3. Derivar las siguientes funciones exponenciales

1. $f(x) = 10^{\sqrt{x}}$

Para derivar $f(x) = 10^{\sqrt{x}}$, usamos la fórmula general para $a^{g(x)}$:

$$\frac{d}{dx}\left(a^{g(x)}\right) = a^{g(x)}\ln(a)g'(x).$$

Identificamos $g(x) = \sqrt{x}$ y derivamos:

$$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}.$$

Entonces:

$$f'(x) = 10^{\sqrt{x}}\ln(10)\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}.$$

Simplificando:

$$f'(x) = \frac{\ln(10)\cdot 10^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}.$$

2. $f(x) = e^{3-x^2}$

Usamos la regla de la cadena:

$$f'(x) = e^{3-x^2}\cdot(-2x) = -2x\cdot e^{3-x^2}$$

3. $f(x) = \frac{e^x+e^{-x}}{2}$

Derivamos cada término:

$$f'(x) = \frac{1}{2}\left(e^x - e^{-x}\right)$$

4. $f(x) = 3^{2x^2}\cdot\sqrt{x}$

Primero, derivamos 3^{2x^2} usando $a^{g(x)} \to a^{g(x)}\ln(a)g'(x)$, y aplicamos la regla del producto:

$$f'(x) = \left(3^{2x^2}\cdot\ln(3)\cdot 4x\cdot\sqrt{x}\right) + \left(3^{2x^2}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$$

Simplificando:

$$f'(x) = 3^{2x^2}\left(4x\ln(3)\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$$

5. $f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2}$

Usamos la regla del cociente:

$$f'(x) = \frac{\left(e^{2x}\cdot 2\right)x^2 - e^{2x}\cdot 2x}{x^4}$$

Simplificamos:

$$f'(x) = \frac{2x^2e^{2x} - 2xe^{2x}}{x^4} = \frac{2xe^{2x}(x-1)}{x^4}$$

Finalmente:

$$f'(x) = \frac{2e^{2x}(x-1)}{x^3}$$

4. Calcular la derivada de las funciones logaritmicas

1. $f(x) = \ln(2x^4 - x^3 + 3x^2 - 3x)$

$$f'(x) = \frac{1}{2x^4 - x^3 + 3x^2 - 3x} \cdot (8x^3 - 3x^2 + 6x - 3)$$

2. $f(x) = \ln\left(\frac{e^x+1}{e^x-1}\right)$

$$f'(x) = \frac{-2e^x}{(e^x+1)(e^x-1)}$$

3. $f(x) = \log\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$

$$f'(x) = \frac{1}{\ln(10)(1+x)(1-x)}$$

4. $f(x) = \ln\sqrt{x(1-x)}$

$$f'(x) = \frac{1-2x}{2x(1-x)}$$

5. $f(x) = \ln\sqrt[3]{\frac{3x}{x+2}}$

$$f'(x) = \frac{2}{3x(x+2)}$$

5. Calcula mediante la formula de la derivada de una raiz

1. $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$

$$f'(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}$$

2. $f(x) = \sqrt[4]{x^5 - x^3 - 2}$

$$f'(x) = \frac{5x^4 - 3x^2}{4\sqrt[4]{(x^5 - x^3 - 2)^3}}$$

3. $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^2+1}{x^2-1}}$

$$f'(x) = \frac{-4x}{3\sqrt[3]{\left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^2}(x^2-1)^2}$$

6. Calcula mediante la formula de la derivada de seno

1. $f(x) = \sin(2x)$

$$f'(x) = 2\cos(2x)$$

2. $f(x) = \sin(x^2)$

$$f'(x) = 2x\cos(x^2)$$

3. $f(x) = \sin(\pi x^2)$

$$f'(x) = 2\pi x\cos(\pi x^2)$$

7. Calcula mediante la formula de derivada de coseno

1. $f(x) = \cos(3x)$

La derivada de $f(x)$ se obtiene aplicando la regla de la cadena:

$$f'(x) = \frac{d}{dx}\cos(3x) = -\sin(3x) \cdot \frac{d}{dx}(3x)$$

$$f'(x) = -\sin(3x) \cdot 3$$

$$f'(x) = -3\sin(3x)$$

2. $f(x) = \cos(3x - 2)$

Aplicando nuevamente la regla de la cadena:

$$f'(x) = \frac{d}{dx}\cos(3x-2) = -\sin(3x-2)\cdot\frac{d}{dx}(3x-2)$$

$$f'(x) = -\sin(3x-2)\cdot 3$$

$$f'(x) = -3\sin(3x-2)$$

3. $f(x) = \cos\left(\pi\left(x^2 - 1\right)\right)$

Primero, aplicamos la regla de la cadena:

$$f'(x) = \frac{d}{dx}\cos\left(\pi\left(x^2-1\right)\right) = -\sin\left(\pi\left(x^2-1\right)\right)\cdot\frac{d}{dx}\left(\pi\left(x^2-1\right)\right)$$

