如何缩代码、如何港记、如何骗分以及如何进队

n+e

Tsinghua University

2017 年 1 月 22 日

1. 基础知识
   - 数学
   - 几何
2. 无营养热身题
3. 正常题
4. 集训队题
5. 省选题

板子们

排名不分先后。查看代码

- 快速幂
- exgcd、中国剩余定理
- 线性求逆元 (?)
- 线性筛
- Lucas
- *Miller-Rabin* + *Rho*
- 阶、原根、二次互反
- 高斯消元
- BSGS、exBSGS
- 矩阵快速幂
- 生成树计数
- K 阶线性递推-特征多项式 $O(K \log K \log n)$
- 拉格朗日插值、牛顿插值
- 特殊多项式的**线性**插值
- $O(n^{2/3})$ 求 φ、μ 的前缀和
- 单纯形
- FFT、NTT、多项式求逆

知识点

- xiǎo xué ào shù
  计数原理
- chū děng
  高中数学（向量、平面几何、解析几何、……）
- 数论函数变换 (反演)
- 组合数、卡特兰数、斯特林数、伯努利数、调和数、斐波那契数、母函数
- Pólya
- 博弈论 (SG、不平等)
- 概率与期望（DP）
- 数值方法与极值问题（二分、三分、牛顿迭代、多元函数求偏导、拉格朗日乘子法、符号积分与数值积分）
- 线性代数相关（矩阵、行列式、线性基）

所有知识点

排名分先后。查看代码

- 复数域上 Point 的定义
- 二维凸包
- 几何特征构造 (切线、外接圆、……)
- 旋转卡壳
- 最近点对
- 最小圆覆盖
- 半平面交
- 自适应辛普森积分
- K-D Tree
- 三维凸包
- 动态凸包
- 扫描线与周长、面积问题
- 曼哈顿距离最小生成树
- Delaunay 三角剖分与 Voronoi 图
- 平面图点定位

要特意交代的东西

- 以上内容 = 省选/NOI 最大出题范围
- 从近几年的 FJOI 情况来看，~~如果今年命题组不变，则每年必~~有 $1 \sim 2$ 道数学相关的题目，比重还是相当大的。
- 个人认为 3h 拿来介绍知识点的话，介绍不了很多东西，~~除非是省夏，~~因此接下来将以题目讨论为主。
- 我真的~~不~~是标题党
- n+e 好菜啊请各位大佬(shén bēn)轻虐

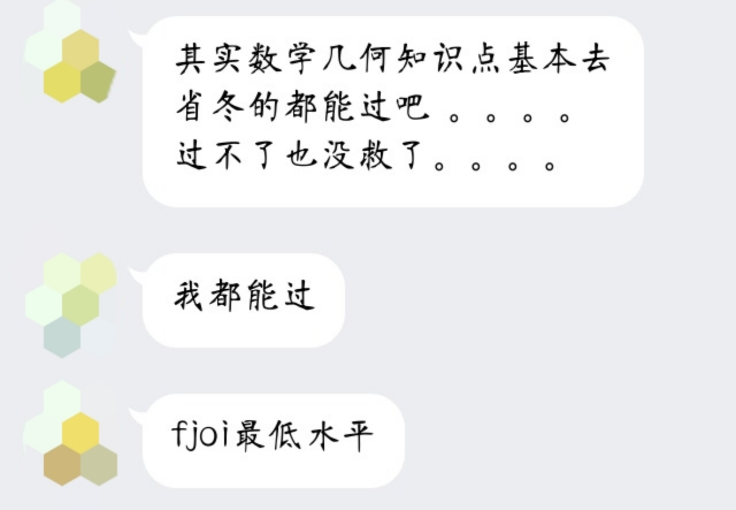
要特意交代的东西

Rating变化通知

Trinkle 您好：

您在 UOJ Test Round #2 这场比赛后的Rating变化为-67，当前Rating为 1905。

要特意交代的东西



1. 基础知识
2. 无营养热身题
   - UR#1-A
   - POJ 3070
   - HDU 5762
   - Hihocoder 1164
3. 正常题
4. 集训队题
5. 省选题

缩进优化

- $\pi+e$ 是一个热爱短代码的选手。自从看了《N 语言全书》之后，代码能力突飞猛进。在缩代码方面，他可是身经百战，见得多了。世界各地的 OJ 上，很多题的最短解答排行榜都有他的身影。这令他感到十分愉悦。
- 给定 n 和 a_i，最小化

$$f(x)=\sum_{i=1}^{n} a_i/x+a_i \bmod x$$

- $n, a_i \leq 10^6$
- 基础推式子练习题：题解

以下内容节选自《N 语言全书》:

