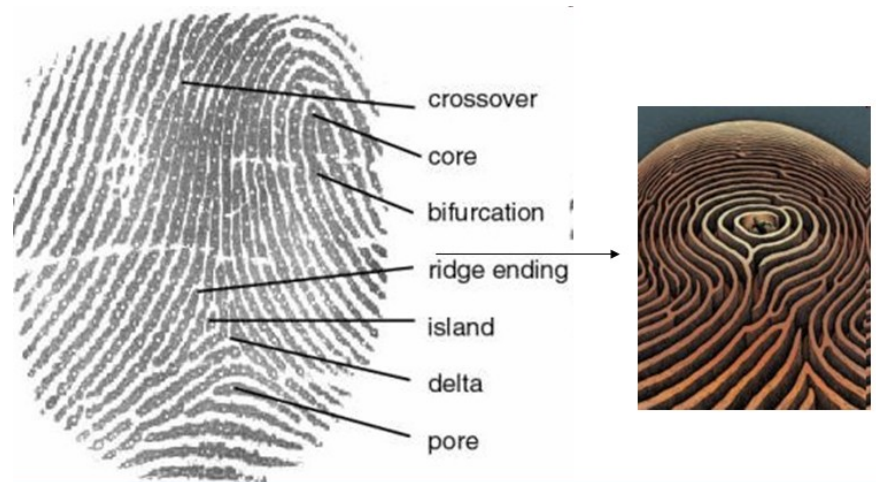
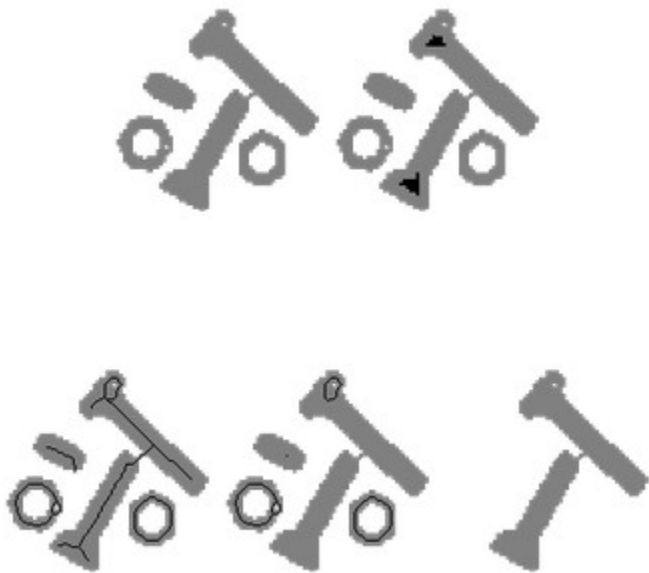


Procesamiento Morfológico de imágenes



Binary Image Processing

- Introduction
- Set theory review
- Morphological filtering operators
 - Erosion and dilation
 - Opening and closing
 - Hit-or-miss
 - Boundary extraction
 - Region-filling
 - Thinning (for finding skeleton)
- Other processing algorithms
 - Area calculation, finding connected components
 - Skeleton finding via distance transform

Procesamiento Morfológico de imágenes

Imágenes Binarias

Imágenes Binarias :

Consisten de solo dos colores (tonos): Blanco y Negro

Ejemplo numerico

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	255	255	255	255	0	0
0	0	255	255	255	255	0	0
0	0	255	255	255	255	0	0
0	0	255	255	255	255	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

Procesamiento Morfológico de imágenes

Porque Imágenes Binarias ?

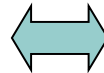
Dado que los pixeles son blancos y negros las zonas con pixeles blancos y negros contienen toda la información

Ejemplo:

0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	1	1
0	0	1	1

$f(m,n)$

Representación matricial



$L=\{(3,3),(3,4),(4,3),(4,4)\}$



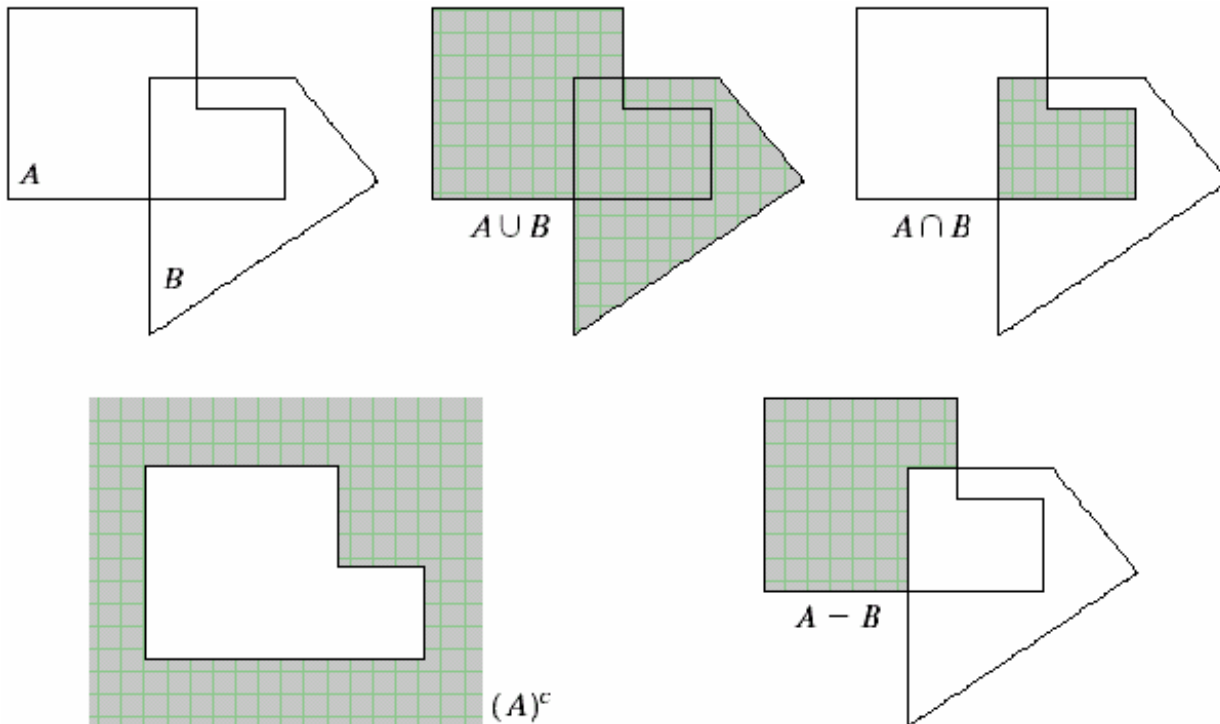
Ubicación de los píxeles blancos

Representación mediante conjuntos

Binary Image Processing

- Introduction
- Set theory review
- Morphological filtering operators
 - Erosion and dilation
 - Opening and closing
 - Hit-or-miss
 - Boundary extraction
 - Region-filling
 - Thinning (for finding skeleton)
- Other processing algorithms
 - Area calculation, finding connected components
 - Skeleton finding via distance transform

Revisión de la teoría de conjuntos



$$A^c = \{w \mid w \notin A\}$$

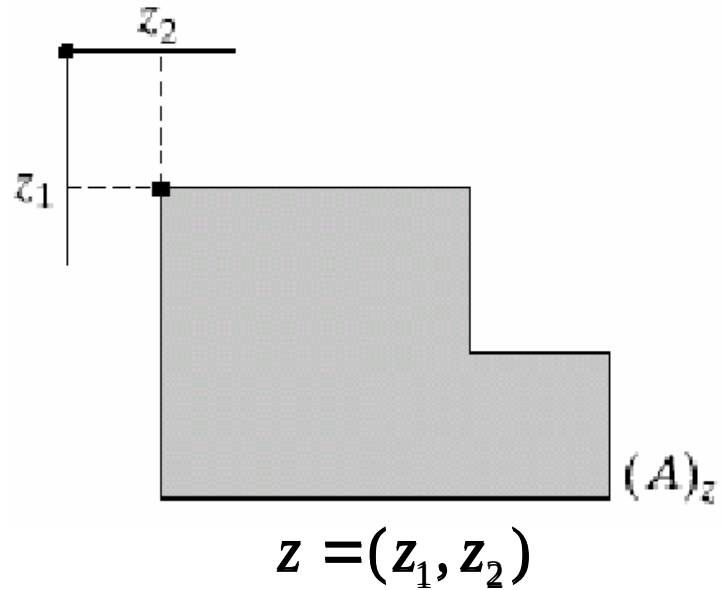
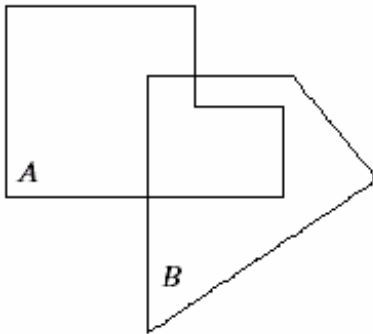
$$A - B = \{w \mid w \in A, w \notin B\} = A \cap B^c$$

Pensar a los conjuntos A y B como colección de coordenadas espaciales

Operador Translación

$$(A)_z = \{w \mid w = a + z, a \in A\}$$

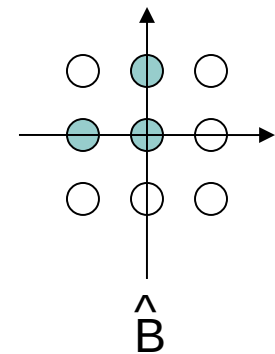
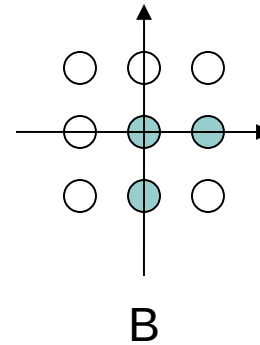
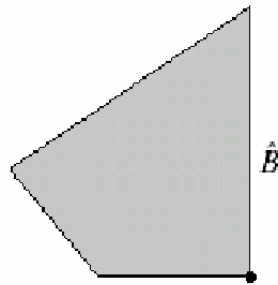
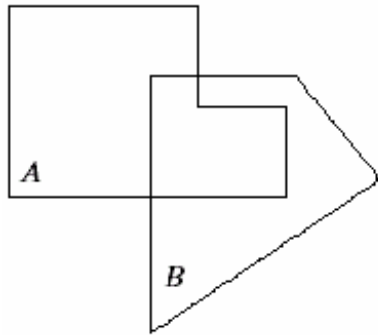
Ejemplo



Operador Reflexión

$$\hat{B} = \{w \mid w = -b, b \in B\}$$

Example



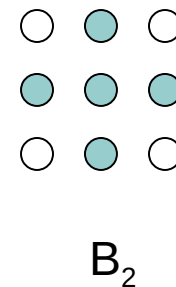
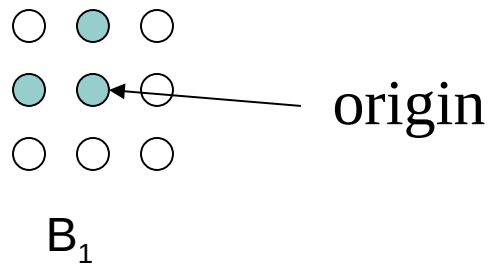
Binary Image Processing

- Introduction
- Set theory review
- Morphological filtering operators
 - Erosion and dilation
 - Opening and closing
 - Hit-or-miss
 - Boundary extraction
 - Region-filling
 - Thinning (for finding skeleton)
- Other processing algorithms
 - Area calculation, finding connected components
 - Skeleton finding via distance transform

Elemento Estructural

Definición: Es un conjunto de puntos con un origen dado

Ejemplos



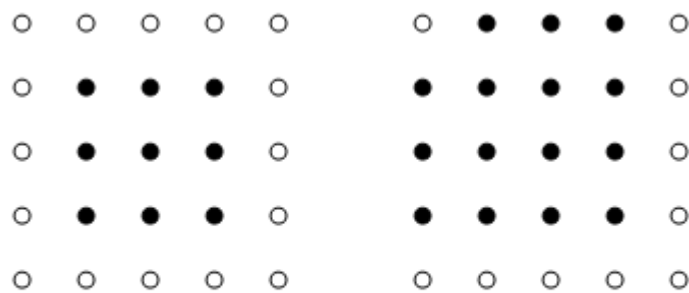
Nota: Un elemento estructural diferente da como resultado diferentes resultados

Dilación

Definición $Y = X \oplus B = \{z \mid (\hat{B})_z \cap X \neq \emptyset\}$

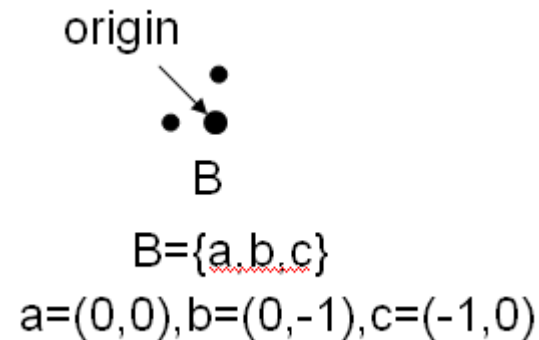
Reglas

- 1 Si el origen del elemento estructural coincide con un '0' en la imagen no hay cambio alguno y pasamos al próximo pixel.
- 2 Si el origen del elemento estructural coincide con un '1' en la imagen realizar la operación lógica OR sobre todos los píxeles del elemento estructural.



