

## 《半导体物理基础》作业参考答案

### 第四章

1. 当  $E-E_F$  分别为  $kT$ 、 $4kT$ 、 $7kT$ ，用费米分布和玻尔兹曼分布分别计算分布概率，并对结果进行讨论。

解：电子的费米分布  $f_{F-D}(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E-E_F}{k_0T}}}$ ，玻尔兹曼近似为  $f_{M-B}(E) = e^{-\frac{E-E_F}{k_0T}}$

$$(1) E-E_F=kT \text{ 时 } f_{F-D}(E) = \frac{1}{1+e} = 0.26894, \quad f_{M-B}(E) = e^{-1} = 0.36788$$

$$(2) E-E_F=4kT \text{ 时 } f_{F-D}(E) = \frac{1}{1+e^4} \approx 0.01799, \quad f_{M-B}(E) = e^{-4} \approx 0.01832$$

$$(3) E-E_F=7kT \text{ 时 } f_{F-D}(E) = \frac{1}{1+e^7} \approx 0.00091, \quad f_{M-B}(E) = e^{-7} \approx 0.00091$$

当  $e^{\frac{E-E_F}{k_0T}}$  远大于 1 时，就可以用较为简单的玻尔兹曼分布近似代替费米狄拉克分布来计算电子或空穴对能态的占据概率，从本题看出  $E-E_F=4kT$  时，两者差别已经很小。

2. 设晶格常数为  $a$  的一维晶格，导带极小值附近的能量  $E_c(k)$  和价带极大值附近的能量  $E_v(k)$  分别为

$$E_c(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{3m} + \frac{\hbar^2 (k - k_1)^2}{m}, \quad E_v(k) = \frac{\hbar^2 k_1^2}{6m} - \frac{3\hbar^2 k^2}{m}$$

式中  $m$  为电子惯性质量， $k_1 = \pi/a$ ， $a = 3.14 \text{ \AA}$ ，试求出：

- (1) 禁带宽度
- (2) 导带底电子的有效质量；
- (3) 价带顶电子的有效质量；
- (4) 导带底的电子跃迁到价带顶时准动量的改变量。

解： (1) 令  $\frac{\partial E_c(k)}{\partial k} = 0$  即  $\frac{2\hbar^2 k}{3m_0} + \frac{2\hbar^2 (k - k_1)}{m_0} = 0$

$$\text{得到导带底相应的 } k = \frac{3}{4} k_1$$

$$\text{令 } \frac{\partial E_v(k)}{\partial k} = 0 \quad \text{即} \quad \frac{6\hbar^2 k}{m_0} = 0$$

$$\text{得到价带顶相应的 } k = 0$$

故禁带宽度

$$\begin{aligned}
 E_g &= E_c \left( k = \frac{3}{4} k_1 \right) - E_v (k=0) \\
 &= \frac{\hbar^2}{3m_0} \left( \frac{3}{4} k_1 \right)^2 + \frac{\hbar^2}{m_0} \left( \frac{1}{4} k_1 \right)^2 - \frac{\hbar^2 k_1^2}{6m_0} \\
 &= \frac{\hbar^2 k_1^2}{12m_0}
 \end{aligned}$$

将  $k_1 = \frac{\pi}{a}$  代入, 得到  $E_g = \frac{\hbar^2 \pi^2}{12m_0 a^2}$

(2) 导带底电子有效质量  $m_n^* = \hbar^2 / \frac{d^2 E_c}{dk^2} = \frac{3}{8} m_0$

(3) 价带顶空穴有效质量  $m_p^* = \hbar^2 / \frac{d^2 E_v}{dk^2} = -\frac{1}{6} m_0$

(4) 动量变化为  $\Delta p = \hbar \left( \frac{3}{4} k_1 - 0 \right) = \frac{3\hbar}{8a}$

3. 试证明半导体中当  $\mu_n \neq \mu_p$  且电子浓度  $n = n_i \sqrt{\frac{\mu_p}{\mu_n}}$ ; 空穴浓度  $p = n_i \sqrt{\frac{\mu_n}{\mu_p}}$  时,

材料的电导率  $\sigma$  最小, 并求  $\sigma_{\min}$  的表达式。试问当  $n_0$  和  $p_0$  (除了  $n_0 = p_0 = n_i$  以外) 为何

值时, 该晶体的电导率等于本征电导率? 并分别求出  $n_0$  和  $p_0$ 。已知  $n_i = 2.5 \times 10^{13} / \text{cm}^3$

,  $\mu_p = 1900 \text{cm}^2 / \text{V} \cdot \text{s}$ ,  $\mu_n = 3800 \text{cm}^2 / \text{V} \cdot \text{s}$

