

Mathematics

Lecture - 03

By - Pramod Yadav Sir





OPICS to be covered

- 1 Number of zeros at the end of expression
- 2 Divisibility rule
- 3 Reminder theorem
- 4 Question



Number of zero at the end of any expression

91 = 1X2 X3X4X5X6X7X8X9

2x2

3 -



1X2X3X4X5 - - - - X/100

at the end of express No. of Zeros

100। के अंतमे कित्रे धून्य होने

7



|X2X3X4X5 - - X |000

gumen of zeros at the end of expression?



(५००) के अंग में कितने श्रून्प होंगे?



1x3x5x7x9 - - - x99

No of zeros at the end of expression

|X2X3- - - X99





Divisibility rule(विभाज्यता का नियम)

If a number is completely divided by another number, then the quotient should be a whole number and the remainder should be zero. यदि किसी संख्या को पूरी तरह से किसी अन्य संख्या से विभाजित किया जाता है, तो भागफल एक पूर्ण संख्या होनी चाहिए और शेषफल शून्य होना चाहिए।



Divisibility rule of 2,4,8,16,32..... (2,4,8,16,32..... की विभाज्यता का नियम)

27 Last single digit divisible by (2)

```
2-> 0,2,4,6,8
```

728



```
Divisibility rule of 5,25,125,625.....
 (5,25,125,625 .... की विभाज्यता का नियम)
       (000, 195
            multiple of 125
(0,5)
```



Divisibility rule of 3 and 9 (3,9 की विभाज्यता का नियम)

Divisibility rule of 11 (11 की विभाज्यता का नियम)





$$18-9 \pm 3$$

$$=0/\text{multiple of 11}$$



Divisibility rule of $(10^n - 1)$ $((10^n - 1)$ की विभाज्यता का नियम)

$$10^{-1} = 999$$



Divisibility rule of $(10^n + 1)$ $((10^n + 1)$ की विभाज्यता का नियम)

$$\eta = 1$$
 $(10'+1) = 11$

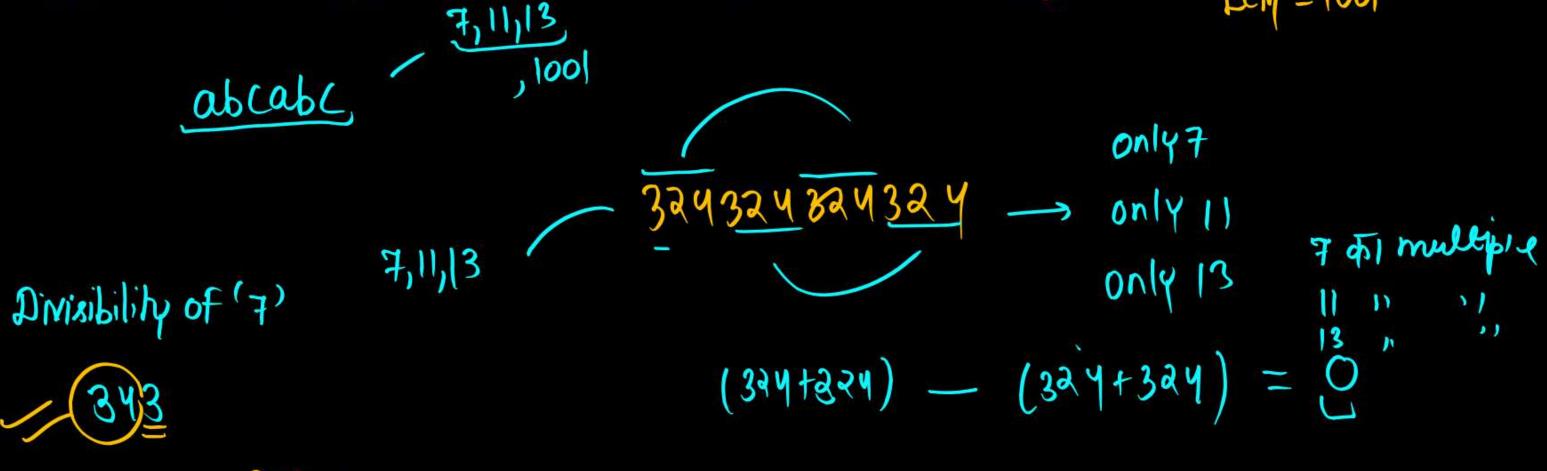
$$\frac{133}{42} = 0 = 0, 11$$

$$\frac{133}{42} = 0, 101$$

Dw

Combined Divisibility rule of 7,11,13 7,11 और 13 की विभाज्यता का नियम)

