Derivadas

29. oct. 2025

1. nx^{n-1}
2. knx^{n-1}
3. $UV = U\frac{dV}{dx} - V\frac{dU}{dx}$
4. $\frac{U}{V} = \frac{V\,dU}{dx} - \frac{U\,dU}{dx}$ / V^2

nx^{n-1}

$f(x) = x^3$
$f(x) = 3x^2$
$f(x) = x^{\pi}$
$f'(x) = \pi x^{\pi-1}$

$f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$
$f(x) = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$

$f(x) = \sqrt[5]{x^4} = x^{4/5}$
$f'(x) = \frac{4}{5}x^{\frac{4}{5}-1} = \frac{4}{5}x^{-\frac{1}{5}}$

knx^{n-1}

$f(x) = 3x^2$
$3(2)x^{2-1} = 6x$

$f(x) = 3x^{\pi}$
$f(x) = 3\pi x^{\pi-1}$

$f(x) = 3\sqrt[2]{x^1} = 3x^{\frac{1}{2}}$
$f'(x) = 3(\frac{1}{2})x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{3}{2}x^{\frac{-1}{2}}$

$f(x) = \sqrt{5}\sqrt[3]{x^2} = \sqrt{5}x^{\frac{2}{3}}$
$f'(x) = \frac{2}{3}\sqrt{5}x^{\frac{2}{3}-1} = \frac{2}{3}\sqrt{5}x^{\frac{-1}{3}}$

- Cualquier número elevado a 0 vale 1 = $x^0 = 1$, $5^0 = 1$, $23^0 = 1$

$f(x) = x^6$
$f'(x) = 6x^5$

Derivada

30 . oct . 2025

$$\frac{u}{v} = \frac{u\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{v^2}$$

