

FOI2023 算法夏令营 A 班 7.14 动态规划

题目名称	见面	道法自然	公司运营	铁路规划
题目类型	传统型	传统型	传统型	传统型
目录	meet	philo	company	railway
可执行文件名	meet	philo	company	railway
输入文件名	meet.in	philo.in	company.in	railway.in
输出文件名	meet.out	philo.out	company.out	railway.out
每个测试点时限	1s	1s	3s	1s
内存限制	256MB	128MB	512MB	256MB
子任务数目	10	10	20	20
测试点是否等分	是	是	是	是
编译参数	-O2 -std=c++14	-O2 -std=c++14	-O2 -std=c++14	-O2 -std=c++14

注意事项

- 1、C/C++中函数 main() 的返回值类型必须是 int，程序正常结束时的返回值必须是0。
- 2、评测时的栈空间大小不做单独限制，但使用的总空间大小不能超过内存限制。

见面 (meet)

「题目描述」

n 个网友编号 $1 \sim n$ ，两两面基，每个人都希望以一个特定的顺序与其他人面基。

若每个人每天至多与一个网友见面，小 S 想知道，网友两两完成会面至少需要多少多少天？

如果会面无法全部完成，你可以输出 `-1`。

「输入格式」

第一行一个正整数 n ，表示网友数量。

第 2 到第 $n + 1$ 行，每行 $n - 1$ 个数，表示第 $i - 1$ 个网友希望的会面顺序。

「输出格式」

一行一个整数，表示最少天数。

若会面无法全部完成，输出 `-1`

「样例 1 输入」

```
3
2 3
1 3
1 2
```

「样例 1 输出」

```
3
```

「样例 1 解释」

- Day1: 1 meet 2
- Day2: 1 meet 3
- Day3: 2 meet 3

「样例 2 输入」

```
4
2 3 4
1 3 4
4 1 2
3 1 2
```

「样例 2 输出」

```
4
```

「样例 3 输入」

```
3
2 3
3 1
1 2
```

「样例 3 输出」

```
-1
```

「数据范围」

对于 40% 的数据， $3 \leq n \leq 4$ 。

对于 100% 的数据 $3 \leq n \leq 1000$ 。

道法自然 (philo)

「题目描述」

「道生一，一生二，二生三，三生万物。」——《道德经》

小 S 认为，一个正整数是优美的，当且仅当它在十进制下，各个数位上的数仅包含 1, 2, 3。

小 S 想知道，对于一个正整数，它至少要由几个优美的数相加得到？

「输入格式」

第一行一个正整数 T ，表示有 T 组询问。

接下来 T 行，每行一个正整数 n ，表示小 S 的询问。

「输出格式」

共 T 行，每行一个数表示答案。

「样例 1 输入」

```
5
456
10000
123
314
91
```

「样例 1 输出」

```
2
4
1
2
4
```

「样例 1 解释」

仅提供一组方案：

- $456 = 233 + 223$
- $10000 = 3333 + 3333 + 3333 + 1$
- $123 = 123$
- $314 = 313 + 1$
- $91 = 33 + 33 + 12 + 13$

「数据范围」

对于 20% 的数据， $T = 1, n \leq 20$

对于 50% 的数据， $n \leq 10^5$

对于 80% 的数据， $n \leq 10^{18}$

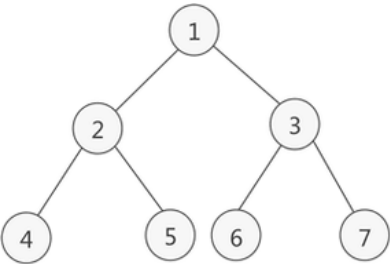
对于 100% 的数据， $1 \leq T \leq 1000, 1 \leq n \leq 10^{2000}$

公司运营 (company)

「题目描述」

作为商业巨擘，M 公司拥有 $2^n - 1$ 名员工以及森严的等级制度。除了底层的 2^{n-1} 的员工外，每位员工都有两名直系下属，且 i 号员工的直系下属编号为 $2i$, $2i + 1$ 。

