

# Long-term Time Series Forecasting based on Decomposition and Neural Ordinary Differential Equations

<https://arxiv.org/pdf/2311.04522>

## 0. Introduction

- 장기 시계열 예측(LTSF)은 금융, 에너지, 교통, 날씨 등 다양한 분야에서 핵심 문제임.
- 기존 Transformer 기반 모델은 장기 종속성을 포착할 수 있으나 시간 정보 손실과 높은 오류 상한 때문에 한계가 있음.
- Linear 기반 모델은 단순하지만 데이터 특성을 충분히 반영하지 못함.
- 시계열 분해(Time Series Decomposition)와 Neural ODE 결합으로 장기 예측 문제를 해결하는 LTSF-DNODE를 제안함.

## 1. Overview

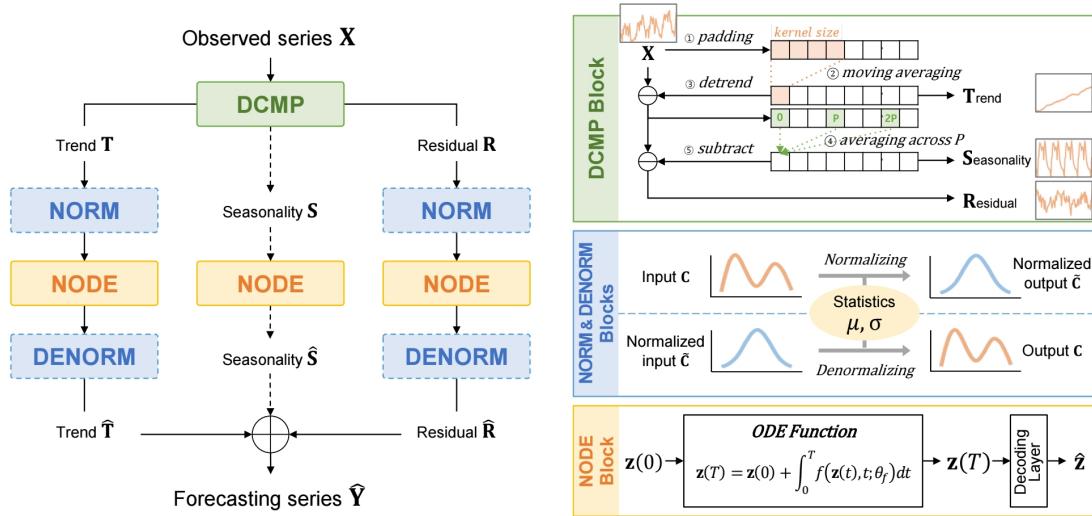
- 분해 + Neural ODE를 통한 장기 예측
- 모델 구조:
  - 입력 시계열 → trend, seasonality, residual 분해
  - 각 성분을 Neural ODE로 학습 → 최종 합성 후 예측
- Transformer 대비 정보 손실 최소화, 장기 예측 안정성 확보

## 2. Challenges

- Transformer 기반 LTSF : 시간 정보 손실 및 복잡한 구조 문제
- Linear 모델 : 단순성으로 인한 데이터 특성 미반영

- 장기 예측 : 오차 누적 문제 발생
- Neural ODE 학습 : solver step size, regularization, 학습 시간 문제 존재

### 3. Method



- 시계열 분해: trend, seasonality, residual 구성 (STL 등 활용)
- Neural ODE 학습:
  - 시간 연속성을 반영한 모델
  - Euler, RK4, Dormand-Prince 등 다양한 ODE solver 사용
  - Jacobian 및 kinetic regularization 적용으로 안정화
- 학습 과정: 각 성분 NODE 학습 후 합성 → 최종 예측
- 하이퍼파라미터: solver step size, regularization weight 등

