

# Télécommunication - Compte-Rendu de Projet Impact d'un canal de propagation sélectif en fréquence et méthodes d'égalisation

Yessine JMAL et Priscilia GONTHIER Groupe M

Département Sciences du Numérique - Première année 2021-2022

## Table des matières

Intr	roduction	3
Imp 2.1 2.2	Dact d'un canal de propagation multitrajets  Etude théorique	<b>3</b> 3 8
Ega	disation ZFE	10
Ega	disation MMSE	12
Cor	nclusion	13
able	e des figures	
1 2 3 4 5 6 7 8	Décomposition du signal bit par bit afin de déterminer le signal en réception Signal en sortie du filtre de réception pour l'envoi de 011001	3 4 5 8 8 9 9
9 10 11 12 13 14 15	deux	10 10 11 11 12 12 13
	Imp 2.1 2.2 Ega Cor able 1 2 3 4 5 6 7 8	Egalisation ZFE  Egalisation MMSE  Conclusion  able des figures  1 Décomposition du signal bit par bit afin de déterminer le signal en réception 2 Signal en sortie du filtre de réception pour l'envoi de 011001 3 Diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception 4 signal recu après émission de la suite binaire 011001 5 constellation 6 TEB en fonction du SNR 7 TEB en fonction du SNR sans et avec canal 8 Réponse en fréquence du canal de propagation, de l'égaliseur ZFE et le produit des deux 9 Réponse globale sans égalisation 10 Réponse globale avec égalisation 11 Constellation avec égalisation 12 TEB en fonction du rapport signal sur bruit avec et sans égalisation 13 Réponse globale de la chaine avec l'égaliseur MMSE 14 Constellation avec égalisation MMSE

### 1 Introduction

L'objectif du travail présenté dans ce rapport était d'étudier la transmission sur fréquence porteuse. Nous avons tout d'abord implanté, en utilisant la modulation Qpsk, la chaine sur fréquence porteuse, avant d'implanter la chaine équivalente afin de les comparer. Puis nous avons comparé différents mappings en utilisant la chaine équivalente.

### 2 Impact d'un canal de propagation multitrajets

### 2.1 Etude théorique

#### Question 1:

On trouve:

$$y_e(t) = \alpha_0 x_e(t + \tau_0) + \alpha_1 x_e(t + \tau_1) \tag{1}$$

#### Question 2:

$$\begin{array}{rcl} y_e(t) & = & \alpha_0 x_e(t-\tau_0) + \alpha_1 x_e(t-\tau_1) \\ & = & \alpha_0 \delta(t-\tau_0) * x_e(t) + \alpha_1 \delta(t-\tau_1) * x_e(t) \\ y_e(t) & = & (\alpha_0 \delta(t-\tau_0) + \alpha_1 \delta(t-\tau_1)) * x_e(t) \end{array}$$

Comme nous avons  $y_e(t) = h_c(t) * x_e(t)$ , on obtient par identification :

$$h_c(t) = \alpha_0 \delta(t - \tau_0) + \alpha_1 \delta(t - \tau_1) \tag{2}$$

#### Question 3:

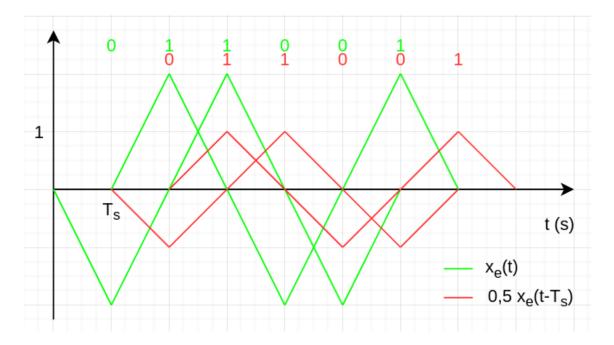


FIGURE 1 – Décomposition du signal bit par bit afin de déterminer le signal en réception

