

数学软件与数学建模

杨涤尘

(湖南人文科技学院数学系, 湖南 娄底 417000)

摘要:分析了数学软件在数学建模中的作用,介绍了在建模竞赛中广泛应用的数学软件,包括 matlab、maple、spss、lingo 等特点、功能、适用范围及操作情况,比较了它们之间的优点和不足,并提出了建模集训和竞赛中选择软件的几点建议,以合理有效地发挥数学软件在数学建模中的作用。

关键词:数学软件;数学建模;数模竞赛;matlab;spss;lingo

中图分类号: O245 **文献标识码:** A **文章编号:** 1673-0712(2006)06-0008-03

Mathematical Software and Modeling

Yang Di - chen

(Mathematics Department, Hunan Institute of Humanities, Science and Technology, Loudi, 417000, China)

Abstract: The role of mathematical software in the mathematic modeling is analyzed, and the characteristics, main functions, applications and operation of several widely-used mathematical software in the match of mathematical modeling, including matlab, maple, spss, lingo are introduced, the advantages and shortages of them are compared with, and some suggestion about how to select from many kinds of mathematical software in group train and in the match of mathematical modeling is put forward to develop reasonably the function of mathematical software in the match of mathematical modeling.

Key words: mathematical software; mathematical modeling; match of mathematical modeling; matlab; spss; lingo

数学建模(Mathematical Modeling)是对现实世界的一个特定对象,为了一个特定目的,根据特有的内在规律,做出一些必要的简化假设,运用适当的数学工具,得到一个数学结构的过程。目前,我国的大学生数学建模竞赛已经成为全球最大规模的学生实践活动,该项活动的成绩一定程度地体现了参赛学校的教学水平,素质教育和创新能力培养的水平。而良好成绩的取得,数学软件的使用扮演着极其重要的角色。

1 建模竞赛对数学软件的使用 提出了更高的要求

由于计算机编程对大多数人来说是有难度的,随着计算机技术的发展,数学软件的出现为数学建模竞赛的参赛者提供了一些有效的工具^[1],但同时也对使用数学软件的能力提出了越来越高的要求。近几年来,建模试题不仅包含大型的数据处理问题,参赛者在模型建立前,必须先使用数学软件对原始数据进行分析。如进行排序、归并、分类、

统计以及简单计算等,或者对给出的原始数据进行可视化处理得到生动、形象的图形,通过对图形的分析,以便能准确地抓住问题的本质,在此基础上结合已有的数学和与本问题有关的知识,找到建立模型的思路和方法。而且在建立模型之后,必须使用数学软件进行数学推理,处理数据,计算结果,并检验由模型得到的结果是否符合实际。这时往往需要较大的计算量,包括符号运算、数值计算和图形处理等等,这些工作用人工加上纸和笔的传统的方法几乎无法完成,这就要利用计算机以及相关的数学软件进行求解。

2 常用数学软件及其特点

目前比较流行的处理数学问题的软件有 30 余个,它们分别有不同的功能或在各自的某一方面功能特别强大。这就需要大家能正确选择和使用,使这些数学软件包能真正在数学建模中发挥作用。下面对数学建模中用到的优秀数学软件做一介绍。

收稿日期:2006-06-26.

作者简介:杨涤尘(1957-),男,湖南邵东人,湖南人文科技学院数学系副教授,从事代数学研究。

数学软件大致可分为两大类:一类为通用型软件,一类为专用型软件^[2]。

通用型软件中以数值计算型的 Matlab, Xmatg, Gauss, Origin 和解析计算型的 Maple, Mathematica, Axiom, Reduce 等为代表。其中 Matlab、Mathematica、Maple 与另一面向大众的普及型数学软件 Mathcad 并称为数学软件中的“四大天王”。

专用型软件是为了解决数学中某个分支的特殊问题而设计的,在处理某些专门的数学问题时有着独特的优势。如处理规划和优化问题的专用软件 Lindo, Lingo 及 Cplex;处理数据统计分析问题的专用软件 SPSS、SAS、Stata、SYSTAT、Pemx,处理微分方程分析的专用软件 Delia 等。

对于通用型软件,首选 Matlab、Maple、Mathematica,它们的功能都十分强大,对在数学建模竞赛中涉及到的数学方面的问题,利用这些软件大部分能得到很好的解决。

