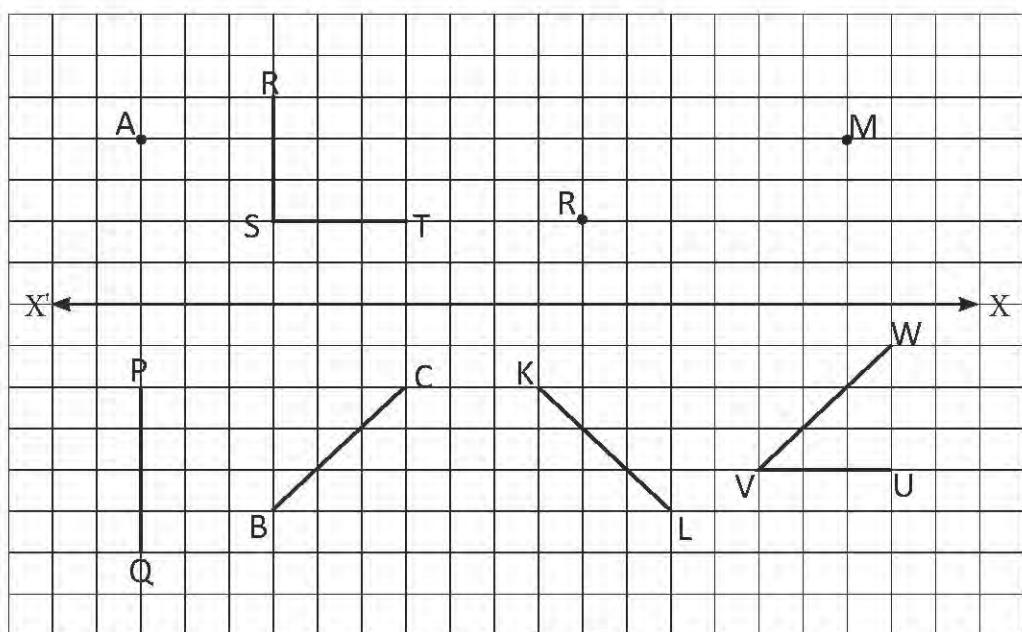
(घ) रेखा BC

(ङ) रेखा PQ

(च) रेखा KL

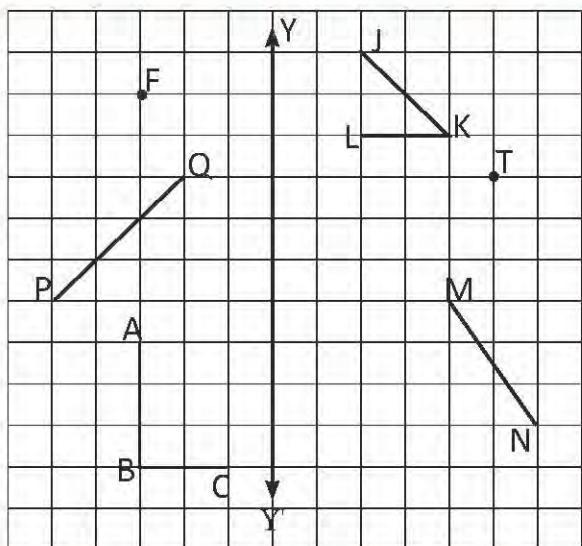
(छ) $\angle RST$

(ज) $\angle UVW$



3. दिइएका ज्यामितीय चित्रहरूलाई Y-अक्षमा परावर्तन गर्नुहोस् र बने प्रतिबिम्ब पत्ता लगाउनुहोस् ।

- (क) बिन्दु F (ख) बिन्दु T
 (ग) रेखा PQ (घ) रेखा MN
 (ङ) $\angle ABC$ (च) $\angle JKL$



4. लेखाचित्रको प्रयोग गरी दिइएका निर्देशाङ्कहरूलाई X- अक्षमा परावर्तन गरी प्रतिबिम्बको निर्देशाङ्क पत्ता लगाउनुहोस् :

- | | | |
|--------------|--------------|--------------|
| (क) (1, 2) | (ख) (3, 2) | (ग) (-4, 4) |
| (घ) (-2, 6) | (ङ) (8, -7) | (च) (9, -10) |
| (छ) (-6, -9) | (ज) (-5, -8) | (भ) (-9, 7) |

5. प्रश्न (4) का बिन्दुहरूलाई Y-अक्षमा परावर्तन गरी ग्राफपेपरमा भर्नुहोस् ।
 6. बिन्दु $T'(3, -4)$ लाई X- अक्षमा परावर्तन गर्नुहोस् र T को निर्देशाङ्क पत्ता लगाउनुहोस् । रेखा TT' को लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।
 7. बिन्दु $P(4, 5)$ लाई Y- अक्षमा परावर्तन गर्नुहोस् । P' को निर्देशाङ्क र रेखा PP' को लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

परियोजना कार्य

आफ्नो घर, विद्यालय, बाटामा हुने गरेको परावर्तनका पाँचओटा अवस्थाहरूको खोजी गरी टिपोट गर्नुहोस् र कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

- | | | | |
|----|-----------------|-----------------------|---------------|
| 4. | (क) (1, -2) | (ख) (3, -2) | (ग) (-4, -4) |
| | (घ) (-2, -6) | (ड) (8, 7) | (च) (9, 10) |
| | (छ) (-6, 9) | (ज) (-5, 8) | (झ) (-9, -7) |
| 5. | (क) (-1, 2) | (ख) (-3, 2) | (ग) (4, 4) |
| | (घ) (2, 6) | (ड) (-8, -7) | (च) (-9, -10) |
| | (छ) (6, -9) | (ज) (5, -8) | (झ) (9, 7) |
| 6. | T(3, 4), 8 एकाइ | 7. P' (-4, 5), 8 एकाइ | |

19.2 विस्थापन (Translation)

क्रियाकलाप 1

सबै विद्यार्थीले आआफ्ना कापीमा एउटा सिधा रेखा कोर्नुहोस् । चित्रमा देखाए जस्तै गरी त्यो रेखाको एक छेउमा इरेजर राख्नुहोस् र इरेजरको चारओटै कुनामा थोप्ला दिएर नाम ABCD राख्नुहोस् ।



त्यसपछि इरेजरलाई घिसारेर त्यही रेखामा अगाडि सार्नुहोस् । इरेजरको चारओटै कुनामा थोप्ला दिई A', B', C' र D' नामाङ्कन गर्नुहोस् ।

अब साथीहरूसँग छलफल गरी तलका प्रश्नहरूको उत्तर खोज्नुहोस् ।

- (क) AA', BB', CC' र DD' को सम्बन्ध के होला ?
- (ख) के इरेजरको स्थान निश्चित दिशामा परिवर्तन भयो ?
- (ग) के आकृति र प्रतिविम्ब अनुरूप छन् ?

अब माथिका क्रियाकलापका आधारमा विस्थापनको परिभाषा लेखी आफूले लेखेको परिभाषालाई साथीले लेखेको परिभाषासँग तुलना गरी हेर्नुहोस् ।

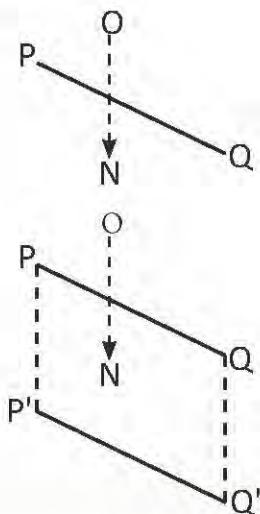
- कुनै पनि वस्तुलाई निश्चित दिशा र दुरीमा सार्नु वा स्थानान्तरण गर्नुलाई विस्थापन भनिन्छ ।
- विस्थापनका लागि विस्थापनको परिमाण वा नाप र दिशा उल्लेख गर्नुपर्दछ ।
- विस्थापनमा आकृति र प्रतिबिम्ब अनुरूप हुन्छन् ।
- कुनै पनि विन्दुलाई विस्थापन गर्दा दिइएको परिमाण र दिशामा समानान्तर रेखा खिच्नुपर्छ ।

उदाहरण 1

सँगैको रेखाखण्ड PQ लाई किरण रेखा ON को परिमाण र दिशामा विस्थापित गर्नुहोस् ।

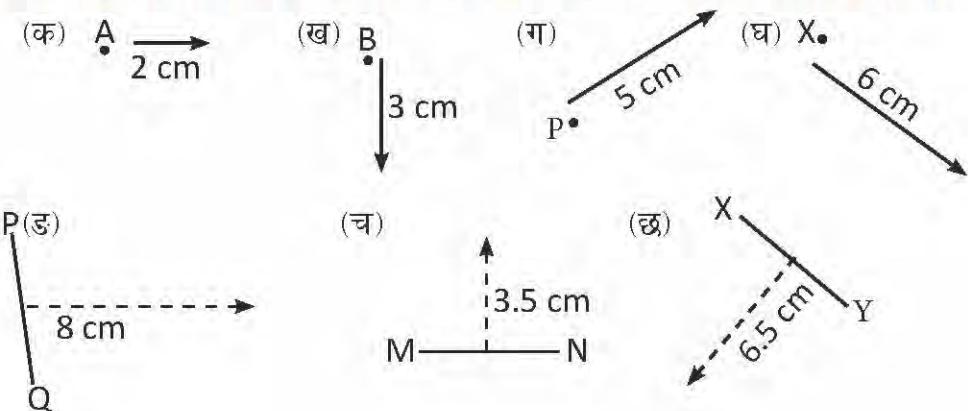
समाधान

- (क) विन्दु P बाट ON को दिशा र परिमाणसँग बराबर र समानान्तर हुने गरी PP' खिच्नुहोस् ।
- (ख) विन्दु Q बाट ON को दिशा र परिमाणसँग बराबर र समानान्तर हुने गरी QQ' खिच्नुहोस् ।
- (ग) P' र Q' लाई जोड्नुहोस् । यसरी $P'Q'$ नै रेखाखण्ड PQ को आवश्यक प्रतिबिम्ब हो ।