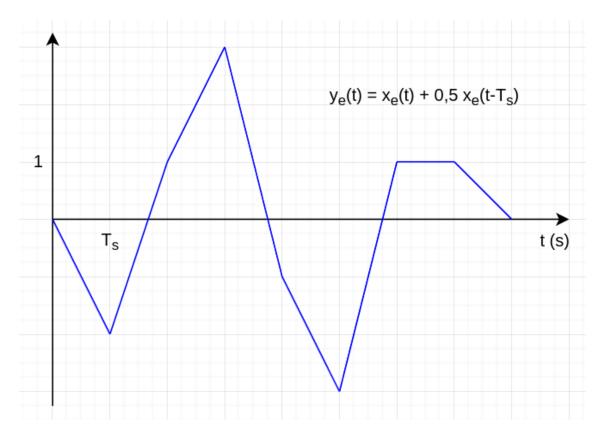


FIGURE 2 – Signal en sortie du filtre de réception pour l'envoi de  $011001\,$ 

### Question 4:

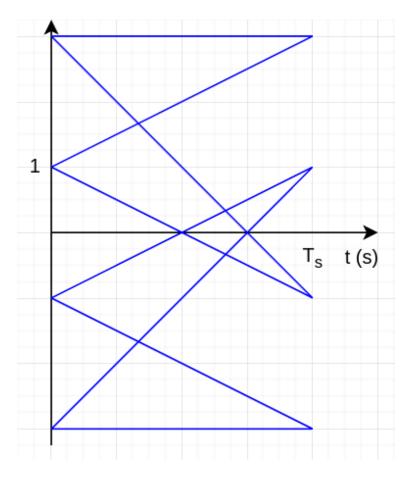


FIGURE 3 – Diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception

On ne peut pas respecter le critère de Nyquist.

### Question 5:

Nous avons  $z(t+mT_s) \in \{-\frac{3}{2}T_s, -\frac{1}{2}T_s, \frac{1}{2}T_s, \frac{3}{2}T_s\}$ On définit donc un seuil égal à 0.

$$\begin{split} TEB &= P[\widehat{a_m} = 1|a_m = -1]P[a_m = -1] + P[\widehat{a_m} = -1|a_m = 1]P[a_m = 1] \\ &= \frac{1}{2}P[\widehat{a_m} = 1|z_m = -\frac{1}{2}T_s] \times P[z_m = -\frac{1}{2}T_s|a_m = -1] \\ &+ \frac{1}{2}P[\widehat{a_m} = 1|z_m = -\frac{3}{2}T_s] \times P[z_m = -\frac{3}{2}T_s|a_m = -1] \\ &+ \frac{1}{2}P[\widehat{a_m} = -1|z_m = \frac{1}{2}T_s] \times P[z_m = \frac{1}{2}T_s|a_m = 1] \\ &+ \frac{1}{2}P[\widehat{a_m} = -1|z_m = \frac{3}{2}T_s] \times P[z_m = \frac{3}{2}T_s|a_m = 1] \\ &= \frac{1}{2}\left[Q\left(\frac{T_s}{2\sigma_w}\right) + Q\left(\frac{3T_s}{2\sigma_w}\right)\right] \\ &= \frac{1}{2}\left[Q\left(\frac{T_s}{2\sigma_w}\right) + Q\left(\frac{3T_s}{2\sigma_w}\right)\right] \end{split}$$

On a donc

$$TEB = \frac{1}{2} \left[ Q \left( \frac{T_s}{2\sigma_w} \right) + Q \left( \frac{3T_s}{2\sigma_w} \right) \right] \tag{3}$$

#### Question 6:

$$\begin{split} \sigma_w^2 &= \int_{\mathbb{R}} S_w(f) df \\ &= \int_{\mathbb{R}} S_n(f) |H_r(f)|^2 df \text{ (Wiener-Lee)} \\ &= N_0 \int_{\mathbb{R}} |H_r(f)|^2 df \\ &= N_0 \int_{\mathbb{R}} |h_r(t)|^2 dt \text{ (Parseval)} \\ \sigma_w^2 &= N_0 T_s \end{split}$$

Nous obtenons donc une puissance du bruit en sortie de du filtre de réception de

$$\sigma_w^2 = N_0 T_s \tag{4}$$

#### Question 7:

On a la réponse impulsionnelle avant le récepteur de

$$\begin{array}{rcl} h_e(t) & = & h(t) * h_c(t) \\ & = & \alpha_0 \Pi_{T_s}(t - \tau_0) + \alpha_1 \Pi_{T_s}(t - \tau_1) \\ h_e(t) & = & \Pi_{T_s}(t) + 0, 5\Pi_{T_s}(t - T_s) \end{array}$$

On a la puissance du signal  $P_x = \int_{mathbbR} S_x(f) df$  avec  $S_x(f) = \frac{\sigma_a^2}{T_s} |H_e(f)|^2$  (Car ici les symboles sont indépendants à moyenne nulle et on a  $\sigma_a^2 = 1$ ).

