Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro / PUC-Rio
Departamento de Engenharia Mecânica

MEC2403 – Otimização: Algoritmos e Aplicações na Engenharia
(Período: 2023.1)

TRABALHO 2

Data de Entrega: 20.Jun.2023

OPÇÃO 1

Implementar, preferencialmente usando o MATLAB, os métodos indiretos de **penalidade** e de **barreira**. Para a sequência de otimização sem restrições, utilizar os métodos implementados no Trabalho 1 (ou seja: *Univariante*, *Powell*, *Steepest Descent*, *Fletcher–Reeves*, *BFGS* e *Newton–Raphson*). Adotar o método da *Seção Áurea* para as buscas unidirecionais (*line search*) e utilizar uma tolerância igual a 10^{-6} (podendo ser modificada, se necessário) para as verificações de convergência. Testar a sua implementação resolvendo os seguintes problemas de otimização com restrições:

Problema 1

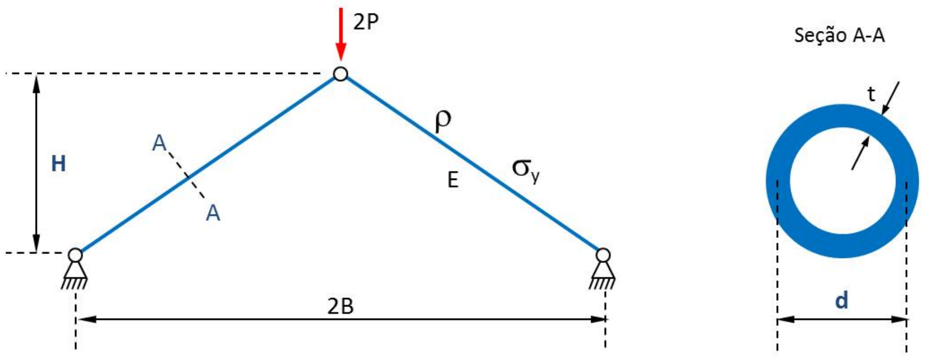
$$
\begin{cases}
\text{Min} \quad f(x_1, x_2) = (x_1 - 2)^4 + (x_1 - 2x_2)^2 \\
\\
\text{s.t.:} \quad x_1^2 - x_2 \leq 0
\end{cases}
$$

Obs: Adotar $r_p^0 = 1$, $\beta = 10$ e $\mathbf{x}^0 = \{3, 2\}$ para o método de penalidade e $r_b^0 = 10$, $\beta = 0.1$ e $\mathbf{x}^0 = \{0, 1\}$ para o método de barreira.

Problema 2

Minimizar o peso da treliça plana de duas barras, ilustrada na figura abaixo. As variáveis de projeto são o diâmetro médio da seção transversal das barras (d) e a altura da treliça (H). São conhecidos o peso específico (ρ), a dimensão horizontal (B), a espessura da seção (t) e o módulo de elasticidade do material (E). As tensões nas barras da treliça não devem superar o valor da tensão de escoamento do material (σ_y) e a tensão crítica de Euler.

Obs: Adotar $r_p^0 = 10^{-7}$, $\beta = 10$ e $\mathbf{x}^0 = \{1, 15\}$ para o método de penalidade e $r_b^0 = 10^7$, $\beta = 0.1$ e $\mathbf{x}^0 = \{4, 25\}$ para o método de barreira.



Dados Complementares: $\rho = 0.3$ $B = 30$ $P = 33\text{x}10^3$ $t = 0.1$ $E = 3\text{x}10^7$ $\sigma_y = 10^5$

Problema 3

$$\begin{cases} \text{Min} \quad f(x_1, x_2) = (x_1 - 10)^3 + (x_2 - 20)^3 \\ \\ \text{s.t.:} \quad 100 - (x_1 - 5)^2 - (x_2 - 5)^2 \leq 0 \\ \qquad\quad -82.81 + (x_1 - 6)^2 + (x_2 - 5)^2 \leq 0 \\ \qquad\quad 13 \leq x_1 \leq 100 \quad ; \quad 0 \leq x_2 \leq 100 \end{cases}$$

Obs: Adotar $r_p^0 = 1$, $\beta = 10$ e $\mathbf{x}^0 = \{14, 6\}$ para o método de penalidade e $r_b^0 = 10$, $\beta = 0.1$ e $\mathbf{x}^0 = \{30, 20\}$ para o método de barreira.

Problema 4

Minimizar o peso da coluna tubular, sujeita a uma carga excêntrica, conforme ilustrado na figura abaixo. As variáveis de projeto são o raio *médio* da seção transversal (R) e a espessura da coluna (t). A tensão máxima de compressão não deve exceder a tensão admissível (σ_a), assim como o deslocamento lateral máximo da coluna não deve exceder o valor admissível (Δ) e a relação entre o raio médio e a espessura não deve exceder o valor 50. São conhecidos o peso específico do material (ρ), a altura da coluna (L), a carga aplicada (P), a excentricidade da carga (e), o módulo de elasticidade do material (E), a tensão admissível (σ_a) e o deslocamento admissível (Δ).

