

Procesamiento digital de Imágenes

Representación de Imágenes

Representación de Imágenes

Una imagen puede ser representada mediante una función de intensidad luminosa $f(x,y)$. El valor de esta función en las coordenadas x, y representa la intensidad o brillo luminoso en ese punto.

Dado que la luz es una forma de energía deberá ser:

$$0 < f(x, y) < \infty$$

Representación de Imágenes

Las imágenes que percibimos en la vida diaria provienen de luz reflejada son reflejadas por los objetos. $f(x,y)$ esta formada por dos componentes la cantidad de luz incidente sobre la escena que se esta viendo y la cantidad reflejada por los objetos de la escena. Estas componentes son la iluminación $i(x,y)$ y la reflectancia $r(x,y)$. Estas dos componentes se combinan para formar $f(x,y)$.

$$f(x, y) = i(x, y) r(x, y)$$

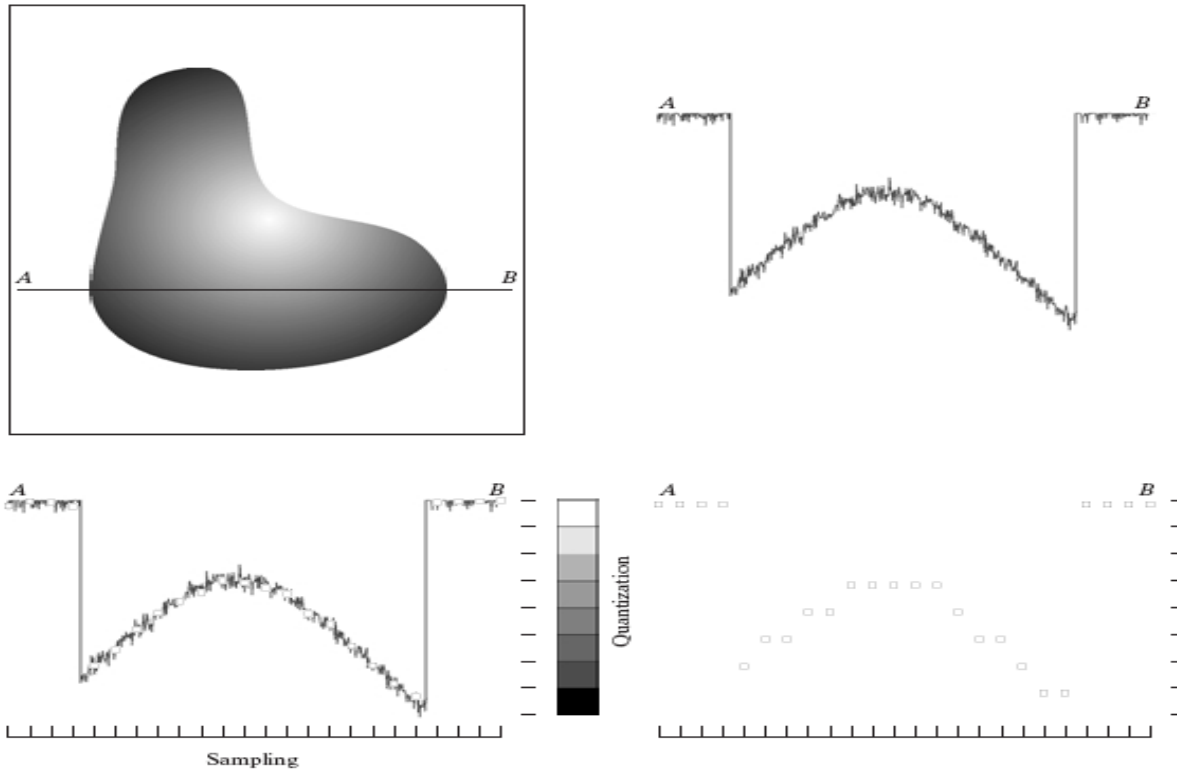
$$\text{donde } 0 < f(x, y) < \infty$$

$$y \quad 0 < r(x, y) < 1$$

Representación de Imágenes

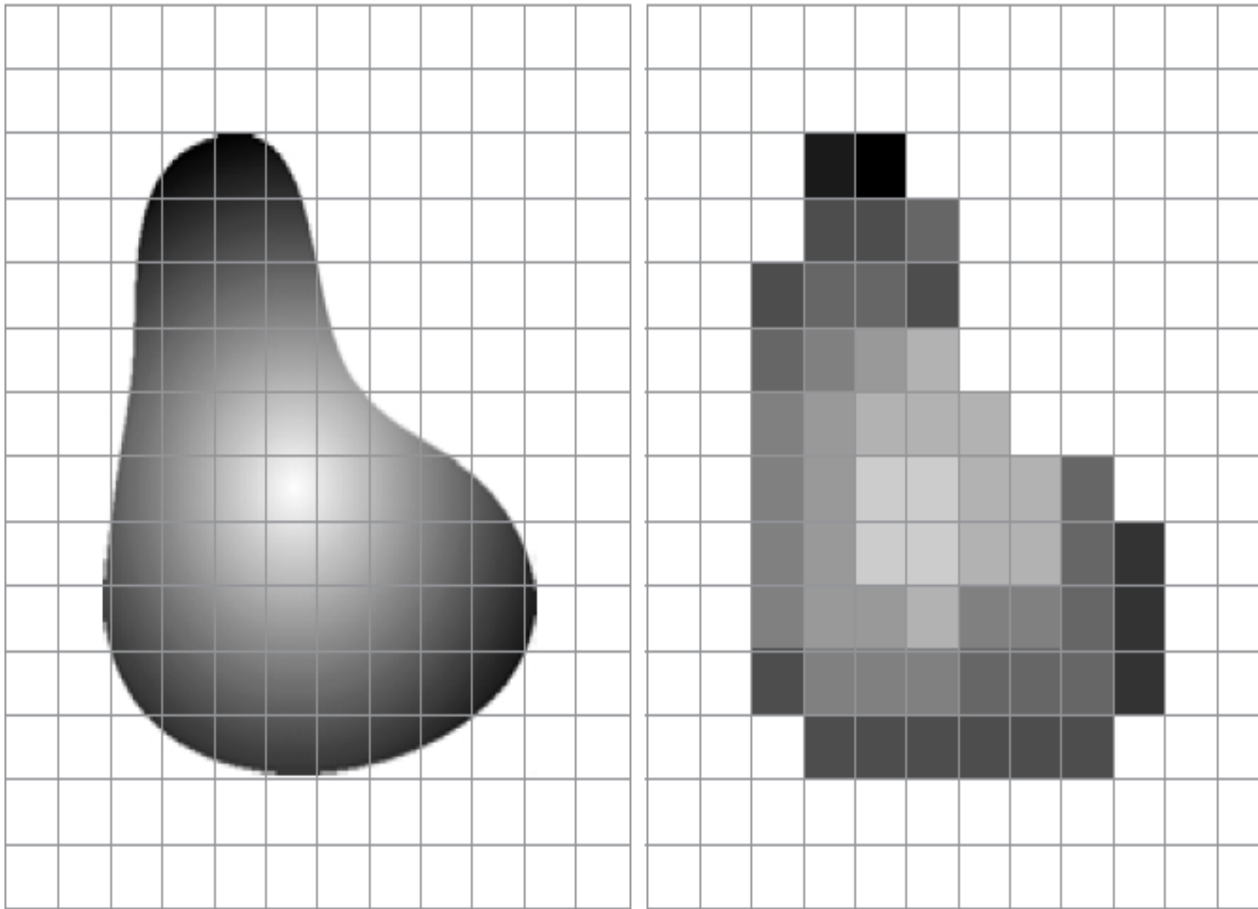
Muestreo Y Cuantizacion