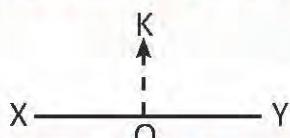


अभ्यास 19.2

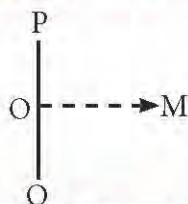
1. तल दिइएका बिन्दु तथा रेखाखण्डलाई दिइएका दिशा र परिमाणमा विस्थापन गर्नुहोस् ।



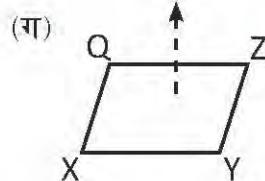
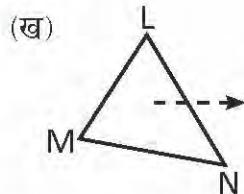
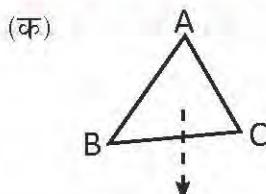
2. रेखा XY लाई OK को नाप र दिशामा विस्थापन गर्नुहोस्।



3. रेखा PQ लाई OM को नाप र दिशामा विस्थापन गर्नुहोस्।



4. तलका प्रत्येक ज्यामितीय आकृतिहरूलाई दिइएको दिशा र परिमाणमा विस्थापन गराउँ बन्ने प्रतिबिम्ब बिच्छुहोस्।



5. एउटा बच्चा चिप्लेटी खेल्दा चिप्लेर 4m तल आयो भने के यो विस्थापन हो, कारण दिनुहोस्।
6. भुइँमा राखिएको कापीको पानाको एउटा मात्र टुप्पो समातेर 1 मिटर आफूतिर तान्दा बाँकी सबै टुप्पाहरू उही दिशा र परिमाणमा स्थानान्तरण होलान् ?
7. एउटा पुस्तकलाई न्युजप्रिन्ट वा ड्रइडपेपर माथि राखेर 10 cm अगाडि सार्दा के पुस्तकका बाँकी सबै कुनाहरू उही दिशा र परिमाणमा स्थानान्तरण होलान् ? के यो विस्थापन हो ?

परियोजना कार्य

एउटा कागजमा एउटा सिध्या रेखा कोर्नुहोस्। उक्त रेखाको माथि एउटा कुनै बिन्दु A लिनुहोस्। अब त्यस बिन्दुलाई तेस्रो रेखामा दायाँतिर 15cm को परिमाणमा विस्थापन गरी प्रतिबिम्ब पत्ता लगाउनुहोस्। उक्त आकृतिलाई कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस्।

उत्तर

शिक्षकलाई देखाउनुहोस्।

पाठ 20

दिशा स्थिति र स्केल ड्राइंग (Bearing and Scale Drawing)

20.0 पुनरवलोकन (Review)

सँगैको कम्पासको चित्रको अवलोकन गरी तलका प्रश्नहरूमा छलफल गर्नुहोस्।



- (क) उक्त उपकरण के कामका लागि प्रयोग गरिन्दछ ?
- (ख) उपकरणमा भएको N, S, E, W ले के के जनाउँदछ ?
- (ग) उपकरणमा सियो कुन दिशातिर फर्केको छ ?
- (घ) उक्त उपकरणमा कुन दिशालाई आधार दिशा मानिएको हुन्दछ ?
- (ङ) उपकरणमा भएको NE, SE, SW, NW ले के के जनाउँदछ ?

N \Rightarrow उत्तर (North)

NE \Rightarrow उत्तर पूर्व (North East)

S \Rightarrow दक्षिण (South)

SE \Rightarrow दक्षिण पूर्व (South East)

E \Rightarrow पूर्व (East)

SW \Rightarrow दक्षिण पश्चिम (South West)

W \Rightarrow पश्चिम (West)

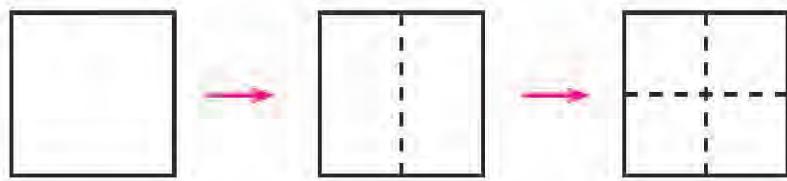
NW \Rightarrow उत्तर पश्चिम (North West)

20.1 दिशा स्थिति (Bearing)

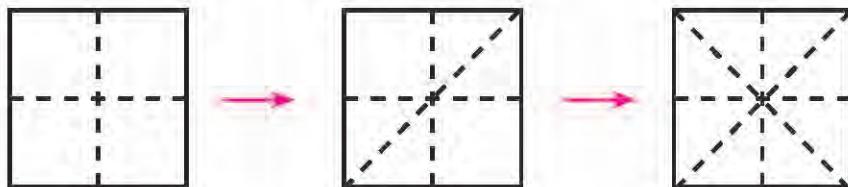
क्रियाकलाप 1

आफ्नो बेन्चमा बसेका साथीहरूको एउटा समूह बनाउनुहोस्।

प्रत्येक समूहले एउटा एउटा कागजका पाना लिनुहोस् र चित्रमा देखाए जस्तै गरी पानालाई ठिक बिचबाट दुई पटक पट्याउनुहोस्।

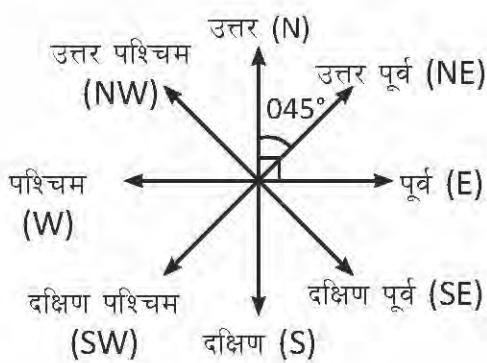


फेरि कुनाबाट उक्त पानालाई दुई पटक पट्याउनुहोस् ।



त्यसपछि पट्याएको भागलाई खोल्नुहोस् र चित्रमा देखाए जस्तै गरी पट्याइएका ठाउँमा बनेका रेखाका छेउमा नामाङ्कन गरी साथीहरूसँग छलफल गरी तलका प्रश्नहरूको उत्तर खोज्नुहोस् :

- (क) आफूले बनाएको नमुना (चित्र) मा कतिओटा दिशाहरू छन् ? तिनीहरू के के हुन् ?
- (ख) उत्तर पूर्व दिशा देखाउने रेखाले कति डिग्रीको कोण बनाएको छ ?
- (ग) उत्तर र उत्तर पूर्व दिशा देखाउने रेखाबिच कति डिग्रीको कोण छ, नाप्नुहोस् ।
- (घ) के उत्तर र पश्चिम, पश्चिम र दक्षिण तथा दक्षिण र पूर्व देखाउने रेखाहरूबिच पनि 90° का कोण बनेका छन् ?
- (ङ) के उत्तर र उत्तर पश्चिम, पश्चिम र दक्षिण पश्चिम तथा दक्षिण पूर्व देखाउने सबै रेखाहरूले आपसमा $45^\circ/45^\circ$ का कोण बनाएका छन् ?



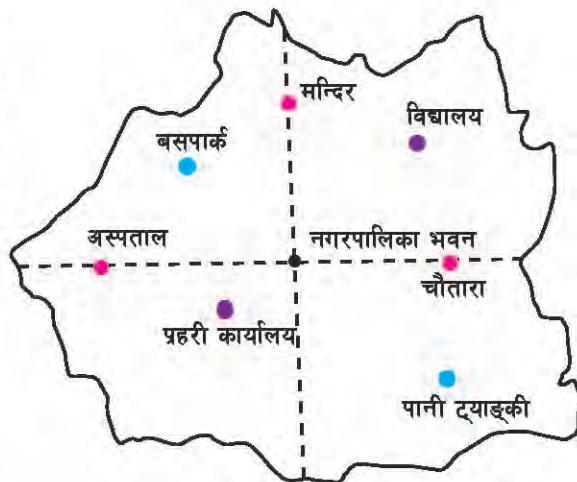
उत्तर दिशा जनाउने रेखालाई आधार मानेर घडीको सुईको दिशामा कुनै दुई स्थानबिचको अवस्थितिलाई तीन अड्कको कोणका रूपमा प्रस्तुत गर्ने तारिकालाई दिशा स्थिति (Bearing) भनिन्छ ।

20.1.1 नक्सा पढाइ (Map Reading)

