

## ➤上次课回顾：

### § 4.3 光在球面上的反射和折射

符号法则：线段长度、倾斜角度

从物点发出的单心光束经球面反射和折射后，光束单心性破坏。

近轴光线条件下球面反射的物像公式

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

近轴光线条件下球面折射的物像公式

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r}$$

高斯公式  $\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1$

牛顿公式  $xx' = ff'$

### § 4.4 光连续在几个球面界面面上的折射 虚物的概念

## ➤本次课内容提要:

### § 4.5 薄透镜

§ 4.5.1 近轴条件下薄透镜的成像公式（熟练掌握）

§ 4.5.2 横向放大率（了解）

§ 4.5.3 薄透镜的作图求像法（熟练掌握）

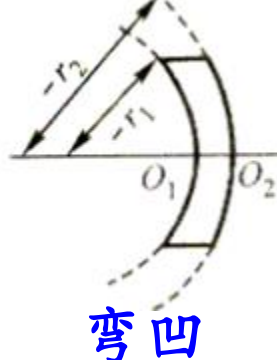
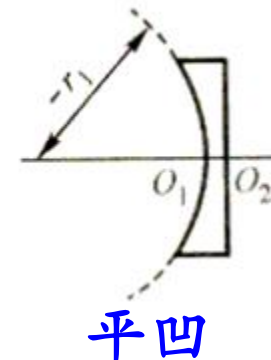
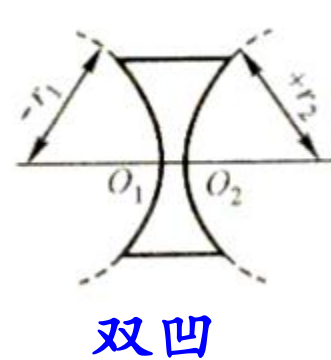
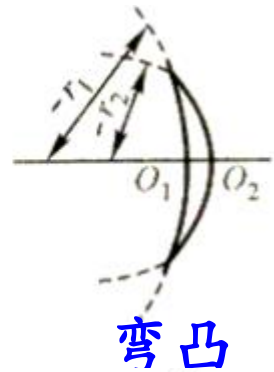
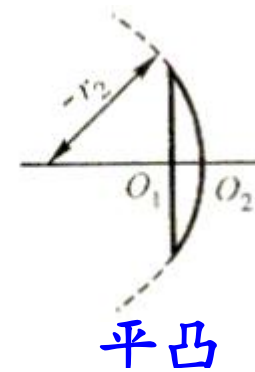
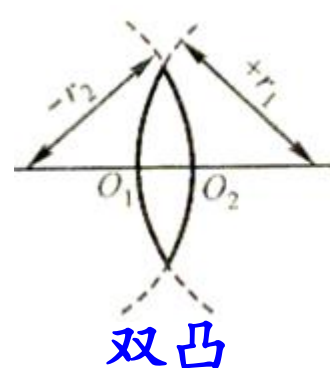
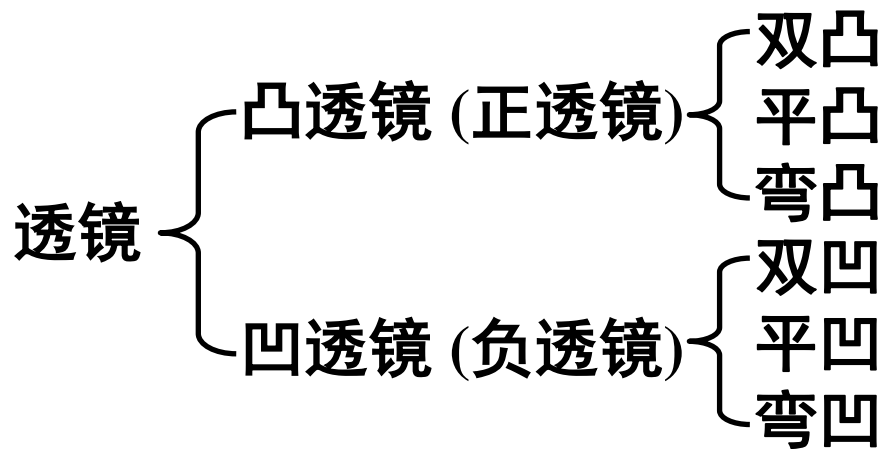
### § 4.6 近轴物近轴光线成像的条件

§ 4.6.3 \*亥姆霍兹-拉格朗日定理（了解）

§ 4.7 共轴理想光具组的基点和基面（熟练掌握作图法求像点）

## § 4.5 薄透镜

### § 4.5.0 透镜的分类



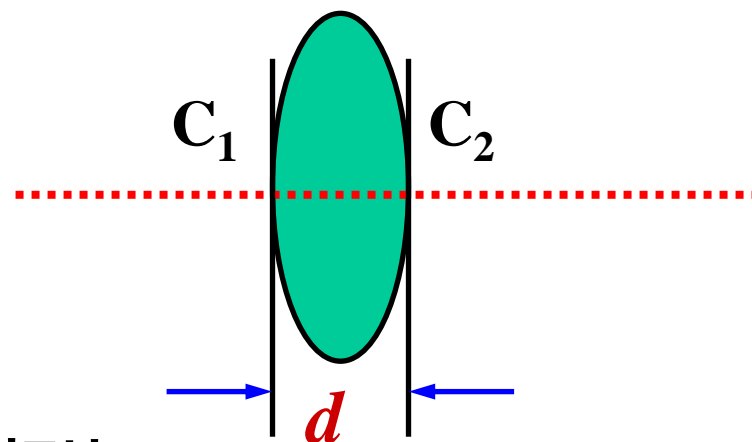
➤ 中间部分比边缘部分**厚**的透镜---**凸透镜**

➤ 中间部分比边缘部分**薄**的透镜---**凹透镜**



透镜两表面在其主轴上的间隔  $d$

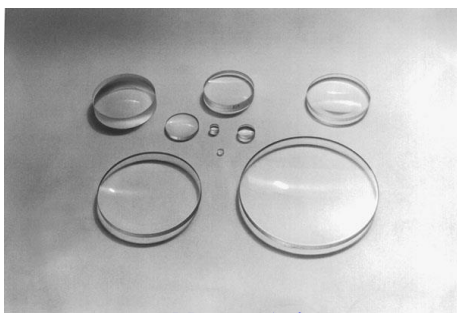
——透镜的厚度



透镜的厚度  $d$  与球面的曲率半径  $r$  相比：

I) 不能忽略——厚透镜

II) 可略去不计 ( $d \ll r$ ) ——薄透镜



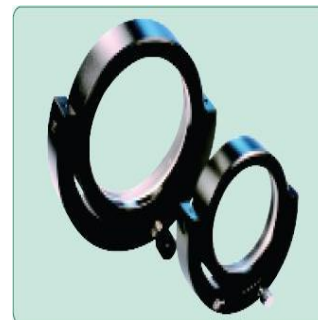
薄透镜



柱透镜

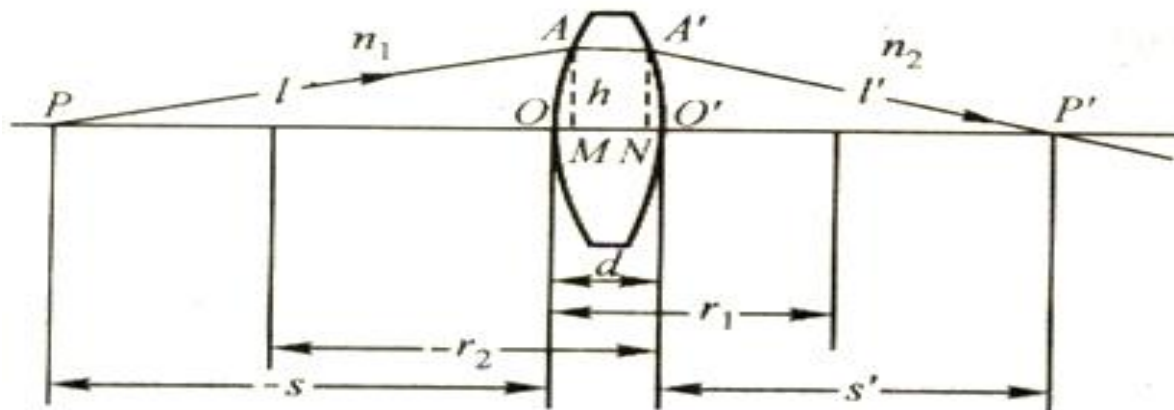


球透镜



消色差Fourier变换透镜

## § 4.5.1 近轴条件下薄透镜的成像公式



令  $\overline{PO} = -s$ ,  $\overline{P'O'} = s'$ ,  $\overline{PA} = l$ ,  $\overline{A'P'} = l'$ ,  $\overline{AM} = \overline{A'N} = h$

则:  $l = [(\overline{OM} - s)^2 + h^2]^{1/2}$       同理:  $l' = [(\overline{O'N} + s')^2 + h^2]^{1/2}$

又:  $\because \overline{OM} \ll r_1, \overline{O'N} \ll (-r_2) \quad \therefore \overline{OM} \approx \frac{h^2}{2r_1}, \overline{O'N} \approx \frac{h^2}{2(-r_2)}$

故:  $(PAA'P') = n_1 l + n(d - \overline{OM} - \overline{O'N}) + n_2 l'$

$$= n_1 \left[ \left( -s + \frac{h^2}{2r_1} \right) + h^2 \right]^{1/2} + n \left[ d - \frac{h^2}{2r_1} - \frac{h^2}{2(-r_2)} \right] \\ + n_2 \left[ \left( s' + \frac{h^2}{2(-r_2)} \right) + h^2 \right]^{1/2}$$

由费马原理  $\frac{d(PAA'P')}{dh} = 0$ ，并考虑到在近轴条件下，

$l \approx -s, l' \approx s'$  (略去  $h^2$  项)化简得

$$\frac{n_2}{s'} - \frac{n_1}{s} = \frac{n - n_1}{r_1} + \frac{n_2 - n}{r_2} \text{——薄透镜的物像公式}$$