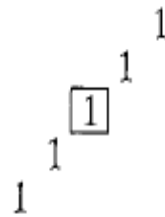
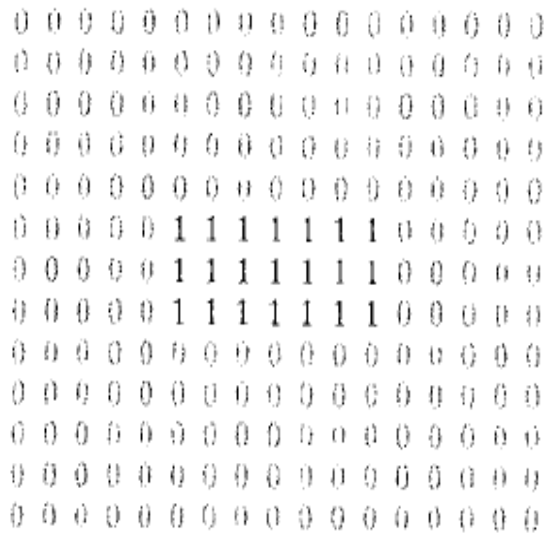
X

$X \oplus B$

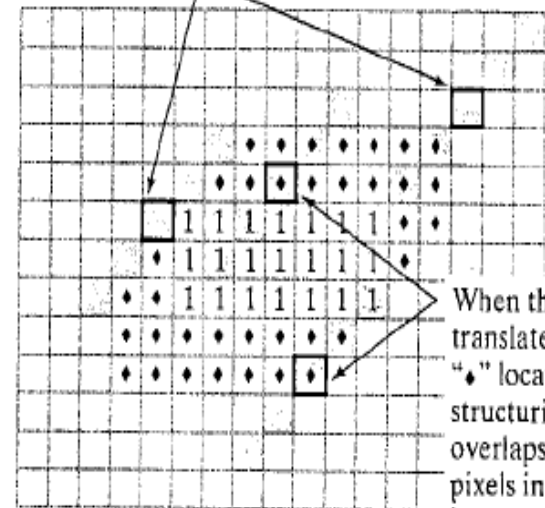


Dilación

Definición $Y = X \oplus B = \{z \mid (\hat{B})_z \cap X \neq \emptyset\}$

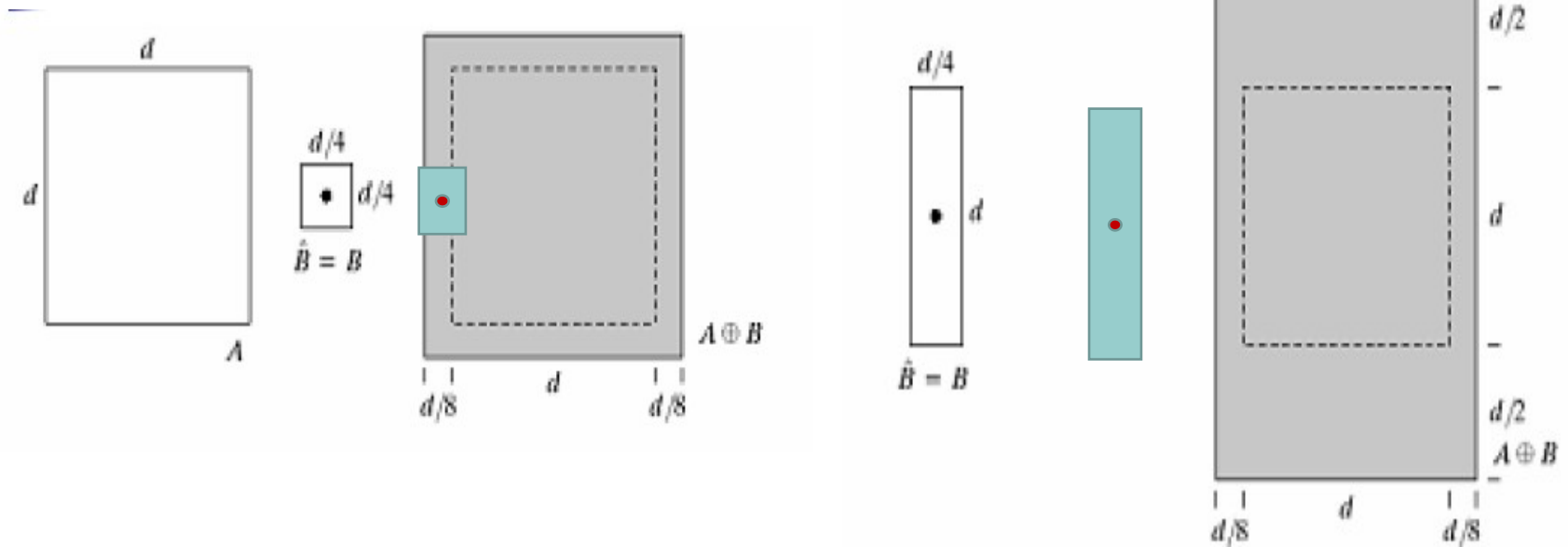


The structuring element translated to these locations does not overlap any 1-valued pixels in the original image.



When the origin is translated to the "◆" locations, the structuring element overlaps 1-valued pixels in the original image.

Dilación Ejemplos



Dilación Ejemplos

```
>> A = imread('broken_text.tif');  
>> B = [0 1 0; 1 1 1; 0 1 0];  
>> A2 = imdilate(A, B);  
>> imshow(A2)
```

Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.

Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.

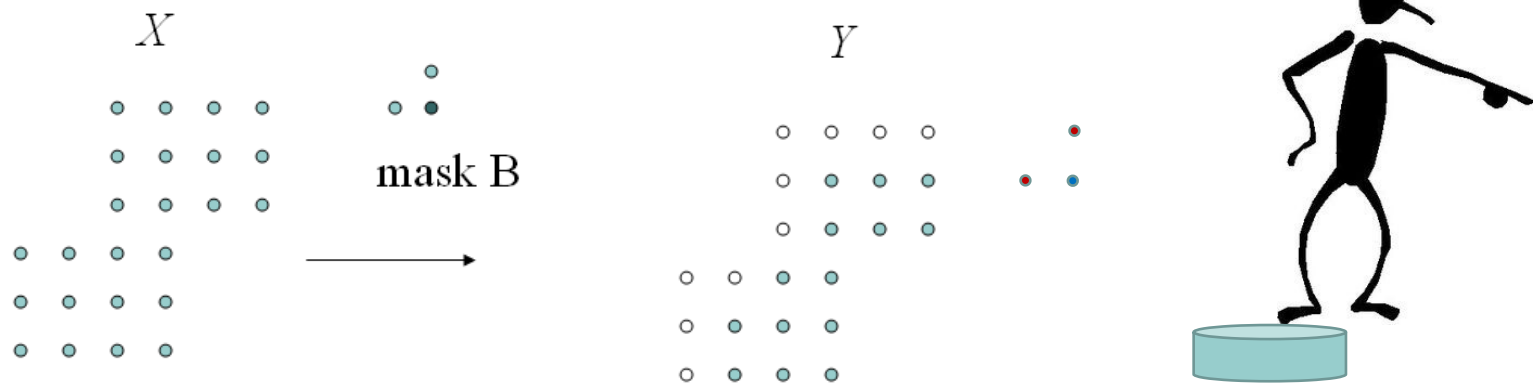
Erosion

Definition

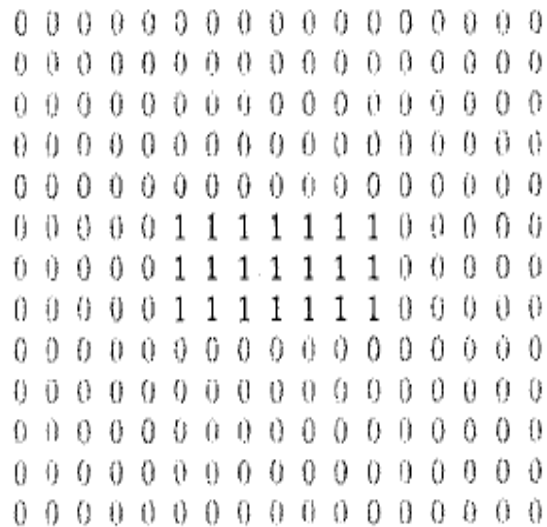
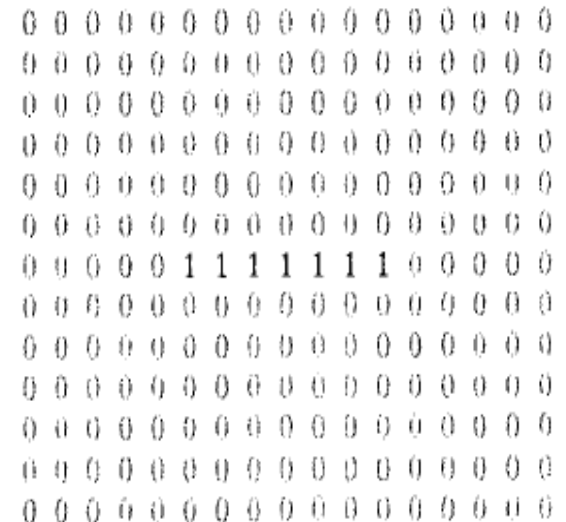
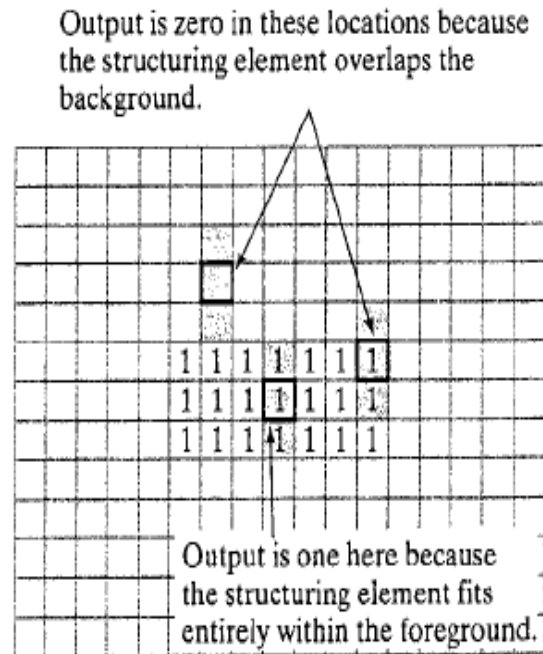
$$Y = X \ominus B = \{x : B_x \subset X\} = \{x : B_x \cap X^c = \emptyset\}$$

