$$f(x,y) = e^{\left(\frac{x+y}{2}\right)}(x^2-4y^2)^3$$

$$f'_x(x,y) = \frac{e^{\left(\frac{x+y}{2}\right)}}{2}(x^2-4y^2)^3 + 3(x^2-4y^2)^2 \cdot 2x \cdot e^{\left(\frac{x+y}{2}\right)} =$$

$$= \left[e^{\left(\frac{x+y}{2}\right)}(x^2-4y^2)^2\right]\left[\frac{x^2}{2} - 2y^2 + 6x\right]$$

$$f'_y(x,y) = \frac{e^{\left(\frac{x+y}{2}\right)}}{2}(x^2-4y^2)^3 + 3(x^2-4y^2)^2 \cdot (-8y) \cdot e^{\left(\frac{x+y}{2}\right)} =$$

$$= \left[e^{\left(\frac{x+y}{2}\right)}(x^2-4y^2)^2\right]\left[\frac{x^2}{2} - 2y^2 - 24y\right]$$

Необходимое условие экстремума:

$$\begin{cases} f'_x(x,y) = 0 \\ f'_y(x,y) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left[e^{\left(\frac{x+y}{2}\right)}(x^2-4y^2)^2\right]\left[\frac{x^2}{2} - 2y^2 + 6x\right] = 0 \\ \left[e^{\left(\frac{x+y}{2}\right)}(x^2-4y^2)^2\right]\left[\frac{x^2}{2} - 2y^2 - 24y\right] = 0 \end{cases}$$

Заметим, что:

1) Первый множитель у каждого из условий одинаковый

2) $e^{\left(\frac{x+y}{2}\right)} > 0$ при любых x, y

Тогда условие сводится к такому:

$$\left[\begin{array}{l} (x^2-4y^2)^2 = 0 \quad (1) \\ \begin{cases} \frac{x^2}{2} - 2y^2 + 6x = 0 \\ \frac{x^2}{2} - 2y^2 - 24y = 0 \end{cases} \quad (2) \end{array}\right.$$

① $(x^2-4y^2)^2=0$

$x^2-4y^2=0$

$(x-2y)(x+2y)=0$

$\boxed{x=\pm 2y}$ - любая точка, чьи координаты удовлетворяют условию — стационарна

② $\begin{cases} \frac{x^2}{2}-2y^2+6x=0 \\ \frac{x^2}{2}-2y^2-24y=0 \end{cases} \Rightarrow - \begin{cases} x^2-4y^2+12x=0 \\ x^2-4y^2-48y=0 \end{cases}$ вычтем одно из другого

$12x+48y=0$

$\boxed{x=-4y}$ подставим в одно из уравнений

$16y^2-4y^2-48y=0$

$12y^2-48y=0$

$12y(y-4)=0$

$\begin{matrix} y_1=0 \\ y_2=4 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} x_1=0 \\ x_2=-16 \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} M_0(0,0) \\ M_1(-16,4) \end{cases}$ - стационарные точки

Теперь займёмся достаточным условием экстремума

$$f''_{xx}(x,y)=\left[\frac{e^{(\frac{x+y}{2})}}{2}(x^2-4y^2)^2+e^{(\frac{x+y}{2})}2(x^2-4y^2)\cdot 2x\right]\left(\frac{x^2}{2}-2y^2+6x\right)+$$

$$+\left[e^{(\frac{x+y}{2})}(x^2-4y^2)^2\right](x+6)=e^{(\frac{x+y}{2})}(x^2-4y^2)\left(\frac{x^2}{2}-2y^2+4x\right)\left(\frac{x^2}{2}-2y^2+6y\right)$$

$$+e^{(\frac{x+y}{2})}(x^2-4y^2)^2(x+6)=A$$

(т.к. либо $(x^2-4y^2)=0$, либо $=0$)

Первое слагаемое в любой стационарной точке $=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow A=e^{(\frac{x+y}{2})}(x^2-4y^2)^2(x+6)$

$$f''_{xy}(x,y) = \left[\frac{e^{\left(\frac{x+y}{2}\right)}}{2}(x^2-4y^2)^2 + e^{\left(\frac{x+y}{2}\right)} \cdot 2(x^2-4y^2)(-8y)\right]\left[\frac{x^2}{2} - 2y + 6x\right] +$$

$$+ \left[e^{\left(\frac{x+y}{2}\right)}(x^2-4y^2)^2\right](-2) = B$$

Заметим, что первое слагаемое $== 0$ в любой стационарной точке

$$\Rightarrow f''_{xy}(x,y) = -2e^{\left(\frac{x+y}{2}\right)}(x^2-4y^2)^2 = B$$

$$f''_{yy}(x,y) = \left[e^{\left(\frac{x+y}{2}\right)}/2\,(x^2-4y^2)^2 + e^{\left(\frac{x+y}{2}\right)} 2(x^2-4y^2)(-8y)\right]\left[\frac{x^2}{2} - 2y^2 - 24y\right]$$

$$+ \left[e^{\left(\frac{x+y}{2}\right)}(x^2-4y^2)^2\right](-4)(y+6) = C$$

Заметим, что первое слагаемое $== 0$ в любой стационарной точке

$$\Rightarrow f''_{yy} \; C = -4(y+6)e^{\left(\frac{x+y}{2}\right)}(x^2-4y^2)^2$$

Подсчитаем $AC - B^2$ в точке $M_1(-16, 4)$

$$A = e^{\left(\frac{-16+4}{2}\right)}(256-64)^2(-10) = e^{-6} \cdot 192^2(-10)$$

$$B = -2e^{-6} \cdot 192^2$$

$$C = e^{-6} \cdot 192^2 \cdot (-4) \cdot 10 = -40e^{-6} \cdot 192^2$$

$AC - B^2 = e^{-12} \cdot 192^4 (400+4) > 0 \Rightarrow$ точка $M_1(-16;4)$ - точка экстремума.

Отметим, что для точки M_0 коэффициенты $A, B, C == 0$, как и для всех других стац. точек с условия $1 \Rightarrow$ определить экстремум для них так нельзя. Но одна точка есть

Ответ: $M_1(-16;4)$