

## ➤上次课内容回顾：

一个原理：费马原理

几个概念：实物、实像、虚像、单心光束

一条主线：几何光学研究如何保持光束的单心性

重要结论：光在平面上的反射时保持光束单心性，折射时其被破坏。

两个公式：像似深度

$$y' = \frac{n_2}{n_1} y$$

全反射临界角

$$i_c = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$$

## ➤ 本次课内容提要：

### § 4.3 光在球面上的反射和折射

§ 4.3.1 符号法则（熟练掌握）

§ 4.3.2 球面反射对光束单心性的破坏（了解）

§ 4.3.3 近轴光线条件下球面反射的物像公式（掌握）

§ 4.6.1 近轴物在近轴光线条件下球面反射的成像公式（基本掌握）(P142)

§ 4.3.4 球面折射对光束单心性的破坏（了解）

§ 4.3.5 近轴光线条件下的球面折射的物像公式（掌握）

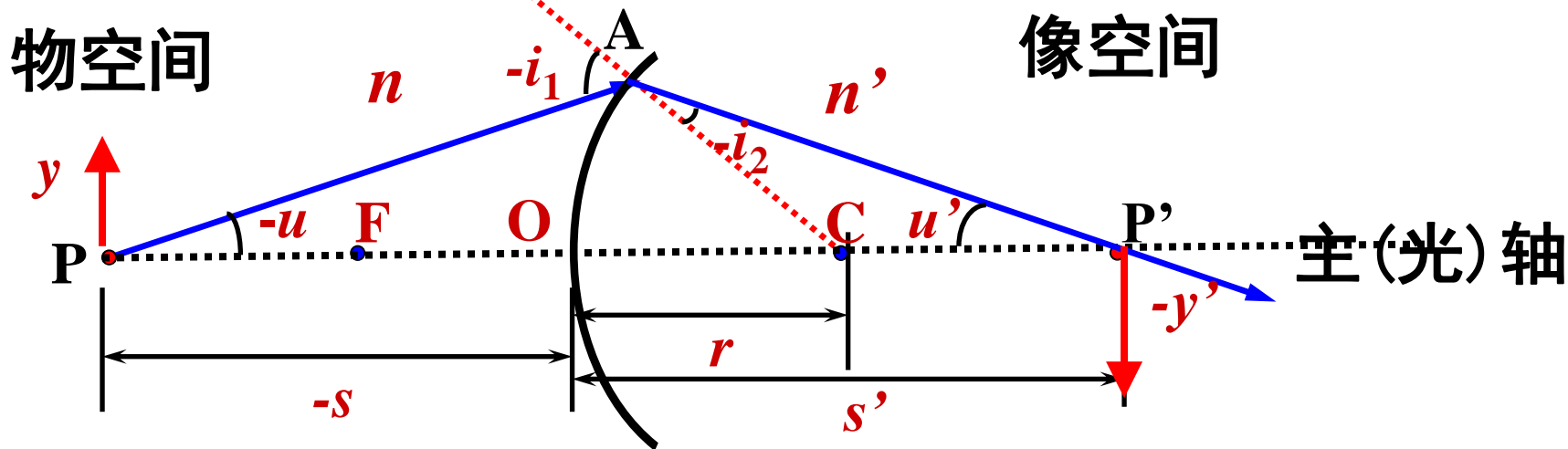
§ 4.3.6 高斯公式和牛顿公式（熟练掌握）

§ 4.6.2 近轴物在近轴光线条件下球面折射的物像公式（基本掌握）(P143)

### § 4.4 光连续在几个球面界面面上的折射 虚物的概念

## §4.3.1 符号法则

### 新笛卡儿符号法则



(1) 线段：顶点右为正，左为负，（物、像）轴上为正，下为负

$s$ 、 $s'$ 及 $r$ 以O为顶点右为**正**，左为**负**

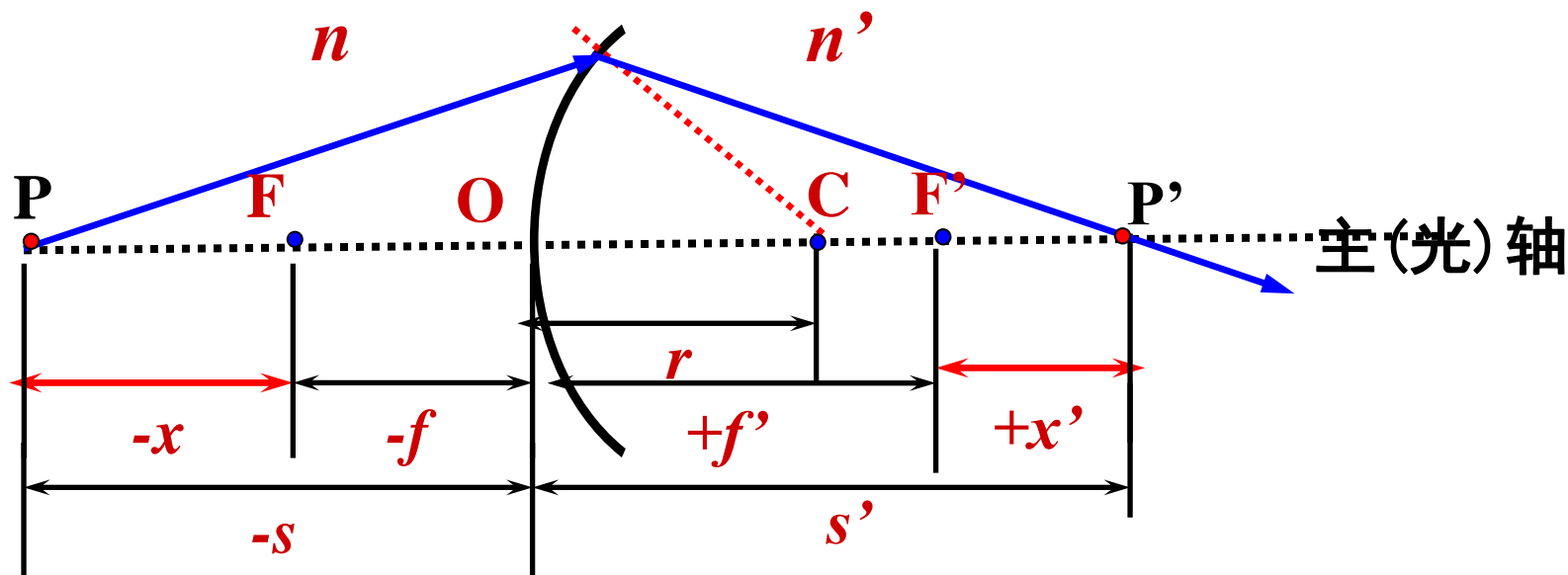
(2) 光线方向的**倾斜角度**都以主轴（或球面法线）算起，顺时针转到光线为**正**，逆时针转到光线为**负**。