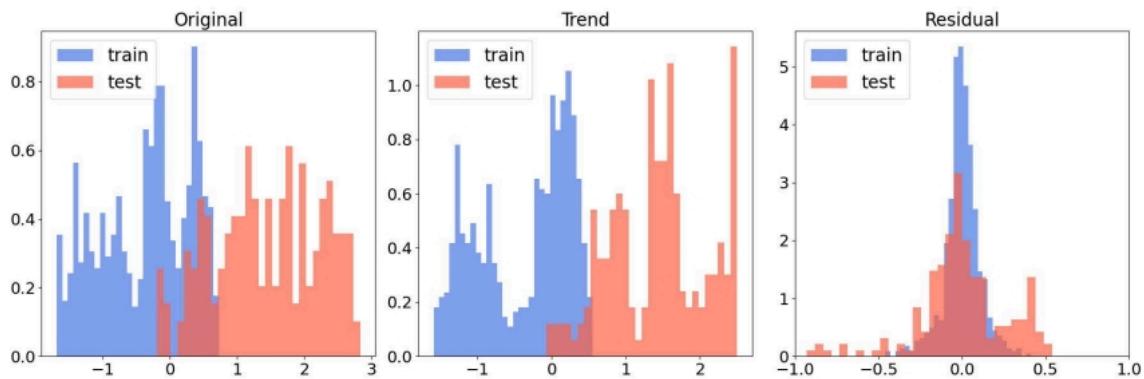
### 4. Experiments

Datasets	Forecasting horizon	LTSF-DNODE		NLinear		DLinear		FEDformer		Autoformer		Informer		Pyraformer		LogTrans	
		MSE	MAE	MSE	MAE	MSE	MAE	MSE	MAE	MSE	MAE	MSE	MAE	MSE	MAE	MSE	MAE
Electricity	96	<b>0.140</b>	<b>0.237</b>	0.141	<b>0.237</b>	<b>0.140</b>	<b>0.237</b>	0.193	0.308	0.201	0.317	0.274	0.368	0.386	0.449	0.258	0.357
	192	<b>0.153</b>	0.249	0.154	<b>0.248</b>	<b>0.153</b>	0.249	0.201	0.315	0.222	0.334	0.296	0.386	0.386	0.443	0.266	0.368
	336	<b>0.168</b>	0.267	0.171	<b>0.265</b>	0.169	0.267	0.214	0.329	0.231	0.338	0.300	0.394	0.378	0.443	0.280	0.380
	720	<b>0.203</b>	0.300	0.210	<b>0.297</b>	<b>0.203</b>	0.301	0.246	0.355	0.254	0.361	0.373	0.439	0.376	0.445	0.283	0.376
Exchange	96	<b>0.078</b>	<b>0.200</b>	0.089	0.208	0.081	0.203	0.148	0.278	0.197	0.323	0.847	0.752	0.376	1.105	0.968	0.812
	192	<b>0.155</b>	<b>0.292</b>	0.180	0.300	0.157	0.293	0.271	0.380	0.300	0.369	1.204	0.895	1.748	1.151	1.040	0.851
	336	<b>0.259</b>	<b>0.388</b>	0.331	0.415	0.305	0.414	0.460	0.500	0.509	0.524	1.672	1.036	1.874	1.172	1.659	1.081
	720	<b>0.606</b>	<b>0.591</b>	1.033	0.780	0.643	0.601	1.195	0.841	1.447	0.941	2.478	1.310	1.943	1.206	1.941	1.127
Weather	96	<b>0.174</b>	0.234	0.182	<b>0.232</b>	0.176	0.237	0.217	0.296	0.266	0.336	0.300	0.384	0.896	0.556	0.458	0.490
	192	<b>0.215</b>	0.272	0.225	<b>0.269</b>	0.220	0.282	0.276	0.336	0.307	0.367	0.598	0.544	0.622	0.624	0.658	0.589
	336	<b>0.262</b>	0.311	0.271	<b>0.301</b>	0.265	0.319	0.339	0.380	0.359	0.395	0.578	0.523	0.739	0.753	0.797	0.652
	720	<b>0.323</b>	0.362	0.338	<b>0.348</b>	<b>0.323</b>	0.362	0.403	0.428	0.419	0.428	1.059	0.741	1.004	0.934	0.869	0.675
ILI	24	<b>1.626</b>	<b>0.848</b>	1.683	0.858	2.215	1.081	3.228	1.260	3.483	1.287	5.764	1.677	1.420	2.012	4.480	1.444
	36	<b>1.589</b>	<b>0.845</b>	1.703	0.859	1.963	0.963	2.679	1.080	3.103	1.148	4.755	1.467	7.394	2.031	4.799	1.467
	48	<b>1.566</b>	<b>0.861</b>	1.719	0.884	2.130	1.024	2.622	1.078	2.669	1.085	4.763	1.469	7.551	2.057	4.800	1.468