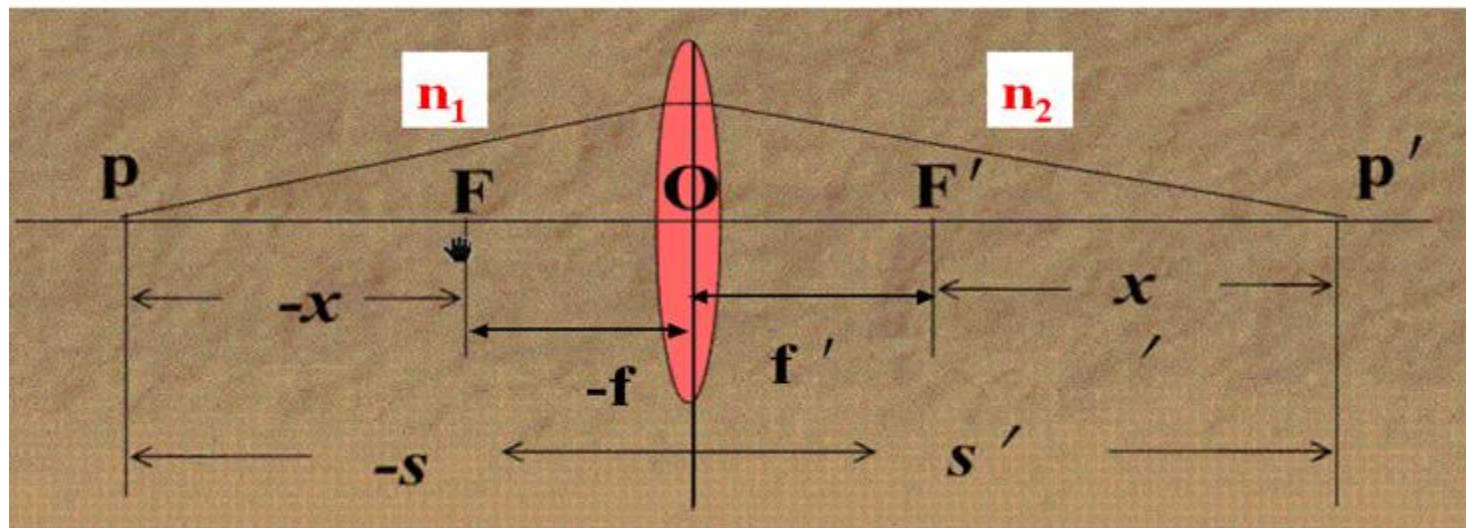
物方焦距  $f = \lim_{s' \rightarrow \infty} s = -n_1 / (\frac{n - n_1}{r_1} + \frac{n_2 - n}{r_2})$

像方焦距  $f' = \lim_{s \rightarrow \infty} s' = n_2 / (\frac{n - n_1}{r_1} + \frac{n_2 - n}{r_2})$

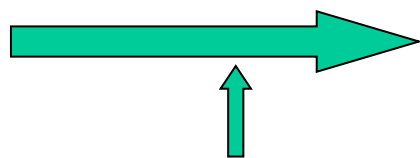
$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1$$

薄透镜的高斯公式

## ➤ 薄透镜的牛顿公式



$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1$$



$$xx' = ff'$$

牛顿公式

薄透镜的高斯公式  $(-s) = (-x) + (-f)$   
 $s' = (+f') + (+x')$

$x$ : 物方焦点到物点的距离

$x'$ : 像方焦点到像点的距离

与单球面折射相同

**薄透镜的物像公式**  $\frac{n_2}{s'} - \frac{n_1}{s} = \frac{n - n_1}{r_1} + \frac{n_2 - n}{r_2}$

上式右边为薄透镜的光焦度，即  $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$

式中  $\Phi_1 = \frac{n - n_1}{r_1}$ ,  $\Phi_2 = \frac{n_2 - n}{r_2}$  分别为两折射面的**光焦度**.

**空气中：** 薄透镜焦距为  $f' = -f = \frac{1}{(n-1)(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2})}$ .

$f' = -f > 0$  时为正透镜, 凸透镜;

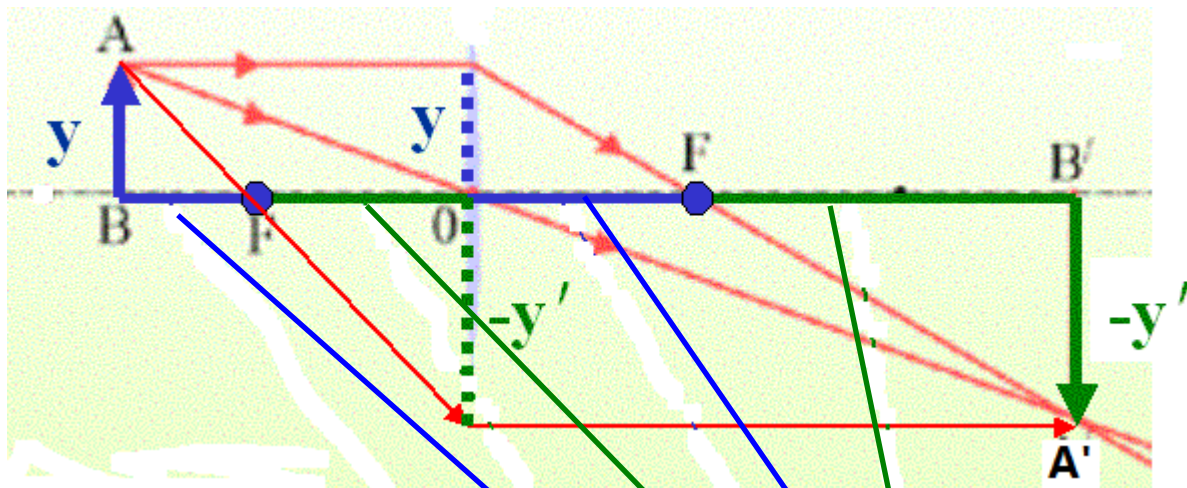
$f' = -f < 0$  时为负透镜, 凹透镜.

**空气中的薄透镜成像公式:**

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$



## § 4.5.2 近轴条件下薄透镜的横向放大率



$$\beta = \frac{y'}{y}$$

横向放大率  $\beta$

$$\beta = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'}$$

➤ 讨论：

- (1)  $\beta > 0$ ，像正立； $\beta < 0$ ，像倒立。
- (2)  $|\beta| > 1$ ，像放大； $|\beta| < 1$ ，像缩小； $|\beta| = 1$ ，等大。
- (3)  $\beta = y' / y$ ，也适应于单球面成像。

