

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Дисциплина: Архитектура ЭВМ

Отчет

по домашней работе № 1

**«Построение логических схем и минимизация логических
функций»**

Выполнил: Лымарь Павел Игоревич

студ. гр. М313Д

Санкт-Петербург

2020

Цель работы: Практика моделирования простейших логических схем и минерализация логических функций методом Карно.

Инструментарий и требования к работе: logisim.

Теоретическая часть

Минимизация логической функции с помощью карт Карно является одной из самых наглядных. А ее результат равен либо ДНФ, либо КНФ. Принцип ее работы основан на попарном неполном склеивании двух терм, содержащих одинаковые переменные, в СКНФ или СДНФ. В таком случае у обоих терм за скобки выносятся одинаковые переменные, а переменные в скобках преобразуются, используя простые замечания ($x \vee \bar{x} = 1, x \wedge \bar{x} = 0$).

Сама по себе карта Карно представляет таблицу, основанную на таблице истинности логической функции. Каждый столбец которой – это все возможные наборы аргументов $x_0 x_1 \dots x_{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}$, а каждая строка – это все возможные наборы аргументов $x_{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1} \dots x_n$. Пересечение соответствующей строки и столбца образует полный набор аргументов, для которого мы запишем значение логической функции.

А задача минимизации логической функции сводится к тому, чтобы покрыть все 1 или 0 (в зависимости от того, в какой форме мы хотим представить логическую функцию) таблицы прямоугольниками, размеры сторон которых являются точными степенями двойки.

Значение логической функции в данных клетках прямоугольника будет зависеть от нескольких переменных, по которым мы создадим ДНФ или КНФ.

Таблица 1 – Пример карты Карно для 2 переменных

| x_0 | | 0 | 1 |
|-------|---|-----------|-----------|
| x_1 | 0 | $f(0, 0)$ | $f(0, 1)$ |
| | 1 | $f(1, 0)$ | $f(1, 1)$ |

Практическая часть

2. Составим таблицу истинности логической функции по вектор-функции. Поскольку в вектор-функции всего 16 разрядов, то в таблице истинности будет всего $\log 16 = 4$ аргумента. В i -ой строке таблицы истинности будет стоять i -ый разряд вектор-функции.

Таблица 2 – Логическая функция

| x_3 | x_2 | x_1 | x_0 | $f(x_3, x_2, x_1, x_0)$ |
|-------|-------|-------|-------|-------------------------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

3. Составим СКНФ по таблице истинности из пункта 2. Для каждого набора аргументов (x_3, x_2, x_1, x_0) , для которого $f(x_3, x_2, x_1, x_0) = 0$ заменим все аргументы $x_i = 1$ на \bar{x}_i , а все аргументы $x_i = 0$ на x_i и возьмем логическое “OR” всех аргументов набора. Прделаем так для всех таких наборов, после возьмем логическое “AND” всех

выражений, полученных в результате. Это и будет СКНФ заданной логической функции.

$$\begin{aligned} f(x_3, x_2, x_1, x_0) = & (x_3 \vee \overline{x_2} \vee x_1 \vee x_0) \wedge (x_3 \vee \overline{x_2} \vee x_1 \vee \overline{x_0}) \wedge \\ & (x_3 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1} \vee x_0) \wedge (x_3 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1} \vee \overline{x_0}) \wedge (\overline{x_3} \vee x_2 \vee \overline{x_1} \vee x_0) \wedge \\ & (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee x_1 \vee x_0) \wedge (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee x_1 \vee \overline{x_0}) \wedge (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1} \vee \overline{x_0}) \end{aligned}$$

Теперь составим СДНФ по таблице истинности из пункта 2. Для каждого набора аргументов (x_3, x_2, x_1, x_0) , для которого $f(x_3, x_2, x_1, x_0) = 1$ заменим все аргументы $x_i = 0$ на $\overline{x_i}$, а все аргументы $x_i = 1$ на x_i и возьмем логическое “AND” всех аргументов набора. Прделаем так для всех таких наборов, после возьмем логическое “OR” всех выражений, полученных в результате. Это и будет СДНФ заданной логической функции.

$$\begin{aligned} f(x_3, x_2, x_1, x_0) = & (\overline{x_3} \wedge \overline{x_2} \wedge \overline{x_1} \wedge \overline{x_0}) \vee (\overline{x_3} \wedge \overline{x_2} \wedge \overline{x_1} \wedge x_0) \vee \\ & (\overline{x_3} \wedge \overline{x_2} \wedge x_1 \wedge \overline{x_0}) \vee (\overline{x_3} \wedge \overline{x_2} \wedge x_1 \wedge x_0) \vee (x_3 \wedge \overline{x_2} \wedge \overline{x_1} \wedge \overline{x_0}) \vee \\ & (x_3 \wedge \overline{x_2} \wedge \overline{x_1} \wedge x_0) \vee (x_3 \wedge \overline{x_2} \wedge x_1 \wedge x_0) \vee (x_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge \overline{x_0}) \end{aligned}$$

4. В каждой форме из пункта 3 используется 50 элементов, поэтому, согласно условию, составим схему для СКНФ (см. Рисунок 1).