क्रियाकलाप 2

सँगैको चित्रमा कुनै नगरपालिकाका केही स्थानहरू देखाइएको छ। उक्त चित्रलाई कापीमा ट्रेस गर्नुहोस्। नगरपालिका भवनलाई आधार मानी साथीहरूसँग छलफल गरेर निम्नलिखित स्थानहरूको दिशास्थिति पत्ता लगाउनुहोस् र कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस्।

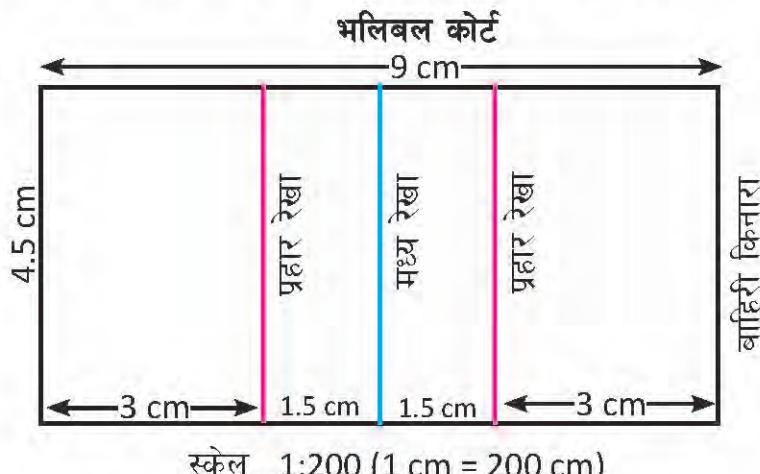
- (क) विद्यालय (ख) मन्दिर
- (ग) बसपार्क (घ) प्रहरी कार्यालय
- (ड) अस्पताल (च) पानी ट्याङ्की



20.2 स्केल ड्राइंग (Scale Drawing)

क्रियाकलाप 3

सबै विद्यार्थी उपयुक्त समूहमा बस्नुहोस्। दिइएको अवस्थाको अध्ययन गरी तलका प्रश्नहरूबाटे समूहमा छलफल गर्नुहोस् र कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस्।



क्र.सं.	रेखाको नाम	नक्साको रेखाको नाप	वास्तविक कोर्टको नाप	वास्तविक कोर्ट र नक्साको नापको अनुपात	निष्कर्ष
1	कोर्टको लम्बाई	9 cm	18 m	1:200	
2.	कोर्टको चौडाई				
3.	मध्य रेखादेखि प्रहार रेखा-सम्मको दुरी				

- वास्तविक कोर्टको चौडाई र नक्साको चौडाइको अनुपात कति छ ?
- वास्तविक कोर्टको लम्बाई र नक्साको लम्बाइको अनुपात कति छ ?
- नक्साको मध्य रेखादेखि प्रहार रेखासम्मको दुरी 6 cm छ भने वास्तविक दुरी कति होला ?
- माथिको भलिबल कोर्टलाई स्केल $1\text{ cm} = 1\text{ इन्च}$ लिएर ढुइङ पेपरमा नक्सा तयार गर्नुहोस् ।
- माथिको छलफलका आधारमा के निष्कर्ष निकाल सकिन्छ ?

- निश्चित स्केलको प्रयोग गरी ज्यादै ठुला र ज्यादै साना वस्तुलाई रेखाङ्कन गर्न सकिन्छ ।
- स्केलमा वास्तविक वस्तु र चित्र (नक्सा) खिचेर आवश्यकताअनुसार ठुलो वा सानो नाप लिएर निश्चित अनुपात बनाइन्छ ।
- निश्चित स्केलको प्रयोग गरी नक्साबाट वस्तुको वास्तविक नाप निकाल सकिन्छ ।

उदाहरण 1

$1\text{ cm} = 500\text{ m}$ को स्केल प्रयोग गरी एउटा नक्सा तयार गर्दा दुई स्थानबिचको नक्साको दुरी 9cm भए उक्त दुई स्थानबिचको वास्तविक दुरी कति होला ?

समाधान

यहाँ स्केल $1\text{ cm} = 500\text{ m}$ वास्तविक दुरी

$$\text{स्केल } 9\text{cm} = (9 \times 500)\text{ m} = 4500\text{ m}$$

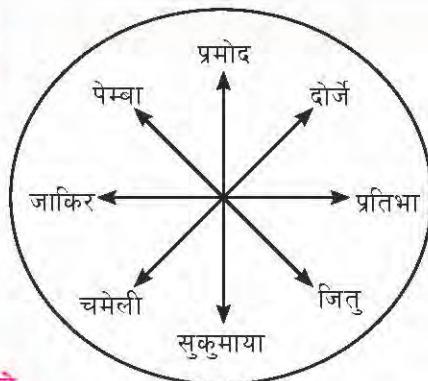
$$\text{तसर्थ, दुई ठाउँ बिचको वास्तविक दुरी} = 4500\text{m}$$

अभ्यास 20

1. कक्षाका विद्यार्थी चित्रमा देखाए जस्तै गरी चउरमा उभिएका छन् भने तलका प्रश्नहरूको उत्तर लेख्नुहोस् ।

(क) दोर्जे उभिएको स्थानको दिशास्थिति कुन हो ?

(ख) जाकिर उभिएको दिशास्थिति कुन हो ?



2. तल दिइएको चित्रका आधारमा सोधिएका प्रश्नको जवाफ लेख्नुहोस् :

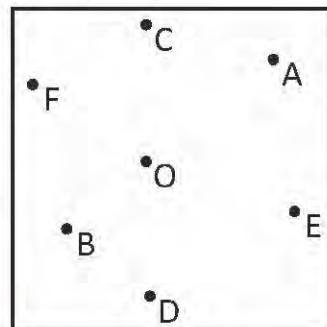
(क) स्थान O बाट बिन्दु A को दिशास्थिति पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) स्थान O बाट बिन्दु C को दिशा स्थिति पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ग) स्थान O बाट बिन्दु F को दिशा स्थिति पत्ता लगा(उनुहोस् ।

(घ) स्थान O बाट बिन्दु B को दिशा स्थिति पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. नेपालको वास्तविक नक्सा अवलोकन गरी तल सोधिएका प्रश्नको उत्तर लेख्नुहोस् :



(क) पोखराबाट नेपालगञ्जको दिशास्थिति लेख्नुहोस् ।

(ख) काठमाडौँबाट मनाङको दिशास्थिति लेख्नुहोस् ।

(ग) जनकपुरबाट ताप्लेजुङको दिशास्थिति लेख्नुहोस् ।

4. तलका प्रश्नमा दुई स्थानबिचको वास्तविक दुरी पत्ता लगाउनुहोस् :

(क) दुई स्थानबिचको नक्साको दुरी = 9 cm [स्केल 1 cm = 200m]

(ख) दुई स्थानबिचको नक्साको दुरी = 3.5 cm, [स्केल 1 cm = 500 ft]

5. एउटा चउरको वास्तविक लम्बाइ 125 m र 75 m छ । 1 cm : 10 cm को अनुपात लिएर चउरको रेखाङ्कन गर्नुहोस् ।

6. 1cm ले वास्तविक 2 फिट जनाउने गरी 20 ft लम्बाइ र 18 ft चौडाइ भएको कक्षाकोठाको चित्र बनाएर देखाउनुहोस् ।

7. चित्रमा दिइएको बिजुलीको खम्बा 1:100 cm को स्केलमा बनाइएको छ। रुलरले नापेर खम्बाको वास्तविक उचाइ पत्ता लगाउनुहोस्।
8. विद्यालयको चउरमा गएर प्रश्न न. १ को चित्रमा देखाए जस्तै गरी प्रत्येक दिशामा एक एक जना साथी उभिएर दिशा स्थिति पत्ता लगाउनुहोस्। प्रत्येक साथीलाई दिशास्थितिको नामले बोलाउनुहोस्।



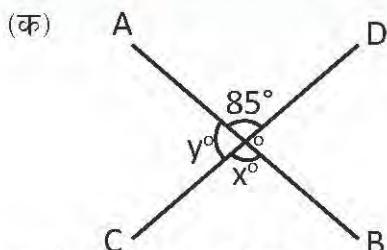
परियोजना कार्ड

- (1) नेपालको नक्सा लिएर कुनै प्रदेशको सदरमुकामलाई केन्द्र मानी आठओटा दिशा (N, S, E, W, SE, SW, NW, NE) मा पर्ने एक ओटा स्थानको नाम लेख्नुहोस्।
- (2) सरकारले बाढी पहिरोबाट पीडित गाउँका बासिन्दाहरूलाई सुरक्षित स्थानमा सार्नुपर्ने भएछ। तपाईंहरूका ५ जनाको समूहलाई विज्ञ समूह मानेर व्यवस्थित तथा सुरक्षित बसोबासका लागी खाली जग्गाको नक्सा दिएछ। उक्त जग्गामा कसरी बसोबासको योजना बनाउनुहुन्छ। चित्रसहितको सरकारलाई सुझाव दिनुहोस्।

उत्तर

शिक्षकलाई देखाउनुहोस्।

1. दिइएको चित्रका आधारमा x र y को मान पत्ता लगाउनुहोस् :



- (ख) चित्र (क) मा बनेका कुन कुन कोणहरू अनुरूप छन् लेख्नुहोस् ।
 (ग) चित्र (क) मा विन्दु सममिति छ कि रेखीय सममिति छ ?

