Estudo de Funções

Priscila Bemm

UEM

Objetivo

Estudar e classificar funções em geral. As classificações que serão vistas são:

- *Funções Injetoras,*
- *Funções Sobrejetoras,*
- *Funções Bijetoras,*
- *Funções Par,*
- *Funções Ímpares,*
- *Funções Crescente e Decrescente,*
- *Funções Periódicas,*
- *Funções Definidas por Partes.*

Definição

Uma função f *de um conjunto* A *em um conjunto* B *é uma regra, ou correspondência, que associa cada elemento* x *do conjunto* A *a exatamente um elemento* y *do conjunto* B.

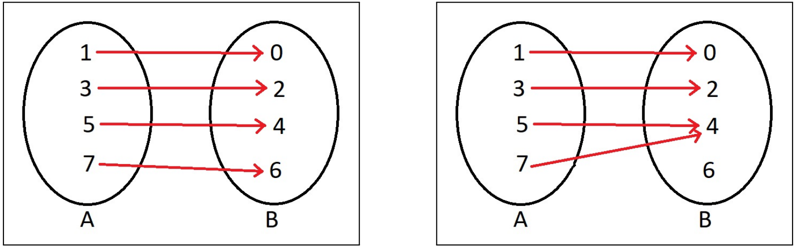


Figura: Exemplos de funções

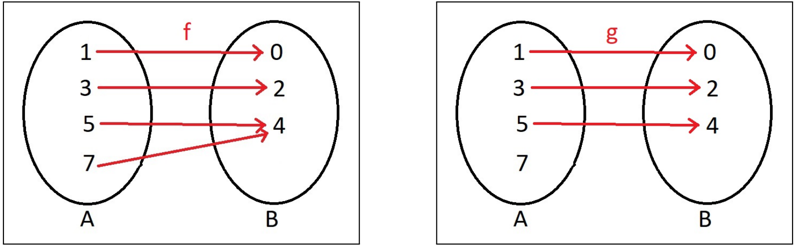


Figura: f é função e g não é função

Observação

Uma função é denotada por $f : A \longrightarrow B$ *e o efeito que a função faz sobre o elemento* $x \in A$ *é representado por* $x \longmapsto f(x)$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & x & \longmapsto & 7x - 8 \end{array}$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccl} f: & \{1,2,3,4\} & \longrightarrow & \mathbb{N} \\ & 1 & \longmapsto & 5 \\ & 2 & \longmapsto & 15 \\ & 3 & \longmapsto & 0 \\ & 4 & \longmapsto & 9 \end{array}$$

Definição

Dada a função $f : A \longrightarrow B$*, então:*

- *O conjunto* A *é chamado* ***domínio da função*** *e é denotado por* $Dom(f)$.
- *O conjunto* B *é chamado* ***contradomínio da função*** *e é denotado por* $Cdom(f)$.
- *O elemento* $y = f(x)$ *de* B *é chamado de imagem de* x *por* f*, ou valor de* f *em* x.
- *O conjunto de todas as imagens dos elementos do domínio é conhecido por* ***imagem da função*** *e é denotado por* $Im(f)$*, isto é,* $Im(f) = \{f(x) | x \in Dom(f)\}$.

Observação 1

Quando o domínio de uma função não é explícito, então o domínio será o "maior"subconjunto de $\mathbb{R}$ para o qual faz sentido a regra da função em questão.

Exemplo

Determine o domínio das funções:

a) $f(x) = \frac{x}{x+1}$

b) $g(x) = \sqrt{x-8}$

c) $h(x) = \frac{\sqrt{x^2-9}}{x-1}$

Observação 1

Quando o domínio de uma função não é explícito, então o domínio será o "maior"subconjunto de $\mathbb{R}$ para o qual faz sentido a regra da função em questão.

Exemplo

Determine o domínio das funções:

a) $f(x) = \frac{x}{x+1}$

b) $g(x) = \sqrt{x-8}$

c) $h(x) = \frac{\sqrt{x^2-9}}{x-1}$

Respostas: $Dom(f) = \mathbb{R} - \{-1\}$,
$Dom(g) = [8, +\infty)$ *e*
$Dom(h) = [-3, 1) \cup (1, 3]$

Observação 2

Quando o contradomínio de uma função não é explícito, então ficará implícito que o contradominio é $\mathbb{R}$.

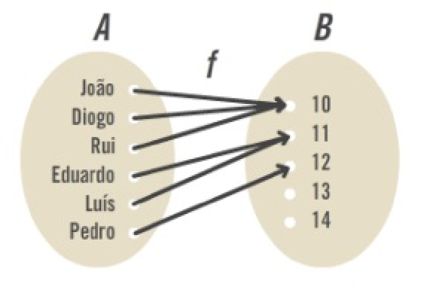
Uma função pode ser representada por:

- Diagrama de setas
- Tabela
- Gráfico
- Expressão algébrica

Diagrama de setas: este diagrama usa setas para ligar os elementos do domínio as respectivas imagens. Neste diagrama estão presentes o domínio, a imagem e o contradomínio da função.