$$u \cdot v = u\frac{du}{dx} + u\frac{dv}{dx}$$

$$f(x) = \frac{(3x^2+5x+2)}{(x^2+5)} \quad \begin{matrix} u \\ v \end{matrix}$$

$u = 3x^2 + 5x + 2 \qquad \frac{du}{dx} = 6x + 5$

$v = x^2 + 5 \qquad \frac{du}{dx} = 2x$

$$\frac{(x^2+5x)(6x+5) - (3x^2+5x+2)(2x)}{(x^2+5)^2}$$

$$\frac{(6x^3+5x^2+30x+25) - (6x^3+10x^2+4x)}{x^4+10x^2+25}$$

$$\frac{6x^3+5x^2+30x+25-6x^3-10x^2-4x}{x^4+10x^2+25}$$

$$\frac{-5x^2+26x+25}{x^4+10x^2+25}$$

$$\frac{u\frac{dv}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{dx}$$

$u = 9x^2 + 5 \qquad \frac{du}{dx} = 18x$

$v = x^2 + 3 \qquad \frac{du}{dx} = 2x$

$$\frac{(x^2+3)(18x) - (9x^2+5)(2x)}{(x^2+3)^2}$$

$$\frac{(18x^3+54x) - (18x^3+10x)}{x^4+6x^2+9}$$

$$\frac{18x^3+54x-18x^3-10x}{x^4+6x^2+9}$$

$$\frac{44x}{x^4+6x^2+9}$$

Derivados

30 . oct . 2025

$$\frac{u\frac{dv}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{dx}$$

1. $f(x) = \frac{(9x^3+6x^2+3x+2)}{(x^2+1)}$

$u = (9x^3+6x^3+3x+2) \qquad \frac{du}{dx} = 27x^2+12x+3$

$v = (x^2+1) \qquad \frac{dv}{dx} = 2x$

$27x^2 + 12x + 3$

$x^2 + 1$

$2x + 12x + 3x$

$(2x)^3 + 3x^2$

$27x^3 + 27x^3 + 30x^2 + 12x + 3$

$$\frac{(x^2+1)(27x^2+12x+3x) - (9x^3+6x^2+3x+2)(2x)}{(x^2+1)^2}$$

$$\frac{(27x^4+39x^3+15x^2+3x) - (18x^4+12x^3+6x^2+4x)}{(x^4+6x^2+9)}$$

$$\frac{27x^4+39x^3+15x^2+3x-18x^4-12x^3-6x^2-4x}{x^4+6x^2+9}$$

$$\frac{39x^3+24x^2+12x^3+6x^2+7x}{x^4+6x^2+9}$$

22 - oct. 2025

LIMITE EVITABLES

Operaciones

Lim $2x \to 2(2) = 4$ //
$x - 72$

Lim $3x^2 \to 3(3)^2 = 27$ //
$x - 23$

Lim $3x^2 + 5 \to 3(4)2 + 5 = 53$ //
$x - 74$

Lim $3x^2 + 2x^2 + 16 + 10$
$x - 22$ $3(2)^3 + 2(2)^2 + 16(2) + 10$
$3 \cdot 8 + 2 \cdot 4 + 32 + 20$
$24 + 8 + 32 + 20 = 74$ //

Lim $(3x^2 + 3x^3 + 76x + 3)(5x^3 + 16x)$
$(3(1)^2 + 3(1)^3 + 16(1) + 3)(5(1) + 16(1))$
$(3 \cdot 7 + 3 \cdot 1 + 16 + 3)(5 \cdot 1 + 16)$
$(3 + 3 + 1.6 + 3)(5 + 16$
$(25)(21) = 5250$

EJERCICIOS

1. Lim $5x \to 5(2) = 10$ //
$x - 22$

2. Lim $5x^3 + 10x^2 + 10 \to 5(6)^3 + 10(6)^2 + 10 = 0 + 0 + 10 = 10$ //

3. Lim $79x^2 + 10 \to 19(3)^2 + 10 = 19(9) + 10 = 171 + 10 = 181$ //

4. Lim $3x^3 + 26x^2 + 3x - 36 \to 3(4)^3 + 16(4)^2 + 3(4) - 36 =$
$3(64) + 16(16) + 12 - 36 =$
$192 + 256 + 12 - 36 =$
$460 - 36 = 424$ //

5. Lim $9x^3 + 8x^2 + 4x + 3 \to$ Lim $12x^2 + 4x + 3$
$3 + (2)^2 + 4(2) + 3 = 12(9) + 8 + 3$
$= 68 + 8 + 3 = 99$

6. Lim $(8x^2 + 16x^2 + 4x + 3)(4x^2 + 3x + 2)$
Lim $(x \to 2)(4x^2 + 4x + 3)(4x^2 + 3x + 2)$
$(4(2)^2 + 4(2) + 3)(4(2)^2 + 3(2) + 2) =$
$(24(2) + 8 + 3)(4(4) + 6 + 2) = (96 + 8 + 3)$
$(16 + 6 + 2) = (107)(24) = 2568$ //

7. Lim $\frac{\sqrt{3x^2 + 16x^3 + 3x^2 + 2}}{\sqrt{3x^3 + 19x + 2}}$
Lim $\frac{\sqrt{16x^3 + 8x^2 + 2}}{\sqrt{3x^3 + 19x + 2}}$
$\frac{\sqrt{16(3)^3 + 8(3)^2 + 2}}{\sqrt{3(3)^3 + 29(3) + 2}} =$
$\frac{\sqrt{16(27) + 8(9) + 2}}{\sqrt{3(27) + 42 + 2}} =$
$\frac{\sqrt{432 + 72 + 2}}{\sqrt{81 + 44 + 2}} =$
$\frac{\sqrt{506}}{\sqrt{125}} = \sqrt{500.725} = \sqrt{632.50} =$
$25.2 \cdot 9955$ //