MATLAB (Matrix Laboratory) 即“矩阵实验室”^[3](86-395)],一款集数值计算、符号运算、图形处理及程序设计等强大功能于一体的当今国际上最流行的科学与工程计算的软件工具。它是一个具有极高通用性、带有众多实用工具的运算操作平台。Matlab 软件提供了强大的科学运算、灵活的程序设计流程、高质量的图形可视化与界面设计、便捷的与其他程序和语言接口的功能。提供了 30 多个面向不同领域而扩展的工具箱 (TOOLBOX),可处理数据分析、数值和符号计算、通信工程、信号处理、图形处理、非线性控制、神经网络、优化处理、商用模拟分析、统计分析、影像处理、控制系统、实时控制、强建控制、小波分析、动态仿真、弧线分析、最佳化、模糊逻辑、mu 分析及合成、化学计量分析、系统辨识、财务工程等等大量现代工程技术学科的问题。使得 Matlab 在许多学科领域中成为计算机辅助分析与设计、算法研究和应用开发的基本工具和首选平台。Matlab 拥有 600 多种数学、统计及工程函数,可以完成数据采集、数据分析、数值和符号计算、工程与科学绘图、控制系统设计、数字图像信号处理、财务工程、建模、仿真、原型开发、算法开发、科学和工程图形应用程序的开发、图形用户界面设计等应用开发。广泛应用于数值计算、图形处理、符号运算、数学建模、等领域。它的功能和规模比其他数学软件如 Maple、Mathmatica 强大得多,具有其他计算机语言无法比拟的优势和特点,被誉为“巨人肩上的工具”。而且针对 Windows 环境下所要解决的问题,Matlab 语言表述形式和其数学表达形式相同,语言简单,Matlab 还提供了完整的联机查询、帮助和演示系统,易学易用,是数学建模竞赛的首选软件。

Maple (英文意为枫树,枫树是加拿大的国树)由加拿大 Waterloo 大学研制开发的一款数学软件,它以其便捷的人机交互方式,强大的数值功能,无与伦比的符号推理计

算能力,成为众多数学软件中的佼佼者,号称数学魔法师。其他一些知名数学软件(如 MathCAD 和 MATLAB 等),都纷纷使用它的符号计算引擎作为其符号处理的核心,以补偿在符号推演方面的欠缺。Maple 提供了一套完善的程序设计语言,有多达近 3000 种命令和函数,涉及范围包括:普通数学、高等数学、线性代数、数论、离散数学、图形学。它还提供了一套内置的编程语言,用户可以开发自己的应用程序,而且 Maple 自身的 2000 多种函数,基本上是用此语言开发的。Maple 中还含有 50 余个专用软件包,几乎涉及了所有的数学分支,因此数学建模中的大多数问题都可由 Maple 计算,在数学建模竞赛中,它既可用于求解模型,也可用于模型的验证。Maple 尤为擅长求解微分方程模型、图论与网络模型及曲线(面)拟合等。Maple 的图形式输入、输出界面,与通用的数学表达方式几乎一样,且多数函数的调用命令与该函数的名字相同,用户无需记忆许多语法规则就可以轻松的掌握它的使用。Maple 还有一套非常好的帮助系统。可以说,Maple 是一款是一个功能强大,且最容易学习掌握其操作的数学软件。

Mathematica 是由美国物理学家 Stephen Wolfram 领导的 Wolfram Research 开发的一套整合数字以及符号运算的数学工具软件,被称为符号计算和数学建模专家,一个足以媲美诺贝尔奖的天才产品。它同样拥有强大的数值计算和符号计算能力,在这一方面与 Maple 类似,但它的符号计算不是基于 Maple 上的,而是自己开发的。Mathematica 软件还提供了系统建模和仿真 (Schematic Solver) 与复杂系统建模和仿真 (MathModelica) 模块,可处理控制系统 (Control System)、数字图像处理 (Digital Image Processing)、三维绘图 (Dynamic Visualizer)、实验资料分析 (Experimental Data Analyst)、财务分析 (Finance Essentials)、模糊逻辑 (Fuzzy Logic)、神经网络 (Neural Networks) 太空工程 (Scientific Astronomer)、讯号处理分析 (Signals and Systems) 和时间序列 (Time Series)、模拟电路 (nalog Insyde)、最佳化 (Industrial Optimization) 全域非线性最佳化 (Global Optimization) 建模和优化系统 (MathOptimizer)、可视化微分方程 (VisualDSolve) 等等方面的问题。在学术界、电机、机械、化学、土木、信息工程、财务金融、医学、物理、统计、教育出版、OEM 等领域广泛应用。Mathematica 的缺点就是命令太长,每一个命令都要输入英文全名,因此,学习时需要英语水平较高。