On peut donc calculer l'énergie

$$E_s = P_x T_s$$

$$= T_s \int_{\mathbb{R}} S_x(f) df$$

$$= T_s \int_{\mathbb{R}} \frac{1}{T_s} |H_e(f)|^2 df$$

$$= T_s \int_{\mathbb{R}} \frac{1}{T_s} |h_e(t)|^2 dt \text{ (Parseval)}$$

$$= \int_{\mathbb{R}} |h_e(t)|^2 dt$$

$$= \frac{T_s}{2}$$

$$E_s = E_b$$

Nous obtenons donc une énergie des symboles à l'entrée du récepteur de

$$E_s = E_b = \frac{T_s}{2} \tag{5}$$

#### Question 8:

On a d'après l'équations 5  $\frac{E_b}{N_0}=\frac{T_s}{2N_0},$  donc en remplaçant dans l'équation 3 on obtient

$$TEB = \frac{1}{2} \left[ Q \left( \frac{T_s}{2\sigma_w} \right) + Q \left( \frac{3T_s}{2\sigma_w} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[ Q \left( \frac{T_s}{2\sqrt{N_0 T_s}} \right) + Q \left( \frac{3T_s}{2\sqrt{N_0 T_s}} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[ Q \left( \sqrt{\frac{T_s}{4N_0}} \right) + Q \left( 3\sqrt{\frac{T_s}{4N_0}} \right) \right]$$

$$TEB = \frac{1}{2} \left[ Q \left( \sqrt{\frac{E_b}{2N_0}} \right) + Q \left( 3\sqrt{\frac{E_b}{2N_0}} \right) \right]$$

Donc la formule du TEB est

$$TEB = \frac{1}{2} \left[ Q \left( \sqrt{\frac{E_b}{2N_0}} \right) + Q \left( 3\sqrt{\frac{E_b}{2N_0}} \right) \right] \tag{6}$$

### 2.2 Implantation sous Matlab

### Question 3a:

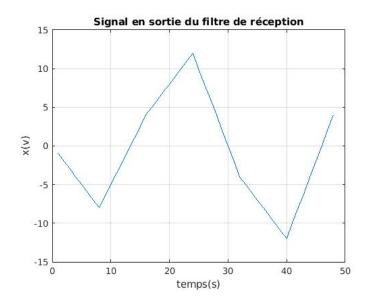


Figure 4 – signal recu après émission de la suite binaire 011001

### Question 3b :constellation

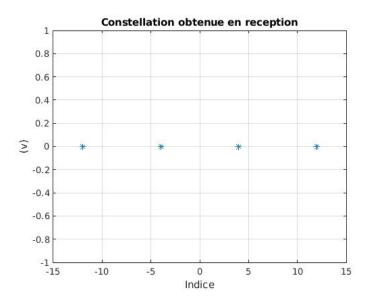


FIGURE 5 – constellation

La constellation obtenue est conforme à l'étude théorique. On obtient bien 4 valeurs possibles suite à la présence du canal.

### Question 3c :TEB

Le TEB ici est bien nul malgré la présence du canal puisqu'on a choisi un seuil=0 permettant de différencier les bits 0 des bits 1.

### Question 4a:

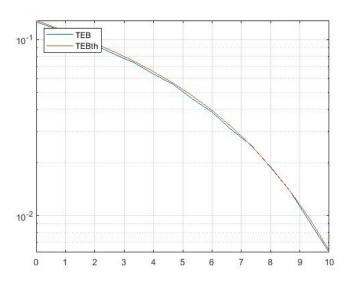


FIGURE 6 – TEB en fonction du SNR

La courbe se superpose avec la courbe théorique.

### Question 4b:

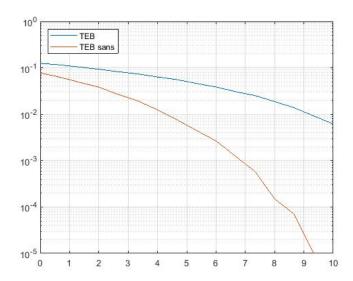


FIGURE 7 - TEB en fonction du SNR sans et avec canal

La courbe montre que la chaine sans canal est plus performante que la chaine avec le canal.