2. तलका प्रत्येक बिन्दुहरूलाई लेखाचित्र बनाई अडकन गर्नुहोस् । प्रत्येक बिन्दुलाई क्रमशः जोडौं जानुहोस् । यसरी बन्ने आकृतिको नाम पनि लेख्नुहोस् ।

A(-4, 2)

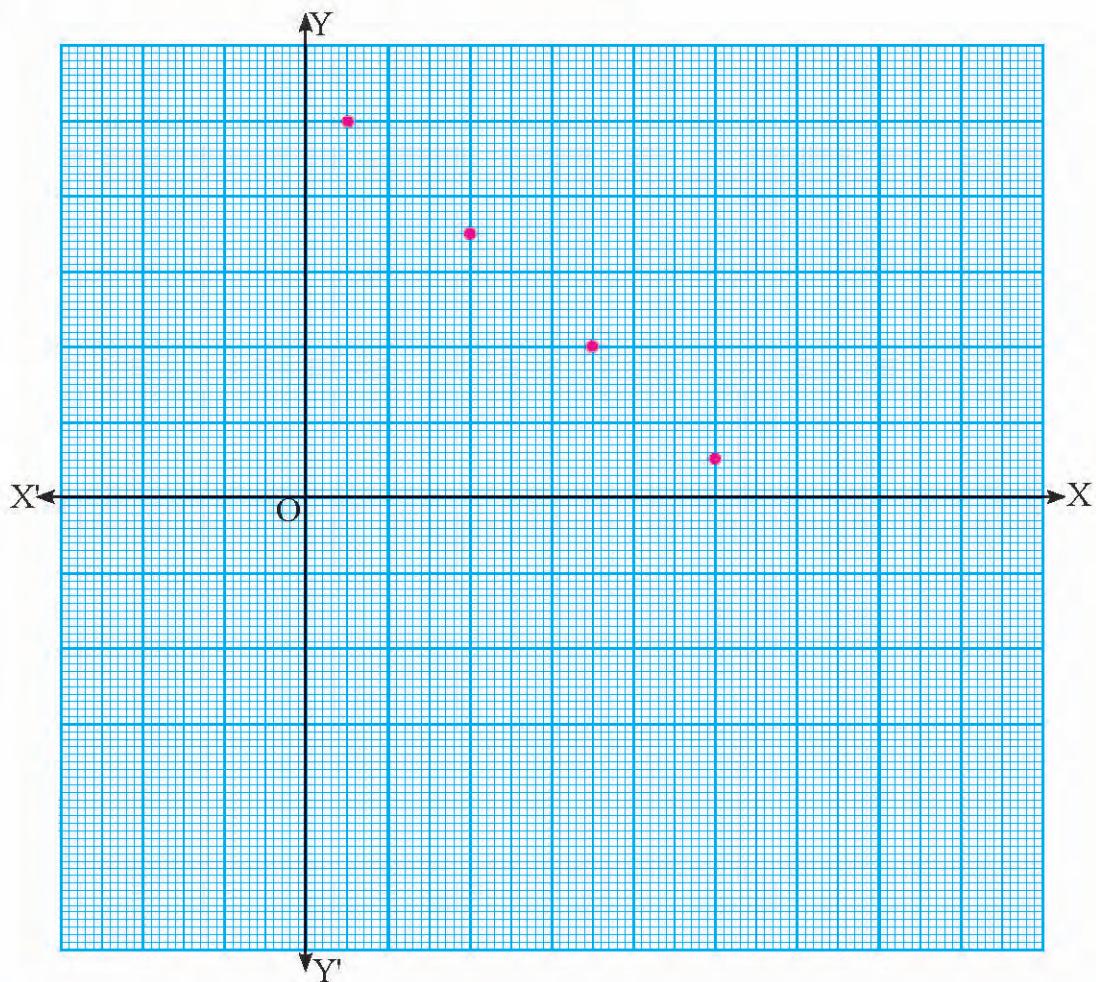
B(4, 3)

C(2, 5)

- (क) उक्त आकृति ABC लाई X-अक्षमा परावर्तन गर्दा बन्ने आकृति A'B'C' को निर्देशाङ्क लेख्नुहोस् ।
 (ख) आकृति A'B'C' अनुरूप आकृति हुन्, किन ? कारण दिनुहोस् ।
 (ग) आकृति ABC आकृति A'B'C' मा परावर्तन हुँदा कुनै निश्चित नियम पालना भएको छ ? त्यसबाट कुनै सूत्र निकाल सम्भव होला ? शिक्षकसँग छलफल गर्नुहोस् ।

3. यदि एउटा आयतको लम्बाई 3 cm र चौडाई 4 cm छ भने उक्त आयतको विकर्णको लम्बाई कति होला ? उक्त आयतको विकर्ण रेखीय सममितिको अक्ष हो, कारण दिनुहोस् ।
4. 1 cm ले वास्तविक 10 m जनाउने गरी 90 m लम्बाई र 45 m चौडाई भएको फुटबल मैदानको चित्र बनाउनुहोस् । यसरी बनेको आयताकार फुटबल मैदानका चारओटा कुनामा कस्ता कोणहरू बन्न्छन् ? त्यस फुटबल मैदानका विकर्णलाई अक्ष मानेर त्यसलाई स्थानान्तरण गर्दा कस्तो आकृति बन्ना, छलफल गर्नुहोस् ।
5. रेखीय सममिति हुने अड्गेजी अक्षरहरूमध्ये V मा एकओटा र H मा दुईओटा रेखा सममितिका अक्ष हुन्छन् । यस्तै अरूप रेखीय सममिति हुने अड्गेजी अक्षरहरू पत्ता लगाई सूची तयार पार्नुहोस् । त्यस्ता अक्षरहरूमध्ये विन्दु सममिति हुने अक्षरहरू कुन कुन छन् ?

6. तल दिइएका बिन्दुहरूको निर्देशाङ्कहरू लेखनुहोस् :

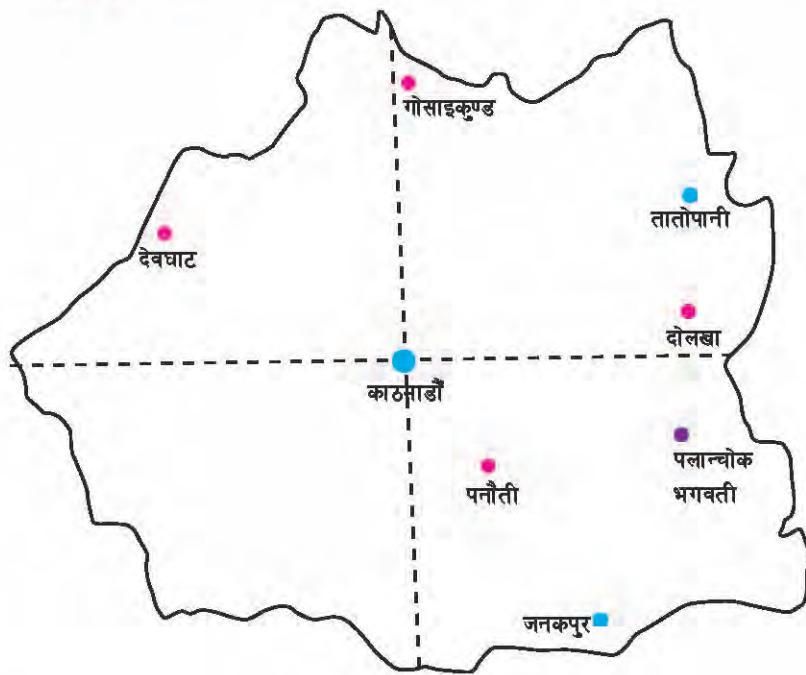


पाँचओटा साना वर्गाकार कोठा बराबर एक एकाइ मान्दा प्रत्येक बिन्दुलाई x -अक्ष र y -अक्षमा स्थानान्तर गर्दा बन्ने बिन्दुको निर्देशाङ्क पनि लेखनुहोस् ।

7. एउटा गाडी T स्थानबाट 200 km पूर्वको स्थान S मा पुगेको छ । गाडीले S बाट अर्को पश्चिममा पर्ने स्थान U मा 300 km को यात्रा गरेछ । यो जानकारीलाई स्केल ड्रइड गरी निम्नलिखित कुरा पत्ता लगाउनुहोस् ।

(क) T बाट U सम्मको दुरी (ख) U बाट T सम्मको दिशास्थिति

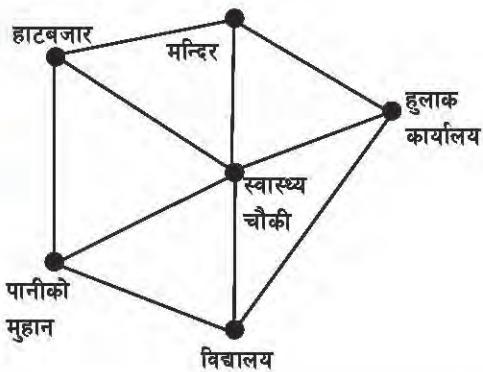
8. संगैको चित्रमा केही स्थानहरू देखाइएको छ । चित्रलाई अन्यास पुस्तिकामा ट्रेस गरी र काठमाडौँलाई आधार मानी निम्नलिखित स्थानहरूको दिशास्थिति पता लगाउनुहोस् ।



- (क) गोसाइकुण्ड
- (ख) तातोपानी
- (ग) देवघाट
- (घ) दोलखा
- (ड) पलान्चोक भगवती
- (च) पनौती
- (छ) जनकपुर
- (ज) यदि गोसाइकुण्ड, तातोपानी र दोलखालाई AB-अक्ष मानि परावर्तन गर्दा उक्त स्थानहरूको दिशा स्थितिमा कस्तो परिवर्तन आउँछ, छलफल गर्नुहोस् ।

9. चित्रमा एउटा गाउँका मुख्य ठाउँहरू देखाइएको छ । यदि स्केल $1\text{ cm} = 100\text{ m}$ भए रुलर प्रयोग गरी स्वस्थ चौकीबाट निम्नलिखित ठाउँको वास्तविक दुरी पत्ता लगाउनुहोस् :

- (क) मन्दिर
- (ख) पानीको मुहान
- (ग) विद्यालय
- (घ) हाटबजार
- (ङ) हुलाक कार्यालय
- (च) स्वास्थ्य चौकीबाट विद्यालय, हाटबजार र हुलाक कार्यालयको दिशास्थिति पनि लेख्नुहोस् ।
- (छ) स्वास्थ्य चौकीबाट मन्दिर र विद्यालय कुन दिशास्थितिमा छन् ?



