Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro / PUC-Rio Departamento de Engenharia Mecânica

ENG1786 & MEC2403 – Otimização: Algoritmos e Aplicações na Engenharia (*Período: 2023.1*)

Lista de Exercícios 3

Data de Entrega: 06.Jun.2023

1 – Considere o seguinte problema de OCR:

$$\begin{cases} \min & f(x) = x^2 - 4x + 8 \\ \text{s.t:} & x - 3 = 0 \end{cases}$$

Obter a solução deste problema por meio do Método da Penalidade, fazendo apenas 3 passos. Partir do ponto $x^0=0$ e adotar $r_p^0=1$ e $\beta=10$.

2 – Obter as condições de *Karush-Kuhn-Tucker* (KKT) e a solução $(\mathbf{x}^*, \lambda^*, \mu^*)$ do seguinte problema de otimização:

$$\begin{cases} \min & f(\mathbf{x}) = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2)^2 \\ \text{s.t.} & -x_1^2 + x_2 \le 0 \\ x_1 + x_2 - 2 = 0 \end{cases}$$

Justificar "graficamente" a sua resposta.

3 – Obter as condições de *Karush-Kuhn-Tucker* (KKT) e a solução $(\mathbf{x}^*, \lambda^*, \mu^*)$ do seguinte problema de otimização:

$$\begin{cases} \min & f(\mathbf{x}) = -2x_1 - x_2 \\ \text{s.t.} & x_1 + 2x_2 - 6 \le 0 \\ & x_1^2 - 2x_2 = 0 \end{cases}$$

Justificar "graficamente" a sua resposta.

4 – Obter as condições de *Karush-Kuhn-Tucker* (KKT) e a solução (\mathbf{x}^*, μ^*) do seguinte problema de otimização:

$$\begin{cases} & \text{Min} \quad f(\mathbf{x}) = -\left[(x_1 + 1)^2 + (x_2 + 1)^2 \right] \\ & \text{s.t:} \end{cases}$$

Justificar "graficamente" a sua resposta.

5 – Considere o seguinte problema de OCR:

$$\begin{cases} & \text{Min } f(x_1, x_2) \ = \ x_1^2 \ + \ x_2^2 \\ & \text{s.t.:} \quad \alpha \, x_1^2 \ - \ x_2 \ + \ 2 \ \leq \ 0 \end{cases}$$

- (a) obter o menor valor de α que torna o ponto $\mathbf{x}^* = \{0, 2\}$ um mínimo local;
- (b) obter o multiplicador de Lagrange (μ^*) associado ao ponto \mathbf{x}^* ;
- (c) justificar "graficamente" a solução obtida.