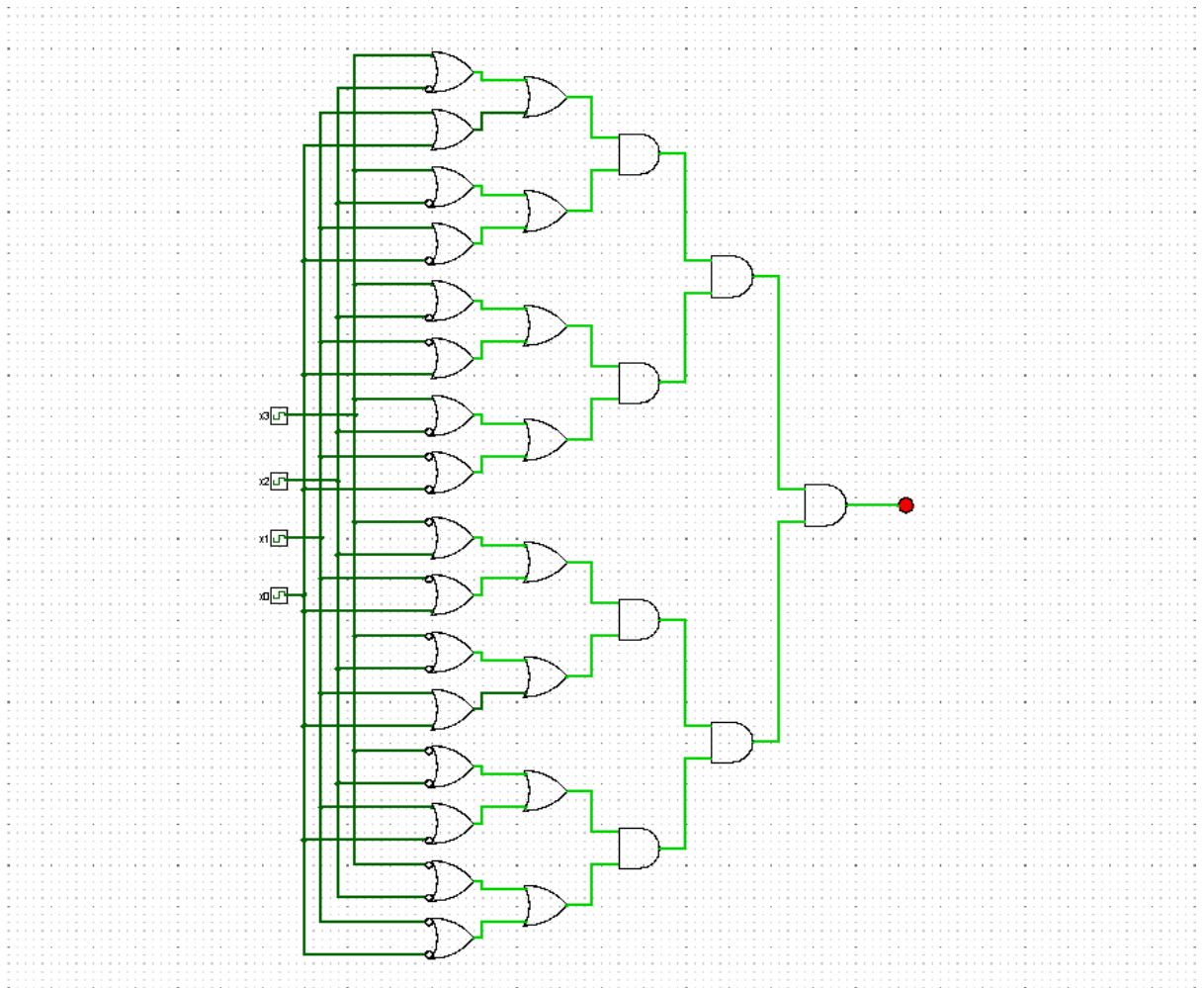


Рисунок 1 – Схема СКНФ для логической функции

5. Нарисуем 2 карты Карно в соответствии с логической функцией из пункта 2.