Reglas

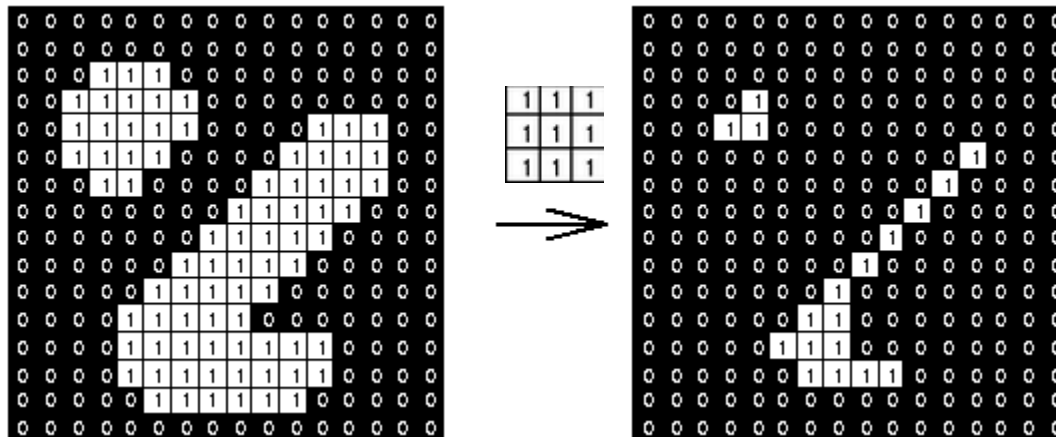
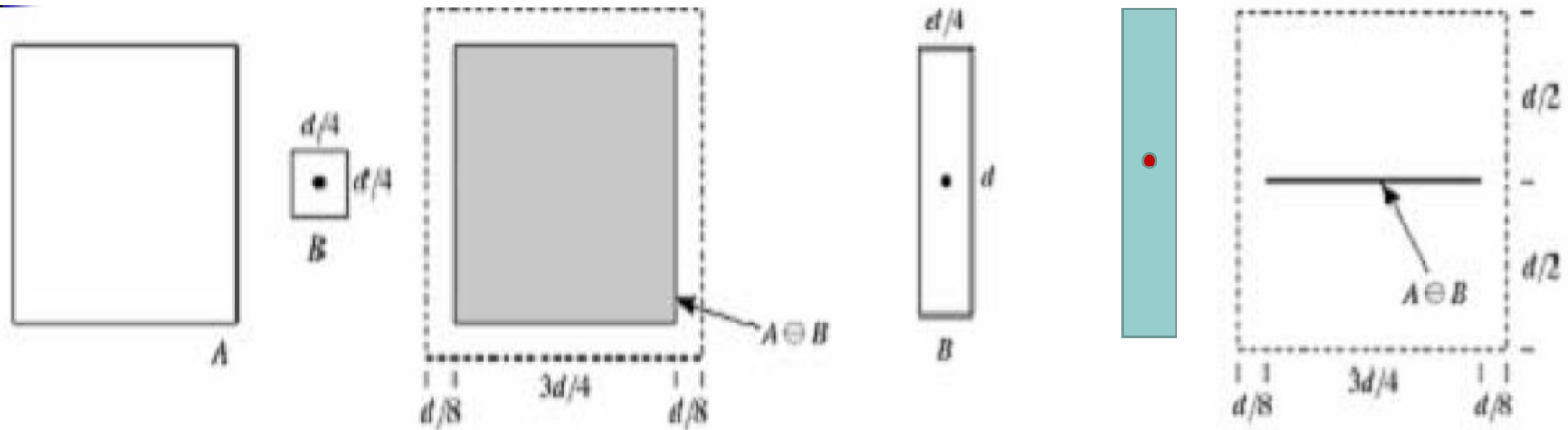
- 1 Si el origen del elemento estructural coincide con un '0' en la imagen no hay cambio alguno y pasamos al próximo pixel.
- 2 Si el origen del elemento estructural coincide con un '1' en la imagen y cualquiera de los '1' del elemento estructural se extiende mas allá del objeto (píxeles en '1' en la imagen) entonces se cambia el píxel en '1' en la imagen a '0'.



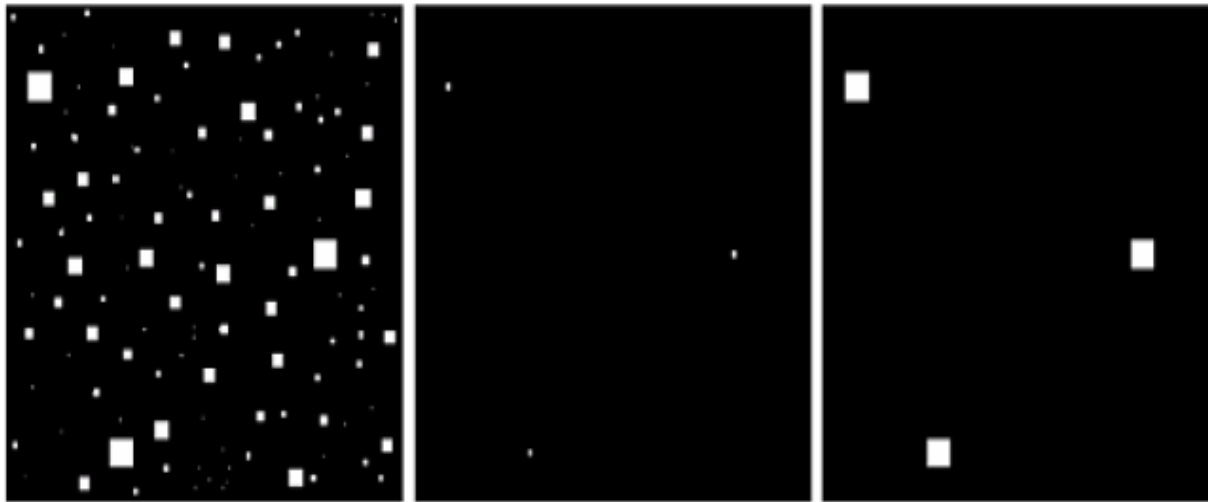
Erosion


$$\frac{1}{\boxed{1}}_1$$


Erosión Ejemplos



Erosión Ejemplos



a b c (a) imagen de cuadrados de tamaños 1 3 5 7 9 y 15 píxeles de lado. (b) Erosión de (a) con un elemento cuadrado de unos de 13 píxeles de lado. (c) Dilatación de (b) con el mismo elemento estructural.

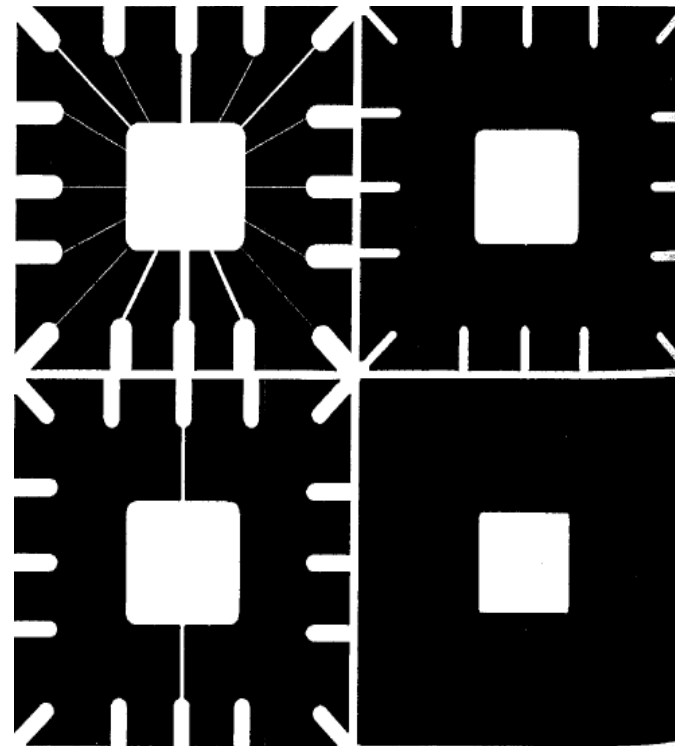
Elemento estructural $B = 13 \times 13$ píxeles de 1s

La erosión elimina detalles irrelevantes

Erosión Ejemplos

```
se = strel('disk', 5);  
A3 = imerode(A, se);  
imshow(A3)
```

```
A4 = imerode(A, strel('disk', 20));  
imshow(A4)
```



a b
c d

- (a) Original image.
- (b) Erosion with a disk of radius 10.
- (c) Erosion with a disk of radius 5.
- (d) Erosion with a disk of radius 20.

Dualidad

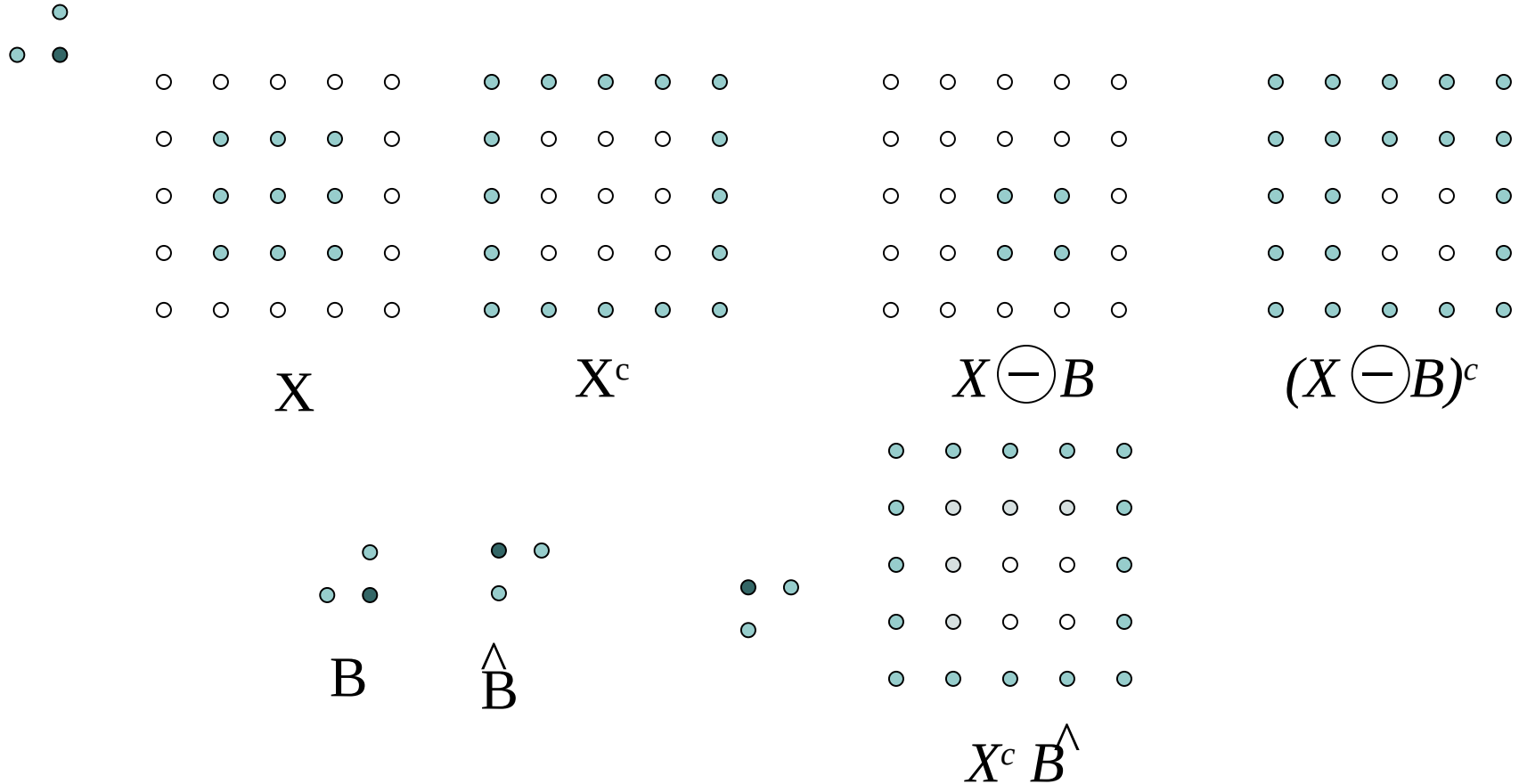
$$(X \ominus B)^c = X^c \hat{B}$$

Demo:

$$\begin{aligned}(X \ominus B)^c &= \{z \mid B_z A\}^c \\ &= \{z \mid B_z A^c = \}^c \\ &= \{z \mid B_z A^c \} \\ &= X^c \hat{B}\end{aligned}$$

$$(X \ominus B)^c = X^c \hat{B}$$

Example



Binary Image Processing

- Introduction
- Set theory review
- Morphological filtering operators
 - Erosion and dilation
 - Opening and closing
 - Hit-or-miss
 - Boundary extraction
 - Region-filling
 - Thinning (for finding skeleton)
- Other processing algorithms
 - Area calculation, finding connected components
 - Skeleton finding via distance transform

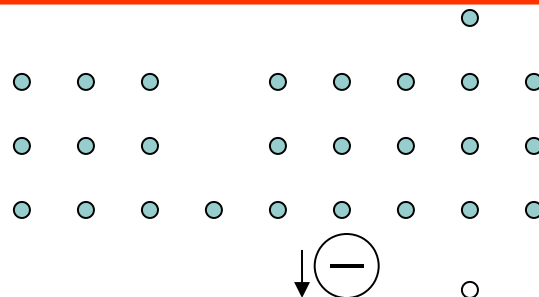
Apertura: erosión seguida de dilatación.