Para poder procesar en un computador una imagen dada por una $f(x,y)$ debemos digitalizar la imagen. Para esto debemos muestrear la imagen en el espacio y su amplitud. La digitalización espacial es conocido como muestreo de la imagen mientras que la cuantizacion de su amplitud es conocido como la cuantizacion del nivel de gris



Representación de Imágenes

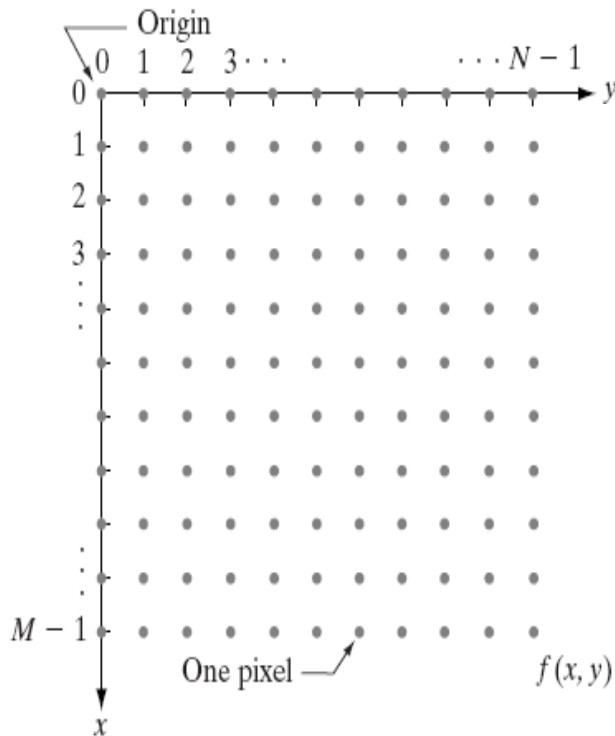
Muestreo Y Cuantizacion



Representación de Imágenes

Muestreo Y Cuantizacion

Cada elemento de la matriz de MxN es denominado píxel (Picture Element) o pel



$$f(x, y) = \begin{bmatrix} f(0, 0) & f(0, 1) & \cdots & f(0, N - 1) \\ f(1, 0) & f(1, 1) & \cdots & f(1, N - 1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f(M - 1, 0) & f(M - 1, 1) & \cdots & f(M - 1, N - 1) \end{bmatrix}.$$

M y N son enteros positivos mientras que L (Nro de niveles discretos permitidos para cada pixel) es típicamente una potencia entera de dos

$$L = 2^k \quad \text{Rango} \rightarrow [0 - L - 1]$$

Alto rango dinámico \rightarrow Buen contraste

Representación de Imágenes

Muestreo Y Cuantizacion

La cantidad de bits que se necesitan para guardar una imagen es:

$$B = N \times M \times k$$

Así una imagen de 1024 X 1024 con $k=8$ (cuantizada a 8 bits 256 niveles) será:

$$B = 8388608 \text{ bits}$$

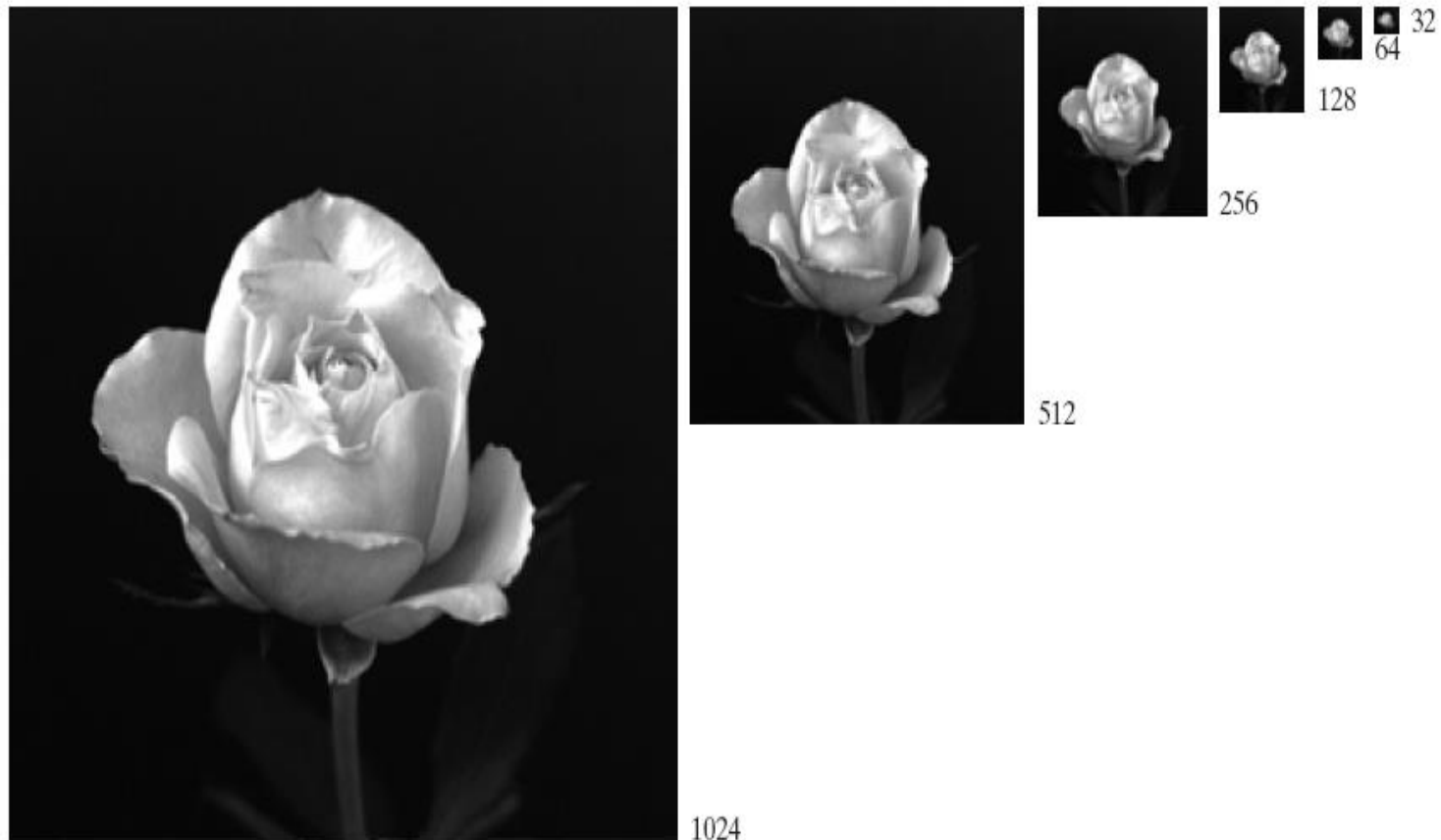
N/k	1 ($L = 2$)	2 ($L = 4$)	3 ($L = 8$)	4 ($L = 16$)	5 ($L = 32$)	6 ($L = 64$)	7 ($L = 128$)	8 ($L = 256$)
32	1,024	2,048	3,072	4,096	5,120	6,144	7,168	8,192
64	4,096	8,192	12,288	16,384	20,480	24,576	28,672	32,768
128	16,384	32,768	49,152	65,536	81,920	98,304	114,688	131,072
256	65,536	131,072	196,608	262,144	327,680	393,216	458,752	524,288
512	262,144	524,288	786,432	1,048,576	1,310,720	1,572,864	1,835,008	2,097,152
1024	1,048,576	2,097,152	3,145,728	4,194,304	5,242,880	6,291,456	7,340,032	8,388,608
2048	4,194,304	8,388,608	12,582,912	16,777,216	20,971,520	25,165,824	29,369,128	33,554,432
4096	16,777,216	33,554,432	50,331,648	67,108,864	83,886,080	100,663,296	117,440,512	134,217,728
8192	67,108,864	134,217,728	201,326,592	268,435,456	335,544,320	402,653,184	469,762,048	536,870,912