解: (1)  $\sigma = n_0 q \mu_n + p_0 q \mu_p = n_0 q \mu_n + \frac{n_i^2}{n_0} q \mu_p$

由  $\frac{d\sigma}{dn_0} = 0$  得  $n = n_i \sqrt{\mu_p / \mu_n}$ ,  $p = \frac{n_i^2}{n} = n_i \sqrt{\mu_n / \mu_p}$

又  $\frac{d^2\sigma}{dn_0^2} > 0$ ,

所以当  $n = n_i \sqrt{\mu_p / \mu_n}$ ,  $p = \frac{n_i^2}{n} = n_i \sqrt{\mu_n / \mu_p}$  时,  $\sigma = \sigma_{\min} = 2n_i q \sqrt{\mu_n \mu_p}$

(2) 当材料的电导率等于本征电导率时, 有:

$$n_0 q \mu_n + \frac{n_i^2}{n_0} q \mu_p = n_i q (\mu_n + \mu_p)$$

即  $n_0^2 \mu_n - n_0 n_i (\mu_n + \mu_p) + n_i^2 \mu_p = 0$

$$\text{解得: } n_0 = \frac{n_i(\mu_n + \mu_p) \pm \sqrt{[n_i^2(\mu_n + \mu_p)^2 - 4\mu_n\mu_p n_i^2]}}{2\mu_n}$$

$$\text{计算得: } n_0 = \frac{n_i}{4}(3 \pm 1)$$

$$\because n_0 \neq n_i \quad \therefore n_0 = \frac{n_i}{4}(3-1) = \frac{n_i}{2} = 1.25 \times 10^{13} / \text{cm}^3$$

$$p_0 = \frac{n_i^2}{n_0} = 5 \times 10^{13} / \text{cm}^3$$

故,  $n_0 = 1.25 \times 10^{13} / \text{cm}^3$ ,  $p_0 = 5.0 \times 10^{13} / \text{cm}^3$  时, 该晶体的电导率等于本征电导率。

4. 硅原子作为杂质原子掺入砷化镓样品中, 设杂质浓度为  $10^{10} / \text{cm}^3$ , 其中 5% 硅原子取代砷, 95% 硅原子取代镓, 若硅原子全部电离, 本征激发可忽略不计, 求样品的电导率。  
( $\mu_n = 8800 \text{ cm}^2 / \text{V} \cdot \text{s}$ ,  $\mu_p = 400 \text{ cm}^2 / \text{V} \cdot \text{s}$ ,  $q = 1.6 \times 10^{-19} \text{ 库仑}$ )

解: 硅原子取代镓起施主杂质作用, 取代砷起受杂质作用。

$$\text{因此 } N_D = 10^{10} \times 95\% = 9.5 \times 10^9 / \text{cm}^3$$

$$N_A = 10^{10} \times 5\% = 5 \times 10^8 / \text{cm}^3$$

$$\text{杂质补偿, 有 } n_0 = N_D - N_A = 9 \times 10^9 / \text{cm}^3$$

所以样品的电导率

$$\sigma = n_0 q \mu_n = 9 \times 10^9 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 8800 = 1.27 \times 10^{-5} / \Omega \cdot \text{cm} (\text{或 } \text{s} \cdot \text{cm})$$

5. 一块补偿硅材料, 已知掺入受主杂质浓度  $N_A = 1 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ , 室温下测得其费米能级位置恰好与施主能级重合, 并测得热平衡时电子浓度  $n_0 = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ 。已知室温下本征载流子浓度  $n_i = 1.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ , 试问:

- (1) 平衡时空穴浓度为多少?
- (2) 掺入材料中施主杂质浓度为多少?
- (3) 电离杂质中心浓度为多少?
- (4) 中性杂质散射中心浓度为多少?

$$(1) \text{ 热平衡时, } p_0 = \frac{n_i^2}{n_0} = \frac{(1.5 \times 10^{10})^2}{5 \times 10^{15}} = 4.5 \times 10^4 (\text{cm}^{-3})$$

显然  $n_0 \gg p_0$ , 故半导体杂质补偿后为 n 型。

$$(2) \text{ 电中性方程 } n_0 + p_A^- = p_0 + n_D^+ \quad (1)$$

$$\text{补偿后 } p_A^- = N_A \quad (2)$$



$$\text{又 } E_F = E_D \text{ 时, } n_D^+ = \frac{N_D}{1 + 2e^{\frac{E_F - E_D}{k_0 T}}} = \frac{1}{3} N_D \quad (3)$$