$u$ 、 $u'$ 以PP'为主轴

$i_1$ 、 $i_2$ 以法线为轴

图中标长度和角度为正值（例： $-s$ ）都假定光线自左向右进行规定的意义：由求出量的正负可判断像的虚、实、倒、正等结果

## 符号法则例题：球面折射



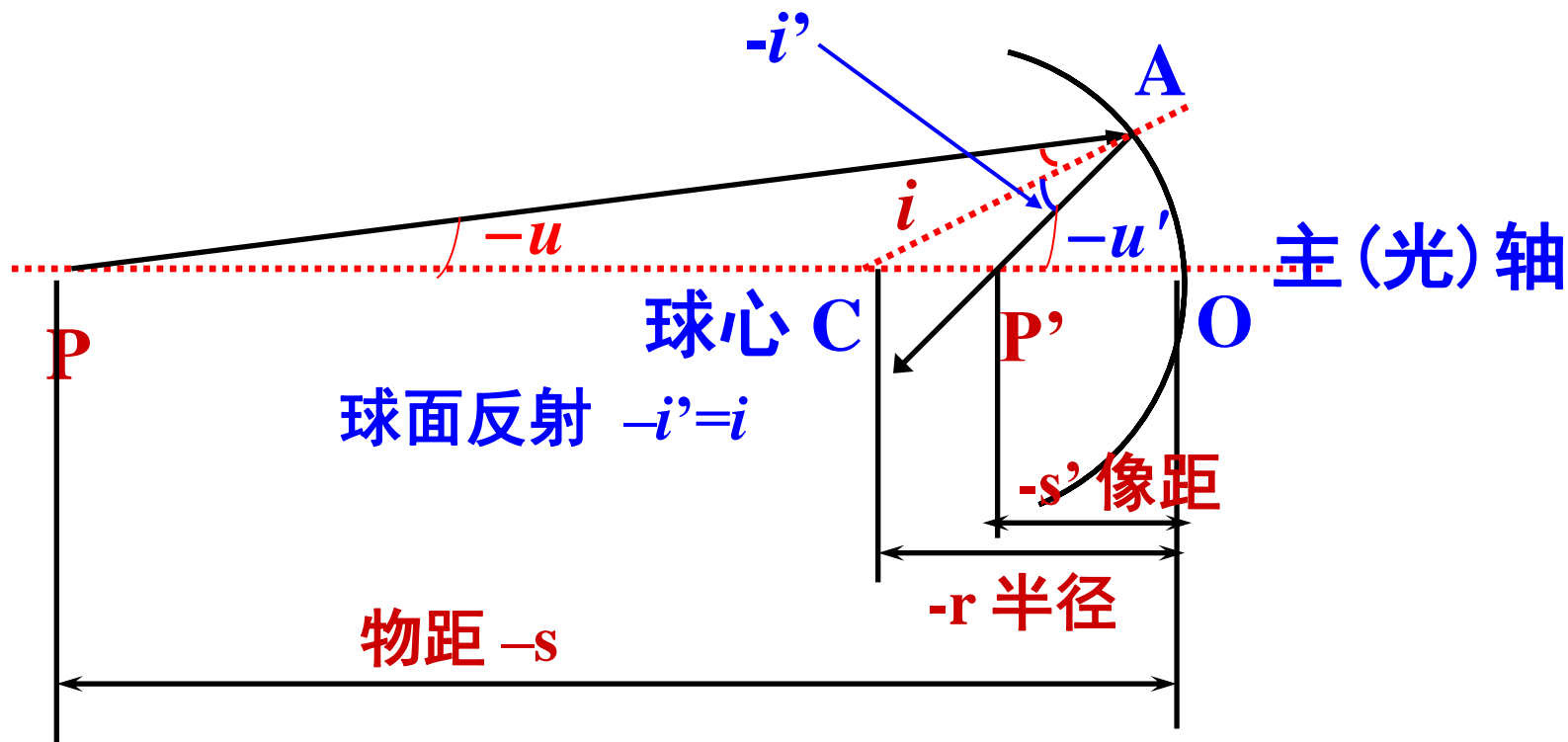
$s$ 、 $s'$ 、 $r$ 、 $f$ 、 $f'$  以O为顶点左为负、右为正。

$x$ 以F为顶点左为负、右为正

$x'$ 以F'为顶点左为负、右为正

$s$ 、 $x$ 表示物距， $s'$ 、 $x'$ 表示像距

## §4.3.2 球面反射对光束单心性的破坏



对  $\triangle PAC$  和  $\triangle P'AC$  应用正弦定理得：

$$\frac{PC}{\sin i} = \frac{AC}{\sin(-u)}$$

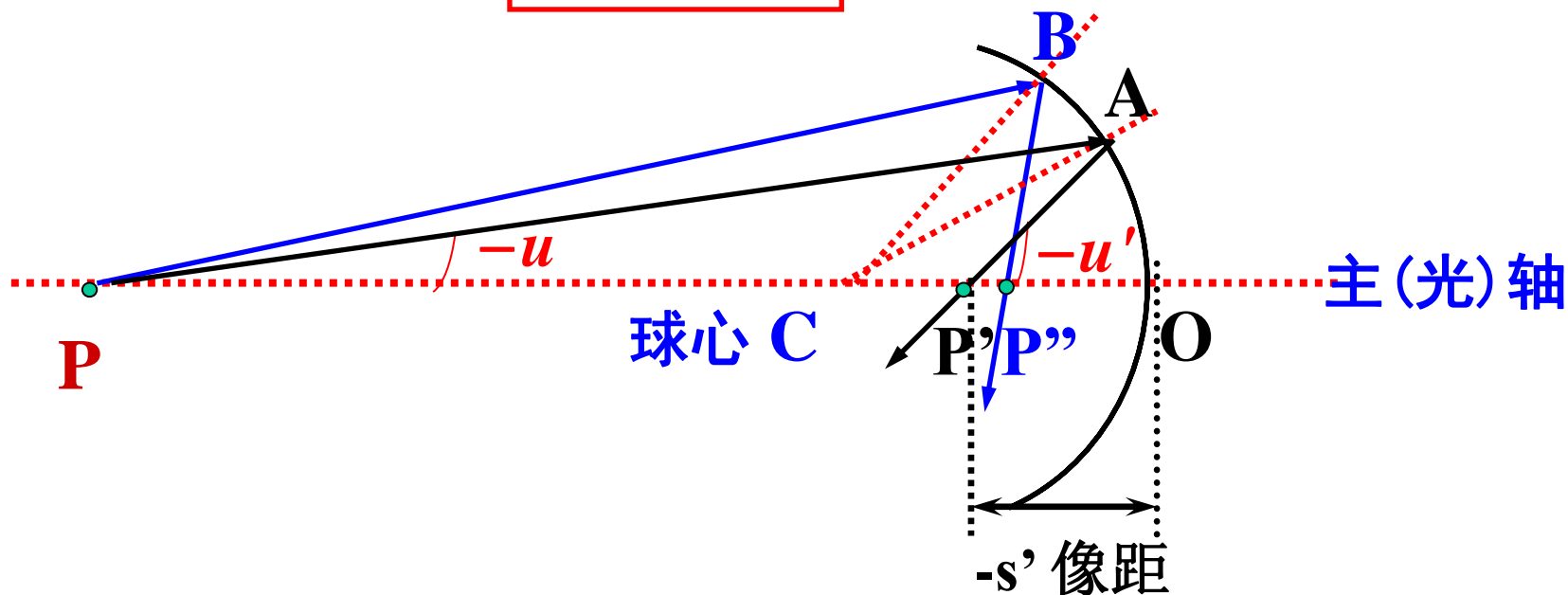
$$\frac{P'C}{\sin(-i')} = \frac{AC}{\sin(-u')}$$

$$\begin{cases} AC = -r \\ PC = (-s) - (-r) = r - s \\ P'C = (-r) - (-s') = s' - r \end{cases}$$

$$s' = -s \cdot \frac{\sin(-u)}{\sin(-u')} + r \left[ 1 + \frac{\sin(-u)}{\sin(-u')} \right]$$