## § 4.5.3 薄透镜的作图求像法

### 1、基本光线作图法

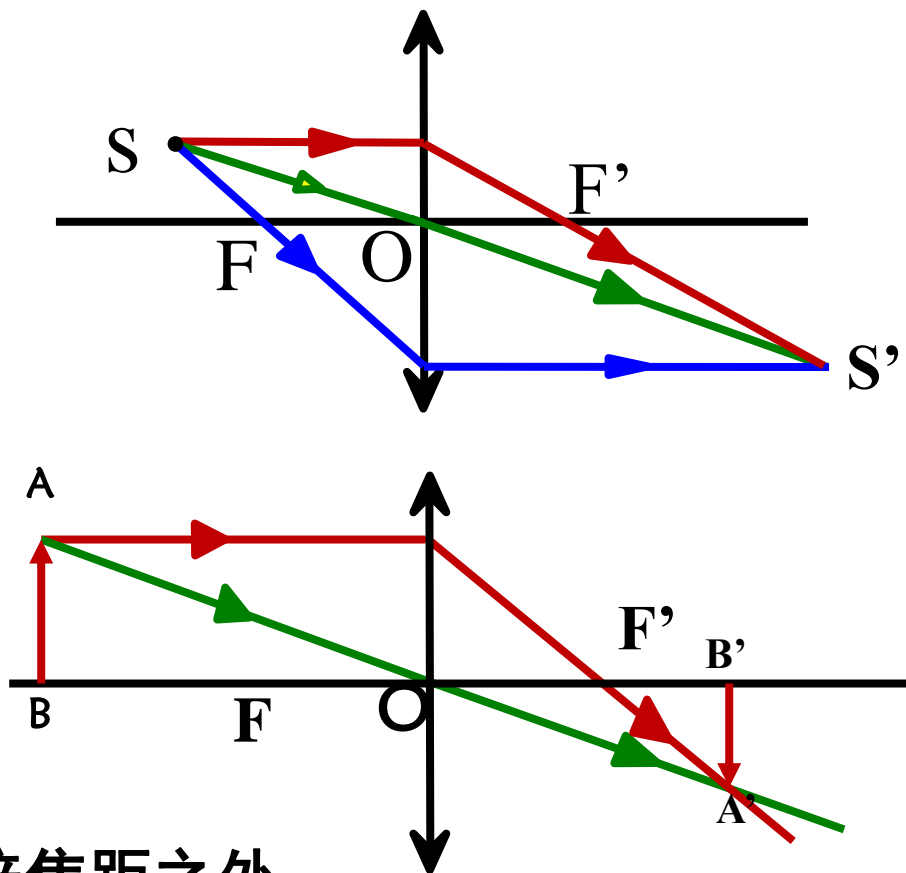
#### (1) 凸透镜成像作图法：三条特殊光线

❖ 跟主轴平行的光线经过透镜后，通过焦点；

❖ 通过光心的光线经透镜后，方向不变；

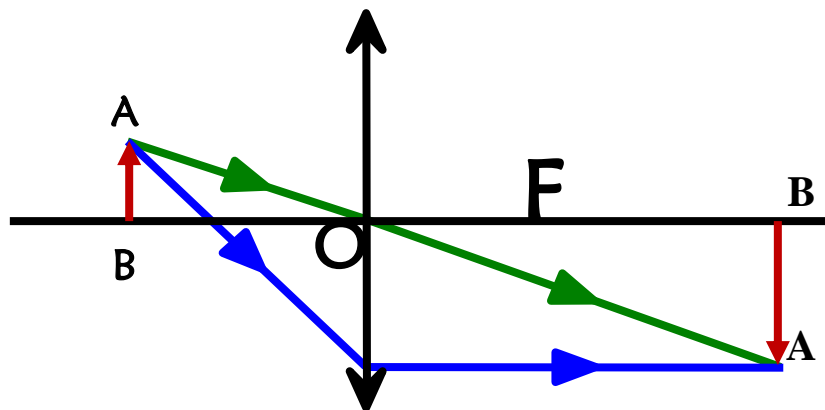
❖ 通过焦点的光线，经过透镜后，跟主轴平行。

#### ➤ 物体经过薄凸透镜成像

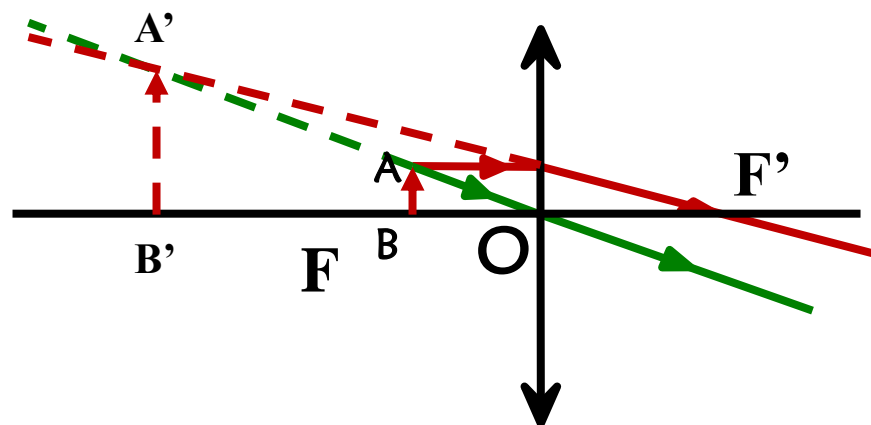


物体置于透镜二倍焦距之外

## ➤ 物体经过薄凸透镜成像



物体置于透镜二倍焦距之内，  
一倍焦距之外

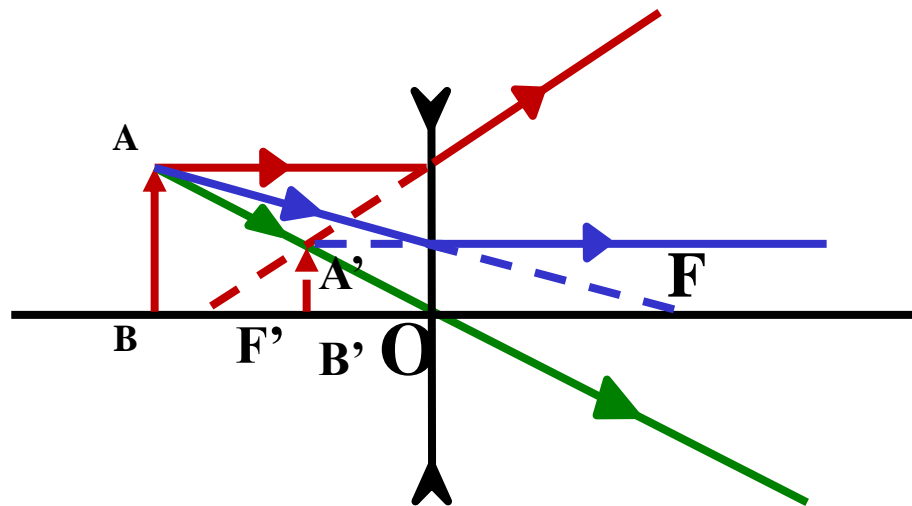


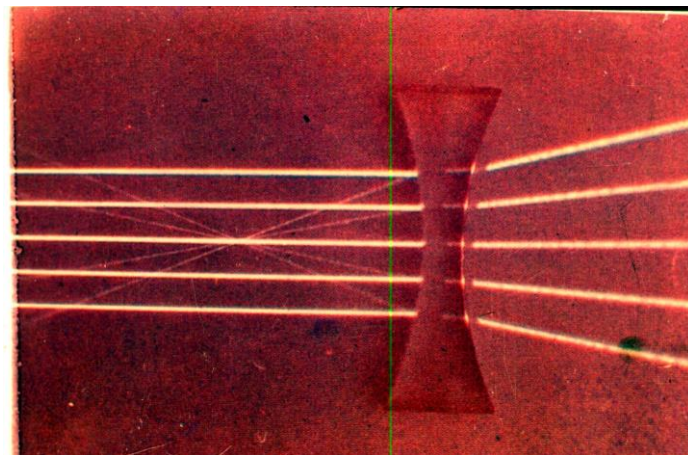
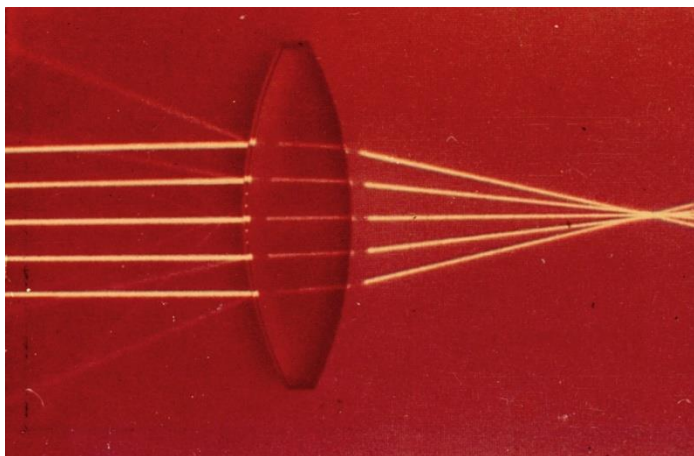
物体置于透镜一倍焦距之内

## (2) 凹透镜成像作图法

三条特殊光线的方向为：

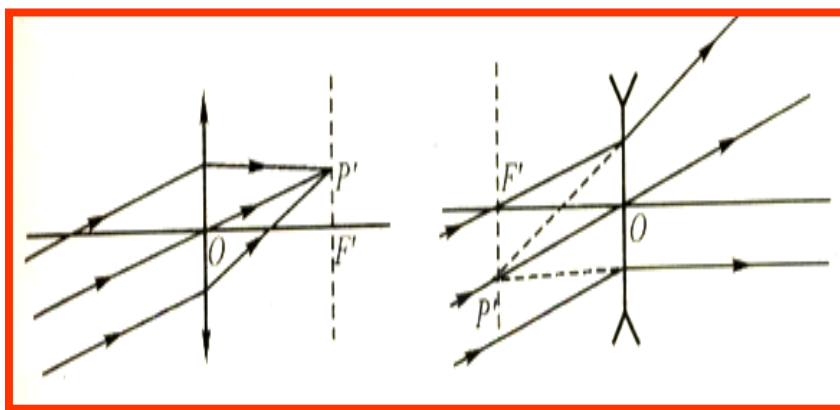
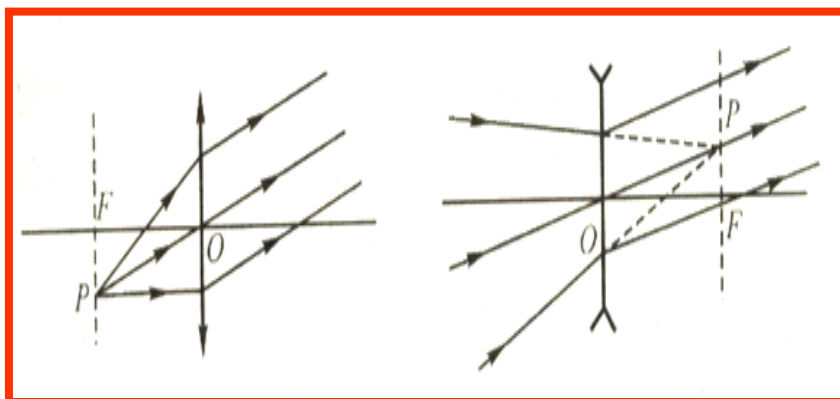
- ❖ 跟主轴平行的光线经过透镜后，其反向沿长线过焦点；
- ❖ 通过光心的光线经透镜后，方向不变；
- ❖ 沿长线过焦点的光线，经过透镜后，跟主轴平行。

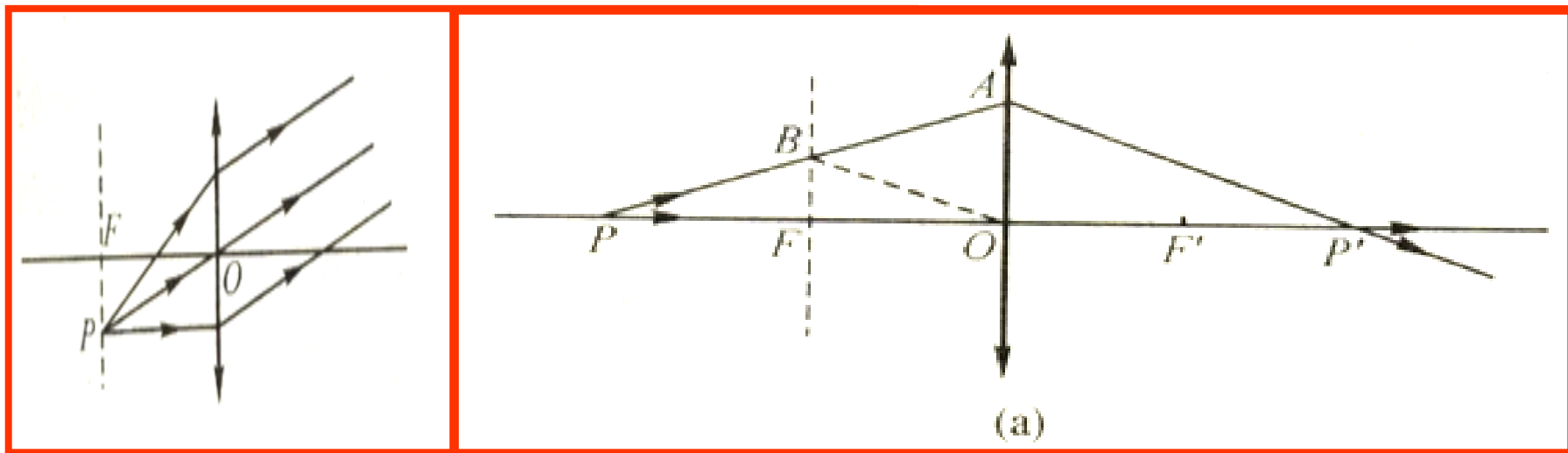




## 2、任意光线作图法：近轴条件下，利用两个焦平面和副轴。

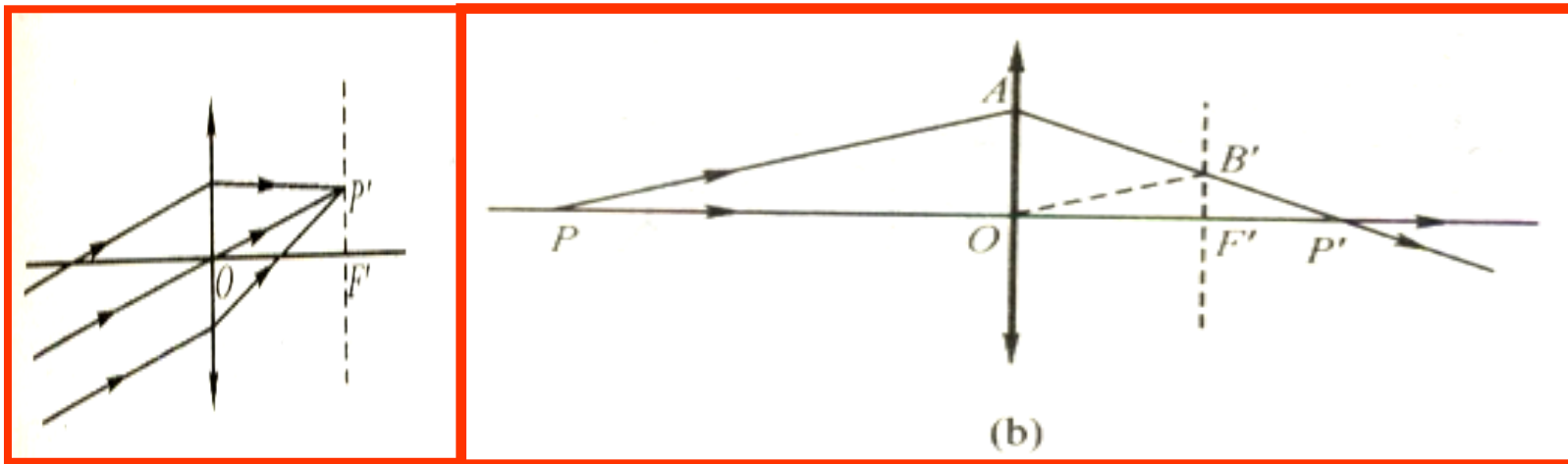
- (1) 物方焦平面：通过物方焦点  $F$  与主轴垂直的平面；
- (2) 像方焦平面：通过像方焦点  $F'$  与主轴垂直的平面；
- (3) 副轴：  $P$  或  $P'$  与光心  $O$  的连线。