Diagrama de setas: este diagrama usa setas para ligar os elementos do domínio as respectivas imagens. Neste diagrama estão presentes o domínio, a imagem e o contradomínio da função.
Obs: impraticável no caso de se tratar de um grande volume de dados.

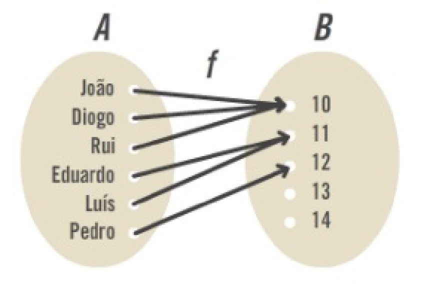
Exemplo



$Dom(f) = \{$*João, Diogo, Rui Eduardo, Luis, Pedro*$\}$

Diagrama de setas: este diagrama usa setas para ligar os elementos do domínio as respectivas imagens. Neste diagrama estão presentes o domínio, a imagem e o contradomínio da função.
Obs: impraticável no caso de se tratar de um grande volume de dados.

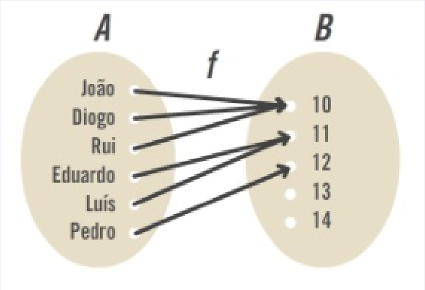
Exemplo



$Dom(f) = \{$*João, Diogo, Rui Eduardo, Luis, Pedro*$\}$
$Im(f) = \{10, 11, 12\}$

Diagrama de setas: este diagrama usa setas para ligar os elementos do domínio as respectivas imagens. Neste diagrama estão presentes o domínio, a imagem e o contradomínio da função.
Obs: impraticável no caso de se tratar de um grande volume de dados.

Exemplo



$Dom(f) = \{$*João, Diogo, Rui Eduardo, Luis, Pedro*$\}$
$Im(f) = \{10, 11, 12\}$
$CDom(f) =$
$\{10, 11, 12, 13, 14\}$

Tabela: Podem ser desenhadas tanto na vertical como na horizontal. Se estiver na horizontal a primeira linha corresponde aos elementos do domínio e a segunda linha as imagens. Se estiver na vertical, a primeira coluna corresponde aos elementos do domínio e a segunda as imagens.

Obs: impraticável no caso de se tratar de um grande volume de dados.

Exemplo

x	y
6	1.938
7	1.937
8	1.921
9	1.920

Exemplo

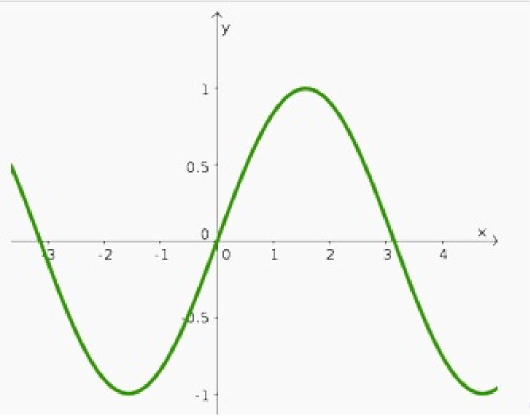
x	6	7	8	9
y	1.938	1.937	1.921	1.920

Expressão algébrica: a expressão algébrica representa a lei matemática que relaciona os elementos do domínio para obter os elementos da sua imagem.
Obs: A expressão algébrica só pode ser utilizada para representar funções numéricas de variável numérica. Não posso utilizar uma expressão algébrica, para fazer corresponder o nome de um menino à sua idade. Apesar desta restrição, é o método que permite englobar o maior número de objetos, mesmo que estes sejam infinitos.