Definición

$$X \circ B = (X \ominus B) \oplus B$$

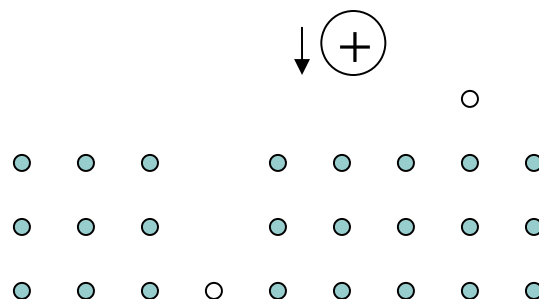
Ejemplo

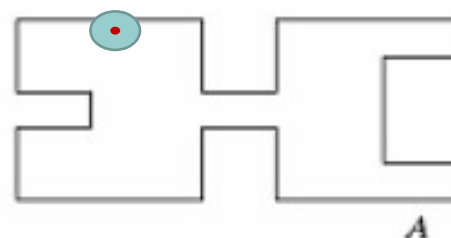
X



mask B

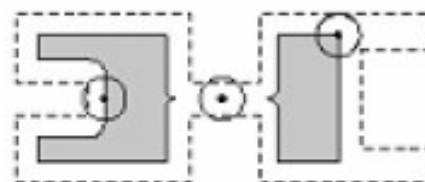
$X \circ B$



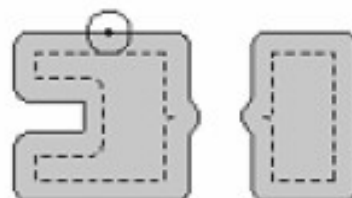


$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$

A



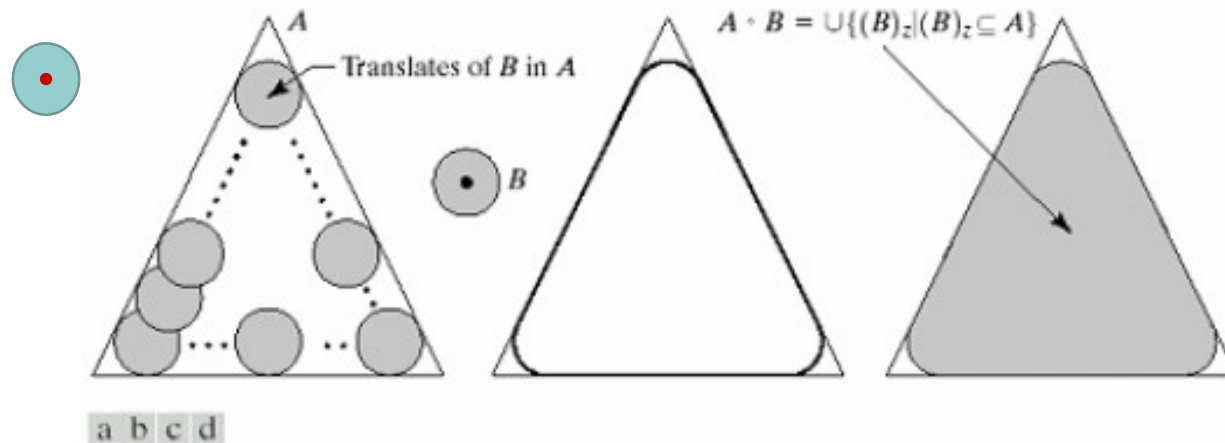
$A \ominus B$



$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$

APERTURA. (a) conjunto *A*. (b) Varias posiciones del círculo que erosiona *A*. (c) notar como se ha eliminado la unión entre las dos partes principales de *A*. El elemento estructural no pudo caber completamente. (d) dilatación del conjunto erosionado. (e) resultado final de la operación de apertura. Las esquinas exteriores redondeadas, esquinas interiores no redondeadas.

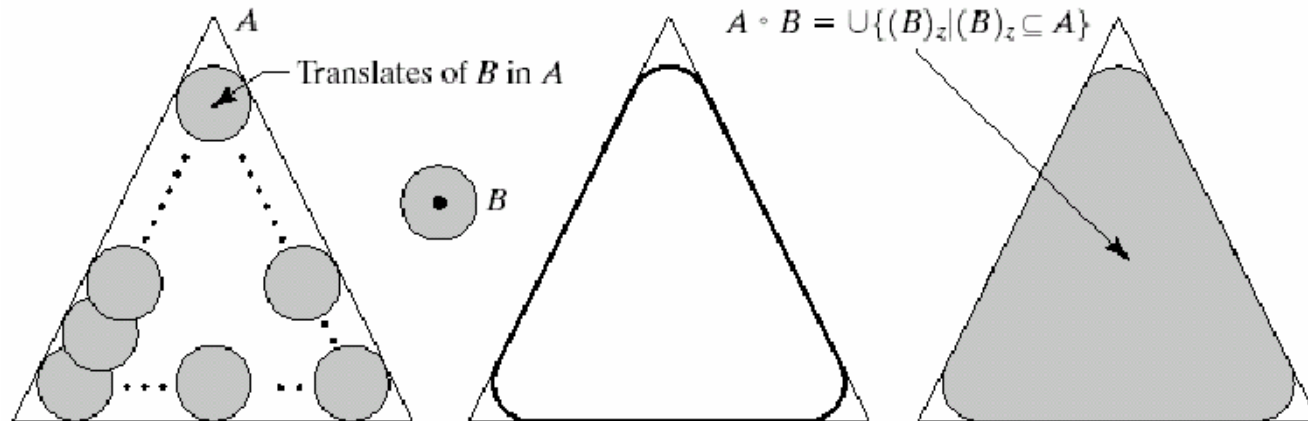
Apertura, generalmente suaviza el contorno de un elemento, rompe uniones angostas (istmos) y elimina salientes finas.



(a) elemento B rodando a lo largo del borde interior de A . (b) Elemento estructural. (c) línea gruesa indica el borde de la apertura. (d) apertura completa.

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$

Interpretación geométrica del operador apertura



Apertura,

Otra interpretación más gráfica: trasladar B dentro de A , como tocando el borde interiormente.

En expresión de conjuntos: la apertura de A por B , se obtiene tomando la unión de todas las traslaciones de B , tal que B está todo dentro de A .

$$A \circ B = \cup \{ (B)_z \mid (B)_z \subseteq A \}$$

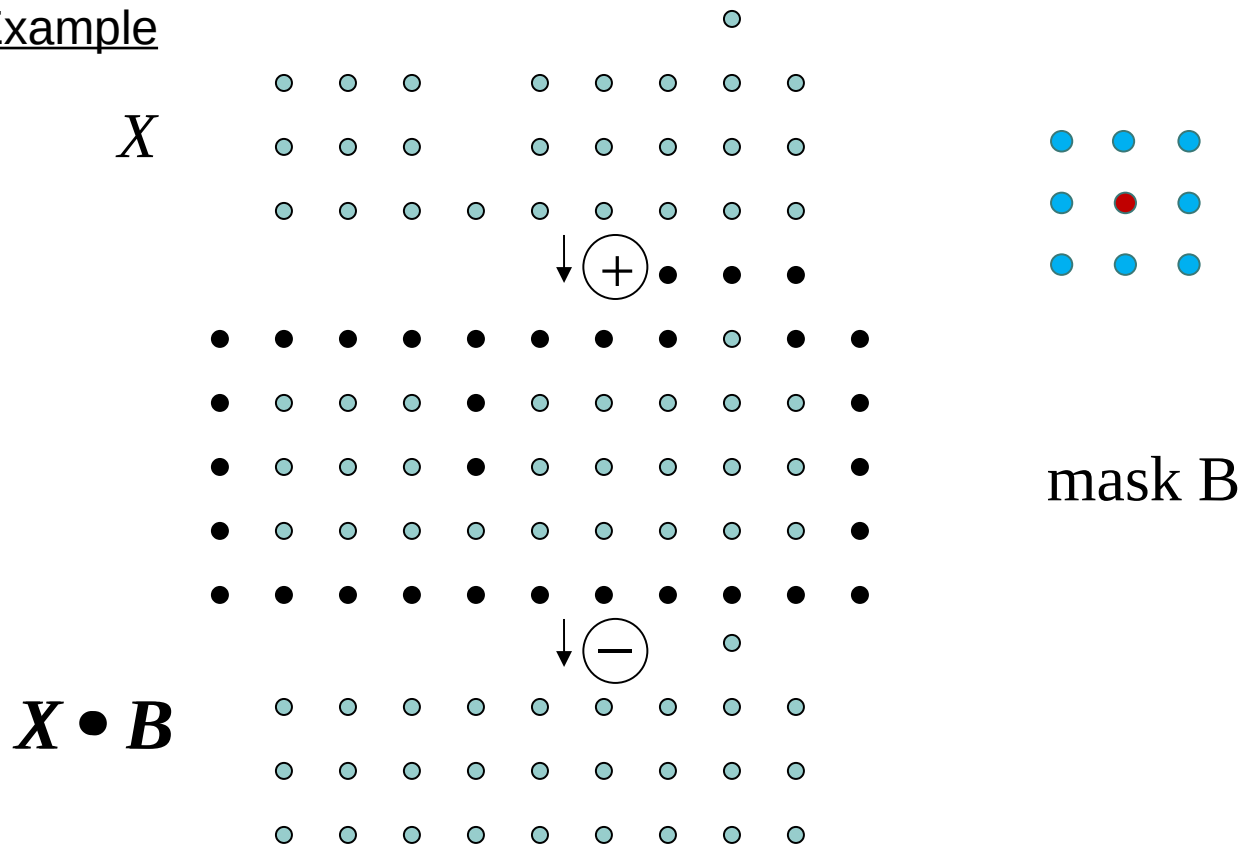
Dilación seguida de Erosión

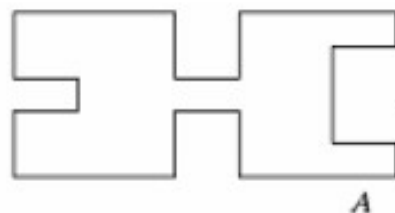
Closing Operator

Definition

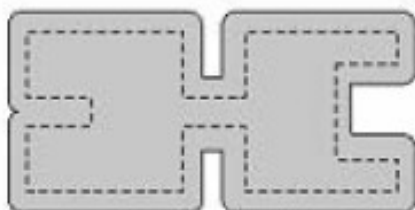
$$X \bullet B = (X \oplus B) \ominus B$$

Example

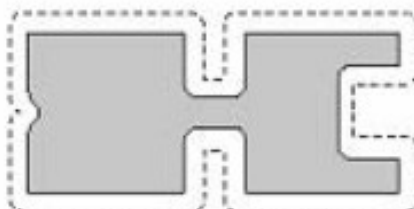




$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$$



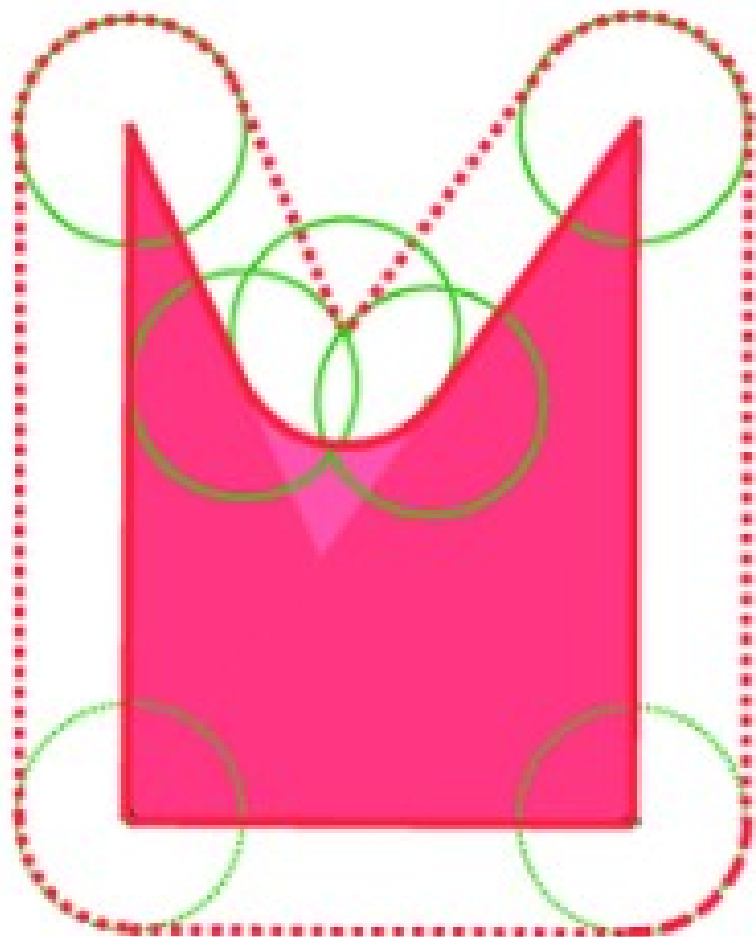
$$A \oplus B$$



$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$$

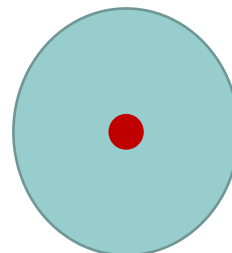
CERRAMIENTO. (a) conjunto A. (f) y (g) Dilatación de A con el círculo. (h) e (i) erosión del resultado anterior. Notar que las esquinas interiores se han redondeado, mientras que las exteriores quedan iguales. La entrada de la izquierda de A, se redujo bastante, porque el disco no cabía ahí.

