

# 第四章 几何光学的基本原理

- § 4.1 几何光学基本概念和定律 费马原理
- § 4.2 光在平面界面上的反射和折射 光导纤维
- § 4.3 光在球面上的反射和折射
- § 4.6 近轴物近轴光线成像的条件
- § 4.4 光连续在几个球面界面上的折射 虚物的概念
- § 4.5 薄透镜
- § 4.7 共轴理想光具组的基点和基面

# 本章概述

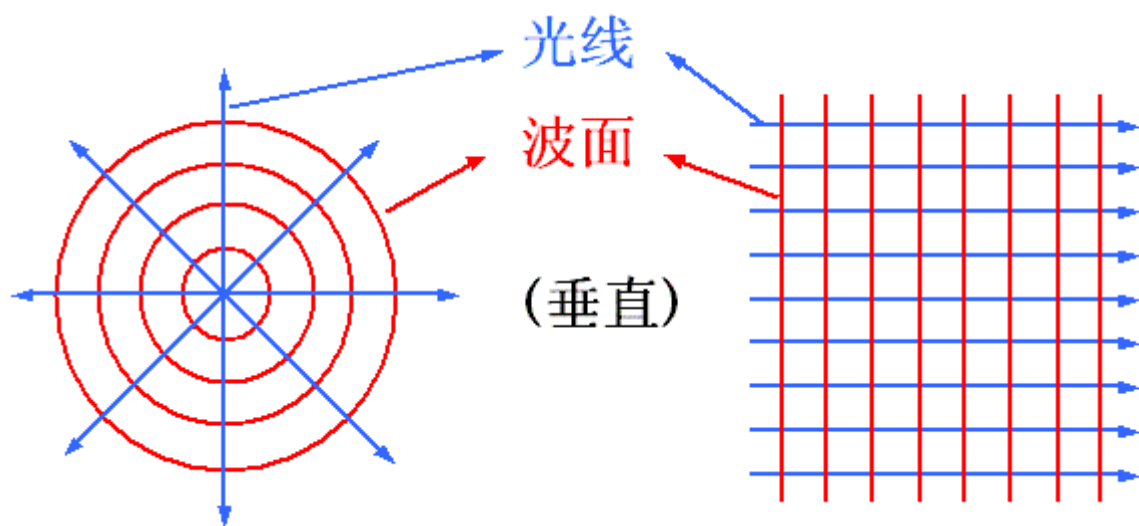
- ◆ 基本概念（§ 4.1、§ 4.4）光线、实像、虚像、虚物
- ◆ 基本定理（§ 4.1）费马原理
- ◆ 由费马原理导出反射和折射定律（§ 4.1）
- ◆ 光学系统成像的规律（§ 4.3—§ 4.6）
  - 球面镜成像
  - 薄透镜成像
  - 近轴条件
- ◆ 基点基面法及其意义（§ 4.7）

## § 4.1 几何光学基本概念和定律 费马原理

### 一、光线与波面

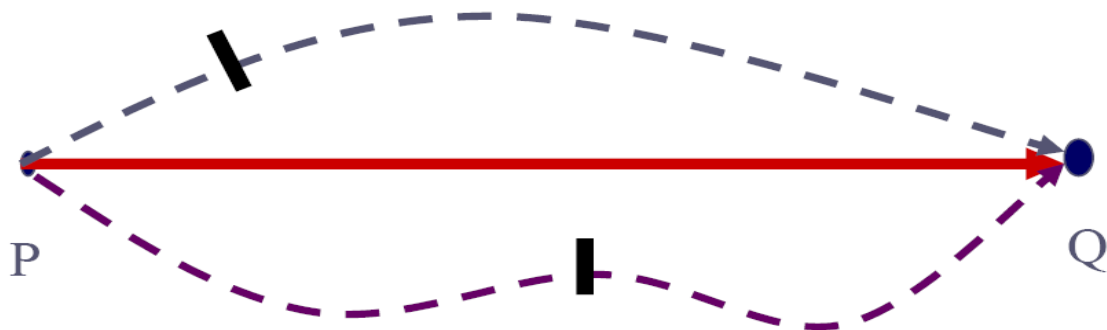
光线的概念  
波面的概念

} 在各向同性介质中的关系

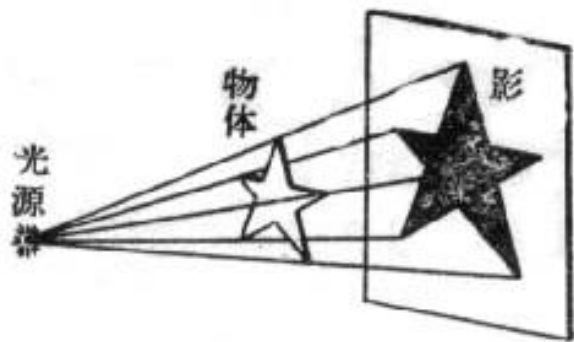


## 二、几何光学的基本实验定律

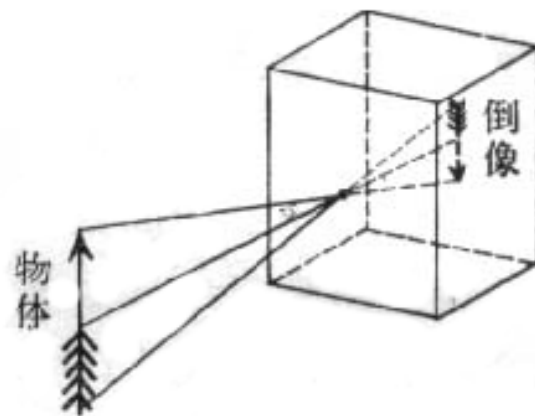
### (1) 光在均匀介质中的直线传播定律



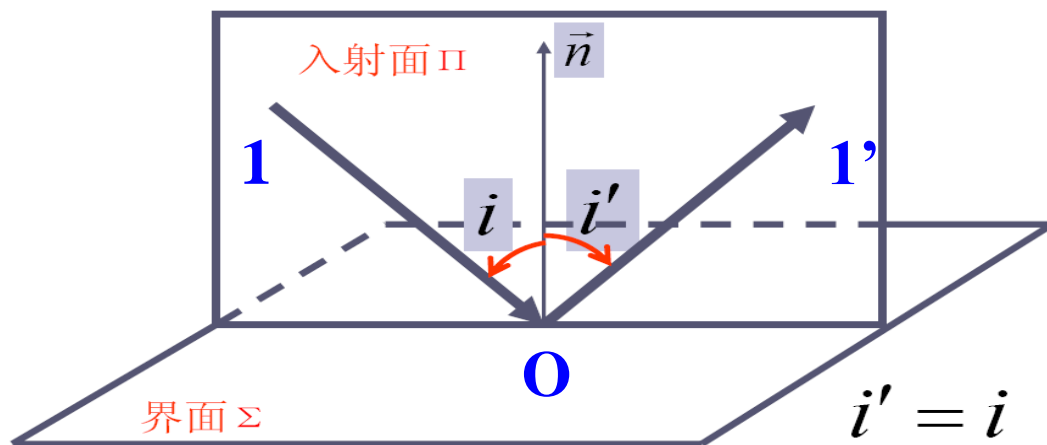
- 投影 (shadow)



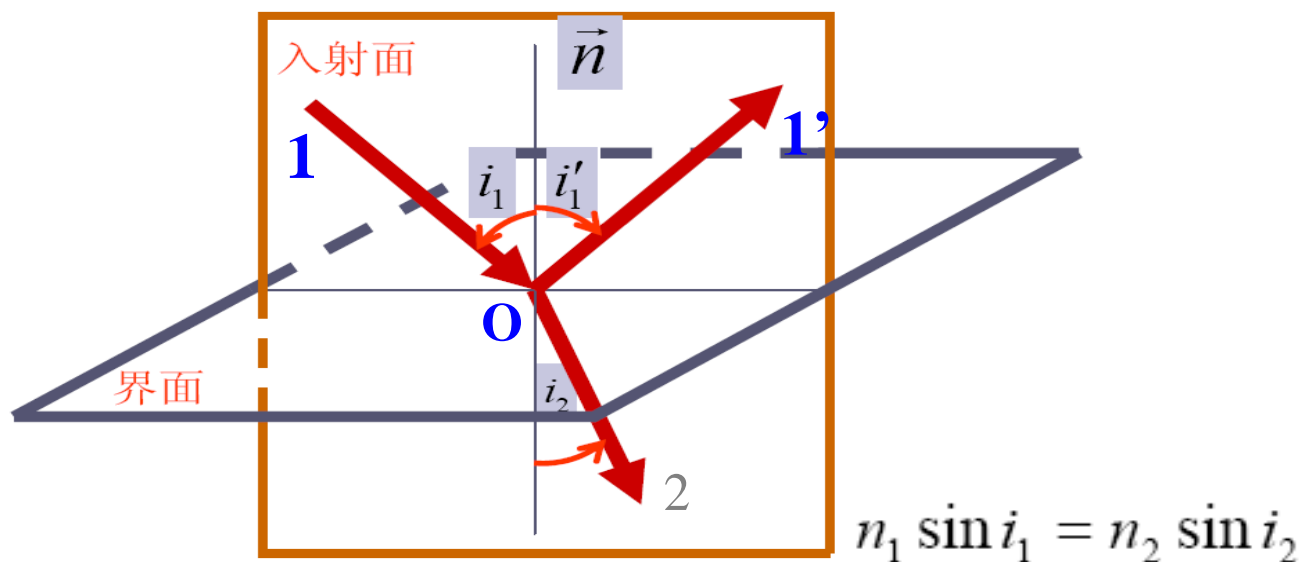
- 针孔成像 (pinhole imaging)