此外由美国 Mathsoft 公司推出的一个交互式的数学系统软件,“四大天王”之一的 MathCAD,是一项集文本编辑、数学计算、程序编辑和仿真于一体的软件。但 Mathcad 在对待数值计算、符号分析、文字处理、图形能力的开发上,不以专业水准为追求,而尽力集各种功能为一体。需讲究精度、速度、算法稳定性的数值计算问题和需经复杂推理的符号运算问题,都不是 Mathcad 所致力解决的目标。

MathCAD 可以看作是一个功能强大的计算器,没有很复杂的规则;同时它也可以和 Word、Lotus、WPS2000 等字处理软件很好地配合使用,可以把它当作一个出色的全屏幕数学公式编辑器。

对于专用型软件,从历年与近期数学建模命题的趋势来看,规划和优化专用软件 Lingo 及 Lingo、数据统计分析专用软件 SPSS、SAS 和 SYSTAT 成为新宠。

Lindo 和 Lingo 是美国 Lindo 公司系统开发的一套专门用于处理线性规划与非线性规划方面问题,求解最优化问题的软件包,其线性、非线性和整数规划求解程序已经被全世界数千万的公司用来做最大化利润和最小化成本的分析。Lindo 和 Lingo 能在产品分销、成分混合、生产与个人事务安排、存货管理、生产线规划、运输、财务金融、投资分配、资本预算、混合排程、库存管理、资源配置等问题的数学建模中发挥巨大作用。Lindo (Linear, Interactive, and Discrete Optimizer) 主要用于求解线性规划和二次规划问题。而 Lingo 则是一套快速、简单与更有效率求解线性、非线性与整合最佳化模型的完整工具,除了具有 Lindo 的全部功能外,还可以用于求解非线性规划,也可以用于一些线性和非线性方程组的求解以及代数方程求根等。Lingo 提供了完整的整合套件,包含:求解最佳化模型的语言、完整建构与编辑问题的环境以及快速求解问题套件。其内部优化问题的建模语言为建立大规模数学规划模型提供了极大方便,包括提供的 50 多个内部函数,其中有常用数学函数、集合操作函数、变量定界函数、文件输入函数和自编函数供参赛者建立优化模型时调用,通过这些函数的使用,能大大减少参赛者的编程工作量,使求解大型规划变得不再费时费力。并提供了与其它数据文件(如文本文件、Excel 电子表格文件、数据库文件等)的接口,易于方便地输入、求解和分析大规模最优化问题。Lindo 和 Lingo 软件的最大特色在于其具有的快速建构模型、轻松编辑数据、强大求解工具、交互式模型或建立完成应用、丰富的文件支持等特点,2000 年全国大学生数学建模竞赛 B 题(钢管订购和运输)中的非线性规划问题、2003 年的全国大学生数学建模竞赛中 D 题(抢渡长江)的优化问题等可以充分展示用 Lingo 建模语言求解的优越性。

数学建模竞赛中的问题大都来自实际的科研课题,往往需要处理大量的数据。特别是近年来的建模试题,更是体现了数据挖掘这一个相当时髦和红火的主题。如 CUMCM 2004 中的 B 题(电力市场的输电阻塞管理),共提供了 6 个数据表,每个表中都有很多数据。CUMCM 2005 年 B 题(DVD 在线租赁)的表 2 中提供的多达数十页的数据,以及 CUMCM 2006 年 A 题(出版社资源配置),光附件 2 就共提供了 5 个大型数据表,这些问题的都要求从这些数据中寻找规律。因此,在数学建模竞赛中充分运用数学软件对数据进行挖掘变得越来越重要。Matlab 固然可以处理

大型数据,但若掌握某些专门的数据处理软件(如运用最为广泛的三大著名统计分析软件 SPSS、SAS 和 SYSTAT)往往可起到事半功倍的效果。

SPSS (Statistical Package for the Social Science)——社会科学统计软件包,它是一个集数据整理、分析功能于一身组合式软件包^{[4][9]}。SPSS 的功能很多,其主要功能可分为两个方面:

(1) 对数据文件的建立和管理,主要通过 Data 菜单和 Transform 菜单实现,可以对数据进行修改编辑、查找、排序、合并、分割、抽样、加权、重新编码、编秩及计算转换等。

(2) 提供各种统计分析方法,即通过 Analyze 菜单对数据集进行一般统计分析(如描述性统计、探索性分析、t 检验、单因素和多因素方差分析、协方差分析、四方表和列方表卡方检验、相关分析、线性回归分析、非参数检验、生存分析等)和多种高级统计分析(如非线性回归、多元线性回归、Logistic 回归、Cox 回归、典型相关分析、因子分析、聚类分析、判断分析、对应分析、对数线性模型等)。SPSS 最突出的特点就是操作界面极为友好,输出结果美观漂亮,他使用 Windows 的窗口方式展示各种管理和分析数据方法的功能,使用对话框展示出各种功能选择项,只要掌握一定的 Windows 操作技能,粗通统计分析原理,就可以使用该软件为特定的研究工作服务。SPSS 采用类似 EXCEL 表格的方式输入与管理数据,数据接口较为通用,能方便的从其他数据库中读入数据。SPSS 也有专门的绘图系统,可以根据数据绘制各种图形。即使是非统计专业人士,也能较轻松地掌握使用。

SAS (Statistical Analysis System)——统计分析系统,是一个由三十多个专用模块组成的大型集成式软件包。SAS 系统的最大优点是计算机应用的四大驱动任务均提供了丰富的功能:数据访问(在分散的数据间建立联系)、数据存储及管理(将数据置于可用状态)、数据分析(将数据转换为有用信息)、数据呈现(按恰当方式表现所需信息)。SAS 系统除提供了从基本统计数的计算到各种试验设计的方差分析,相关回归分析以及多变量分析的多种统计分析过程外,还可用于应用开发、图形处理、报告编制、质量控制、项目管理、运筹学方法、计量经济学与预测等,几乎囊括了所有最新分析方法,在实际使用时可以根据需要选择相应的模块。

SYSTAT——由美国 SYSTAT 公司于 70 年代推出的数据统计绘画软件,因方法齐全、速度快、精度高、软件小、处理数据量大而大受欢迎,成为目前较为流行的通用数据分析软件包之一。SYSTAT 几乎可以完成统计研究者所需要的任何统计方法,功能包含实验设计分析、多变量分析、因素分析、判断分析、群分析、时间序列分析等各式各样的多变化量分析。它虽然还没有 SPSS 这样的软件包先进但却有一个突出特点,

(下转第 13 页)

(11)式知 $\ln v \leq \ln 2$, 于是 $0 \leq v - 1 \leq 1$, 从而(21), (24)式化为

$$\ln v \leq \left(\delta - \frac{k+2}{2(k+1)}\right) \left(\frac{\alpha}{\alpha-1}\right)^{\alpha-1} (1-u) \quad (25)$$

$$u \geq 1 + \delta \left(\frac{\alpha}{\alpha-1}\right)^{\alpha-1} (1-v) \quad (26)$$

于是

$$\ln v \leq \delta \left(\delta - \frac{k+2}{2(k+1)}\right) \left(\frac{\alpha}{\alpha-1}\right)^{2(\alpha-1)} (v-1) \quad (27)$$

$$\text{令 } f(x) = \ln x - \delta \left(\delta - \frac{k+2}{2(k+1)}\right) \left(\frac{\alpha}{\alpha-1}\right)^{2(\alpha-1)} (x-1)$$

, 立知 $f(x)$ 在 $x \geq 1$ 时有两个零点, 又由于

$$\begin{aligned} f\left(\exp\left(\left(\delta - \frac{k+2}{2(k+1)}\right) \left(\frac{\alpha}{\alpha-1}\right)^{\alpha-1}\right)\right) &= \\ \left(\delta - \frac{k+2}{2(k+1)}\right) \left(\frac{\alpha}{\alpha-1}\right)^{\alpha-1} - \delta \left(\delta - \frac{k+2}{2(k+1)}\right) \left(\frac{\alpha}{\alpha-1}\right)^{2(\alpha-1)} & \\ \left(\exp\left(\left(\delta - \frac{k+2}{2(k+1)}\right) \left(\frac{\alpha}{\alpha-1}\right)^{\alpha-1}\right) - 1\right) & \\ < 0 \end{aligned}$$

$$\text{由(11)式 } f\left(\exp\left(\left(\delta - \frac{k+2}{2(k+1)}\right) \left(\frac{\alpha}{\alpha-1}\right)^{\alpha-1}\right)\right) \geq 0,$$

