

Probability Theory

อ.ปรัชญ์ ปิยะวงศิศาล

Probability and Statistics for Engineering @ RMUTL อ.ปรัชญ์

Topics

- Random Experiments
- Sample Space
- Event
- Probability of an Event
- Axioms of Probability
- Probability Exercises

Probability and Statistics for Engineering @ RMUTL อ.ปรัชญ์

Random Experiment

- การทดลองสุ่ม (**Random Experiment**)
 - การทดลอง/ปรากฏการณ์ที่ทำนายผลล่วงหน้าไม่ได้
 - แต่สามารถแจกแจงความเป็นไปได้ทั้งหมดออกมาได้
 - เช่น
 - โยนเหรียญ
 - ทอยลูกเต๋า
 - สภาพอากาศวันพรุ่งนี้
 - จำนวนลูกค้าที่จะโทรเข้ามาใน 1 วัน
 - จำนวน request ที่จะเข้ามาที่ server ใน 1 เดือน

Probability and Statistics for Engineering @ RMUTL อ.ปริญญา

Sample Space

- ปริภูมิตัวอย่าง (**Sample Space: Ω**)
คือ set ของผลลัพธ์ของการทดลองสุ่มที่เป็นไปได้ทั้งหมด เช่น
 - โยนเหรียญ: $\Omega =$
 - ทอยลูกเต๋า: $\Omega =$
 - โยนเหรียญ 2 ครั้ง: $\Omega =$
 - สุ่มเลขคู่บวกใดๆ : $\Omega =$
- โดยที่ $n(\Omega)$ คือ ขนาดของ Sample Space (จำนวนผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลองสุ่ม)

Probability and Statistics for Engineering @ RMUTL อ.ปริญญา

Sample Space

- การแจกแจง **Sample Space** สามารถเขียนได้ใน 3 รูปแบบ
 - แบบ **Set**
 - แบบ **Table**
 - แบบ **Tree**

Sample Space

- เช่น จงเขียน Ω ของการทอยลูกเต๋า 4 หน้า 2 ครั้ง
 - แบบ **Set**
 - แบบ **Table**
 - แบบ **Tree**

Event

- เหตุการณ์ (Event)

- นิยาม: เหตุการณ์ A คือ subset ของ Ω ที่เราสนใจ
 - $A \subseteq \Omega$
- เช่น
 - พิจารณา การทดลองสุ่มทอยลูกเต๋า 1 ครั้ง $\Omega =$
 - ให้ A เป็นเหตุการณ์ที่ทอยลูกเต๋าลแล้วได้เลขคู่: $A =$
 - พิจารณา การโยนเหรียญ 2 ครั้ง $\Omega =$
 - B เป็นเหตุการณ์ที่โยนเหรียญ 2 ครั้งแล้วได้หัว 1 ครั้ง: $B =$

Probability and Statistics for Engineering @ RMUTL อ.ปริญญ์

Probability

- ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ (Probability of an Event)

- $P(A)$ คือความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ A
- $P(A)$ ต้องมีค่าอยู่ในช่วง 0-1
- เราสามารถตีความค่า P เป็นความถี่ (frequency) ที่จะเหตุการณ์ หากทำการทดลองสุ่มซ้ำหลายๆ ครั้ง เช่น
 - $P(A) = 0.1$ เหตุการณ์ A มีโอกาสเกิด 10% (เกิดไม่บ่อย เช่น โอกาสที่วันนี้เกิดอุบัติเหตุที่นิมมาน)
 - $P(B) = 0.5$ เหตุการณ์ B มีโอกาสเกิด 50% (โอกาส 50-50 เช่น โยนเหรียญเที่ยงตรงได้หัว)
 - $P(C) = 0.9$ เหตุการณ์ C มีโอกาสเกิด 90% (เกิดบ่อย เช่น โอกาสที่วันนี้แดดออก)
- Q: หากทำการทดลองซ้ำๆ 5000 ครั้ง จะเกิดเหตุการณ์ A, B, C ประมาณกี่ครั้ง?

Probability and Statistics for Engineering @ RMUTL อ.ปริญญ์

Probability

- วิธีคำนวณหา $P(A)$

- หากแต่ละผลลัพธ์ใน Ω มีโอกาสเกิดเท่ากันแล้ว จะได้ว่า

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

- เช่น จงหาความน่าจะเป็นที่โยนเหรียญ 2 ครั้งแล้วได้หัว 1 ครั้ง

- $\Omega =$

- $A =$

- $\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} =$

3 Axioms of Probability

1. For any event A , $P(A) \geq 0$
2. $P(\Omega) = 1$
3. If $A \cap B = \emptyset$ then $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

คุณสมบัติสำคัญที่ตามมา

- $P(A^c) = 1 - P(A)$

- $P(\emptyset) = 0$

Exercise 1

- จงหาความน่าจะเป็นที่สุ่มเลขจาก **1-15** โดยสุ่มแล้วได้เลขที่หารด้วย **4** ลงตัว

Exercise 2

- จงหาความน่าจะเป็นที่ทอยลูกเต๋า **2** ครั้งแล้วผลรวมของเลขที่ออกเป็น **5**

Exercise 3

- จงหาความน่าจะเป็นที่จั่วไพ่ **1** ใบจากสำรับโดยสุ่มแล้วได้ไพ่ดอกจิก

Exercise 4

- จงหาความน่าจะเป็นที่จั่วไพ่ **1** ใบจากสำรับโดยสุ่มแล้วไม่ได้ไพ่ **J**

Exercise ?

- จงหาความน่าจะเป็นที่จั่วไพ่ 3 ใบโดยสุ่มแล้วไม่ได้ Q เลย
- จงหาความน่าจะเป็นที่จั่วไพ่ 5 ใบแล้วได้ไพ่ Full House