将式 (2)、(3) 代入式 (1), 并注意到  $p_0 \ll n_0$ ,

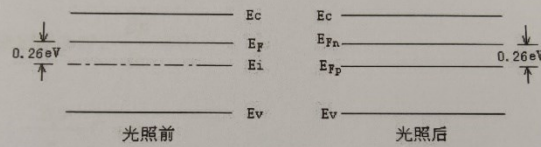
$$\text{那么, } n_0 + N_A = \frac{1}{3} N_D, \text{ 所以 } N_D = 3(n_0 + N_A) = 1.8 \times 10^{16} (\text{cm}^{-3})$$

$$(3) \text{ 受主杂质电离中心: } p_A^- = N_A = 1 \times 10^{15} (\text{cm}^{-3})$$

$$\text{施主杂质电离中心: } n_D^+ = \frac{1}{3} N_D = 6 \times 10^{15} (\text{cm}^{-3})$$

$$(4) \text{ 中性杂质散射中心: } N_D - n_D^+ = \frac{2}{3} N_D = 1.2 \times 10^{16} (\text{cm}^{-3})$$

6. 一个半导体棒, 光照前处于热平衡态, 光照后处于稳定态的条件, 分别由下图给出的能带图来描述。设室温 (300K) 时的本征载流子浓度  $n_i = 10^{10} \text{cm}^{-3}$ , 试根据已知的数据确定:
- (1) 热平衡态的电子和空穴浓度  $n_0$  和  $p_0$ ;
  - (2) 稳定态的空穴浓度  $p$ ;
  - (3) 当棒被光照射时, “小注入” 条件成立吗? 试说明理由。



题图 4-1 光照前后的能带图

$$(1) n_0 = n_i e^{\frac{E_F - E_i}{k_0 T}} = 10^{10} e^{\frac{0.26}{0.026}} = 2.20 \times 10^{14} \text{cm}^{-3}, \quad p_0 = \frac{n_i^2}{n_0} = 4.55 \times 10^5 \text{cm}^{-3}$$

$$(2) \text{ 光照产生非平衡载流子, 稳态时 } np = n_i^2 e^{\frac{E_{Fn} - E_{Fp}}{k_0 T}}$$

$$\text{又 } np = (n_0 + \Delta n)(p_0 + \Delta p) = n_0 p_0 + n_0 \Delta p + p_0 \Delta p + \Delta p^2 \quad (\Delta n = \Delta p)$$

$$\text{由上两式得, } \Delta p^2 + (n_0 + p_0) \Delta p = n_i^2 \left( e^{\frac{E_{Fn} - E_{Fp}}{k_0 T}} - 1 \right)$$

$$\text{化简后, 有 } \Delta p^2 + n_0 \Delta p \approx n_i^2 e^{\frac{E_{Fn} - E_{Fp}}{k_0 T}}, \text{ 解得 } \Delta p = 10^{10} \text{cm}^{-3}$$

$$\text{所以 } p = p_0 + \Delta p \approx 10^{10} \text{cm}^{-3}$$

- (3) 因为  $\Delta p \ll n_0$  所以满足小注入条件。

7. 光照一均匀掺杂的 n 型硅样品,  $t=0$  时光照开始并被样品均匀吸收, 非平衡载流子的产生率为  $G$ , 空穴的寿命为  $\tau$ , 忽略电场的作用。

(1) 写出光照条件下非平衡载流子所满足的方程;

(2) 光照达到稳定状态时的非平衡载流子浓度;

(3) 如果产生率为  $10^{20} \text{cm}^{-3} \text{s}^{-1}$ , 寿命为  $5 \times 10^{-19} \text{s}$ , 求样品的附加电导率。

(已知:  $\mu_n = 1350 \text{ cm}^2/\text{V} \cdot \text{s}$ ,  $\mu_p = 500 \text{ cm}^2/\text{V} \cdot \text{s}$ )

解: 已知 连续性方程为  $\frac{\partial p}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \mu_p |\bar{E}| \frac{\partial p}{\partial x} - \mu_p P \frac{\partial |\bar{E}|}{\partial x} - \frac{\Delta p}{\tau} + G$

由于均匀掺杂且均匀吸收, 则  $\frac{\partial P}{\partial x} = 0$ ,  $\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0$

忽略电场作用  $\bar{E} = 0$   $\frac{\partial |\bar{E}|}{\partial x} = 0$

(1) 光照条件下非平衡载流子所满足的方程为

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\Delta p}{\tau} + G$$

(2) 光照达到稳定状态时,  $\frac{\partial p}{\partial t} = 0$

$$\therefore -\frac{\Delta p}{\tau} + G = 0$$

则, 非平衡载流子浓度  $\Delta p = G\tau$

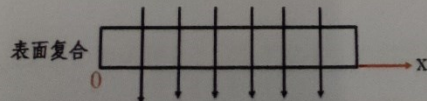
(3)  $\Delta p = G\tau = 10^{20} \times 5 \times 10^{-19} = 50 / \text{cm}^3$