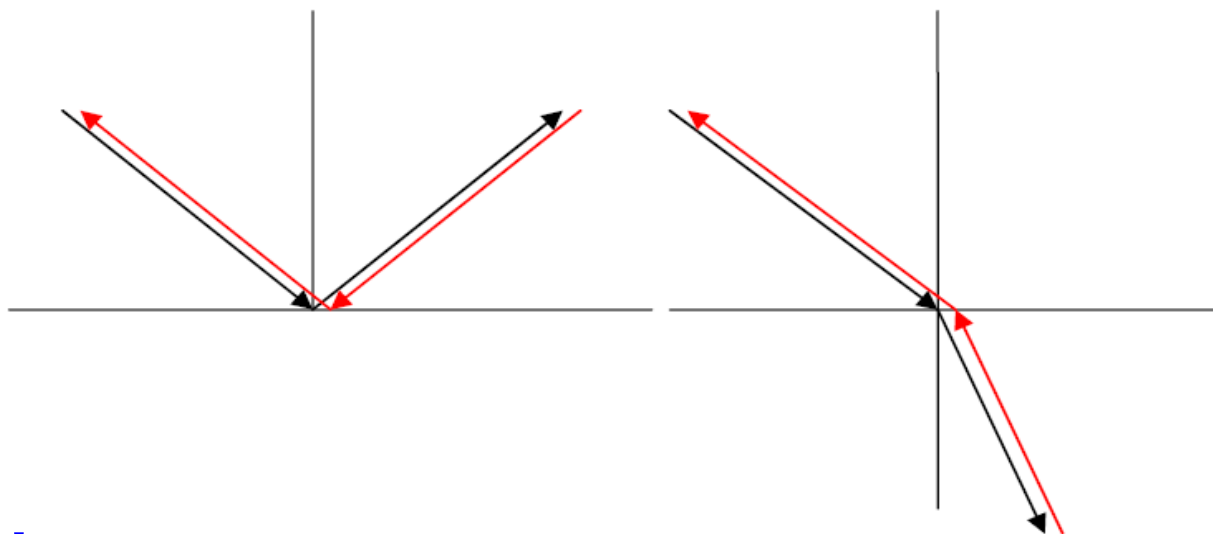
## (2) 光的反射定律



## (3) 光的折射定律



### (3) 光的独立传播定律和光路可逆原理



#### ➤ 总结：

1. 直线传播定律
2. 光的反射、折射定律
3. 光的独立传播定律
4. 光路可逆原理

#### 成立条件：

1. 均匀、各向同性介质：  
 $n = \text{常数}$
2. 光强不太大，线性介质
3. 光学元件的线度  $R \gg \text{波长}$

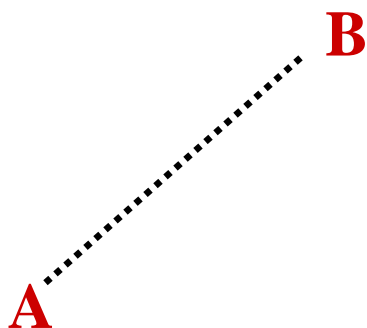
### 三、费马原理

**费马原理：**光在指定的两点之间传播，光沿光程为最大、最小或恒定的路程传播。

**数学表达式：**  $\int_A^B n ds = \text{极值（极小值、极大值或恒定值）}$

实际情况下，一般取极小值

#### 1、直线传播定律



当光在均匀介质（或真空）中从A点传播到B点时，费马原理指出光线走最小路程（光程）。

由两点之间直线最短这一几何公理知，光线必沿直线传播。

光的直线传播定律是费马原理的直接结果。

## 2、反射定律

给定点A和B

- 光路ADB遵守反射定律  $i_2=i_1$
- 光路AD'B不遵守反射定律

从B点向分界面引垂线BEB'

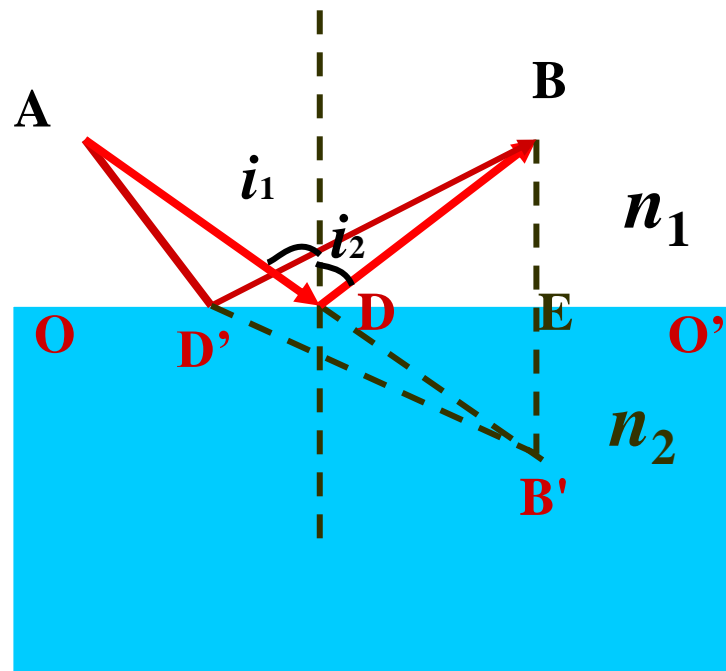
令  $B'E=BE$ , 则  $DB=DB'$ ,  $D'B=D'B'$

则  $ADB=ADB'$   $AD'B=AD'B'$   $\longrightarrow$

$ADB'$ 为直线  $< AD'B'$ 为折线  $\longrightarrow ADB < AD'B$

光沿遵守反射定律的路径ADB进行时, 通过距离最短,  
费时最少

$\longrightarrow$  遵守费马原理

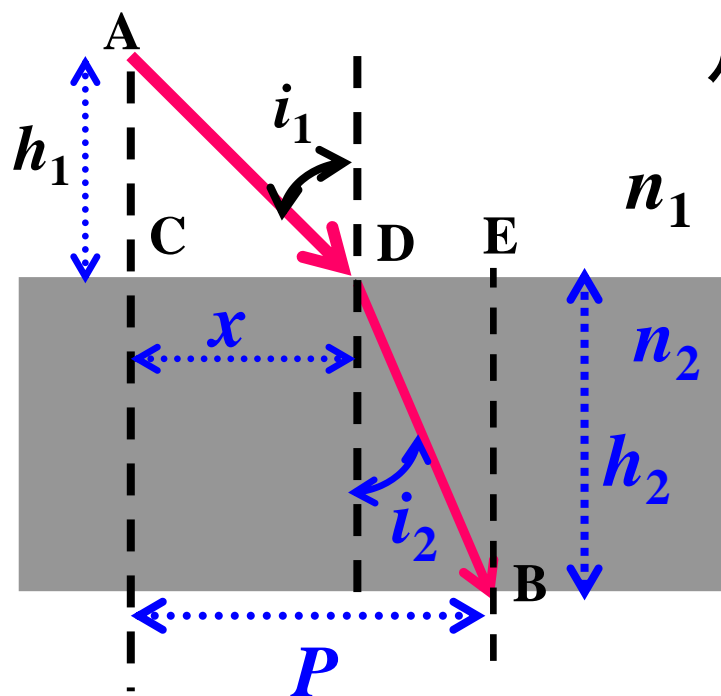




### 3、折射定律

给定点A和点B:

从A点和B点向分界面引垂线AC、BE



令  $CE=P$  (常数),  $CD=x$  (变量),  
求  $x$  为何值时, 从A点到B点的光程 (或时间) 最短?

光从A->D->B的时间为

$$t = \frac{AD}{V} + \frac{DB}{V'} \quad \begin{cases} V: \text{光在 } n_1 \text{ 中的速度} \\ V': \text{光在 } n_2 \text{ 中的速度} \end{cases}$$

$$AD = \sqrt{h_1^2 + x^2}$$

$$DB = \sqrt{h_2^2 + (P - x)^2}$$



$$t = \frac{1}{V} \sqrt{h_1^2 + x^2} + \frac{1}{V'} \sqrt{h_2^2 + (P - x)^2}$$

令  $\frac{dt}{dx} = 0$

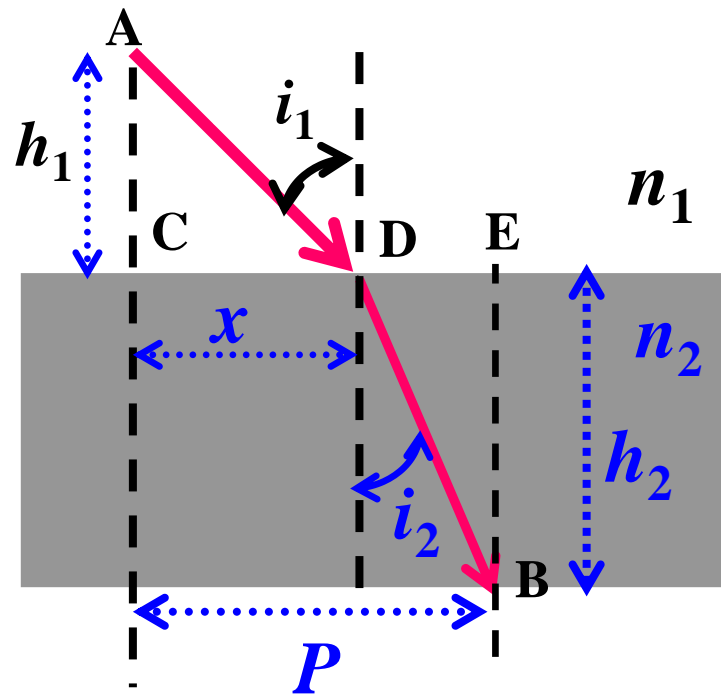
$$\frac{1}{V} \frac{x}{\sqrt{h_1^2 + x^2}} - \frac{1}{V'} \frac{P - x}{\sqrt{h_2^2 + (P - x)^2}} = 0$$