从而当 $1 < v < \exp\left(\left(\delta - \frac{k+2}{2(k+1)}\right) \left(\frac{\alpha}{\alpha-1}\right)^{\alpha-1}\right)$ 时, 有 $f(v) > 0$, 这与(27)式矛盾, 故 $v = 1$, 从而 $u = 1$, 则有 $\{x_n\}$ 趋于 1, 引理 3 证完。由引理 1 及引理 3 立得定理 1。

定理 2、定理 3 的证明与定理 1 相似, 考虑篇幅, 证明从略。

参考文献:

- [1] Chen M. P., Yu J. S., Zheng D. G., Li L. W., Global attractivity in a generalized nonautonomous delay logistic equations [J], Bulletin of the Institute of Math., Academic sinica, Taipei, 1994, 22(2): 91-99.
- [2] Li J. W., Global attractivity in a generalizeo/delay logistic equations [J], Appl. Math - JC 1996, 11B: 165-174.
- [3] Zhou Zhan, Zhang Qinqin, Global attractivity of a nonautonomos logistic difference equation with delay [J], Computers and Math. With Applic., 1999, (38): 57-64.
- [4] Gapasamy K., stability and oscillation in delay differential equations of population dynamics [M], Kluwer Academic publishers, Boston, 1992.
- [5] 刘玉记, 差分方程 $x_{n+1} = x_n^\alpha e^{r_n(1-x_{n-k})}$ 正解的渐近性 [J], 经济数学, 2000, 17(3): 66-74.

(上接第 10 页)那就是包含有包括世界地图、三维图、经纬图等普通及奇特的图像模型, 具有突出的图形优势。

3 软件的选择和学习

3.1 普遍了解与重点学习相结合

如此众多的专业数学应用软件, 我们当然不可能样样精通。因此, 我们可对上述常用的优秀数学软件做一粗略了解, 以便在碰到具体的问题时, 能够根据问题的难度和特点来选择不同的工具解决特殊的问题。进而根据它们各自的优点和应用倾向, 在建模培训中有选择地重点学习。重点学习的对象首选通用型软件 Matlab, 如前所述, Matlab 的强大功能几乎能解决数学建模竞赛中所有问题, 即使你对其它软件一无所知。其次, 熟悉两种专用型软件 Lingo 和 SPSS, 使得处理数据挖掘和优化建模问题时更为轻松快捷。

3.2 长期学习与突击培训相结合

由于我国大学生数学建模竞赛的蓬勃开展, 数学软件已成为了一项必不可少的建模工具, 因此, 在大学课堂上, 很多学校已把《数学软件》做为理工科专业的一门选修乃至必修课程, 这就为长期学习精通一门数学软件提供了条件, 当然最好选择 Matlab。其次, 利用赛前集中培训, 突击学习一至两门专用软件, 如 Lingo 和 SPSS。

当然对于那些从未接触过数学软件的同学来说, 就只有通过赛前集中培训时突击学习了。而参加集训的学生一般来说均为经过基础知识考核和能力考核选拔出来的在校优秀学生, 它们对知识的理解能力和接受能力都是一流的, 经过三至五天的强化训练, 主要学习掌握软件的使用方法, 了解软件的主要功能, 学会使用帮助系统, 学生往往也都能掌握其大概, 至于详细的命令函数、操作指令和编程方法等可在使用过程中根据具体要求去查阅相关资料。

总之, 数学软件是数学建模的必不可少的重要工具, 在数学建模的教学和赛前培训中, 适当介绍有关软件, 有选择性地重点学习有关软件, 一定会在建模竞赛中收到很好的效果。

参考文献:

- [1] 刘莹, 如何在数学建模中正确发挥计算机的作用 [J], 杭州医学高等专科学校学报, 2004, (3): 117-118
- [2] 许峰, 数学技术、数学实验与数学软件 [J], 淮南职业技术学院学报 2001, (1): 103-105.
- [3] 叶其孝, 大学生数学建模竞赛辅导教材 (3) [M], 长沙: 湖南教育出版社, 1998.
- [4] 谢兆鸿, 范正森, 王良远, 数学建模技术 [M], 北京: 中国水利水电出版社, 2003.