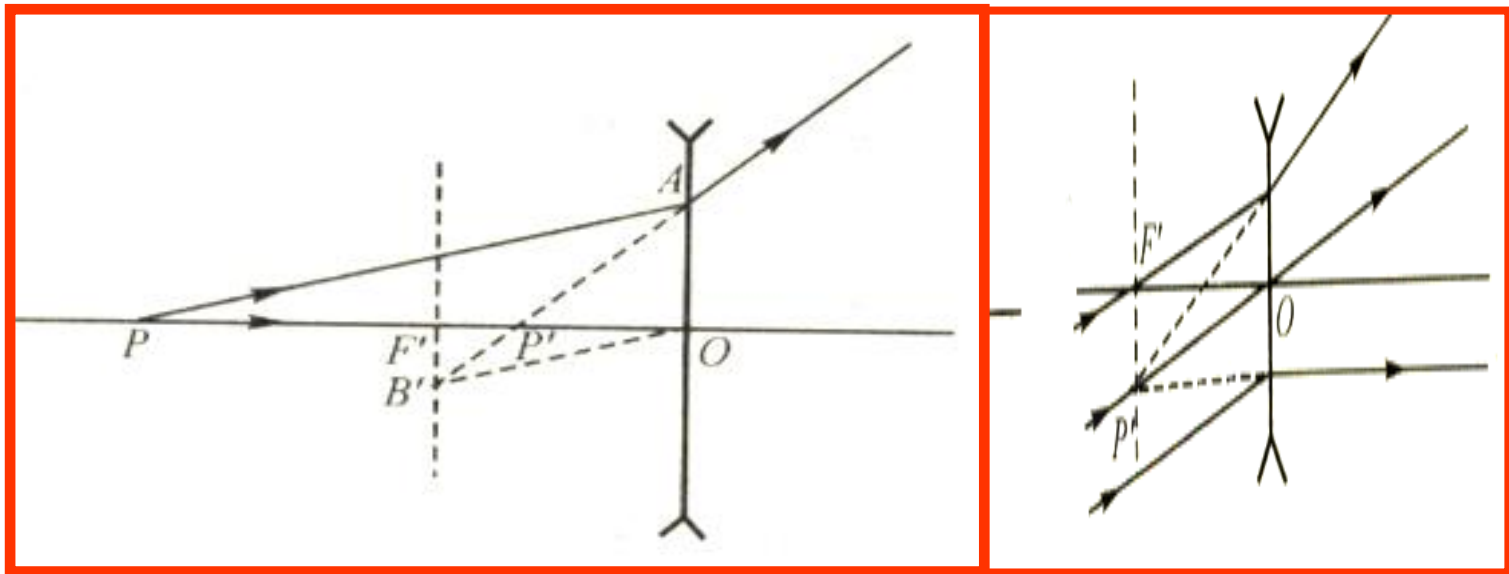
### ◆ 利用物方焦平面与副轴作图法（凸透镜）

- ①从 $P$ 点作沿主轴的入射线，折射后方向不变；
- ②从 $P$ 点作任一光线 $PA$ ，与透镜交于 $A$ 点，与物方焦平面交于 $B$ 点；
- ③作辅助线（副轴） $BO$ ，过 $A$ 作与 $BO$ 平行的折射光线与沿着主轴的折射线交于点 $P'$ ， $P'$ 就是物点 $P$ 的像点。



### ◆ 利用像方焦平面与副轴作图法（凸透镜）

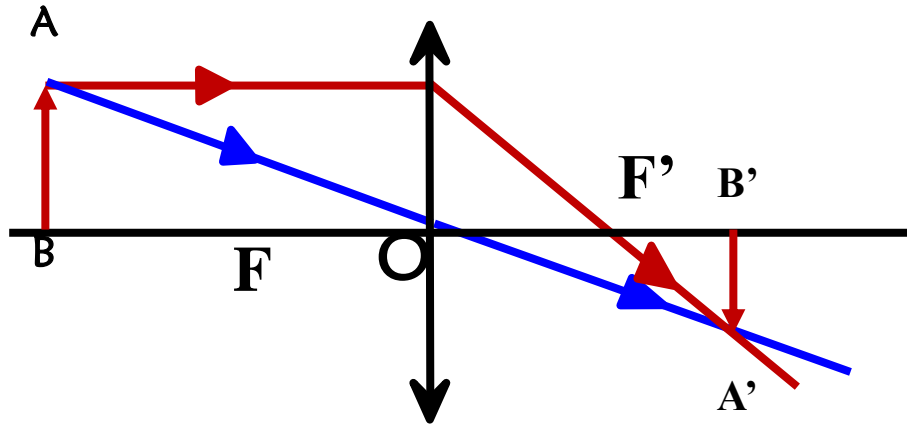
- ①从 $P$ 点作沿主轴的入射线，折射后方向不变；
- ②从 $P$ 点作任一光线 $PA$ ，与透镜交于 $A$ 点；过透镜中心 $O$ 作平行于 $PA$ 的副轴 $OB'$ 与像方焦平面交于 $B'$ 点；
- ③连接 $A$ 、 $B'$ 两点，它的延长线与沿着主轴的光线交于点 $P'$ ，则 $P'$ 就是所求像点。



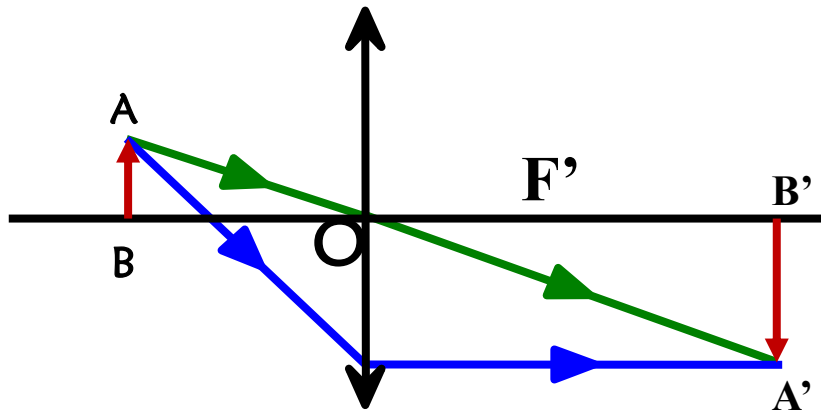
◆ 利用像方焦平面与副轴作图法（凹透镜）

- ①  $PA$  为从物点  $P$  发出的任一光线, 与透镜交于  $A$  点;
- ② 过透镜中心  $O$  作平行于  $PA$  的副轴  $OB'$ , 与像方焦平面交于  $B'$  点;
- ③ 连接  $A$ 、 $B'$  两点, 线段  $AB'$  的延长线就是折射光线, 它与沿主轴的光线交于点  $P'$ , 则  $P'$  就是所求像点。

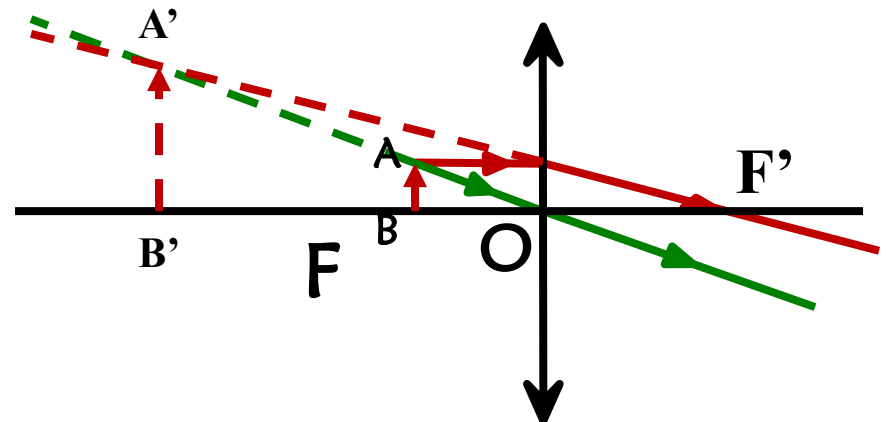
## ◆物体经过薄凸透镜成像



物体置于透镜二倍焦距之外



物体置于透镜二倍焦距之内，一倍焦距之外



物体置于透镜一倍焦距之内



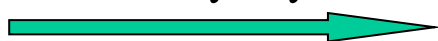
### § 4.6.3 \*亥姆霍兹-拉格朗日定理

已得 
$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \cdot \frac{i'}{i} = \frac{s'}{s} \cdot \frac{n}{n'}$$