↓

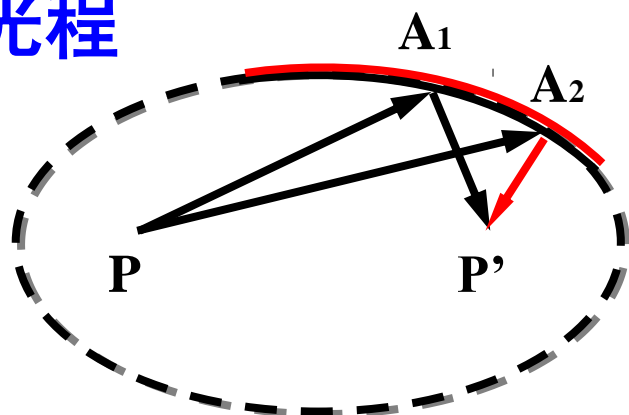
$$\begin{cases} \frac{x}{\sqrt{h_1^2 + x^2}} = \sin i_1 \\ \frac{P - x}{\sqrt{h_2^2 + (P - x)^2}} = \sin i_2 \end{cases}$$

$$\frac{\sin i_1}{V} - \frac{\sin i_2}{V'} = 0 \longrightarrow \frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{V}{V'} = \frac{n_2}{n_1} \longrightarrow$$

$$\boxed{n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2} \quad \text{折射定律}$$