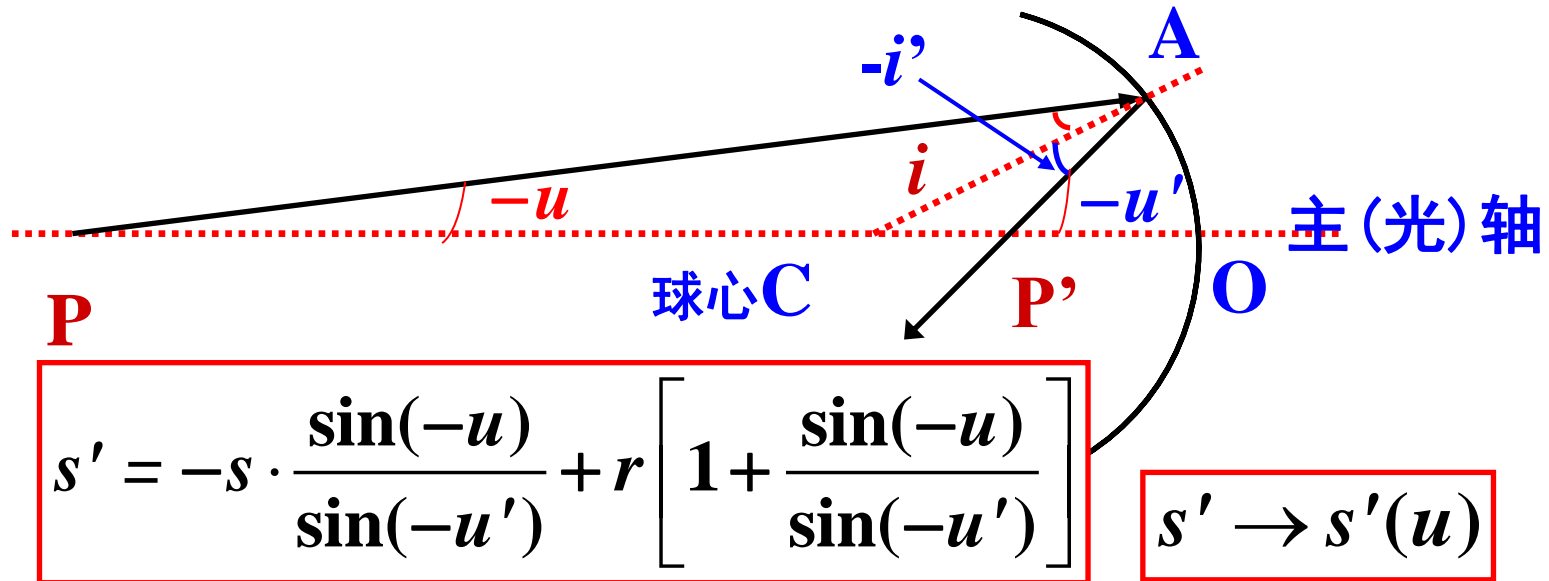
像距

$$s' \rightarrow s'(u)$$



➤ **结论：**从物点P发出的单心光束经球面反射后，光束单心性被破坏！

### § 4.3.3 近轴光线条件下球面反射的物像公式



若  $u$  很小  
近轴条件  $\rightarrow$   $\sin(-u) \approx -u \approx AO/(-s)$   
 $\sin(-u') \approx -u' \approx AO/(-s')$

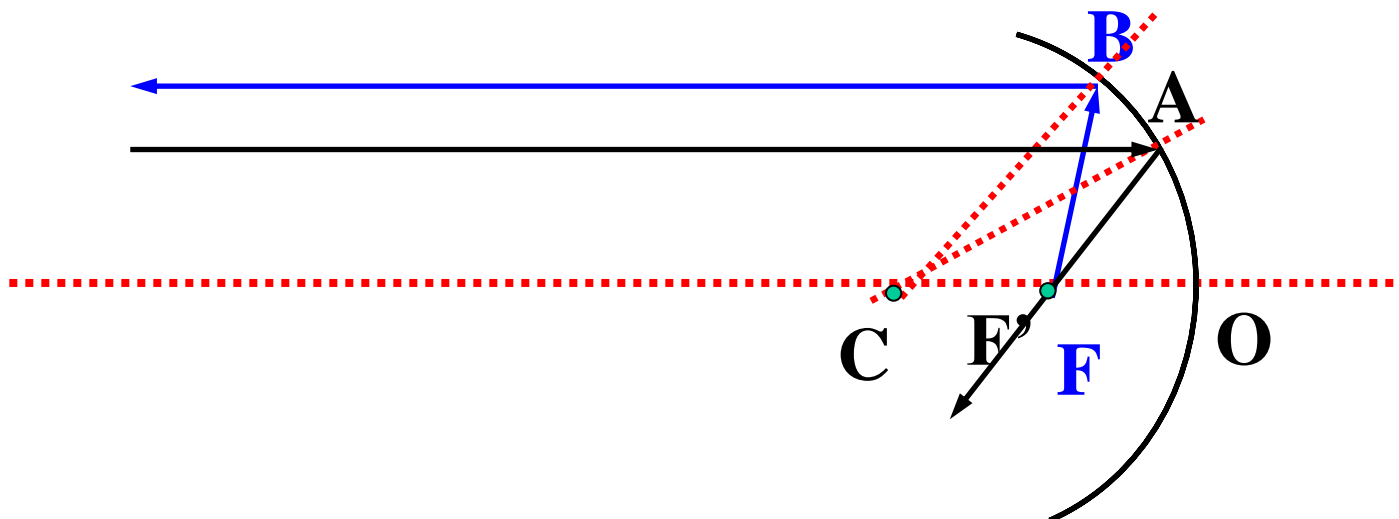
$$s' \approx (-s) \cdot \frac{(-s')}{(-s)} + r \left[ 1 + \frac{(-s')}{(-s)} \right] \rightarrow \frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{r}$$

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

球面反射物像公式  
焦距:  $f = f' = r/2$

球面反射的焦点和焦距（物方焦点与像方焦点重合）

物距  $s \rightarrow \infty$  时,  $s' \rightarrow f'$  像方焦点  $f' = r/2$



像距  $s' \rightarrow \infty$  时,  $s \rightarrow f$  物方焦点  $f = r/2$

凹面镜:  $f = f' = r/2 < 0$

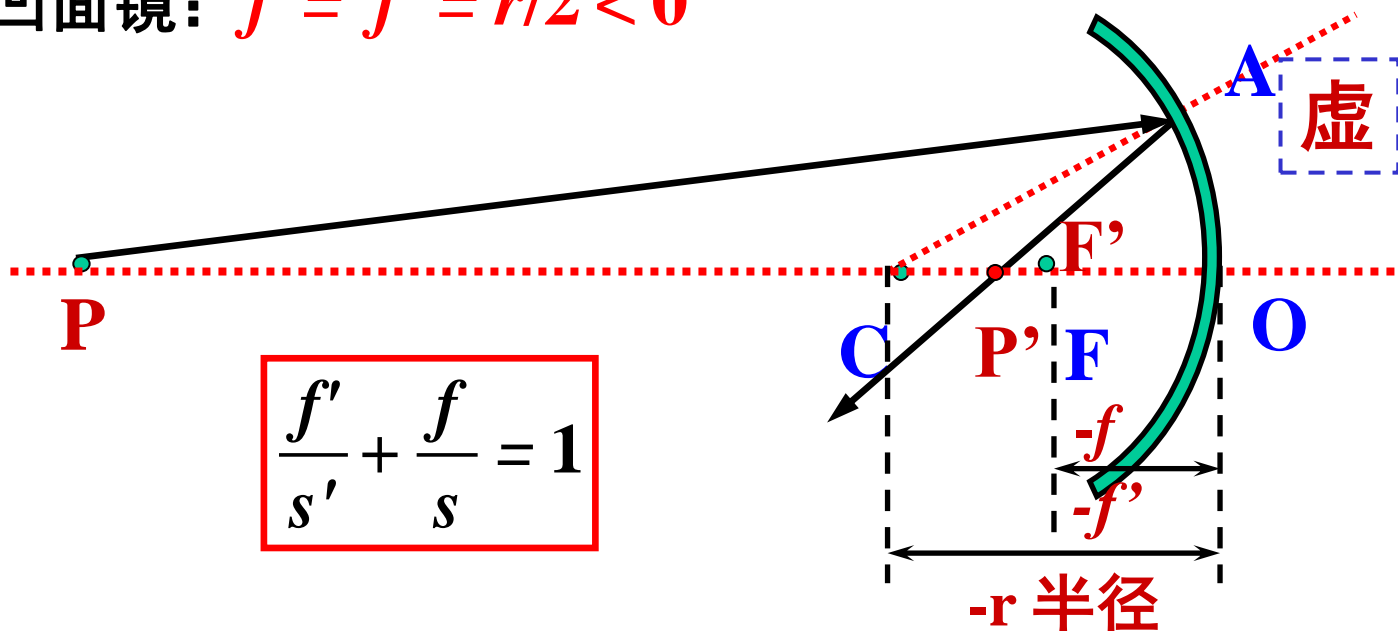
$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{r}$$