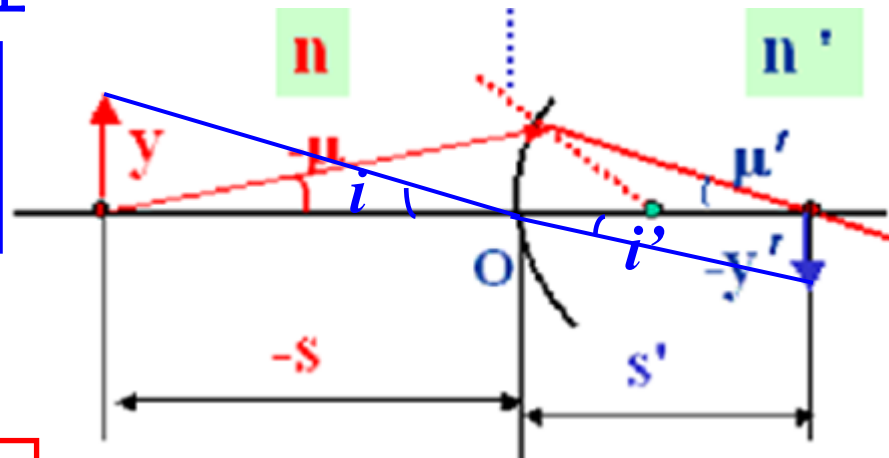
$$y'sn' = ys'n$$

$$s/s' = \mu'/\mu$$

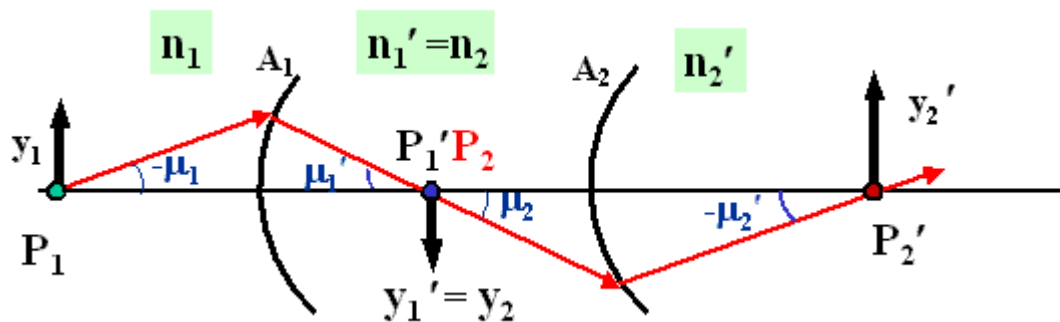


$$n'y'\mu' = ny\mu$$

像方      物方



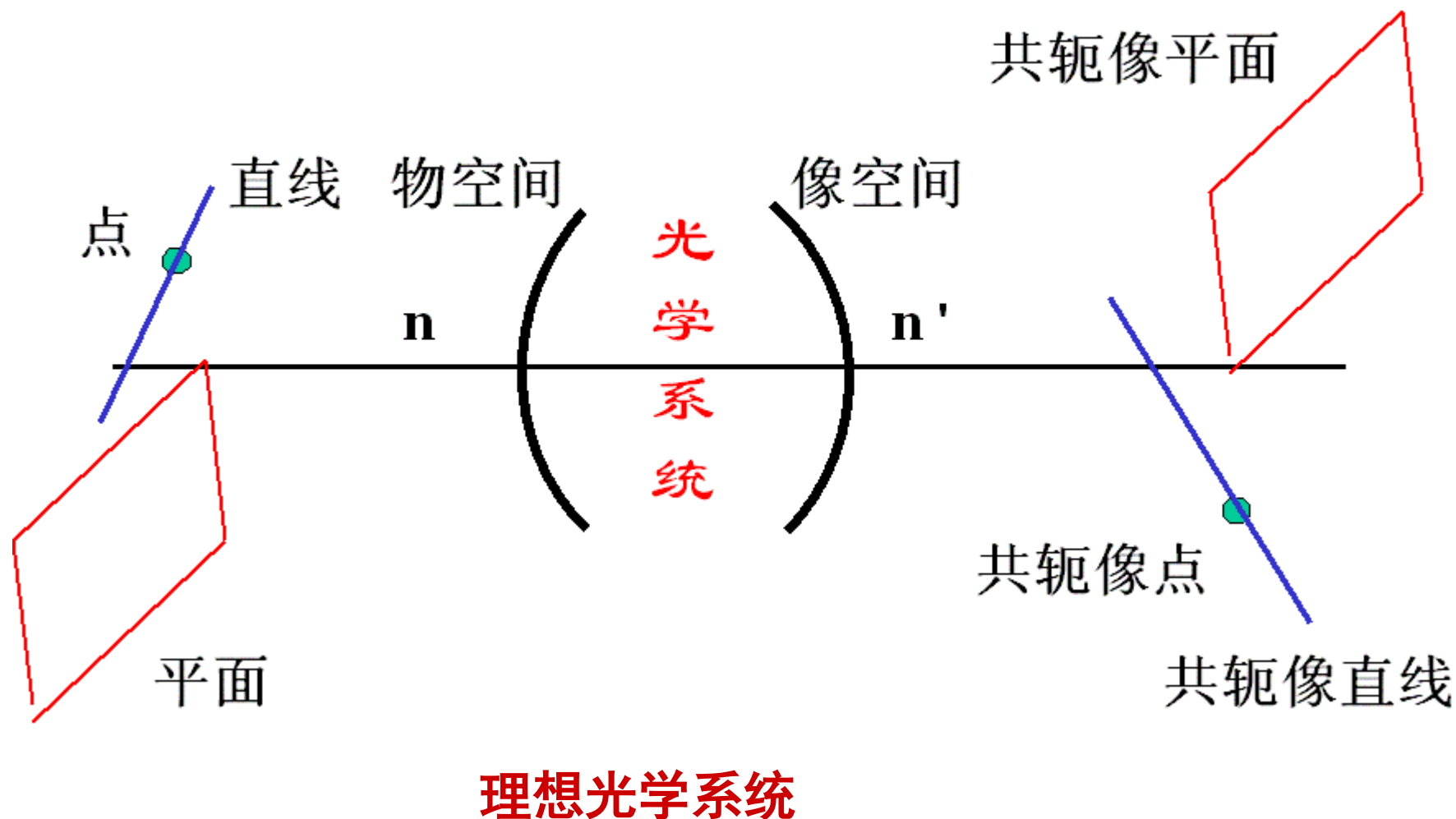
亥姆霍兹-拉格朗日恒等式 
$$n_1 y_1 \mu_1 = n'_1 y'_1 \mu'_1 = \cdots = n'_k y'_k \mu'_k$$

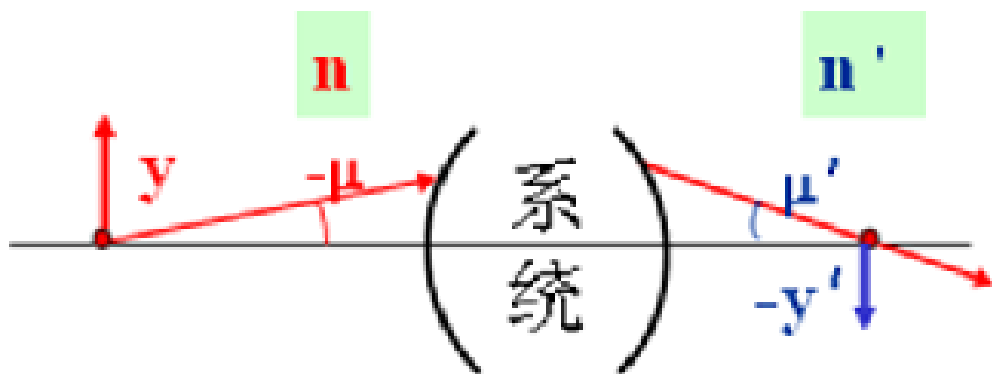


$$n_1 y_1 \mu_1 = n'_1 y'_1 \mu'_1 = n_2 y_2 \mu_2 = n'_2 y'_2 \mu'_2$$

## § 4.7 共轴理想光具组的基点和基面

### 一、理想光具组——共轴球面系统---高斯理论





$$n'y'u' = nyu$$

横向放大率  $\frac{y'}{y} = \beta$

在近轴光线条件下，角度放大率  $\frac{u'}{u} = \gamma$

➤  $\beta$ 和 $\gamma$ 的乘积应该是一常数，也就是说横向放大率愈大，角度放大率就愈小。

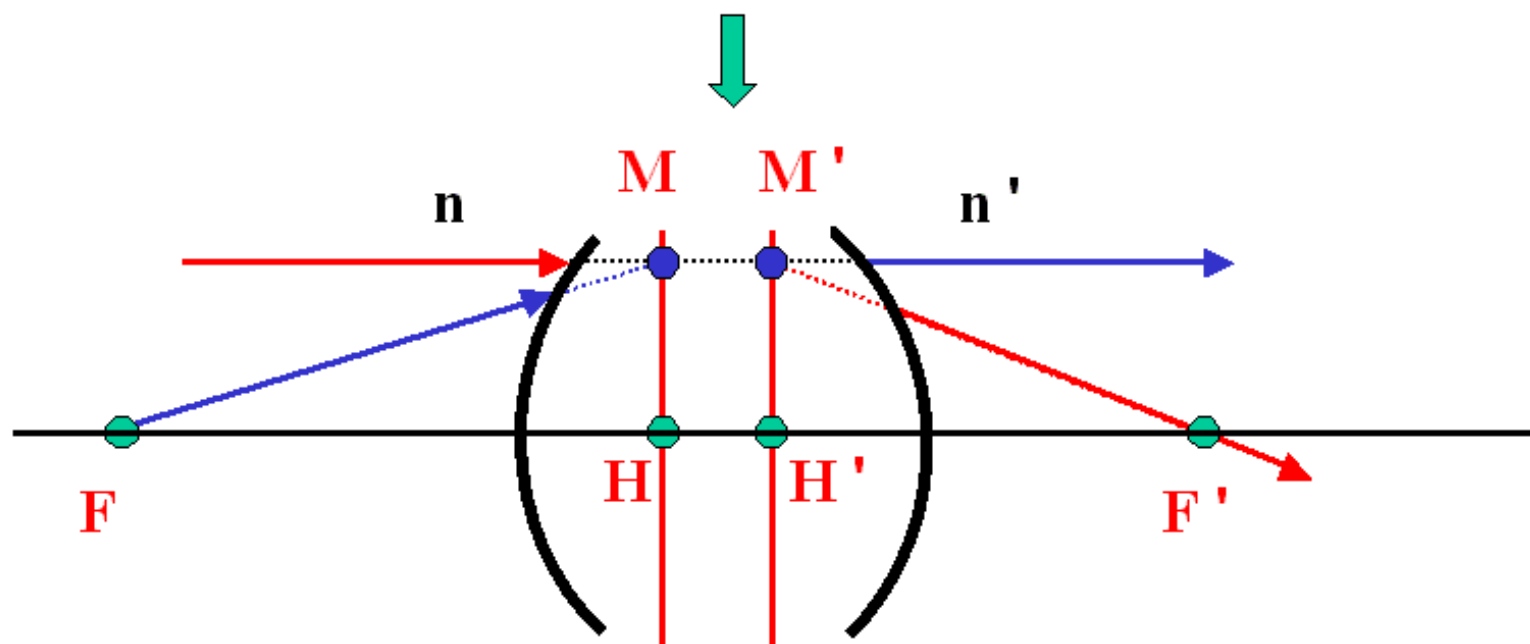
$$\frac{n}{n'} = \beta\gamma$$

## 二. 理想光具组的基点和基面:

1. 焦点和焦平面    2. 主点和主平面    3. 节点

2. 主点H、H'和主平面M、M'

球面组合----简单光具组.

