Trabalho 01

MEC 2403 - Otimização e Algoritmos para Engenharia Mecânica

Pedro Henrique Cardoso Paulo
pedrorjpaulo.phcp@gmail.com

Professor: Ivan Menezes

Departamento de Engenharia Mecânica
PUC-RJ Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
maio de 2023

Trabalho 01

MEC 2403 - Otimização e Algoritmos para Engenharia Mecânica

Pedro Henrique Cardoso Paulo

maio de 2023

1 Introdução

1.1 Objetivos

Esse é o entregável da Trabalho 01 da disciplina MEC 2403 - Otimização e Algoritmos para Engenharia Mecânica. Esse trabalho tem como objetivos:

1. Aplicar os principais métodos de otimização sem restrição (OSR) implementados na Lista 02
2. Comparar os valores obtidos e número de passos para funções quadráticas e não quadráticas com o previsto pela literatura para cada método
3. Aplicar os otimizadores em problemas complexos e testar sua escalabilidade

1.2 Links úteis

Nesta seção são listados alguns links e referências úteis para se entender o trabalho desempenhado.

1. Apostila de programação matemática da disciplina
2. GitHub usado para essa disciplina
3. Notebook com o código para as figuras desse relatório
4. Notebook com o código para derivação simbólica das funções mais complexas
5. Pasta com os códigos a serem aproveitados em todas as listas

2 Questão 01

2.1 Enunciado

Implementar, usando o MATLAB ou Python, os métodos de otimização: (a) *Univariante*; (b) *Powell*; (c) *Steepest Descent*; (d) *Fletcher–Reeves*; (e) *BFGS*; e (f) *Newton–Raphson*. Adotar o método da Seção Áurea para a realização das buscas unidirecionais (line search). Para verificação da convergência numérica, utilizar uma tolerância de 10^{-5}. Em seguida, testar a sua implementação encontrando os pontos de mínimo das seguintes funções:

(a) $f(x_1, x_2) = x_1^2 - 3x_1x_2 + 4x_2^2 + x_1 - x_2$
Pontos iniciais: $\mathbf{x^0} = [2, 2]^T$ e $\mathbf{x^0} = [-1, -3]^T$,

(b) $f(x_1, x_2) = (1 + a - bx_1 - bx_2)^2 + (b + x_1 + ax_2 - bx_1x_2)^2, \ a = 10, \ b = 1$
Pontos iniciais: $\mathbf{x^0} = [10, 2]^T$ e $\mathbf{x^0} = [-2, -3]^T$,

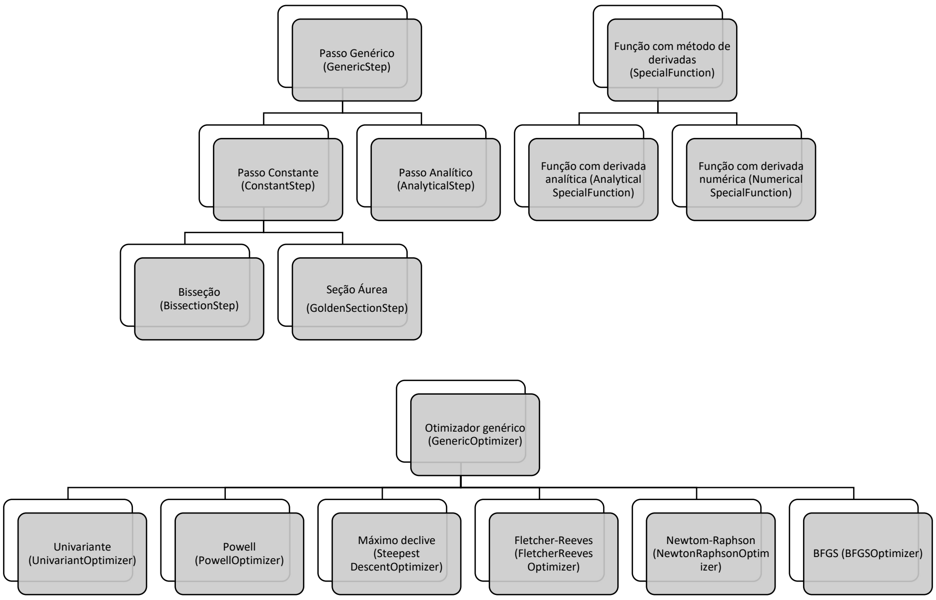


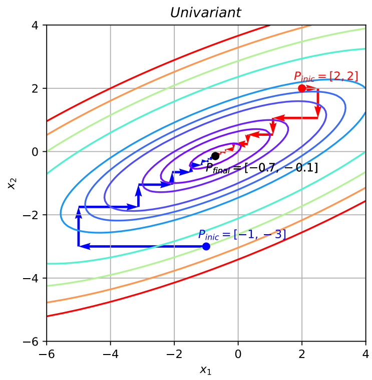
Figura 1: Estrutura de classes implementada e heranças