如下图是 $n = 3$ 的情况：



公司运营的权限级别有 $2^n - 1$ 种，从低到高记为 1 级权限，2 级权限， \dots ， $2^n - 1$ 级权限。把它们一一分配给所有员工，**任意两名员工的权限级别均不同**。理所当然的，每名员工的权限级别应比他的两名直系下属（若存在）高。

显然合法的权限分配的结果不唯一。**假设这些结果出现的可能性均相等**，小 C 想知道，给定两个正整数 A, B ，编号 2^A 的员工权限级别高于编号 $2^{B+1} - 1$ 的员工的概率是多少。

你需要输出这个概率对 998244353 取模的结果。

「输入格式」

一行三个整数 n, A, B ，含义如题面所示。

「输出格式」

一行一个整数，表示概率在模 998244353 意义下的值。

「样例 1 输入」

```
2 1 1
```

「样例 1 输出」

```
499122177
```

「样例 1 解释」

权限级别从大到小排序后可能的结果：

- 1, 2, 3
- 1, 3, 2

故答案为 $\frac{1}{2}$ ，在模 998244353 意义下为 499122177。

「样例 2 输入」

```
3 1 2
```

「样例 2 输出」

```
124780545
```

「样例 3 输入」

```
4 3 2
```

「样例 3 输出」

260479386

「样例 4 输入」

2023 7 14

「样例 4 输出」

34507600

「数据范围」

- 对于 10% 的数据, $n \leq 3$ 。
- 另有 20% 的数据, $A, B \leq 3$ 。
- 另有 20% 的数据, $A = 1 \vee B = 1$ 。
- 对于 100% 的数据, $2 \leq n \leq 5000, 1 \leq A, B \leq n - 1$ 。

铁路规划 (railway)

「题目描述」

F 国有 n 座城市，编号 $1 \sim n$ ，其中 1 号城市为首都。

为了增进民生福祉，政治家小 N 决定修建 $n - 1$ 条轨道，使得任意两座城市均可以通过铁路到达。

他从民间征集了 m 条建议，每条建议形如：在城市 u, v 之间修建一条长度为 c 的轨道。

他决定从 m 条建议中选 $n - 1$ 条轨道进行修建。同时，他希望建成后的铁路总长（即 $n - 1$ 条轨道长度之和）是最小的。

但是这样仍然有很多不同的可行方案，他想知道：对于每一座城市而言，可选择的方案中使得它与首都距离最短的方案是什么。你只需要输出这个最短距离。

由于 F 国的特殊地形，每条建议中轨道长度均为 a 或 b 。

保证至少存在一种可行的修建方案。

「输入格式」

第一行四个正整数 n, m, a, b 。

接下来 m 行，每行三个整数 u, v, c 表示城市 u, v 之间有一条长度为 c 的铁路。

「输出格式」

一行 n 个整数，表示每座城市在所有可选方案中与首都的最短距离。

「样例 1 输入」

```
5 5 20 25
1 2 25
2 3 25
3 4 20
4 5 20
5 1 20
```

「样例 1 输出」

```
0 25 60 40 20
```

「样例 1 解释」

两种可选方案。方案 1：第 1, 3, 4, 5 条建议。方案 2：第 2, 3, 4, 5 条建议。

1 号城市（首都）：答案显然是 0

2 号城市：选择方案 1，与首都距离为 25

3 号城市：两种方案中，其与首都距离均为 60

4 号城市：两种方案中，其与首都距离均为 40

5 号城市：两种方案中，其与首都距离均为 20

「样例 2 输入」

```
7 8 2 3
4 2 2
3 2 2
3 1 2
5 6 2
4 4 2
4 6 3
2 1 3
7 6 2
```

「样例 2 输出」

0 4 2 6 11 9 11

「数据范围」

- 对于 20% 的数据， $m \leq 16$ 。
- 另有 15% 的数据， $n \leq 16$ 。
- 另有 20% 的数据， $b \geq 100a$ 。
- 对于 100% 的数据， $n \leq 70, n - 1 \leq m \leq 200, 1 \leq u, v \leq n, c \in \{a, b\}, a < b \leq 10^7$ 。

附：原定的 T4 题面

小 J 的饮料 (drink)