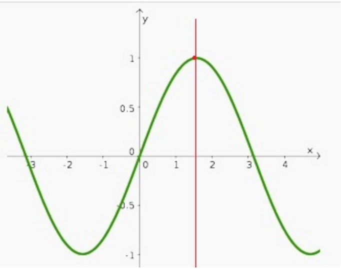
Exemplo

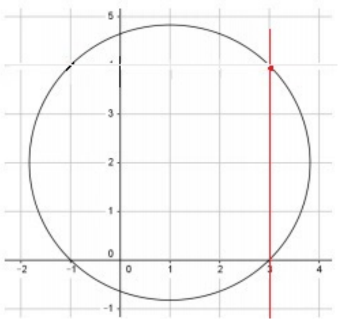
$f(x) = 5x - 8$
$g(x) = \cos(x) - \frac{1}{x}$
$h(x) = \frac{5x}{x^2-1} - \sqrt{6-x}$

Gráfico: O gráfico da função $f : A \longrightarrow B$, é representado pelo conjunto dos pares ordenados Graf $f = \{(x, y) \in A \times B | y = f(x)\}$.
Os pares ordenados podem ser representados no plano cartesiano, e essa representação facilita a classificação das funções.
Obs: o gráfico pode nos dar a imagem e domínio de uma função, mas ele é mais usado para verificar o comportamento da função.



Teste da linha vertical Como para cada valor de x no domínio de f há exatamente uma valor de y tal que $y = f(x)$, uma reta vertical $x = c$ pode cruzar o gráfico de uma função no máximo uma vez. Se existe uma linha vertical que cruza o gráfico mais que uma vez, este não é o gráfico de uma função.





Exemplos

Exemplo 1

Seja f a função dada por $f(x) = \sqrt{x}$. Determine:

a) $Dom(f)$

b) A imagem do número 4

c) $f(t^2)$

d) $f(x-6)$

Exemplo 2

Seja f a função dada por $f(x) = \frac{1}{x}$. Determine:

a) $Dom(f)$

b) A imagem do número 3

c) $f(x+h)$

d) $f(x^2-6x)$

Respostas do exemplos anteriores

Exemplo 1

a) $Dom(f) = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 0\}$

b) A imagem do número 4 é $\sqrt{4} = 2$

c) $f(t^2) = \sqrt{t^2} = |t|$

d) $f(x-6) = \sqrt{x-6}$

Exemplo 2

a) $Dom(f) = \mathbb{R}^*$

b) A imagem do número 3 é $\frac{1}{3}$

c) $f(x+h) = \frac{1}{x+h}$

d) $f(x^2-6x) = \frac{1}{x^2-6x}$

Classificação de funções: Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Definição

Uma função $f : A \longrightarrow B$ *é* ***injetora*** *se cada elemento da imagem de* f *está relacionado a exatamente um elemento do domínio de* f.

Definição

Dizemos que uma função f *é injetora se sempre que* $f(u) = f(v)$ *em* $Im(f)$, *então* $u = v$.

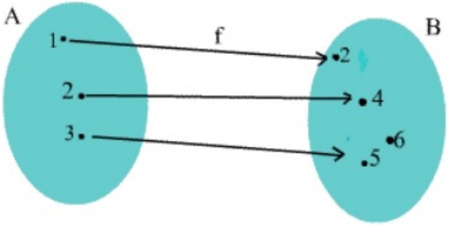
Definição

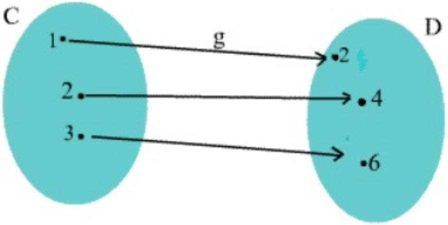
Uma função $f : A \longrightarrow B$ é ***injetora*** *se cada elemento da imagem de f está relacionado a exatamente um elemento do domínio de f.*

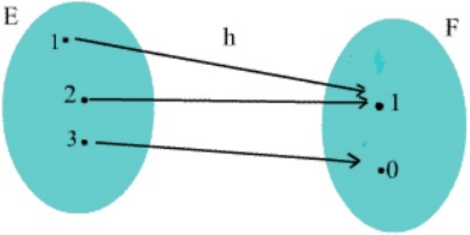
Definição

Dizemos que uma função f é injetora se sempre que $f(u) = f(v)$ em $Im(f)$, então $u = v$. Ou, equivalentemente, se $u \neq v$ então $f(u) \neq f(v)$

Exemplos







Exemplo

Considere $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, *definida por* $f(x) = x^2$ *é uma função injetora?*

Exemplos

Exemplo

Considere $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, *definida por* $f(x) = x^2$ *é uma função injetora?*
Não,

Exemplos

Exemplo

Considere $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, *definida por* $f(x) = x^2$ *é uma função injetora?*
Não, pois $f(2) = 4 = f(-2)$, *mas* $2 \neq -2$.

