

§ 6.5 阿贝成像原理及阿贝—波尔特实验

阿贝对成像过程的理解（1874，在蔡司光学公司）

- 一、可以从几何光学的角度，即光线的折射来说明成像过程
- 二、也可以从Fraunhofer衍射的角度，即对波前的变换来说明成像的过程



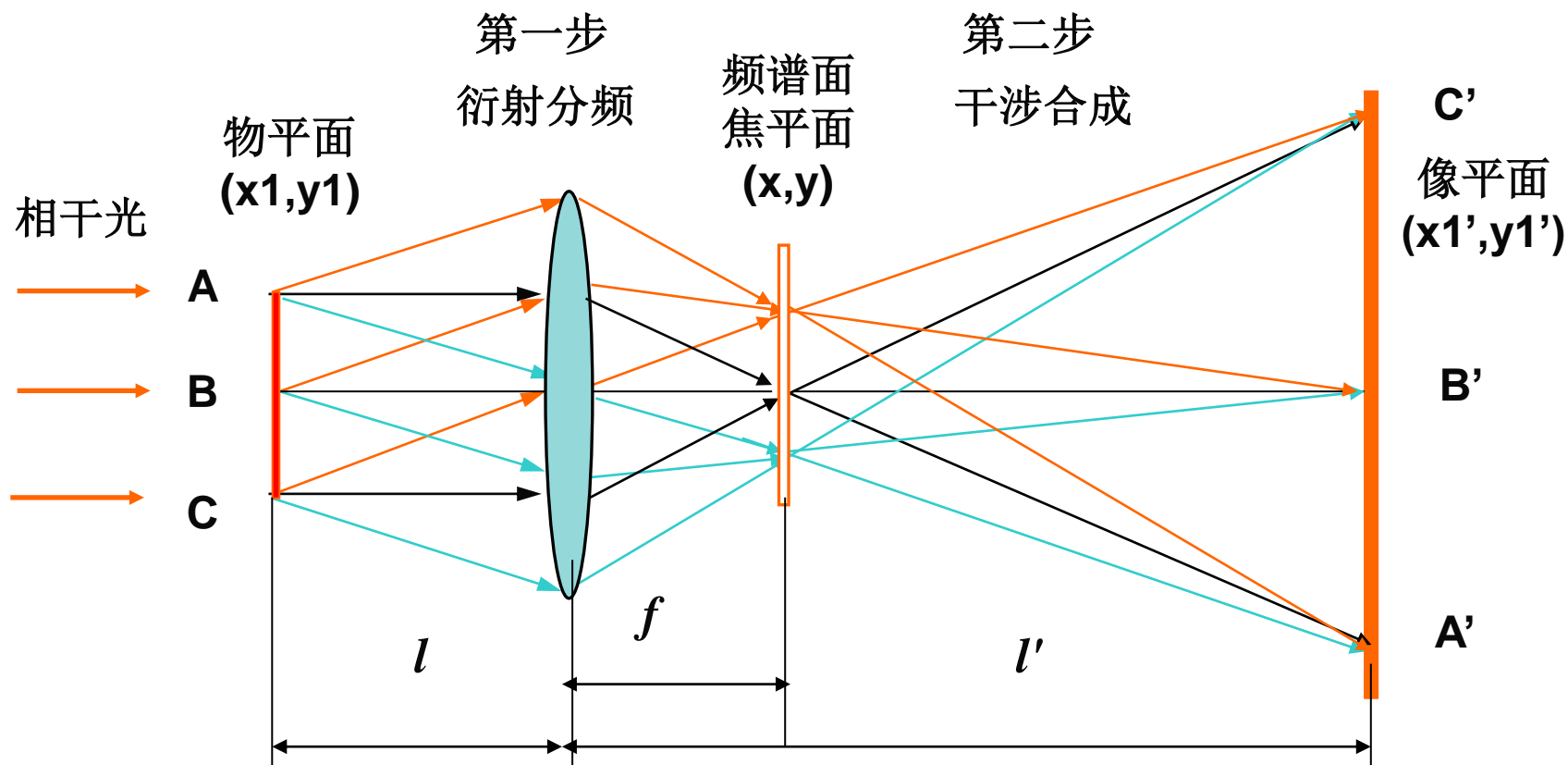
物是一系列不同空间频率的集合，入射光经物平面发生夫琅和费衍射，在透镜焦面（频谱面）上形成一系列衍射光斑，各衍射光斑发出的球面次波在像平面上相干叠加，形成像。