Interpretación geométrica del operador cierre



closing

$$X \bullet P = (X \oplus P) \ominus P$$



(a)



(b)



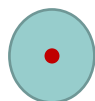
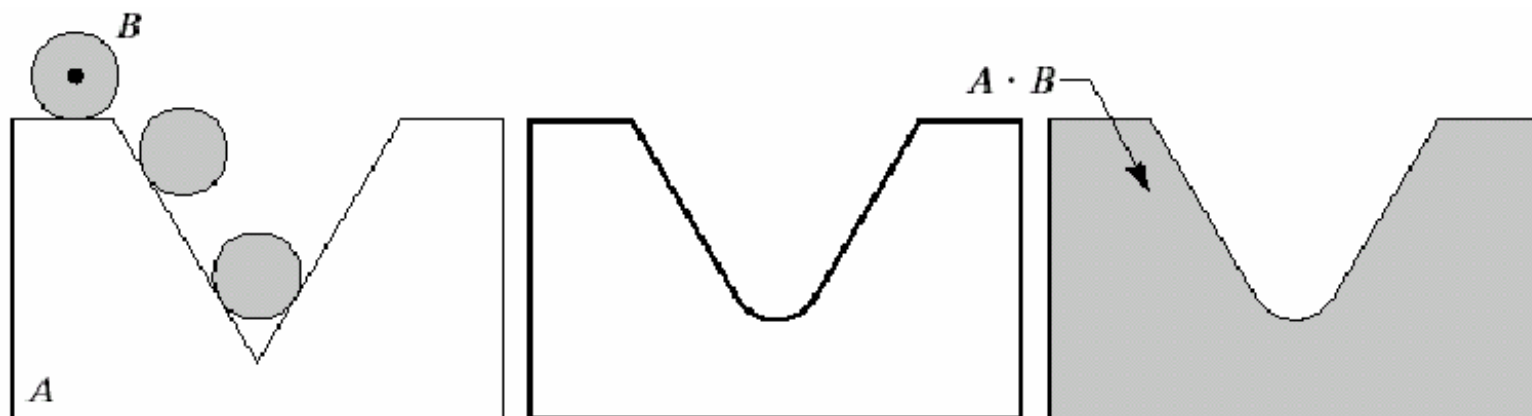
(c)



(d)

Figure 2.3 (a) Structuring element, (b) input image, (c) dilation, (d) closing.


Interpretación geométrica del operador cierre



a b c

(a) elemento estructural B rodando a lo largo del borde exterior de A . (b) La línea gruesa es el borde exterior del cerramiento. (c) cerramiento completo.

$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$$



Dualidad

$$(A \bullet B)^c = (A^c \circ \hat{B})$$

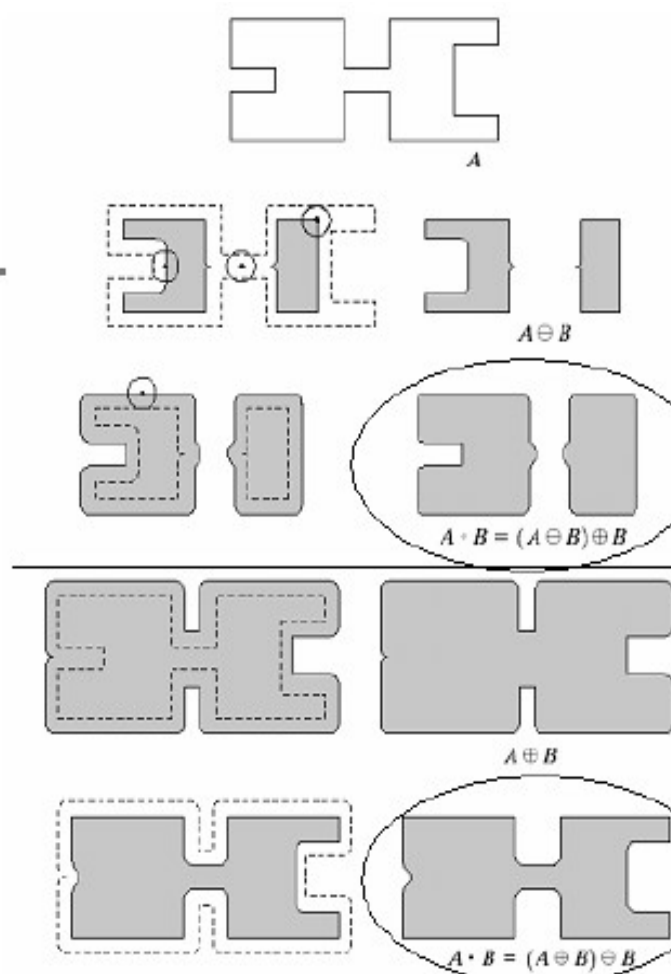
Propiedades

Apertura

- (i) $A \circ B$ es un subconjunto (subimagen) of A
- (ii) Si C es un subconj. de D , ent. $C \circ B$ es un subconj. de $D \circ B$
- (iii) $(A \circ B) \circ B = A \circ B$

Cierre

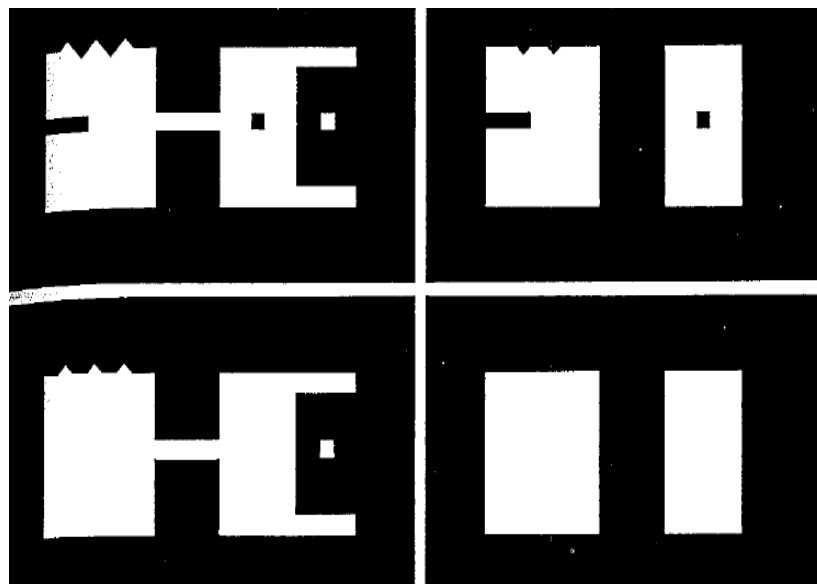
- (i) A es un subconjunto (subimagen) de $A \bullet B$
- (ii) Si C es un subconj. de D , ent. $C \bullet B$ es un subconj. de $D \bullet B$
- (iii) $(A \bullet B) \bullet B = A \bullet B$



APERTURA Y CERRAMIENTO producen un suavizado del objeto, con un elemento estructural circular.

Interpretación geométrica del operador apertura

```
f = imread('shapes.tif');  
se = strel('square', 20);  
fo = imopen(f, se);  
imshow(fo)
```



```
fc = imclose(f, se);  
imshow(fc)
```

```
foc = imclose(fo, se);  
imshow(foc)
```

a b
c d

FIGURE 9.10
Illustration of
opening and
closing.
(a) Original
image.
(b) Opening.
(c) Closing.
(d) Closing of (b).

Properties of Opening and Closing Operators*

Opening

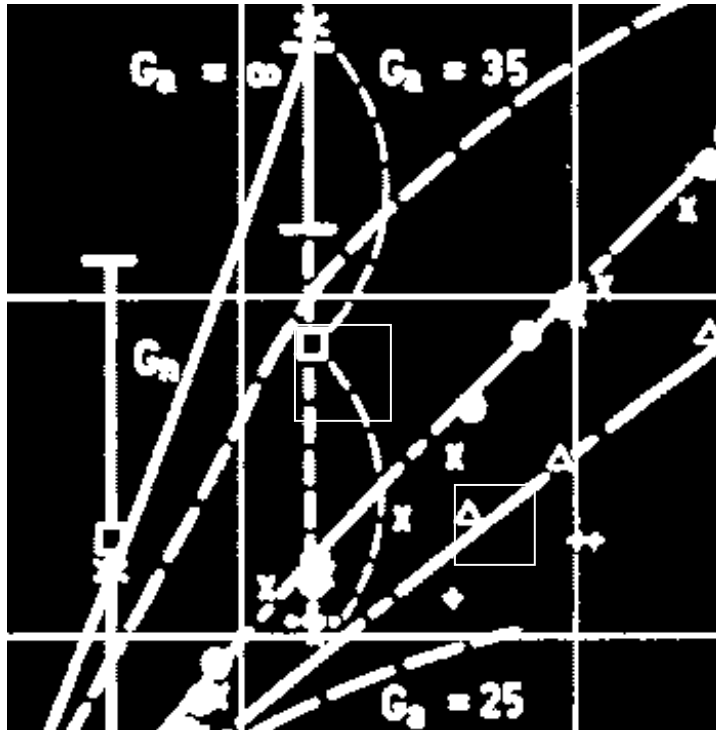
- $X \circ B \subseteq X$
- $X \subseteq Y \Rightarrow X \circ B \subseteq Y \circ B$
- $(X \circ B) \circ B = X \circ B$

Closing

- $X \subseteq X \bullet B$
- $X \subseteq Y \Rightarrow X \bullet B \subseteq Y \bullet B$
- $(X \bullet B) \bullet B = X \bullet B$

$$(X \bullet B)^c = X^c \circ \hat{B} \quad (X \circ B)^c = X^c \bullet \hat{B}$$

Hit or Miss (A Game of Matching)



Templates



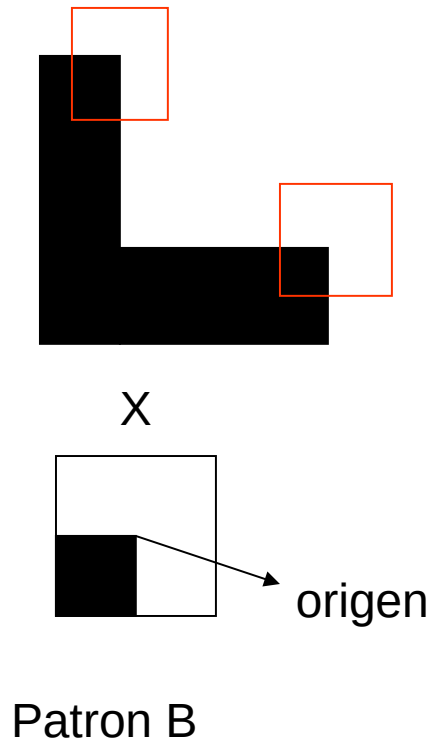
A



B

•Es una herramienta básica para detección de formas.

Hit or Miss (Un Ejemplo)



Como encontrar una coincidencia del patrón B en X usando una computadora?