Exemplo

Considere $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, *definida por* $f(x) = 3x$ *é uma função injetora?*

Exemplos

Exemplo

Considere $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$*, definida por* $f(x) = x^2$ *é uma função injetora?*
Não, pois $f(2) = 4 = f(-2)$ *, mas* $2 \neq -2$*.*

Exemplo

Considere $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$*, definida por* $f(x) = 3x$ *é uma função injetora?*
Seja x_1 *e* $x_2 \in Dom(f)$*, temos Se* $f(x_1) = f(x_2)$*, então:*

$$
\begin{aligned}
3x_1 &= 3x_2 \\
&\Leftrightarrow \ 3x_1 - 3x_2 = 0 \\
&\Leftrightarrow \ 3(x_1 - x_2) = 0 \\
&\Leftrightarrow \ x_1 - x_2 = 0 \\
&\Leftrightarrow \ x_1 = x_2.
\end{aligned}
$$

Logo, f *é injetora.*

Exemplos

Exemplo

Considere $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, *definida por* $f(x) = x^2$ *é uma função injetora?*
Não, pois $f(2) = 4 = f(-2)$, *mas* $2 \neq -2$.

Exemplo

Considere $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, *definida por* $f(x) = 3x$ *é uma função injetora?*
Seja x_1 *e* $x_2 \in Dom(f)$, *temos Se* $f(x_1) = f(x_2)$, *então:*

$$
\begin{aligned}
3x_1 &= 3x_2 \\
&\Leftrightarrow\ 3x_1 - 3x_2 = 0 \\
&\Leftrightarrow\ 3(x_1 - x_2) = 0 \\
&\Leftrightarrow\ x_1 - x_2 = 0 \\
&\Leftrightarrow\ x_1 = x_2.
\end{aligned}
$$

Logo, f *é injetora.*

Exemplos

Exemplo

Mostre que a função $f(x) = ax + b, a \neq 0$ *é injetora.*

Exemplos

Exemplo

Mostre que a função $f(x) = ax + b, a \neq 0$ *é injetora.*
Para todo $x_1, x_2 \in \mathrm{Dom}(f)$ *tais que* $f(x_1) = f(x_2)$*, temos:*

$$
\begin{aligned}
ax_1 + b = ax_2 + b \\
&\Leftrightarrow \ ax_1 = ax_2 \\
&\Leftrightarrow \ a(x_1 - x_2) = 0 \\
&\Leftrightarrow \ x_1 - x_2 = 0 \\
&\Leftrightarrow \ x_1 = x_2.
\end{aligned}
$$

Logo, f *é injetora.*

Exemplos

Exemplo

Mostre que a função $f(x) = ax + b, a \neq 0$ *é injetora.*
Para todo $x_1, x_2 \in \mathrm{Dom}(f)$ *tais que* $f(x_1) = f(x_2)$, *temos:*

$$
\begin{aligned}
ax_1 + b &= ax_2 + b \\
&\Leftrightarrow \ ax_1 = ax_2 \\
&\Leftrightarrow \ a(x_1 - x_2) = 0 \\
&\Leftrightarrow \ x_1 - x_2 = 0 \\
&\Leftrightarrow \ x_1 = x_2.
\end{aligned}
$$

Exemplo

Mostre que a função $f(x) = ax + b, a \neq 0$ *é injetora.*
Para todo $x_1, x_2 \in \mathrm{Dom}(f)$ *tais que* $f(x_1) = f(x_2)$, *temos:*

$$
\begin{aligned}
ax_1 + b = ax_2 + b \\
&\Leftrightarrow\ ax_1 = ax_2 \\
&\Leftrightarrow\ a(x_1 - x_2) = 0 \\
&\Leftrightarrow\ x_1 - x_2 = 0 \\
&\Leftrightarrow\ x_1 = x_2.
\end{aligned}
$$

Logo, f *é injetora.*

Exemplos

Exemplo

Mostre que a função $f : \mathbb{R} - \{1\} \longrightarrow \mathbb{R} - \{2\}$ *definida por* $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}, x \neq 0$ *é injetora.*

Exemplo

Mostre que a função $f : \mathbb{R} - \{1\} \longrightarrow \mathbb{R} - \{2\}$ *definida por* $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}, x \neq 0$ *é injetora.*

Para todo $x_1, x_2 \in \mathrm{Dom}(f)$ *tais que* $f(x_1) = f(x_2)$*, temos:*

$$
\begin{aligned}
\frac{2x_1+1}{x_1-1} = \frac{2x_2+1}{x_2-1} & \\
\Leftrightarrow\ 2x_1x_2 - 2x_1 + x_2 - 1 &= 2x_1x_2 - 2x_2 + x_1 - 1 \\
\Leftrightarrow\ 3x_2 &= 3x_1 \\
\Leftrightarrow\ x_1 &= x_2.
\end{aligned}
$$

Logo, f *é injetora.*

Exemplos

Exemplo

Mostre que a função $f : \mathbb{R} - \{1\} \longrightarrow \mathbb{R} - \{2\}$ *definida por* $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}, x \neq 0$ *é injetora.*