Таблица 3 – Построение МДНФ

| F | | $x_1 x_0$ | | | |
|-----------|----|-----------|----|----|----|
| | | 00 | 01 | 11 | 10 |
| $x_3 x_2$ | 00 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | 01 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 11 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| | 10 | 1 | 1 | 1 | 0 |

Т.е. логическая функция представима в виде

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = (\overline{x_1} \wedge \overline{x_2}) \vee (x_0 \wedge \overline{x_2}) \vee (\overline{x_2} \wedge \overline{x_3}) \vee (\overline{x_0} \wedge x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) = (\overline{x_2} \wedge (x_0 \vee \overline{x_1} \vee \overline{x_3})) \vee (\overline{x_0} \wedge x_1 \wedge x_2 \wedge x_3)$$

Таблица 4 – Построение МКНФ

| F | | $x_1 x_0$ | | | |
|-----------|----|-----------|----|----|----|
| | | 00 | 01 | 11 | 10 |
| $x_3 x_2$ | 00 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | 01 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 11 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| | 10 | 1 | 1 | 1 | 0 |

Тогда логическая функция представима в виде

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = (x_1 \vee \overline{x_2}) \wedge (\overline{x_0} \vee \overline{x_2}) \wedge (x_3 \vee \overline{x_2}) \wedge (x_0 \vee \overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3}) = (\overline{x_2} \vee (\overline{x_0} \wedge x_1 \wedge x_3)) \wedge (x_0 \vee \overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})$$

6. На построение схемы МДНФ потребуется 11 элементов. В точности такое же количество элементов потребуется для построения схемы МКНФ. Поэтому согласно условию построим МКНФ (см. Рисунок 2).

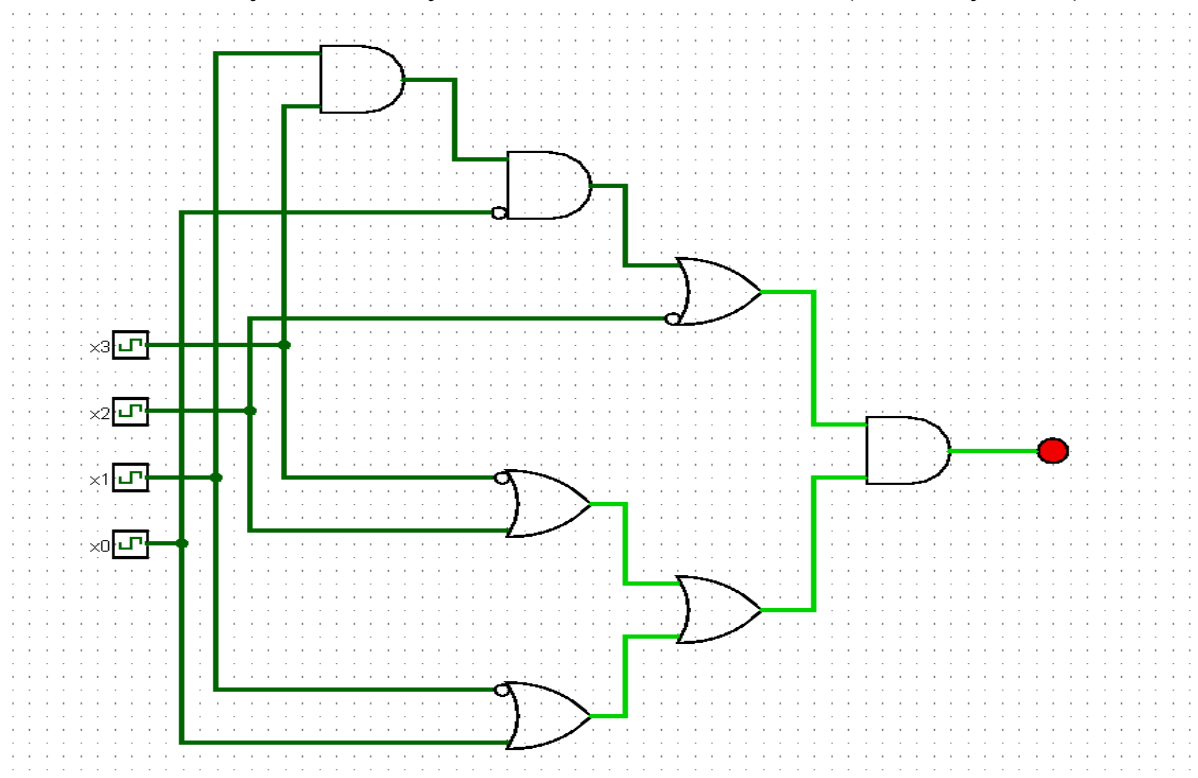


Рисунок 2 – Схема МКНФ логической функции