

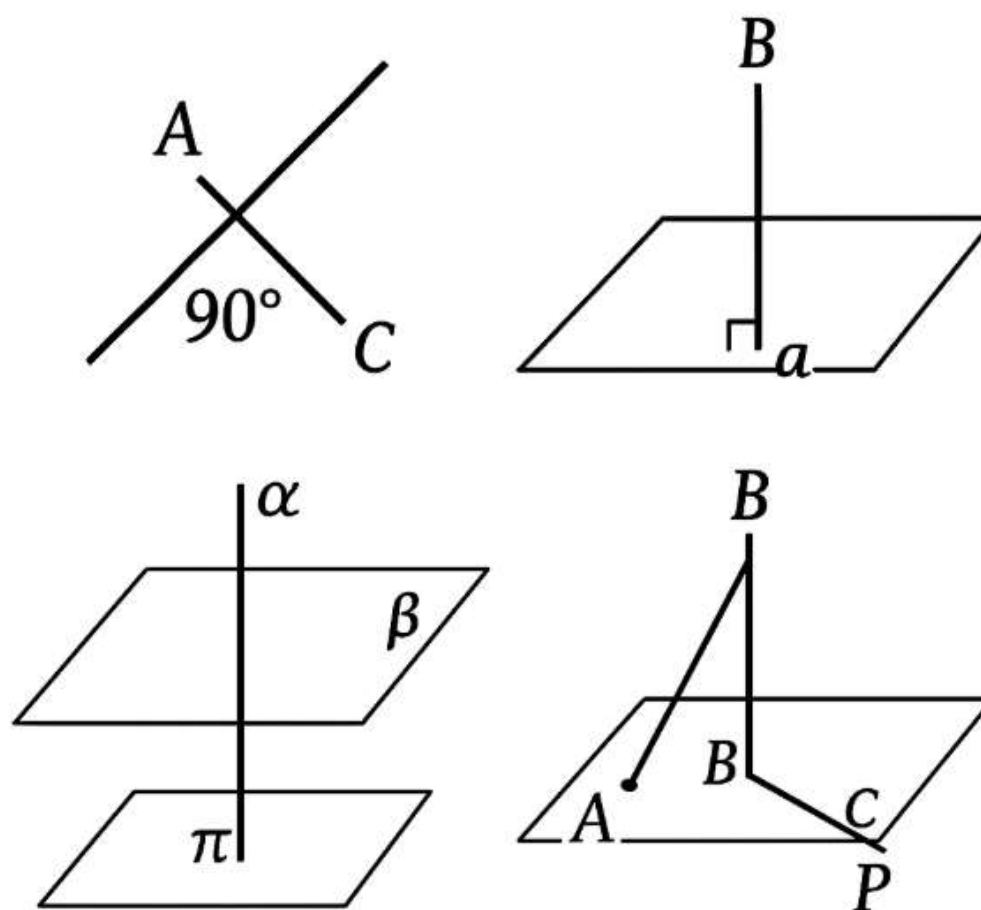
Параллельность в пространстве

- Две прямые в пространстве называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не имеют общих точек.
- Если две прямые на плоскости перпендикулярны к третьей прямой, то они параллельны.
- Если две прямые в трехмерном пространстве перпендикулярны к одной плоскости, то они параллельны.
- Если прямая a , не лежащая в плоскости α , параллельна некоторой прямой b , которая лежит в плоскости α , то прямая a параллельна плоскости α .
- Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым, лежащим в другой плоскости, то такие плоскости параллельны.