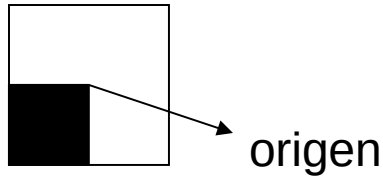
Hit: El cuadrante sur-oeste debe ser negro en X

Hit: Los otros 3 cuadrantes deben ser **blancos** en **X**

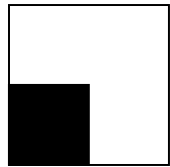
Hit: El cuadrante sur-oeste debe ser negro en X

Hit: Los otros 3 cuadrantes deben ser **negros** en **X^c**

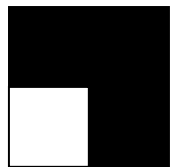
Hit or Miss (Un Ejemplo)



Patron B



Patron B₁



Patron B₂

Hit: El cuadrante sur-oeste debe ser negro en X



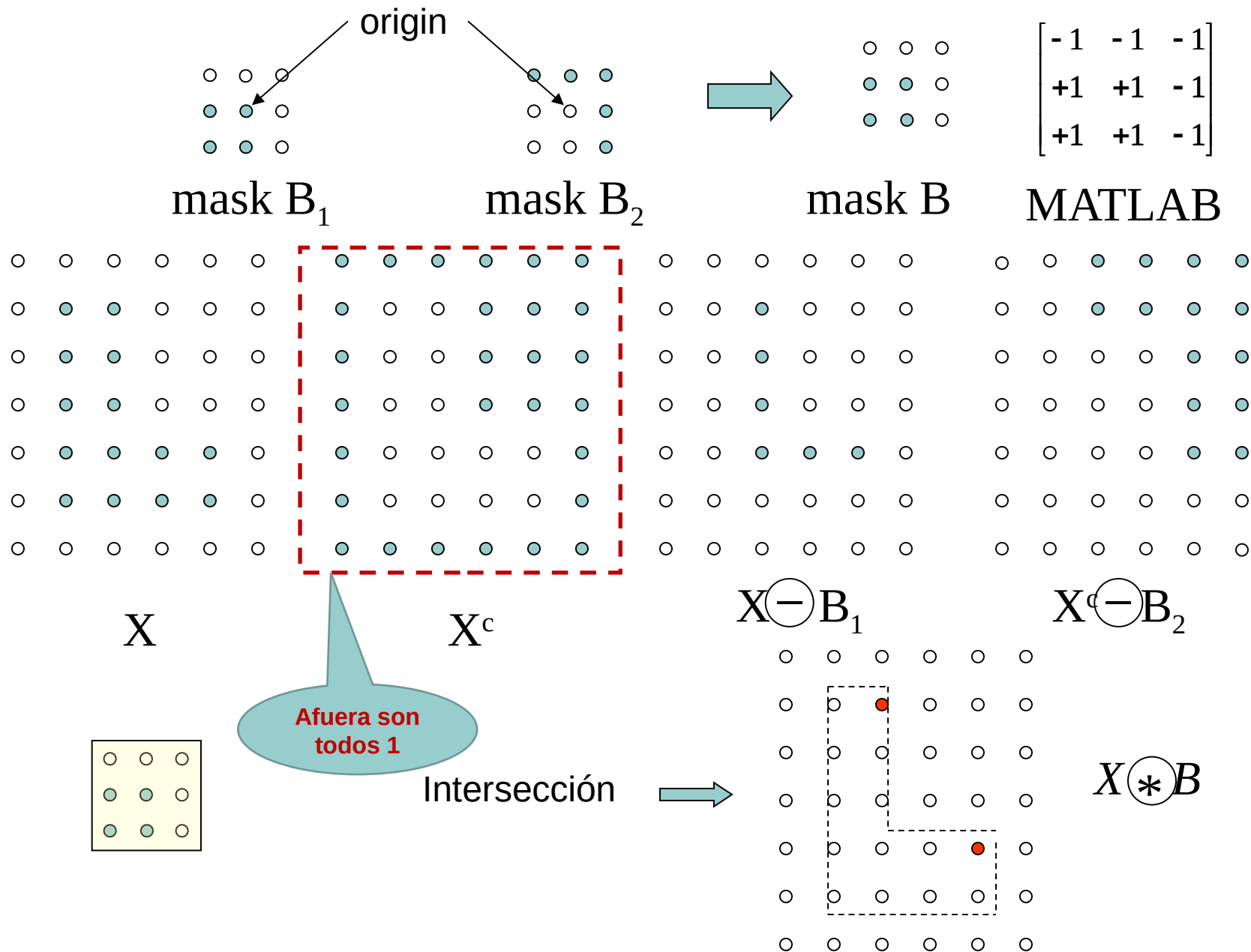
$$X_1 = X \ominus B_1$$

Hit: Los otros 3 cuadrantes deben ser **negros** en **X^c**

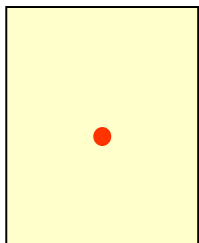
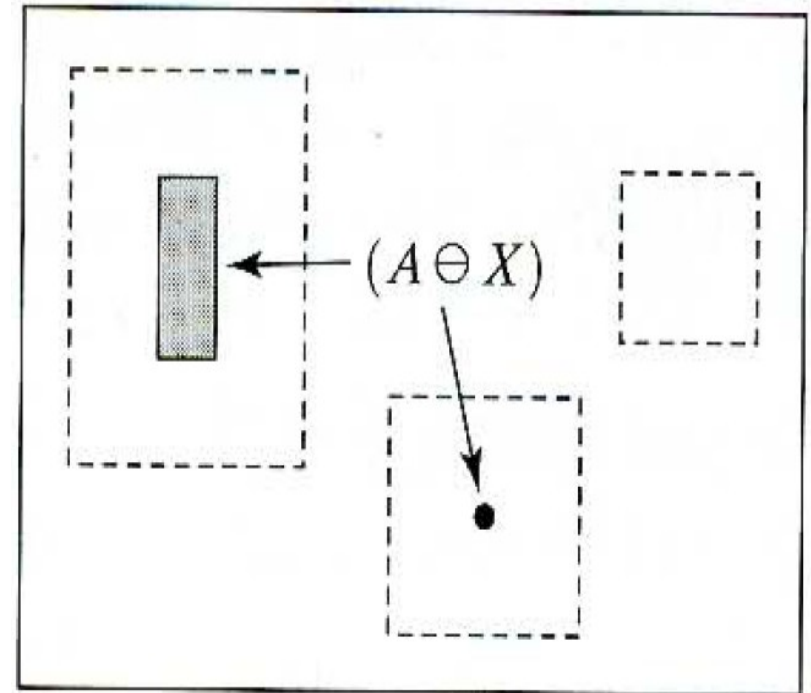
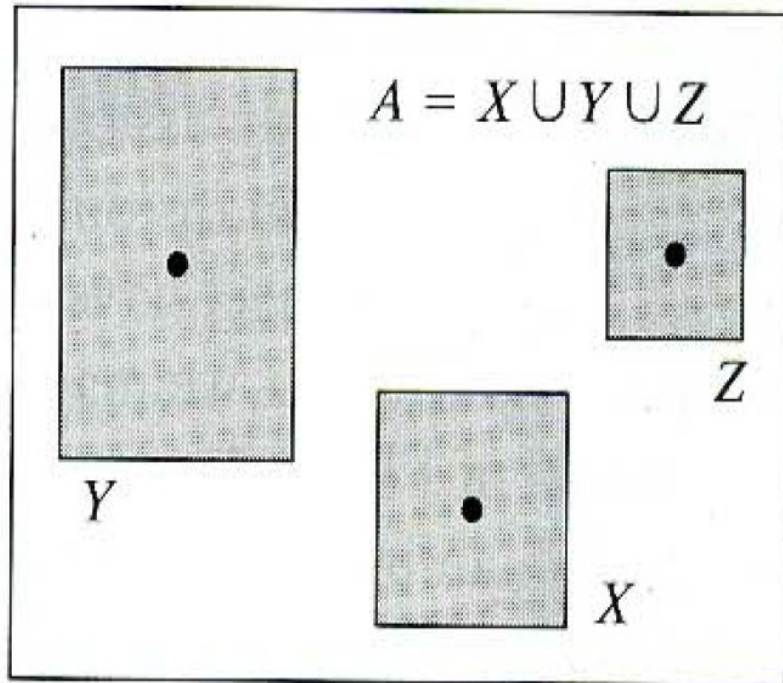


$$X_2 = X^c \ominus B_2$$

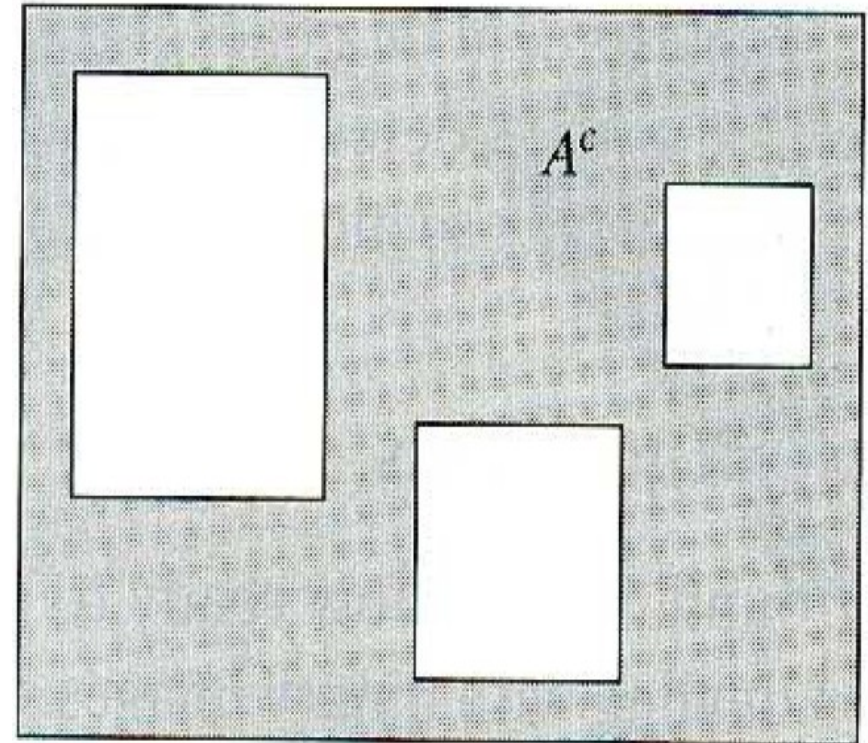
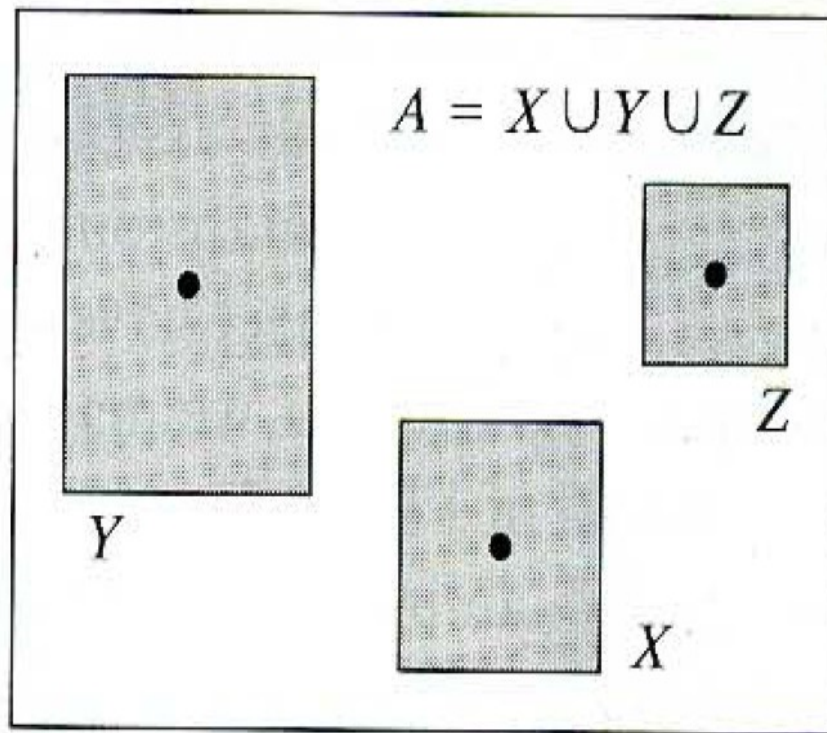
Para satisfacer ambas condiciones debemos tomar la **intersección** de X₁ y X₂

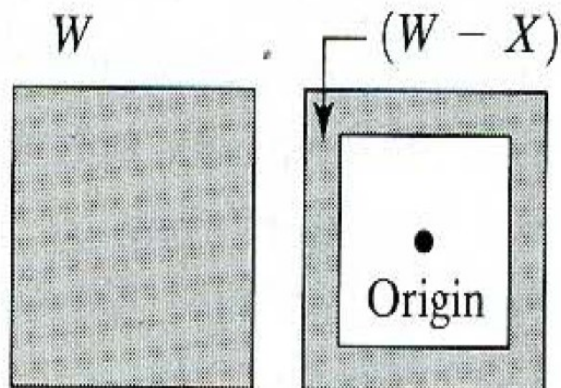
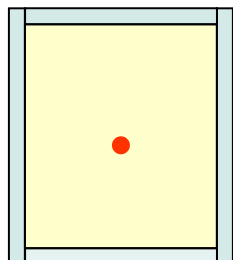