Tabla con $N=M$ con $k = 1..8$

Representación de Imágenes

Muestreo Y Cuantizacion

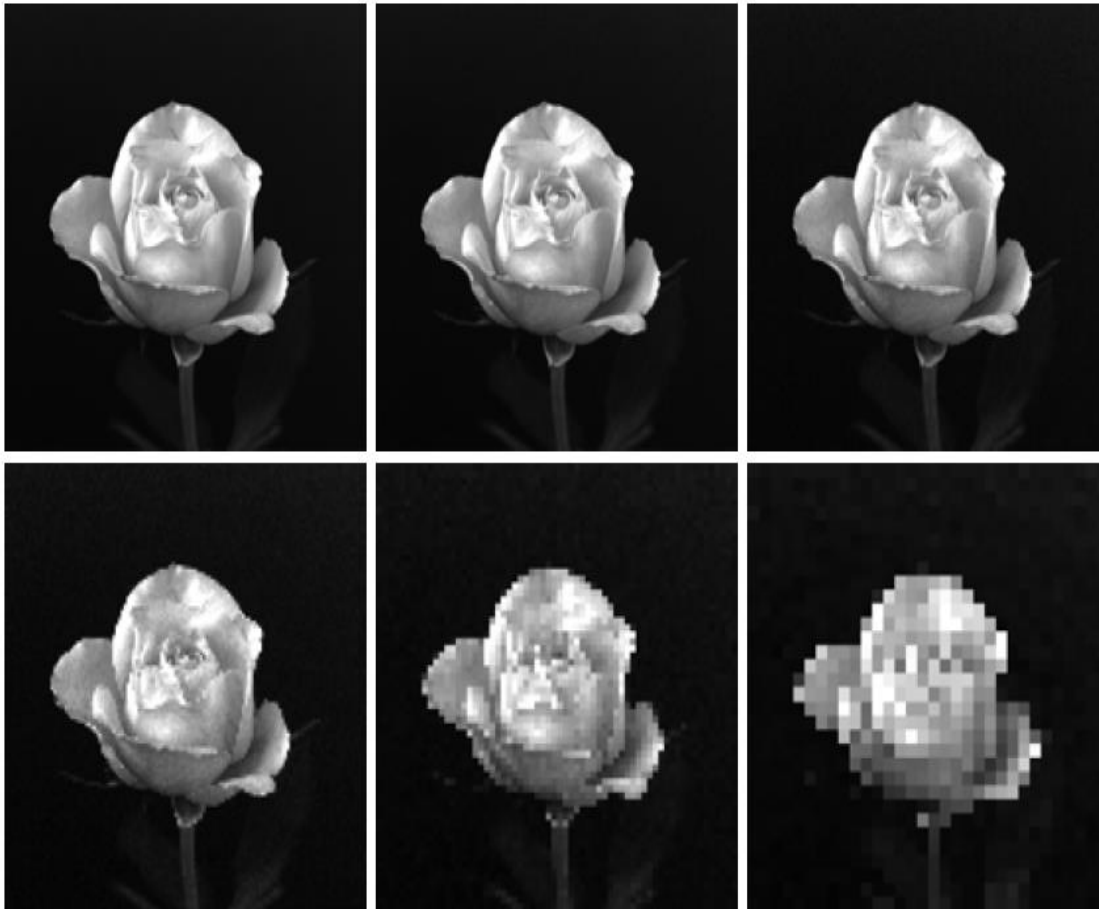
En la siguiente secuencia se parte de una imagen de 1024 X1024 donde se eliminaron filas y columnas de forma entrelazada (subsampling o decimacion) para obtener la de 512 X 512. Así se sigue con el resto de las imágenes



Representación de Imágenes

Muestreo Y Cuantizacion

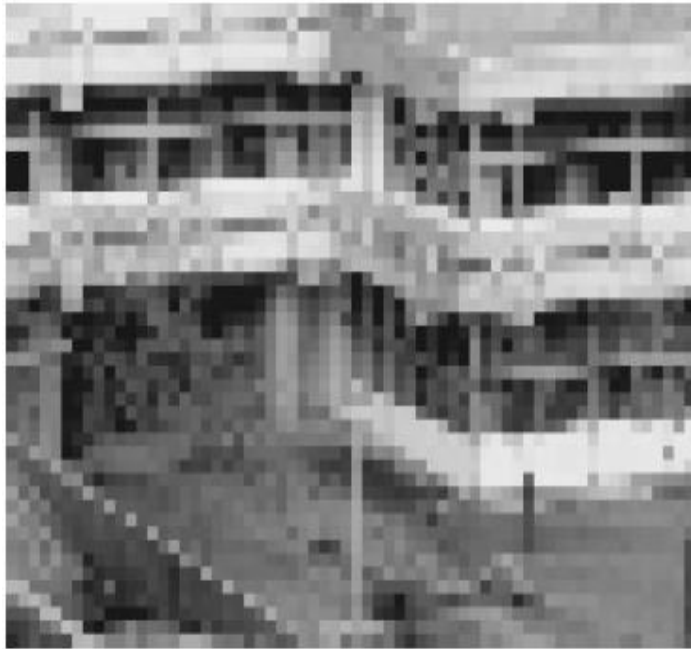
En la secuencia previa es difícil visualizar que ocurre con la degradación pues las imágenes son cada vez mas pequeñas. Una forma mas simple de visualizar es mantener el formato de 1024 X 1024 llevando todas las imágenes subsampleadas a 1024 X 1024 replicando pixeles.



Representación de Imágenes

Muestreo Y Cuantizacion

A medida que los píxeles se reducen en tamaño la calidad de la imagen mejora al punto que la imagen nos parece continua esto ocurre cuando el tamaño de los píxeles de la imagen es menor que la resolución espacial de nuestro sistema visual. Esto puede verificarse mirando la imagen desde diferentes distancias.