一般做法	短码做法
全局变量用容易理解的名称，局部变量用短名称命名	变量全部用一个字母命名
函数用动词命名	函数用一个字母命名
用明确的描述文字命名	用一个字母命名
为结构加上合理的缩进	该缩进的地方也不要放进多余的空格
写成自然的形式	写成最短的形式
加上括号避免误读	熟知运算符优先级，尽量不用括号
把复杂的表达式分开	把复杂的表达式换成同等的简单表达式或近似表达式
明确编写源代码	明确编写源代码
注意副作用	把副作用应用到极致
统一缩进、大括号的使用方式	绝不缩进，大括号能省就省
以惯用写法确保一致性	学会最短的惯用法，尽快转换成短码编程想法

一般做法	短码做法
多重分支使用 else-if	不管是不是多重分支，都使用条件运算符
尽量不要使用宏功能	绝对不要用宏功能
宏自身的参数记得加上括号	就算非得使用宏，还是千万别用括号
为魔术数字命名	魔术数字基本上维持原状
不要使用整数，使用字符串常量	整数、浮点数、字符串常量挑最短的使用
用语言计算对象大小	事先计算好对象大小
理所当然的事情就不要再写注释了	完全不用写注释
为函数与全局变量加上详细说明	完全不用写注释
烂原始代码就别注释了，重写比较快	长的源代码就别注释了，缩短比较快
注释不要与源代码冲突	完全不用写注释
明确注释，不要导致混乱	什么都不写是最明智的

1. 基础知识
2. 无营养热身题
   - UR#1-A
   - POJ 3070
   - HDU 5762
   - Hihocoder 1164
3. 正常题
4. 集训队题
5. 省选题

- 求 Fib_n 的末四位。$n \le 10^9$，多组数据。

- 求 Fib_n 的末四位。$n \le 10^9$，多组数据。
- 裸的矩阵快速幂？

- 求 Fib_n 的末四位。$n \le 10^9$，多组数据。
- 裸的矩阵快速幂？找循环节

- 求 Fib_n 的末四位。$n \le 10^9$，多组数据。
- 裸的矩阵快速幂？找循环节
- C 语言的效果大概长这样

```
main(a,b,n){
  for(;a=b=scanf("%d",&n),~n;printf("%d\n",a))
    for(;--n%'u0';a=(b-a)%10000)b+=a;
}
```

1. 基础知识
2. 无营养热身题
   - UR#1-A
   - POJ 3070
   - HDU 5762
   - Hihocoder 1164
3. 正常题
4. 集训队题
5. 省选题

- 美国曼哈顿市的街道呈整齐的“井”字形，现在统计学家把各个位置上的建筑分布做成了一张表格，每座建筑按顺序标号，位置都以 (x, y) 的坐标表示。你的任务是在这些建筑中寻找两个建筑对 (A, B) 和 (C, D)，满足 $A < B, C < D$，$A \neq C$ 或者 $B \neq D$，并且 A 到 B 的曼哈顿距离等于 C 到 D 的曼哈顿距离。如果存在的话输出"YES"，否则输出"NO"。
- 每个测试点 50 组数据，点数、坐标范围 $\in [1, 10^5]$，2000ms

- 美国曼哈顿市的街道呈整齐的“井”字形，现在统计学家把各个位置上的建筑分布做成了一张表格，每座建筑按顺序标号，位置都以 (x, y) 的坐标表示。你的任务是在这些建筑中寻找两个建筑对 (A, B) 和 (C, D)，满足 $A < B, C < D$，$A \neq C$ 或者 $B \neq D$，并且 A 到 B 的曼哈顿距离等于 C 到 D 的曼哈顿距离。如果存在的话输出"YES"，否则输出"NO"。
- 每个测试点 50 组数据，点数、坐标范围 $\in [1, 10^5]$，2000ms
- 为什么暴力就能过呢？

- 美国曼哈顿市的街道呈整齐的“井”字形，现在统计学家把各个位置上的建筑分布做成了一张表格，每座建筑按顺序标号，位置都以 (x, y) 的坐标表示。你的任务是在这些建筑中寻找两个建筑对 (A, B) 和 (C, D)，满足 $A < B, C < D$，$A \neq C$ 或者 $B \neq D$，并且 A 到 B 的曼哈顿距离等于 C 到 D 的曼哈顿距离。如果存在的话输出"YES"，否则输出"NO"。
- 每个测试点 50 组数据，点数、坐标范围 $\in [1, 10^5]$，2000ms
- 为什么暴力就能过呢？抽屉原理还记得吗？