EJERCICIOS

12. oct. 2025

$f(x) = x^3 + 2$

$f'(x) = 3x^2$

$f''(x) = 6x$

$6x = 0$

$x = 0$

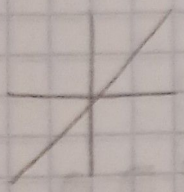
$f(0) = (0)^3 + 2 = 2 \quad (0, 2)$

$f''(x) = 6x$

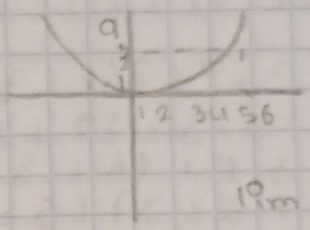
$x < 0, f''(x) < 0$ ∩

$x > 0, f''(x) > 0$ ∪

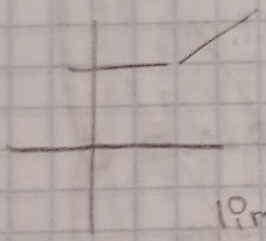
LIMITES



$\lim_{x \to 4} f(x) = 5$

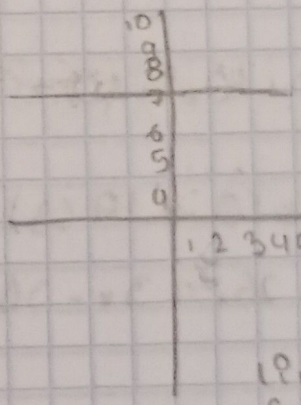


$\lim_{x \to 5} f(x) = 8$



$\lim_{x \to 3} f(x) = 4$

$\lim_{x \to 3} f(x) = 4$



$\lim_{x \to 4} f(x) = 3$

Ejercicios 17. octubre. 2025

- $f(x) = -x^3 + 6x^2 + 4$

$f'(x) = 3x^2 + 12x$

$f''(x) = 6x + 12$

$6x + 12 = 0$

$6x = 0 + 12$

$x = 12/6 = 2$

$x = 2$

$f'(x) = 6x + 12$

$f'(-3) = 6(-3) + 12 = -6$ ∴ abajo

$f'(1) = 6(1) + 12 = 18$ ∴ arriba

$f(2) = (-2)^3 + 6(2)^2 + 4$

$= (-6) + 6(4) + 4$

$= -6 + 24 + 4 = 22$

x	y
-2	22
-3	1

- $f(x) = -4x^3 + 4x^2 + 1$

$f'(x) = \frac{d}{dx}(-4x^3) + \frac{d}{dx}(4x^2) + \frac{d}{dx}(1)$

$f'(x) = -4(3x^{3-1}) + 4(2x^{2-1}) + 0$

$f'(x) = -12x^2 + 8x$

$f'(x) = -12x^2 + 8x$

$f''(x) = \frac{d}{dx}(-12x^2) + \frac{d}{dx}(8x)$

$f''(x) = -12(2x^{2-1}) + 8(1x^{1-1})$

$f''(x) = 24x + 8$

$f''(x) = 0$

$-24x + 8 = 0$

$-24x = -8$

$x = \frac{-8}{-24}$

$x = \frac{1}{3}$

1 $(-\infty, \frac{1}{3})$

2 $(\frac{1}{3}, \infty)$

$f''(0) = -24(0) + 8 = 8$

$f''(1) = -24(1) + 8 = -24 + 8 = -16$

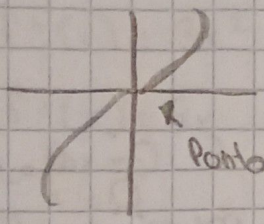
CONCAVIDAD

13 octubre 2025

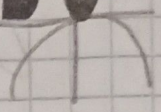
REVISADO
20 OCT. 2025

$f(x) = 3x^3 + 3y^2 + 2x +$

$ax^3 + bx^2 + cx + d$

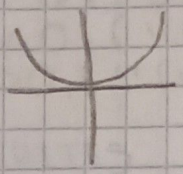


Puntos de inflexión



+ concavo hacia abajo

$F''(x) = -$ ☹



concavo hacia arriba

$F''(x) = +$ ☺

$f(x) = x^3 + 6x^2 + 5$

$f'(x) = 3x^2 + 12x$

$f''(x) = 6x + 12$

$6x + 12 = 0$

$6x = 0 - 12$

$x = -12/6 = -2$

$x = -2$

$f(-2) = (-2)^3 + 6(-2)^2 + 5$

$= -8 + 24 + 5 = 21$

x	y
-2	21

-3 1 ✗ P. inflexión

$f'(x) = 6x + 12$

$f''(-3) = 6(-3) + 12 = -6$ - ☹ c. abajo

$f''(1) = 6(1) + 12 = 18$ + ☺ c. arriba

$f(x) = 2x^3 + 12x^2 + 3$

$f'(x) = 6x^2 + 24x$

$f(x) = 12x + 24$

LIMITES

16 . octubre . 2025

(TAREA)