उत्तर

शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

21.0 पुनरवलोकन (Review)

एउटा पुस्तक पसलमा एक महिनामा प्रत्येक दिन बिक्री भएका पुस्तकको सङ्ख्यात्मक विवरण यसप्रकार छ :

13,	14,	13,	16,	18,	20
13,	25,	10,	18,	12,	10
28,	25,	12,	15,	17,	15
25,	24,	20,	10,	25,	18
20,	22,	18,	15,	13,	20

माथिको जानकारीलाई तलको जस्तै तालिका बनाएर भरी तालिका पूरा गर्नुहोस् ।

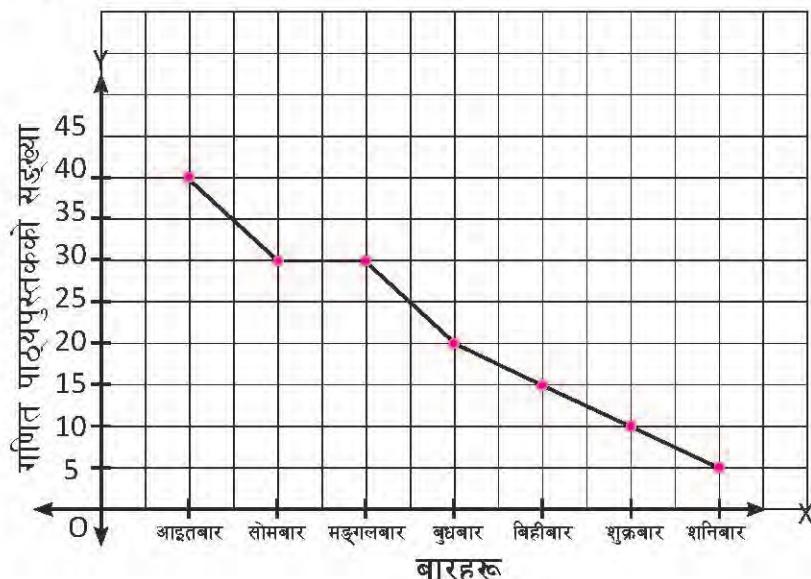
पुस्तकको सङ्ख्या	मिलान चिह्न	बारम्बारता	सम्पूर्ण बारम्बारता
10		3	3
12		2	$3 + 2 = 5$

माथिको तालिकालाई कस्तो तालिका भनिन्छ, साथीहरूबिच छलफल गरी निष्कर्ष निकालुहोस् ।

21.1 रेखाचित्र (Line Graph)

क्रियाकलाप 1

एउटा पुस्तक विक्रेताले एक हप्तामा बिक्री गरेका गणित विषयको पाठ्यपुस्तकहरूको सङ्ख्यालाई छोल्नाले निम्न रेखाचित्रमा प्रस्तुत गरिन् । दिइएको रेखाचित्रको अध्ययन गरी निम्नलिखित प्रश्नका बारेमा छलफल गर्नुहोस् :



- (क) सोमबार कतिओटा गणित पुस्तक बिक्री भएछन् ?
- (ख) शुक्रबार कतिओटा गणित पुस्तक बिक्री भएछन् ?
- (ग) कुन कुन बार बराबर सङ्ख्यामा गणित पुस्तक बिक्री भएछ ?
- (घ) कुन बार सबैभन्दा बढी गणित पुस्तक बिक्री भएछ ?

दिइएका चर मूल्य र त्यसको बारम्बारतालाई ग्राफमा अड्कित गरी क्रमशः सिधा रेखाले जोड्दा बन्ने चित्रलाई रेखाचित्र (Line Graph) भनिन्छ ।

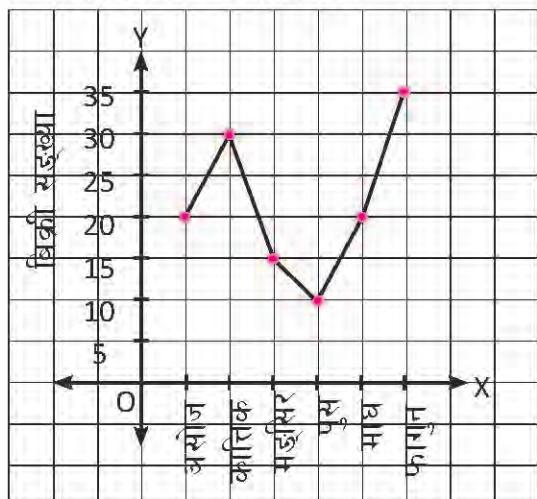
रेखाचित्र बनाउँदा अपनाउनुपर्ने चरणहरू

1. दिइएको तथ्याङ्कलाई तालिकामा राख्नुपर्छ ।
2. बारम्बारतालाई Y – अक्षमा र चर मूल्य (परिमाण) लाई X – अक्षमा राख्नुपर्छ ।
3. उपयुक्त स्केलको छनोट गर्नुपर्छ ।
4. बिन्दुहरूलाई ग्राफमा प्रस्तुत गरी प्रत्येक बिन्दुलाई रेखाखण्डले जोड्नुपर्छ ।

उदाहरण १

एउटा मोबाइल पसलमा छ महिनामा विक्री भएको मोबाइलको विवरण तलको रेखाचित्रमा देखाइएको छ । उक्त रेखाचित्रको अध्ययन गरी निम्नलिखित प्रश्नहरूको उत्तर दिनुहोस् ।

मोबाइलको विक्री विवरण



- (क) कुन महिनामा सबैभन्दा बढी मोबाइल विक्री भएको रहेछ ?
- (ख) कुन महिनामा सबैभन्दा कम मोबाइल विक्री भएको छ ?
- (ग) असोज महिनामा कतिओटा मोबाइल विक्री भएको रहेछ ?
- (घ) प्रस्तुत रेखाचित्रका आधारमा बारम्बारता तालिका बनाउनुहोस् ।

समाधान

दिइएको रेखाचित्रका आधारमा माथि दिइएका प्रश्नको उत्तर यसप्रकार छ :

- (क) फागुन महिनामा सबैभन्दा बढी (35 ओटा) मोबाइल विक्री भएको छ ।
- (ख) पुस महिनामा सबैभन्दा कम (10 ओटा) मोबाइल विक्री भएको छ ।
- (ग) असोज महिनामा 20 ओटा मोबाइल विक्री भएको छ ।

महिना	असोज	कात्तिक	मङ्गसिर	पुस	माघ	फागुन
मोबाइल सङ्ख्या	20	30	15	10	20	35

उदाहरण २

वर्षायाममा कुनै ठाउँमा लगातार छ दिनसम्म परेको वर्षाको मापन यसप्रकार छ :

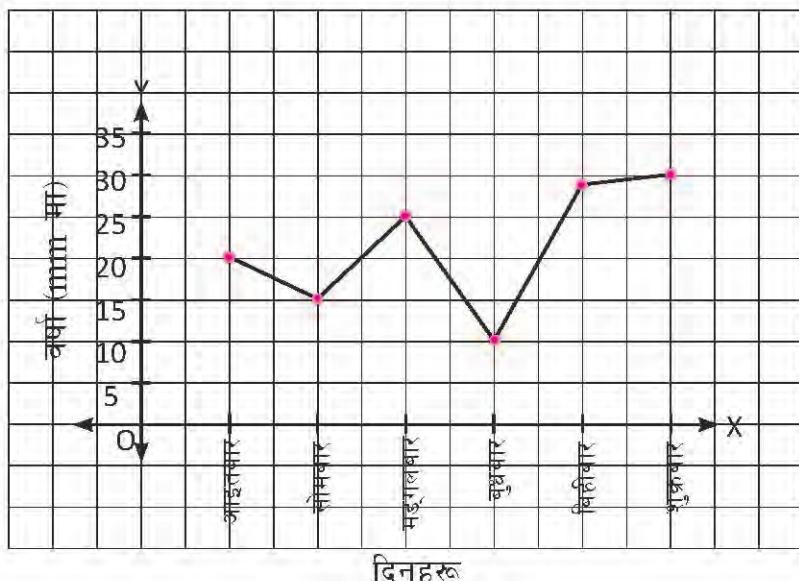
दिन	आइतबार	सोमबार	मंडगलबार	बुधबार	बिहीबार	शुक्रबार
वर्षा	20 mm	15 mm	25 mm	10 mm	28 mm	30 mm