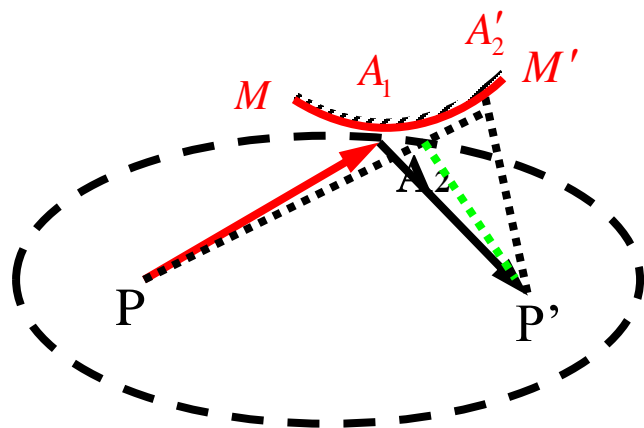
## 4. 等光程



旋转椭球凹面镜，自其一个焦点发出，经镜面反射后到达另一焦点的光线等光程。

$$PA_i + A_iP' = \text{常数}$$

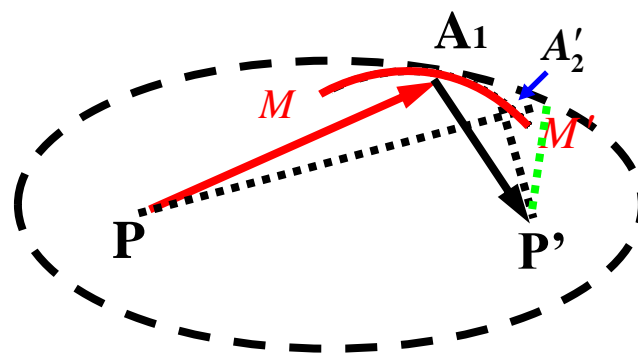
## 5. 光程为极小和极大值



$$PA_2' + A_2'P' > PA_1 + A_1P'$$

光程为极小值

费马原理



$$PA_2' + A_2'P' < PA_1 + A_1P'$$

光程为极大值

光传播的可逆性原理



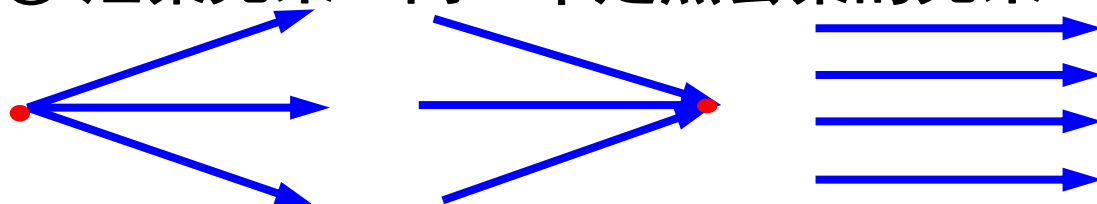
## 四、单心光束 实像和虚像

1、**光学系统**：由透镜、反射镜、棱镜及光阑等多种光学元件按一定次序组合成的整体。

2、**单心光束**：具有单个顶点的光束（**同心光束**）

① 发散光束：由一顶点发出的光束；

② 汇聚光束：向一个定点会聚的光束。

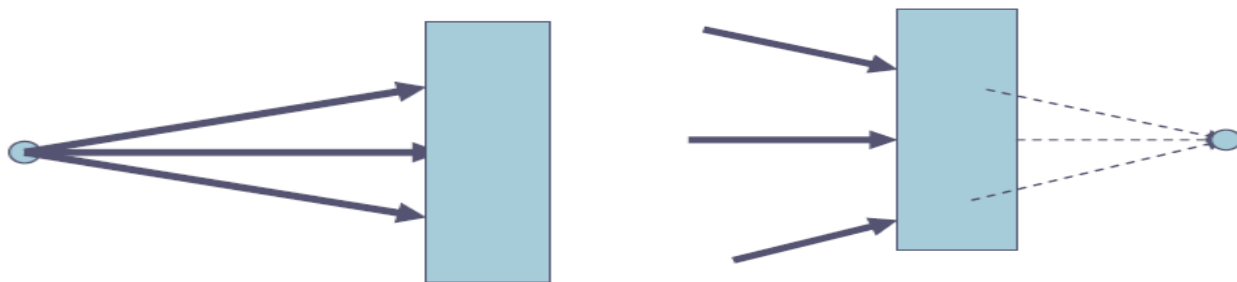


### 3. 物和像

(1) **物点**：入射到光学系统的**单心光束**的顶点

① 实物点：发散的入射单心光束的顶点

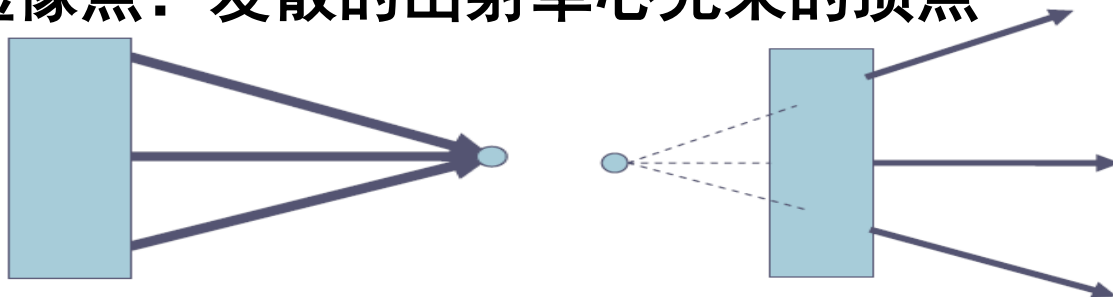
② 虚物点：会聚的入射单心光束延长线的顶点



(2) **像点**：经光学系统出射后的单心光束的顶点

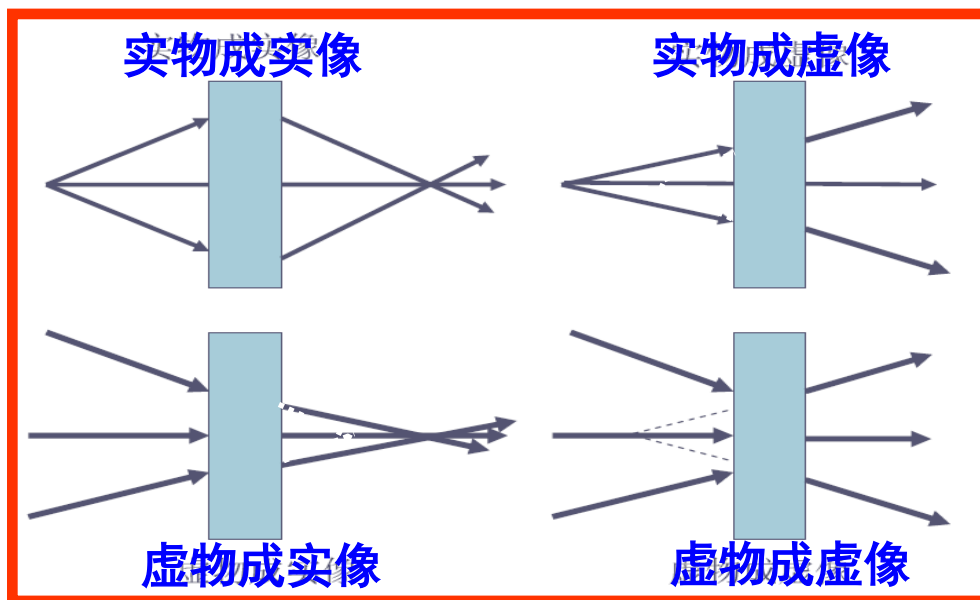
① 实像点：会聚的出射单心光束的顶点

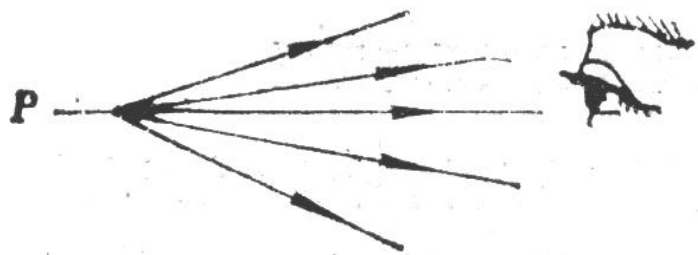
② 虚像点：发散的出射单心光束的顶点



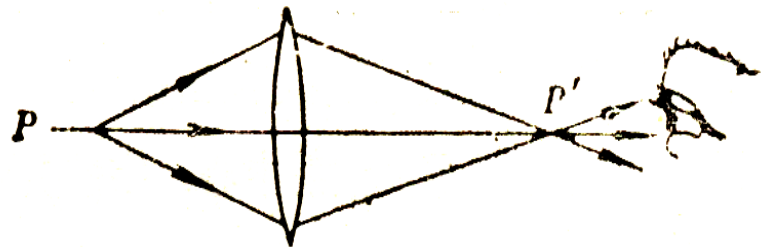
#### 4、实物、实像、虚像的联系与区别

(1) 实物点、虚物点、实像点、虚像点的集合分别称为**实物**、**虚物**、**实像**、**虚像**。

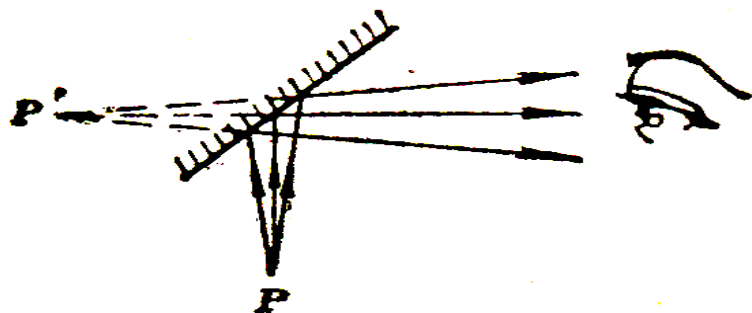




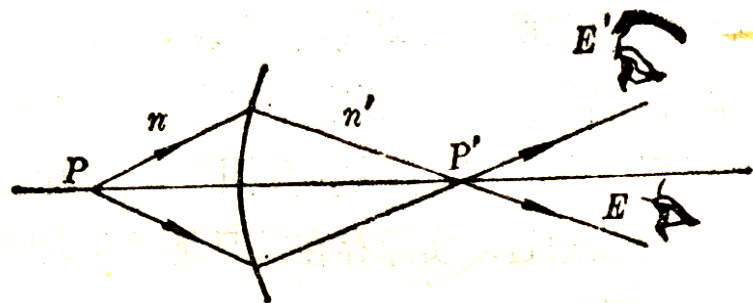
实物光线进入人眼



实像光线进入人眼



虚像光线进入人眼



人眼在像点发光范围内可见它

**注意点:** (1) 物点向一切方向发光

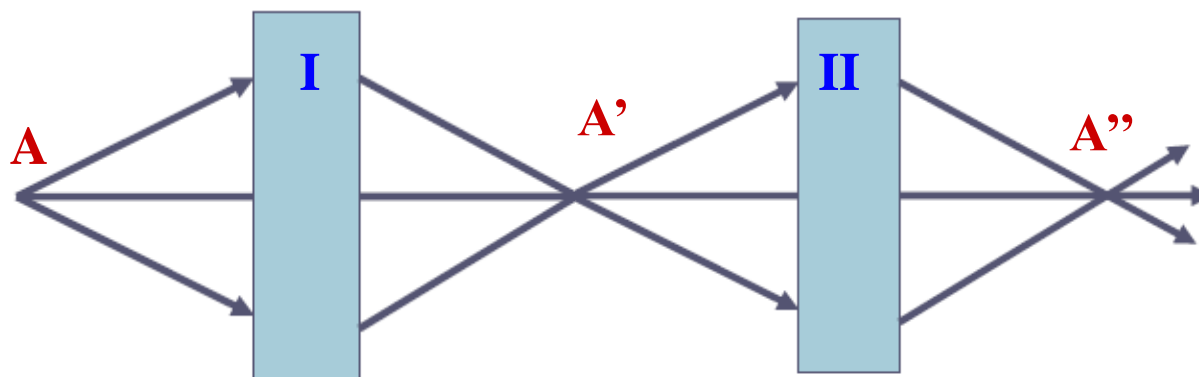
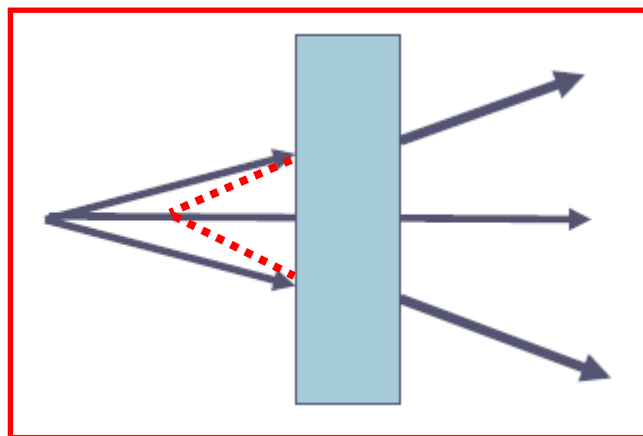
(2) 像点发光范围受仪器（透镜、面镜等）限制

