1) σ est une fonction polynôme du second degré avec $a = \frac{-1}{12}$; $b = \frac{13}{3}$; $c = -29$.

D'après le cours, σ admet le sens de variation suivant (car $a < 0$)

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$		$\searrow$

Ici $\frac{-b}{2a} = \frac{-13/3}{\cancel{2}\times -1/\cancel{12}_{6}} = \frac{-13}{\cancel{3}\times\frac{-1}{\cancel{6}_{2}}} = 26$

Donc σ est croissante sur $]-\infty ; 26]$ et donc sur $[8;22]$

2) On a $\sigma(12) = 11$; $d(12) = 25$.

$\sigma(12) < d(12)$. La demande est supérieure à l'offre, en d'autres termes l'offre commerciale est avantageuse pour le client.

3) $\sigma(22) = 26$; $d(22) = 10$. $\sigma(22) > d(22)$. L'offre excède la demande, le restaurateur n'écoule pas toute sa production.

4) On veut résoudre $\sigma(x) = d(x)$ soit

$$-1{,}5x + 43 = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{13}{3}x - 29$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{12}x^2 - \frac{35}{6}x + 72 = 0$$

$$\Delta = \left(\frac{35}{6}\right)^2 - 4\times\frac{1}{12}\times 72 = \frac{1225}{36} - 6 = \frac{361}{36} > 0$$

Il y a donc deux solution

$\underline{x_+ = 16}$; $\underline{x_- = 54}$

Comme $x_- > 22$; on ne retient que la valeur x_+.

Le prix d'équilibre est donc de 16 €.

5) On cherche $\sigma(x) \geq d(x)$. En utilisant la question 4 et le cours, on obtient le tableau de signes suivant pour $g(x) = \sigma(x) - d(x)$.

x	$-\infty$		x_+		x_-		$+\infty$
$\sigma(x)-d(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Ainsi $\sigma(x) - d(x) \geq 0$ si et seulement si $x \in [16 ; 54]$.

Comme on se limite aux prix ≤ 22 ; on en déduit que $x \in [16 ; 22]$.