Para todo $x_1, x_2 \in \mathrm{Dom}(f)$ *tais que* $f(x_1) = f(x_2)$*, temos:*

$$\frac{2x_1 + 1}{x_1 - 1} = \frac{2x_2 + 1}{x_2 - 1}$$

$$\Leftrightarrow \; 3x_2 = 3x_1$$

$$\Leftrightarrow \; x_1 = x_2.$$

Logo, f *é injetora.*

Exemplos

Exemplo

Mostre que a função $f : \mathbb{R} - \{1\} \longrightarrow \mathbb{R} - \{2\}$ *definida por* $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}, x \neq 0$ *é injetora.*
Para todo $x_1, x_2 \in \mathrm{Dom}(f)$ *tais que* $f(x_1) = f(x_2)$, *temos:*

$$\frac{2x_1 + 1}{x_1 - 1} = \frac{2x_2 + 1}{x_2 - 1}$$

$$\Leftrightarrow \quad x_1 = x_2.$$

Logo, f *é injetora.*

Exemplo

Mostre que a função $f : \mathbb{R} - \{1\} \longrightarrow \mathbb{R} - \{2\}$ *definida por* $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}, x \neq 0$ *é injetora.*

Para todo $x_1, x_2 \in \mathrm{Dom}(f)$ *tais que* $f(x_1) = f(x_2)$*, temos:*

$$\frac{2x_1+1}{x_1-1} = \frac{2x_2+1}{x_2-1}$$

$$\Leftrightarrow \; 2x_1x_2 - 2x_1 + x_2 - 1 \; = \; 2x_1x_2 - 2x_2 + x_1 - 1$$

$$\Leftrightarrow \; 3x_2 = 3x_1$$

$$\Leftrightarrow \; x_1 = x_2.$$

Logo, f *é injetora.*

Exemplo

A função $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, *definida por* $f(x) = x^4 - 1$, *é uma função injetora?*

Exemplo

A função $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, *definida por* $f(x) = x^4 - 1$, *é uma função injetora?*
Não,

Exemplo

A função $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, *definida por* $f(x) = x^4 - 1$, *é uma função injetora?*
Não, pois $f(1) = 0 = f(-1)$, *mas* $1 \neq -1$.

Observação

Para mostrarmos que uma função não é injetiva, basta encontrarmos dois valores distintos para x, *de forma que a imagem seja igual, isto é,* $f(x_1) = f(x_2)$, *mas* $x_1 \neq x_2$

Teste da reta horizontal Se uma reta horizontal cruzar o gráfico mais que uma vez, então o gráfico não é de uma função injetora.

Figura: $f(x) = 3x$

Figura: $f(x) = x^2$

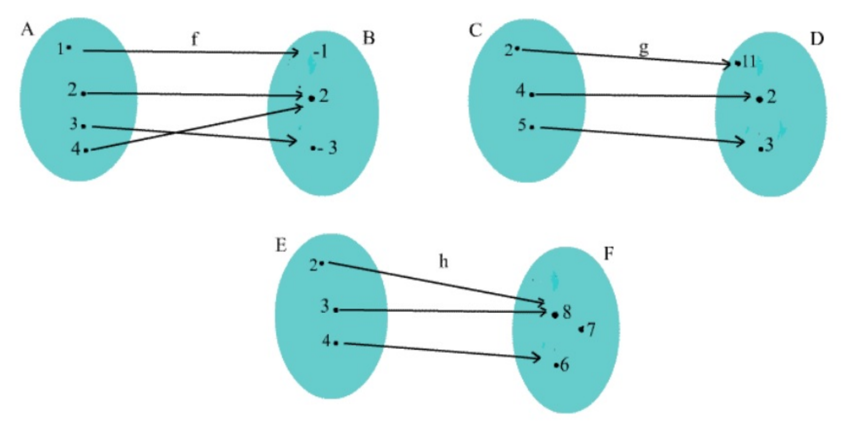
Observação

Observe que $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ *definida por* $f(x) = x^2$ *não é injetora, mas se restringirmos o domínio para* $[0, \infty]$ *então a função definida da mesma forma passa a ser injetora.*

Definição

Uma função é sobrejetora quando seu contradomínio e imagem são o mesmo conjunto

Exemplo



As funções f e g são sobrejetoras porque, em ambos os casos, o conjunto imagem é igual ao contradomínio. O mesmo não ocorre com a função h e portanto ela não é sobrejetora.