§ 6.5 阿贝成像原理及阿贝—波尔特实验

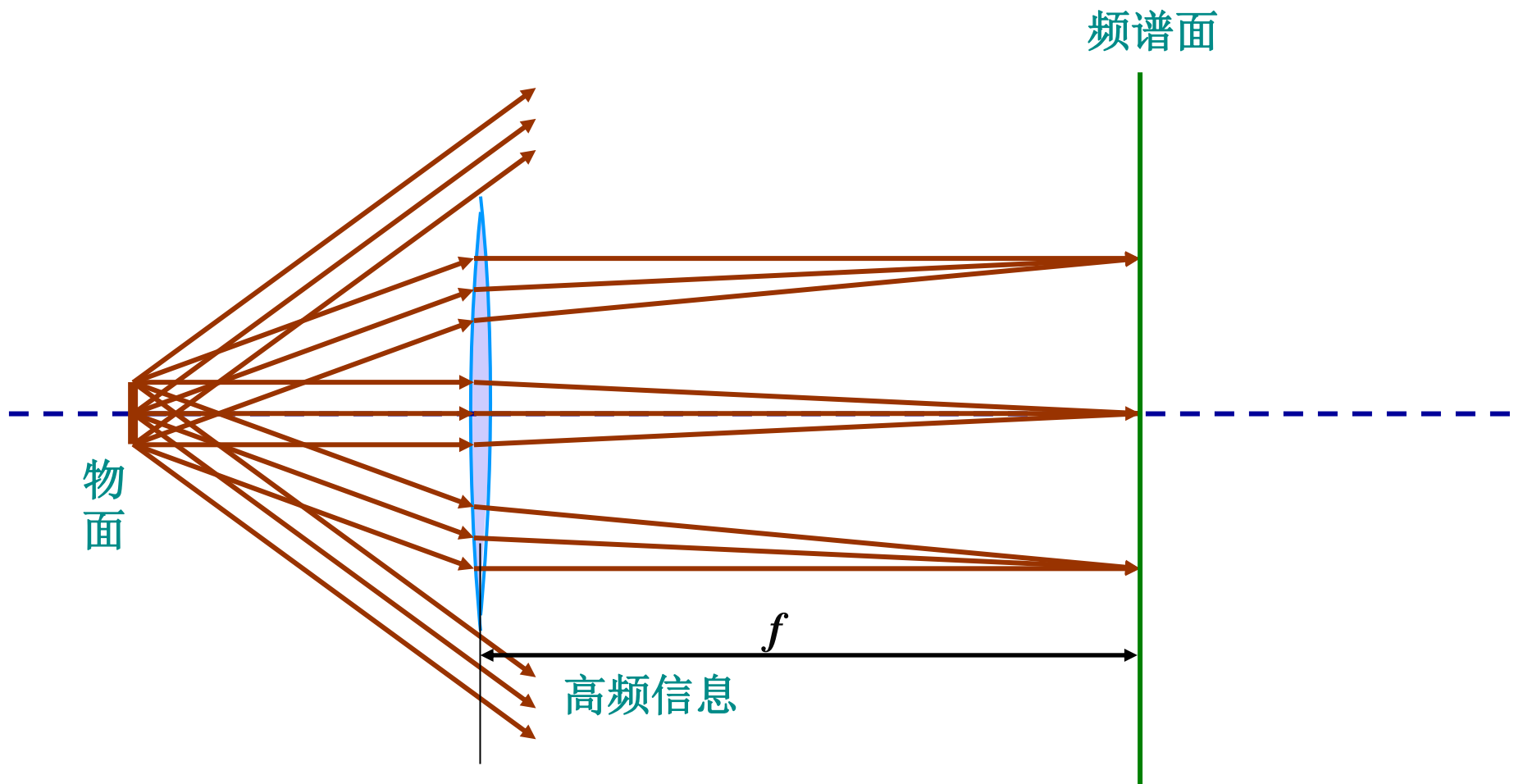
一. 阿贝成像原理

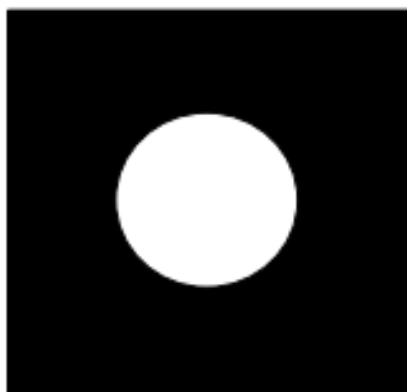
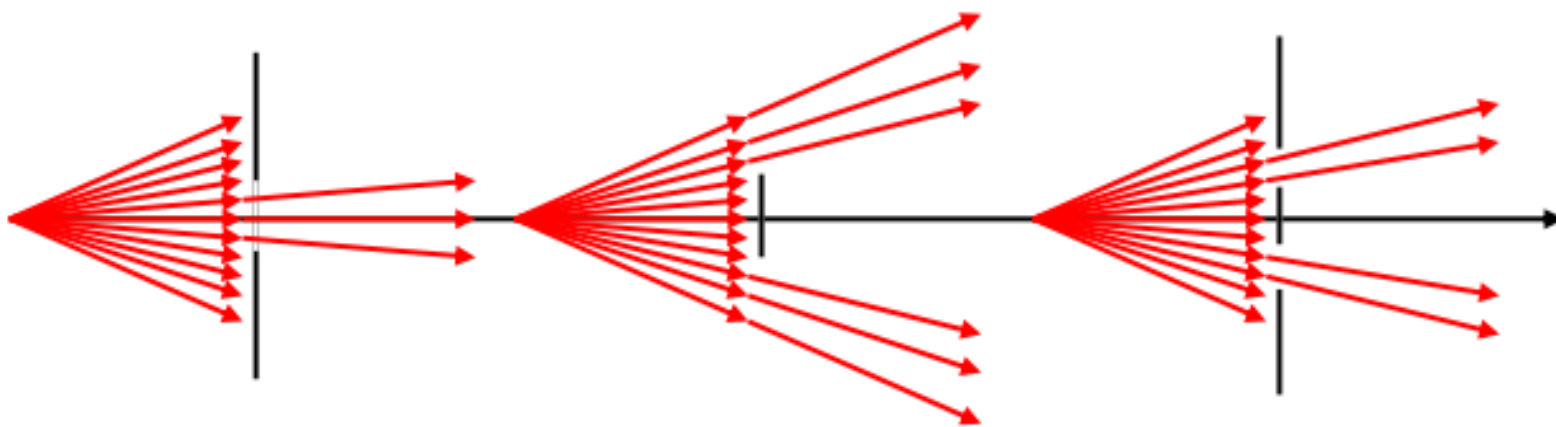
成像过程经过了两次变换，第一次是物平面的衍射：物光波经过透镜在其焦平面上汇聚成衍射斑，（衍射斑→频谱展开）

第二次则是焦平面（频谱面）的衍射，焦平面上的衍射斑作为相干的点光源，发出的次波在像平面上相干叠加（衍射斑干涉→成像）这两次衍射的过程也就是两次傅里叶变换的过程。

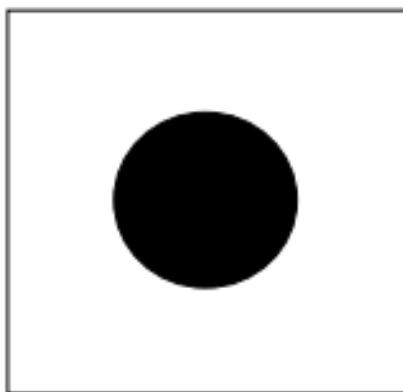


为了得到一个与物面完全相似的像，则要求物平面的所有频谱都参予成像，但这实际上是不可能的，因为物镜的孔径总是有限的。由阿贝的观点来看，许多成像光学仪器就是一个低通滤波器，物平面包含从低频到高频的信息，透镜口径限制了高频信息通过，只许一定的低频通过，丢失了高频信息的光束再合成，图像的细节变模糊；孔径越大，丢失的信息越少，图像越清晰。