	$\mathbf{x^0} = [2, 2]^T$			$\mathbf{x^0} = [-1, -3]^T$		
Método	**Ponto de mínimo**	$\mathbf{n}_{passos}$	**t (s)**	**Ponto de mínimo**	$\mathbf{n}_{passos}$	**t (s)**
Univariante	$[-0.714275, -0.142853]^T$	46	0.011	$[-0.714293, -0.142860]^T$	48	0.015
Powell	$[-0.714286, -0.142857]^T$	6	0.028	$[-0.714286, -0.142857]^T$	6	0.007
Steepest Descent	$[-0.714280, -0.142855]^T$	32	0.016	$[-0.714294, -0.142861]^T$	7	0.004
Fletcher-Reeves	$[-0.714286, -0.142857]^T$	2	0.001	$[-0.714286, -0.142858]^T$	2	0.001
Newton-Raphson	$[-0.714286, -0.142857]^T$	1	0.001	$[-0.714286, -0.142857]^T$	1	0.001
BFGS	$[-0.714286, -0.142857]^T$	2	0.001	$[-0.714286, -0.142857]^T$	2	0.001

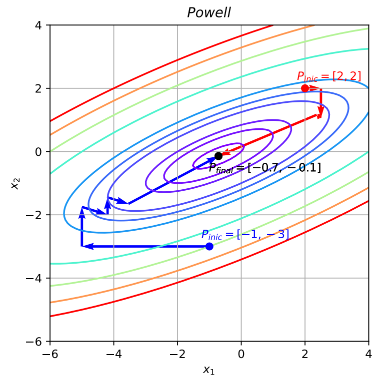
Tabela 1: Resumo dos resultados obtidos para a função (a)

	$\mathbf{x^0} = [10, 2]^T$			$\mathbf{x^0} = [-2, -3]^T$		
Método	**Ponto de mínimo**	$\mathbf{n}_{passos}$	**t (s)**	**Ponto de mínimo**	$\mathbf{n}_{passos}$	**t (s)**
Univariante	$[13.000001, 3.999999]^T$	65	0.019	$[7.000001, -2.000001]^T$	61	0.018
Powell	$[13.000001, 4.000000]^T$	15	0.011	$[7.000000, -2.000000]^T$	18	0.032
Steepest Descent	$[13.000002, 3.999999]^T$	47	0.013	$[7.000002, -2.000002]^T$	42	0.009
Fletcher-Reeves	$[13.000001, 3.999999]^T$	64	0.013	$[7.000000, -2.000000]^T$	21	0.004
Newton-Raphson	$[10.000000, 1.000000]^T$	1	0.001	$[7.000000, -2.000000]^T$	6	0.005
BFGS	$[13.000000, 4.000000]^T$	9	0.008	$[7.000000, -2.000000]^T$	8	0.010

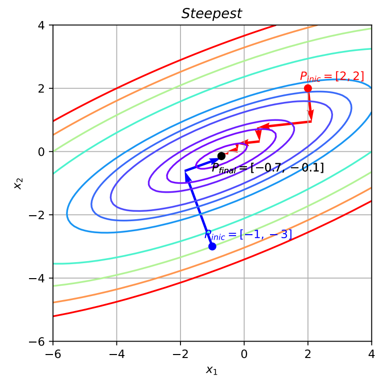
Tabela 2: Resumo dos resultados obtidos para a função (b)