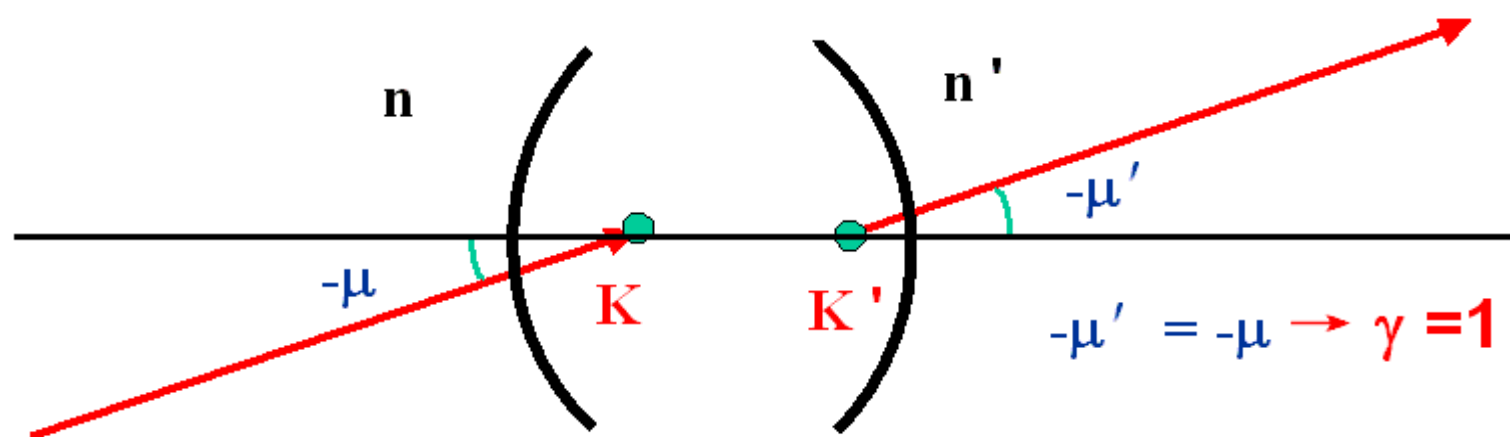


主平面M、M' →  $\beta=1$  的一对共轭平面

主点H、H' → 主平面与主轴的交点

### 3. 节点K、K'

节点→轴上角放大率  $\gamma = 1$  的共轭点称为节点  $\gamma = \frac{\mu'}{\mu}$



利用亥姆霍兹—拉格朗日定理

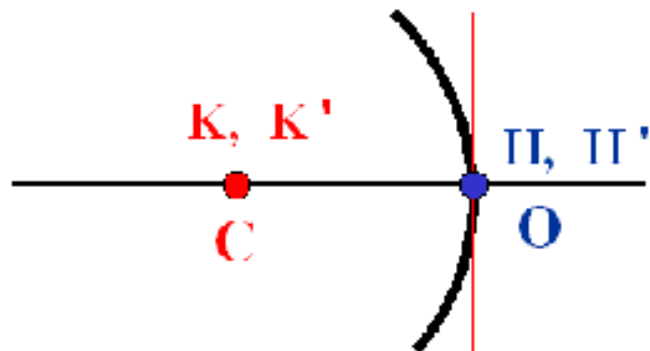
$$\frac{n}{n'} = \beta \gamma$$

当光具组的两边为同一介质时:  $n' = n \rightarrow \beta \gamma = 1$

主点H、H'和节点K、K'重合

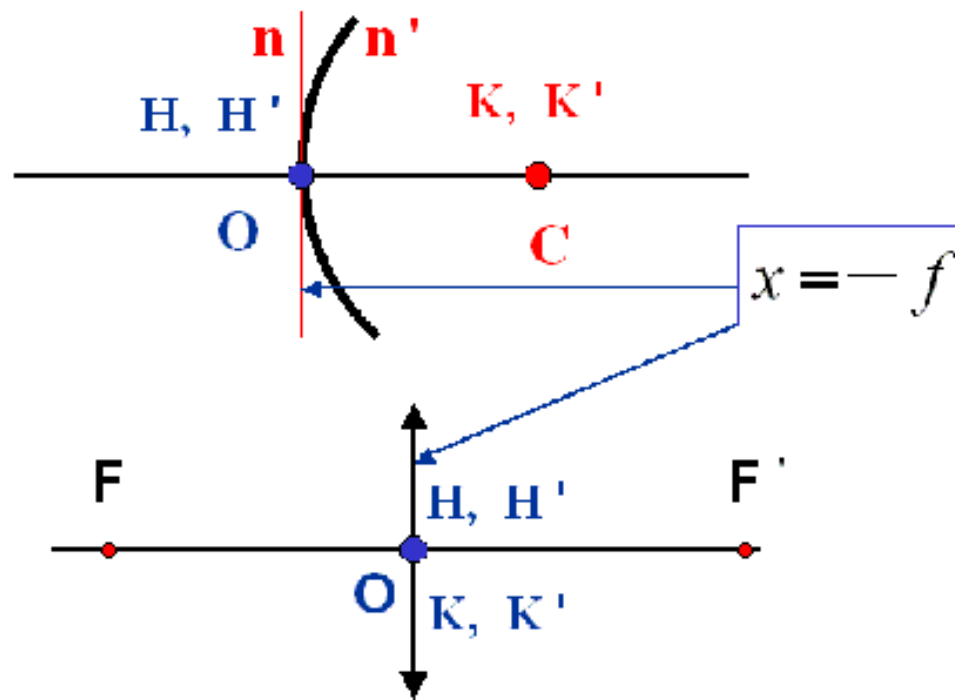
如  $n' \neq n$  主点H、H'和节点K、K'不重合

## 球面反射镜的 主平面和节点



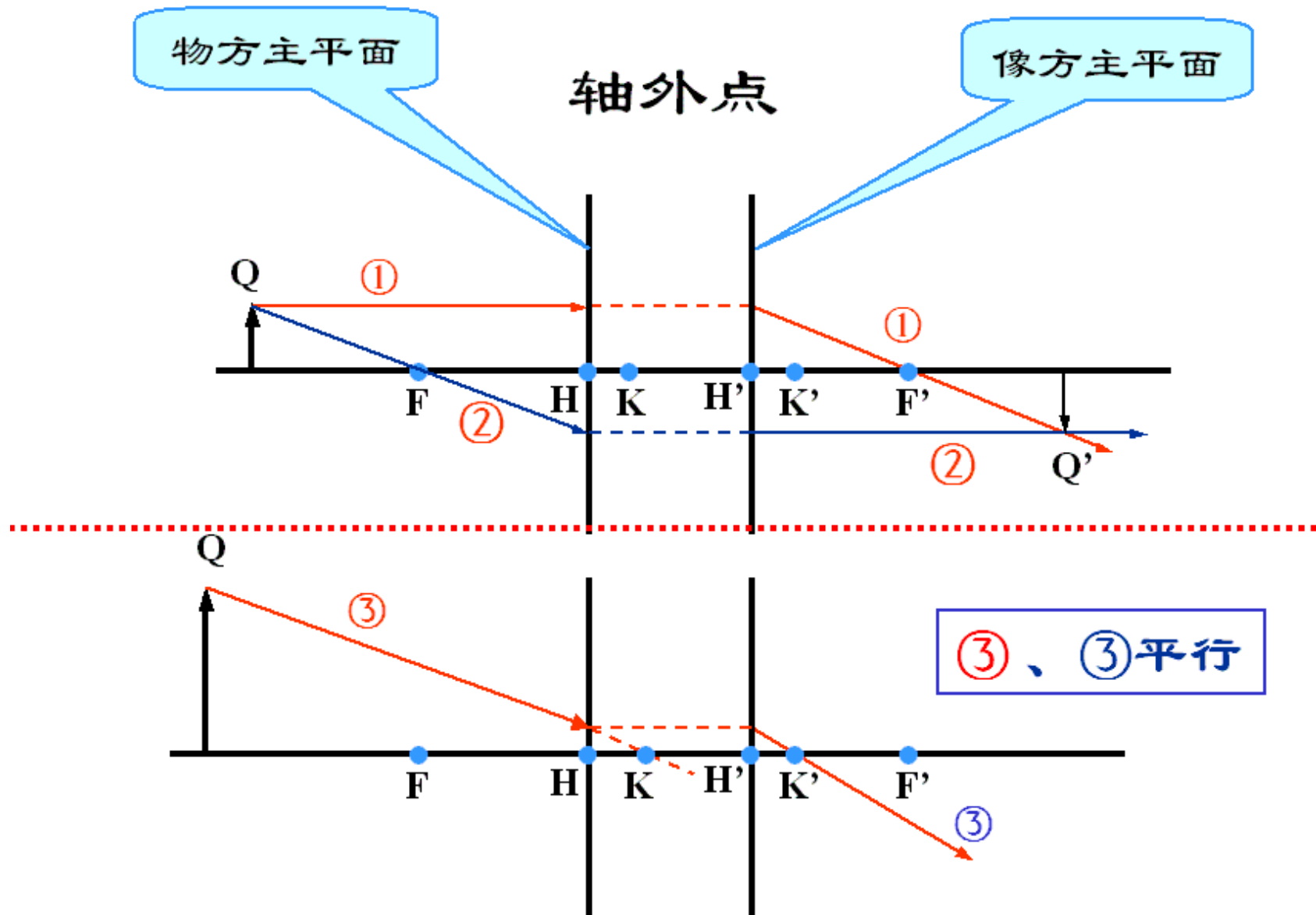
## 单个折射球面的 主平面和节点

$$\beta = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'}$$

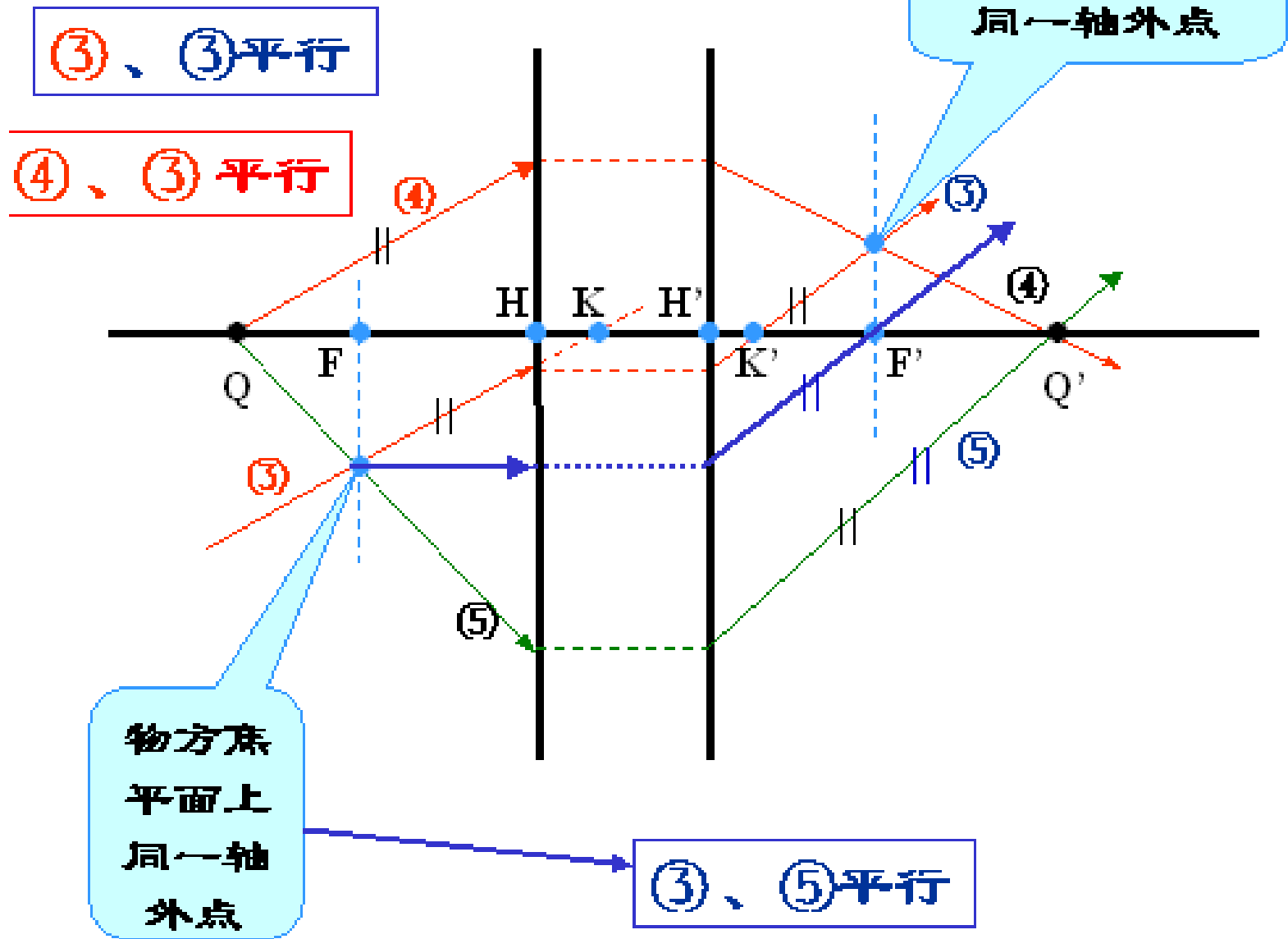


