

Número de documento \*

[44587495](#)

## Notación Sigma, Métodos de Conteo, Matrices y Sistemas de ecuaciones

En un examen de 10 preguntas de opción múltiple, cada una tiene 3 opciones de respuesta y sólo una correcta. Problema a) ¿De cuántas formas se puede responder? Problema b) ¿De cuántas maneras se pueden responder 4 preguntas bien y dejar 6 sin responder? INDICA LA RESPUESTA CORRECTA PARA CADA PROBLEMA

|             | $4!6!$                | $3^{10}$                         | $10!/(4!6!)$                     | $10!$                 |
|-------------|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|
| Problema a) | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| Problema b) | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |

a) ¿Cuántas cadenas de 8 bits hay, que contengan exactamente dos 0? b) ¿Cuántas cadenas de 8 bits comienzan o terminan con 1? JUSTIFICA TU RESPUESTA

a) Como son 8 los lugares posibles, y yo estoy tomando de a dos a la vez sin importarme que lugares exactamente, puedo plantearlo como una combinación de 8 tomados de a 2. Tengo 8 lugares y voy tomando de a 2. Entonces planteandolo como un combinación me queda que las cadenas con exactamente dos 0 son  $8!/(6!.2!)=8.7/2=28$ .

b) Para saber cuántas cadenas de 8 bits comienzan o terminan con 1 tengo que tener en consideracion 3 casos, el caso 1, el caso 2 y el caso 3.

Caso 1: las cadenas que solo empiezan con 1. Las que son  $1 \times x \times x \times x \times 0$ , porque sino terminan con 1 si o si terminan con 0.

Caso 2: las que solo terminan con 1. Y las de la forma  $0 \times x \times x \times x \times 1$ , si no empiezan con 1 si o si comienzan con 0.

Caso 3: Considero los casos en los que ambos son 1. es decir con forma  $1 \times x \times x \times x \times 1$ .

Entonces en el lugar de las x tengo solo 2 opciones, 0 o 1, por lo tanto para el primer caso son  $2^6$  las cantidad de cadenas, para el caso 2 tambien y en el caso 3 son tambien  $2^6$  cadenas

Por lo tanto, las cadenas de 8 bits que comienzan o terminan con 1 son  $2^6 + 2^6 + 2^6 = 192$

---

La suma de los 31 primeros términos de una sucesión aritmética de diferencia  $\frac{2}{3}$  es igual a 403. HALLE EL PRIMER TÉRMINO ESCRIBIENDO TODOS LOS PASOS PARA LLEGAR A LA RESPUESTA.

La suma de los n primeros términos de una sucesión aritmética es  $(n.(a_1 + a_n))/2$ .

Reemplazando por los datos me queda que  $403 = (31.(a_1 + a_{31}))/2$ .

Para saber el valor de  $a_{31}$  parto de la definición de una sucesión aritmética

$$a_n = a_1 + (n-1).d$$

Entonces me queda que  $a_{31} = a_1 + 30. \frac{2}{3}$

$$a_{31} = a_1 + 20.$$

Ahora que tengo  $a_{31}$  reemplazo en  $403 = (31.(a_1 + a_{31}))/2$

$$403 = (31.(a_1 + (a_1 + 20)))/2$$

Despejando me queda :

$$(403.2)/31 = (a_1 + a_1 + 20)$$

$$26 = 2.a_1 + 20$$

$$6 = 2.a_1$$

$$3 = a_1.$$

El primer término vale 3.