1 基础知识

2 无营养热身题

- UR#1-A
- POJ 3070
- HDU 5762
- Hihocoder 1164

3 正常题

4 集训队题

5 省选题

随机斐波那契

- 大家对斐波那契数列想必都很熟悉，现在考虑如下生成的斐波那契数列：$a_0 = 1$，$a_i = a_j + a_k$，$i > 0$，j, k 从 $[0, i-1]$ 的整数中随机选出（j 和 k 独立）。
- 现在给定 n，要求求出 $E(a_n)$，即各种可能的 a 数列中 a_n 的期望值。

随机斐波那契

- 大家对斐波那契数列想必都很熟悉，现在考虑如下生成的斐波那契数列：$a_0 = 1$，$a_i = a_j + a_k$，$i > 0$，j, k 从 $[0, i-1]$ 的整数中随机选出（j 和 k 独立）。
- 现在给定 n，要求求出 $E(a_n)$，即各种可能的 a 数列中 a_n 的期望值。

$$f[n] = \frac{2}{n}(f[0] + f[1] + \cdots + f[n-1]) = n + 1$$

1. 基础知识
2. 无营养热身题
3. 正常题
   - BZOJ 3707
   - HDU 5738
   - HDU 5734
   - BZOJ 2655
   - CC AUG14 SIGFIB
   - 关于找规律
4. 集训队题
5. 省选题

- 2 维平面上有 n 个点，取 3 个点使得围出的面积最小。
- 最小面积可以是 0。$n \leq 1000$

- 2 维平面上有 n 个点，取 3 个点使得围出的面积最小。
- 最小面积可以是 0。$n \leq 1000$
- 暴力 n^3 不多说。但是有很多时候的情况是没有用的。于是我们把这些点分成 $\sqrt{n}$ 块，块内暴力，轻松愉快。(不一定非要 $\sqrt{n}$)
- 这样做不靠谱，所以我们可以随机旋转坐标系，rand 个四五十次就可以把这题水过了。
- 正解网络上一搜一大堆。
- 最近点对的数据水的话，这种方法能够轻松拿 Rank 1

1. 基础知识
2. 无营养热身题
3. 正常题
   - BZOJ 3707
   - HDU 5738
   - HDU 5734
   - BZOJ 2655
   - CC AUG14 SIGFIB
   - 关于找规律
4. 集训队题
5. 省选题

- 二维平面上有 n 个点，定义一个点集 P 为 best set 当且仅当 P 中至少有一对 best pair
- 两个点 $u, v \in P$ 被称作 best pair，当且仅当 $\forall w \in P, f(u, v) \geq g(u, v, w)$，其中 $f(u, v) = \sqrt{(x_u - x_v)^2 + (y_u - y_v)^2}$，$g(u, v, w) = \frac{1}{2}(f(u, v) + f(v, w) + f(w, u))$
- 求 best set 的个数
- $n \leq 1000$，4000ms

- xjb 推导一下可以知道 best set 一定是一些共线的点，于是问题变成问有多少个子集共线。
- 首先，把所有点按照 (x, y) 双关键字排序，然后枚举最左边的点 i，那么其他点 j 一定满足 $j > i$。把在这个点右边的点都做下极角排序 (按照 $\frac{1}{gcd(dx,dy)}(dx, dy)$ 排序)，统计下共线的就好了。
- 一条线段上有 k 个点，那么这条线段的总贡献即为 $C_k^2 + C_k^3 + \cdots + C_k^k = 2^k - 1 - k$
- 需要注意下对重点的处理。

- 给出一个向量 $W = (w_1, w_2, w_3, \cdots, w_n)$，求向量 $B = (b_1, b_2, \cdots, b_n) | (b_i \in \{+1, -1\})$ 和一个非负的权重因子 α，使 $\|W - \alpha B\|^2$ 最小。
- $\|X\| = \sqrt{x_1^2 + \cdots + x_n^2}$，$n \leq 10^5$

- 把距离公式展开，可以得到

$$n\alpha^2 - 2\alpha(b_1 w_1 + b_2 w_2 + \cdots + b_n w_n) + \sum_{i=1}^{n} w_i^2$$

- 对于二次函数 $ax^2 + bx + c \ (a > 0)$ 有最小值 $c - \frac{b^2}{4a}$
- 很显然当保证 $b_i w_i$ 全部同正负时，上式最小。代入化简得

$$MinVal = \sum_{i=1}^{n} w_i^2 - \frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n} |w_i|)^2$$

1. 基础知识
2. 无营养热身题
3. 正常题
   - BZOJ 3707
   - HDU 5738
   - HDU 5734
   - BZOJ 2655
   - CC AUG14 SIGFIB
   - 关于找规律
4. 集训队题
5. 省选题

- 一个有序序列 $a_1, \cdots, a_n$ 是合法的，当且仅当：
  1. 长度为给定的 n
  2. 其中的数两两不同
  3. $\forall i,\ a_i \in [1, A]$
- 一个序列的值 $value(a) = \prod_{i=1}^{n} a_i$，求所有不同序列的值的和 mod p
- $A, p \le 10^9,\ n \le 500$

原题题解

7 100%的算法

让我们计算排个序之后的不同合法数列的和,再乘上$n!$. 让我们用$dp[A][n]$,表示答案.