Erosión de A por X

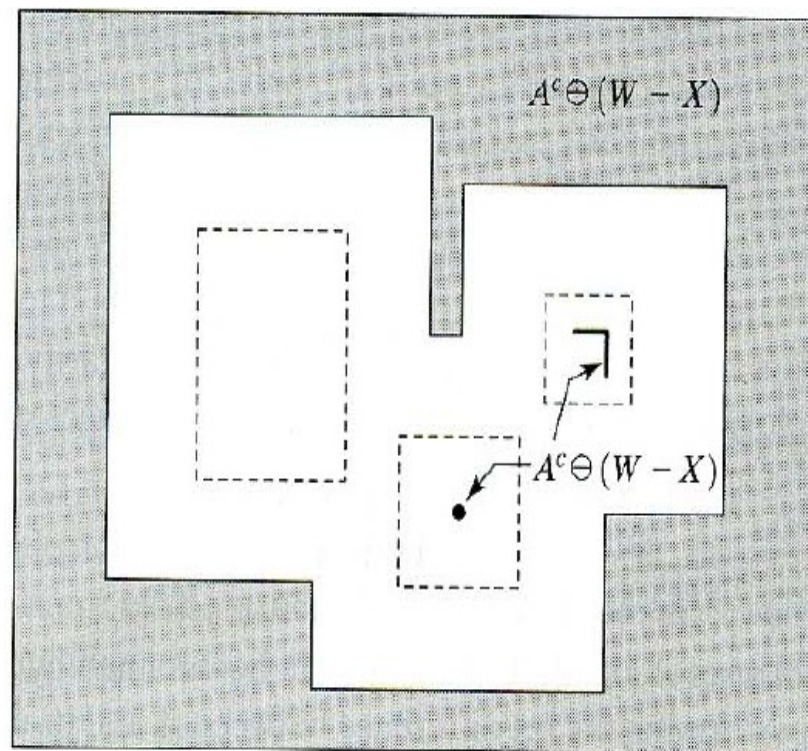
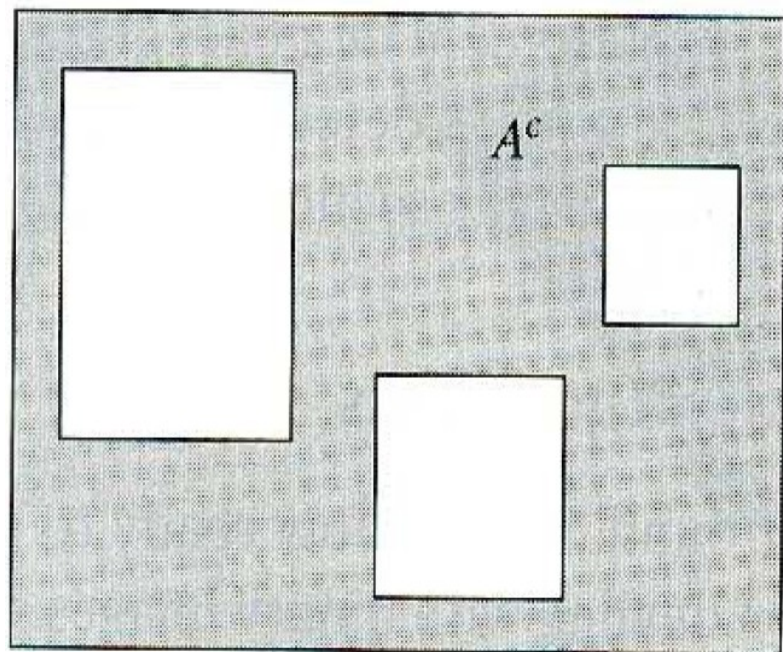


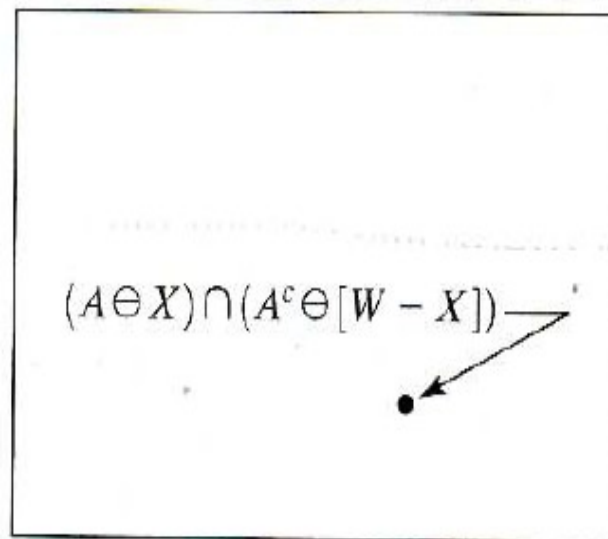
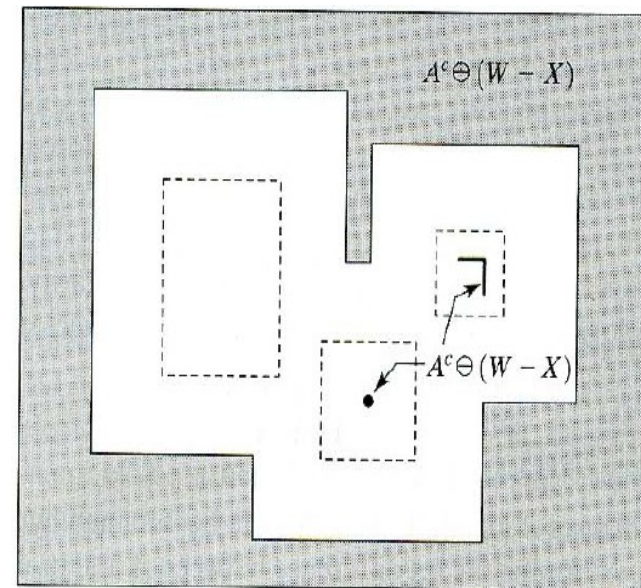
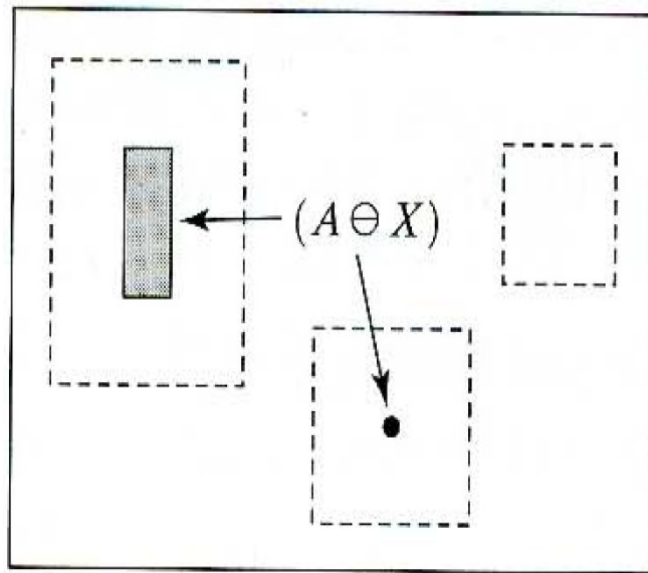
A y A^c





Erosión de
(complemento de A)
por $(W - X)$





$$A \circledast B = (A \ominus X) \cap [A^c \ominus (W - X)]$$

$$B_1 = X \text{ and } B_2 = (W - X)$$

$$A \circledast B = (A \ominus B_1) \cap (A^c \ominus B_2)$$

↑
Hit

↑
Miss

$A \circledast B$: contiene todos los puntos en los cuales,
simultaneamente B1 encuentra un match(hit) en A y B2
encuentra un match en A^c

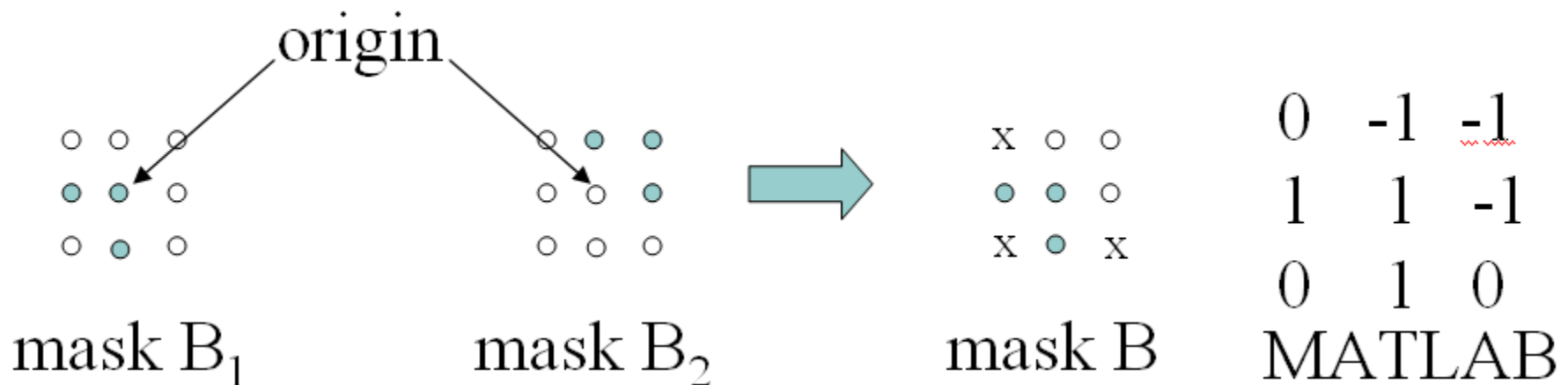
La razón por la cual se usa un elemento estructural B1 asociado con los objetos y un elemento B2 asociado con el fondo (background), se basa en una definición de que dos o mas objetos son distintos sólo si forman conjuntos disjuntos (desconectados). Esto se asegura requiriendo que cada objeto tenga al menos un background de ancho de un pixel alrededor de él.

En muchos casos en lugar de escribir 2 templates es común escribir uno solo donde se pone:

1 para los píxeles usados en el elemento estructural para el HIT (B1)

-1 para los píxeles usados en el elemento estructural para el MISS (B2)

X Don't Care para el resto.



Soporte para Matlab

Binary hit-miss operation

```
BW2 = bwhitmiss(BW1,SE1,SE2)
```

```
BW2 = bwhitmiss(BW1,INTERVAL)
```

$\text{bwhitmiss}(\text{BW1}, \text{SE1}, \text{SE2}) \longleftrightarrow \text{imerode}(\text{BW1}, \text{SE1}) \& \text{imerode}(\sim\text{BW1}, \text{SE2}).$

```
bw = [0 0 0 0 0 0   interval = [0 -1 -1
      0 0 1 1 0 0           1  1 -1
      0 1 1 1 1 0           0  1  0];
      0 1 1 1 1 0
      0 0 1 1 0 0
      0 0 1 0 0 0]
```

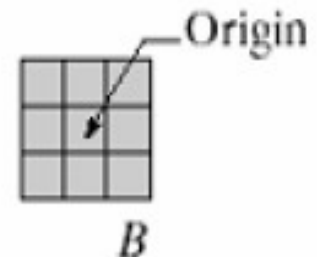
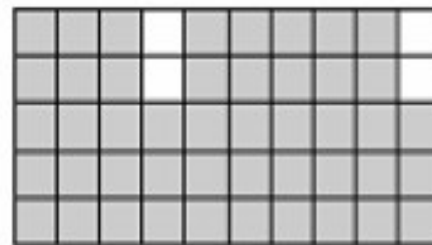
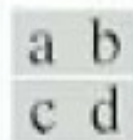
```
bw2 = bwhitmiss(bw,interval)
```

bw2 =

```
0    0    0    0    0    0
0    0    0    1    0    0
0    0    0    0    1    0
0    0    0    0    0    0
0    0    0    0    0    0
0    0    0    0    0    0
```

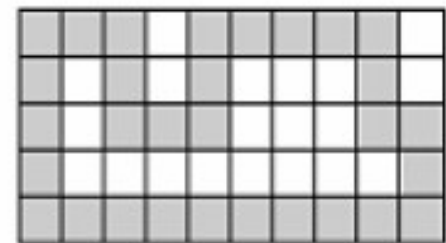
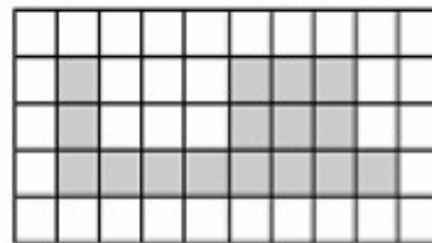



Extracción de bordes



- (a) Conjunto A.
- (b) Elemento estructural.
- (c) A erosionada con B.
- (d) Borde obtenido de la resta entre A y su imagen erosionada.