又  $\Delta n = \Delta p$

则, 附加电导率:

$$\begin{aligned} \Delta \sigma &= \Delta n q \mu_n + \Delta p q \mu_p = \Delta p q (\mu_n + \mu_p) \\ &= 50 \times 1.6 \times 10^{-19} \times (1350 + 500) \\ &= 1.48 \times 10^{-14} / \Omega \cdot \text{cm} (\text{或 } \text{S/cm}) \end{aligned}$$

8. 若稳定光照射在一块均匀掺杂的 n 型半导体中均匀产生非平衡载流子, 产生率为  $G_{op}$ , 如题图 4-3 所示。假设样品左侧存在表面复合, 那么少数载流子如何分布呢?



题图 4-3 光均匀照射半导体样品

解：光照半导体，并被整个半导体均匀吸收，产生非平衡载流子，由于左侧存在表面复合，因此体内产生的载流子将向左侧扩散。此时，少数载流子空穴满足的扩散方程如下：

$$D_p \frac{d^2 \Delta p}{dx^2} - \frac{\Delta p}{\tau_p} + G_{op} = 0$$

远离边界处的非平衡载流子浓度满足

$$-\frac{\Delta p}{\tau_p} + G_{op} = 0$$

得

$$\therefore \Delta p = p - p_0 = \tau_p G_{op}$$

这样边界条件为

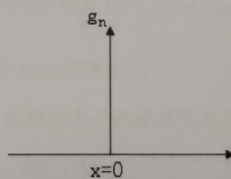
$$\Delta p(\infty) = \tau_p G_{op}$$

$$D_p \left. \frac{\partial \Delta p(x)}{\partial x} \right|_{x=0} = S_p \Delta p(0)$$

解扩散方程，并考虑边界条件最后得到

$$p(x) = p_0 + \tau_p G_{op} \left( 1 - \frac{S_p \tau_p}{L_p + S_p \tau_p} e^{-\frac{x}{L_p}} \right)$$

9. 设一无限大均匀 p 型半导体无外场作用。假设对一维晶体，非平衡少数电子只在  $x=0$  处以  $g_n$  产生率产生，也即小注入，如题图 4-4 所示。显然少数电子将分别向正负  $x$  方向扩散，求解稳态时的非平衡少数载流子。（假设  $T=300K$  时 p 型半导体的掺杂浓度为  $N_A = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\tau_n = 5 \times 10^{-7} \text{ s}$ ,  $D_n = 25 \text{ cm}^2/\text{s}$ ,  $\Delta n(0) = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ）



题图 4-4  $x=0$  处少数电子注入下的 p 型半导体

由已知条件知，电场  $\epsilon = 0$ ，稳态时  $\frac{\partial n}{\partial t} = 0$ ，在  $x \neq 0$  处， $g_n = 0$ ，这时连续性方程变为，

$$D_n \frac{\partial^2 \Delta n}{\partial x^2} - \frac{\Delta n}{\tau_n} = 0$$

上式为一维稳态扩散方程，该方程的通解为

$$\Delta n(x) = A e^{\frac{x}{L_n}} + B e^{-\frac{x}{L_n}}$$

其中扩散长度  $L_n = \sqrt{D_n \tau_n}$ ，考虑到非平衡少数子从  $x=0$  处向两边扩散的过程中会不断和多子空穴复合，所以  $x$  趋于正负无穷时，非平衡少数子将衰减为零。显然在  $x > 0$  处， $B=0$ ，在  $x < 0$  处



A=0 则

$$\Delta n(x) = \Delta n(0)e^{-\frac{x}{L_n}} \quad x \geq 0$$

$$\Delta n(x) = \Delta n(0)e^{\frac{x}{L_n}} \quad x \leq 0$$

式中  $\Delta n(0)$  表示  $x=0$  处的非平衡载流子浓度, 上式表明稳态非平衡载流子从  $x=0$  处向两侧呈指数衰减。

假设  $T=300K$  时 p 型半导体的掺杂浓度为,  $N_A = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\tau_n = 5 \times 10^{-7} \text{ s}$ ,