Obs: Encontrar valores apropriados para os parâmetros r_p^0, r_b^0, β e $\mathbf{x}^0$ a serem utilizados nos métodos de penalidade e de barreira.

$$\sigma = \frac{P}{A}\left[1 + \frac{e\,c}{k^2}\sec\left(\frac{L}{k}\sqrt{\frac{P}{EA}}\right)\right]$$

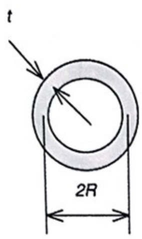
$$\delta = e\left[\sec\left(L\sqrt{\frac{P}{EI}}\right) - 1\right]$$

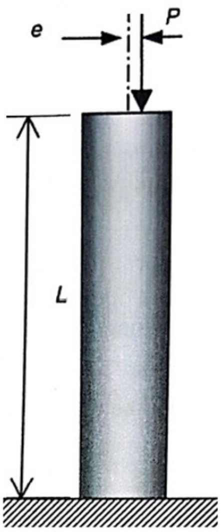
$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E\, I}{4\, L^2}$$

$$k^2 = \frac{I}{A}$$

$$c = R + \frac{t}{2}$$

$$\frac{R}{t} \leq 50$$





$P = 100\ kN$

$L = 5\ m$

$E = 210\ GPa$

$\sigma_a = 250\ MPa$

$e = 0.02R\ m$

$\Delta = 0.25\ m$

$\rho = 7850\ kg/m^3$

$A = 2\pi R t\ m^2$

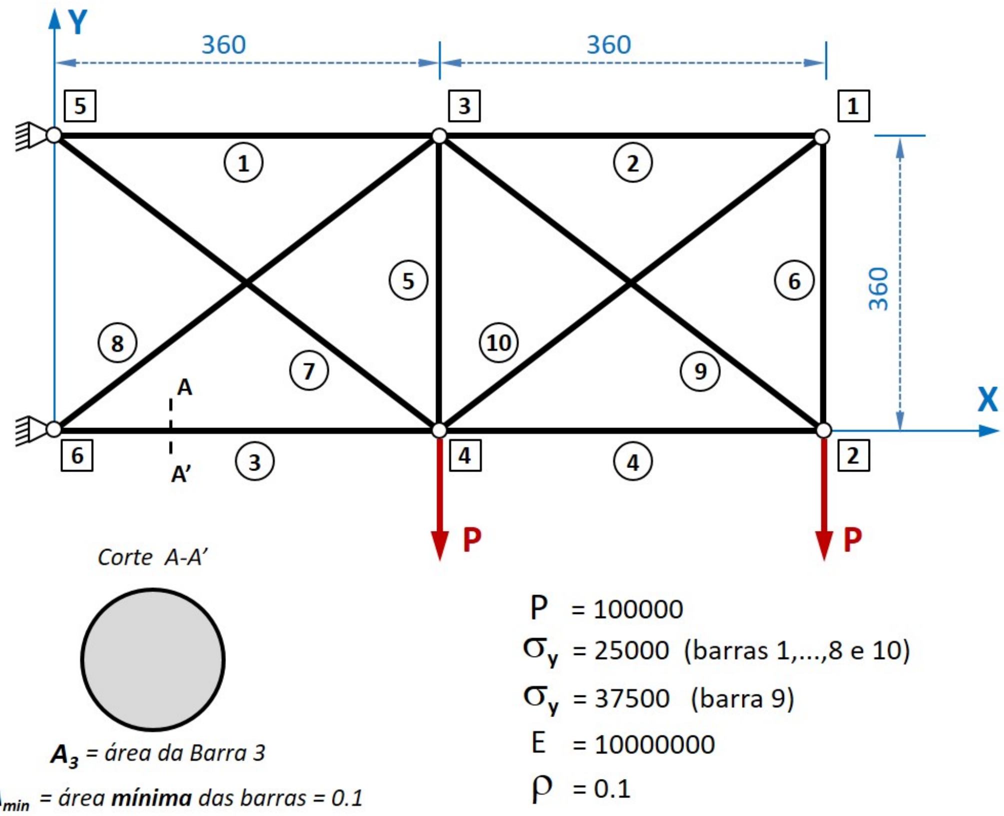
$I = \pi R^3 t\ m^4$

$0.01 \leq R \leq 1$

$0.005 \leq t \leq 0.2$

OPÇÃO 2

Implementar, preferencialmente usando o MATLAB, os métodos indiretos de **penalidade** e de **barreira** para minimizar o peso da treliça plana de 10 barras, ilustrada na figura abaixo. Para a sequência de otimização sem restrições, utilizar os métodos implementados no Trabalho 1 (ou seja: *Univariante*, *Powell*, *Steepest Descent*, *Fletcher–Reeves*, *BFGS* e *Newton–Raphson*). Adotar o método da *Seção Áurea* para as buscas unidirecionais (*line search*) e utilizar (como tentativa inicial) uma tolerância igual a 10^{-6} para as verificações de convergência. As variáveis de projeto são as áreas das barras (A_i). São conhecidos o peso específico (ρ) e o módulo de elasticidade (E) do material das barras, as dimensões da treliça e as cargas aplicadas (P). As tensões nas barras da treliça não devem superar os valores da tensão de escoamento do material (σ_y) (considerar as tensões admissíveis iguais em tração e compressão). Os demais parâmetros utilizados pelos métodos indiretos devem ser *adequadamente* calibrados.



P = 100000

σ_y = 25000 (barras 1,...,8 e 10)

σ_y = 37500 (barra 9)

E = 10000000

ρ = 0.1

Ivan Menezes – (Sala 115-L)
e-mail: *ivan@puc-rio.br*