「题目描述」

小 J 正准备参加一场比赛。比赛共有 N 关，依次编号为 $1 \sim N$ 。

在比赛中，小 J 将按照编号 $1, 2, \dots, N$ 的顺序挑战这 N 关。挑战第 i 关时，小 J 可以选择接受挑战或放弃挑战，若接受挑战，小 J 需要花费 T_i 秒的时间通过第 i 关，若放弃挑战，则不需要花费任何时间。

小 J 的积分将按以下方法计算：

- 初始积分为 0；
- 每通过一关时，积分加上目前连续通过的关数（即最大的 k ，满足第 $i - k + 1$ 关至第 i 关均通过）；
- 最后，积分减去花费的总秒数。

小 J 有 M 种饮料，依次编号为 $1 \sim M$ 。神奇的是，如果小 J 在赛前喝了第 i 种饮料，那么通过第 P_i 关的时间 T_{P_i} 将变为 X_i 。这里， X_i 可能大于、小于或等于 T_{P_i} 。当然，通过其它关的时间不受影响。

小 J 会在赛前喝一种饮料，然后参加这场比赛。请你对于 $i = 1, 2, \dots, M$ ，求出如果小 J 赛前喝了第 i 种饮料，那么比赛的最高积分是多少。

「输入格式」

第一行包含一个正整数 N 。

第二行包含 N 个正整数 T_1, T_2, \dots, T_N 。

第三行包含一个正整数 M 。

接下来 M 行，第 i 行包含两个正整数 P_i, X_i 。

「输出格式」

输出 M 行，第 i 行包含一个整数，表示赛前喝第 i 种饮料时比赛的最高积分。

「样例 1 输入」

```
5
1 1 4 1 1
2
3 2
3 10
```

「样例 1 输出」

```
9
2
```

「样例 1 解释」

如果小 J 喝第 1 种饮料，最高积分的方案是通过所有关。

如果小 J 喝第 2 种饮料，最高积分的方案是通过第 1, 2, 4, 5 关。

「样例 2 输入」

12
1 2 1 3 4 1 2 1 12 3 12 12
10
9 3
11 1
5 35
6 15
12 1
1 9
4 3
10 2
5 1
7 6

「样例 2 输出」

34
35
5
11
35
17
25
26
28
21

「数据范围」

对于所有数据, $1 \leq N \leq 3 \times 10^5$, $1 \leq T_i \leq 10^9$, $\sum T_i \leq 10^{12}$, $1 \leq M \leq 3 \times 10^5$, $1 \leq P_i \leq N$, $0 \leq X_i \leq 10^9$ 。

测试点编号	N	M	特殊规定
1	≤ 5	≤ 20	所有 T_i 相同
2	≤ 10	≤ 20	无
3	≤ 15	≤ 20	无
4	≤ 20	≤ 20	无
5	≤ 100	≤ 100	无
6	≤ 100	≤ 100	无
7	≤ 500	≤ 500	无
8	≤ 2000	≤ 2000	无
9	≤ 2000	≤ 2000	无
10	≤ 5000	≤ 5000	无
11	$\leq 10^5$	≤ 10	所有 T_i 相同
12	$\leq 10^5$	≤ 10	所有 T_i 相同
13	$\leq 10^5$	≤ 10	无
14	$\leq 10^5$	≤ 10	无
15	$\leq 10^5$	≤ 10	无
16	$\leq 10^5$	≤ 10	无
17	$\leq 10^5$	$\leq 10^5$	所有 T_i 相同
18	$\leq 10^5$	$\leq 10^5$	所有 T_i 相同
19	$\leq 10^5$	$\leq 10^5$	无
20	$\leq 10^5$	$\leq 10^5$	无

测试点编号	N	M	特殊规定
21	$\leq 10^5$	$\leq 10^5$	无
22	$\leq 3 \times 10^5$	$\leq 3 \times 10^5$	无
23	$\leq 3 \times 10^5$	$\leq 3 \times 10^5$	无
24	$\leq 3 \times 10^5$	$\leq 3 \times 10^5$	无
25	$\leq 3 \times 10^5$	$\leq 3 \times 10^5$	无