---

Indicar la expresión correcta en notación sigma equivalente a la siguiente suma:

$$\sum_{h=1}^n \left( \frac{5}{3} \cdot 2^h + 7 \right) =$$

$$\sum_{h=1}^n \left( \frac{5}{3} \cdot 2^h \right) + 7$$

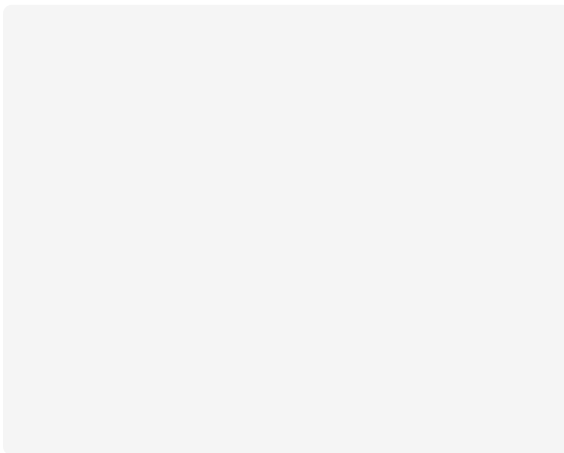
☐ Opción 1

$$\frac{5}{3} \left( \sum_{h=1}^n 2^h \right) + 7n$$

☒ Opción 2

$$2^h \left( \sum_{h=1}^n \frac{5}{3} \right) + 7n$$

☐ Opción 3



☐ Ninguna de las otras opciones

Hallar la matriz escalonada y reducida por filas equivalente con la siguiente matriz e indicar el rango. Mostrar todos los pasos para llegar a la respuesta. Resolvé el ejercicio en una hoja y adjuntá la foto.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 2 \\ 6 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Archivos enviados



Indicar los valores de a y de b para que:

$$C \cdot D = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}, \text{ siendo } C = \begin{pmatrix} 2 & a \\ 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & b \end{pmatrix}$$

Haciendo la multiplicacion entre C y D queda :

fila 1:  $2+a$   $2+2a$   $2+ a \cdot b$

fila 2: 1 1 1

fila 3: 3 6  $3b$

Por igualdad de matrices

$$2+a=3 \text{ ---- } a=1$$

$$2+2a=4 \text{ ---- } a= 1$$

$$2+ a \cdot b=2 \text{ --- reemplazando por lo valores obtenido } 2+ 1 \cdot 0=2 \text{ --- } 2=2$$

$$3b=0 \text{ ---- } b=0.$$

Entonces  $a=1$  y  $b=0$

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones y responder si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

$$\begin{cases} 3x + 5y = 4 \\ 15x + ay = a + 2 \end{cases}$$

Verdadero Falso

Si  $a = 25$  el sistema no tiene solución



Si  $a = 25$  el sistema tiene infinitas soluciones



Si  $a \neq 25$  el sistema tiene solución única



Si  $a = 26$  hay solución única y es  $x = -12, y = 8$



Si  $a = 18$  hay solución única y es  $x = 5/3, y = 4/3$



Dado un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas, se lo lleva a la forma matricial, y se obtiene la matriz escalonada y reducida por filas que se muestra a continuación. Si llamamos  $x, y, z$  a sus incógnitas, a) indicar si tiene solución o no b) en caso de que tenga solución hallarla indicando de qué tipo es:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & 20 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

Por el teorema de Rouché, Frobenius comparando el rango de la matriz  $A$  y la matriz en forma matricial puedo saber que tipo de solución tiene el sistema.

a) Como el rango de  $A$  es  $r(A)=2$  y el rango de la matriz  $A|b$   $r(A|b)=2$ , el sistema es compatible, es decir tiene solución. Además el rango es menor a la cantidad de incógnitas que son 3. Por lo tanto el sistema es compatible indeterminado, tiene infinitas soluciones.

b) Al obtener la matriz escalonada y reducida por filas nos queda un sistema de ecuaciones equivalente con los siguientes valores:

$$x + 2z = 20 \text{ --- } x = 20 - 2z$$

$$y + z = 3 \text{ --- } y = 3 - z$$

$$0 = 0$$

Por lo tanto la solución del sistema nos queda:  $S = \{(x, y, z): x = 20 - 2z, y = 3 - z, z \in \mathbb{R}\}$