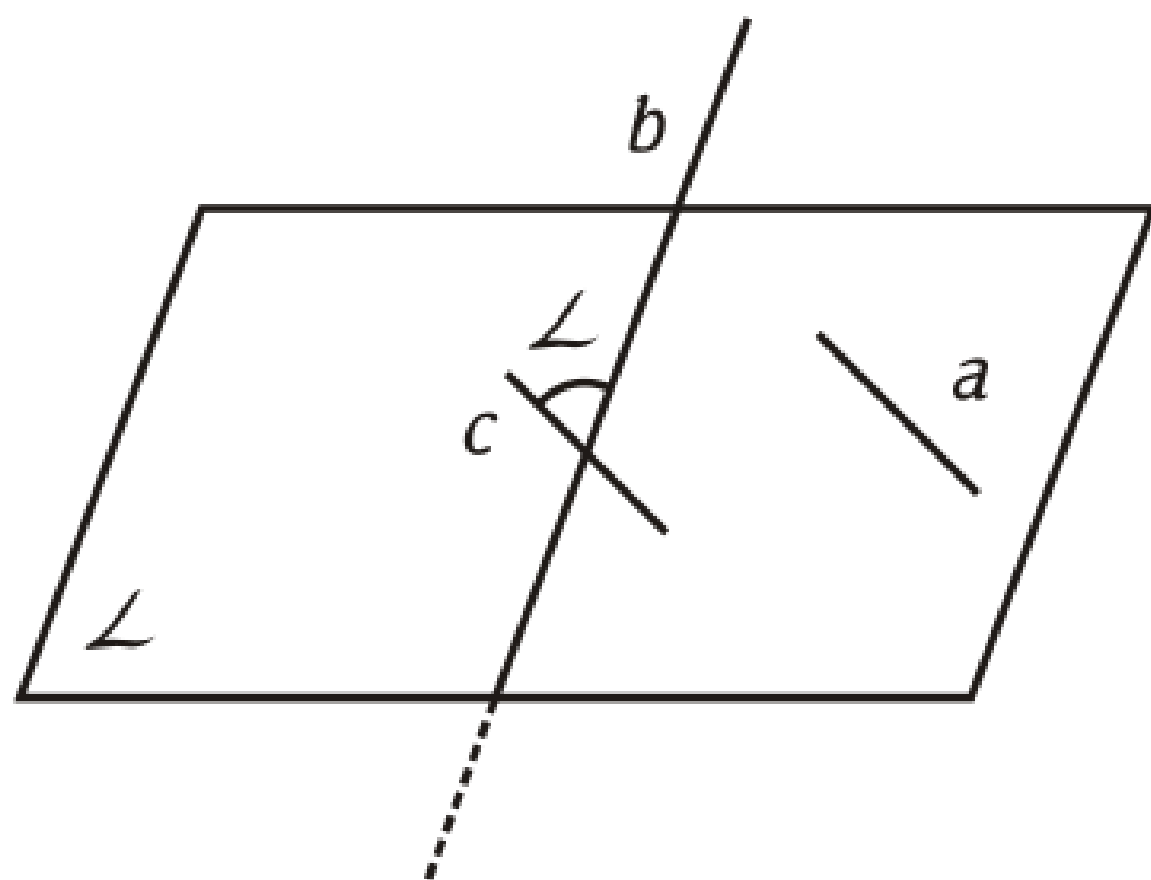
Перпендикулярность в пространстве

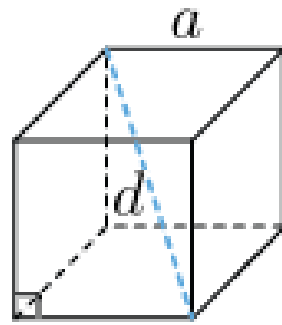
- Две прямые называются перпендикулярными, если угол между ними равен 90° .
- Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в этой плоскости.
- Если одна из двух плоскостей проходит через прямую, перпендикулярную к другой плоскости, то заданные плоскости перпендикулярны.
- Теорема о трех перпендикулярах: если прямая, проведенная на плоскости через основание наклонной, перпендикулярна ее проекции, то она перпендикулярна и самой наклонной.
- Если из одной точки проведены к плоскости перпендикуляр и наклонные, то:
 1. Перпендикуляр короче наклонных.
 2. Равные наклонные имеют равные проекции на плоскости.
 3. Больше наклонной соответствует большая проекция на плоскости.



Скрещивающиеся прямые

- Если одна из двух прямых лежит на плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то эти прямые скрещиваются.
- Через две скрещивающиеся прямые проходит единственная пара параллельных плоскостей.
- Расстояние между скрещивающимися прямыми – это расстояние от некоторой точки одной из скрещивающихся прямых до плоскости, проходящей через другую прямую параллельно первой прямой.
- Угол между скрещивающимися прямыми – это острый угол между двумя пересекающимися прямыми, которые соответственно параллельны заданным скрещивающимся прямым.