माथिको तथ्याङ्कलाई रेखाचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

समाधान

यहाँ समयलाई X – अक्षमा र वर्षालाई Y – अक्षमा राखी रेखाचित्र खिच्दा,

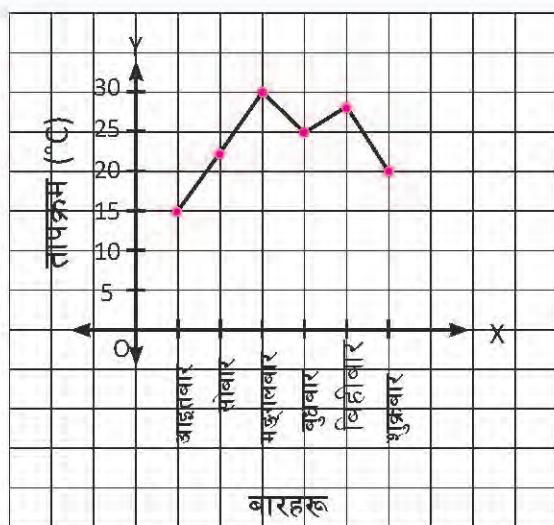
६ दिनको वर्षा विवरण



अभ्यास 21.1

1. दिइएका रेखाचित्रमा काठमाडौंको ६ दिनको तापक्रम विवरण देखाइएको छ । यसको अध्ययन गरी निम्नलिखित प्रश्नहरूको उत्तर लेखुहोस् ।

- (क) कुन बार सबभन्दा बढी तापक्रम रहेछ ?
 (ख) कुन बार सबभन्दा कम तापक्रम रहेछ ?
 (ग) बुधबारको तापक्रम कति रहेछ ?
 (घ) दिइएको रेखाचित्रलाई बारम्बारता तालिकामा देखाउनुहोस् ।



2. शारदा आधारभूत विद्यालयको कक्षा 7 मा विगत 6 वर्षको भर्नादिर यसप्रकार छ :

वर्ष	2074	2075	2076	2077	2078
भर्नादिर	20	26	18	14	12

दिइएको आँकडालाई रेखाचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

3. कक्षा 7 का विद्यार्थीलाई कोमिड-19 बाट बच्न कुन कुन सुरक्षाका साधनहरू प्रयोग गर्नुपर्छ भनी सोधिएको प्रश्नमा प्रतिक्रिया यसप्रकार पाइयो :

साधन	मास्क	सेनिटाइजर	फेससिल्ड	पन्जा	साबुन
विद्यार्थी सङ्ख्या	30	22	18	8	25

माथिको जानकारीलाई रेखाचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

4. तलका बारम्बारता तालिकालाई रेखाचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् :

(क)	कक्षा	1	2	3	4	5	6	7
	विद्यार्थी सङ्ख्या	26	24	28	40	35	45	50

(ख)	परिमाण (kg)	2	4	6	9	12
	मूल्य (रु.)	500	1000	1500	2250	3000

5. विद्यालयमा एक दिन बिहान 10:00 बजेदेखि 4:00 बजेसम्म 2/2 घण्टाको फरकमा थर्मोमिटरले तापक्रम नापेर रेखाचित्र बनाई कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

परियोजना कार्य

रेडियो, टेलिभिजन वा पत्रपत्रिकालगायतका अन्य विभिन्न माध्यमबाट एक हप्तासम्मको तापक्रमको टिपोट गर्नुहोस् । त्यसलाई रेखाचित्रमा देखाई कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

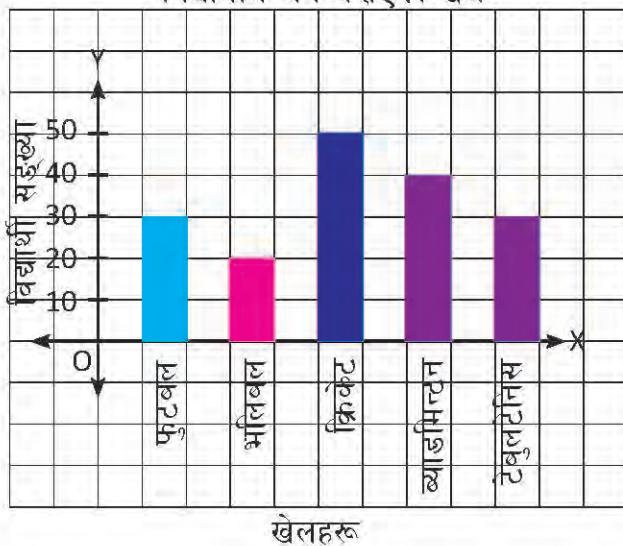
उत्तर

शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

21.2 बहुस्तम्भ चित्र (Multiple Bar Diagram)

कक्षाका विद्यार्थीलाई कुन खेल बढी मन पराउनुहुन्छ भनी सोधिएका प्रश्नमा प्राप्त प्रतिक्रियाअनुसार तयार गरिएको स्तम्भ चित्र दिइएको छ । उक्त स्तम्भ चित्रको अध्ययन गरी निम्नलिखित प्रश्नहरूका बारेमा छलफल गर्नुहोस् :

विद्यार्थीले मन पराएको खेल

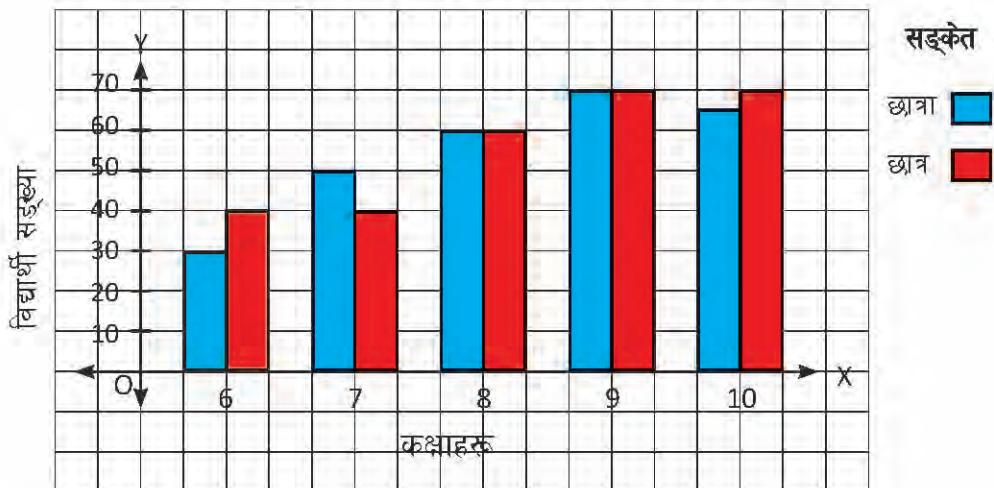


- (क) दिइएको स्तम्भ चित्र कस्तो स्तम्भ चित्र हो ?
 (ख) सबैभन्दा बढी विद्यार्थीले मन पराएको खेल कुन हो ?
 (ग) सबैभन्दा थोरै विद्यार्थीले मन पराएको खेल कुन हो ?
 (घ) कति जना विद्यार्थीले क्रिकेट खेल मन पराउँदा रहेछन् ?

क्रियाकलाप 1

सरस्वती माध्यमिक विद्यालयका कक्षा 6 देखि 10 सम्मका विद्यार्थीको छात्र र छात्रा सङ्ख्यालाई तलको स्तम्भ चित्रमा प्रस्तुत गरिएको छ । साथीसँग छलफल गरी सोधिएका प्रश्नको उत्तर खोज्नुहोस् :

श्री सरस्वती माध्यमिक विद्यालयका विद्यार्थीको विवरण



- (क) सबैभन्दा बढी र सबैभन्दा कम विद्यार्थी कुन कुन कक्षामा रहेछन् ?
 (ख) कुन कुन कक्षामा छात्रभन्दा छात्रा बढी रहेछन् ?
 (ग) कुन कुन कक्षामा छात्राभन्दा छात्र बढी रहेछन् ?
 (घ) कुन कुन कक्षामा छात्र र छात्रा बराबर रहेछन् ?
 (ङ) यो कस्तो स्तम्भ चित्र हो ?