(3) 实像点确有光线通过，虚像点没有光线通过

## 5. 物空间和像空间

物空间（物方）：物所在的空间。

像空间（像方）：像所在的空间。



## § 4.2 光在平面界面上的反射和折射 光导纤维

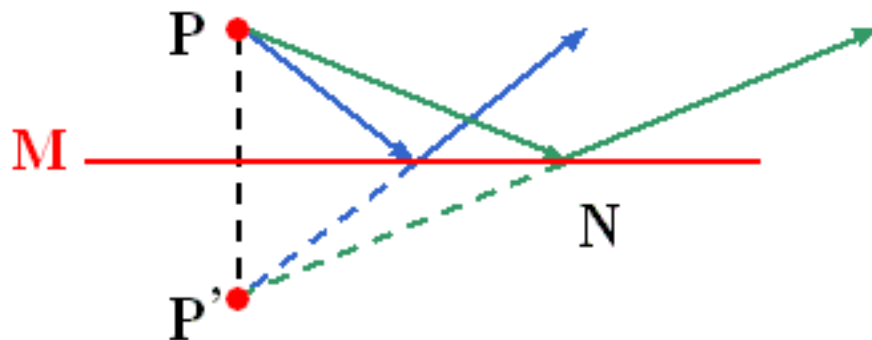
几何光学研究的主要问题是怎样准确地反映物体的形状，即怎样保持光束单心性的问题

### 一、光在平面上的反射

#### (一)、理想光学系统

- 1、使单心光束保持其单心性不变的光学系统。
- 2、理想光学系统是成像的必要条件。

#### (二)、光的平面反射成像



由光的反射定律知：

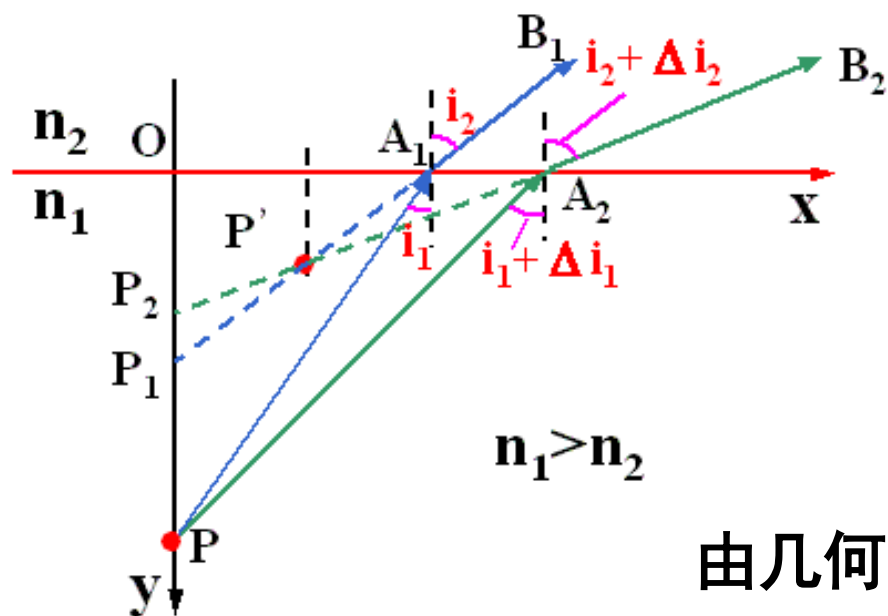
$$PN = P'N$$

P和P'关于M对称

→ 平面镜是不改变单心性的理想光学系统



## 二、光在平面上的折射 光束单心性的破坏



### 1. 讨论两条光线 $PA_1$ 、 $PA_2$ 的折射

$$P(0, y), A_1(x_1, 0)$$

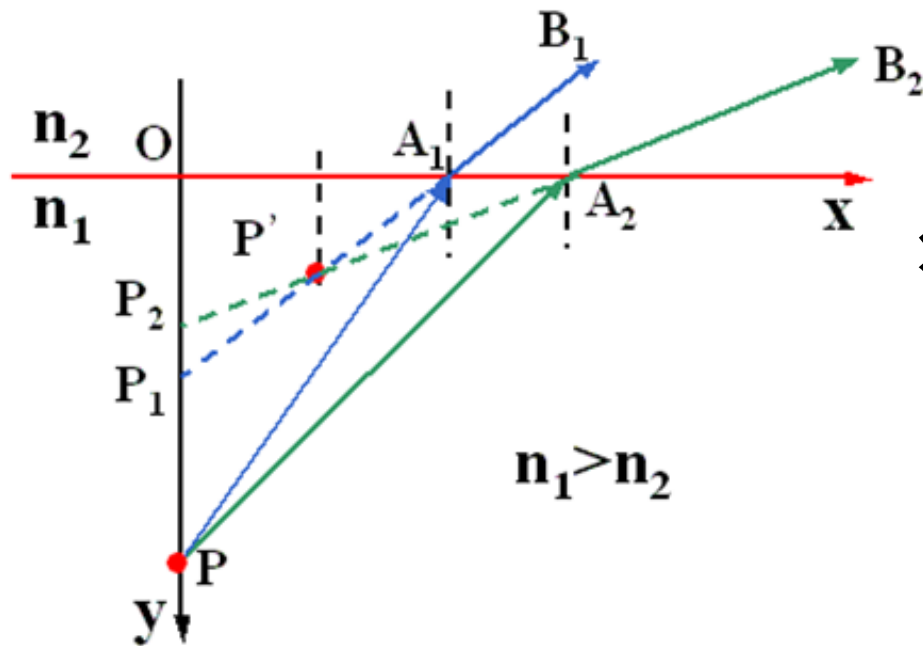
$$A_2(x_2, 0), P_1(0, y_1)$$

$$P_2(0, y_2), P'(x', y')$$

由几何光学可计算出 (P154 附录3.1)

$$\left\{ \begin{array}{l} y_1 = \frac{n_2}{n_1} \sqrt{y^2 + \left(1 - \frac{n_1^2}{n_2^2}\right) x_1^2} \\ y_2 = \frac{n_2}{n_1} \sqrt{y^2 + \left(1 - \frac{n_1^2}{n_2^2}\right) x_2^2} \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x' = y \left( \frac{n_1^2}{n_2^2} - 1 \right) \tan^3 i_1 \\ y' = y \frac{n_2}{n_1} \left[ 1 - \left( \frac{n_1^2}{n_2^2} - 1 \right) \tan^2 i_1 \right]^{3/2} \end{array} \right.$$

决定 $P'$ 的位置



## 2. 讨论P点发出的狭窄空间光束的折射

将 $\triangle PA_1A_2$ 绕  $oy$  轴旋转一小角度

●光束中所有光线的折射光的反向延长线均落在 $P_1P_2$ 范围内

●在旋转中 $P'$ 在空间画出了一段弧线，旋转角度很小时可近似认为该弧为垂直于图面的直线。

**折射光束的单心性被破坏！**

$P_1P_2$ : 弧矢像线

$P'$ 在空间画出的垂直于图面的直线: 子午像线

弧矢像线  $\perp$  子午像线

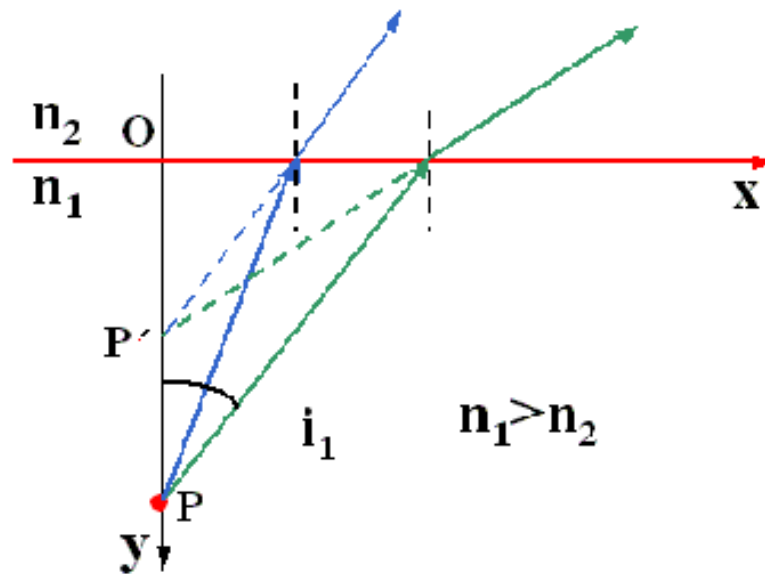
像散的特性

### 3. 当 $i_1=0$ 时:

$$\begin{cases} x' = 0 \\ y' = y_1 = y_2 = n_2 y / n_1 \end{cases}$$

折射光束近似单心,  $y'$  称为  
像似深度:

$$y' = \frac{n_2}{n_1} y$$



**讨论:** 若  $n_1 > n_2$ , 则  $y' < y$ , 像似深度减小。  
若  $n_1 < n_2$ , 则  $y' > y$ , 像似深度增大。

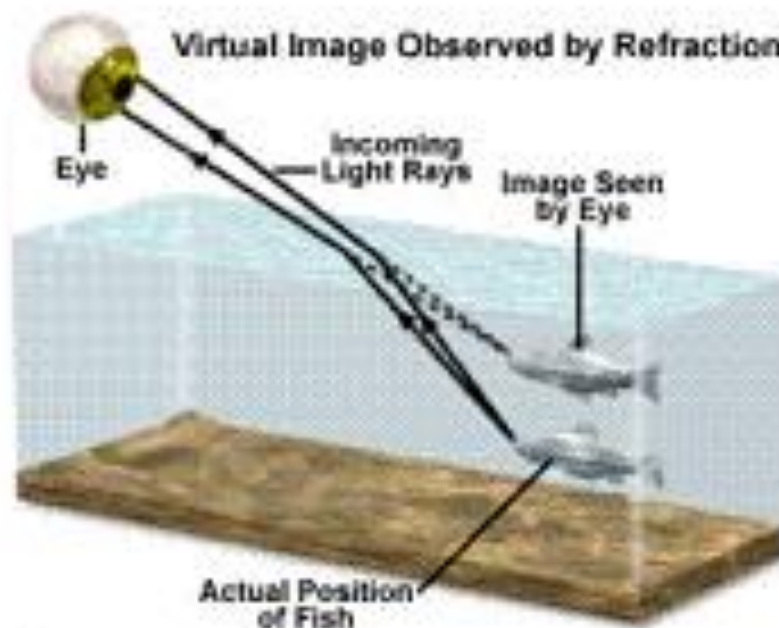
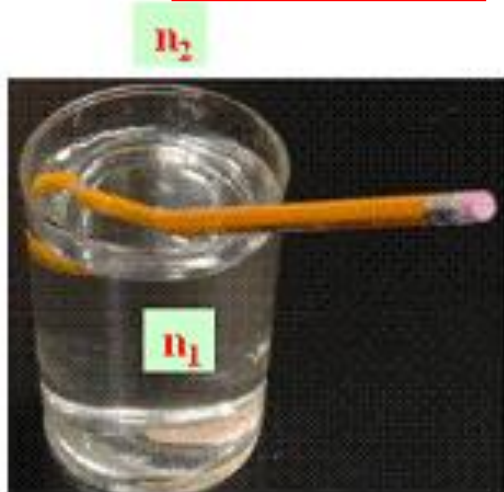
**例如:** 看水中物体( $n_1=1.33, n_2=1, y' < y$ ) 物体在水中似乎上升了

透过折射率为  $n$ 、厚度为  $h$  的平行板观察物体  $P$  时, 像点  $P'$  移动的距离为  $PP' = h(1 - 1/n)$  (见P120 例3.1)

当  $i_1 \rightarrow 0$  时,  $P_1, P_2, P'$  点重叠, 折射光束能保持单心性。

像似深度:

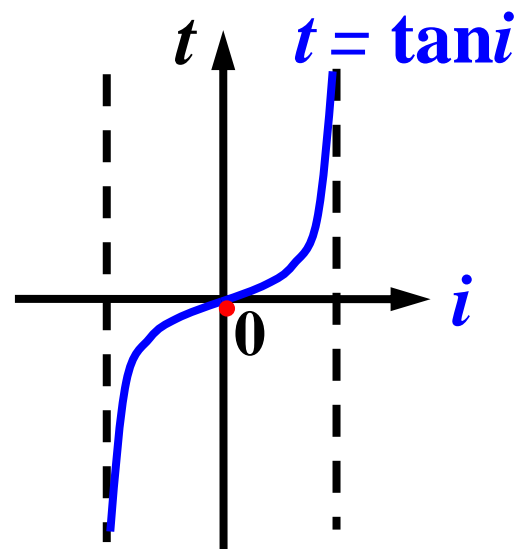
$$y' = \frac{n_2}{n_1} y$$



4.  $i_1$  越大, 象散越严重

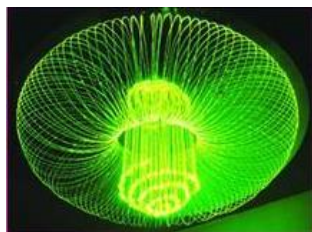
$$x' = y \left( \frac{n_1^2}{n_2^2} - 1 \right) \tan^3 i_1$$

$$y' = y \frac{n_2}{n_1} \left[ 1 - \left( \frac{n_1^2}{n_2^2} - 1 \right) \tan^2 i_1 \right]^{3/2}$$



