Gravité induite: le point de vue cordiste

P. Vanhove

D'après

- Découverte du modèle
  - Dvali, Gabadadze, Porrati, hep-th/0005106
- Conséquences cosmologiques: extension de l'univers maintenant
  - Deffayet, Dvali and Gabadadze, astro-ph/0105068
  - Kiritsis, Tomaras, Tetradis, hep-th/0106050
  - Lue and Starkman, astro-ph/0212083
- Analyse de théorie des champs : fantômes, couplage fort
  - Dubovsky and Rubakov, hep-th/0212222
  - Rubakov, hep-th/0303125
  - Kolanovic, Porrati and Rombouts, hep-th/0304148
  - Luty, Porrati and Rattazzi, hep-th/0303116
  - Gabadadze and Shifman, to appear
- Réalisation cordiste :
  - E. Kohlprath, hep-th/0207023
  - Antoniadis, Minasian, Vanhove, hep-th/0209030
  - Antoniadis, Minasian, Theisen, Vanhove, hep-th/0307268
  - E. Kohlprath, hep-th/0311251

Modification infra-rouge de la gravité

Quoi?

Écrire un modèle relativiste et invariant sous reparamétrisations qui décrive des déviations de la loi de Newton à grande (cosmological) échelles.

$$1\ \mathrm{mm} \underbrace{\ll r \ll}_{\text{Loi de Newton 4d}} H_o^{-1} \simeq 10^{28}\ \mathrm{cm}$$

Comment?

Modification IR non-locale des équations d'Einstein :

$$M_{pl}^2 \left(1 + \mathcal{F}(L_{IR}^2 \Box)\right) \left(\mathcal{R}_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \mathcal{R}_{(4)}\right) = T_{\mu\nu}$$

[Arkani-Hamed,Dimopoulos,Dvali,Gabadadze'02]

Pourquoi?

Analyser des problèmes cosmologiques sous un jour nouveau :

- Des alternatives à la constante cosmologique et l'énergie noire
- L'accélaration de l'univers aujourd'hui: cosmologies aux temps longs auto-accélérées avec $\Lambda = 0$. [Deffayet,Dvali,Gabadadze'01] [Lue,Starkman'02]
- analyse des propriété de la gravité quantique et des dimensions supplémentaire

Dimensions supplémentaires non-compactes

$$M_*^{2+N}\int d^4x d^N y\,\sqrt{G}\,\mathcal{R}_{(4+N)} + M_{pl}^2 \int_{\mathcal{M}_4} d^4x \sqrt{g}(\alpha\,\mathcal{R}_{(4+N)} + \beta\,\mathcal{R}_{(4)} + \Omega^2)$$

termes ambiants

termes 4d localisés

Courbure extrinsèque

- La métrique induite g à quatre dimensions :

$$g_{\mu\nu}(x) = \partial_\mu X^M \partial_\nu X^N\, G_{MN}(x\,;y=0) \qquad \mu,\nu = 0,\cdots,3$$

- Pas de termes de Gibbons-Hawking mais des termes en carré de la courbure extrinsèque (géométrie de la sous-variété).
- Localisation sur une sous-variété "épaisse" profil : $f^N(y)$
- Matière localisée $\mathcal{S}_{\mathrm{matter}}$ (D-branes)

$$T_{AB} = \begin{pmatrix} T_{\mu\nu}\,\delta^{(N)}(y) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Masses de Planck: 1 Tev $\ll M_* \ll M_{pl}^2 \sim 10^{19}$GeV

[Dvali, Gabadadze, Porrati'00] ont introduit le modèle $N=1$, $\alpha=0$, $\beta\neq 0$ et $f(y)=\delta(y)$.

L'origine des termes localisés

L'intégration des boucles de champs couplés à une métrique classique externe induit une renormalisation de la constante de Newton :

$$\exp(-\beta_\varphi \int d^4x\, \mathcal{R}_{(4)}) = \int \mathcal{D}[\varphi]\ \exp(\int d^4x \varphi \nabla^g \varphi)$$

Le terme localisé en dimension quatre est vu comme une renormalisation de la masse Planck par les boucles de matière couplant à la gravité externe.