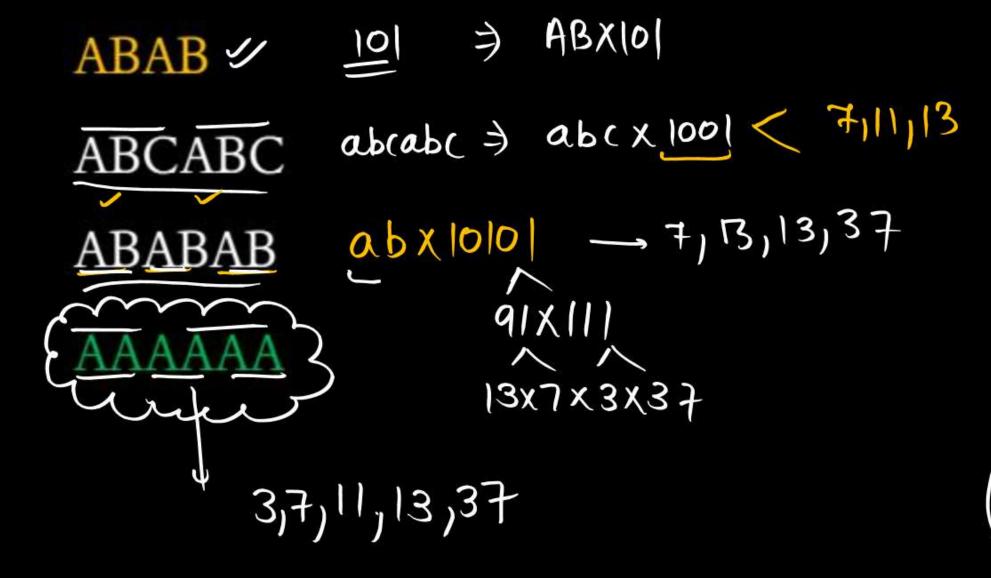
LCM = 1001





Special rules of Divisibility

abab



$$\frac{4942}{232349} = 42\times101$$

$$\frac{ababab}{232349} |0|0|$$

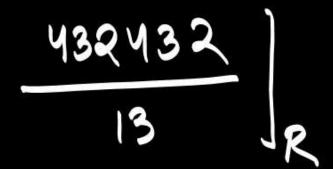
$$(449)^{-3}$$

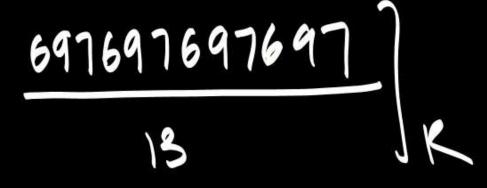


$$\frac{635635}{13}$$
 = '0'

$$\frac{69563567}{13} = R = 2$$

abcabe
$$7 \times 11_{||3}$$
 $134134134[3]$
 $= 37$
 $= 37$
 $= 37$









#Q. निम्नलिखित में से कौन सा सही है? संख्या 222222 है

Which one of the following is correct?
The number 222222 is

aaaaaa

3,7,11,13,37,17

[2009-II]

- (a) divisible by 3 but not divisible by 7 \checkmark
- (b) divisible by 3 and 7 but not divisible by 11 \(\frac{1}{2} \)
- (c) divisible by 2 and 7 but not divisible by 11
- (d) divisible by 3,7 and 11

#Q. संख्या 763X4Y2 में X और Y के कितने जोड़े संभव हैं, यदि संख्या 9 से \mathbb{C}_{W} विभाज्य है?