A



$A \ominus B$

$\beta(A)$

$$\beta(A) = A - (A \ominus B)$$



Ejemplo



- (a) Imagen binaria simple, (unos en blanco aqui)
- (b) Resultado de aplicar la expresión para obtener el borde

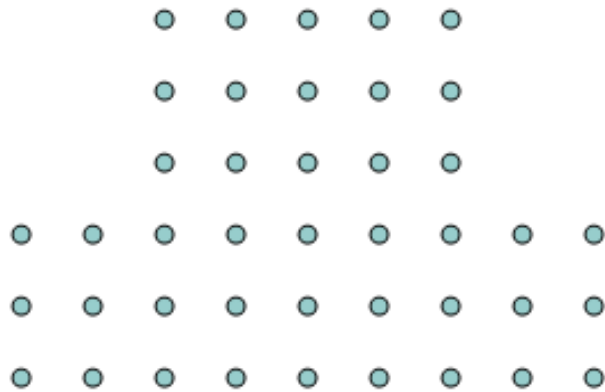
$$\beta(A) = A - (A \ominus B)$$

Con elemento estructural de 3x3 de unos.

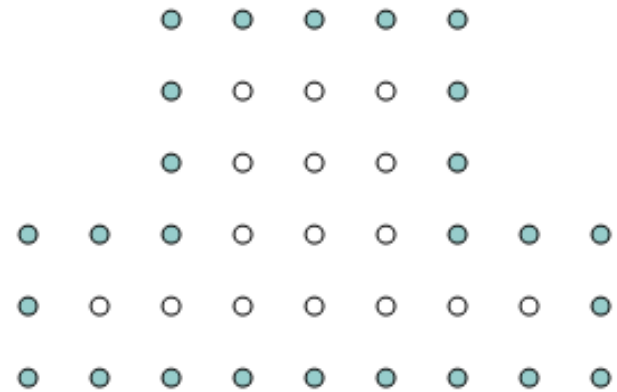


Extracción de bordes

$$\partial X = X - (X \ominus B)$$



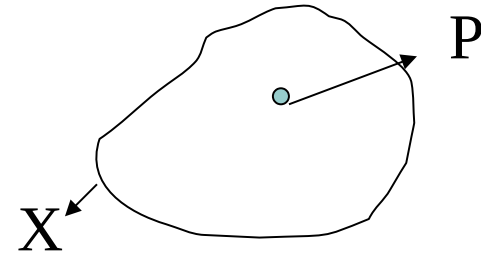
X



∂X

```
> X=zeros(8,11);X(2:4,4:8)=1;X(5:7,2:10)=1;  
> se=strel('square',3);  
➤ Y=X-imerode(X,se);
```

Llenado de regiones



Idea: recursively expand the region around P but stop the expansion at the boundary of X

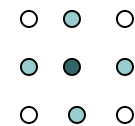
Iterations:

$$Y_0 = P$$

expansion

stop at the boundary

$$Y_k = (Y_{k-1} \oplus B) \cap X^c, k=1,2,3...$$



mask B

Why dilation?

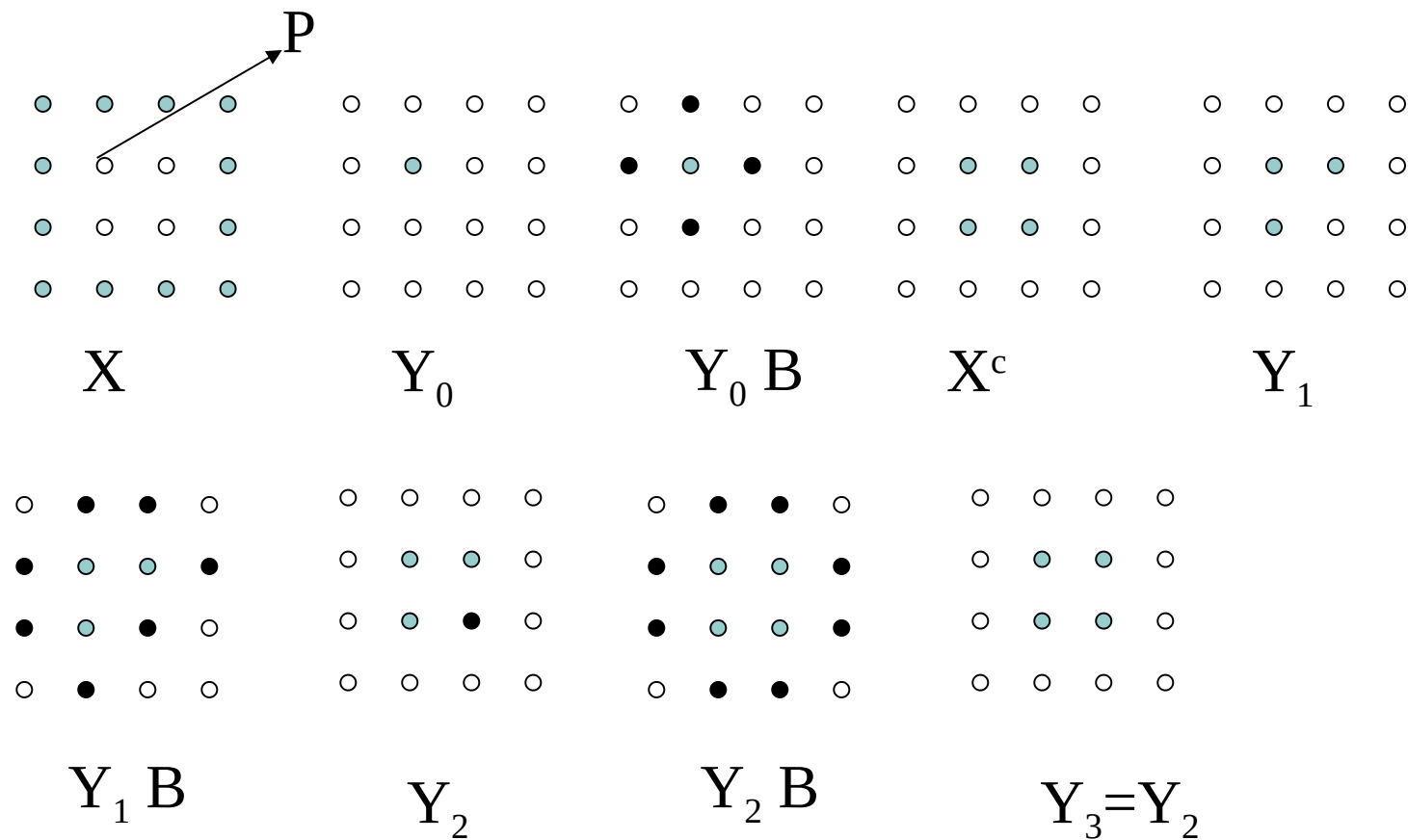
Why intersection with X^c ?

Terminate when $Y_k = Y_{k-1}$, output $Y_k \cap X$



Llenado de regiones

$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A^c \quad k = 1, 2, 3, \dots$$



Llenado de regiones

$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A^c \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

a	b	c
d	e	f
g	h	i

FIGURE 9.15

Region filling.

(a) Set A .

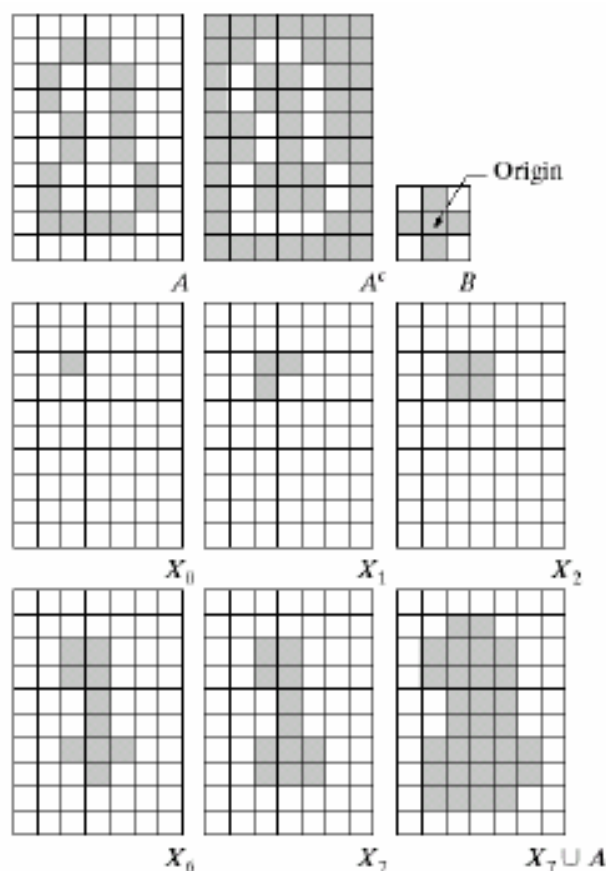
(b) Complement of A .

(c) Structuring element B .

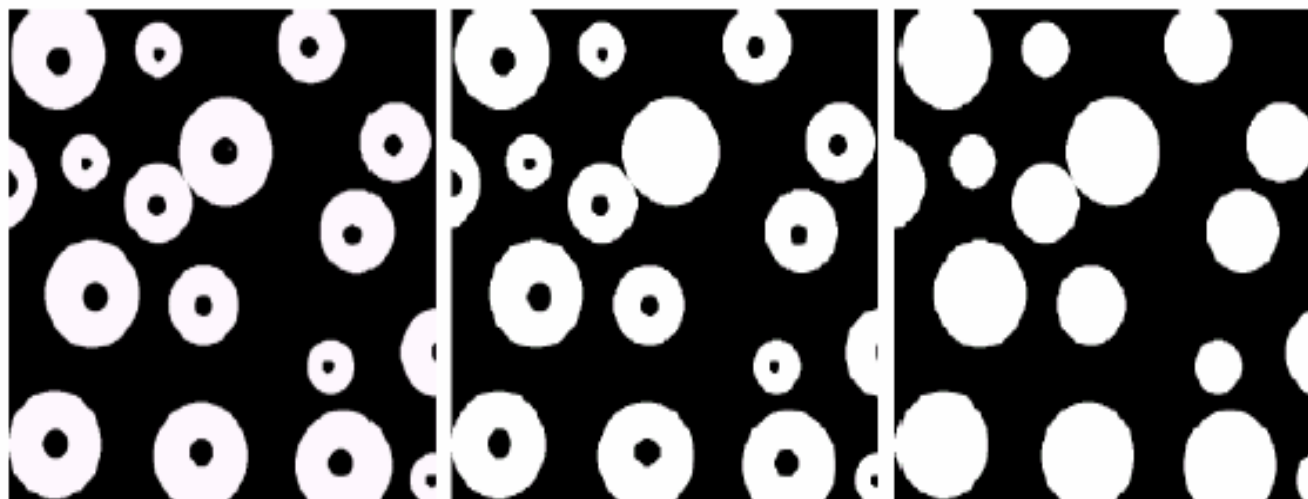
(d) Initial point inside the boundary.

(e)–(h) Various steps of Eq. (9.5-2).

(i) Final result [union of (a) and (h)].



Ejemplo (imagenes de esferas, que al binarizar aparece el hueco negro interior.)



a b c

FIGURE 9.16 (a) Binary image (the white dot inside one of the regions is the starting point for the region-filling algorithm). (b) Result of filling that region (c) Result of filling all regions.



Llenado de regiones

Pseudo
Codes
of
Region
Filling

Iterations:

expansion stop at the boundary

$$Y_0 = P$$
$$Y_k = (Y_{k-1} \oplus B) \cap X^c, k=1,2,3\dots$$

Terminate when $Y_k = Y_{k-1}$, output $Y_k \cup X$

MATLAB
Codes
of
Region
Filling

```
function out=region_fill(in,pos,kernel)

current=zeros(size(in));
last=current;
last(pos(1),pos(2))=1;
current=imdilate(last,kernel) & ~in;
while any(current(:) ~= last(:));
    last=current;
    current=imdilate(last,kernel) & ~in;
end
out=current+in;
```



Llenado de regiones

```
BW1 = logical([1 0 0 0 0 0 0 0  
1 1 1 1 1 0 0 0  
1 0 0 0 1 0 1 0  
1 0 0 0 1 1 1 0  
1 1 1 1 0 1 1 1  
1 0 0 1 1 0 1 0  
1 0 0 0 1 0 1 0  
1 0 0 0 1 1 1 0]);
```

```
>> BW2 = imfill(BW1,[3 3],8)
```

```
BW1 = logical([1 0 0 0 0 0 0 0  
1 1 1 1 1 0 0 0  
1 0 0 0 1 0 1 0  
1 0 0 0 1 1 1 0  
1 1 1 1 0 1 1 1  
1 0 0 1 1 0 1 0  
1 0 0 0 1 0 1 0  
1 0 0 0 1 1 1 0]);
```

BW2 =

1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	1	0	1	0
1	1	1	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	1	1	0
1	0	0	0	1	1	1	0