Le mécanisme de théorie des champs a été introduit par [Sakharov'68] discuté par [Adler'83] qui a montré que le coefficient est donné par la fonction β_φ de l'espèce tournant dans la boucles. Les conséquences sont :

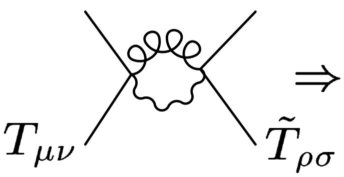
- ▷ Signe n'est pas toujours positif!
- ▷ Ambiguïtés du schéma de renormalisation utilisé [David'84]
- ▷ Universalité du résultat? La supersymétrie seule n'est pas une solution
- ▷ Hiérarchie? [Pauli'50] [Sakharov'68]

Problèmes résolus élégamment en théorie des cordes [Antoniadis,Minasian,Vanhove'02]

Les différents régimes de la théorie?

$$\int_{\mathcal{M}_4} d^4x\sqrt{g}\mathcal{R}_{(4)} + \underbrace{\frac{M_*^{2+N}}{M_{pl}^2}\int d^4x d^N y \sqrt{G}\,\mathcal{R}_{(4+N)}}_{\text{effet IR}}$$

Le potentiel gravitationnel effectif en 4d



$$\Rightarrow V(p) = f_1(p)\ \underbrace{\left[T_{\mu\nu}\tilde{T}^{\mu\nu} - \tfrac{1}{2}(T^\alpha_\alpha)^2\right]}_{\text{spin 2}} + f_2(p)\ \underbrace{(T^\alpha_\alpha)^2}_{\text{spin 0}}$$

- Pour $N = 1$: $f_1(p) \sim \frac{1}{p^2 + r_c^{-1}\sqrt{-p^2}} \Rightarrow R_{\rm strong} = (r_c^2\,\ell_{pl})^{\frac{1}{3}} \ll r_c$

  [Rubakov'03] [Luty,Porrati,Rattazzi'03]

$$\text{couplage fort} \ll R_{\rm strong} \ll \text{Gravité 4d} \ll R_c \ll \text{Gravité } (4+\text{N})\text{d}$$

- Pour $N \geq 1$: $f_1(p) \sim \frac{1}{M_{pl}^2 p^2 + M_*^{2+N} D^{-1}(p)}$,

La contribution des états du "bulk" : $D(p) = \displaystyle\int d^N q\, \frac{f^{(N)}\left(\frac{q}{w}\right)}{p^2 + q^2} \sim w^{2-N}$

Le rayon critique : $R_c = w\left(\dfrac{r_c}{w}\right)^{\frac{n}{2}}$, $\qquad r_c^n = \dfrac{M_{pl}^2}{M^{2+N}}$

Les problèmes de la théorie des champs

▷ Pour $N \geq 1$ l'échelle infra-rouge dépend de la régularisation UV.

- Régularisation brutale donne une théorie massive de la gravité.

$$f_1(p) \sim \frac{1}{M_{pl}^2 p^2 + M_*^{2+N} D^{-1}(p)} \,,$$

- Régularisation dimensionelle pas meilleure *confer* [David'84]

- Échelle de couplage fort?

- Fantômes? [Shifman,Gabadadze'to appear]

- Formule interpolante entre les deux régimes?

Il est nécessaire d'avoir un bon contrôle sur le domaine UV : la théorie des cordes donne un cadre de travail bien défini

Type IIa sur CY$_3$ non compact

Nous nous intéressons au secteur gravitationel: métrique, dilaton, modes de vibration de $\mathcal{M}_4$.

Nous avons donc étudier le secteur universel des cordes de type II sur CY$_3$. [Pour la théorie superconformal $\mathcal{N} = (2,2)$ $V^{int}_{NS} \propto \mathbb{I}$ et $V^{int}_{RR} \propto \exp(\frac{i}{2}(J(z) - \tilde{J}(\bar{z})))$] [Cecotti, Ferrara, Girardello'89]

La localisation (=renormalisation de la constante de Newton) est possible dès que la théorie a $\mathcal{N}_4 \leq 2$ supersymétries en 4 dimensions. Nous discutons ici des modèles avec $\mathcal{N}_4 = 2$ supersymétries.

Soit un Calabi-Yau non-compact CY$_3^{(n_v, n_h)} \equiv \mathbb{C}^3/\mathbb{Z}_{3N}$ avec N arbitraire grand.

$$
\begin{aligned}
(z^1, z^2, z^3) &\rightarrow (e^{i2\pi\, v_1}\, z_1, e^{i2\pi\, v_2}\, z_2, e^{i2\pi\, v_3}\, z_3),\\
(v_1, v_2, v_3) &= N \times \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)
\end{aligned}
$$

$$
\Big\langle (V_g)^2 V_{KK} \Big\rangle = \mathcal{R}_{(4)} \times \underbrace{\sum_k \frac{1}{N^2}}_{\text{états "twistés"}} \int_{\mathcal{F}} \frac{d^2\tau}{\tau_2^2} \int \prod_{1\leq i\leq 3} \frac{d^2 z_i}{\tau_2} \underbrace{\sum_{(h,g)}{}' e^{\alpha' q^2 F_{(h,g)}(\tau, z_i)}}_{\text{facteur de forme}}
$$

Le secteur des cordes fermées dominent par rapport à celui des cordes ouvertes.