48×64

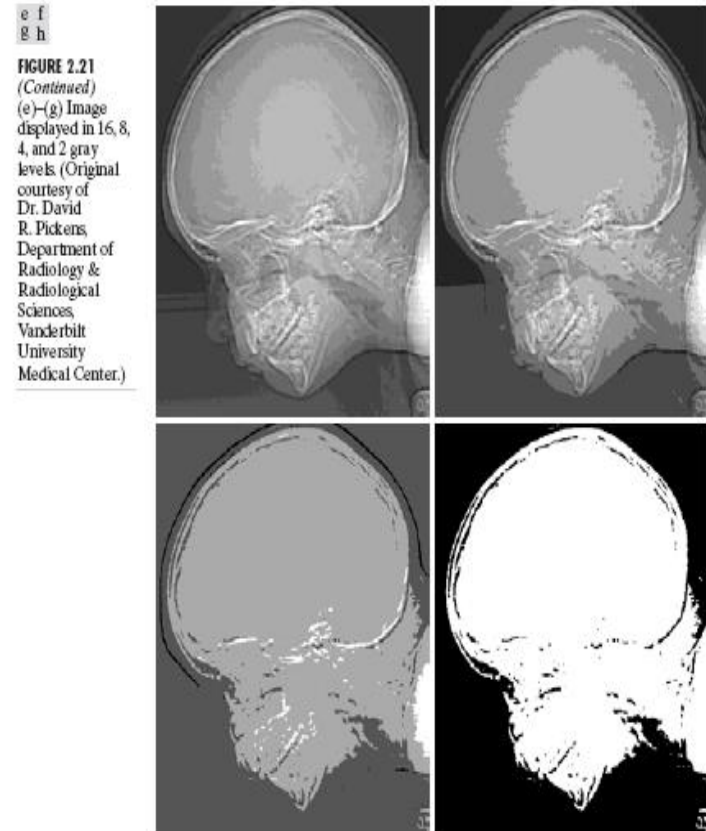
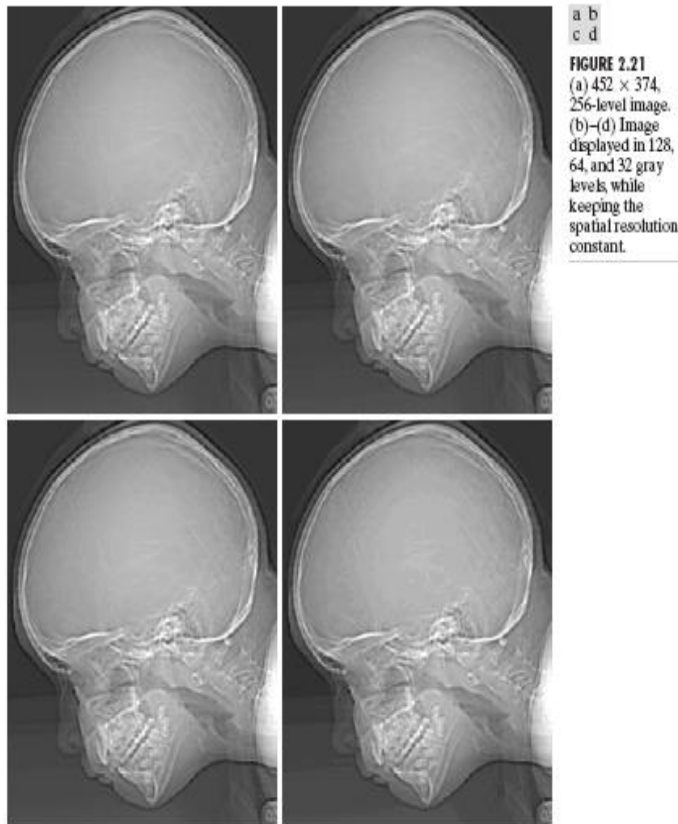


192×256

Representación de Imágenes

Muestreo Y Cuantizacion

En los ejemplos que siguen se mantiene constante la resolución espacial y se varia el numero de niveles de cuantizacion. Observar el falso contorno producido en las imágenes de la derecha similar a los vistos en contornos topograficos. Es interesante notar que como regla diaria las imágenes mas pequeñas con una calidad aceptable son de 256 x 256 y 64 niveles de gris



Representación de Imágenes

Muestreo Y Cuantizacion

Se han realizado pruebas con diferentes personas variando N y K usando las siguientes figuras.



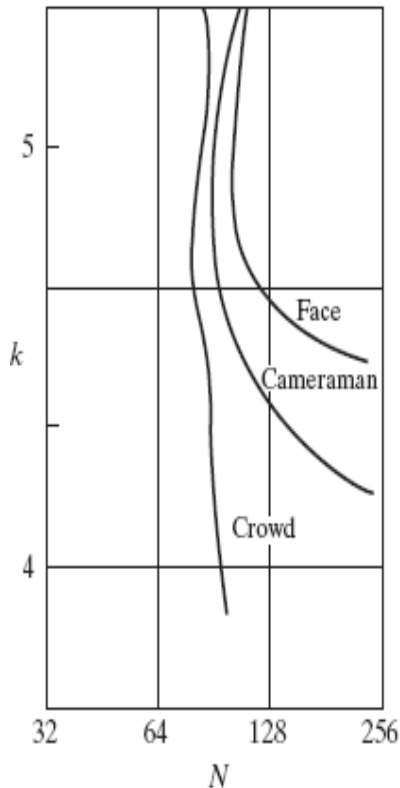
a b c

FIGURE 2.22 (a) Image with a low level of detail. (b) Image with a medium level of detail. (c) Image with a relatively large amount of detail. (Image (b) courtesy of the Massachusetts Institute of Technology.)

Representación de Imágenes

Muestreo Y Cuantizacion

A partir de estas obtuvieron las siguientes curvas de iso-preferencia subjetiva que corresponden a imágenes de igual calidad subjetiva