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

高斯公式



凹面镜:  $f = f' = r/2 < 0$



➤ 球面反射情况下，物空间与像空间重合

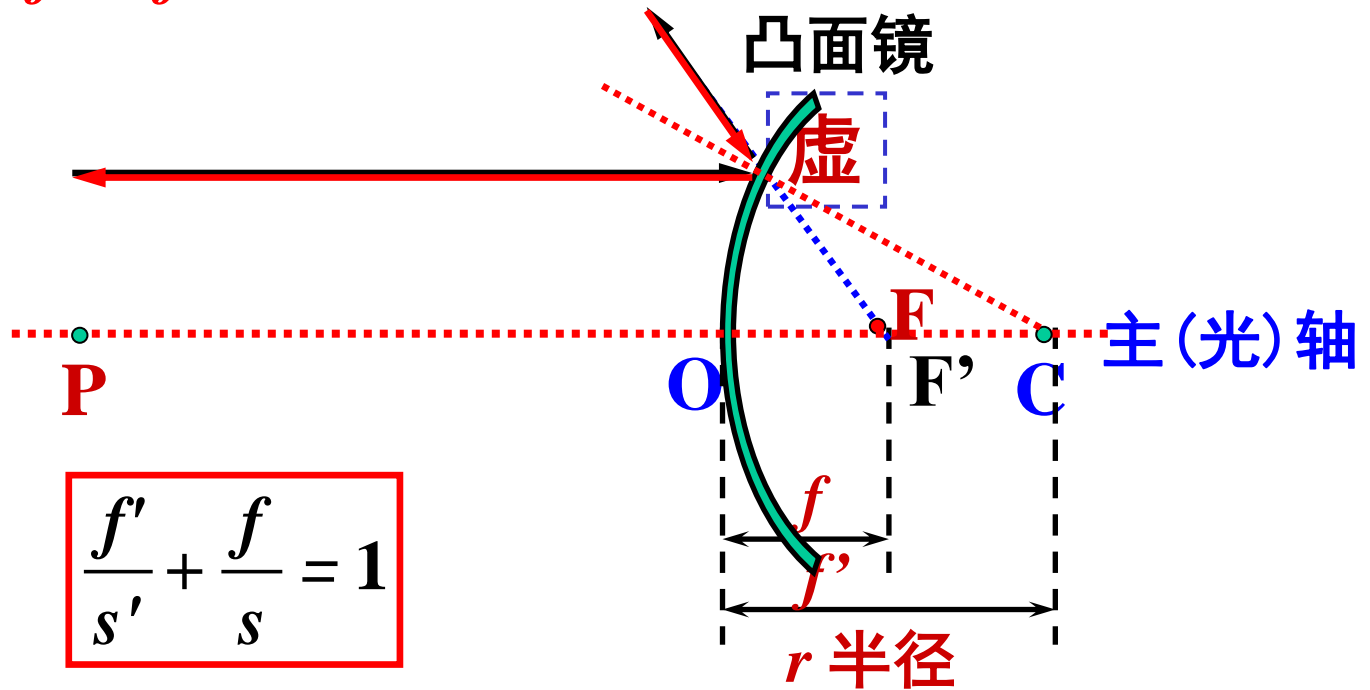
$s'$  像距  $> 0$  为虚像

$s$  物距  $> 0$  为虚物

$s'$  像距  $< 0$  为实像

$s$  物距  $< 0$  为实物

凸面镜:  $f = f' = r/2 > 0$



$s'$  像距  $> 0$  为虚像

$s'$  像距  $< 0$  为实像

$s$  物距  $> 0$  为实物

$s$  物距  $< 0$  为虚物

## § 4.6.1 近轴物在近轴光线条件下球面反射的成像公式

P142

条件：(1) 光线必须是近轴的  
(2) 物点必须是近轴的

如果物是垂直于主轴的线段，  
则像也是垂直于主轴的线段。

$$\triangle PQO \square \triangle P'Q'O$$

物像公式：      横向放大率：

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{r}$$

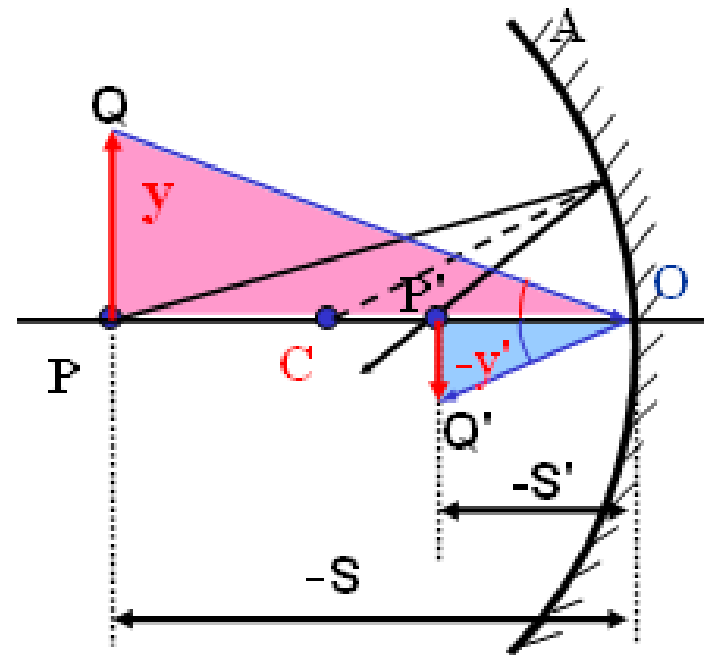
$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