	60	<b>1.693</b>	<b>0.911</b>	1.819	0.917	2.368	1.096	2.857	1.157	2.770	1.125	5.264	1.564	7.662	2.100	5.278	1.560
ETTh1	96	<b>0.369</b>	<b>0.392</b>	0.374	0.394	0.375	0.399	0.376	0.419	0.449	0.459	0.865	0.713	0.664	0.612	0.878	0.740
	192	<b>0.403</b>	<b>0.411</b>	0.408	0.415	0.405	0.416	0.420	0.448	0.500	0.482	1.008	0.792	0.790	0.681	1.037	0.824
	336	<b>0.423</b>	<b>0.422</b>	0.429	0.427	0.439	0.443	0.459	0.465	0.521	0.496	1.107	0.809	0.891	0.738	1.238	0.932
	720	<b>0.425</b>	<b>0.444</b>	0.440	0.453	0.472	0.490	0.506	0.507	0.514	0.512	1.181	0.865	0.963	0.782	1.135	0.852
ETTh2	96	<b>0.272</b>	<b>0.334</b>	0.277	0.338	0.289	0.353	0.346	0.388	0.358	0.397	3.755	1.525	0.645	0.597	2.116	1.197
	192	<b>0.334</b>	<b>0.375</b>	0.344	0.381	0.383	0.418	0.429	0.439	0.456	0.452	5.602	1.931	0.788	0.683	4.315	1.635
	336	<b>0.341</b>	<b>0.390</b>	0.357	0.400	0.448	0.465	0.496	0.487	0.482	0.486	4.721	1.835	0.907	0.747	1.124	1.604
	720	<b>0.387</b>	<b>0.428</b>	0.394	0.436	0.605	0.551	0.463	0.474	0.515	0.511	3.647	1.625	0.963	0.783	3.188	1.540
ETTm1	96	<b>0.299</b>	<b>0.343</b>	0.306	0.348	<b>0.299</b>	<b>0.343</b>	0.379	0.419	0.505	0.475	0.672	0.571	0.543	0.510	0.600	0.546
	192	<b>0.334</b>	<b>0.364</b>	0.349	0.375	0.335	0.365	0.426	0.441	0.553	0.496	0.795	0.669	0.557	0.537	0.837	0.700
	336	<b>0.369</b>	<b>0.386</b>	0.375	0.388	<b>0.369</b>	<b>0.386</b>	0.445	0.459	0.621	0.537	1.212	0.871	0.754	0.655	1.124	0.832
	720	<b>0.424</b>	<b>0.419</b>	0.433	0.422	0.425	0.421	0.543	0.490	0.671	0.561	1.166	0.823	0.908	0.724	1.153	0.820
ETTm2	96	<b>0.163</b>	<b>0.253</b>	0.167	0.255	0.167	0.260	0.203	0.287	0.255	0.339	0.365	0.453	0.435	0.507	0.768	0.642
	192	<b>0.217</b>	<b>0.291</b>	0.221	0.293	0.224	0.303	0.269	0.328	0.281	0.340	0.533	0.563	0.730	0.673	0.989	0.757
	336	<b>0.270</b>	<b>0.325</b>	0.274	0.327	0.281	0.342	0.325	0.366	0.339	0.372	1.363	0.887	1.201	0.845	1.334	0.872
	720	<b>0.359</b>	<b>0.381</b>	0.368	0.384	0.397	0.421	0.421	0.415	0.433	0.432	3.379	1.338	3.625	1.451	3.048	1.328