- एकभन्दा बढी आपसमा सम्बन्धित सूचना तथा तथ्याङ्कलाई प्रस्तुत गरिएको स्तम्भ चित्रलाई बहुस्तम्भ चित्र (Multiple Bar Diagram) भनिन्छ ।
- बहुस्तम्भ चित्रको निर्माण गर्दा साधारण स्तम्भ चित्रमा जस्तै प्रत्येक स्तम्भको चौडाइ बराबर हुनुपर्छ ।
- बहुस्तम्भ चित्रको उचाइले सङ्ख्या जनाउँछ ।

उदाहरण १

नगर सुधार समितिको आयोजनामा सञ्चालन भएको आँखा, कान, घाँटी र दाँत परीक्षण शिविरमा दर्ता भई स्वास्थ्य परीक्षण गराउने व्यक्तिहरूको तथ्याङ्क यसप्रकार पाइयो ।

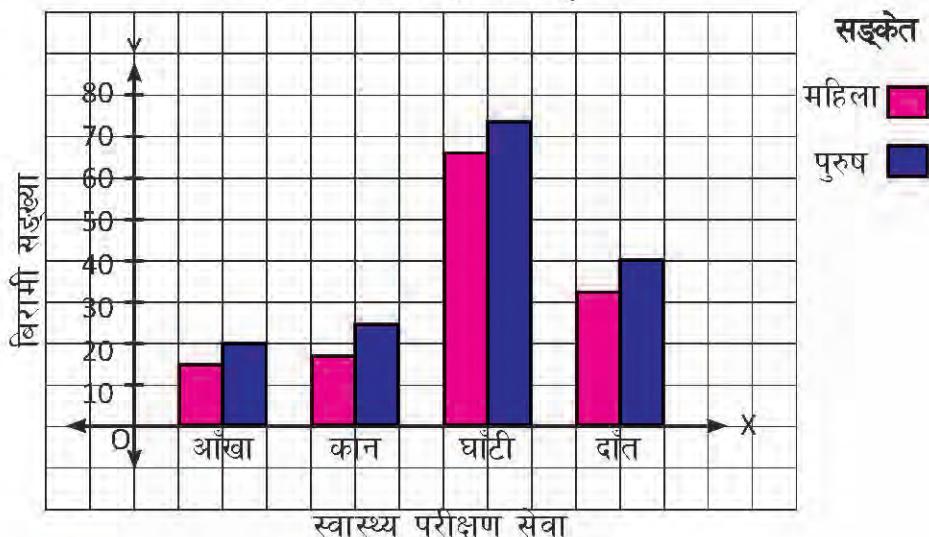
स्वास्थ्य परीक्षण सेवा	आँखा		कान		घाँटी		दाँत	
परीक्षण	महिला	पुरुष	महिला	पुरुष	महिला	पुरुष	महिला	पुरुष
सद्भ्या	15	20	17	22	65	73	32	40

उक्त तथ्याङ्कको बहुस्तम्भ चित्रलाई ग्राफमा देखाउनुहोस् ।

समाधान

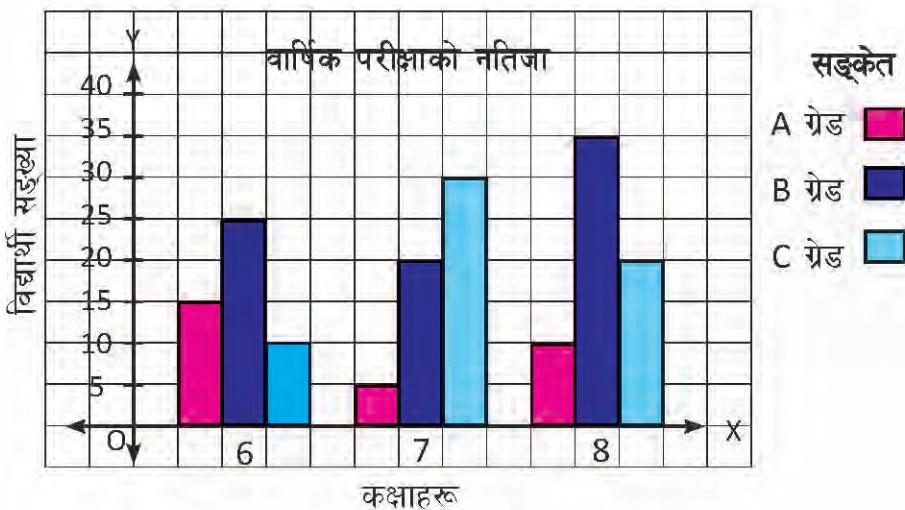
यहाँ सानो कोठा बराबर दश जना व्यक्ति मानेर बहुस्तम्भ चित्र बनाउँदा,

स्वास्थ्य शिविर दर्ता तथ्याङ्क



उदाहरण २

एउटा विद्यालयको कक्षा ६ देखि ८ सम्मको वार्षिक परीक्षाको नतिजा तलको बहुस्तम्भ चित्रमा प्रस्तुत गरिएको छ । उक्त स्तम्भ चित्रका आधारमा तलका प्रश्नको उत्तर लेख्नुहोस् ।



- (क) कक्षा 8 मा कति जनाले ग्रेड A ल्याएका रहेछन् ?
- (ख) कक्षा 6 देखि 8 सम्म कति जनाले ग्रेड B ल्याएका रहेछन् ?
- (ग) कुन कक्षामा सबैभन्दा बढी विद्यार्थीले ग्रेड A ल्याएका रहेछन् ?
- (घ) कुन कक्षाका सबैभन्दा कम विद्यार्थीले ग्रेड C ल्याएका रहेछन् ?

समाधान

यहाँ दिइएको बहुस्तम्भ चित्रका आधारमा माथि दिइएका प्रश्नको उत्तर यसप्रकार छ :

- (क) कक्षा 8 मा 10 जनाले ग्रेड A ल्याएका रहेछन् ।
- (ख) कक्षा 6 देखि 8 सम्म ग्रेड B ल्याउने विद्यार्थीको सङ्ख्या = $25 + 30 + 35 = 90$ जना
- (ग) कक्षा 7 मा सबैभन्दा बढी विद्यार्थीले ग्रेड A ल्याएका रहेछन् ।
- (घ) कक्षामा 6 मा सबैभन्दा कम विद्यार्थीले ग्रेड C ल्याएका रहेछन् ।

अभ्यास 21.2

1. तलको तथ्याङ्कलाई बहुस्तम्भ चित्रमा देखाउनुहोस् :

(क)

दिनहरू	आइतबार		सोमबार		मंगलबार		बुधबार		बिहीबार		शुक्रबार	
विक्री परिमाण	माछा	मासु	माछा	मासु	माछा	मासु	माछा	मासु	माछा	मासु	माछा	मासु
(किलोग्राममा)	10	18	15	12	17	20	19	22	20	25	27	20

(ख)

विद्यालय	A		B		C		D		E	
विद्यार्थी	छात्रा	छात्र								
	250	210	125	175	310	350	425	400	520	550

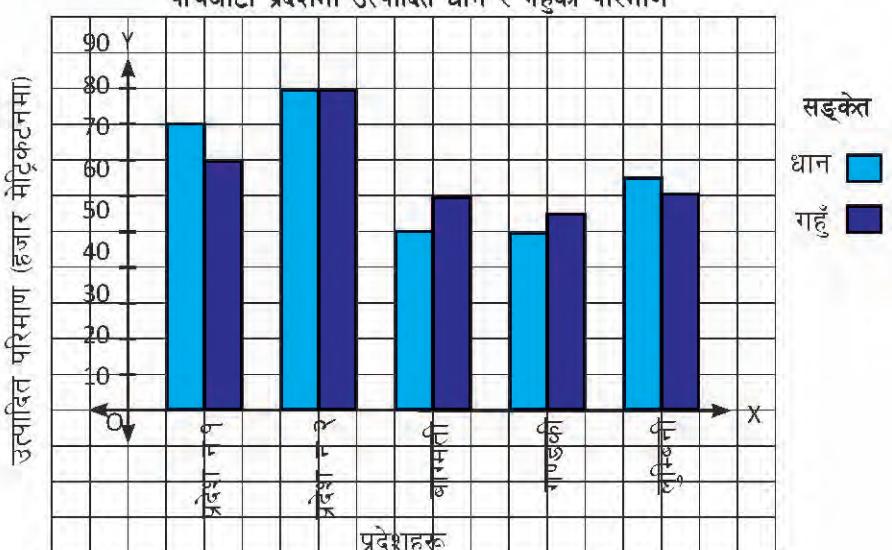
2. कृनै विद्यालयमा विद्यार्थी विद्यालय जाँदा सवारी साधन प्रयोग गरी तथा हिँडेर आउने गरेको विवरण यसप्रकार छ :

विद्यालय आउने साधन	हिँडेर		बस		मोटरसाइकल		साइकल	
विद्यार्थी सङ्ख्या	छात्रा	छात्र	छात्रा	छात्र	छात्रा	छात्र	छात्रा	छात्र
	25	30	40	45	20	15	55	60

माथिको तथ्याङ्कलाई बहुस्तम्भ चित्रमा देखाउनुहोस् ।

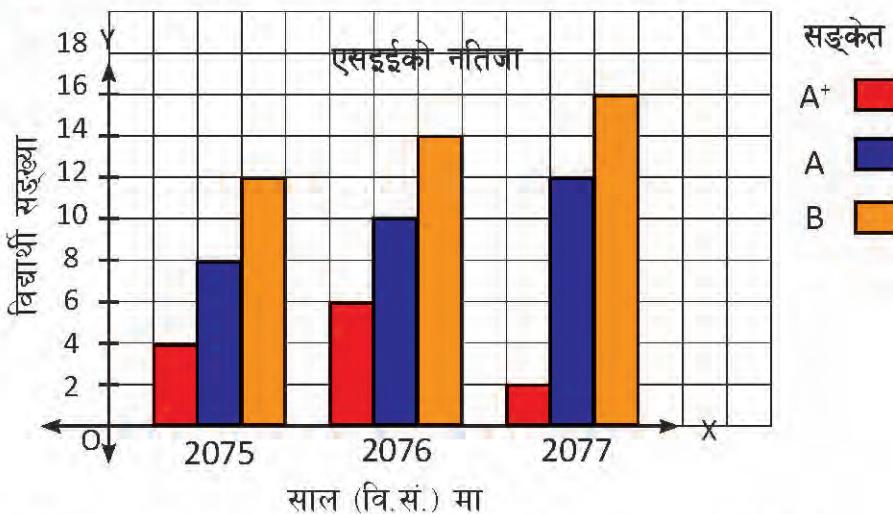
3. दिएको बहुस्तम्भ चित्रमा नेपालको पाँचओटा प्रदेशमा उत्पादित धान र गहुँको परिमाण (हजार मेट्रिकटनमा) दिएको छ । उक्त बहुस्तम्भ चित्रको अवलोकन गरी तलका प्रश्नको उत्तर लेख्नुहोस् :

पाँचओटा प्रदेशमा उत्पादित धान र गहुँको परिमाण



- (क) कुन प्रदेशमा सबैभन्दा बढी परिमाणमा धानको उत्पादन भएको रहेछ ?
- (ख) कुन प्रदेशमा सबैभन्दा बढी गहुँको उत्पादन भएको रहेछ ?
- (ग) कुन प्रदेशमा बराबर परिमाणमा धान र गहुँको उत्पादन भएको रहेछ ?
- (घ) कुन कुन प्रदेशमा सबभन्दा कम धानको उत्पादन भएको रहेछ ?