Exemplo

A função afim $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ *definida por* $f(x) = ax + b, a \neq 0$*, é sobrejetora.*
Dado $y \in \mathbb{R}$*, exibiremos* $x \in \mathbb{R}$ *tal que* $f(x) = y$*.*
Se $y \in \mathbb{R}$ *então* $x = \frac{y-b}{a}$ *é um número real tal que*

$$f(x) = f(\frac{y-b}{a}) = a.(\frac{y-b}{a}) + b = y$$

Exemplo

A função $f : \mathbb{R} - \{1\} \longrightarrow \mathbb{R}$ *definida por* $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ *não é sobrejetora.*
De fato, se $y \in Im(f)$ *então existe um* $x \in Dom(f)$ *tal que* $y = \frac{2x+1}{x-1}$*. Desenvolvendo a expressão obtemos*

$$(y-2)x = 1 + y$$

. Se $y = 2$ *teremos, pela última igualdade que* $0 = 3$*, um absurdo.*
Logo, $2 \notin Im(f)$

Exemplo

$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, *definida por* $f(x) = x^2$ *não é sobrejetora, pois* $Im(f) = [0, \infty] \neq \mathbb{R}$

Exemplo

$f : \mathbb{R} \longrightarrow [0, \infty]$, *definida por* $f(x) = x^2$ *é sobrejetora, pois* $Im(f) = [0, \infty]$

Definição

Uma função é bijetora se é injetora e sobrejetora

Exemplo

$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, *definida por* $f(x) = x^2$ *não é bijetora, pois não é sobrejetora e nem injetora.*

Exemplo

$f : [0, \infty] \longrightarrow \mathbb{R}$, *definida por* $f(x) = x^2$ *não é bijetora, pois apesar de ser injetora, não é sobrejetora.*

Exemplo

$f : [0, \infty] \longrightarrow [0, \infty]$, *definida por* $f(x) = x^2$ *é injetora e sobrejetora e, portanto, bijetora.*

Definição

Uma função f é crescente em um intervalo I se

$$f(x_1) < f(x_2) \textit{ sempre que } x_1 < x_2 \textit{ em } I$$

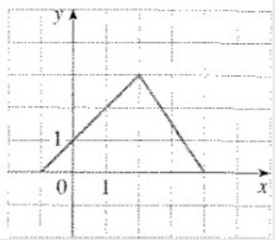
Ela é chamada decrescente em I se

$$f(x_1) > f(x_2) \textit{ sempre que } x_1 < x_2 \textit{ em } I$$

Exemplo

A função cujo gráfico se encontra a direita é:

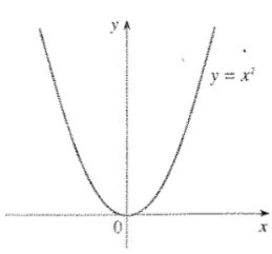
- *decrescente no intervalo* $[2, 4]$
- *crescente no intervalo* $[-1, 2]$



Exemplo

A função definida por $f(x) = x^2$ *é:*

- *decrescente no intervalo* $(-\infty, 0]$
- *crescente no intervalo* $[0, \infty)$



Classificação de funções com relação a paridade

Definição

Uma função f *é* ***par*** *se para todo* $\in Dom(f)$ *temos*

$$f(-x) = f(x).$$

Exemplo

A função f *definida por* $f(x) = x^2 + 2$ *é uma função par, pois*

$$f(-x) = (-x)^2 + 2$$

Classificação de funções com relação a paridade

Definição

*Uma função f é **par** se para todo $\in Dom(f)$ temos*

$$f(-x) = f(x).$$

Exemplo

A função f definida por $f(x) = x^2 + 2$ é uma função par, pois

$$f(-x) = (-x)^2 + 2 = x^2 + 2$$

Classificação de funções com relação a paridade

Definição

Uma função f *é* ***par*** *se para todo* $\in Dom(f)$ *temos*

$$f(-x) = f(x).$$

Exemplo

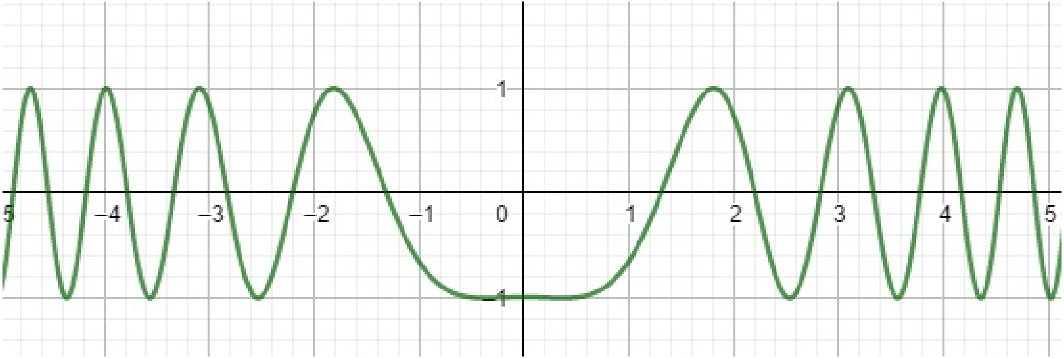
A função f *definida por* $f(x) = x^2 + 2$ *é uma função par, pois*