## 薄透镜的 主平面和节点

### 三.理想光具组的作图求像法

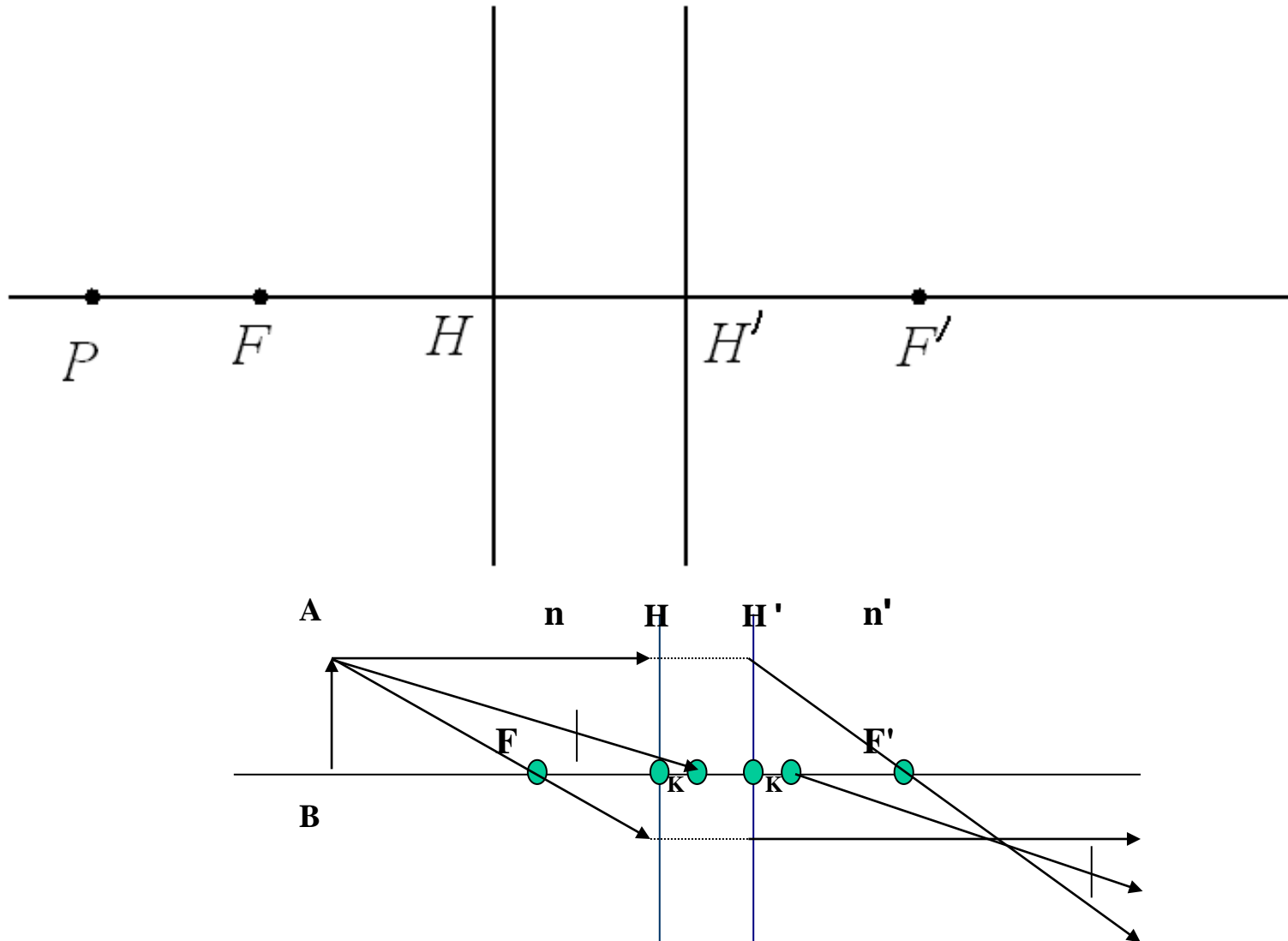


# 轴上点

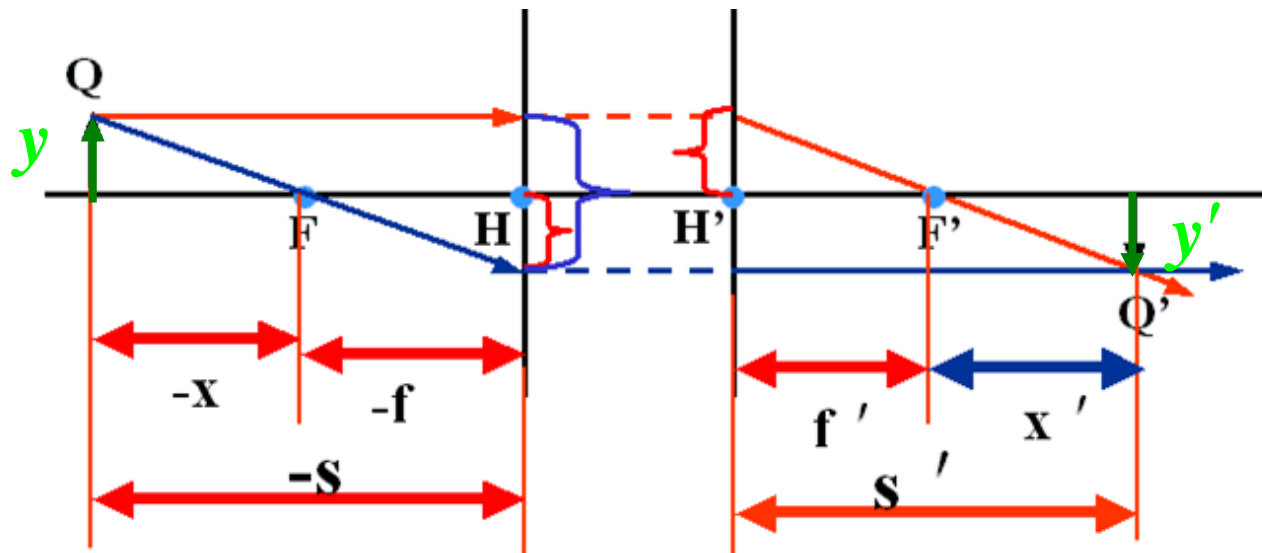




**例题：**用理想光具组的任意光线做图法画出轴上P点的像



## 四、理想光具组的物像公式



高斯公式

$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1$$

s: 主点H到物点的距离

s': 主点H'到像点的距离

牛顿公式

$$xx' = ff'$$

x: 物方焦点到物点的距离

x': 像方焦点到像点的距离

理想光具组的横向放大率:  $\beta = y'/y$

与薄透镜及单个折射面相同

$$\beta = -x'/f' = -f/x$$

$n' \neq n$  时节点  $K$ 、 $K'$  的位置

$$\beta = -x'/f' = -f/x$$

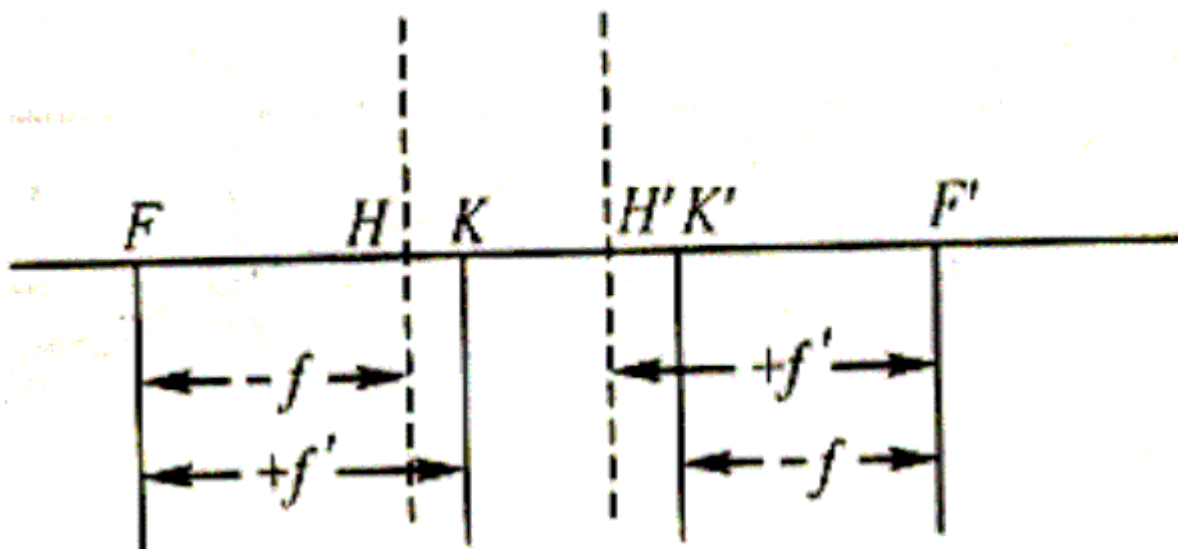
$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}$$