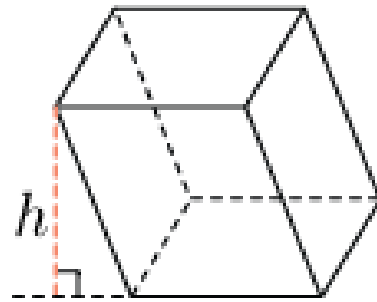


Куб

$$V = a^3$$

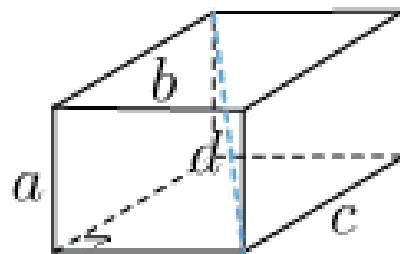
$$S = 6a^2,$$

$$d = a\sqrt{3}, d — \text{диагональ}$$



Параллелепипед

$$V = S_{\text{осн}} h, h — \text{высота}$$

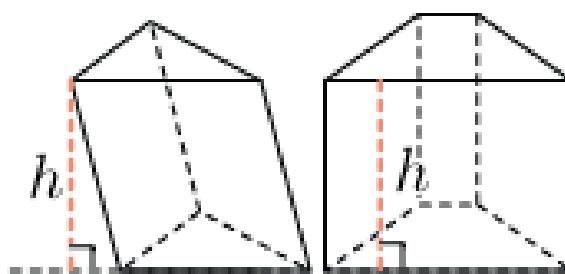


Прямоугольный параллелепипед

$$V = abc$$

$$S = 2ab + 2bc + 2ac;$$

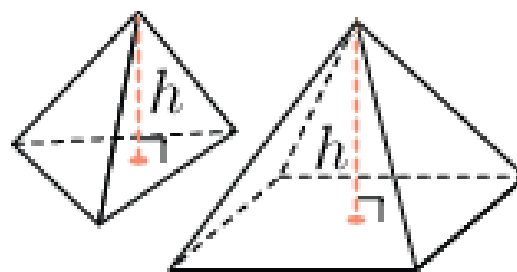
$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$



Призма

$$V = S_{\text{осн}} h$$

$$S = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$$

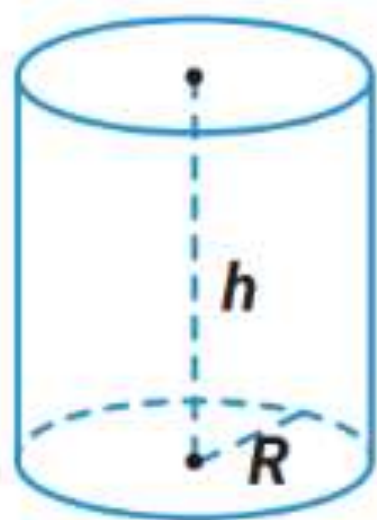


Пирамида

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} h$$

$$S = S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$$

Цилиндр



h - высота цилиндра.

1. Осевое сечение цилиндра - это прямоугольник, у которого одна сторона равна диаметру основания, а вторая – высоте цилиндра.
2. Если призму вписать в цилиндр, то ее основаниями будут являться равные многоугольники, вписанные в основание цилиндра, а боковые ребра - образующими цилиндра.
3. Если цилиндр вписан в призму, то ее основания - равные многоугольники, описанные около оснований цилиндра. Плоскости граней призмы касаются боковой поверхности цилиндра.
4. Если в цилиндр вписана сфера, то радиус сферы равен радиусу цилиндра и равен половине высоты цилиндра.

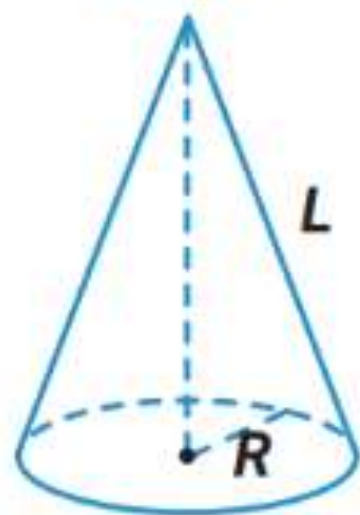
$$R_{\text{сферы}} = R_{\text{цилиндра}} = \frac{h_{\text{цилиндра}}}{2}$$