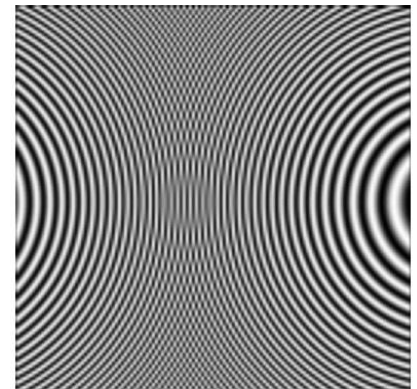
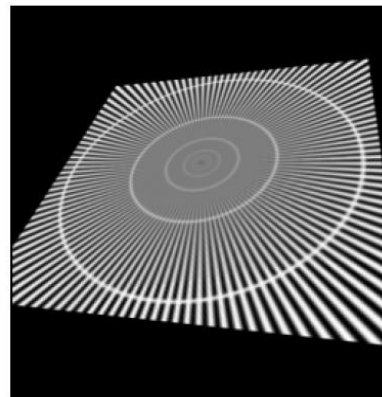
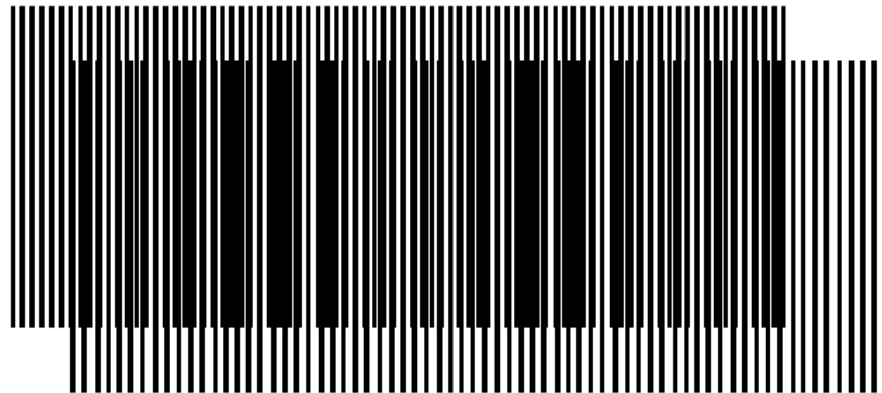
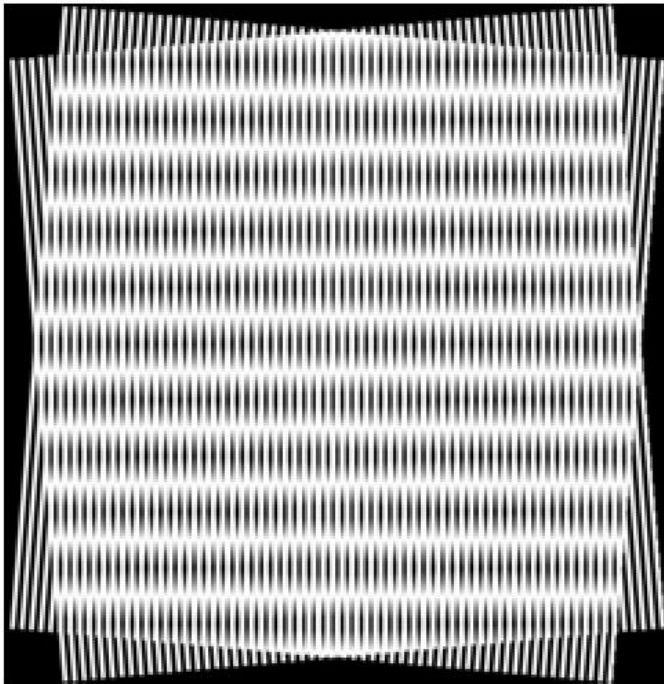
En el caso de la imagen de alta resolución vemos que la curva de iso-preferencia es mas vertical cuanto mas detalle contiene la imagen lo que significa que para un N dado la calidad de la imagen es casi independiente de la cantidad de niveles de gris usados. En las imágenes de menos detalle las iso-curvas se mantienen relativamente constantes en ciertas zonas en donde la resolución espacial debió ser incrementada. Esto se puede explicarse por el hecho de que una disminución en k se traduce en un mayor contraste aparente de la imagen lo que los humanos perciben como una imagen de mas calidad.

Representación de Imágenes

Muestreo Y Cuantizacion

Aliasing y patrones de Moire

Teorema de Muestreo \rightarrow Si Sub-muestreamos \rightarrow Aliasing



Representación de Imágenes

Matlab DIP Basics

Grayscale Images

Tipo de dato:

class uint8, uint16, int16, single, or double.

Min=0 Negro Max= 255 (uint 8)

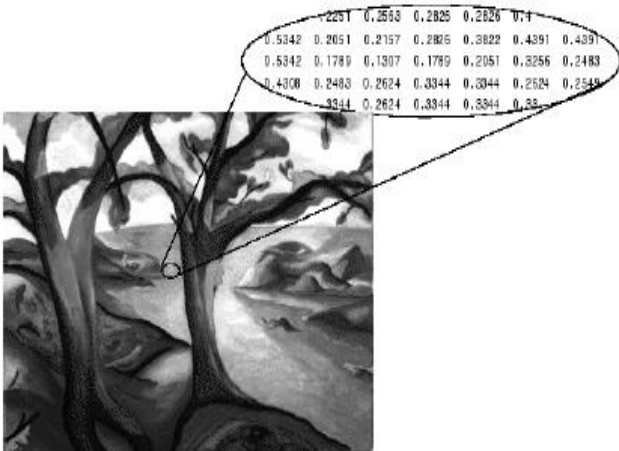
`lena=imread('lena.png');` -- lectura

`imshow(lena)` – Mostrar

`lena(500:512,:)=0;` – Modificar (leer)