$$f(-x) = (-x)^2 + 2 = x^2 + 2 = f(x)$$

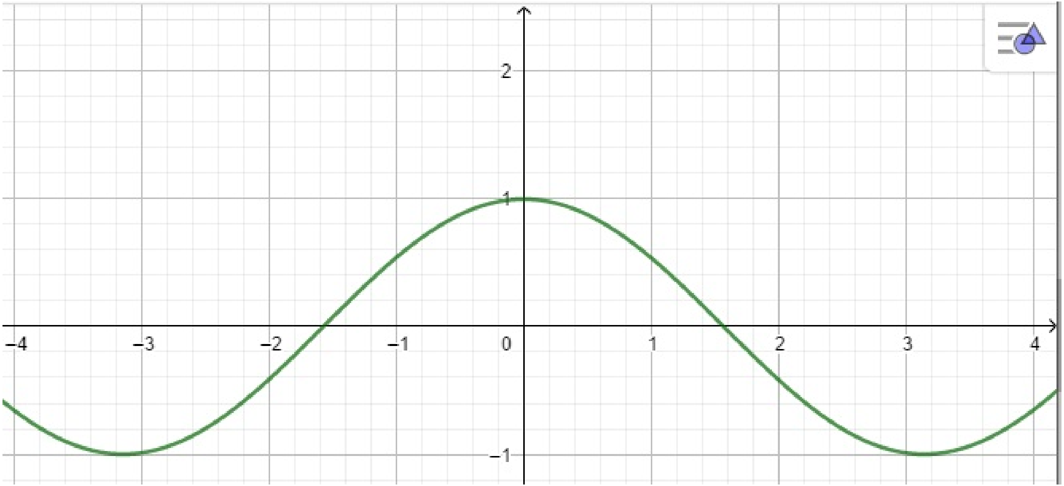
O gráfico de uma função par

Uma função é par se e somente se for simétrico com relação a reta vertical $x = 0$.

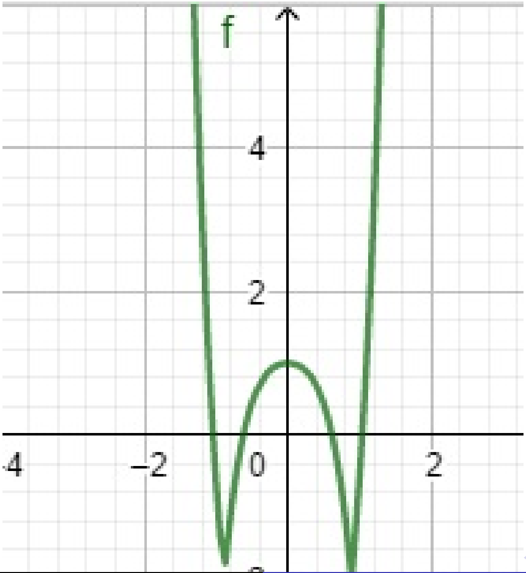
Exemplos de funções pares



Exemplos de funções pares



Exemplos de funções pares



Definição

Uma função f é ***ímpar*** *se para todo $\in Dom(f)$ temos*

$$f(-x) = -f(x).$$

Exemplo

A função f definida por $f(x) = 4x$ é uma função ímpar, pois

$$f(-x) = 4(-x)$$

Definição

Uma função f *é* ***ímpar*** *se para todo* $\in Dom(f)$ *temos*

$$f(-x) = -f(x).$$

Exemplo

A função f *definida por* $f(x) = 4x$ *é uma função ímpar, pois*

$$f(-x) = 4(-x) = -4x$$

Definição

Uma função f *é* ***ímpar*** *se para todo* $\in Dom(f)$ *temos*

$$f(-x) = -f(x).$$

Exemplo

A função f *definida por* $f(x) = 4x$ *é uma função ímpar, pois*

$$f(-x) = 4(-x) = -4x = -f(x)$$

O gráfico de uma função ímpar

Uma função é ímpar se e somente se for simétrico com relação a origem.

Observação

Algumas funções não são pares e nem ímpares.

Exemplo

A função definida por

$$f(x) = 3x - x^2$$

não é par e não é ímpar, pois

$f(-x) = 3(-x) - (-x)^2$

Observação

Algumas funções não são pares e nem ímpares.