How many pairs of X and Y are possible in the number 763X4Y2, if the number is divisible by 9?

(a) 8

(b)9

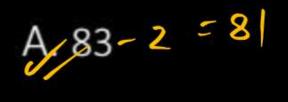
(c) 10

(d) 11

$$\begin{array}{ll}
(2) & (3) & (3) & [2014-III] \\
(1) & (4) & (4) \\
(5) & (5) & (2) \\
(5) & (2) & (2) \\
(5) & (2) & (2) \\
(5) & (2) & (2) \\
(5) & (2) & (2) \\
(5) & (2) & (2) \\
(5) & (2) & (2) \\
(5) & (2) & (2) \\
(4) & (2) & (2) \\
(5) & (2) & (2) \\
(4) & (2) & (2) \\
(5) & (2) & (2) \\
(4) & (2) & (2) \\
(5) & (2) & (2) \\
(4) & (2) & (2) \\
(5) & (2) & (2) \\
(4) & (2) & (2) \\
(5) & (2) & (2) \\
(6) & (2) & (2) \\
(7) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(9) & (2) & (2) \\
(9) & (2) & (2) \\
(9) & (2) & (2) \\
(9) & (2) & (2) \\
(1) & (2) & (2) \\
(2) & (2) & (2) \\
(3) & (2) & (2) \\
(4) & (2) & (2) \\
(5) & (2) & (2) \\
(6) & (2) & (2) \\
(7) & (2) & (2) \\
(7) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(9) & (2) & (2) \\
(1) & (2) & (2) \\
(2) & (2) & (2) \\
(3) & (2) & (2) \\
(4) & (2) & (2) \\
(4) & (2) & (2) \\
(4) & (2) & (2) \\
(5) & (2) & (2) \\
(6) & (2) & (2) \\
(7) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2) & (2) \\
(8) & (2$$

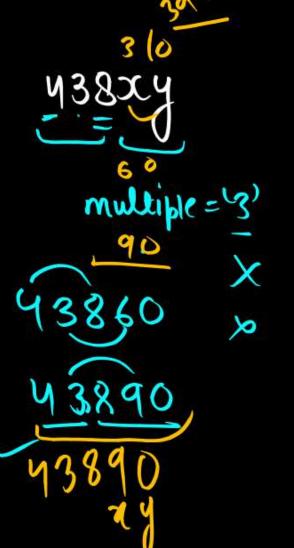
#Q. When a five digit number 438xy; x and y are distinct digits, is divided by 3,7 and 11, it gives a natural number as the quotient, then find the value of $x^2 + y^2 + 2$?

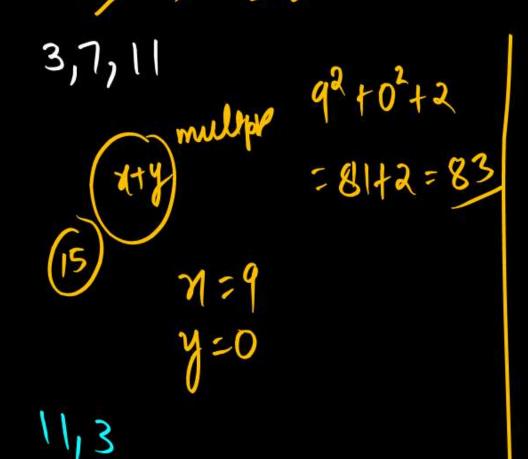
जब पांच-अंकीय संख्या 438 x; जिसमें x और y अलग-अलग अंक हैं, 3.7 और 11 से विभाजित है, इससे भागफल के रूप में एक प्राकृत संख्या प्राप्त होती है, तो $(x^2 + y^2) + 2$ का मान ज्ञात कीजिये। $(x^2 + y^2)^2 + 3$

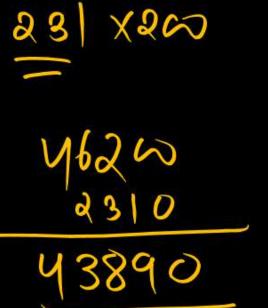


B. 51

C. 27







#Q. Find the value of $a^2 + b^2 + c^2$, if it is given that the five digit number 74abc (note: a,b and c are distinct digits) is exactly divisible by 13,11 and 7? $a^2 + b^2 + c^2$ का मान ज्ञात कीजिए, यदि यह दिया गया है कि पाँच-अंकीय संख्या 74abc (नोट: a,b और c अलग-अलग अंक हैं), 13,11 और 7 से पूर्णतः विभाज्य है?