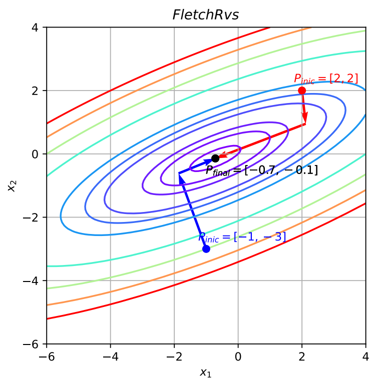
(a) Univariante



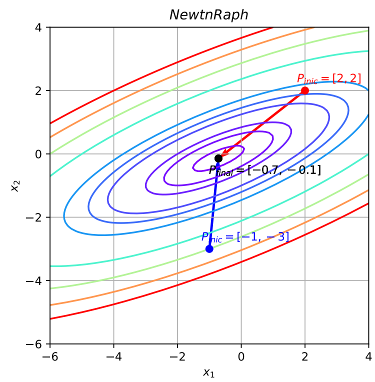
(b) Powell



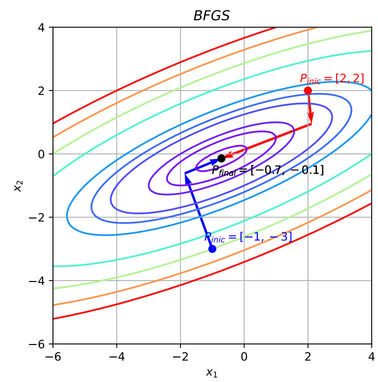
(c) Steepest Descent



(d) Fletcher-Reeves



(e) Newton-Raphson



(f) BFGS

Figura 2: Resultados gráficos para a função a

2.2 Solução

2.2.1 Item a

2.2.2 Item b

3 Questão 02

3.1 Enunciado

Utilizando os métodos de otimização implementados na primeira questão:

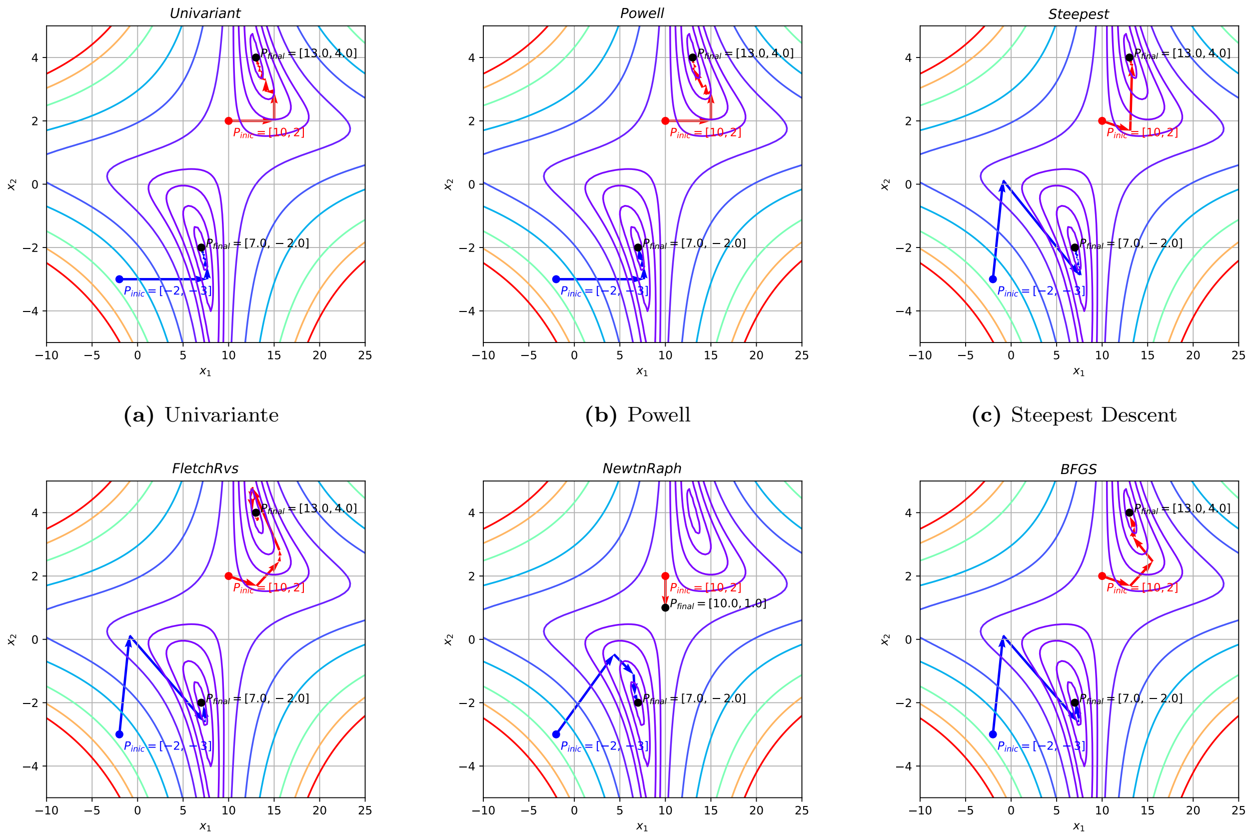
(a) Determinar os deslocamentos (u_A, v_A), do ponto A, que minimizam a Energia Potencial Total Π do sistema de molas indicado na figura abaixo. Adotar o ponto inicial: $x_0 = [0.01, -0.10]^T$.