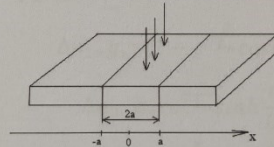
$$D_n = 25 \text{ cm}^2 / \text{s}, \Delta n(0) = 10^{15} \text{ cm}^{-3}.$$

$$\text{那么, 少子的扩散长度为 } L_n = \sqrt{D_n \tau_n} = \sqrt{25 \times 5 \times 10^{-7}} = 35.4 \mu\text{m}$$

$$\text{所以, } \Delta n(x) = 10^{15} e^{-\frac{x}{35.4 \times 10^{-4}}} (\text{cm}^{-3}) \quad x \geq 0$$

$$\Delta n(x) = 10^{15} e^{\frac{x}{35.4 \times 10^{-4}}} (\text{cm}^{-3}) \quad x \leq 0$$

10. 如题图 4-5 所示, 一个无限大的掺杂均匀的 p 型半导体样品, 无外加电场。假设对于一维晶体, 其中心附近长度为  $2a$  的范围内被一稳定光照射, 产生的载流子分别向  $+x$  和  $-x$  方向扩散。假定光均匀的穿透样品, 电子-空穴对的产生率为  $G$ 。



题图 4-5 光照半导体样品局部区域

- (1) 根据少子的连续性方程, 分别写出样品  $x < -a$ ,  $-a < x < a$ ,  $x > a$  三个区域中的少数载流子方程表达式
- (2) 分别求出三个区域中的载流子  $n(x)$  的表达式

解: (1) 取样品中心处为原点, 根据非少子的连续性方程

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + n \mu_n \frac{d\varepsilon}{dx} + \varepsilon \mu_n \frac{\partial n}{\partial x} - \frac{\Delta n}{\tau_n} + g_n$$

并结合题意可得到在稳态情况下样品三个区域中的少数载流子方程分别为

$$D_n \frac{d^2 \Delta n_1}{dx^2} - \frac{\Delta n_1}{\tau} + g_n = 0 \quad (-a < x < a) \quad (1)$$

$$D_n \frac{d^2 \Delta n_2}{dx^2} - \frac{\Delta n_2}{\tau} = 0 \quad (x > a) \quad (2)$$

$$D_n \frac{d^2 \Delta n_3}{dx^2} - \frac{\Delta n_3}{\tau} = 0 \quad (x < -a) \quad (3)$$

(2) 式(1)的解为

$$D_n \frac{d^2}{dx^2} \Delta n_1 = g_n \tau + A \cosh \frac{x}{L_n} + B \sinh \frac{x}{L_n} \quad (-a < x < a)$$

因少子分布关于原点对称, 故  $B=0$ , 所以

$$D_n \frac{d^2}{dx^2} \Delta n_1 = g_n \tau + A \cosh \frac{x}{L_n}$$

(2) 式和(3)的解为

$$\Delta n_2 = C e^{\frac{x}{L_n}} + D e^{-\frac{x}{L_n}}, \quad x > a \text{ 时, } \Delta n_2 \text{ 趋于零, 则 } \Delta n_2 = D e^{-\frac{x}{L_n}}$$

$$\Delta n_3 = E e^{\frac{x}{L_n}} + F e^{-\frac{x}{L_n}}, \quad x < -a \text{ 时, } \Delta n_3 \text{ 趋于零, 则 } \Delta n_3 = E e^{\frac{x}{L_n}}$$

考虑到对称性, 有  $D=E$

由边界条件  $\Delta n_1|_{x=a} = \Delta n_2|_{x=a}$  和  $\left. \frac{d\Delta n_1}{dx} \right|_{x=a} = \left. \frac{d\Delta n_2}{dx} \right|_{x=a}$  可确定系数  $A$  和  $C$ , 最后得到

$$A = -g_n \tau e^{\frac{a}{L_n}}, D = g_n \tau \sinh \frac{a}{L_n},$$

$$\Delta n_1 = g_n \tau (1 - e^{-\frac{a}{L_n} \cosh \frac{x}{L_n}})$$

$$\Delta n_2 = g_n \tau e^{-\frac{x}{L_n} \sinh \frac{a}{L_n}}$$

$$\Delta n_3 = g_n \tau e^{\frac{x}{L_n} \sinh \frac{a}{L_n}}$$

补充作业:

1. 掺磷的  $n$  型硅, 已知磷的电离能为  $0.04\text{eV}$ , 求室温下杂质一半电离时费米能级的位置和磷的浓度。

[解]  $n$  型硅,  $\Delta E_D = 0.04\text{eV}$ , 依题意得:

$$n_0 = n_D^+ = 0.5 N_D$$

$$\therefore \frac{N_D}{1 + 2 \exp(-\frac{E_D - E_F}{k_0 T})} = 0.5 N_D$$

$$\therefore 1 + 2 \exp(-\frac{E_D - E_F}{k_0 T}) = 2 \Rightarrow \exp(-\frac{E_D - E_F}{k_0 T}) = \frac{1}{2}$$