低通

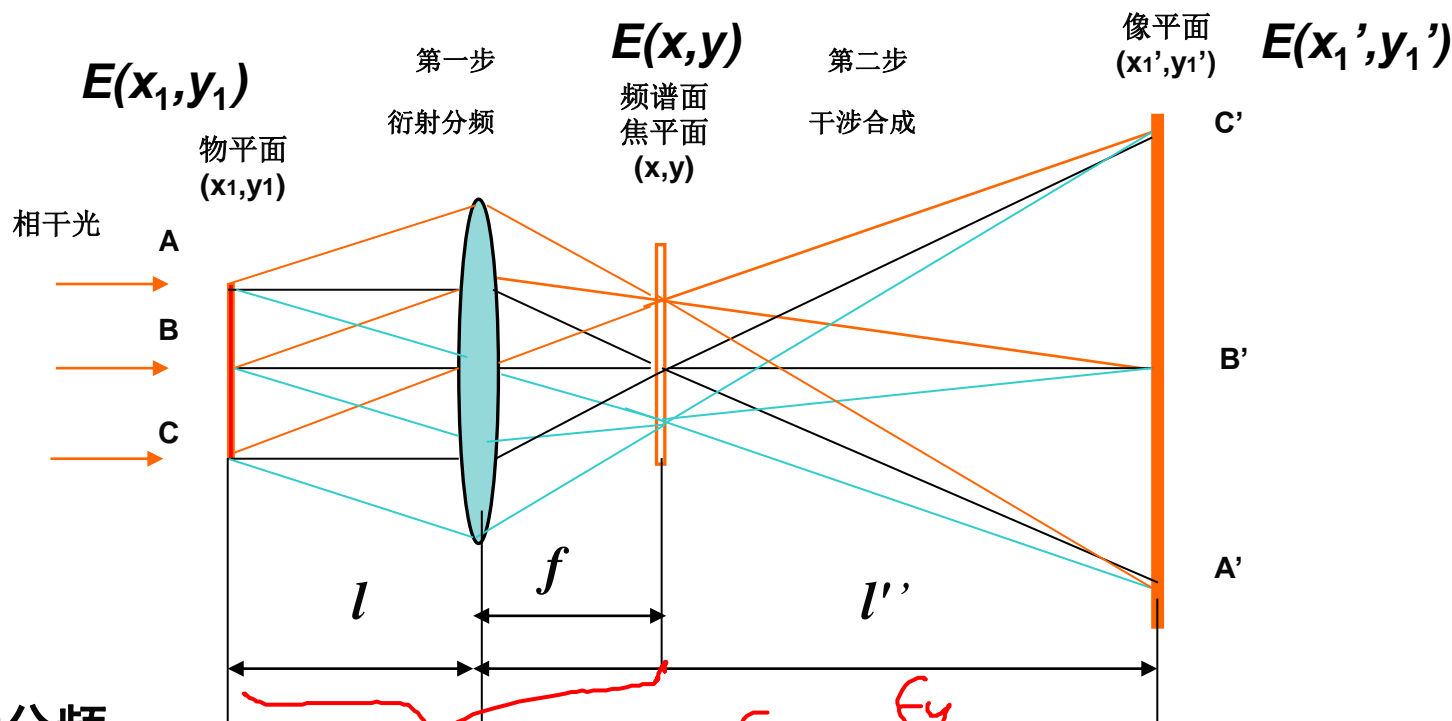


高通



帶通

数学推导



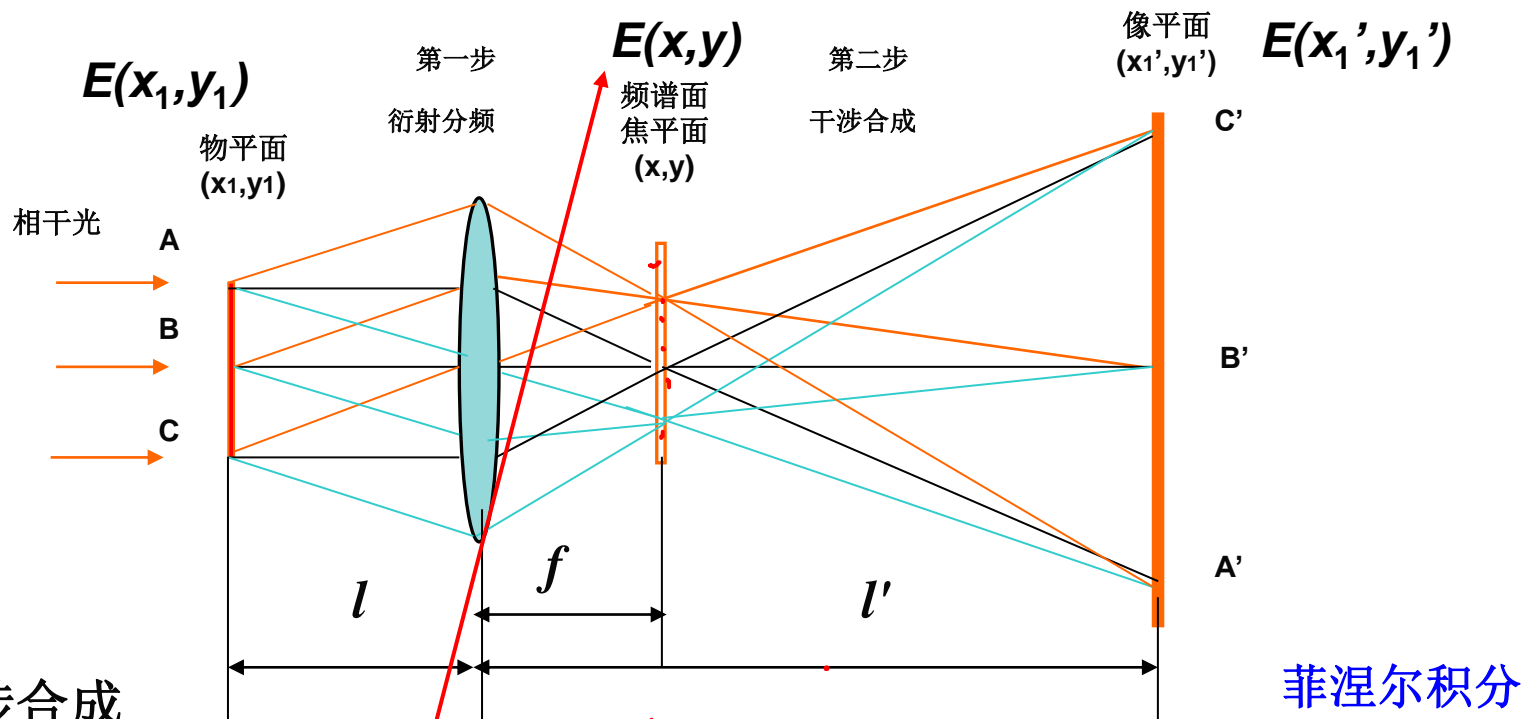
第一步衍射分频:

$$E(x, y) = C \int_{-\infty}^{\infty} \int E(x_1, y_1) \exp[-i \frac{2\pi}{\lambda f} (x_1 x + y_1 y)] dx_1 dy_1$$

$$= \frac{1}{i\lambda f} \exp[ik(f + l)] \exp[ik(1 - \frac{l}{f}) \frac{x^2 + y^2}{2f}] F(u, v)$$