(b) desenvolver um estudo de convergência da solução deste problema (i.e., deslocamento do ponto A) para níveis crescentes de discretização do modelo (ou seja, considerando o número de molas $n = 2, 4, 6, \ldots$). Se possível, comparar as suas respostas com as soluções obtidas usando o Método dos Elementos Finitos (levando em consideração o comportamento não linear geométrico da estrutura). A rigidez de cada mola $(k_i = 1, \ldots, n)$ é obtida como a razão entre o módulo de rigidez axial do material e o seu comprimento. Os valores W_j (com $j = 1, \ldots, n$) correspondem às cargas nodais equivalentes aos pesos das molas.

3.2 Solução

3.2.1 Determinação do mínimo

3.2.2 Análise de convergência



(a) Univariante **(b)** Powell **(c)** Steepest Descent

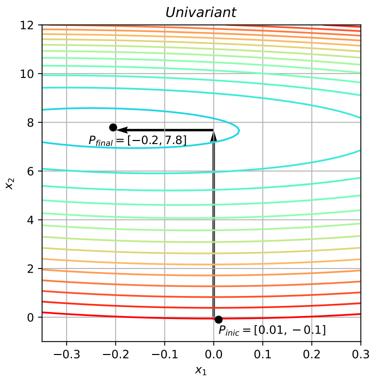
(d) Fletcher-Reeves **(e)** Newton-Raphson **(f)** BFGS

Figura 3: Resultados gráficos para a função b

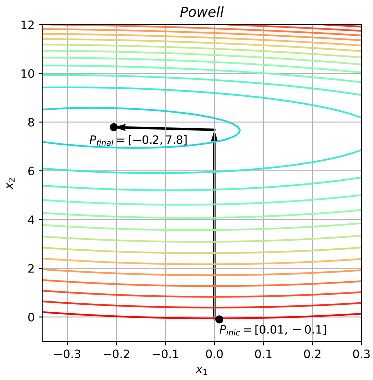
$\mathbf{x^0} = [0.01, -0.10]^T$

Método	**Ponto de mínimo**	$\mathbf{n}_{passos}$	**t (s)**
Univariante	$[-0.205109, 7.788993]^T$	69	0.061
Powell	$[-0.205109, 7.788993]^T$	28	81.429
Steepest Descent	$[-0.205109, 7.788993]^T$	8	0.007
Fletcher-Reeves	$[-0.205109, 7.788993]^T$	70	0.049
Newton-Raphson	$[-0.205109, 7.788993]^T$	200	0.090
BFGS	$[-0.205109, 7.788993]^T$	200	0.082

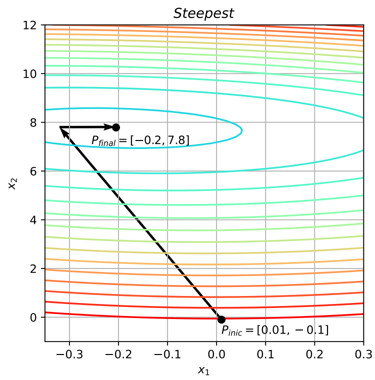
Tabela 3: Resumo dos resultados obtidos para a discretização em 2 molas



