Discrete Probability Distributions

อ.ปรัชญ์ ปิยะวงศ์วิศาล

Topics

- Types of RV
- Probability Distribution
- Discrete Probability Distributions
  - Bernoulli
  - Geometric
  - Binomial
  - Poisson

Types of RV

ตัวแปรสุ่ม
(Random Variable)

ตัวแปรสุ่มวิยุต
(Discrete RV)
S_X นับถ้วน

ตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง
(Continuous RV)
S_X นับไม่ถ้วน

Probability Distribution

- เราเรียกลักษณะการกระจายตัวของกราฟ PMF/PDF ของ X ว่า

  "การแจกแจงของ X"
  Distribution of X

- การแจกแจงที่สำคัญ/พบได้ทั่วไปจะมีชื่อเรียก เช่น:

Probability Distribution

- Ex: ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มที่เป็นค่า IQ ของคนไทย

  X มีการแจกแจงแบบ Normal

  $X \sim Normal(100, 16^2)$

Probability Distribution

- **Q: เราจะทราบว่า X มีการแจกแจงแบบใด ได้อย่างไร?**

- **พิจารณา:**
  - การทดลองสุ่มอะไร ? มี assumption (เงื่อนไขเบื้องต้น) อะไรบ้าง ?
  - ค่าของ X คืออะไร ? มีค่าเป็นอะไรได้บ้าง ?
  - parameter ของการแจกแจงคือ ?
  - การแจกแจงของความน่าจะเป็นเป็นอย่างไร ? (ดูจาก PMF, PDF, CDF)

Well-Known Probability Distributions

- **Discrete**
  - Bernoulli
  - Geometric
  - Binomial
  - Poisson
  - Discrete Uniform
  - Zipf
- **Continuous**
  - Uniform
  - Exponential
  - Gaussian (Normal)
  - Beta
  - Gamma
  - Student’s t
  - Chi-Squared

More distributions: https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_probability_distributions

1) Bernoulli Distribution

$$X \sim Bernoulli(p)$$

- การทดลองสุ่ม:
- ค่าของ X คือ:
- parameter ของการแจกแจง:

1) Bernoulli Distribution

- PMF ของการแจกแจงแบบ Bernoulli

- $E[X] =$

- $Var(X) =$

2) Geometric Distribution

$$X \sim Geometric(p)$$

- การทดลองสุ่ม:

- ค่าของ X คือ:

- parameter ของการแจกแจง:

2) Geometric Distribution

- PMF ของการแจกแจงแบบ Geometric

- $E[X] =$

- $Var(X) =$

2) Geometric Distribution

- Ex: นาย A ตั้งพาสเวิร์ดด้วยตัวเลข 2 หลัก (00-99) หากนาย B ใช้วิธีเดาสุ่มเลข 2 หลักไปเรื่อยๆ โดยไม่จำว่าเคยเดาเลขไหนไปแล้วบ้าง จงหาความน่าจะเป็นที่นาย B เดาพาสเวิร์ดถูกภายใน 3 ครั้ง

Probability and Statistics for Engineering @ RMUTL อ.ปริญญ์

2) Geometric Distribution

- Ex2: นาย A ตั้งพาสเวิร์ดด้วยตัวเลข 2 หลัก (00-99) หากนาย B ใช้วิธีเดาสุ่มเลข 2 หลักไปเรื่อยๆ โดยไม่จำว่าเคยเดาเลขไหนไปแล้วบ้าง จงหาความน่าจะเป็นที่นาย B เดาพาสเวิร์ดถูกภายใน 100 ครั้ง

3) Binomial Distribution

$$\boxed{X \sim Binomial(n, p)}$$

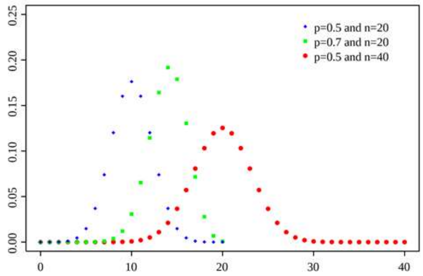
- การทดลองสุ่ม:

- ค่าของ X คือ:

- parameter ของการแจกแจง:

3) Binomial Distribution

- PMF ของการแจกแจงแบบ Binomial



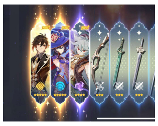
- $E[X] =$

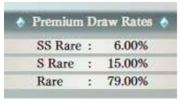
- $Var(X) =$

ที่มาของ Binomial PMF

- Ex: โยนเหรียญเที่ยงตรง 3 ครั้ง ให้ X เป็นจำนวนครั้งที่เหรียญออก H จงหา PMF ของ X

Binomial Exercise



- Ex2: ในเกม gacha ผู้เล่นกดสุ่มตัวละครได้ โดยในการสุ่มแต่ละครั้งมีโอกาสที่จะได้ตัว rare 6% หากผู้เล่นกดสุ่ม 10 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่จะ:
  - ไม่ได้ตัว rare เลย
  - ได้ 2 ตัว rare
  - ได้อย่างน้อย 1 ตัว rare

Binomial Exercise

- Ex2 (ต่อ)

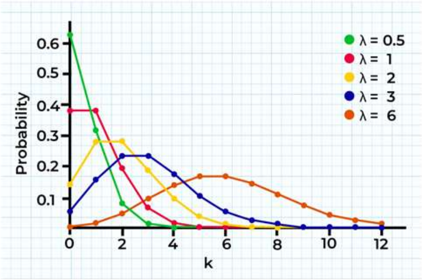
4) Poisson Distribution

$$X \sim Poisson(\lambda)$$

- การทดลองสุ่ม:
- ค่าของ X คือ:
- parameter ของการแจกแจง:

4) Poisson Distribution

- PMF ของการแจกแจงแบบ Poisson



- $E[X] =$
- $Var(X) =$

4) Poisson Distribution

- Ex: Call Center แห่งหนึ่งมีลูกค้าโทรเข้ามาโดยเฉลี่ย 5 คนต่อชั่วโมง หากจำนวนลูกค้ามีการแจงแจงแบบ Poisson จงหาความน่าจะเป็นที่ในช่วงเวลา 2 ชั่วโมงจะมีลูกค้าโทรเข้ามา 8 คนพอดี

ความสัมพันธ์ระหว่าง $Binomial(n, p)$ และ $Poisson(\lambda)$

การแจกแจงของ $X \sim Binomial(n, p)$ จะลู่เข้าสู่ $Poisson(\lambda = np)$ เมื่อ $n \to \infty$ และ $p \to 0$

- นั่นคือ เราสามารถประมาณค่า Binomial ด้วย Poisson ได้ เมื่อ n เยอะมากๆ และ p น้อยมากๆ
- เช่น ให้ $X \sim Binomial(100000, 0.01)$ จงหา $P_X(80000)$