$$\therefore E_D - E_F = -k_0 T \ln \frac{1}{2} = k_0 T \ln 2 \Rightarrow E_D - E_C + E_C - E_F = k_0 T \ln 2$$



$$\begin{aligned}\therefore \Delta E_D &= E_C - E_D = 0.04 \text{ eV} \\ \therefore E_F &= E_C - k_0 T \ln 2 - 0.04 \rightarrow E_F - E_C = -k_0 T \ln 2 - 0.04 = -0.058 \text{ eV} \\ N_D &= 2N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{k_0 T}\right) = 2 \times 2.8 \times 10^{19} \exp\left(-\frac{0.058}{0.026}\right) \\ &\approx 6.017 \times 10^{18} (\text{cm}^{-3})\end{aligned}$$

2. 求室温下掺铋的 n 型硅, 使  $E_F = (E_C + E_D)/2$  时的铋的浓度。已知铋的电离能为  $0.039 \text{ eV}$ 。

[解] 由  $E_F = \frac{E_C + E_D}{2}$  可知,  $E_F > E_D$ ,  $\therefore E_F$  标志电子的填充水平, 故  $E_D$  上几乎全被电子占据,

又  $\therefore$  在室温下, 故此 n 型 Si 应为高掺杂, 而且已经简并了。

$$\therefore \Delta E_D = E_C - E_D = 0.039 \text{ eV}$$

$$E_C - E_F = E_C - \frac{E_C + E_D}{2} = 0.0195 < 0.052 = 2k_0 T$$

即  $0 < \frac{E_C - E_F}{k_0 T} < 2$ ; 故此 n 型 Si 应为弱简并情况。

$$\therefore n_0 = n_D^+ = \frac{N_D}{1 + 2 \exp\left(\frac{E_F - E_D}{k_0 T}\right)} = \frac{N_D}{1 + 2 \exp\left(\frac{\Delta E_D}{k_0 T}\right)}$$

$$\begin{aligned}N_D &= \frac{2N_C}{\sqrt{\pi}} [1 + 2 \exp\left(\frac{E_F - E_D}{k_0 T}\right)] \times F_{\frac{1}{2}}\left(\frac{E_F - E_C}{k_0 T}\right) \\ &= \frac{2N_C}{\sqrt{\pi}} [1 + 2 \exp\left(\frac{E_F - E_C}{k_0 T}\right) \exp\left(\frac{\Delta E_D}{k_0 T}\right)] \times F_{\frac{1}{2}}\left(\frac{E_F - E_C}{k_0 T}\right) \\ \therefore &= \frac{2N_C}{\sqrt{\pi}} [1 + 2 \exp\left(\frac{-0.0195}{0.026}\right) \exp\left(\frac{0.039}{0.026}\right)] \times F_{\frac{1}{2}}\left(\frac{-0.0195}{0.026}\right) \\ &= \frac{2 \times 2.8 \times 10^{19}}{\sqrt{\pi}} [1 + 2 \exp\left(\frac{0.0195}{0.026}\right)] \times F_{\frac{1}{2}}\left(\frac{-0.0195}{0.026}\right) \approx 6.6 \times 10^{19} (\text{cm}^{-3})\end{aligned}$$

其中  $F_{\frac{1}{2}}(-0.75) = 0.4$

3. 早期锗硅等半导体材料常利用测其电阻率的办法来估计纯度, 若测得室温下电阻率为  $10 \Omega \cdot \text{cm}$ , 试估计 N 型锗的纯度, 并讨论其局限性。(300K 较纯锗样品的电子迁移率  $\mu_n = 3900 \text{ cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$ , 锗原子密度  $d = 4.42 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$ , 电子电荷量  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ A.s}$ )。

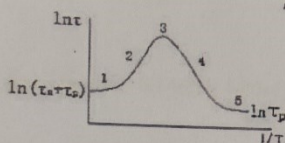
$$\text{解: } \therefore \sigma_n = nq\mu_n, n = \frac{\sigma_n}{q\mu_n} = \frac{1}{\rho q\mu_n} = 1.6 \times 10^{14} / \text{cm}^3$$

室温下, 杂质全部电离, 有  $n = N_D$ , 那么, 纯度为

$$\frac{d-n}{d} = \frac{4.42 \times 10^{22} - 1.6 \times 10^{14}}{4.42 \times 10^{22}} = 0.99999996$$

局限性：对于高度补偿材料，材料的电阻率与较纯材料相差很小，因此仅从电阻率无法准确反映材料纯度。但迁移率因电离杂质散射而大大降低，与较纯材料的迁移率存在较大差异，通过迁移率的测量将更准确。