A. 91 T,11,13 B. 65 C. 69

D. 55

 $= 0^{4} + 7^{4} + 4^{2}$ = 0 + 49 + 16 = 0 + 49 + 16 = 65 0 = 65

#Q. It is provided that an eight digit number 3745 abcd is exactly divisible by 10001, then find the value of a+b+c+d?

यह दिया गया है कि आठ-अंकीय संख्या <u>3745abcd</u>,10001 से पूर्णतः विभाज्य है, तो

a+b+c+d का मान ज्ञात कीजिए।

A. 21

atbtud

B. 41

C. 19

3+7+4+5=19

abx101 = abab

abc x 1001 = abcabc

abcd × 10001 = abcd abc of

abide x 100001 = abcdeabcde

#Q. An eight-digit number 583 A217 B is exactly divisible by 9 and B is an even number, then find the sum of all the possible values of A.

एक आठ-अंकीय संख्या 583A217B, 9 से पूर्णतः विभाज्य है और B एक सम अंक है, तो A के सभी संभावित मानों का योग ज्ञात कीजिए।

A. 20

B. 21

C. 23

#Q. If a six-digit number 7x4y5z, where x,y and z are distinct digits, is exactly divisible by the 7,11 and 13, the find the value of (xy)+z?

यदि छह-अंकीय संख्या 7x4y5z, जिसमें x,y और z अलग-अलग अंक हैं, वह 7,11 और 13 से

पूर्णतः विभाज्य है, तो (xy)+z का मान ज्ञात कीजिये।

マニソ

#Q. If the 7-digit number x468y05 is divisible by 11, then what among the following options can be the value of (x+y)?

यदि 7-अंकीय संख्या x468y05,11 से विभाज्य है, तो निम्नलिखित में से कौन सा विकल्प (x+y) का मान हो सकता है?

A. 8

B. 10

C. 14



#Q. If a four digit number 11×5 is exactly divisible 77, then find the value of x? यदि चार अंकीय संख्या- $11\times5,77$ से पूर्णतः विभाज्य है, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

A. 5

B. 6

C. 4



#Q. If a four-digit number 21ab, where a and b are distinct digits, is exactly divisible by the 3,7 and 8, then find the value of ab?

यदि चार-अंकीय संख्या 21ab, जिसमें 'a' और 'b' अलग-अलग अंक हैं, वह 3,7 और 8 से पूर्णतः विभाज्य है, तो ab का मान ज्ञात कीजिए।

A. 47

B. 32

C. 48



#Q. If a 6-digit number 457xyz (where x,y and z are distinct digits) is divisible by 7,13 and 11 then find the value of (x+y+z)?

यदि 6-अंकीय संख्या 457xyz (जिसमें x,y और z अलग-अलग अंक हैं), 7,13 और 11 से विभाज्य है तो (x+ y+z) का मान ज्ञात कीजिए।