`imtool(lena)` -- Image tool

`I = zeros(1000,1000,'uint8')` – Crear una imagen

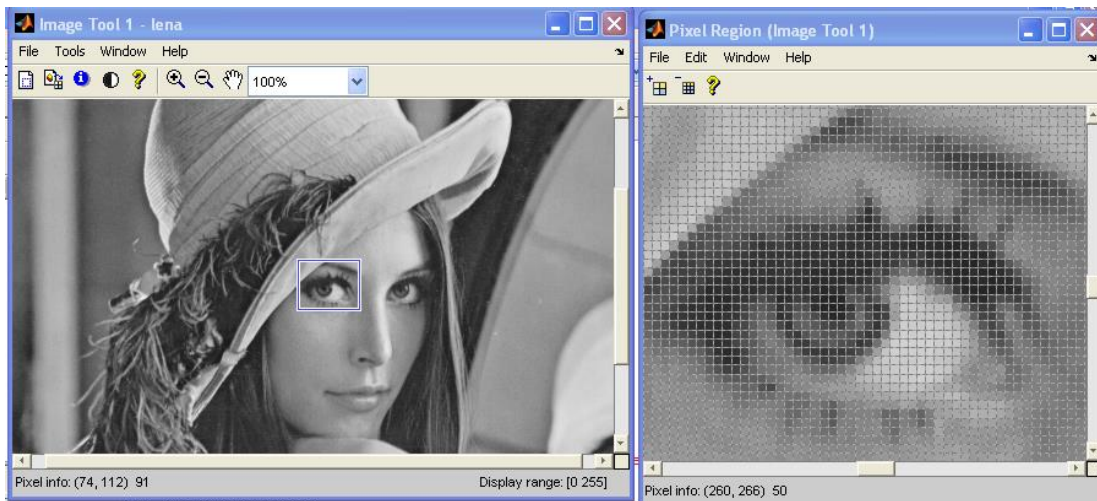


Representación de Imágenes

Maltab DIP Basics

Image tool

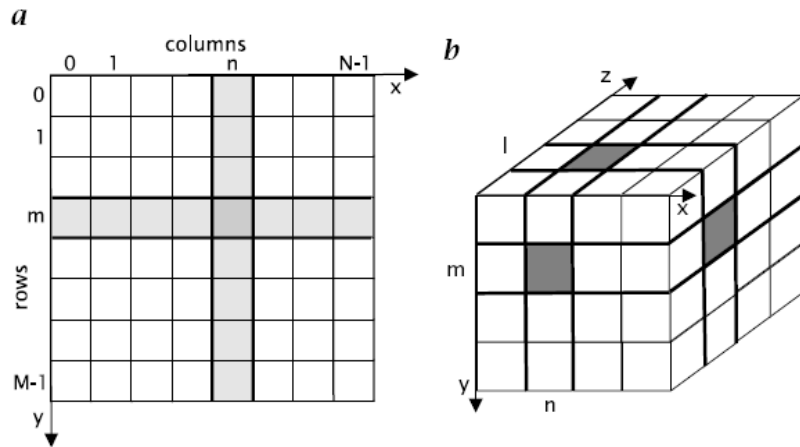
`imtool(lena) -- Image tool`



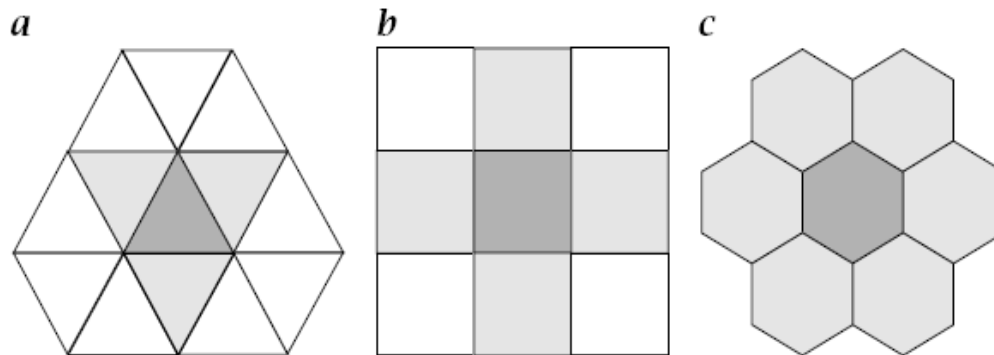
The screenshot shows the 'Pixel Region (Image Tool 1)' window with a grid of pixel values. The status bar at the bottom left shows 'Pixel info: (267, 260) 49'.

47	49	48	46	50	59	48	56	64
46	48	46	47	44	51	55	63	68
42	47	46	47	48	79	66	98	104
46	47	44	50	56	70	90	138	144
46	48	76	62	69	94	128	162	168
36	40	88	87	65	86	121	174	180
36	39	56	90	65	50	72	163	169

Representación de Imágenes



Sample 1-D Signals
Pixel 2-D Images
Voxel 3D Images



Grillas: Triangular, Rectangular, Hexagonal

Representación de Imágenes

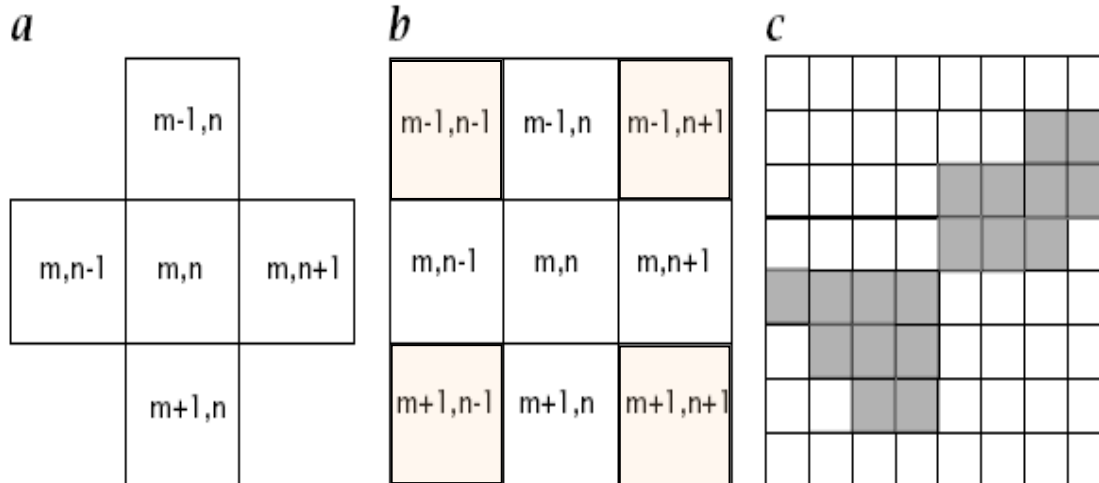
Relaciones entre los vecindarios de un píxel

Podemos definir una imagen como la interconexión de vecindarios. En el caso de una grilla rectangular estas regiones quedan definidas de la siguiente forma:

$$N_4(p) \rightarrow (x+1, y), (x-1, y), (x, y+1), (x, y-1)$$

$$N_D(p) \rightarrow (x+1, y+1), (x+1, y-1), (x-1, y+1), (x-1, y-1)$$

$$N_8(p) \rightarrow N_D(p) + N_4(p)$$



En la fig c tenemos un objeto definido por N_8 que a su vez esta definido por dos objetos N_4 .