4. 假设 n 型半导体中的复合中心位于禁带的上半部，试根据 4.2.3 中间复合的理论分析半导体由低温至高温时，非平衡少数载流子寿命随温度的变化，解释下图中的曲线。



N 型半导体中少子寿命随温度的变化曲线

答：

费米能级随温度的变化如右图，复合中心位于禁带的上半部。低温下：

$$E_F > E_i \Rightarrow n_0 > n_i, p_0 < p_i \text{ 得: } \tau = \frac{1}{N_i c_p} = \tau_p \quad (\text{位置 5})$$

低温下当温度上升到  $E_F = E_i$  时，

$$\tau = \frac{c_n(n_0 + n_i) + c_p(p_0 + p_i)}{N_i c_n c_p (n_0 + p_0)} = \frac{c_n(n_0 + n_0)}{N_i c_n c_p n_0} = \frac{2n_0}{N_i c_p n_0} = 2\tau_p$$

寿命达到最大值（位置 3）。

温度上升，达到中温强电离区时， $n_0 = N_D$ ，本征激发忽略，此时：

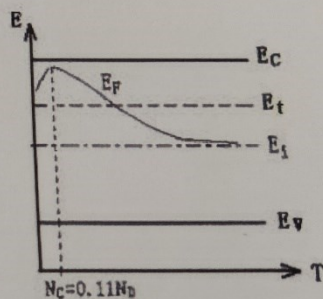
$$E_i > E_F \Rightarrow n_i > n_0, p_0 > p_i \text{ 得:}$$

$$\tau = \frac{1}{N_i c_p} \cdot \frac{n_i}{n_0} = \frac{1}{N_i c_p} \cdot \frac{N_c e^{\frac{E_c - E_i}{k_B T}}}{N_c e^{\frac{E_c - E_F}{k_B T}}} = \frac{1}{N_i c_p} \cdot e^{\frac{E_F - E_i}{k_B T}}, \text{ 从而 } \ln \tau \propto \frac{1}{T}, \text{ 基本呈线性关系 (位置 2).}$$

温度继续上升，本征激发不可忽略，则  $n_0 \approx p_0 = n_i$ 。

$$\tau = \frac{1}{2N_i c_p} \cdot \frac{n_i + n_i}{n_i} + \frac{1}{2N_i c_n} \cdot \frac{n_i + p_i}{n_i} = \frac{\tau_n}{2} (1 + e^{\frac{E_i - E_i}{k_B T}}) + \frac{\tau_p}{2} (1 + e^{\frac{E_i - E_i}{k_B T}})$$

$$E_i - E_F \gg k_B T \Rightarrow \tau \approx \tau_p e^{\frac{E_i - E_F}{k_B T}} / 2, \text{ 因此 } \ln \tau \propto T^{-1}; E_i - E_F \ll k_B T \Rightarrow \tau \approx \tau_n + \tau_p.$$



## 第五章

7. 施主浓度为  $10^{17} \text{ cm}^{-3}$  的 N 型硅, 室温下的功函数是多少? 如果不考虑表面态的影响, 试画出它与金 (Au) 接触的能带图, 并标出势垒高度和接触电势差的数值。已知硅的电子亲和势  $\chi = 4.05 \text{ eV}$ , 金的功函数为  $4.58 \text{ eV}$ 。

解: 室温下杂质全电离, 有  $n_0 = N_D$

$$\text{那么, } E_F = E_C - k_0 T \ln \frac{N_C}{N_D} = E_C - 0.026 \ln \frac{2.8 \times 10^{19}}{10^{17}} = E_C - 0.1465 \text{ eV}$$

$$\text{功函数为 } W_s = \chi + [E_C - (E_F)_s] = 4.05 + 0.1465 \approx 4.20 \text{ eV}$$

显然  $W_s < W_{Au}$  形成阻挡层。 能带图略。

8. 导出 p-n 结的正向电流与  $V/V_0$  的函数关系, 此处  $V$  为外加电压, 并求 300K 时 p-n 结的正向电流为 1A 时的外加电压值 (设  $\mu_p = 200 \text{ cm}^2/\text{V} \cdot \text{s}$ ,  $\mu_n = 500 \text{ cm}^2/\text{V} \cdot \text{s}$ ,  $\tau_p = \tau_n = 1 \mu\text{s}$ ,  $N_A = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ )

解: 联立两式  $I = I_s e^{\left(\frac{qV}{k_0 T} - 1\right)}$

$$V_D = \frac{k_0 T}{q} \ln \frac{N_D N_A}{n_i^2}$$

可得到 p-n 结的正向电流与  $V/V_0$  的函数关系为

$$\frac{V}{V_D} = \frac{1 + \ln(I/I_s)}{\ln \frac{N_D N_A}{n_i^2}}$$

$$\text{由已知条件可求得 } D_n = \frac{k_0 T}{q} \mu_n = 13 \text{ cm}^2/\text{s}, \quad D_p = \frac{k_0 T}{q} \mu_p = 5.2 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n} = 3.6 \times 10^{-3} \text{ cm}^2, \quad L_p = \sqrt{D_p \tau_p} = 2.28 \times 10^{-3} \text{ cm}^2$$

$$\text{又 } n_i = 1.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

$$\text{所以 } n_{n0} = \frac{n_i^2}{N_D} = 2.25 \times 10^2 \text{ cm}^{-3}, \quad p_{p0} = \frac{n_i^2}{N_A} = 2.25 \times 10^4 \text{ cm}^{-3}$$

$$\text{于是 } I_s = Aq \left( \frac{D_n n_{p0}}{L_n} + \frac{D_p p_{n0}}{L_p} \right) = 1.2 \times 10^{-13} \text{ A}, \text{ A 为 p-n 结的截面积。}$$

那么, 当通过截面积为 A 的 p-n 结的电流为 1 安培时, 外加电压



$$V = \frac{k_0 T}{q} \ln\left(1 + \frac{I}{I_s}\right) = \frac{k_0 T}{q} \ln\left(1 + \frac{J}{J_s}\right) = 0.026 \ln\left(1 + \frac{1}{1.2 \times 10^{-13}}\right) \approx 0.78V$$

9. 在室温下 ( $k_0 T = 0.026 \text{ eV}$ ), 当反向偏置电压等于  $0.13V$  时, 流过 p-n 结二极管的电流为  $5\mu A$ 。试计算当二极管正向偏置同样大小的电压时, 流过二极管的电流为多少  $\mu A$ ?

$$\text{解: } I = I_s (e^{\frac{qV}{k_0 T}} - 1) = 5 \times 10^{-6} (e^{\frac{0.13}{0.026}} - 1) \approx 5 \times 10^{-6} e^{-5} = 742 \text{ nA}$$

11. 单晶硅中均匀地掺入两种杂质: 掺硼  $1.5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ , 掺磷  $5.0 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ 。试计算:

(1) 室温下载流子浓度;

(2) 室温下费米能级位置;

(3) 室温下电导率;

(4) 600K 下载流子浓度。

(已知: 室温下 ( $T=300K$ ):  $n_i = 1.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ ,  $k_0 T = 0.026 \text{ eV}$ ;  $N_A = 1.0 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_D = 2.8 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ ;  $\mu_n = 1000 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$ ;  $\mu_p = 400 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$  600K 时:  $n_i = 6 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ 。)

解 (a) 室温下, 杂质全部电离, 则  $N_A = 1.5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_D = 0.5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

$$\text{则 } p_0 = N_A - N_D = 1.0 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

$$n_0 = \frac{n_i^2}{p_0} = 2.25 \times 10^4 \text{ cm}^{-3}$$

$$\begin{aligned} p_0 &= N_A e^{\frac{E_V - E_F}{k_0 T}} \\ \text{(b)} \quad E_F &= E_V - k_0 T \ln \frac{p_0}{N_A} = E_V + 0.18 \text{ eV} \end{aligned}$$

$$\text{(c)} \quad \sigma = n_0 q \mu_n + p_0 q \mu_p = 0.64 \frac{1}{\Omega \text{ cm}}$$

(d) 600K 时, 本征激发不可忽略, 由下式解出:

$$\begin{cases} n_0 = N_D - N_A + p_0 \\ n_0 p_0 = n_i^2 \end{cases}$$

$$n_0 \approx 0.28 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

$$p_0 \approx 1.3 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

12. 证明 p-n 结反向饱和电流公式可写为

$$J_s = \frac{b \sigma_i^2}{(1+b)^2} \frac{k_0 T}{q} \left( \frac{1}{\sigma_n L_n} + \frac{1}{\sigma_p L_p} \right)$$

式中,  $b = \mu_n / \mu_p$ ,  $\sigma_n$  和  $\sigma_p$  分别为 n 型和 p 型半导体电导率,  $\sigma_i$  为本征半导体电导率。

提示: 电流密度  $J = J_n + J_p = \left( \frac{qD_n}{L_n} n_{p0} + \frac{qD_p}{L_p} p_{n0} \right) \left[ \exp\left(\frac{qV}{k_0 T}\right) - 1 \right]$ , 分别将爱因斯坦关系式、  
 $n_{n0} p_{p0} = n_i^2$  ( $n_{n0} = N_D, p_{p0} = N_A$ ) 以及电导率公式代入, 并整理即可证明。