[Antoniadis, Minasian, Vanhove'02]

Type IIa sur CY_3 non compact (suite)

- L'amplitude est concentrée sur la point fixe (l'origine) et ne reçoit de contribution que des états "twistés" (sans modes zéros)

- Le résultat est fini et sans ambiguïtés.

- Le coefficient de "renormalisation" de la masse de Planck est donné par le nombre de champs "twistés" tournant dans la boucle $\chi = 2(n_v - n_h)$ (le nombre d'Euler du modèle de type Calabi-Yau)

$$M_{pl}^2 = \frac{1}{\ell_s^2}\,\chi\, f(g_s)$$

- L'épaisseur de la localisation est donnée par l'inverse de la masse de Planck

$$w = M_{pl}^{-1}$$

- La supersymétrie $\mathcal{N}_4 = 2$ garantit que les contributions perturbatives s'arrêtent à une boucle:

$$f(g_s) = 2\zeta(3)\, g_s^{-2} + 4\zeta(2)\ .$$

[Antoniadis, Minasian, Theisen, Vanhove'03]

- Si $\chi < 0$ les effets non-perturbatifs sont importants et la théorie part dans sa version S-duale sur le Calabi-Yau mirror $\widetilde{\mathrm{CY}}_3^{(n_h,n_v)}$

$\mathcal{R}_{(4)}$ dans $\mathbb{R}^4$ depuis R^4

La localisation peut être comprises par réduction des termes en R^4 en dimension dix

[Antoniadis, Minasian, Vanhove'02] [Antoniadis,Ferrara,Minasian,Narain'97]

Dans le repére du modèle sigma des cordes nous avons :

$$\frac{1}{l_s^8} \quad \int_{M_{10}} \frac{1}{g_s^2}\mathcal{R}_{(10)} + \frac{1}{l_s^2}\int_{M_{10}} \left(\frac{2\zeta(3)}{g_s^2} + 4\zeta(2)\right) t_8 t_8 R^4$$

$$- \quad \frac{1}{l_s^2}\int_{M_{10}} \left(\frac{2\zeta(3)}{g_s^2} \mp 4\zeta(2)\right) \underbrace{R\wedge R\wedge R}_{\text{modes zéros}} \wedge R \wedge e^2 + \cdots$$

[Peeters, Vanhove,Westerberg'00] [Green,Vanhove'97]

$$\frac{1}{l_s^8}\int_{M_4\times M_6} \frac{1}{g_s^2}\mathcal{R}_{(10)} + \frac{\chi}{l_s^2}\int_{M_4} \left(-\frac{2\zeta(3)}{g_s^2} \pm 4\zeta(2)\right) \mathcal{R}_{(4)} \, ,$$

Les autres termes contribuent à des termes en R^2, et à la constant cosmologique nulle $\int_{\mathcal{M}_8} t_8 t_8 R^4 = 0$ car $\mathcal{N}_4 = 2$ supersymétrie.

Considérations cosmologiques

▷ Les paramètres physiques sont :

- La masse de Planck "bulk" fixée par l'échelle des cordes (on peut considérer des dimensions compactes pour baisser cette échelle)
- La masse de Planck en 4 dimensions :

$$M_{pl}^2 = \frac{1}{\ell_{pl}^2} = \frac{\chi}{\ell_s^2}\,[e^{-2\phi_4} + 1] \sim 10^{19}\,\mathrm{GeV}$$

- cut-off Ultra-Violet

$$w = \frac{1}{\ell_{pl}}$$

- Le rayon critique

$$R_c = g_s\,\frac{\ell_s^4}{\ell_P^3} = g_s\,10^{32}\,\mathrm{cm}$$

confer Les équation de Friedman's du modèle :

$$H^2 + \frac{k}{a_o} - 2\frac{\epsilon}{r_c}\sqrt{H^2 + \frac{k}{a_o}} = \frac{8\pi}{3}\,G_{4d}\,\rho$$

aux temps longs $H_{accelere} = r_c^{-1}$ fixe $R_c \sim H_o^{-1} \sim 10^{28}\,\mathrm{cm}$ [Deffayet'00]

▷ $g_s \sim 10^{-4}$ couplage faible

▷ $\chi \sim 10^{24}$ **Grand** nombre de matière cachée, effets contrôlés par la supersymétrie (pas de termes en χ^2, . . .)