$|\beta| > 1$  ----放大

$|\beta| < 1$  ----缩大

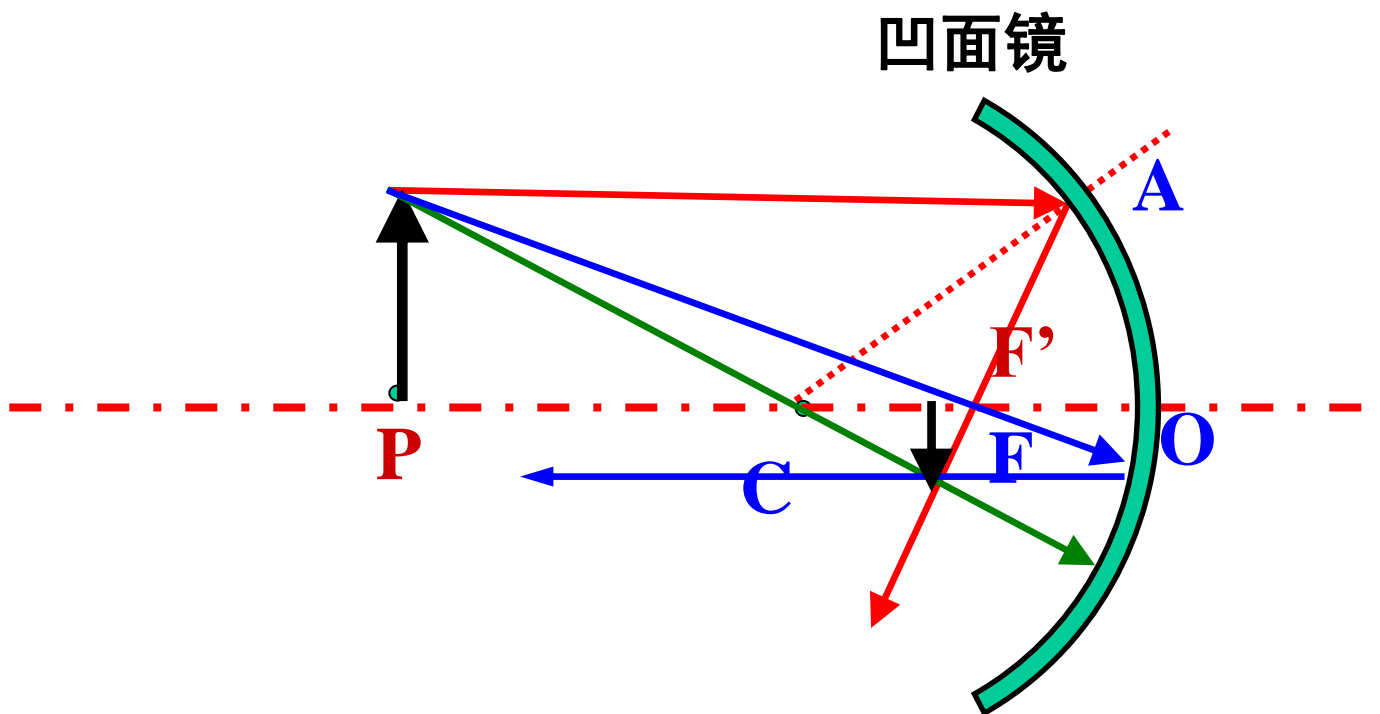
$\beta > 0$  ----像是正立的

$\beta < 0$  ----像是倒立的

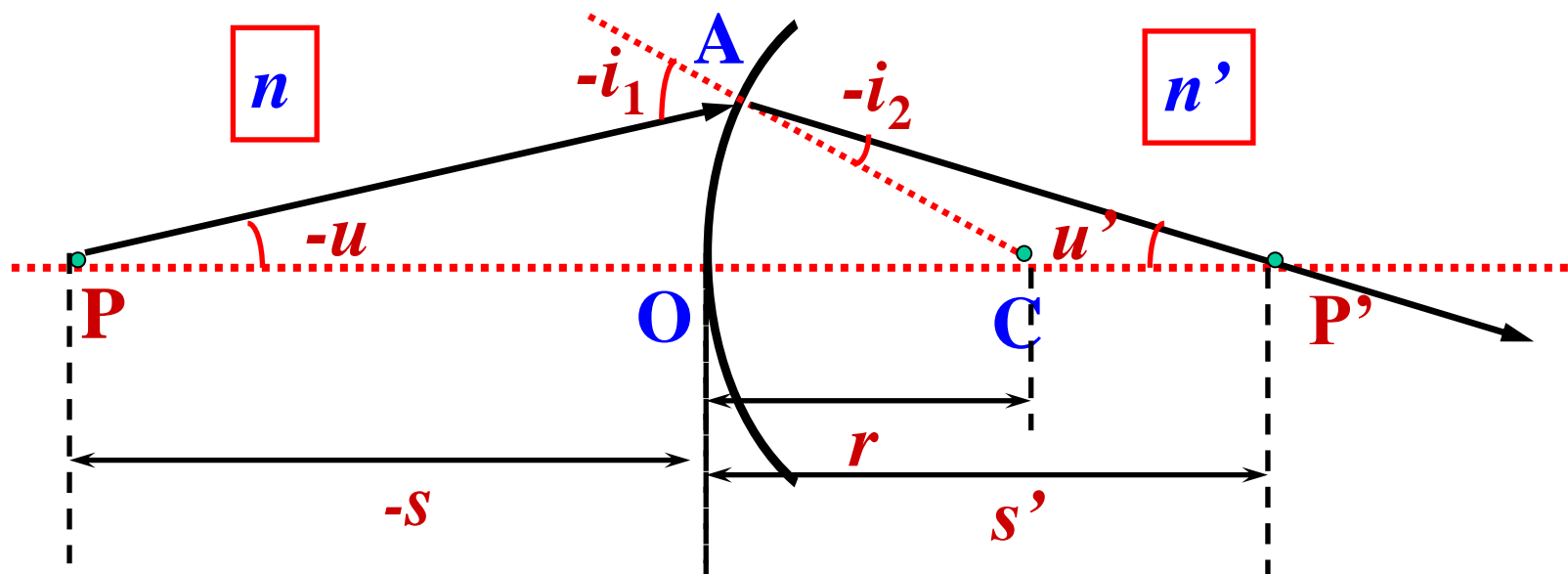


## 近轴物在近轴光线条件下球面反射镜成像

作图



## § 4.3.4 球面折射对光束单心性的破坏



对  $DPAC$  和  $DP'AC$  应用正弦定理得：

$$\frac{PC}{\sin(-i_1)} = \frac{AC}{\sin(-u)} \quad \frac{P'C}{\sin(-i_2)} = \frac{AC}{\sin(u')}$$

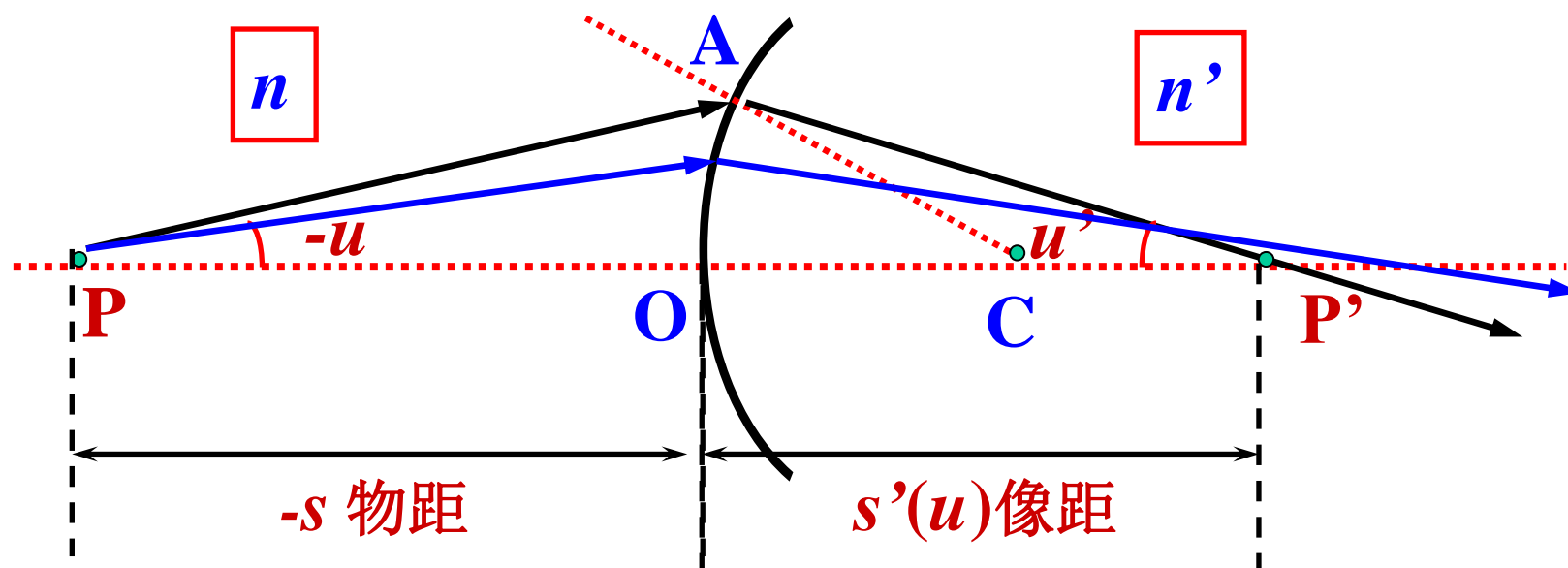
其中：  $PC = (-s) + r = r - s$      $P'C = s' - r$      $AC = r$

$$n \cdot \sin(-i_1) = n' \cdot \sin(-i_2)$$

$$s' = r + \frac{n}{n'} \cdot \frac{\sin(-u)}{\sin u'} (r - s)$$

像距

$$s' \rightarrow s'(u)$$



➤ **结论：**从物点P发出的单心光束经球面折射后，光束单心性被破坏！

## § 4.3.5 近轴条件下球面折射的物像公式

1. 近轴条件下

若 $u$ 很小  
近轴条件

$$\sin(-u) \approx -u \approx AO/(-s)$$

$$\sin(-u') \approx -u' \approx AO/s'$$

$$s' = r + \frac{n}{n'} \cdot \frac{\sin(-u)}{\sin u'} (r - s) \quad \Rightarrow \quad s' = r + \frac{n}{n'} \cdot \frac{s'}{(-s)} \cdot (r - s)$$

$$\Rightarrow \frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r}$$

在近轴条件下球面  
折射的物像公式

2. 光聚焦度公式

$$\Phi = \frac{n' - n}{r}$$

$\begin{cases} > 0 & \text{会聚} \\ = 0 & \text{平面折射} \\ < 0 & \text{发散} \end{cases}$

