双线性插值是一种在二维网格上插值的方法，用于估算在已知网格点之间的未知值。尽管名字中包含“线性”二字，但双线性插值的函数实际上并不是简单的线性函数。其插值公式的形式可以表示为：

$$F(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3xy$$

这种形式展示了双线性插值函数是关于 (x) 和 (y) 的二次多项式。

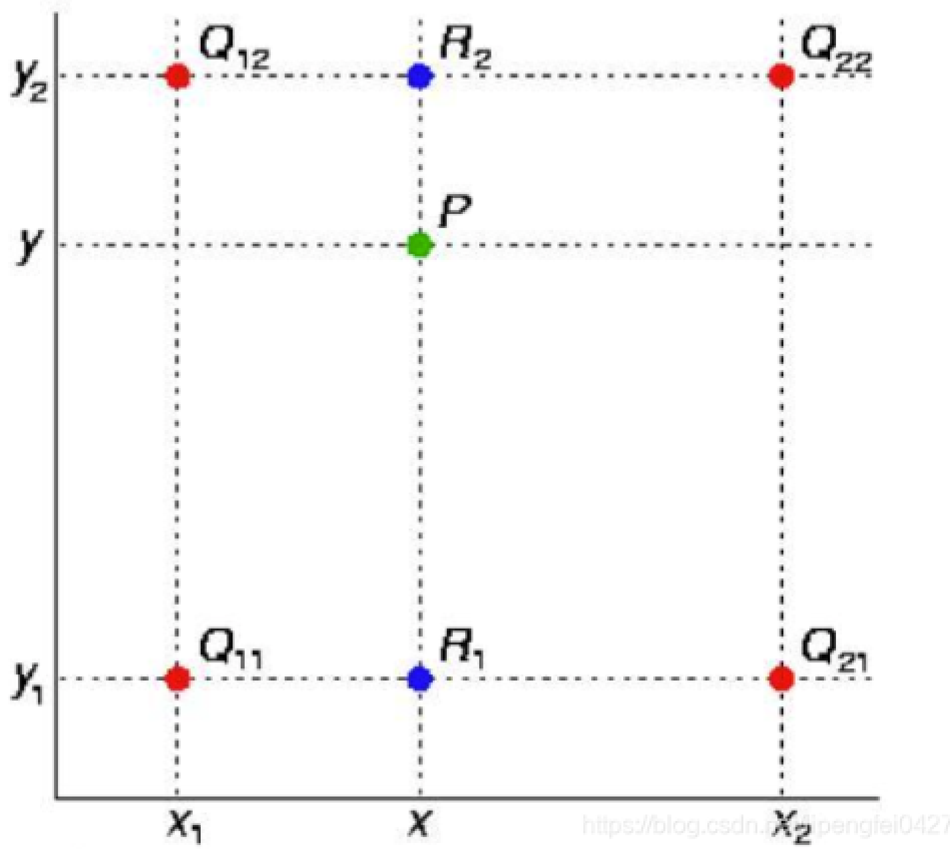

图3：双线性插值示意图

双线性插值的步骤

假设我们有一个二维网格，其四个已知点$(x_0, y_0), (x_1, y_0), (x_0, y_1), (x_1, y_1)$，对应的函数值分别为$(f(x_0, y_0), f(x_1, y_0), f(x_0, y_1), f(x_1, y_1))$。要估算点 (x, y) 处的值，双线性插值通过以下步骤进行：

1. **在 (x) 方向上插值**：
   - 在 (y = y_0) 处，进行线性插值得到点 (E)：
     $f(x, y_0) = \frac{(x_1 - x)}{(x_1 - x_0)} f(x_0, y_0) + \frac{(x - x_0)}{(x_1 - x_0)} f(x_1, y_0)$
   - 在 (y = y_1) 处，进行线性插值得到点 (F)：
     $f(x, y_1) = \frac{(x_1 - x)}{(x_1 - x_0)} f(x_0, y_1) + \frac{(x - x_0)}{(x_1 - x_0)} f(x_1, y_1)$
2. **在 (y) 方向上插值**：
   - 使用上面得到的 (f(x, y_0)) 和 (f(x, y_1))，在 (y) 方向上进行插值，得到点 ((x, y)) 的值：
     $f(x, y) = \frac{(y_1 - y)}{(y_1 - y_0)} f(x, y_0) + \frac{(y - y_0)}{(y_1 - y_0)} f(x, y_1)$

数学联系

上述插值方法实际上可以简化为以下形式：

$$f(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3xy$$

其中，系数 a_0, a_1, a_2, a_3可以通过已知网格点的值和插值公式来确定。具体地，这些系数与插值的步骤有关，如下所示：

$$a_0 = f(x_0, y_0)$$
$$a_1 = \frac{f(x_1,y_0) - f(x_0,y_0)}{x_1 - x_0}$$
$$a_2 = \frac{f(x_0,y_1) - f(x_0,y_0)}{y_1 - y_0}$$
$$a_3 = \frac{f(x_0,y_0) - f(x_1,y_0) - f(x_0,y_1) + f(x_1,y_1)}{(x_1 - x_0)(y_1 - y_0)}$$

这些系数的确定方法说明了双线性插值函数的非线性性质。

总之，双线性插值通过在两个方向上的两次线性插值来估算中间点的值，其结果可以表达为一个关于 (x) 和 (y) 的二次多项式形式，这解释了其与 $a_0 + a_1x + a_2y + a_3xy$ 形式的联系。

所以我们可以直接写成这种f(x,y)的形式