$$S_{\text{бок. пов.}} = 2\pi R \cdot h$$

$$S_{\text{полной. пов.}} = 2\pi R (R + h)$$

$$V = \pi R^2 \cdot h$$

Конус



$$L = \sqrt{R^2 + h^2} - \text{образующая}$$

1. Осевым сечением конуса является равнобедренный треугольник, основание которого равно двум радиусам, а боковые стороны равны образующим конуса.
2. Если боковая поверхность конуса – полукруг, то осевым сечением является равносторонний треугольник, угол при вершине равен 60° .
3. Если радиус или диаметр конуса увеличить в n раз, то его объем увеличится в n^2 раз.
4. Если высоту конуса увеличить в m раз, то объем конуса увеличится в то же количество раз.

$$S_{\text{бок. пов.}} = \pi R \cdot l$$

$$S_{\text{полной. пов.}} = \pi R^2 + \pi R \cdot l = \pi R (R + l)$$

$$V = \frac{\pi R^2 \cdot h}{3}$$

Усеченный конус

1. Усеченным конусом называется часть конуса, заключенная между основанием и секущей плоскостью, параллельной основанию.
2. Осевым сечением усеченного конуса является равнобедренная трапеция.

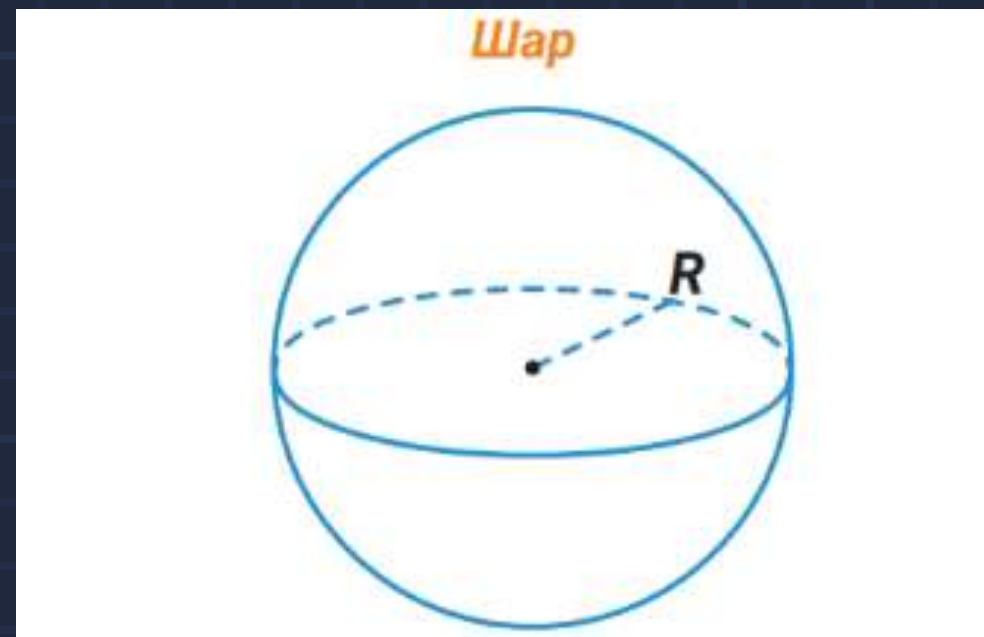
$$S_{\text{бок}} = \pi l (R + r)$$

$$S_{\text{п.п.}} = \pi (R^2 + r^2 + l(R + r))$$

$$V = \frac{\pi H (R^2 + r^2 + Rr)}{3}$$

Где R и r – радиусы оснований; H – высота усеченного конуса.





1. Тело, ограниченное сферой, называется шаром.
2. Осевое сечение шара это круг, радиус которого равен радиусу шара. Осевым сечением является самый большой круг шара.
3. Если радиус или диаметр шара увеличить в n раз, то площадь поверхности увеличится в n^2 раз, а объем в n^3 раз.

$$S_{\text{п.п}} = 4\pi \cdot R^2 = \pi \cdot d^2, \text{ где } R - \text{радиус сферы, } d - \text{диаметр сферы}$$

$$V = \frac{4\pi \cdot R^3}{3} = \frac{\pi \cdot d^3}{6}, \text{ где } R - \text{радиус шара, } d - \text{диаметр шара.}$$