계량경제학 HW3　　　2020-15709 나승찬

1. $TestScore_i = \beta_0+\beta_1 hsize+\beta_2 hsize^2+\beta_3 female+\beta_4 black+\beta_5(female\times black)+u_i$로 두자.

(i) $female = 0,\ black = 1,\ hsize = 3$

$$\widehat{TestScore} = 42.84+2.40-0.81-7.08 = 37.35$$

(ii) T-Statistic for $hsize^2 = \left|\frac{-0.09}{0.022}\right| \approx 4.1$

즉 $hsize^2$ 항은 유의수준 95%에서 유의하다 할 수 있고, model을 hsize에 대해 정리하고 나머지 term은 ~~각각~~ 하나의 값으로 고정해 합쳐 상수 C로 정리하면 model: $-0.09h^2+0.8h+C$.

$= -0.09\left(h-\frac{40}{9}\right)^2 + C - \frac{16}{90}$ 이므로

$hsize=\frac{40}{9}$에서 TestScore가 (다른 변수가 각각 특정한 값으로 given되면) 최대화된다.

(iii) black female : female=1, black=0 (a1)

nonblack male : female=0, black=0 (a2)

(a1)에서 $\widehat{TestScore} = 42.84+0.8h-0.09h^2-1.88$

(a2)에서 $\widehat{TestScore} = 42.84+0.8h-0.09h^2$

따라서 being female은 −1.88점의 효과가 있다고 추정되고(estimated difference) $\left|-\frac{1.88}{0.20}\right| = 9.4 > 1.96$ 이므로 이 계수는 유의하다(at 유의수준 95%)

(iv) (a3) nonblack male : female=0, black=0

(a4) black male : female=0, black=1

(a3)에서 $\widehat{TestScore} = 42.84+0.8h-0.09h^2$

(a4)에서 $\widehat{TestScore} = 42.84+0.8h-0.09h^2-7.08$

Being black은 given male −7.08점의 estimated difference를 가지고 $H_0: \beta_4=0,\ H_1: \beta_4\neq 0$으로 두면 T-Statistic for test $= \left|-\frac{7.08}{0.53}\right| \approx 13.36 > 1.96$이므로 95% 유의수준에서 H_0을 기각한다.

(v) (a5) black female : black=1, female=1

(a6) nonblack female : black=0, female=1

(a5)에서 $\widehat{TestScore} = C-1.88-7.08+2.60$,

(a6)에서 $\widehat{TestScore} = C-1.88$, where $C = 42.84+0.80h-0.09h^2$ (h=hsize)

즉 Estimated Difference는 $2.60-7.08=-4.48$

Being black given female은 −4.48의 차이를 가질 것으로 추산되며, $H_0: \beta_4=0 \wedge \beta_5=0$ $H_1:$ not H_0이므로 제약식이 2개인 F-test 등을 사용할 수 있다.

$$F \approx \frac{1}{2}\left(\frac{9.4^2+13.36^2-2\hat{\rho}_{t_4,t_5}\cdot 9.4\cdot 13.36}{1-\hat{\rho}^2_{t_4,t_5}}\right)$$ 이므로,

$\hat{\rho}_{t_4,t_5}$의 값을 구해야 한다.

2. $\bar{Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i = P(Y_i=1),\ P(Y_i=0)=1-\bar{Y}$.

$\hat{g}_0 = P(Y_i=0, \hat{Y}_i<0.5)$
$\hat{g}_1 = P(Y_i=1, \hat{Y}_i>0.5)$ 에서

$$\hat{p} = \frac{1}{n}\left\{\underbrace{nP(Y_i=0)}_{\#\text{ of } Y_i=0}\cdot\hat{g}_0 + \underbrace{nP(Y_i=1)}_{\#\text{ of } Y_i=1}\cdot\hat{g}_1\right\}$$

$$= P(Y_i=0)\hat{g}_0+P(Y_i=1)\hat{g}_1$$

$$= \hat{g}_0(1-\bar{Y})+\hat{g}_1\bar{Y}$$