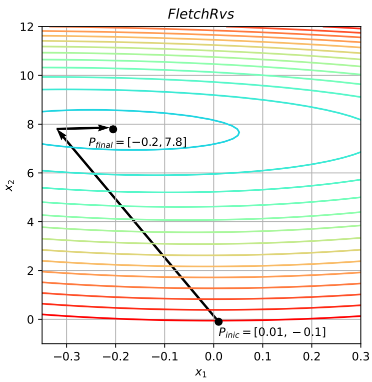
(a) Univariante



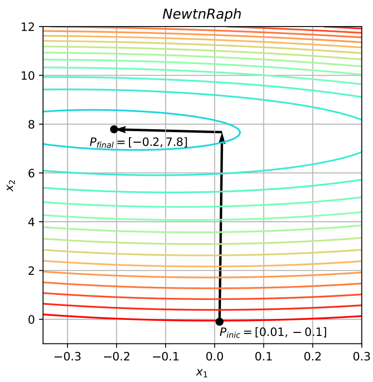
(b) Powell



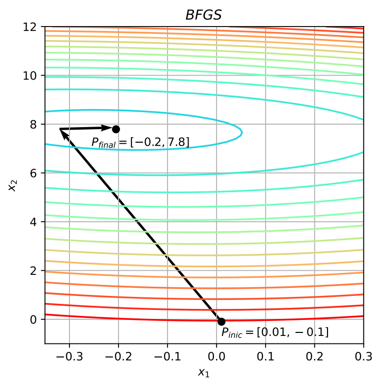
(c) Steepest Descent



(d) Fletcher-Reeves

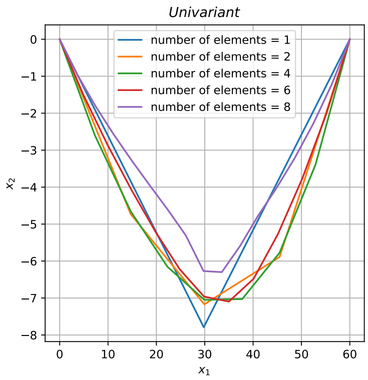


(e) Newton-Raphson

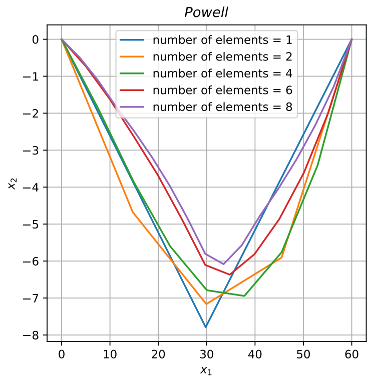


(f) BFGS

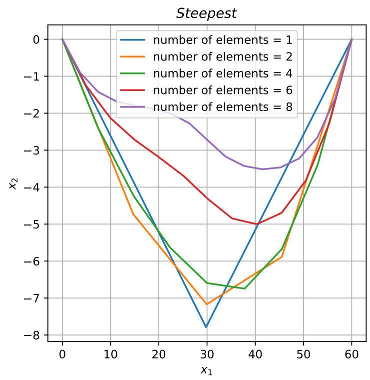
Figura 4: Resultados gráficos da determinação do mínimo da função potencial



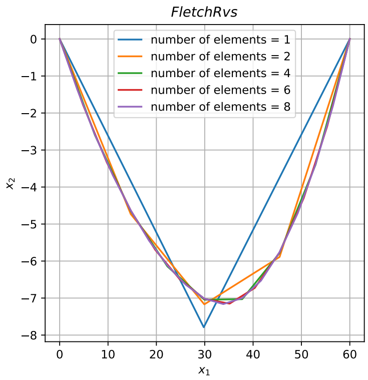
(a) Univariante



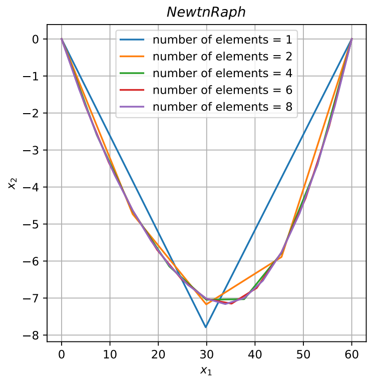
(b) Powell



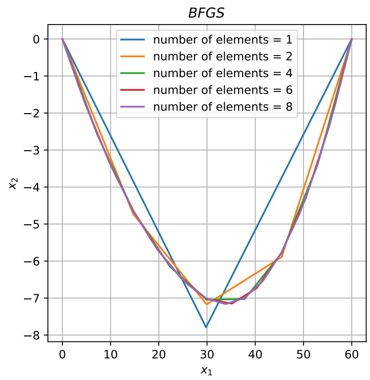
(c) Steepest Descent



(d) Fletcher-Reeves



(e) Newton-Raphson



(f) BFGS

Figura 5: Resultados da análise de convergência para discretizações maiores da mola