Serie 4

In dieser Übung soll vor allem der Umgang mit Lists und Sets geübt werden. Verwenden Sie, wo nötig, eingebaute Funktionen wie `all`, `any`, `sum`, `max`, `min`, etc. sowie List-Comprehensions und Set-Comprehensions. Sie dürfen auch die `math` und `random` Bibliothek verwenden, aber **keine** Schleifen (haben wir noch nicht gelernt).

Aufgabe 1:

Erstellen Sie eine Funktion, welche eine 3×3 Matrix A als Eingabeparameter hat, und folgende Kennwerte der Matrix am Bildschirm zurückgibt:

1. Zeilensummennorm: $||A||_\infty := \max_{i=1,...,3} \sum_{j=1}^3 |a_{ij}|$
2. Spaltensummennorm: $||A||_1 := \max_{j=1,...,3} \sum_{i=1}^3 |a_{ij}|$
3. Spur: $tr(A) := a_{11} + a_{22} + a_{33}$

Aufgabe 2:

Erstellen Sie eine Funktion, die **Vorname**, **Nachname** und **Alter** vom Benutzer einliest und die Information als Dictionary zurückgibt. Speichern Sie drei Aufrufe Ihrer Funktion in einer Liste (mit Werten Ihrer Wahl) und überprüfen Sie ob alle Personen mindestens 18 Jahre alt sind.

Aufgabe 3:

Betrachten Sie den Beweis des in der Vorlesung behandelten "Chicken McNugget"-Theorems. Wir interessieren uns für folgende Abwandlung: Finden Sie die größte Zahl n_0, die nicht in der Form $n = 7a + 11b + 13c$ dargestellt werden kann, wobei a, b, c nichtnegative ganze Zahlen sind. Schreiben Sie ein Programm, das diese Zahl n_0 berechnet.

Aufgabe 4:

Erstellen Sie eine Liste, die die ersten 20 Fibonacci-Zahlen enthält. Tipp: Die n-te Fibonacci-Zahl lässt sich wie folgt berechnen:

$$a_n = \frac{\phi^n - (-\phi)^{-n}}{\sqrt{5}}, \quad \text{mit} \quad \phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Tipp: Da Rechnungen mit `float` immer zu Rundungsfehlern führen können, verwenden Sie die Funktion `round`, um auf die nächste ganze Zahl zu runden. Prüfen

Sie mit einer List-Comprehension, ob alle außer den ersten beiden Zahlen der Liste, die Summe der beiden vorhergehenden Zahlen sind.

Aufgabe 5:

Ableitung eines beliebigen Polynoms: Schreiben Sie eine Funktion, die eine Liste von Zahlen $a_0, \ldots, a_n$ als Übergabewert hat. Diese Liste beschreibt die Koeffizienten des Polynoms $f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_n x^n$. Berechnen Sie die Liste der Koeffizienten der Ableitung des Polynoms

$$f'(x) = a_1 x + 2a_2 x^2 + 3a_3 x^3 + 4a_4 x^4 + \ldots + n a_n x^{n-1}$$

also die Liste $[a_1, 2a_2, 3a_3, \ldots, na_n]$ und geben Sie diese Liste als Rückgabewert der Funktion zurück.

Aufgabe 6:

Erstellen Sie eine Funktion, `würfelsumme(n)` welche das Würfeln mit n sechsseitigen Würfeln simuliert und die Würfelsumme zurückgibt. Erstellen Sie eine Liste, die 1000 Ausführungen von `würfelsumme(2)` enthält. Erstellen Sie eine Liste, welche die Häufigkeiten der möglichen Ergebnisse (von 2 bis 12) enthält. Welches ist das häufigste Ergebnis?