$F(u, v)$ 表示 $E(x_1, y_1)$ 的傅里叶变换

其中 $u = \frac{x}{\lambda f}, v = \frac{y}{\lambda f}$



第二步干涉合成

$$E(x_1', y_1') = \frac{e^{ik(l'-f)}}{i\lambda(l'-f)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} CF(x, y) \exp\left\{\frac{ik}{2(l'-f)}[(x_1' - x)^2 + (y_1' - y)^2]\right\} dx dy$$

$$E(x_1', y_1') = -\frac{l'}{l} \exp[ik(l'+l)] \exp[ik \frac{l}{l'} \frac{x_1'^2 + y_1'^2}{2f}] F[F(u', v')]$$

像的放大率

从物面到像面的位相延迟

位相弯曲

傅里叶变换

其中 $u' = \frac{x}{\lambda f} \frac{l}{l'}$, $v' = \frac{y}{\lambda f} \frac{l}{l'}$

$\mathbf{F}[F(u',v')]$ 表示 $E(x_1, y_1)$ 的傅里叶变换 $F(u, v)$ 的再一次傅里叶变换

考虑到 $u/u' = v/v' = l'/l$ 的倍数关系,

$\mathbf{F}[F(u',v')]$ 表示 $E(x_1, y_1)$ 的一个放大倍数为 l'/l 的倒立像;

$E(x_1', y_1')$ 与 $\mathbf{F}[F(u',v')]$ 相比多了位相延迟和二次位相因子。

$$\mathbf{F}[\mathbf{F}\{f(x, y)\}] = f(-x, -y)$$

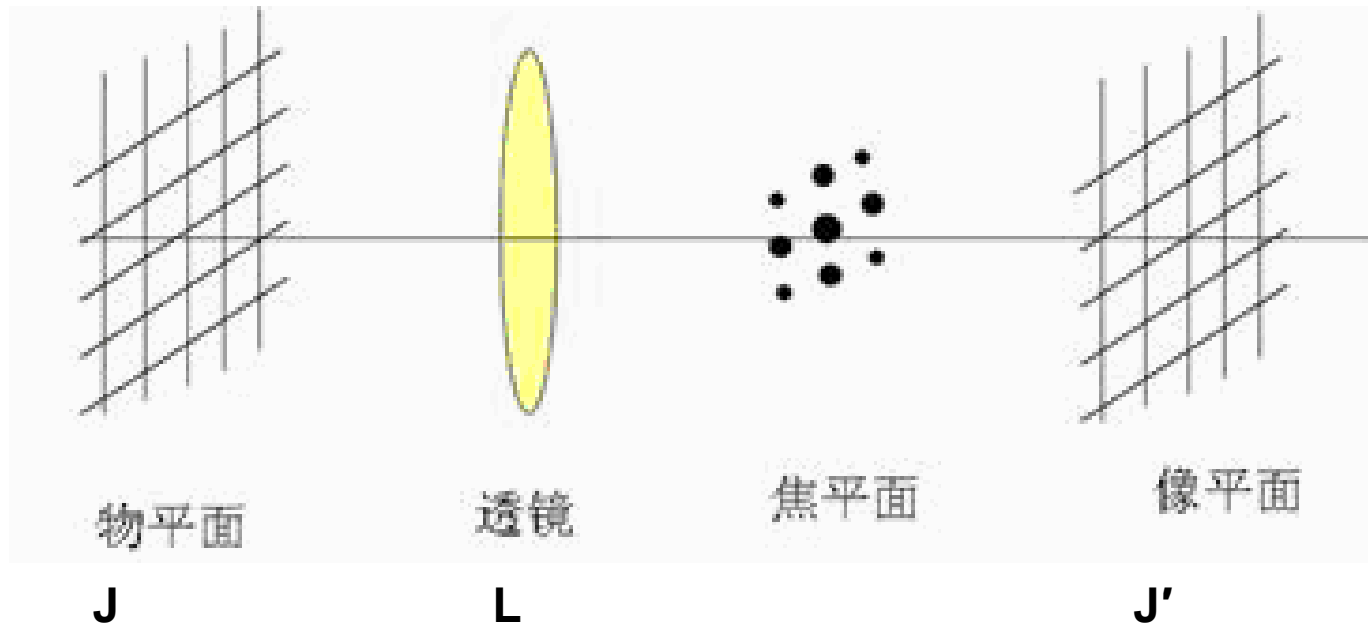
$$\mathbf{F}[f(ax, by)] = \frac{1}{|ab|} F\left(\frac{u}{a}, \frac{v}{b}\right)$$