# ➤ 光学前沿：光纤及其应用

光纤是光导纤维的简写，是一种利用光在玻璃或塑料制成的纤维中的全反射原理而达成的光传导工具。前香港中文大学校长高锟和George A. Hockham首先提出光纤可以用于通讯传输的设想，高锟因此获得2009年诺贝尔物理学奖。



➤ **光纤的种类：** 石英光纤、红外光纤、复合光纤、塑包光纤、单模光纤、多模光纤等

➤ **光纤的传输优点：** 频带宽，损耗低，重量轻，抗干扰能力强，保真度高，工作性能可靠，成本不断下降。

**光纤与光缆不同！**

➤ **光纤的应用：** 照明、装饰、显示元件、光学传感器（测量压力和温度等）、光纤通信、医学应用（内窥镜和胃镜等）、艺术应用等。

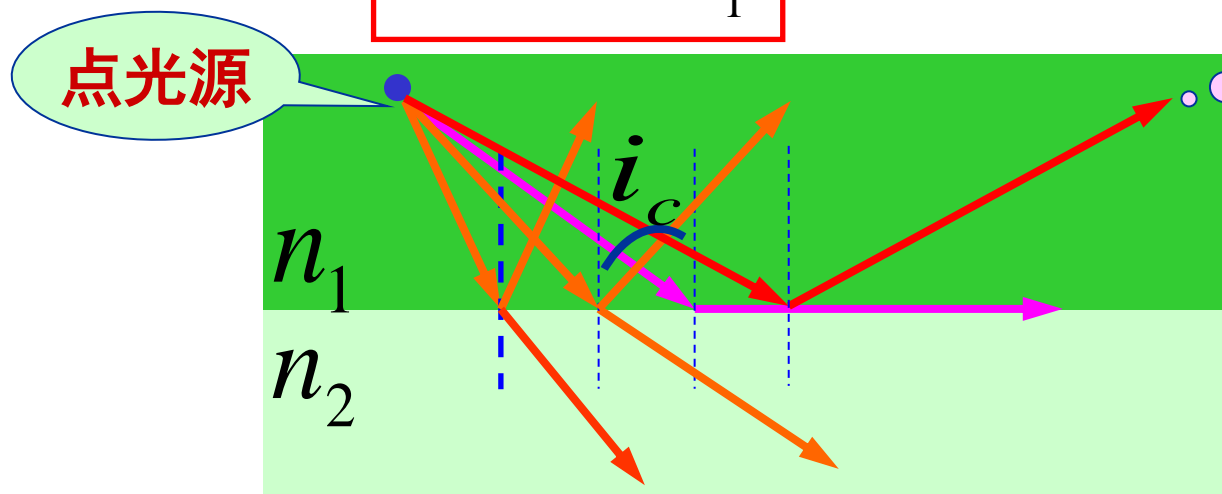
### 三、全反射 光波导

光从光密( $n_1$ ) $\Rightarrow$ 光疏( $n_2$ ) 时,  $i_1 = i_c \rightarrow i_2 = 90^\circ$ ,  $n_1 \sin i_c = n_2$

$$i_c = \sin^{-1} \frac{n_2}{n_1}$$

—— 临界角

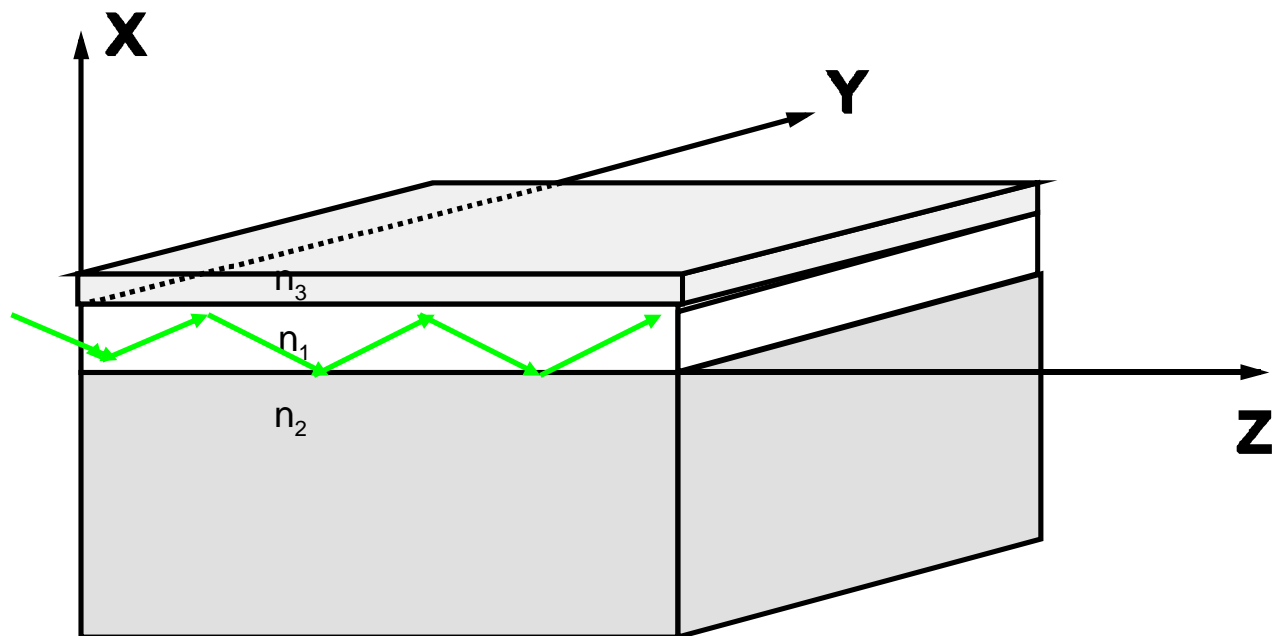
全反射



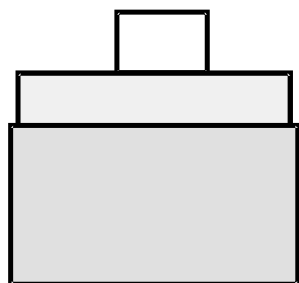
#### 1.光波导：约束光波传输的媒介

- 介质光波导三要素：A. “芯 / 包” 结构; B. 凸形折射率分布,  $n_1 > n_2$ ; C. 低传输损耗
- 光波导的分类：A. 薄膜波导（平板波导）; B. 矩形波导（条形波导, 脊形波导）; C. 圆柱波导（光纤）

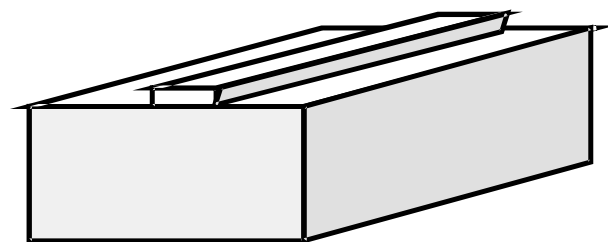
平板波导



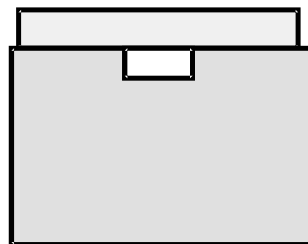
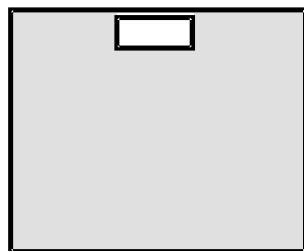
矩形波导