注意到

$$\prod(a_i+A)=\sum_{s\subset\{0..n-1\}}A^{n-|s|}*\prod_{i\in s}a_i. \tag{1}$$

那么不妨考虑计算$dp[2A][n]$.

不妨考虑在$[1,A]$中选了a个,在$[A+1,2A]$中选了$n-a$个数,

不妨令a_i表示$[1,A]$中选了i个的序列的和,即为$dp[A][i]$.

同时令b_i表示$[A+1,2A]$中选了i个的序列的和.根据之前的式子,可以推出

$$b_i=\sum_{j=0}^{j=i}A^{i-j}*a_j*\binom{A-j}{i-j} \tag{2}$$

不妨考虑1的右边,考虑计算a_j对b_i的贡献,A^{i-j}是共有的系数, 同时可以发现有$\binom{A-j}{i-j}$个长度为i且包含某给定长度为j序列的串, 故系数是$\binom{A-j}{i-j}*A^{i-j}$

同时考虑化简$\binom{A-j}{i-j}$

$$\binom{A-j}{i-j}=\prod_{k=1}^{k=i-j}\frac{A-j+1-k}{k}=\frac{\prod_{k=j}^{k=i-1}(A-k)}{(i-j)!} \tag{3}$$

不妨令$m_i=\prod_{k=0}^{k=i-1}A-i, rm_i=(m_i)^{-1}$ 那么$\binom{A-j}{i-j}=(i-j)!^{-1}*m_i*rm_j$

那么我们进一步推出

$$b_i=m_i\sum_{j=0}^{j=i}A^{i-j}*a_j*rm_j*(i-j)!^{-1} \tag{4}$$

- 从原始 dp 的思路出发，f[i][j] 表示 $1 \sim i$ 中选取 j 个数的分数
- 写出 dp 方程 f[i][j]=f[i−1][j−1]×i×j+f[i−1][j]
  初始状态 f[0][0]=1
- 手玩 j 比较小的情况，容易发现，f[i][j] 实际上是一个最高次项为 2j 的多项式，那也就是说我们最终的答案 f[A][n] 就是一个 2n 次的多项式
- 这是个很好的性质，因为我们只用求出 0 到 2n 次项的系数就可以直接求答案了
- 随便贴一个插值板子

- 给定 n,m，求

$$\sum_{x+y+z=n,\ x,y,z\in N} 6xyz \times Fib_x \times Fib_y \times Fib_z \bmod m$$

多组数据。$n \le 10^{18}$，$m \le 10^5$, 对于每个测试点，$\sum m \le 10^6$

- 听说可以用生成函数搞然而并不是很会做……

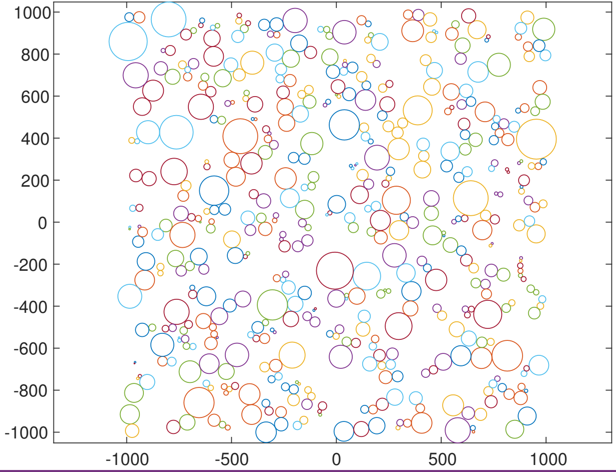
- 由于斐波那契数列可以递推求解，故上式也应该是一个常系数线性递推。经验证，该式为十二阶递推，可以直接递推求解。
- 使用特征多项式优化之后的复杂度：$O(k^2 \log n)$，其中 $k = 12$
- 特征多项式 +FFT+CRT：$O(k \log k \log n)$
- 听说手动展开 FFT 的 for 循环就 Rank 1 了？