. Los límites estudian a que valor se aproxima una función cuando la variable se acerca a un punto aunque la función no esté definido allí. se escribe:

$$\lim_{x \to a} f(x) = L$$

. Tipos de Límites:

. Finito:

$$\lim_{x \to 3} (2x + 1) = 7$$

. Al infinito:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{1}{x} = 0$$

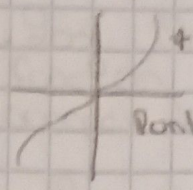
. Laterales por la izquierda ($x \to a^-$) o derecha ($x \to a^+$)

Ejemplo: $\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = 2$

. Conclusión: Los límites permiten entender el comportamiento de los funciones y son la base del calculo, derivadas e integrales.

Puntos de inflexión

16 · octubre · 2025



$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $f(x) = 8x^3 + 3x^2 + 10$

$f(x) = 7x^3 + 6x^2 + 3x + 10$

1 $f'(x) = 24x^2 + 6x$

2 $f'(x) = 48x + 6$

3 $48x + 6 = 0$

4 $48x = -6$

5 $x = \frac{-6}{48} = \frac{-3}{24} = \frac{-1}{8}$

6 $x = \frac{-1}{8}$

7 $f\left(\frac{-1}{8}\right) = 8\left(\frac{-1}{8}\right)^3 + 3\left(\frac{-1}{8}\right)^2 + 10$

8 $10 = 8\left(\frac{-1}{512}\right) + 3\left(\frac{1}{64}\right) + 10$

9 $= \frac{321}{32}$

x	y
$\frac{-1}{8}$	$\frac{321}{32}$

$f''(x) = +$ ∪ cóncavo arriba

$f''(x) = -$ ∩ cóncavo abajo

$-1 \times x_1$

$f'(-1) = 48(-1) + 6 = -42$ ⊖

$f'(1) = 48(1) + 6 = -54$

1 $f(x) = x^3 + 6x^2 + 3$

$f'(x) = 3x^2 + 12x$

$f''(x) = 6x + 12$

$6x + 12 = 0$

$x = \frac{-12}{6} = -2$

$x = -2$

2 $f(-2) = (-2)^3 + 6(-2)^2 + 3$

$f(-2) = -8 + 24 + 3 = 19$

x	y
-2	19
-3	1

3 $f''(-3) = 6(-3) + 12 = -6$ ⊖ ∩

$f''(+1) = 6(1) + 12 = 18$ ⊕ ∪

TAREA

10.10.25

$f(x) = 3x^2 + 1 \qquad g(x) = \frac{1}{3}x + 3$

$f(x) \div g(x) = 3x^2 + 1 \div \frac{1}{3}x + 3$

$\frac{3x^2 + 1}{\frac{1}{3}x + 3} - \frac{3}{3} = \frac{3(3x^2 + 1)}{x + 9} = \frac{9x^2 + 3}{x + 9}$

Elemento del cociente

$f(x) = \frac{6x^2 + 1}{3x + 2} \qquad g(x) = \frac{3x^3 + 3}{x^3 + 2}$

$f(x) \cdot g(x) = \frac{6x^2 + 1}{3x + 2} \cdot \frac{3x^3 + 2}{x^3 + 2} = \frac{(6x^2 + 1) \cdot (3x^3 + 3)}{(3x + 2) \cdot (x^3 + 2)}$

$= \frac{18x^5 + 18x^2 + 3x^3 + 3}{3x^4 + 6x + 4 + 2x^3}$

$= \frac{18x^5 + 18x^2 + 3x^3 + 3}{3x^4 + 2^3 + 6x + 4}$

$f(x) = \frac{5x^2 + 1}{x + 2} \qquad g(x) = \frac{6x^2 + 3}{5x}$

$f(x) \cdot g(x) = \frac{5x^2 + 1}{x + 2} \cdot \frac{6x^2 + 3}{5x} = \frac{(5x^2 + 1)}{(x + 2)} \cdot \frac{(6x^2 + 3)}{(5x)}$