脊型波导

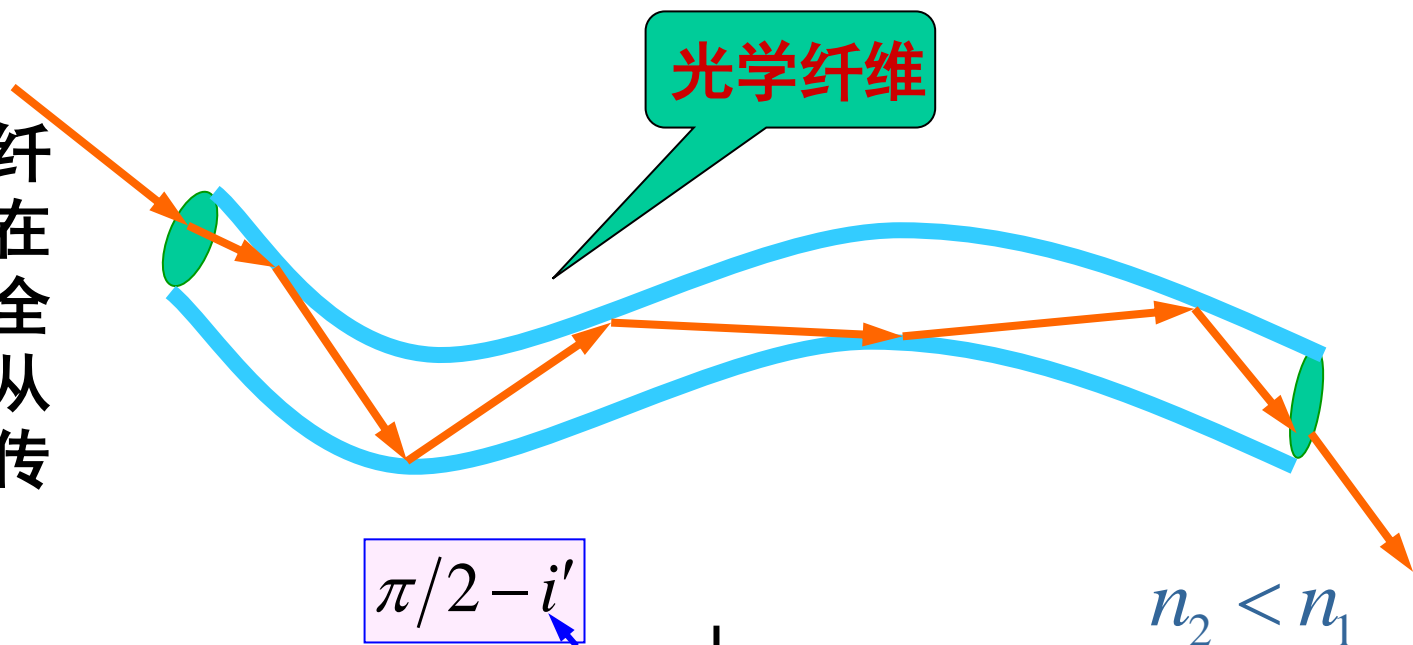


条形波导



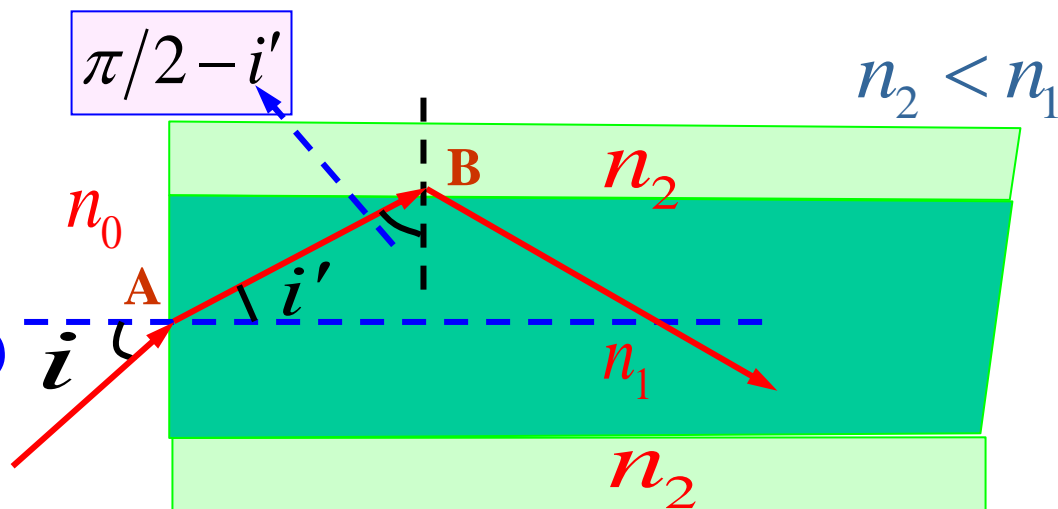
## 2. 光纤

光进入光学纤维后，多次在内壁上发生全内反射，光从纤维的一端传向另一端



### (1). 阶跃光学纤维的端面

$$i = i_0 = \arcsin\left(\frac{1}{n_0} \sqrt{n_1^2 - n_2^2}\right)$$

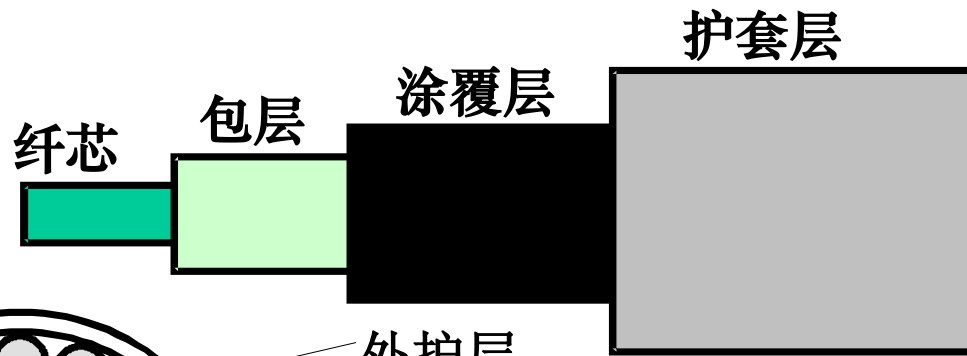


$n_0 \sin i_0$  -- 数值孔径，决定了可经光学纤维传递的光束的入射角。

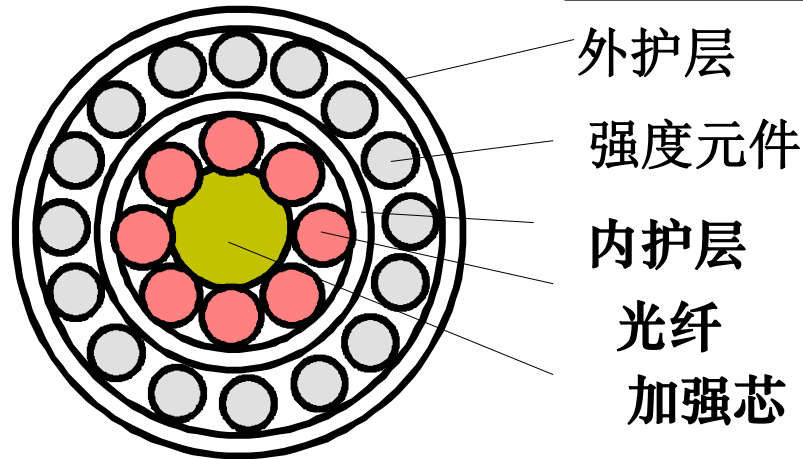
当  $\frac{\pi}{2} - i' \geq i_c$  时，光能够沿光纤的内壁由光纤的一端传到另一端。



## (2) 光纤组成:



## (3) 光缆



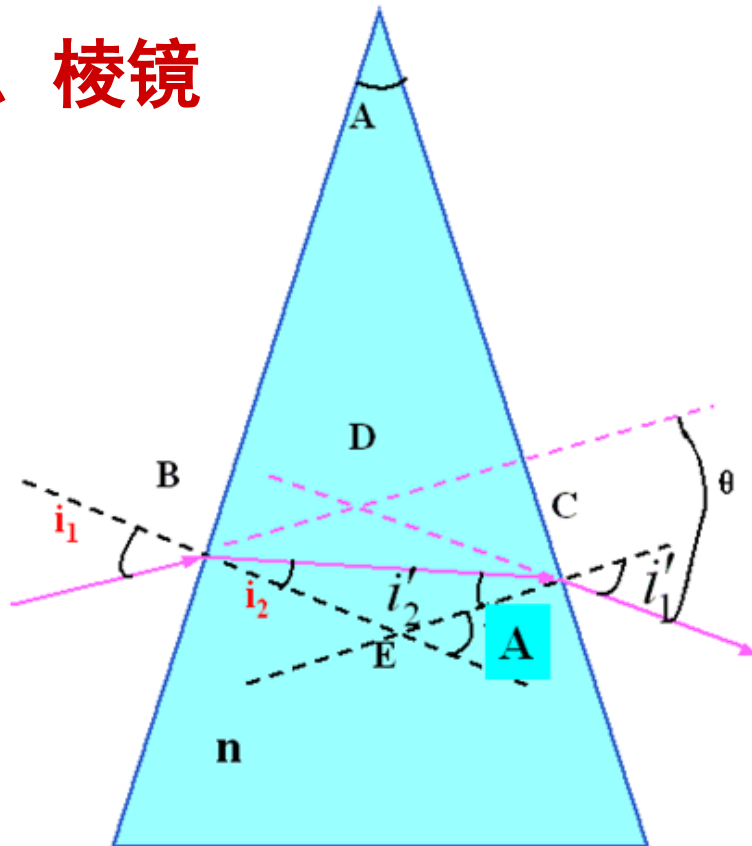
(4) 光纤的材料: 石英系材料, 有机聚合物材料。

(5) 光纤的应用: A. 输送能量(传光束); B. 传送信息(传像素)

## (6) 光通信的优点:

- A. 低损耗. 玻璃 几千dB/km, 石英光纤 0.2 dB/km
- B. 信带宽、容量大、速度快
- C. 电气绝缘性能好, 无感应, 无串话
- D. 重量轻、耐火、耐腐蚀, 可用在许多恶劣环境下
- E. 资源丰富, 价格低

## 四、棱镜



顶角  $A$   
 折射率  $n$   
 单色光入射

} 求偏向角  $\theta$

可求得:  $\theta = (i_1 - i_2) + (i'_1 - i'_2)$

$$A = i_2 + i'_2$$

$$\theta = i_1 + i'_1 - A$$

当  $i_1 = i'_1$  时,  $\theta$  取最小值

$$\theta_0 = 2i_1 - A \quad \text{最小偏向角}$$

$$i_1 = (\theta_0 + A) / 2$$

$$i'_1 = i_1 = (\theta_0 + A) / 2 \longrightarrow i_2 = i'_2 = A / 2$$

若棱镜放在空气中:

