

Chapter 17 Équations différentielles linéaires scalaires du premier ordre

Exercice 1 (17.0)

Déterminer les solutions réelles des équations différentielles suivantes sur l'intervalle I indiqué.

1. $y'(t) - \frac{1}{1+t^2}y(t) = 0$, sur $I = \mathbb{R}$.

2. $(t^2 - 1)y'(t) + ty(t) = 0$, sur $I =]-1, 1[$.

3. $\cos(t)y'(t) - \sin(t)y(t) = 0$, sur $I = \left] \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right[$.

Exercice 2 (17.0)

Soit l'équation différentielle

$$y'(x) + \frac{\sin x}{2 - \cos x}y(x) = 2 \sin x. \quad (E)$$

1. Déterminer une primitive de $x \mapsto \frac{\sin x}{2 - \cos x}$ sur \mathbb{R} .
2. Résoudre sur \mathbb{R} l'équation sans second membre (H) associée à (E).
3. Chercher une solution particulière de (E) sous la forme $x \mapsto a \cos(x) + b$ avec $(a, b) \in \mathbb{R}^2$. Résoudre (E) sur \mathbb{R} .
4. Trouver la fonction h définie sur \mathbb{R} , solution de (E) et qui vérifie $h(0) = 1$.

Exercice 3 (17.0)

Déterminer les solutions réelles de l'équation différentielle

$$y'(t) + \frac{3}{2t}y(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}}, \quad t \in]0, +\infty[. \quad (E)$$

Exercice 4 (17.0)

Résoudre sur $I =]0, +\infty[$ l'équation différentielle suivante, avec condition initiale

$$xy' - 2y = x^2 \ln x \quad \text{et} \quad y(e) = 0. \quad (1)$$

Exercice 5 (17.0)

Résoudre sur $I =]1, +\infty[$ l'équation

$$y'(x) + \frac{1}{x \ln(x)}y(x) = \frac{e^x}{\ln(x)}. \quad (E)$$

Exercice 6 (17.0)

Déterminer les solutions réelles des équations différentielles suivantes.

1. $ty'(t) - 2y(t) = t^3 e^t$ sur $]0, +\infty[$.

2. $ty'(t) - y(t) = \ln t$.

3. $2y'(t) + ty(t) = t^3$.