

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Лабораторная работа №7 по курсу «Моделирование»

Teмa <u>GPSS</u>
Студент Прянишников А. Н.
Группа ИУ7-75Б
Оценка (баллы)
Преподаватель Рудаков И. В.

Условие лабораторной работы

Необходимо промоделировать систему, состоящую из генератора, памяти, и обслуживающего аппарата. Генератор подает сообщения, распределенные по равномерному закону, они приходят в память и выбираются на обработку по закону из ЛР1. Количество заявок конечно и задано. Предусмотреть случай, когда обработанная заявка возвращается обратно в очередь. Необходимо определить оптимальную длину очереди, при которой не будет потерянных сообщений. Реализовать с использованием GPSS.

Мой вариант – 4. Согласно требованиям к лабораторной работе, нужно провести работу с двумя распределениями:

- 1. Равномерное распределение.
- 2. Распределение Эрланга.

Теоретическая часть

В этом разделе будет дано описание распределений, использованных в лабораторной работе, а также подходов к решению задачи.

Равномерное распределение

Равномерное распределение – распределение случайной величины, принимающей значения, принадлежащие некоторому промежутку конечной длины, характеризующееся тем, что плотность вероятности на этом промежутке постоянна.

Вывод основных формул

Пусть A и B – границы промежутка равномерного распределения. Исходя из определения, плотность можно посчитать по формуле 1:

$$f(x) = \begin{cases} C, & \text{если } x \in [A, B] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$
 (1)

Одно из важнейших свойств плотности распределения – нормированность. Его математическое представление выражено формуле 2:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \, dx = 1 \tag{2}$$

Для равномерного распределения вычислим интеграл, учитывая свойства интеграла и формулу 1:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \int_{-\infty}^{A} 0 dx + \int_{A}^{B} C dx + \int_{B}^{\infty} 0 dx = \int_{A}^{B} C dx = C * (B - A)$$
 (3)

Вычислим плотность распределения, сравняв полученное в формулах 2 и 3:

$$C * (B - A) = 1 \to C = 1/(B - A)$$
 (4)

Окончательная формула плотности распределения для равномерной случайной величины представлена на формуле 5:

$$f(x) = \begin{cases} 1/(B-A), & \text{если } x \in [A,B] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$
 (5)

Функцию распределения, зная плотность, можно рассчитать по формуле 6:

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(t) dt = 1$$
 (6)

Для равномерного распределения требуется рассмотреть три случая: x < A; $x \in [A,B]$; x > B. Рассчитывая интеграл для каждого из трёх случаев, получим формулу 7:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{если } x < A \\ \frac{x - A}{B - A}, & \text{если } x \in [A, B] \\ 1, & x > B \end{cases}$$
 (7)

Распределение Эрланга

Распределение Эрланга — частный случай Гамма-распределения, двухпараметрическое абсолютно непрерывное распределение, в котором параметр k принимает целочисленное значение.

Основные формулы

Распределение Эрланга задаётся двумя параметрами: $\alpha>0$ и k>0, причём второй параметр обязательно должен быть целым числом.

Формула плотности вероятности случайной величины, распределённой по закону Эрланга, представлена на формуле 8:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\alpha(\alpha * x)^{k-1}}{(k-1)!} e^{-\alpha * x} & \text{если } x \ge 0\\ 0, & x < 0 \end{cases}$$
 (8)

Функция распределения случайной величины выражена формулой 9:

$$F(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^x t^{k-1} * e^{-x/\alpha} dt}{(k-1)! * \alpha^k} & \text{если } x \ge 0\\ 0, & x < 0 \end{cases}$$
 (9)

Реализация

В этом разделе будет приведены листинги кода реализации алгоритмов, продемонстрирована работа программы и построены таблицы с результатами.

Листинги кода

Для реализации ПО был использован язык GPSS

На рисунке 1 представлен код программы.

На рисунке 2 представлен отчет работы программы при 1000 заявках с параметрами A=0. B=2 для равномерного распределения, $k=1, \alpha=1$ для распределения Эрланга.

```
GPSS World - [lab8.gps]
<u>File Edit Search View Command Window Help</u>
 ; Прянишников Александр, ИУ7-75
      SIMULATE
      GENERATE
                7,3,,1000 ; Заявки поступают по равномерному распределению
 que QUEUE REQUESTS
                                   ; Вставка в очередь
      DEPART REQUESTS;
ADVANCE (GAMMA/4
                                  ; Попытка занять ОА
      DEPART REQUESTS; ; Покинуть очередь ADVANCE (GAMMA(1, 0, 1, 1)) ; Обработка по закону Эрланга
      RELEASE HANDLER
                                  ; Покинуть ОА
                                 ; Возврат в очередь с вероятностью 0.1
      TRANSFER 0.1,fin,que
 fin
      TERMINATE
                                   ; Удалить заявку
      START 1000;
```

Рисунок 1: Код программы

Saturday, December 17, 2022 18:23:48 START TIME END TIME BLOCKS FACILITIES STORAGES 0.000 1172.173 8 1 0 NAME VALUE FIN 8.000 HANDLER 10001.000 QUE 2.000 REQUESTS 10000.000 LABEL LOC BLOCK TYPE ENTRY COUNT CURRENT COUNT RETRY | COUNTRY | COUN QUE FIN 8 TERMINATE FACILITY ENTRIES UTIL. AVE. TIME AVAIL. OWNER PEND INTER RETRY DELAY HANDLER 1116 0.997 1.048 1 0 0 0 0 0 QUEUE MAX CONT. ENTRY ENTRY(0) AVE.CONT. AVE.TIME AVE.(-0) RETRY REQUESTS 190 0 1116 2 100.421 105.476 105.665 0

Рисунок 2: Отчет работы программы

Полученные результаты

Тестирование проводилось при различных параметрах вероятности p возврата обработанной заявки в очередь. Результаты для p=0.1 приведены в таблице 1. Результаты для p=0.5 приведены в таблице 2. Для обоих таблиц: первый столбец — количество обработанных заявок, во втором столбце — параметры равномерного распределения, в третьем — параметры распределения Эрланга.

Таблица 1: Таблица полученных значений при $p=0.1\,$

N заявок	A, B	Κ, α	Результат
1000	1, 5	1, 1	3
1000	0, 2	1, 1	190
1000	0, 10	1, 1	4
1000	1, 5	1, 3	109

Таблица 2: Таблица полученных значений при $p=0.5\,$

N заявок	A, B	Κ, α	Результат
1000	1, 5	1, 1	6
1000	0, 2	1, 1	570
1000	0, 10	1, 1	5
1000	1, 5	1, 3	514