- 请勿看答案
- 观察法 & 模式识别
- n 次多项式差分 n+1 次之后就变成了 0，可以返推回去
- 普通插值方法
- k 次方幂和本质上是一个 k+1 次关于 n 的多项式，使用线性插值的方法即可解决本问题
- 常系数递推多项式？暴力枚举多少项递推，然后高斯消元，检验是否能接着递推
- 剩下的超几何函数我表示不会搞，并没有研究过，欢迎讨论

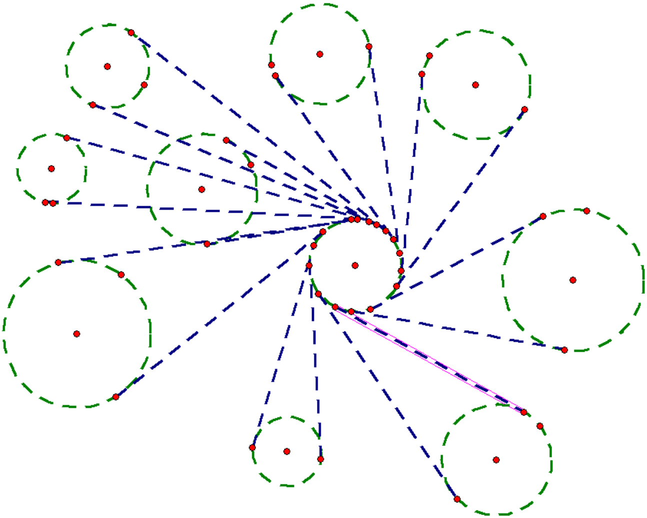
1. 基础知识
2. 无营养热身题
3. 正常题
4. 集训队题
   - 清华集训 2016 定向越野
   - 清华集训 2016 如何暴力地求和
   - CC OCT12 MAXCIR
5. 省选题

1. 基础知识
2. 无营养热身题
3. 正常题
4. 集训队题
   - 清华集训 2016 定向越野
   - 清华集训 2016 如何暴力地求和
   - CC OCT12 MAXCIR
5. 省选题

- 求平面上点 s 到 t 的最短路径，路径不能与给定的 n 个圆相交。$n \le 500$，坐标范围 $\in [-1000, 1000]$



跟大家讲个鬼故事



跟大家讲个鬼故事

- 裸的三方暴力求切线是过不了的。需要一点小小的优化。
- zgg：我想用我的 $O(n^2 \log n)$ 扫描线来卡常数，资不资兹呀？
- 我：当蓝资兹辣！你必须要在我运行时间的 1/2 以下才行。
- 然后，我和 zgg 各自调了调常数，结果我跑的比他快。

1. 基础知识
2. 无营养热身题
3. 正常题
4. 集训队题
   - 清华集训 2016 定向越野
   - 清华集训 2016 如何暴力地求和
   - CC OCT12 MAXCIR
5. 省选题

- 有一个多项式函数 $f(x)$，最高次幂为 x^m，定义变换 Q:

$$Q(f,n,x)=\sum_{k=0}^{n} f(k)\binom{n}{k}x^k(1-x)^{n-k}$$

现在给定函数 f 和 n,x，求 $Q(f,n,x) \bmod 998244353$。

- 出于某种原因，函数 f 由点值形式给出，即给定 $a_0,a_1,\cdots,a_m$ 共 $m+1$ 个数，$f(x)=a_x$。可以证明该函数唯一。
- $n \le 10^9$，$m \le 20000$

- 通过尝试可以发现答案是一个关于 n 和 x 的多项式，且最高次项为 m。并且变换 Q 有如下性质：

$$Q(f(x) = x^c) = n^c x^c$$

把 f 的点值表示用 FFT 转换成下降幂表示，然后求个和即可

- 以下有请 zzx 传授人生经验！

1. 基础知识
2. 无营养热身题
3. 正常题
4. 集训队题
   - 清华集训 2016 定向越野
   - 清华集训 2016 如何暴力地求和
   - CC OCT12 MAXCIR
5. 省选题

- 给出一个三角形 ABC，以及 N 个操作。第 i 个操作有两个参数 x_i, y_i，使用这个操作可以使得点 A 的 x 坐标增加 x_i，并且 y 坐标增加 y_i。
- 你可以使用最多 K 个操作，这些操作的影响叠加，同一个操作不能重复使用，ABC 三个点允许共线或重合。最大化三角形 ABC 的周长。
- $K \le N \le 500$，$|x_i|, |y_i| \le 10^6$，$|x|, |y| \le 10^9$

