LISTA 1 Simulação Computacional 2013

1. Considere o sistema Linear
$$A\mathbf{x} = b$$
   (a) Implemente uma função em Matlab para resolver este sistema usando o método de eliminação de **Gauss "clásico"** (ou seja sem estratégia de pivô). Considere como parâmetros de entradas a matriz A e o vetor b
   (b) Implemente uma função em Matlab para resolver este sistema usando o método de eliminação de Gauss **com estratégia de pivô parcial.** Considere como parâmetros de entradas a matriz A e o vetor b
   (c) Implemente uma função em Matlab para resolver este sistema usando o método de eliminação de Gauss **com estratégia de pivô total.** Considere como parâmetros de entradas a matriz A e o vetor b
   (d) Teste os códigos para diferentes matrizes A e vetores b e compare as soluçoes obtidas sem e com estratégia de pivô

2. Considere o SEL
$$\begin{aligned} \mathbf{x} + \mathbf{y} &= \mathbf{3} \\ -\mathbf{10x} + \mathbf{10}^5\mathbf{y} &= \mathbf{10}^5 \end{aligned}$$
   (a) Use aritmética de 4-dígitos de precição com estratégia de **pivô parcial** para achar a solução.
   (b) Use aritmética de 4-dígitos de precição com estratégia de **pivô total** para achar a solução.
   (c) Determine a **solução exata** e compare com os resultados em itens a) e b).

3. Considere o sistema linear
$$\begin{aligned} 2x + y &= -1 \\ x - 3y &= 0 \\ y + 3z &= 0 \end{aligned}$$
   (a) Prove que o método de Jacobi aplicado a esse sistema linear converge para a solução do mesmo independente da aproximação inicial $x^{(0)}$
   (b) Tome $x^{(0)} = \mathbf{0}$ e mostre que as iteradas satisfazem a desigualdade:
$$\left\| e^{(k+1)} \right\|_\infty \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{k+1}$$

(c) Mostre que método de Seidel aplicado ao sistema acima converge e calcule $x^{(2)}$. Forneça uma estimativa para erro cometido na iterada $x^{(2)}$.

4. Escreva uma função MATLAB que, tendo como dados de entrada uma matriz A (diagonalmente dominante), um vetor b, e uma constante ε, utiliza o método de Jacobi para obter aproximacões da solução do SEL $Ax = b$ com uma presição ε.

   (a) Teste seu programa com matrizes diagonalmente dominantes.

   (b) Teste seu programa com uma matriz tal que $\max(|\lambda_i|) < 1$, onde λ_i são os autovalores da matriz de iterção C, e tal que C não seja uma matriz diagonalmente dominante. Neste caso o método é convergente? por que?

5. Implemente o método de Seidel, tendo como dados de entrada uma matriz A, um vetor b, e uma constante inteira n e como saida do programa a aproximação da solução do SEL $Ax = b$ depois de n iterações do método.

6. Considere o sistema Linear

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 1 & 2 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

   (a) Prove que está garantida a convergencia do método de Gauss-Seidel, independentemente da condição inicial escolhida.

   (b) Com $x^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ obtenha o vetor $x^{(1)}$ e calcule uma estimativa do error $\left\| x - x^{(1)} \right\|_\infty$.

7. Demostre que

$$\|A\| = \sup_{\|x\| \neq 0} \frac{\|Ax\|}{\|x\|}$$

   define uma norma matricial.

   (a) Prove que

$$\|A\|_1 = \max_j (\sum_i |a_{ij}|)$$

   (b) Prove que

$$\|A\|_\infty = \max_i (\sum_j |a_{ij}|)$$

*****Obs: Recomendo ver o site:** http://www.ima.umn.edu/~arnold/disasters/ **que possui asunto interessante relacionado com o nosso curso.**