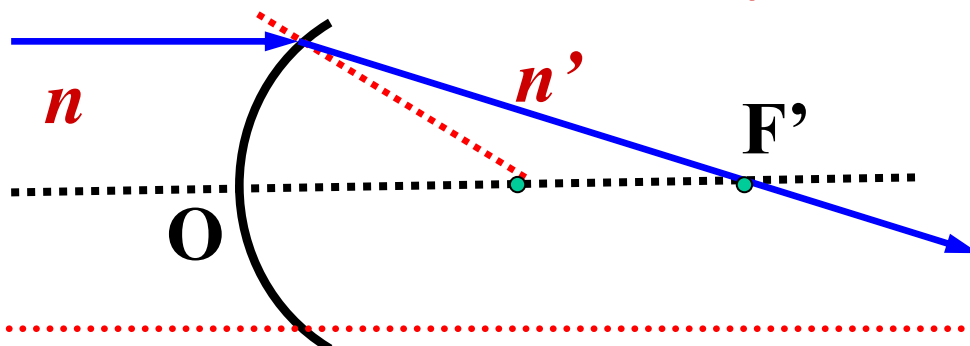
单位： $\text{m}^{-1}$ ，用D表示，称为屈光度。

### 3. 焦点和焦距

物距  $s \rightarrow \infty$  时,  $P' \rightarrow F'$  **像方焦点**

从球面顶点O到像方焦点F' 的距离称为**像方焦距  $f'$**

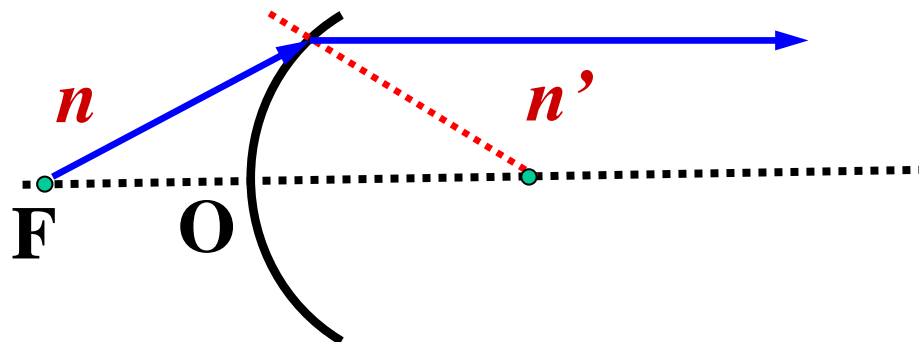
$$f' = \frac{n'}{n' - n} r$$



像距  $s' \rightarrow \infty$  时,  $P \rightarrow F$  **物方焦点**

OF称为**物方焦点  $f$**

$$f = -\frac{n}{n' - n} r$$



$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n} \Rightarrow |f| \neq |f'|$$