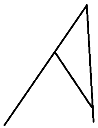
- 首先,$|BC|$ 是定值可以被忽略。那么考虑最大化 $|AC|+|BC|$, 若得到的最大值为 ans, 那么对于所有解都满足 $|AC|+|BC|\le ans$, 也就是 A 点全部在一个椭圆内部。
- 记 A' 点为最优点, 那么 A' 就在椭圆的边界上, 考虑在 A' 点的切线 $f(x,y)=c$, 那么对于所有在椭圆内部的点, 都满足 $f(x,y)\le c$, 于是, 只需要最大化 $f(x,y)$ 即可找到这个 A 点。也就是对于任意一条向量 v, 然后选取 $op_i * v$ 最大的 K 个向量。
- 容易发现, 对于 $(x_1,y_1),(x_2,y_2)$, 它们点乘一条向量的大小关系变化的分界点是 (y_2-y_1,x_1-x_2)。考虑处理出所有的分界点, 然后对这些临界向量极角排序, 每次大小关系变化时更新以下选择的操作即可得到答案。

- 裸的最小圆覆盖。

- 裸的最小圆覆盖。
- 不会的同学，详见 NOIP2016 福建夏令营 我的课件

1. 基础知识
2. 无营养热身题
3. 正常题
4. 集训队题
5. 省选题
   - FJOI2010 邮局选址
   - FJOI2012 字母识别
   - FJOI2013 Grid
   - FJOI2013 圆形游戏
   - FJOI2014 病毒防护带
   - FJOI2015 最小覆盖双圆问题
   - FJOI2016 建筑师 HDU 4372

- 现在给出若干书写的轨迹描述，问最终的图形是否为大写字母A。如果两条轨迹在同一条直线上，并且拥有共同的坐标点，则这两条轨迹可以合成一条，并且合成后的轨迹可以再次合并。判定规则如下：
  1. 最终的图形中，只看得到 3 条长度严格 >0 的轨迹；
  2. 其中 2 条轨迹交于一个公共的交点 (端点)，所构成的夹角 $\leq 90^\circ$；
  3. 假设 (2) 中的 2 条轨迹分别为 L_1 和 L_2，第三条轨迹 L_3 的一个端点严格在 L_1 内部，另一个端点则严格在 L_2 内部（即不能在端点上或者线段外部）；
  4. L_3 的长度不得超过 L_1, L_2 长度之和的一半。



- 无脑码农题。
- 比起清华集训那道要简单。

- 假设给定一个平面方形网格。网格上相邻网格点的边长为 e。现在要在这个平面网格上分布 n 个处理器用于网格计算。处理器只能是分布在网格点处。如何规划处理器的合理分布才能使得网格计算的通信费用最小？$n \leq 100$
- 空间中任意两个点 p_1 与 p_2 之间的曼哈顿距离 $L_1(p_1, p_2)$ 定义为连接这 2 点的线段在各坐标轴产生的投影长度之和。例如在平面上，点 $p_1 = (x_1, y_1)$ 与点 $p_2 = (x_2, y_2)$ 之间的曼哈顿距离

$$L_1(p_1, p_2) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$$

- 如果处理器分布在平面上 n 个网格点 $p_1, p_2, ..., p_n$ 处，网格点 p_i 的坐标为 (x_i, y_i)，$1 \leq i \leq n$，则 n 个处理器之间的通信费用可以用它们的平均曼哈顿距离来度量。

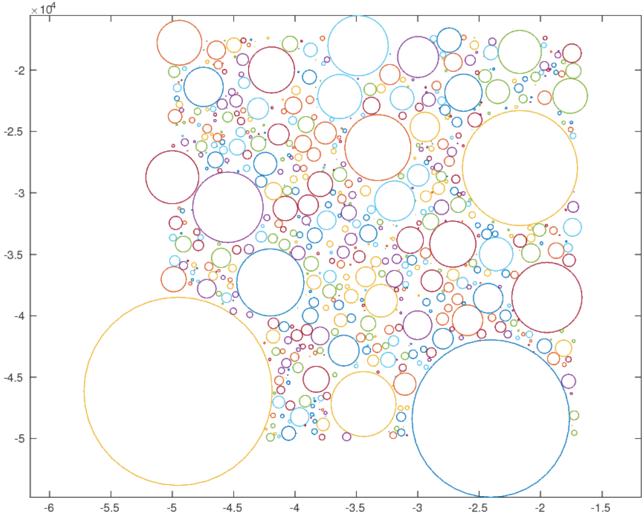
$$\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} L_1(p_i, p_j) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} |x_i - x_j| + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} |y_i - y_j|$$