$$\frac{n}{n'} = \beta\gamma$$

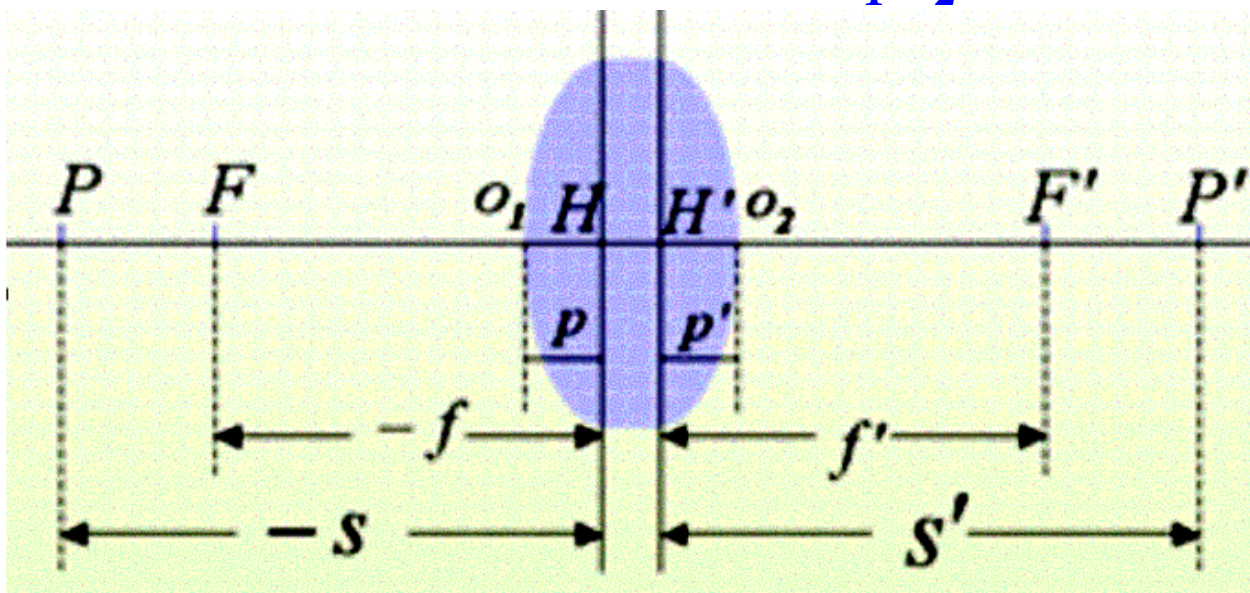
$$\xrightarrow{\gamma=1}$$

$$\frac{n}{n'} = \beta$$

$$\xrightarrow{\text{节点 } K, K'} \begin{cases} x = f' \\ x' = f \end{cases}$$



## 五、空气中厚透镜的基点和基面 ( $O_1O_2=t$ )



利用单球面折射**焦距**公式

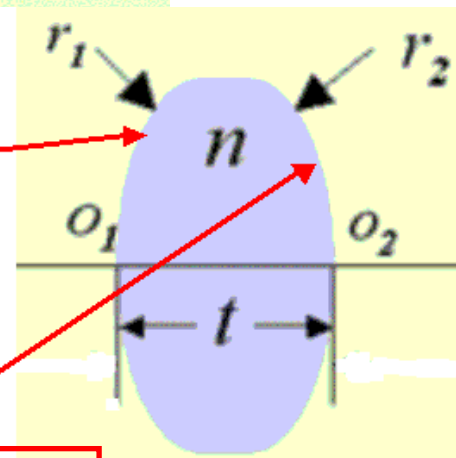
可得厚透镜焦距

$$f' = \frac{-f_1' f_2}{n(f_1' - f_2 - t)}$$

P148 (3-50)

$$f_1' = \frac{n}{n-1} r_1$$

$$f_2 = -\frac{n}{1-n} r_2$$



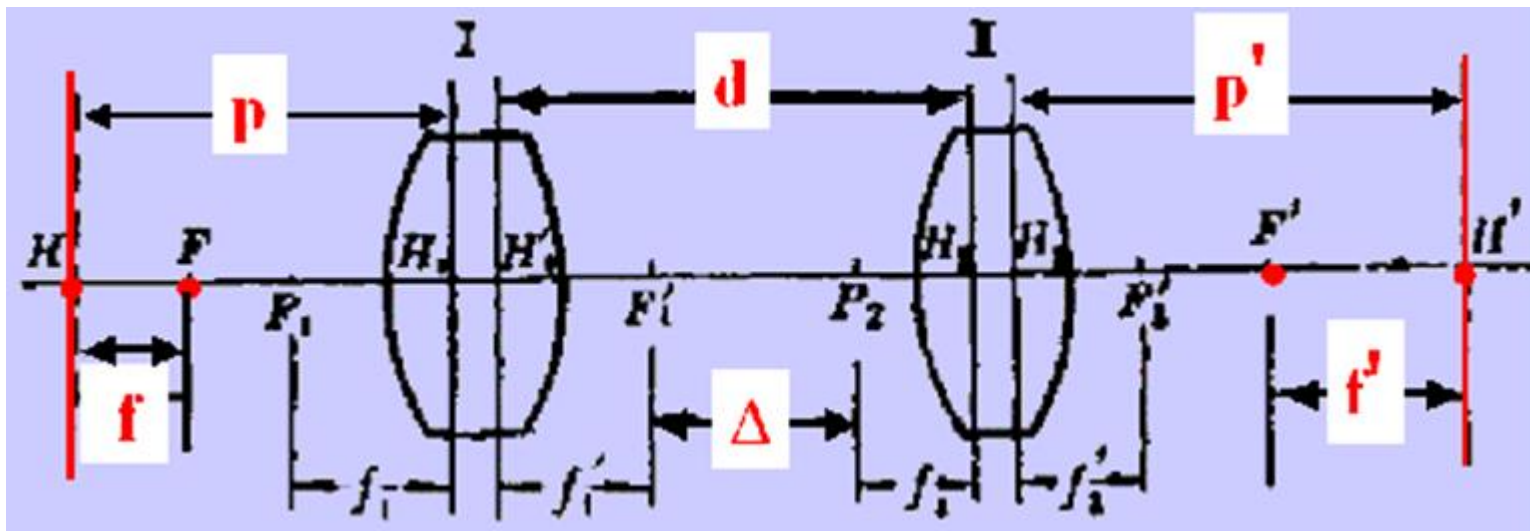
物方主点位置

$$p = -\frac{tf'}{f_2}$$

像方主点位置

$$p' = -\frac{tf'}{f_2'}$$

## 六、空气中复合光具组的基点和基面 (P148 3.7.2)



(I)的像方焦点和(II)的物方焦点之间的距离  $\Delta$  ----光学间隔

(I)的像方主点和(II)的物方主点之间的距离  $d$  ----间隔

$$d = \Delta + f'_1 - f_2$$

可导出空气中复合光具组的基点和基面

$$\text{空气中 } f_1 = -f_1' \quad f_2 = -f_2'$$

$$\text{焦距: } f' = \frac{f_1' f_2}{\Delta} = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta}$$

$$\text{像方主点位置: } p' = f_2' d / \Delta \quad \text{物方主点位置: } p = f_1 d / \Delta$$

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_2'} - \frac{d}{f_1' f_2'}$$

●若这两个光具组互相接触, 则  $d = 0$ 。因而有

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_2'} \quad p' = p = 0$$

●光焦度  $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$

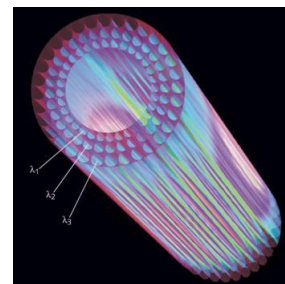
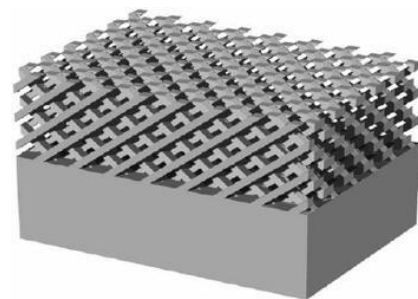
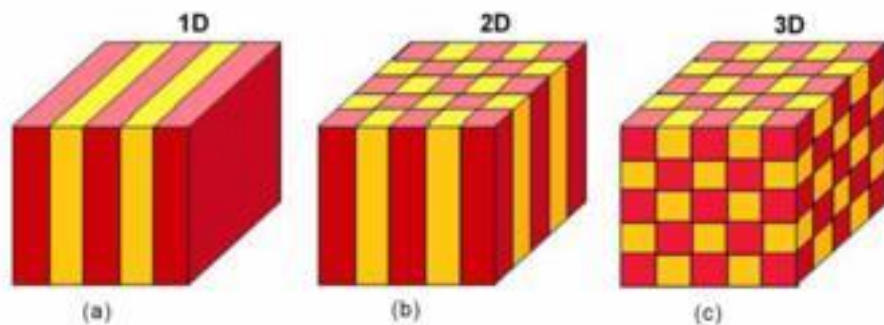
➤**结论:** 两个互相接触的同轴光具组所组成复合光具组的光焦度等于各单光具组的光焦度之和。

# ➤ 光学前沿：光子晶体

**光子晶体 (Photonic Crystal)** 是在1987年由S. John和E. Yablonovitch分别独立提出，是由不同折射率的介质周期性排列而成的人工微结构。

光子晶体：介电常数(折射率)随光波长大小周期性巨大变化的人工晶体。

可以通过设计和制造光子晶体及其器件，达到控制光子运动的目的。光子晶体的出现，使人们操纵和控制光子的梦想成为可能。



**应用前景：**基于光子晶体的全新光子学器件被相继提出，包括无阈值的激光器，无损耗的反射镜和弯曲光路，高品质因子的光学微腔，低驱动能量的非线性开关和放大器，波长分辨率极高而体积极小的超棱镜，具有色散补偿作用的光子晶体光纤，以及提高效率的发光二极管等。

## 本章小结(几何光学)

两个原理：费马原理、光路可逆原理

几个概念：实物、实像、虚像、虚物、单心光束、物距、像距、焦距

一条主线：光束经界面（平面、球面、透镜）反射和折射时如何保持光束的单心性（近轴条件、近轴物、薄透镜）。

几个公式：

像似深度

$$y' = \frac{n_2}{n_1} y$$

全反射临界角

$$i_c = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$$

球面反射物像公式

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$



球面反射物像公式  $\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$

高斯公式（球面或薄透镜）  $\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1$

牛顿公式（球面或薄透镜）  $xx' = ff'$

- 考核目标：**（1）物点经界面（球面、透镜）反射和折射后的像点位置；  
（2）作图法求（界面反射和折射、光具组）像点。

**本章作业 P159**

**3-6, 7, 11, 14, 16, 19, 24, 25, 27**

**下次课内容：习题课**