**焦距之比等于物像两方介质的折射率之比。**



## § 4.3.6 高斯公式和牛顿公式

$$f' = \frac{n'}{n' - n} r$$

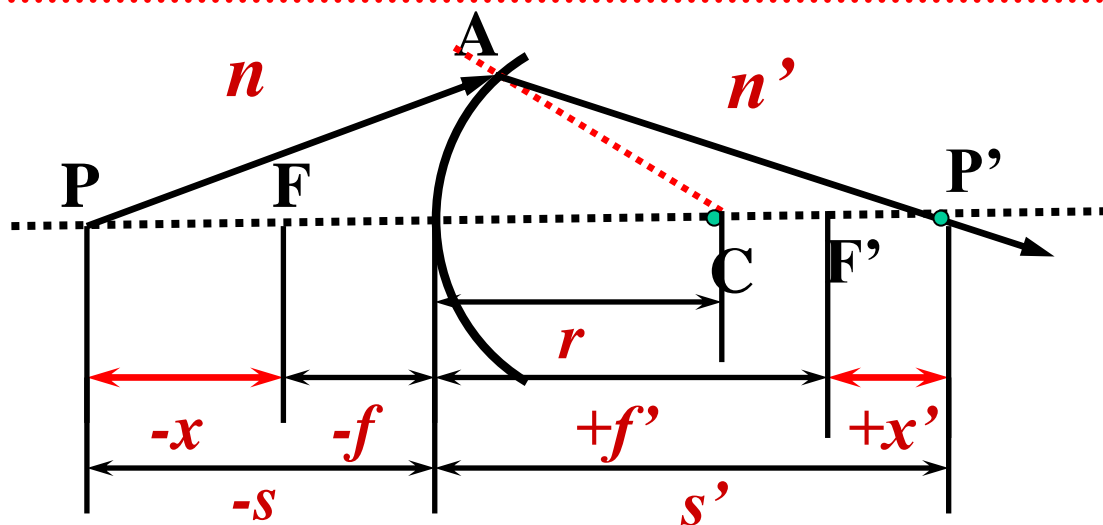
$$f = -\frac{n}{n' - n} r$$

在近轴条件下球面  
折射的物像公式

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r}$$

$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1$$

高斯公式



$$\begin{aligned} (-s) &= (-x) + (-f) \\ s' &= (+f') + (+x') \end{aligned}$$

$$xx' = ff'$$

牛顿公式

## § 4.6.2 近轴物在近轴光线条件下球面折射的物像公式 (P143)

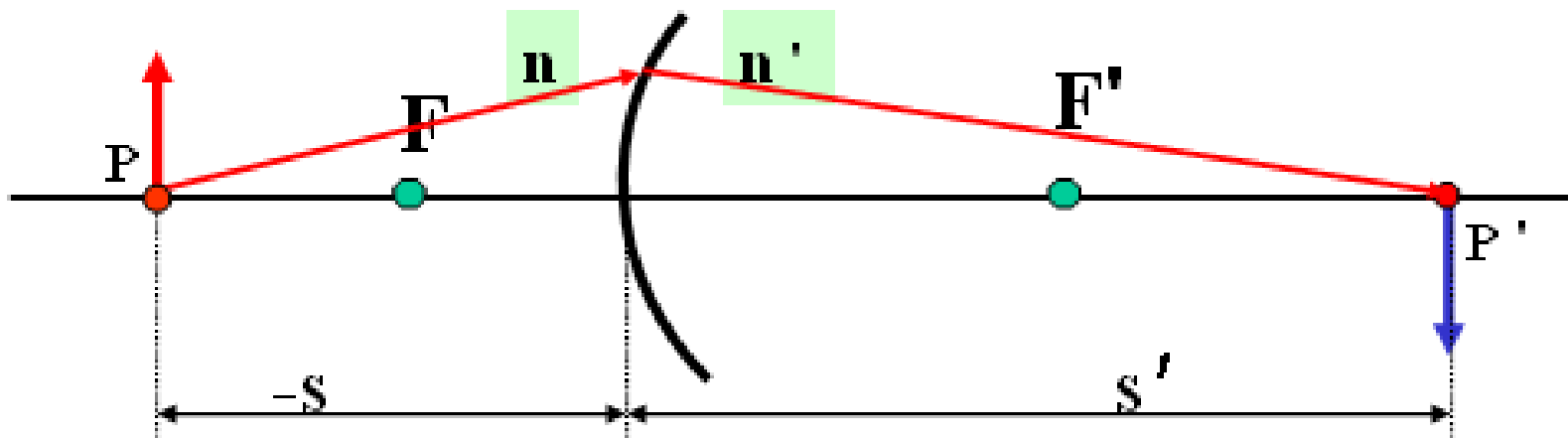
条件: (1) 光线是近轴的  
(2) 物点是近轴的

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r}$$

在近轴条件下球面折射的物像公式

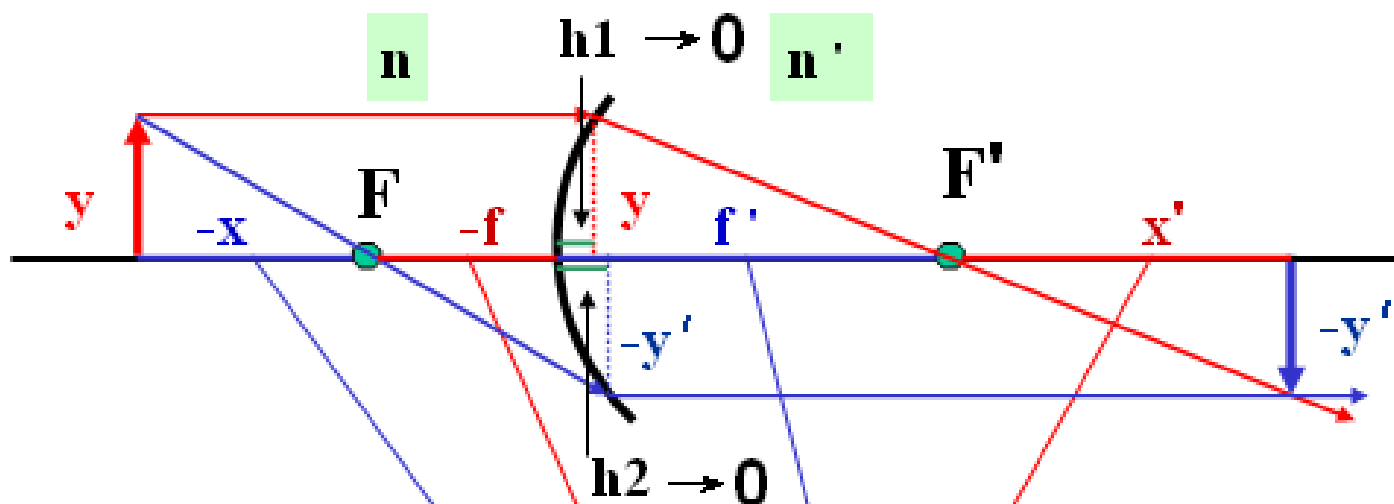
如果物是垂直于主轴的线段，  
则像也是垂直于主轴的线段。

放大倍数？



## 放大倍数?

条件: (1) 光线是近轴的  
(2) 物点是近轴的



$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{f-h2}{x} = -\frac{x'}{f'}$$