Luego, derivamos el argumento $\pi(x^2 - 1)$:

$$\frac{d}{dx}\left(\pi\left(x^2-1\right)\right) = \pi\cdot\frac{d}{dx}\left(x^2-1\right) = \pi\cdot 2x$$

Sustituyendo:

$$f'(x) = -\sin\left(\pi\left(x^2-1\right)\right)\cdot\pi\cdot 2x$$

$$f'(x) = -2\pi x\sin\left(\pi\left(x^2-1\right)\right)$$

8. Calculo mediante la formula de tangente

1. $f(x) = \tan(nx)$

La derivada de $\tan(u)$ es $\frac{d}{dx}\tan(u) = \sec^2(u)\cdot\frac{du}{dx}$. Aplicamos esta fórmula:

$$f'(x) = \frac{d}{dx}\tan(nx) = \sec^2(nx)\cdot\frac{d}{dx}(nx)$$

$$f'(x) = \sec^2(nx)\cdot n$$

$$f'(x) = n\sec^2(nx)$$

2. $f(x) = \tan(\pi x + 1)$

Aplicamos nuevamente la regla de la derivada de $\tan(u)$:

$$f'(x) = \frac{d}{dx}\tan(\pi x+1) = \sec^2(\pi x+1)\cdot\frac{d}{dx}(\pi x+1)$$

$$f'(x) = \sec^2(\pi x+1)\cdot\pi$$

$$f'(x) = \pi\sec^2(\pi x+1)$$

3. $f(x) = \tan\left(\pi\left(x^2 - 1\right)\right)$

Primero, aplicamos la fórmula de la derivada de $\tan(u)$:

$$f'(x) = \frac{d}{dx}\tan\left(\pi\left(x^2-1\right)\right) = \sec^2\left(\pi\left(x^2-1\right)\right)\cdot\frac{d}{dx}\left(\pi\left(x^2-1\right)\right)$$

Ahora derivamos el argumento $\pi(x^2 - 1)$:

$$\frac{d}{dx}\left(\pi\left(x^2-1\right)\right) = \pi\cdot\frac{d}{dx}(x^2-1) = \pi\cdot 2x$$

Sustituyendo:

$$f'(x) = \sec^2\left(\pi\left(x^2-1\right)\right)\cdot\pi\cdot 2x$$

$$f'(x) = 2\pi x\sec^2\left(\pi\left(x^2-1\right)\right)$$

9. Calcula mediante la regla de la cadena las siguientes funciones exponenciales

1. $f(x) = e^{\sin(3x)}$

La derivada de e^u es $\frac{d}{dx}e^u = e^u \cdot \frac{du}{dx}$. Aplicamos esta regla:

$$f'(x) = e^{\sin(3x)} \cdot \frac{d}{dx}(\sin(3x))$$

Derivamos $\sin(3x)$ utilizando la regla de la cadena:

$$\frac{d}{dx}(\sin(3x)) = \cos(3x) \cdot \frac{d}{dx}(3x) = \cos(3x) \cdot 3$$

Sustituyendo en la expresión original:

$$f'(x) = e^{\sin(3x)} \cdot 3\cos(3x)$$

$$f'(x) = 3e^{\sin(3x)}\cos(3x)$$

2. $f(x) = e^{\cos(2\pi x - n)}$

Aplicamos la misma regla para derivar e^u:

$$f'(x) = e^{\cos(2\pi x - n)} \cdot \frac{d}{dx}(\cos(2\pi x - n))$$

Derivamos $\cos(2\pi x - n)$:

$$\frac{d}{dx}(\cos(2\pi x - n)) = -\sin(2\pi x - n) \cdot \frac{d}{dx}(2\pi x - n)$$

Derivamos $2\pi x - n$:

$$\frac{d}{dx}(2\pi x - n) = 2\pi$$

Sustituyendo:

$$\frac{d}{dx}(\cos(2\pi x - n)) = -\sin(2\pi x - n) \cdot 2\pi$$

Sustituyendo en la expresión original:

$$f'(x) = e^{\cos(2\pi x - n)} \cdot (-\sin(2\pi x - n) \cdot 2\pi)$$

$$f'(x) = -2\pi e^{\cos(2\pi x - n)}\sin(2\pi x - n)$$

10. Calcula mediante la regla de la cadena las siguientes funciones logaritmicas naturales

1. Sea $f(x) = \ln(\sin(\pi x))$, su derivada es:

$$f'(x) = \pi\cot(\pi x)$$

2. Sea $f(x) = \ln(\cos(2\pi x - n))$, su derivada es:

$$f'(x) = -2\pi\tan(2\pi x - n)$$