Exemplo

A função definida por

$$f(x) = 3x - x^2$$

não é par e não é ímpar, pois

$f(-x) = 3(-x) - (-x)^2 = -3x - x^2$

Observação

Algumas funções não são pares e nem ímpares.

Exemplo

A função definida por

$$f(x) = 3x - x^2$$

não é par e não é ímpar, pois

$f(-x) = 3(-x) - (-x)^2 = -3x - x^2 \neq f(x)$

Observação

Algumas funções não são pares e nem ímpares.

Exemplo

A função definida por

$$f(x) = 3x - x^2$$

não é par e não é ímpar, pois

$f(-x) = 3(-x) - (-x)^2 = -3x - x^2 \neq f(x)$

e $f(-x) \neq -f(x)$ $f(x) = 3x - x^2$

Classificação de funções com relação a periodicidade

Considere a função $f: \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{Z}$ definida por $f(x) = (-1)^x$
Observe que,

x	1	2	3	4
y	-1	1	-1	1

Note que quando x varia duas unidades, o valor da função se repete.
$f(1) = f(3) = f(5) = \cdots$ e $f(2) = f(4) = f(6) = \cdots$.

Classificação de funções com relação a periodicidade

Considere a função $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{Z}$ definida por $f(x) = (-1)^x$
Observe que,

x	1	2	3	4
y	-1	1	-1	1

Note que quando x varia duas unidades, o valor da função se repete.
$f(1) = f(3) = f(5) = \cdots$ e $f(2) = f(4) = f(6) = \cdots$.
De modo geral, $f(x) = f(x+2)$, para todo $x \in Dom(f)$.

Classificação de funções com relação a periodicidade

Considere a função $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{Z}$ definida por $f(x) = (-1)^x$
Observe que,

x	1	2	3	4
y	-1	1	-1	1

Note que quando x varia duas unidades, o valor da função se repete.
$f(1) = f(3) = f(5) = \cdots$ e $f(2) = f(4) = f(6) = \cdots$.
De modo geral, $f(x) = f(x+2)$, para todo $x \in Dom(f)$.

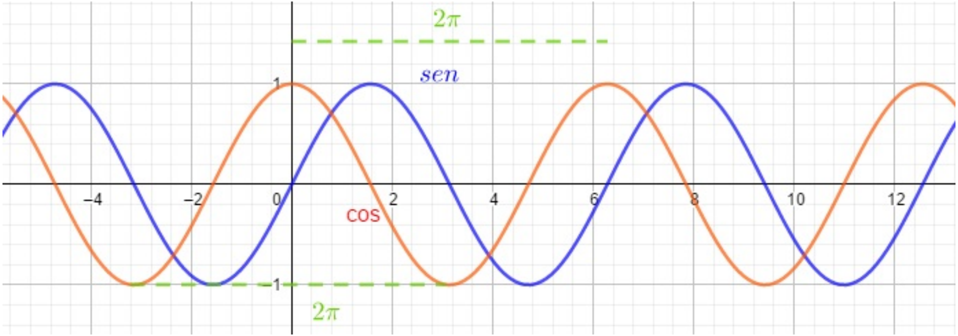
Definição

Uma função é denominada ***periódica*** *caso exista um número real* $p > 0$*, tal que* $f(x) = f(x+p)$*. Com isso, o menor valor de* p*, que satisfaça essa igualdade, é chamado de* ***período da função*** f.

Exemplos de funções periódicas

:

- $f_1(x) = sen(x)$
- $f_2(x) = cos(x)$
- $f_3(x) = tg(x)$



Definição

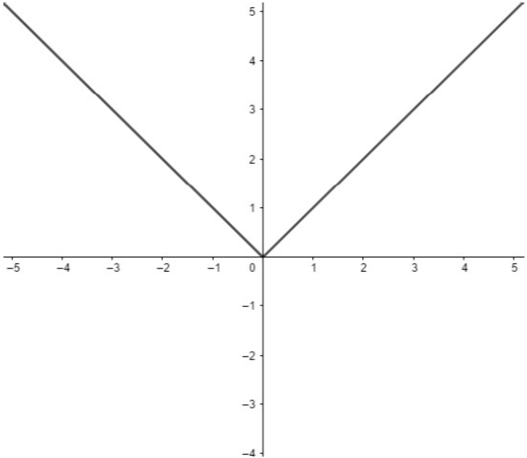
Uma função f é definida por partes se,o domínio da função f é a união de subconjuntos de $\mathbb{R}$ tais que para cada subconjunto, f é definida de uma maneira.

Exemplo

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 0 \\ x, & 0 \leq x \leq 15 \\ 5x - 4, & x > 15 \end{cases}$$

Exemplo

$$f(x) = |x| = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ x, & x \geq 0 \end{cases}$$



DÚVIDAS?