

Probabilités discrètes

Première 6

1 Loi de probabilité d'une variable aléatoire discrète

Rappel : Une expérience aléatoire est une expérience 1) reproductible 2) dont on ne peut pas prédire le résultat avec certitude a priori. L'exemple typique d'une expérience aléatoire est un lancer de pile ou face ou un lancer de dé.

1.1 Variable aléatoire

Définition 1 Soit E l'ensemble (supposé fini) des issues d'une expérience aléatoire. On appelle variable aléatoire réelle sur E une fonction de E dans \mathbb{R} .

Exemple : Considérons le lancer de deux dés, il y a 36 issues possibles. Ce sont les couples de valeurs $(i; j)$ avec $i, j \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. On peut les synthétiser dans le tableau suivant :

Valeur	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

1.2 Loi de probabilité d'une variable aléatoire

Soit E un ensemble fini d'issues d'une expérience aléatoire. On considère X une variable aléatoire discrète pouvant prendre les valeurs x_1, \dots, x_n .

Définition 2 Définir la loi de probabilité de X , c'est associer à chacune valeurs x_i un nombre, noté $P(X = x_i)$ tel que

- pour tout i , $0 \leq P(X = x_i) \leq 1$.
- $P(X = x_1) + P(X = x_2) + \dots + P(X = x_n) = 1$.

Le nombre $P(X = x_i)$ s'appelle la probabilité que la variable aléatoire X prenne la valeur x_i .

Remarque : Si toutes les issues d'une expérience aléatoire ont la même probabilité d'occurrence, on parle de situation équiprobable.

1.3 Exemples

Exemple 1 : La variable aléatoire donnant la somme du lancer de deux dés équilibrés suit une loi de probabilité représentée par le tableau suivant :

Issue	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Probabilité												

Exemple 2 : La loi de Bernoulli On considère un ensemble binaire d'issues : $\{0; 1\}$. La variable aléatoire X prend la valeur 1 avec probabilité p et la valeur 0 avec la probabilité $1 - p$.

2 Espérance d'une variable aléatoire

Soit E un ensemble fini constituant les issues d'une expérience aléatoire. On considère X une variable aléatoire définie sur E dont la loi de probabilité est donnée ci-dessous.

Issue	x_1	x_2	...	x_n
Probabilité	p_1	p_2	...	p_n

Définition 3 *L'espérance de la variable aléatoire est le nombre $E(X) = p_1x_1 + \dots + p_nx_n$.*

2.1 Le cas des jeux de hasard