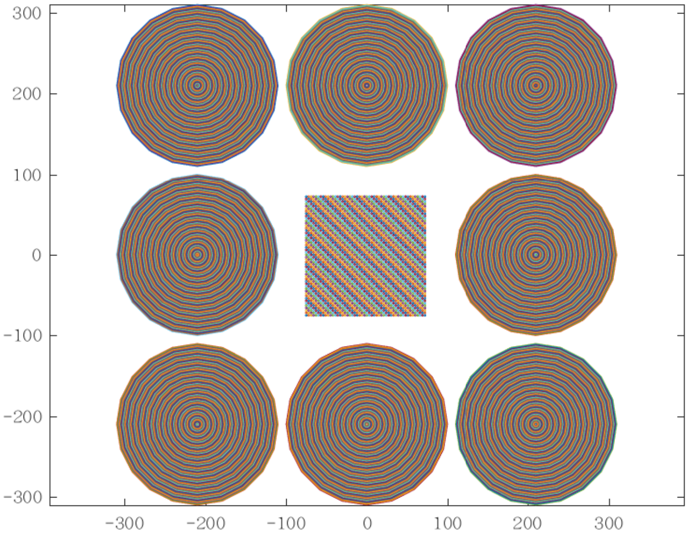
- 正解玄学。连 oeis 最高纪录也才到 n=50
- 一种思路：贪心的选择放下一个目标位置（考场 60）
- 另一种思路：先全部拍满处理器，然后每次删掉代价最大的那个（考场 70）
- 两个取 min：刚好和 oeis 对上了
- 不是很懂古钱是怎么造的数据……据说有 $O(n^{7.5})$ 的神奇做法
- 反正我当时初三并不知道有省选这回事 233

- 在一个无穷大的桌面上有 n 个圆形，保证任意 2 个圆相离或者相包含，不存在相切或相交。现在 Alice 和 Bob 在玩一个圆形游戏，以 Alice 为先手，双方以如下步骤轮流游戏：
  1. 选定一个圆 A，把 A 以及所有完全在 A 内部的圆都删除；
  2. 如果在自己回合无法找到可删除的圆，则输掉比赛。
- 假设 Alice 和 Bob 都非常聪明，请问最终谁能够取得胜利？请编程输出最终获胜的人。$n \leq 20000$

- sg[fa]=1+(sg[son[1]]^ sg[son[2]]^ ⋯)
- 难点在于建树。扫描线 + 括号序列 + 平衡树维护（真难写）

- sg[fa]=1+(sg[son[1]]^ sg[son[2]]^ ⋯)
- 难点在于建树。扫描线 + 括号序列 + 平衡树维护（真难写）
- 把坐标轴随机转一下，按照每个圆的左端点排序。
- 对于一个圆，在排完序里面的数组里面二分出它有可能控制到的圆的区间，然后暴力扫并且更新答案。
- 如果随机的话，期望重合的圆的个数在 $O(\sqrt{n})$ 个。
- 于是如果数据水的话就可以水过啦 ∼
- 直接这么暴力就可以和标算运行效率差不多了，大家来思考一下有没有什么能卡掉这个做法的数据。


×10^4
-2
-2.5
-3
-3.5
-4
-4.5
-5
-6
-5.5
-5
-4.5
-4
-3.5
-3
-2.5
-2
-1.5


300
200
100
0
−100
−200
−300
−300
−200
−100
0
100
200
300

- 求一条直线使得平面上所有点到这条直线的距离的平方和最小

$$\delta = \sum_{i=1}^{n} \frac{(kx_i - y_i + b)^2}{k^2 + 1}$$

- 求一条直线使得平面上所有点到这条直线的距离的平方和最小

$$\delta = \sum_{i=1}^{n} \frac{(kx_i - y_i + b)^2}{k^2 + 1}$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial b} = \sum_{i=1}^{n} \frac{2(kx_i - y_i + b)^2}{k^2 + 1} = 0 \Rightarrow b = \bar{y} - k\bar{x}$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial k} = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} (k^2 + 1)(x_i - \bar{x}) = \sum_{i=1}^{n} k(k(x_i - \bar{x}) - (y_i - \bar{y}))$$

这是一个关于 k 的一元二次方程，直接解就好了。

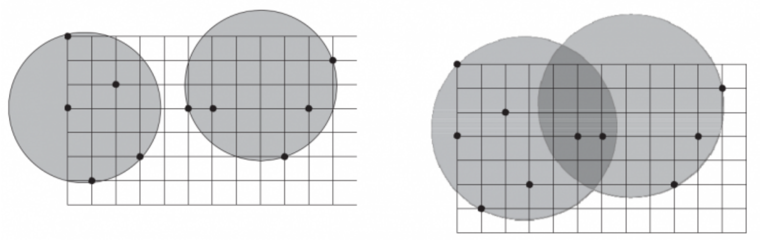
当年的 AKF 是如何进队的

- 最小二乘法拟合出来的直线必过点 $(\bar{x}, \bar{y})$，由题目样例猜想这题应该也是有这个结论的。
- 当 k 确定之后，b 也随之确定
- 把坐标平面切成一块一块的，每块暴力三分，然后就大力 AC 了