$$\mathbf{F}^{-1}[F(u, v)] = f(x, y),$$

$$\text{其中: } F(u, v) = \mathbf{F}[f(x, y)]$$

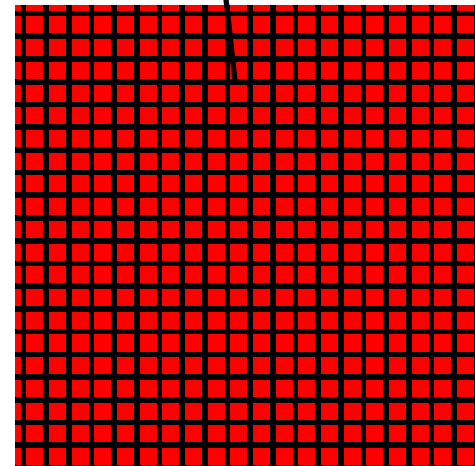
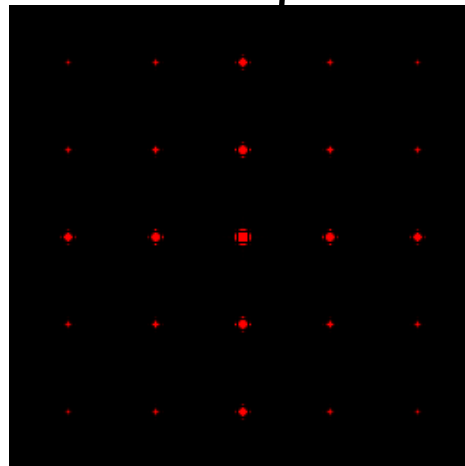
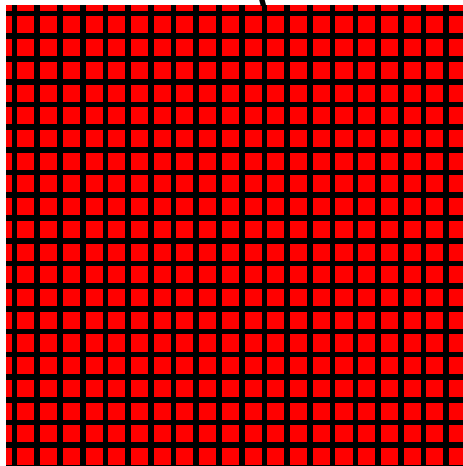
