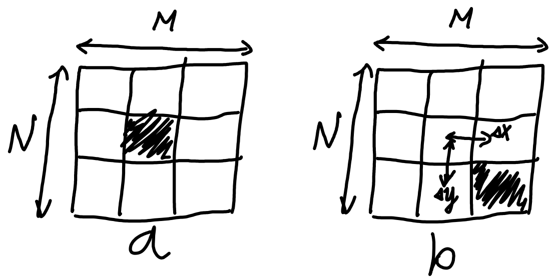
Sean a y b dos imagenes | b sea a desplazada un Δx y un Δy



I_i es la 2D-DFT de la imágen i

Por la propiedad de desplazamiento en fase:

$$I_b = I_a\, e^{-2\pi i\left(\frac{u\Delta x}{M}+\frac{v\Delta y}{N}\right)}$$

Al conjugar I_b:

$$I_b^{(c)} = I_a^{(c)}\, e^{2\pi i\left(\frac{u\Delta x}{M}+\frac{v\Delta y}{N}\right)}$$

Entonces:

$$R(u,v) = \frac{I_a \otimes I_b^{(c)}}{\left|I_a \otimes I_b^{(c)}\right|} = \frac{I_a \otimes I_a^{(c)} \cdot e^{2\pi i\left(\frac{u\Delta x}{M}+\frac{v\Delta y}{N}\right)}}{\left|I_a \otimes I_a^{(c)} \cdot e^{2\pi i\left(\frac{u\Delta x}{M}+\frac{v\Delta y}{N}\right)}\right|}$$

$$= \underbrace{\frac{I_a \otimes I_a^{(c)}}{\left|I_a \otimes I_a^{(c)}\right|}}_{=1} \cdot e^{2\pi i\left(\frac{u\Delta x}{M}+\frac{v\Delta y}{N}\right)} = e^{2\pi i\left(\frac{u\Delta x}{M}+\frac{v\Delta y}{N}\right)}$$

$|e^{2\pi i x}| = 1 \ \forall x \in \mathbb{R}$

$$r(x,y) = \mathrm{IDFT}\left[e^{2\pi i\left(\frac{u\Delta x}{M}+\frac{v\Delta y}{N}\right)}\right]$$

$$r(x,y) = \delta(x+\Delta x,\, y+\Delta y)$$

Al ser una δ, $r(x,y) = 0 \ \forall x,y$ salvo en $(-\Delta x, -\Delta y)$