

Lista: Interpolação e Integração

1. Implemente uma função Matlab para calcular a integral de uma função num intervalo $[a, b]$ utilizando o método de Simpson composto e Trapezio composto. Como parâmetros de entrada considere: o intervalo de integração $[a, b]$, a função que se quer integrar, o erro com que se quer aproximar a integral e o tamanho de passo h .
 - (a) Obtenha teóricamente o método de Simpson utilizando adequadamente interpolação polinomial para aproximar a integral (como feito na aula).
 - (b) Prove que o método de Simpson é exato para polinômios cúbicos. Comprove este fato computacionalmente no seu programa.
2. Considere a seguinte tabela de valores de uma função $f(x)$

x_i	-2	-1	0	1	2
$f(x_i)$	1	0	2	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$

- (a) Determine um polinômio de grau ≤ 2 para obter uma aproximação para $f(-0.25)$
 - (b) Suponha que pretendemos aproximar o valor $I = \int_{-2}^2 f(x)dx$ por $\int_{-2}^2 P_2(x)dx$ onde $P_2(x)$ é o polinômio que interpola $f(x)$ nos pontos $x_0 = -2, x_2 = 0, x_4 = 2$. Sabendo que as derivadas de f verificam $|f^{(j)}(x)| \leq \frac{j}{2}$, $j = 1, 2, 3, 4$ no intervalo $[-2, 2]$. Determine um majorante para o erro de integração. Justifique.
 - (c) Determine uma aproximação para I usando o método de Simpson composta e todos os pontos da tabela.
3. Calcule numericamente o valor de

$$\int_0^1 e^{-t^2} dt$$

e estime o erro usando Trapezio e Simpson.

4. Dada a tabela

x_i	2.3	2.4	2.5	2.6
$\log(x_i)$	0.36	0.38	0.39	0.41

- (a) Determine o valor aproximado de $\log(2.45)$ usando interpolação polinomial cúbica.
 - (b) Determine uma estimativa para o erro que se cometeu na aproximação.
5. Considere a função $f(x) = \cos x$ para $x \in [0, \pi]$. Determine o mínimo de pontos a considerar no intervalo dado para que o erro máximo da aproximação de $f(x)$ por um polinômio interpolador nesses pontos seja inferior a 0.5