$= \frac{30x^4 + 15x^2 + 6x^2 + 3}{5x^2 + 10x}$

$= \frac{30x^4 + 21x^2 + 3}{5x^2 + 10x}$

Operaciones con fonciones

10. Octubre. 2025

Resta =

$f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}}$ $\quad g(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}}$

$f(x) = 3x^3 + 3x^2 + 2$ $\quad g(x) = 3x^3 + 2x^2 + \frac{1}{3}$

$f(x) = \frac{x^2}{x+1}$ $\quad g(x) = \frac{5x^2+1}{x}$

Multiplicación

$f(x) = \frac{6x^2+1}{3x+2}$ $\quad g(x) = \frac{3x^3+3}{x^3+2}$

$f(x) = \frac{5x^2+1}{x+2}$ $\quad g(x) = \frac{6x^2+2}{5x}$

División

$f(x) = 3x^2 + 1$ $\quad g(x)\ \frac{1}{3}x + 3$

SUMA Y RESTA DE FUNCIONES. (TAREA)

08. OCTUBRE. 2025

- Es una operación donde se combinan dos funciones sumando o restando sus valores para cada mismo valor de x.

- Suma de funciones:

$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$

- Se suman los resultados de ambas funciones

- Resta de funciones:

$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$

- Se resta el resultado de una función a la otra.

- Ejemplos:

Sea

$f(x) = 2x+3$ y $g(x) = x-1$

- Suma

$(f+g)(x) = (2x+3) + (x-1) = 3x+2$

- Resta

$(f-g)(x) = (2x+3) - (x-1) = x+4$

RESUMEN

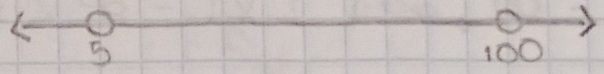
- Se suman o se restan los términos semejantes de ambas funciones.

INTERVALOS

08. OCTUBRE . 2025

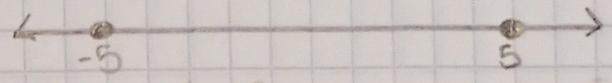
1. Todos los números mayores a 5 y menores a 100 (abierto)

$(5, 100)$ $\{x \mid 5 < x < 100\}$



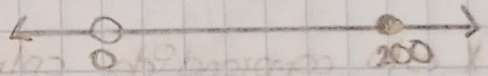
2. Todos los números mayores o iguales a -5 y menores o iguales a 5. (cerrado)

$[-5, 5]$ $\{x \mid -5 \leq x \leq 5\}$



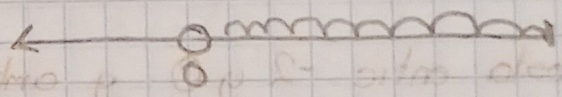
3. Todos los números mayores a 0 o menores o iguales a 200. (semiabierto)

$(0, 200]$ $\{x \mid 0 < x \leq 200\}$



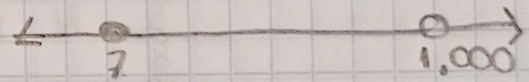
4. Todos los números positivos

$(0, \infty)$ $\{x \mid 0 < x < \infty\}$



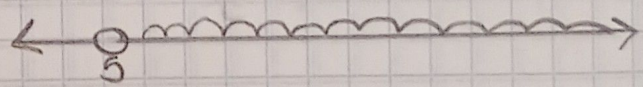
5. Todos los números mayor o iguales a 7 o menores a 1,000.

$[7, 1{,}000)$ $\{x \mid 7 \leq x > 1{,}000\}$



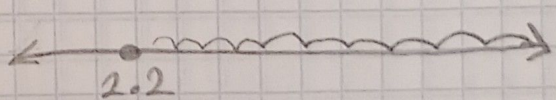
6. Todos los números mayores a 5.

$(5, \infty)$ $\{x \mid 5 < x \infty\}$



7. Todos los números mayores o iguales a $\sqrt{5}$

$[2.2, \infty)$ $\{x \mid 2.2 \leq x < \infty$



8. Todos los números menores o iguales -3/4

$[-0.75, -\infty)$ $\{x \mid -\infty \leq x \leq -0.75$