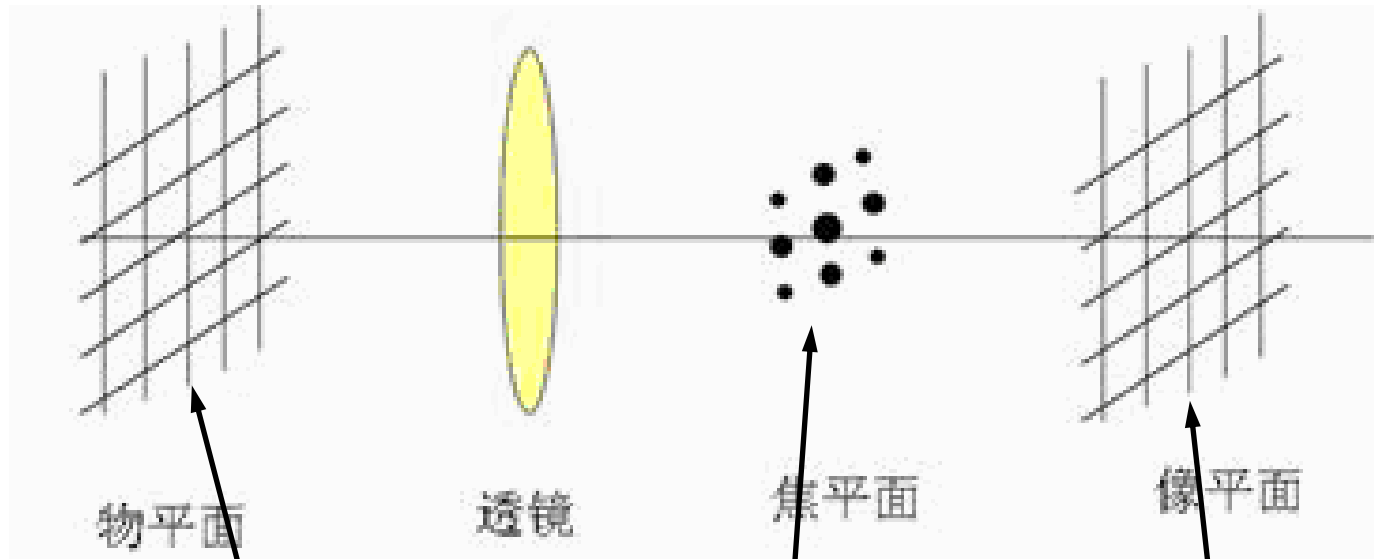
二. 阿贝—波尔持实验

波尔特实验有力地证实了阿贝成像理论，也对傅里叶分析的最基本的原理提供了有力的证明。

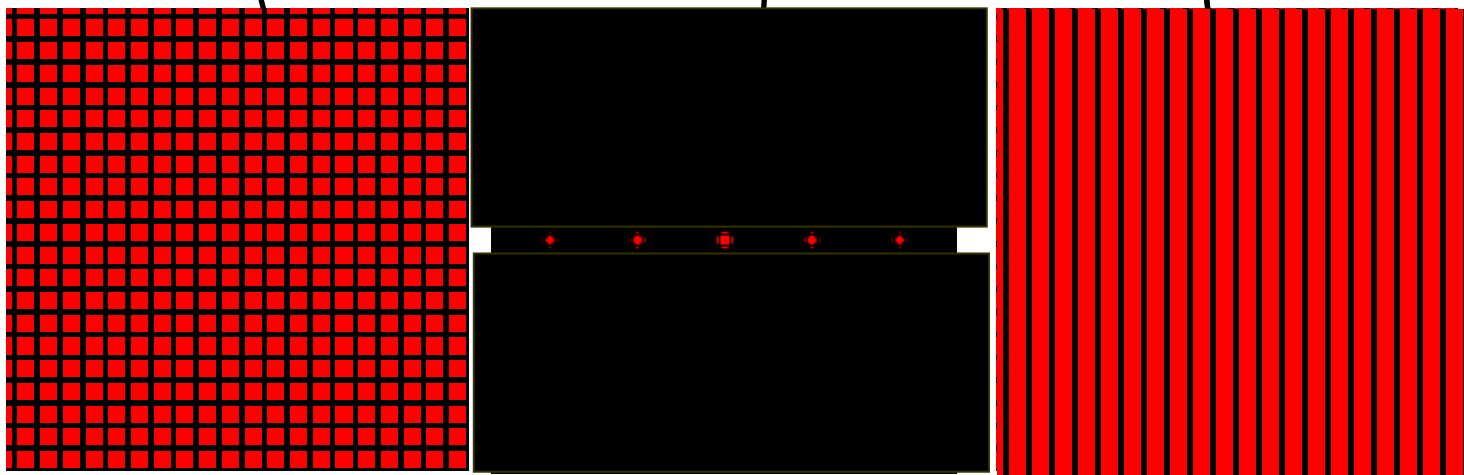
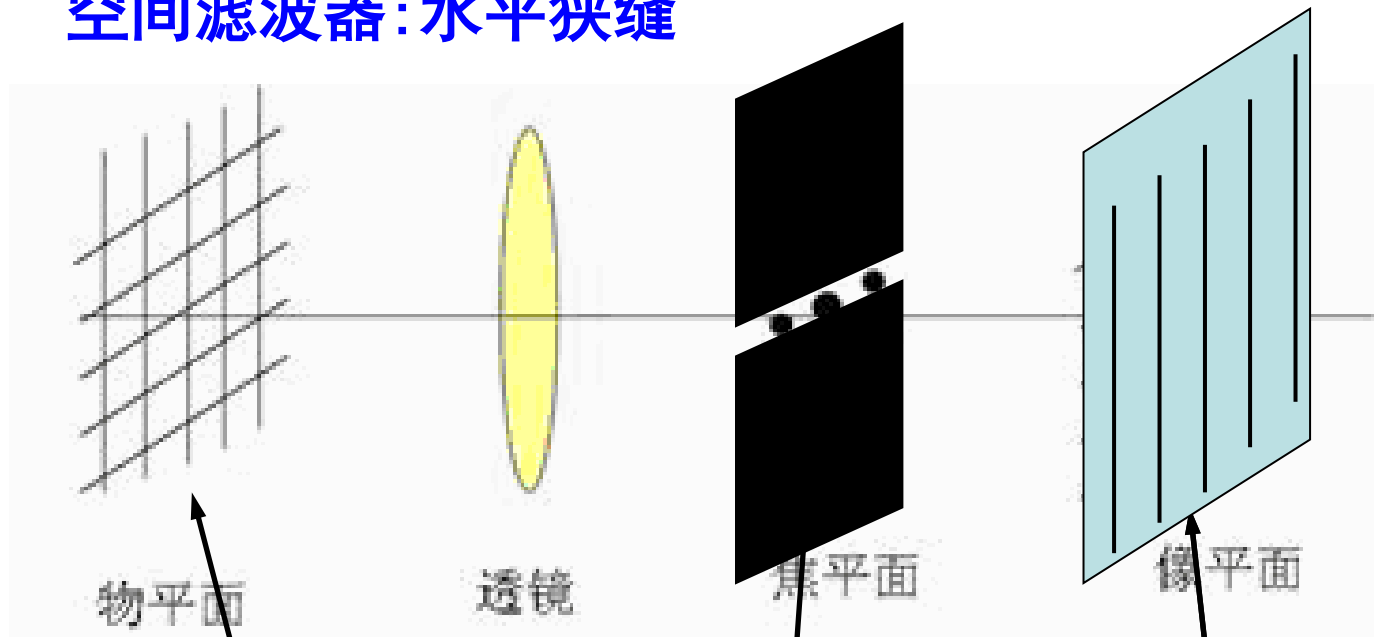