## 3 Egalisation ZFE

### Question 3.2.2:

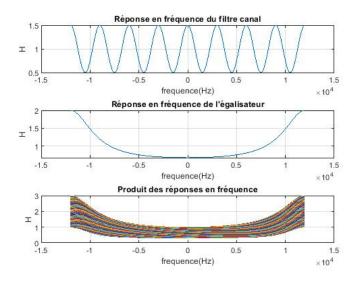


FIGURE 8 – Réponse en fréquence du canal de propagation, de l'égaliseur ZFE et le produit des deux

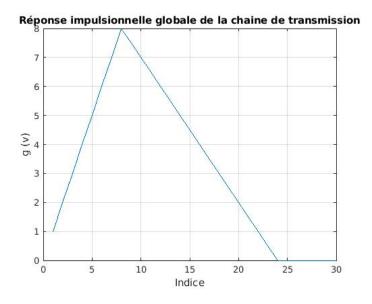


Figure 9 – Réponse globale sans égalisation

L'égaliseur élimine les 2 valeurs ajoutés à cause du canal.

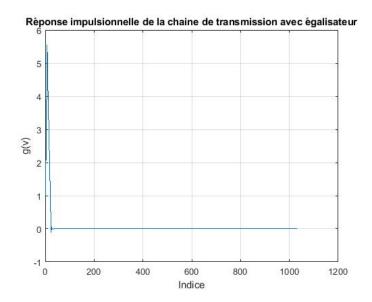


Figure 10 – Réponse globale avec égalisation

On s'apperçoit qu'avec l'égaliseur l'effet du canal a diminué.

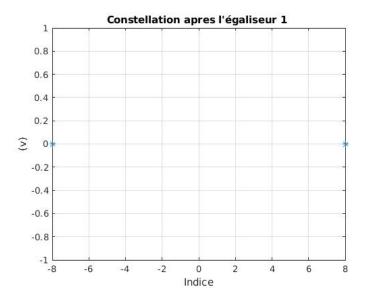


Figure 11 – Constellation avec égalisation

Le nombre de valeurs possibles est réduit à deux ce qui permet de respecter le critère de Nyquist.

### Question 3.2.2.b :ajout du bruit

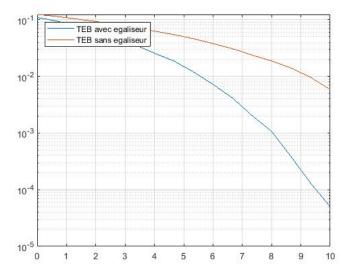


FIGURE 12 – TEB en fonction du rapport signal sur bruit avec et sans égalisation

Les résultats montrent que la chaine avec égalisation est plus performante que la chaine sans égalisation.

## 4 Egalisation MMSE

Pour cette partie, nous avons eu des difficultés pour implanter l'égaliseur, et nous n'avons pas pu expliquer les résultats obtenus.

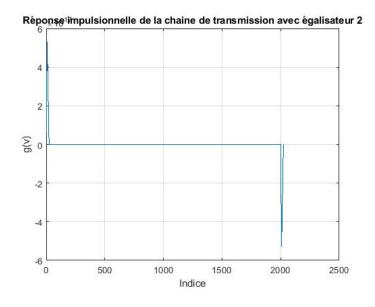


FIGURE 13 – Réponse globale de la chaine avec l'égaliseur MMSE

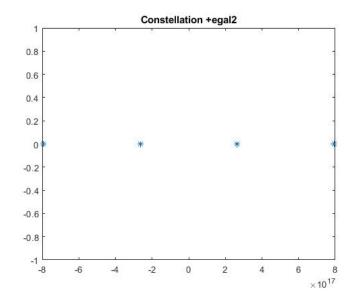


FIGURE 14 – Constellation avec égalisation MMSE

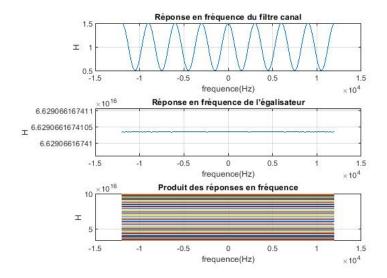


FIGURE 15 – Ra réponse en fréquence du canal de propagation, de l'égaliseur MMSE et le produit des deux

### 5 Conclusion

En étudiant l'effet du premier égaliseur, on a pu tirer l'importance de l'égalisation en présence d'un canal non sélectif en fréquence.