$|\beta| > 1$  ----放大

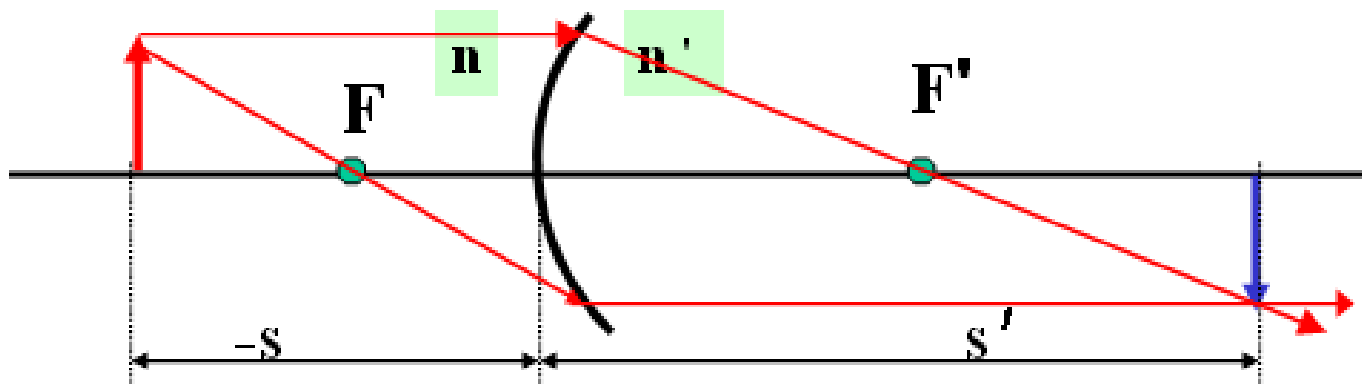
$|\beta| < 1$  ----缩小

$\beta > 0$  ----正像

$\beta < 0$  ----倒像

物空间

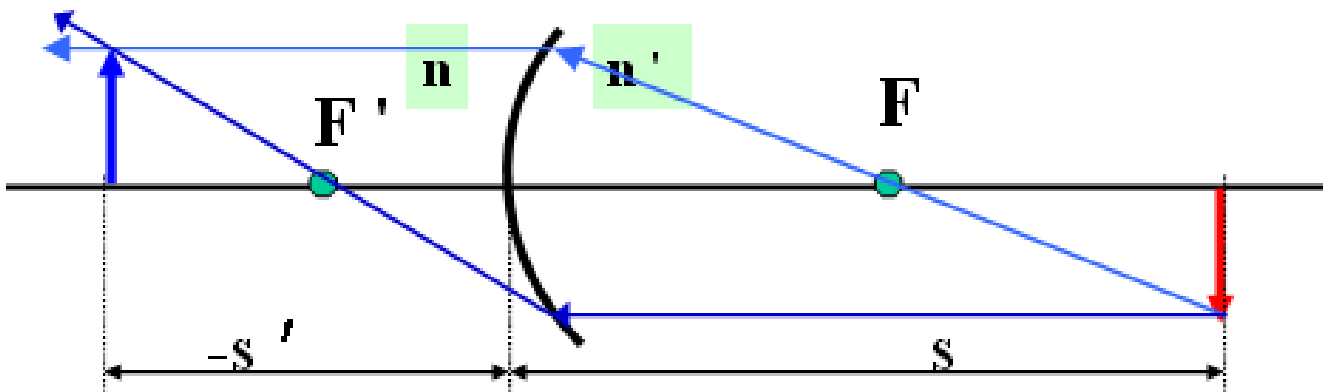
像空间



光线自左向右  $s'$  像距  $< 0$  为虚像  $s'$  像距  $> 0$  为实像

像空间

物空间



光线自右向左  $s'$  像距  $> 0$  为虚像  $s'$  像距  $< 0$  为实像

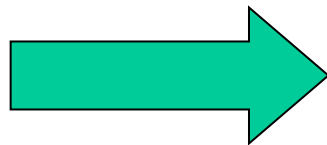
## 球面反射与球面折射的比较

球面  
折射

$$f' = \frac{n'}{n' - n} r$$

$$f = -\frac{n}{n' - n} r$$

$$n' = -n$$



球面反射

$$f = f' = r/2$$

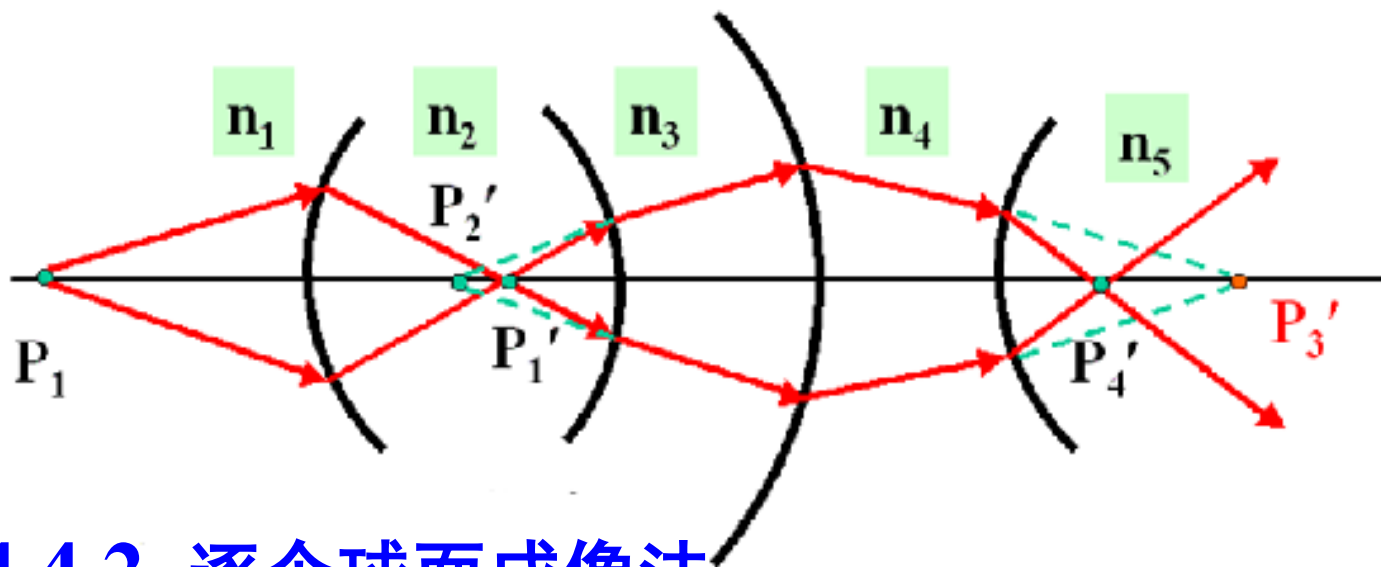
球面反射可以看成  $n' = -n$  的球面折射

➤ 在球面反射情况下，物空间与像空间重合，反射光线与入射光线的方向相反。这一情况，在数学处理上可以认为像方介质的折射率等于物方介质的折射率  $n$  的负值，即  $n' = -n$ （这仅在数学上有意义），物方和像方焦点重合，反射可以看做是折射的特例。

## § 4.4 光连续在几个球面界面上的折射 虚物的概念

### §4.4.1 共轴光具组

多个球面的曲率中心都在同一直线上的系统。



### §4.4.2 逐个球面成像法

$$P_1 \rightarrow P_1' \rightarrow P_2' \rightarrow P_3' \rightarrow P_4'$$

物    实像    虚像    虚物    实像

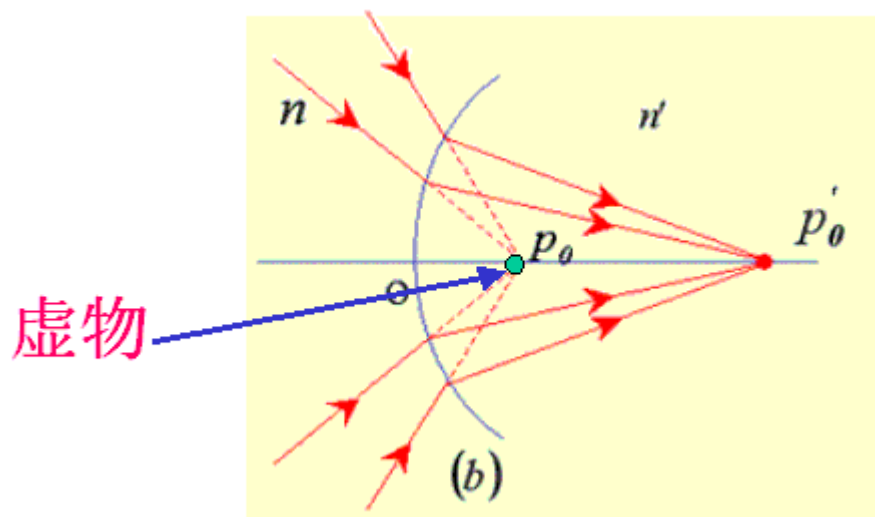
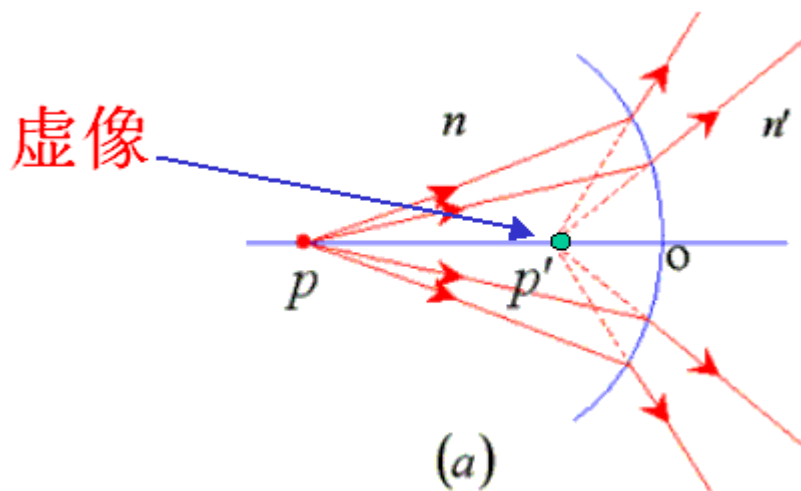


虚物是神马？

### §4.4.3 虚物的概念

➤ 定义：会聚光束对于一个球面来说是入射光束，故仍应将其顶点看做是物，不过这只是虚拟的物，故称为**虚物**。

Note：发散的入射光束的顶点（不管是否有实际光线通过这点）是**实物**，会聚的入射光束（永远没有实际光线通过该点）的顶点是**虚物**。

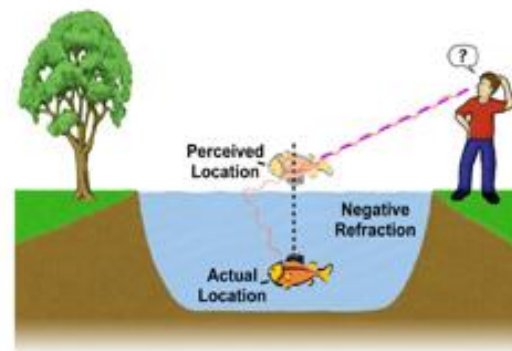
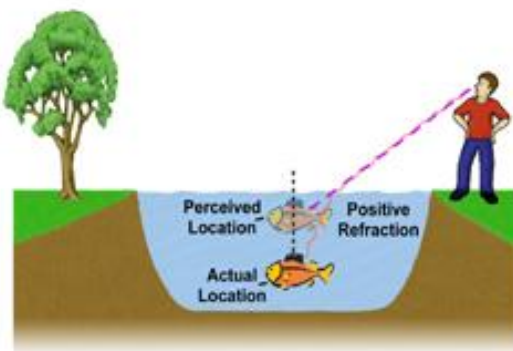
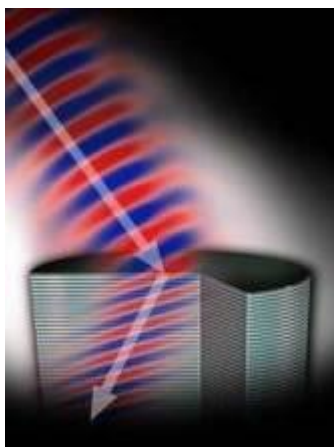


# ➤ 光学前沿：负折射率

1968 年 Veselago 提出负折射现象：当光波从具有正折射率的材料入射到具有负折射率材料的界面时，光波的折射与常规折射相反，入射波和折射波处于界面法线方向同一侧。



负折射率的材料也被称为**左手材料**，**超材料(metamaterial)**



**应用前景：**高指向性的天线、聚焦微波波束、实现“完美透镜”、用于电磁波隐身等等



## ➤ 小结:

### § 4.3 光在球面上的反射和折射

符号法则：线段长度、倾斜角度

从物点发出的单心光束经球面**反射**和**折射**后，光束单心性破坏。

近轴光线条件下球面**反射**的物像公式

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

近轴光线条件下球面**折射**的物像公式

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r}$$

高斯公式

$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1$$

牛顿公式

$$xx' = ff'$$

### § 4.4 光连续在几个球面界面面上的折射 虚物的概念

## ➤ 下次课内容：§ 4.5 薄透镜

## § 4.6 共轴理想光具组的基点和基面

作业：(P161) 3-11, 3-14