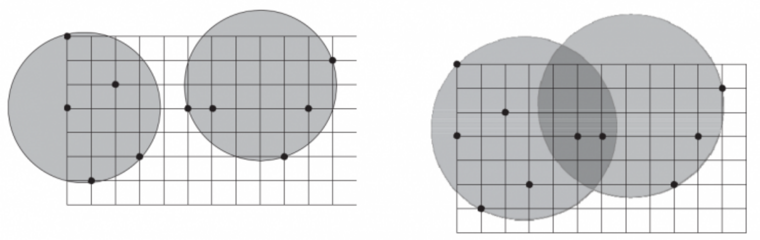
当年的 AKF 是如何进队的

- 最小二乘法拟合出来的直线必过点 $(\bar{x}, \bar{y})$，由题目样例猜想这题应该也是有这个结论的。
- 当 k 确定之后，b 也随之确定
- 把坐标平面切成一块一块的，每块暴力三分，然后就大力 AC 了
- 细心观察，大胆猜想，不用证明！
- 加强版：CC SEPT13 Two Roads

- 给定平面上 n 个点，找出 2 个半径相同的圆 R1 和 R2，覆盖给定的 n 个点，且半径最小。



- 给定平面上 n 个点，找出 2 个半径相同的圆 R1 和 R2，覆盖给定的 n 个点，且半径最小。



- 正解玄学

当年的 n+e 是如何进队的

- 我会最小单圆覆盖！
- 两个圆的话，中间必然有一条直线能把点的归属分好类
- 如果这条直线垂直于 x 轴，那么从 x 坐标最小处移动到 x 坐标最大处的过程中，R1 一定是不断变大、R2 一定是不断减小，其中必定有分界点使得 R1=R2
- 大力转坐标 + 二分 + 最小圆覆盖

当年的 n+e 是如何进队的

- 我会最小单圆覆盖！
- 两个圆的话，中间必然有一条直线能把点的归属分好类
- 如果这条直线垂直于 x 轴，那么从 x 坐标最小处移动到 x 坐标最大处的过程中，R1 一定是不断变大、R2 一定是不断减小，其中必定有分界点使得 R1=R2
- 大力转坐标 + 二分 + 最小圆覆盖
- 这场比赛 100 分就能稳进了 233

1. 基础知识
2. 无营养热身题
3. 正常题
4. 集训队题
5. 省选题
    - FJOI2010 邮局选址
    - FJOI2012 字母识别
    - FJOI2013 Grid
    - FJOI2013 圆形游戏
    - FJOI2014 病毒防护带
    - FJOI2015 最小覆盖双圆问题
    - FJOI2016 建筑师 HDU 4372

- n 幢楼高度分别为 1 到 n，你需要排列这些楼的相对位置使得从左看去恰好有 x 幢楼，从右看去恰好有 y 幢楼，问方案数。
- $n \leq 50000$, $x, y \leq 100$, $T \leq 200000$

- n 幢楼高度分别为 1 到 n，你需要排列这些楼的相对位置使得从左看去恰好有 x 幢楼，从右看去恰好有 y 幢楼，问方案数。
- $n \le 50000,\ x, y \le 100, T \le 200000$
- $s(n-1, x+y-2) \times \binom{x+y-2}{x-1}$
- 推(kàn)不出来怎么办？

当时我就写了个暴力

- 把 $ans(n,x,y)$ 打表打出来是这个样子的：

```
n=1           n=5
 1                 0    6   11    6    1
                   6   22   18    4
n=2               11   18    6
 0 1               6    4
 1                 1
n=3
 0 1 1
 1 2          n=6
 1                 0   24   50   35   10    1
                  24  100  105   40    5
n=4               50  105   60   10
 0 2 3 1          35   40   10
 2 6 3            10    5
 3 3               1
 1
```

- 左边那列不就是斯特林数吗 ??? 这就 AC 了 ???

- 掌握一些套路固然是重要的，比如：计算几何中将元素有序化，能够解决很多问题。
- 但是，我们也应该掌握一些 xjb 乱搞的能力
- Aja Huang 在 CNN 上 ~~xjb 乱搞~~做了很多实验，最终才有围棋连胜 60 局的成绩

祝大家省选顺利！

Thank you for listening!