Representación de Imágenes

Conectividad

Para establecer si dos píxeles están en contacto debemos analizar si son adyacentes de acuerdo a algún criterio (pej: N_4) y si sus niveles de gris satisfacen algún criterio de similitud.

Ejemplo;

Si definimos a V como el conjunto de píxeles que tienen igual valor o rango de valores.

A- en una imagen binaria $V=\{1\}$ es decir todos los píxeles de valor 1 están conectados

B- $V=\{32\dots64\}$ en una imagen todos los valores entre 32 a 64 están conectados.

Representación de Imágenes

Conectividad

Podemos definir entonces los siguientes tipos de conectividad:

- a- Conectividad tipo 4: Dos pixeles p y q están conectados si pertenecen al conjunto V y q pertenece a $N_4(p)$
- b- Conectividad tipo 8: Dos pixeles p y q están conectados si pertenecen al conjunto V y q pertenece a $N_8(p)$.
- c- Conectividad mixta: Dos pixeles p y q están m-conectados si pertenecen al conjunto V y
 - 1- q pertenece a $N_4(p)$ o
 - 2- q pertenece a $N_D(p)$ y el conjunto $N_4(p) \cap N_4(q)$ No tiene pixeles cuyos valores provienen de V de esta manera se evitan conexiones mediante rutas múltiples

Representación de Imágenes

0	1	1
0	1	0
0	0	1

0	1	1
0	1	0
0	0	1

0	1	1
0	1	0
0	0	1

Conectividad N_8

Conectividad - m

Representación de Imágenes

Caminos

Un camino es una secuencia de pixels que van de un pixel $p(x,y)$ a otro pixel $q(s,t)$ dada por la secuencia:

$(x_0, y_0) (x_1, y_1) \dots (x_n, y_n)$

donde $(x_0, y_0) = p(x, y)$ y $(x_n, y_n) = q(s, t)$

siendo (x_{i-1}, y_{i-1}) adyacentes para $1 \leq i \leq n$.

El valor de n es la longitud del camino.

0	1	1
0	1	0
0	0	1

0	1	1
0	1	0
0	0	1

0	1	1
0	1	0
0	0	1

Representación de Imágenes

Definiciones

- Sea S un subconjunto de píxeles de una imagen. Dos píxeles p y q se dice que están **conectados** dentro de S si existe un camino entre ellos formado por píxeles pertenecientes a S .
- Todo píxel p en S , el conjunto de píxeles de S que se encuentran conectados a p forman un **componente conectado**. Si S tiene un solo componente conectado entonces el conjunto S lo llamaremos **conjunto conectado**.
- Sea R un subconjunto de píxeles pertenecientes a una imagen. Llamaremos a R una **región** si R es un conjunto conectado.
- Llamaremos **borde o contorno** de una imagen de una región R cuyo conjunto de píxeles tienen uno mas vecindarios que no se encuentran en R . Si la región es toda la imagen entonces el contorno será la primera y ultima fila así como la primera y ultima columna. (Tener presente que una imagen es una región rectangular)

Representación de Imágenes

Medición de distancias

Dados tres píxeles p , q y z de coordenadas (x,y) , (s,t) y (v,w) respectivamente entonces D es una métrica de distancia si:

- (a) $D(p, q) \geq 0$ ($D(p, q) = 0$ iff $p = q$),
- (b) $D(p, q) = D(q, p)$, and
- (c) $D(p, z) \leq D(p, q) + D(q, z)$.

- Distancia Euclídea: $De(p, q) = \sqrt{[(x-s)^2 + (y-t)^2]}$

Para esta métrica píxeles que tengan una distancia menor o igual a un valor r desde (x,y) son puntos contenidos en un círculo de radio r centrado en (x,y)

- Distancia Ciudadana: $D_4(p, q) = |x-s| + |y-t|$

En este caso los píxeles que tienen una distancia menor o igual a r forman un diamante centrado en (x,y) . Ej $r \leq 2$: (observar que los píxeles $D_4 = 1$ pertenecen a un vecindario N_4)

$$\begin{array}{ccccc} & & 2 & & \\ & 2 & 1 & 2 & \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ & 2 & 1 & 2 & \\ & & 2 & & \end{array}$$

Representación de Imágenes

Medición de distancias (cont)

- Distancia del tablero de ajedrez (D_8)

$$D_8(p, q) = \max(|x - s|, |y - t|)$$

En este caso los píxeles que tienen una distancia menor o igual a r forman un cuadrado centrado en (x, y) .

Ej $r \leq 2$: (observar que los píxeles $D_8 = 1$ pertenecen a un vecindario N_8)

2	2	2	2	2
2	1	1	1	2
2	1	0	1	2
2	1	1	1	2
2	2	2	2	2

Representación de Imágenes

No siempre usamos grillas rectangulares

- Una alternativa en 2-D es la grilla hexagonal
- Ventajas

Todos los vecindarios están a igual distancia

Todos los vecindarios comparten un borde

Tenemos 3 direcciones con igual distancia vs 2 en la grilla rectangular