A. 11

B. 12

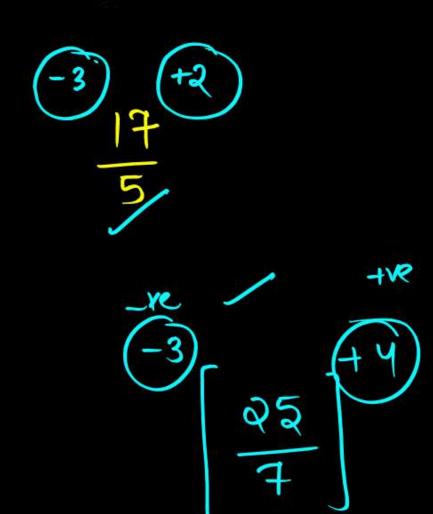
C. 16







(Basic)









$$\frac{+1}{66} \times \frac{+1}{79} \times \frac{-2}{24} \times \frac{-2}{128} = \frac{-2}{13} \times \frac{-2}{13} = \frac{-$$

$$= |\alpha|x-2x-2 = (y)$$
 Remunan = $|3|$

(Binomial)



$$\left(\frac{(x+a)^n}{x} = x^n + \frac{nc_1x^{n-1}xa' + nc_2x^{n-2}xa^2}{x} - \frac{nc_1xa^n}{c_1x^n} \times x^n + \frac{nc_1x^{n-1}xa' + nc_2x^{n-2}xa^2}{x} - \frac{nc_1xa^n}{c_1x^n} \times x^n + \frac{nc_1x^{n-1}xa' + nc_2x^{n-2}xa^2}{x} - \frac{nc_1xa^n}{x} \times x^n + \frac{nc_1x^{n-1}xa' + nc_2x^{n-2}xa^2}{x} - \frac{nc_1xa^n}{x} \times x^n + \frac{nc_1x^{n-1}xa' + nc_2x^{n-2}xa^2}{x} - \frac{nc_1xa^n}{x} \times x^n + \frac{nc_1x^{n-1}xa' + nc_2x^{n-2}xa^2}{x} \times x^n + \frac{nc_1x^{n-1}xa' + nc_2x^{n-2}xa'}{x} \times x^n + \frac{nc_1x^{n-1}xa'}{x} \times x^n +$$





$$\frac{18^{205}}{17} = \frac{(17+1)^{205}}{17} \\
= \frac{1}{17} = \frac{1}{17} + \frac{1}{17} = \frac{1}{17}$$

$$16^{205}$$

Reme

$$=\frac{(1205)}{(16)^{205}}=\frac{(-1)^{205}}{17}=\frac{(1)^{205}}{17}$$

Remainder



$$\frac{36^{4623}}{7}$$



$\frac{64^{4623}}{21}$

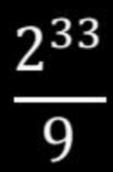
$$= \frac{(63+1)}{9}$$

$$= \frac{(1)}{9}$$

$$= \frac{(1)}{9}$$

$$= \frac{(1)}{9}$$
Remarde









$$\frac{7^{124}}{100}$$

$$= \frac{74}{100}$$

$$= \frac{31}{(2401)}$$

$$= \frac{(3401)}{100}$$

$$= \frac{(1)^{31}}{100} = \frac{1}{100}$$
 Remainder



 $\frac{11^{43}}{7}$



Dw

#Q. Find the Remainder when $(51^{203} + 2^{49})$ is divided by 17?

 $(51^{203} + 2^{49})$ को 17 से विभाजित करने पर शेषफल क्या होगा?

B. 5

C. 6

D. None of these

$$=\frac{249}{17}=\frac{2\times248}{17}$$

$$= \frac{2}{2} \times (2^{4})^{12}$$

$$= \frac{2}{2} \times (16)^{12}$$

$$= \frac{17}{17}$$

$$= 2 \times (-1)^{12}$$

$$= 17$$

$$= (5) + Remains$$

#Q. Find the remainder when $(67^{67} + 67)$ is divided by 68?



(6767 + 67) को 68 से विभाजित करने पर शेषफल ज्ञात कीजिये।

$$\frac{67}{68} + 67 = 7 + 67 = -1 + 67$$

$$\frac{67}{68} + 67 = -1 + 67$$

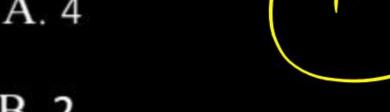
A. 1



#Q. What is the remainder when $(127^{97} + 97^{97})$ is divided by 32?