४. एउटा विद्यालयको तीन वर्षको एसइईको नतिजा तलको बहुस्तम्भ चित्रमा प्रस्तुत गरिएको छ । उक्त स्तम्भ चित्रका आधारमा तलका प्रश्नको उत्तर लेख्नुहोस् :



- (क) वि. स. 2075 मा कति जना विद्यार्थीले ग्रेड A⁺ ल्याएका रहेछन् ?
- (ख) वि. स. 2076 मा कति जना विद्यार्थीले ग्रेड A ल्याएका रहेछन् ?
- (ग) कुन सालमा सबैभन्दा बढी विद्यार्थीले ग्रेड A⁺ ल्याएका रहेछन् ?
- (घ) कुन सालमा सबैभन्दा कम विद्यार्थीले ग्रेड B ल्याएका रहेछन् ?

परियोजना कार्य

तपाईंको विद्यालयको वार्षिक उत्सव तथा अभिभावक दिवसमा सञ्चालन भएका म्युजिकलचियर, १०० मि. दौड, २०० मि. दौड, चम्चा दौड, हिसाब दौडमा सहभागी भएका विद्यार्थीको विवरणका आधारमा बहुस्तम्भ चित्र बनाउनुहोस् ।

उत्तर

शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

मिश्रित अभ्यास

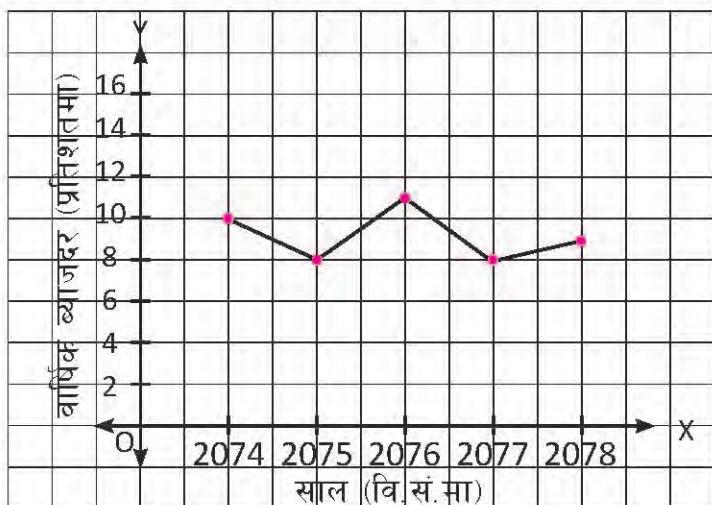
1. कुनै सहरको वैशाख महिनाको एक हप्ताको अधिकतम तापक्रम निम्नलिखित तालिकामा दिइएको छ। उक्त तथ्याङ्कका आधारमा स्तम्भचित्र बनाउनुहोस्।

गते	अधिकतम तापक्रम ($^{\circ}\text{C}$ मा)
16	35.5
17	37
18	36
19	32
20	30
21	33
22	34.5

यस तथ्याङ्कलाई रेखाचित्रमा प्रस्तुत गरी निम्नानुसार प्रश्नको जवाफ हिनुहोस् :

- (क) सबैभन्दा बढी गर्मी कति गते थियो ?
- (ख) 20 गतेको अधिकतम तापक्रम कति रहेछ ?
- (ग) एक हप्तामा तापक्रममा कति परिवर्तन भएछ, छलफल गर्नुहोस् ।
- (घ) अधिकतम र न्यूनतम तापक्रमबिचको फरक लेख्नुहोस् ।
2. कुनै बैंडकले मुद्राती खातामा रकम जम्मा गर्ने खातावालालाई दिएको व्याजदरलाई तलको रेखाचित्रमा देखाइएको छ। उक्त रेखाचित्रका आधारमा निम्नलिखित प्रश्नको उत्तर लेख्नुहोस् ।

खातावालालाई दिएको वार्षिक व्याजदरको विवरण



- (क) कुन वर्षको व्याजदर सबभन्दा बढी छ ?
 (ख) कुन वर्षको व्यादर सबभन्दा कम छ ?
 (ग) कुन कुन वर्षको व्याजदर बराबर छन् ?
 (घ) यस तथ्याङ्कका आधारमा स्तम्भचित्र बनाउनुहोस् ।

3. कुनै गाउँको महिला र पुरुषको पाँच वर्षको जनसङ्ख्या निम्नानुसार रहेको छ :

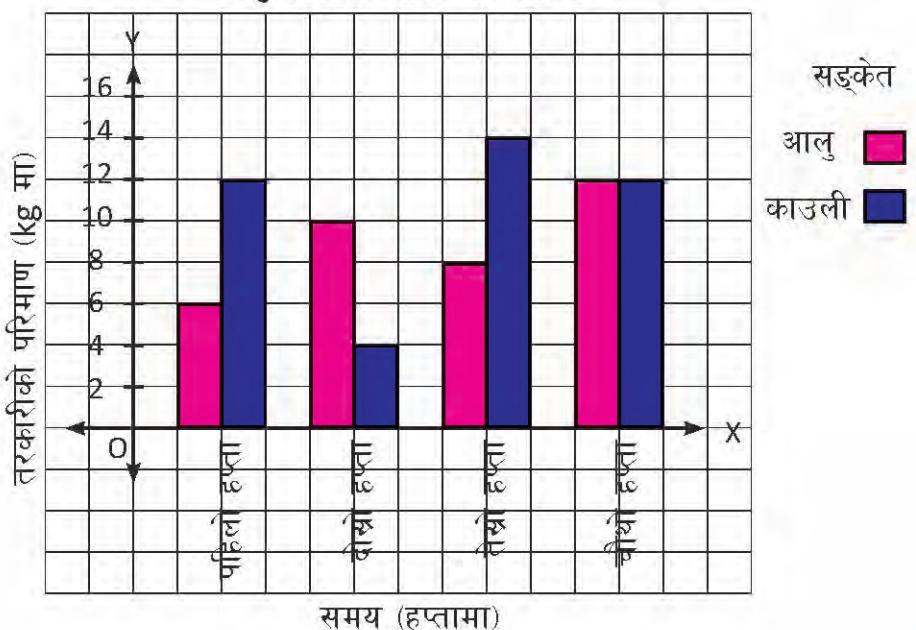
साल (वि.स)	2073		2074		2075		2076		2077	
जनसङ्ख्या	महिला	पुरुष								
	12	11	13	14	14	15	17	13	17	11

यस तथ्याङ्कका आधारमा निम्नानुसार प्रश्नहरूको जवाफ लेख्नुहोस् :

- (क) महिलाको भन्दा पुरुषको सङ्ख्या बढी भएको साल उल्लेख गर्नुहोस् ।
 (ख) पाँच वर्षमा महिलाको जनसङ्ख्या पुरुषको भन्दा कति प्रतिशतले बढी रहेको छ ?
 (ग) कुन कुन वर्षमा महिला र पुरुषको सङ्ख्या बराबर रहेको छ ?

4. एउटा तरकारी पसलमा चार हप्तामा बिक्री भएको आलु र काउलीको विवरण निम्न बहुसम्भ चित्रमा देखाइएको छ । उक्त बहुसम्भ चित्रका आधारमा तलका प्रश्नको उत्तर लेख्नुहोस् ।

आलु र काउलीको बिक्री विवरण



- (क) पहिलो हप्तामा कति किलोग्राम आलु बिक्री भएको रहेछ ?
- (ख) कुन हप्तामा आलु र काउली बराबर परिमाणमा बिक्री भएको रहेछ ?
- (ग) सबभन्दा बढी कुन हप्तामा काउली बिक्री भएको रहेछ ?
- (घ) सबभन्दा कम आलु कुन हप्तामा बिक्री भएको रहेछ ?
- (ङ) चौथो हप्तामा कति कति आलु र काउली बिक्री भएको रहेछ ?
- (च) दोस्रो हप्ताका तुलनामा तेस्रो हप्ता काउली कति प्रतिशत बढी बिक्री भएको रहेछ ?
- (छ) बिक्रीदर धेरै घटबढ भएको तरकारी कुन हो ?

उत्तर

शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।