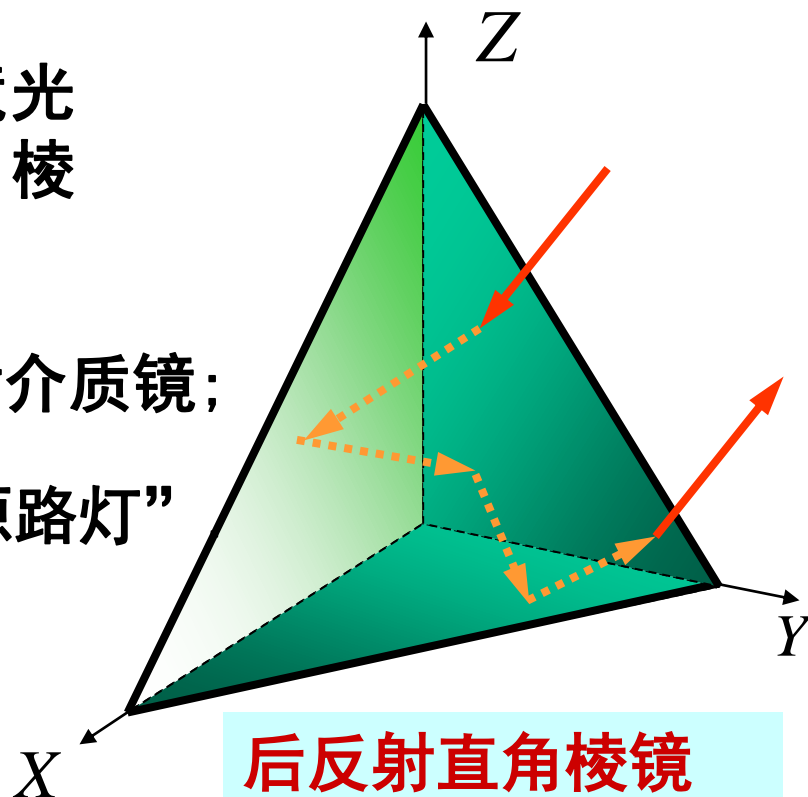
$$n = \frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{\sin \frac{\theta_0 + A}{2}}{\sin \frac{A}{2}}$$

若已知  $A$ , 测出  $\theta_0$ , 可计算出  $n$ .

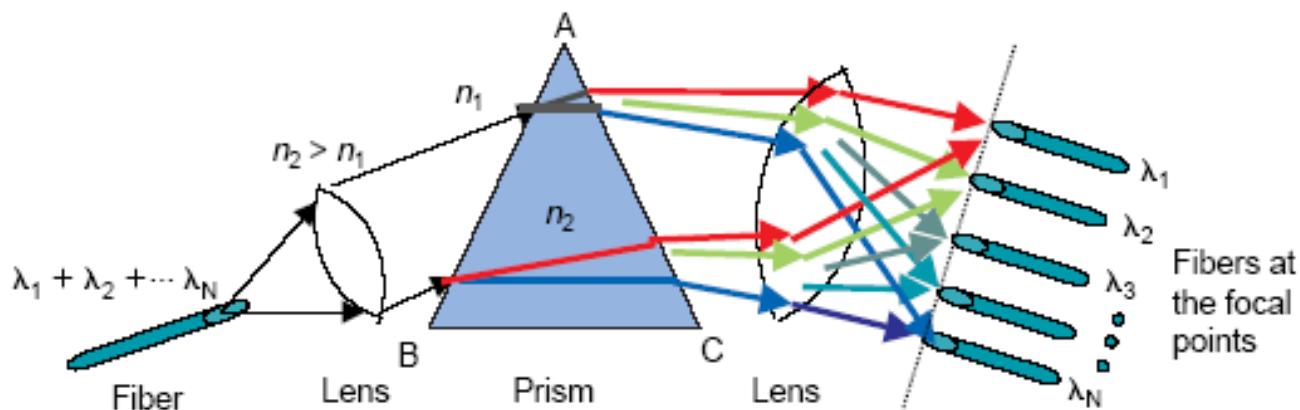
➤ **棱镜的应用**：色散元件(棱镜光谱仪)和转向元件(棱镜指纹锁、棱镜式光开关、角锥棱镜回光灯)

在激光谐振腔中可以代替高反射介质镜；

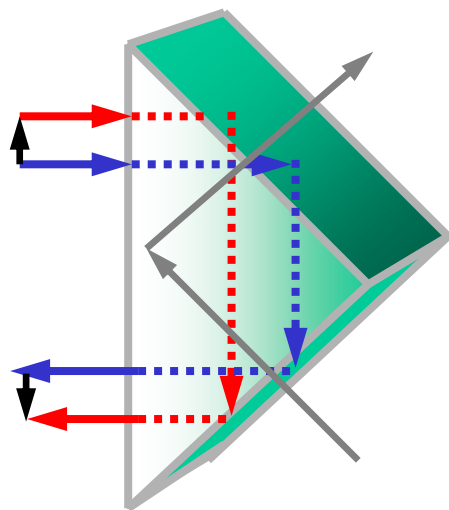
在高速公路上，常用来作“无源路灯”



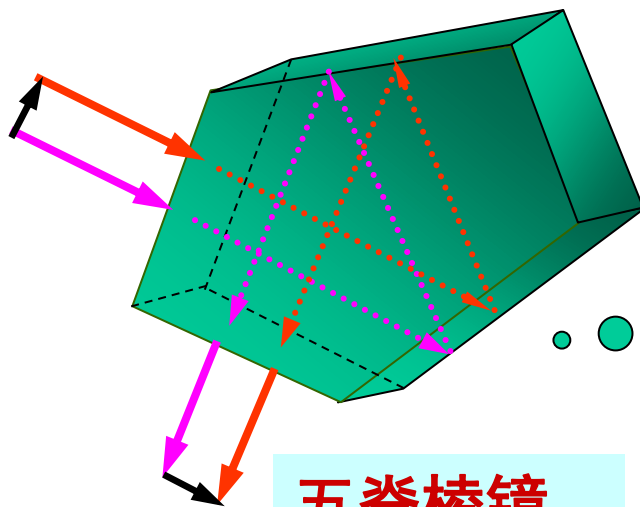
## 棱镜光谱仪



**反射棱镜：**借助光在棱镜中的全反射，改变光进行的方向。



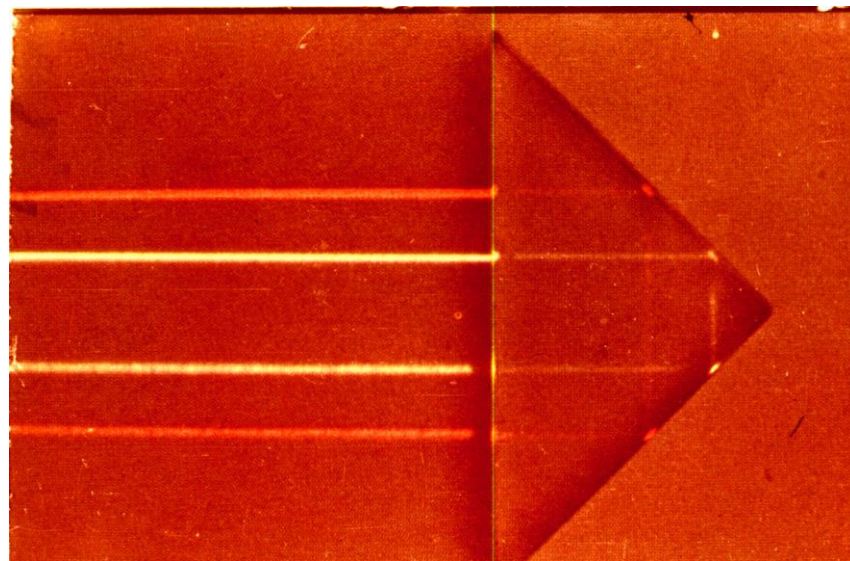
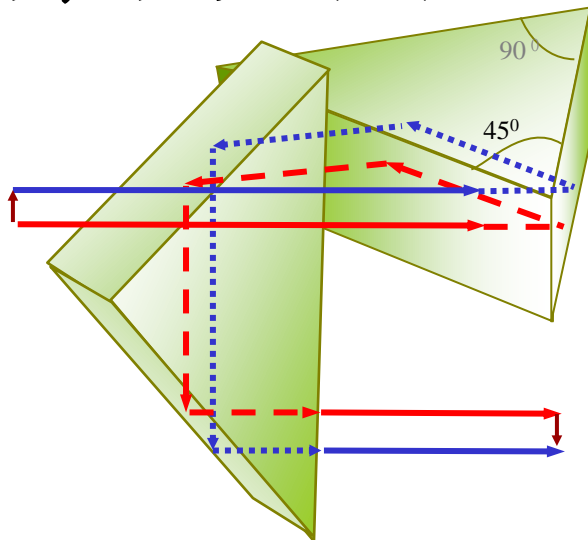
直角棱镜



五脊棱镜

使像转  
过 $90^\circ$

组合三棱镜，使像面旋转 $180^\circ$



## ➤本次课内容小结：

一个原理：费马原理

几个概念：实物、实像、虚像、单心光束

一条主线：几何光学研究如何保持光束的单心性

重要结论：光在平面上的反射时保持光束单心性，折射时其被破坏。

两个公式：像似深度  $y' = \frac{n_2}{n_1} y$

全反射临界角

$$i_c = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$$

## ➤下次课内容：

§ 4.3 光在球面上的反射和折射

§ 4.6 近轴物近轴光线成像的条件

作业：P159 3-6, 3-7