用相干光源照明一细丝网格或交叉光栅J，在透镜L的后焦面上出现周期性网格的空间频谱，最后这些频谱综合在像平面J'上复现网格的像，如果在频谱面上，放上各种拦截物例如狭缝、小圆孔或小圆屏等，就能够以各种方式直接改变频谱，从而使得像发生相应的变化。这些拦截物或与它们有相同性能的光学元件统称为空间滤波器。

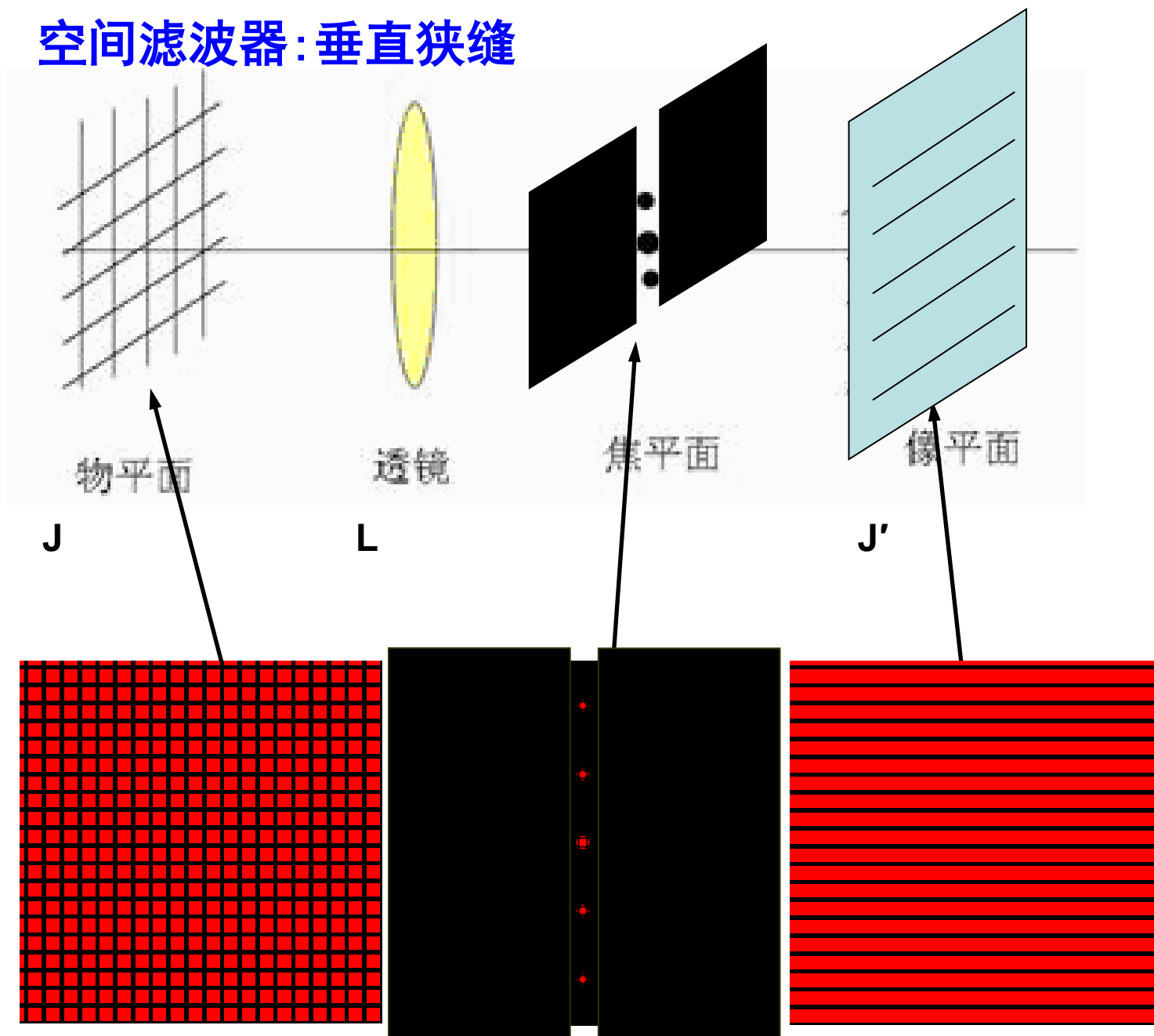
无空间滤波器



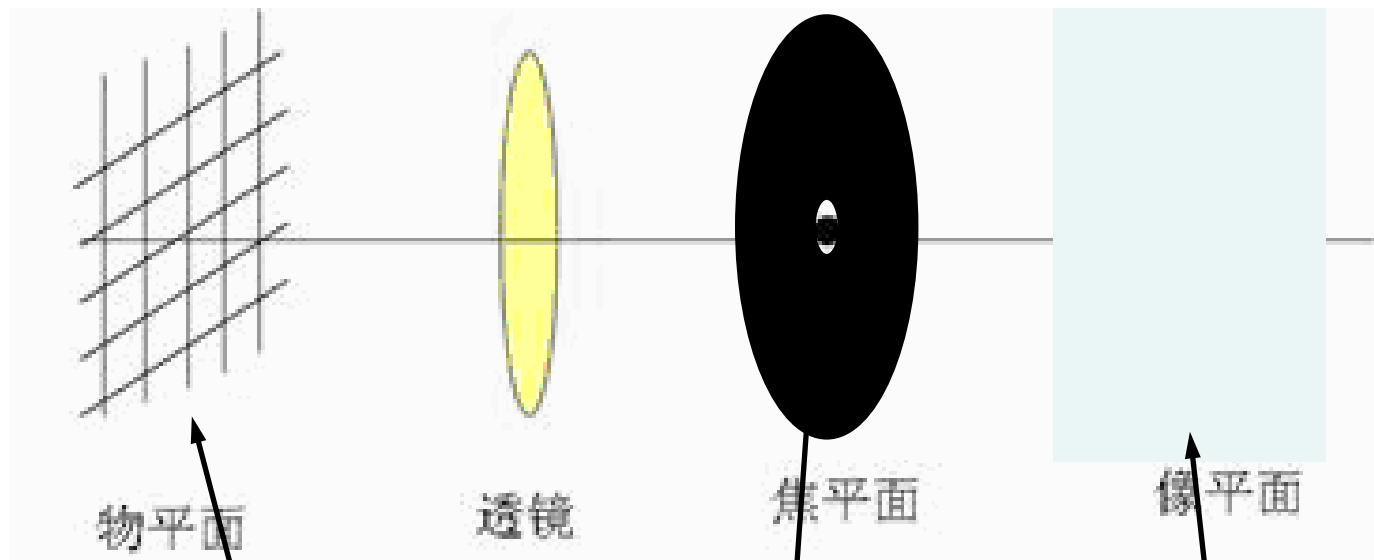
空间滤波器：水平狭缝



空间滤波器:垂直狭缝



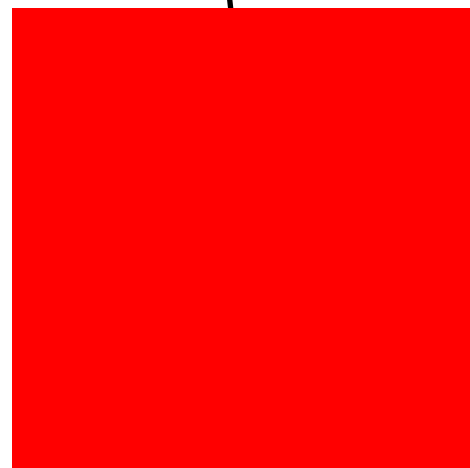
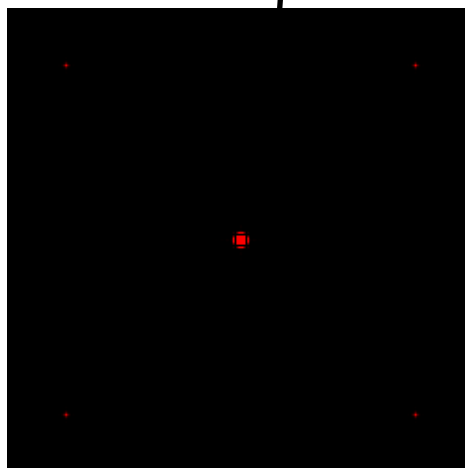
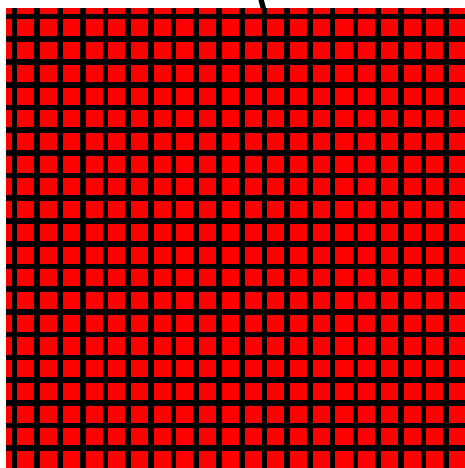
空间滤波器：中心小圆孔