(12797 + 9797) को 32 से विभाजित करने पर प्राप्त शेषफल ज्ञात कीजिये।

A. 4



B. 2

C. 7

D. 0



#Q. What is the remainder when $(10^{25} - 7)$ is divided by 11?

(1025 - 7) को 11 से विभाजित करने पर शेषफल ज्ञात कीजिये।

A. 5



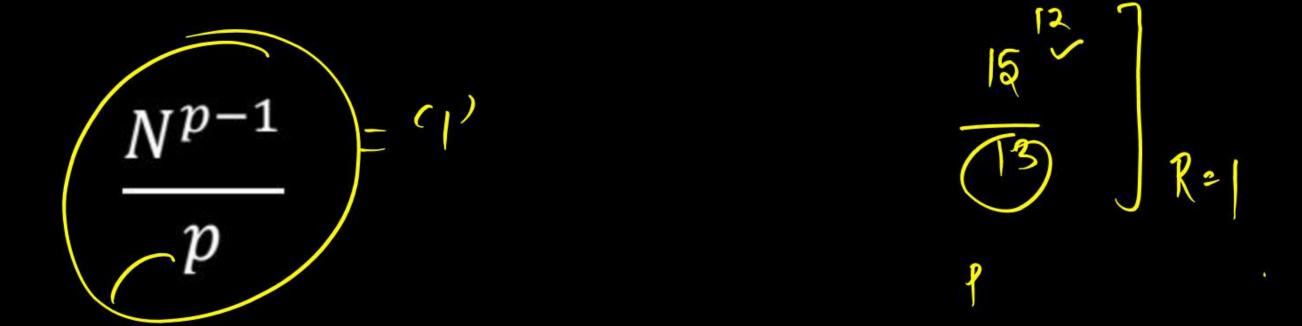
B. 1

C. 2

D. 3



(Fermet theorem)



p= prime number

Remainder is always is '1'.



```
7<sup>12</sup>
13
| R = |
```

$$=\frac{3^{2}\sqrt{4^{3}6}}{13} + \frac{49}{13} = 10$$



$$=21\times21369$$

$$=21\times1 = 21$$

$$=9$$

$$=9$$

$$=9$$



$$= \frac{59 \times 59^{120}}{13} = \frac{59 \times 59^{120}}{13} = \frac{59}{13}$$



$\frac{17^{73}}{19}$





$$\frac{11^{145}}{37}$$



(Euler Theorem)



Composit Number

$$6^{181}$$
 -25
Composik

MCF = (1)

(How to find Euler Number)

$$= |\cos x(1-\frac{1}{3})(1-\frac{1}{5})$$

$$100 - \text{Eular Number}$$
 $2^{2} \times 5^{2}$
 $= 100 \times (1-\frac{1}{2})(1-\frac{1}{5})$
 $= 100 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$
 $= 100 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$
 $= 100 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{$

$$8-\text{Gular Nn}$$

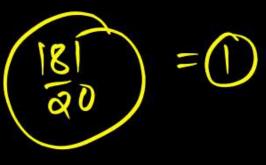
$$= 2^{3}$$

$$= 8x(1-\frac{1}{2})$$

$$= 8x\frac{1}{2}x$$

$$= 4$$

$$(6181)$$
 (6181)
 (6181)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 (600)
 $($





$$=\frac{6}{25}=\frac{6}{25}$$
 Remainder



$$\frac{13^{418}}{40}$$

$$=\frac{13}{40}=\frac{169}{40}$$
 $=\frac{9}{8}$



$$\frac{23^{361}}{27}$$



 $\frac{55^{80}}{100}$





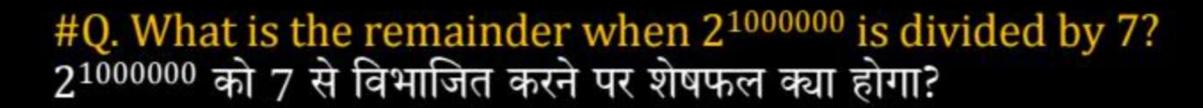
#Q. What is the remainder when $27^{27} - 15^{27}$ is divided by 6?