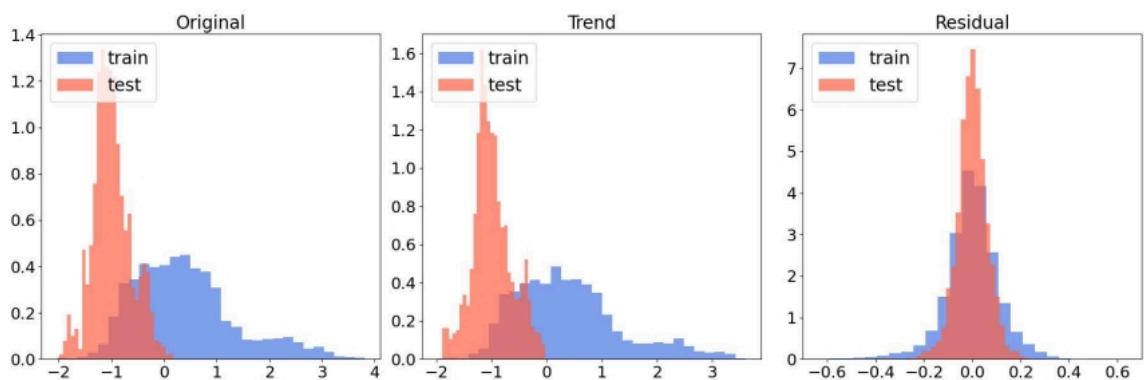
- 데이터셋: 금융, 에너지 등 실제 장기 시계열
- 실험 설계:
  - LTSF-DNODE vs. Transformer, Linear, RNN 모델 비교
  - 평가 지표 : MAE, MSE 등
- Ablation Study : NODE, 분해 기법, regularization 유무 비교

## 5. Results

Datasets	Electricity	Exchange	Weather	ILI	ETTh1	ETTh2	ETTm1	ETTm2
Features	321	8	21	7	7	7	7	7
Timesteps	26,304	7,588	52,696	966	17,420	17,420	69,680	69,680
Granularity	1hour	1day	10min	1week	1hour	1hour	15min	15min
Forecastability	0.126	0.159	0.141	0.173	0.148	0.156	0.142	0.144
Trend	$-4.00 \times 10^{-6}$	$1.84 \times 10^{-4}$	$4.00 \times 10^{-6}$	$1.46 \times 10^{-3}$	$-1.90 \times 10^{-5}$	$-7.90 \times 10^{-5}$	$-5.40 \times 10^{-5}$	$-2.00 \times 10^{-4}$
Kernel size	25	10	10	25	10	25	50	25
Period	24	7	6	52	48	24	7	7
Seasonality	98.70%	11.25%	52.38%	22.22%	97.02%	93.45%	94.20%	80.21%
Stationarity	100.00%	100.00%	99.87%	96.83%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%



(a) ILI OT feature



(b) ETTh1 OT feature

Models	Metrics	Exchange (96)	ILI (24)	ETTh1 (336)	ETTh2 (336)	ETTm2 (720)	Models	Metrics	Exchange (96)	ILI (24)	ETTh1 (336)	ETTh2 (336)	ETTm2 (720)
w/o. DCMP	MSE	0.088	1.662	0.429	0.342	0.366	FTLinear	MSE	0.087	1.978	0.442	0.410	0.409
	MAE	0.206	<b>0.844</b>	0.427	0.392	0.382		MAE	0.215	0.983	0.443	0.436	0.426
w/o. NORM	MSE	0.082	1.708	0.433	0.399	0.401	WTLlinear	MSE	0.086	<b>1.948</b>	0.438	<b>0.408</b>	0.414
	MAE	0.205	0.894	0.434	0.437	0.423		MAE	0.213	<b>0.969</b>	0.439	<b>0.435</b>	0.429
w/o. NODE	MSE	0.082	<b>1.620</b>	0.426	0.360	0.365	TSRLinear	MSE	<b>0.079</b>	1.981	<b>0.437</b>	0.422	<b>0.385</b>
	MAE	0.205	0.893	0.424	0.400	0.383		MAE	<b>0.201</b>	0.979	<b>0.438</b>	0.444	<b>0.409</b>
LTSF-DNODE	MSE	<b>0.078</b>	1.626	<b>0.423</b>	<b>0.341</b>	<b>0.359</b>							
	MAE	<b>0.200</b>	0.848	<b>0.422</b>	<b>0.390</b>	<b>0.381</b>							

- LTSF-DNODE가 모든 데이터셋에서 baselines 대비 성능 우수
- Neural ODE 기반 시간 연속 모델로 장기 예측 안정성 개선
- 시계열 분해 후 학습이 없는 경우보다 예측 성능 향상
- Regularization 적용 시 학습 안정성과 효율 개선

## 6. Insight

- Neural ODE + 분해 기반 접근은 장기 시계열 예측에서 효과적

- Transformer 대비 단순하지만 데이터 특성을 충분히 반영 가능
- 실무적 적용 : 금융, 에너지, 교통 등 다양한 LTSF 문제에 적합
- 향후 연구 : 다양한 ODE solver 및 regularization 최적화, 다변량 시계열 확장 가능