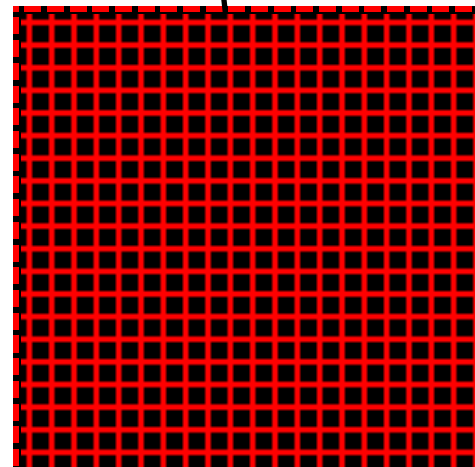
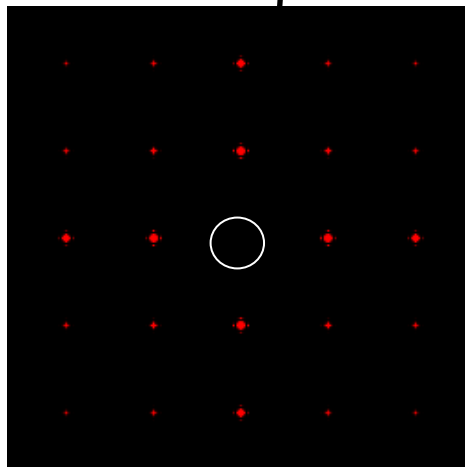
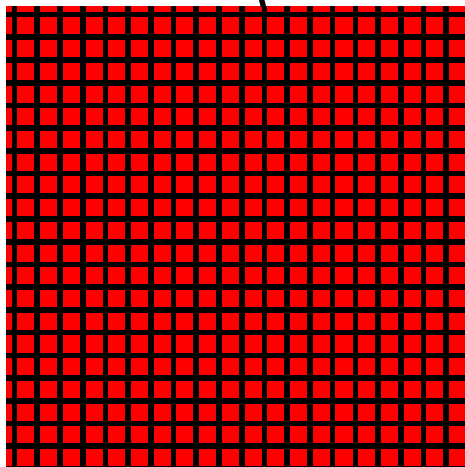
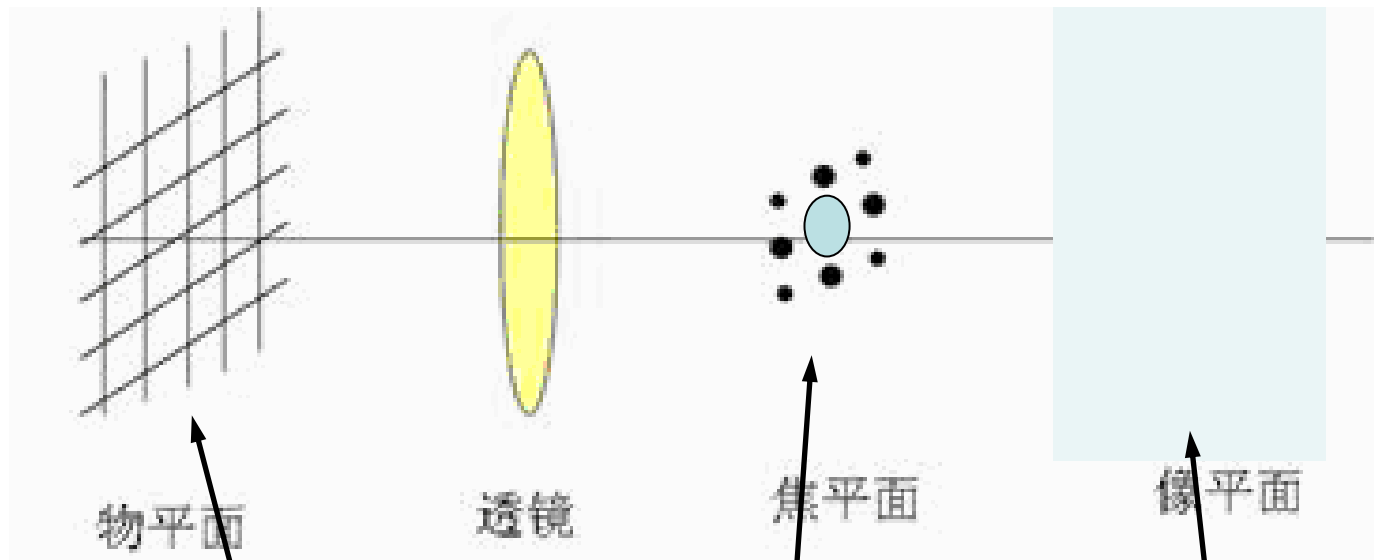
J

L

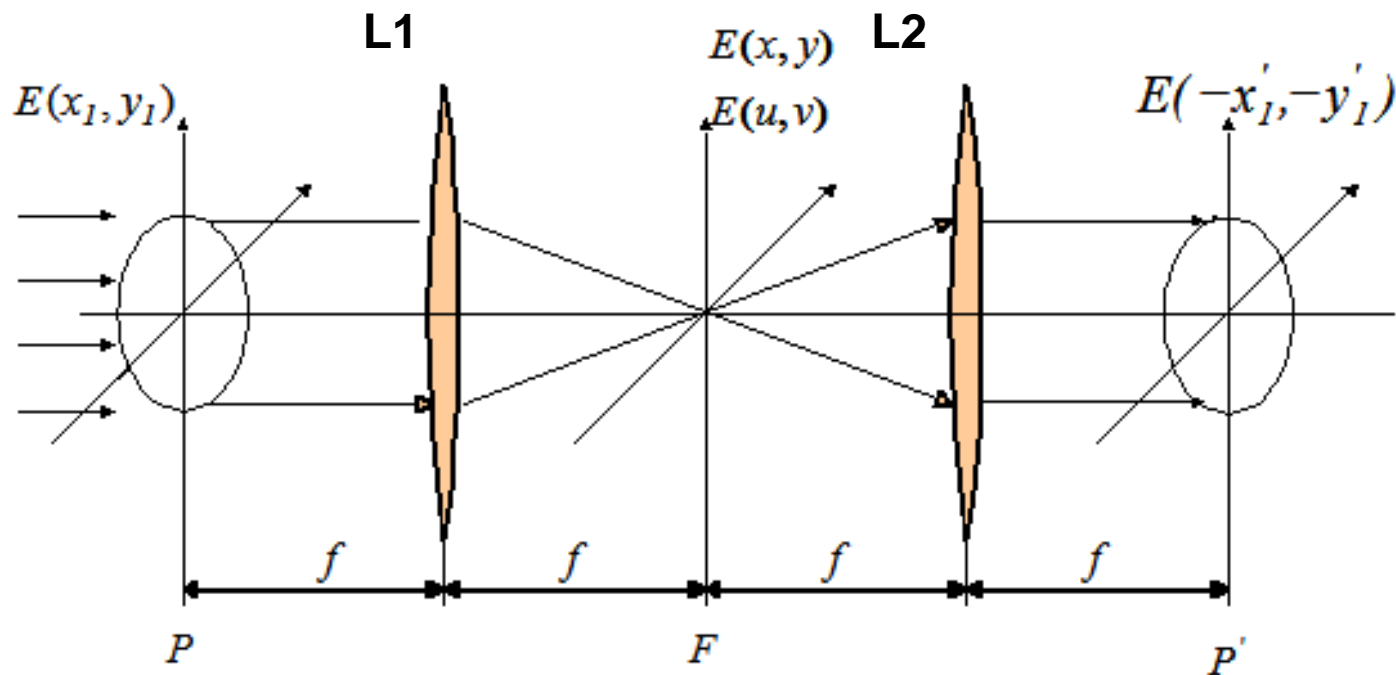
J'



空间滤波器：中心小圆屏



三. 相干光学处理系统—双透镜相干成像系统



物体置于变换透镜L1的前焦面上，L1的作用是在其后焦面上产生物函数的准确的(无二次位相因子的)傅里叶变换，此频谱面又处于变换透镜L2的前焦面上，L2的作用是在其后焦面上产生频谱函数的傅里叶变换。通过两次傅里叶变换得到了原函数，只是变成了一个倒像。

如果在频谱面上插入空间光滤波器就可以改变频谱函数 $E(x, y)$ (改变振幅或位相，或二者同时改变)，从而使输入数据得到处理。