जब 27²⁷ – 15²⁷ को 6 से विभाजित किया जाता है तो शेषफल क्या होगा?

[CDS-2021-I]

- A. 0
- B. 1
- C. 3
- D. 4







[CDS-2021-I]

A. 1

B. 2

C. 4

D. 6





#Q. If 17²⁰²⁰ is divided by 18, then what is the remainder?

यदि 172020 को 18 से विभाजित किया जाता है, तो शेषफल क्या होगा?

[CDS-2020-II]

- A. 1
- B. 2
- C. 16
- D. 17







[CDS-2020-II]

- A. natural number n
- B. even natural number n only
- C. odd natural number n only
- D. prime number n only





#Q. What is the remainder when the sum $1^5 + 2^5 + 3^5 + 4^5 + 5^5$ is divided by 4?

जब योग $1^5 + 2^5 + 3^5 + 4^5 + 5^5$ को 4 से विभाजित किया जाता है तो शेषफल क्या होगा? [CDS-2020-II]

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3



- #Q. Let XYZ be a 3-digit number. Let S = XYZ + YZX + ZXY.
- Which of the following statements is/are correct?
- 1. S is always divisible by 3 and (X + Y + Z)
- 2. S is always divisible by 9
- 3. S is always divisible by 37

Select the correct answer using the code given below:

- माना XYZ एक 3-अंकीय संख्या है। माना S = XYZ + YZX + ZXY
- निम्नलिखित में से कौन-सा/से कथन सही है/हैं?
- S हमेशा 3 से विभाज्य होता है और (X + Y + Z)
- 2. S हमेशा 9 से विभाज्य होता है
- 3. S हमेशा 37 से विभाज्य होता है
- नीचे दिए गए कूट का उपयोग करके सही उत्तर का चयन कीजिए:[2020-I]
- A. 1 only
- B. 2 only
- C. 1 and 2
- D. 1 and 3







#Q. The number 3⁵²¹ is divided by 8. What is the remainder? संख्या 3⁵²¹ को 8 से विभाजित किया जाता है। शेषफल क्या है?

[2019-I]

- A. 1
- B. 3
- C. 7
- D. 9





#Q. What is the remainder when $(17^{29} + 19^{29})$ is divided by 18?

(1729 + 1929) को 18 से विभाजित करने पर शेषफल क्या होगा?

[2019-I]

- A. 6
- B. 2
- C. 1
- D. 0





#Q. What is the remainder when the number (4444)444 is divided by 9?

संख्या ((4444)444 को 9 से विभाजित करने पर शेषफल क्या होगा?

[2017-I]

- A. 4
- B. 6
- C. 7
- D. 8





#Q. What is the remainder when 496 is divided by 6?

[2015-I]

- A. 4
- B. 3
- C. 2
- D. 1





#Q. What is the remainder obtained when $1421 \times 1423 \times 1425$ is divided by 12?

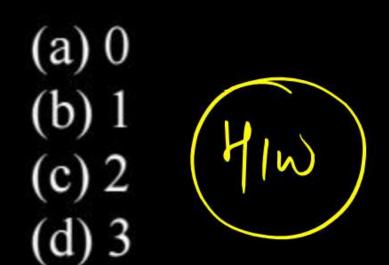
[2015-I]

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4



 $\#Q.\left(17^{23}+23^{23}+29^{23}\right)$ को 23 से विभाजित करने पर शेषफल क्या है? What is the remainder when $\left(17^{23}+23^{23}+29^{23}\right)$ is divided by 23 ?

[2014-II]





#Q. जब 4^{1012} को 7 से विभाजित किया जाता है तो शेषफल क्या होता है? What is the remainder when 4^{1012} is divided by 7?

[2014-II]

- (a) 1
- (b) 2
- (c) 3
- (d) 4





#Q. जब 4^{1000} को 7 से विभाजित किया जाता है तो शेषफल क्या होता है? What is the remainder when 4^{1000} is divided by 7?

[2014-I]

- (a) 1
- (b) 2
- (c)4
- (d) None of these





