PGMAT0061/MATG17 - Técnicas Computacionais em Estatística "Simulação Estocástica"

Professor responsável: Paulo Henrique Ferreira da Silva

Universidade Federal da Bahia
Instituto de Matemática e Estatística
Departamento de Estatística

03 de Dezembro de 2024

- **Distribuição Normal**

<u>OBS.:</u> Se $Z \sim \mathrm{N}(0,1)$, então: $X = \sigma Z + \mu \sim \mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$.

1) **Média Uniforme:**

Pelo Teorema Central do Limite (TCL), sabemos que se $U_1, U_2, \ldots, U_N$ são v.a.'s i.i.d. $\mathrm{U}(0,1)$, então:

$$Z = \frac{\sum_{i=1}^{N} U_i - N/2}{\sqrt{N/12}} \rightarrow \mathrm{N}(0,1) \quad \text{para} \quad N \rightarrow \infty$$

Tomando $N = 12$, temos: $Z = \sum_{i=1}^{12} U_i - 6$.

Exercício: Utilizando o gerador de uniformes do R, verifique a aproximação para $N = 12$.

2) **Método Box-Muller** (Box e Muller, 1958):

Baseado na geração inicial de duas uniformes U(0, 1) independentes, que são submetidas à seguinte transformação:

$$Z_1 = \sqrt{-2\log(U_1)}\cos(2\pi U_2)$$
$$Z_2 = \sqrt{-2\log(U_1)}\sin(2\pi U_2)$$

Então, Z_1 e $Z_2 \sim \mathrm{N}(0, 1)$ independentes.

Vantagem: é exato

Desvantagem: é mais lento

3) **Método Polar** (Marsaglia, 1962):

Parte de U_1 e $U_2 \sim \mathrm{U}(0,1)$ independentes.

Algoritmo:

i) Gerar $U_1, U_2 \sim \mathrm{U}(0,1)$ independentes;

ii) Calcular:

$$V_1 = 2U_1 - 1$$
$$V_2 = 2U_2 - 1$$

iii) Repetir (1) e (2) enquanto $V_1^2 + V_2^2 > 1$;

iv) Calcular:

$$Z_1 = V_1 \sqrt{\frac{-2\log\left(V_1^2 + V_2^2\right)}{V_1^2 + V_2^2}}$$

$$Z_2 = V_2 \sqrt{\frac{-2\log\left(V_1^2 + V_2^2\right)}{V_1^2 + V_2^2}}$$