# MODELAÇÃO DE UMA REDE VIÁRIA COM BASE NUM GRAFO COM ARCOS DE LARGURA, ORIENTAÇÃO E INCLINAÇÃO ARBITRÁRIAS

Apoio à realização do trabalho em grupo

#### Resumo

Convenções e terminologia Modelação Movimento interactivo (controlado pelo utilizador) Movimento automático (controlado pelo computador) Colocação do personagem na cena

João Paulo Pereira jjp@isep.ipp.pt

## Índice

Convenções e terminologia	1
Cena	1
Nó <i>n</i> ;	1
Arco <i>a<sub>ij</sub></i>	1
Personagem	1
Animação (apenas para o movimento automático)	1
Modelação	3
Modelação de um nó	3
Círculo	3
Elemento de ligação	4
Modelação de um arco	4
Movimento interactivo (controlado pelo utilizador)	5
Detecção de colisões num nó	5
Detecção de colisões num arco	5
Determinação de pertença	5
Pertença de um ponto a um nó	5
Pertença de um ponto a um arco	6
Movimento automático (controlado pelo computador)	g
Preparação para a animação dos movimentos elementares	10
Movimento D	11
Movimento E	12
Movimento C	13
Movimento F	15
Movimento B	15
Movimento A	16
Animação de um movimento elementar	17
Inicialização da posição e da orientação do personagem	17
Observações	19
Colocação do personagem na cena	21
Referências	22

# Índice de Figuras

Figura 1 – Modelo da rede viária	3
Figura 2 – Sequência de movimentos elementares	
Figura 3 – Corda	1:
Figura 4 – Entrada em um nó	
Figura 5 – Saída de um nó	14
Figura 6 – Localização e orientação iniciais do personagem	18

## Convenções e terminologia

#### Cena

• **Direcção e sentido do vector** *up*: os correspondentes ao semieixo Z positivo<sup>1</sup>.

#### Nó n<sub>i</sub>

- **Localização**: ponto de coordenadas (*x<sub>i</sub>*, *y<sub>i</sub>*, *z<sub>i</sub>*);
- Largura:  $w_i$  (a largura de um nó será igual à maior das larguras dos arcos que convergem/divergem nesse/desse nó).

#### Arco aii

- **Ligação**: do nó  $n_i$  ao nó  $n_j$ ;
- **Desnível**:  $h_{ij} = z_j z_i$ ;
- Comprimento:  $s_{ij}$ ;
- Largura: w<sub>ii</sub>;
- **Orientação**:  $\alpha_{ij} = \arctan^2((y_i y_i) / (x_i x_i))$  (em radianos);
- Inclinação: β<sub>ii</sub> (em radianos).

#### Personagem

- Altura: ALTURA\_PERSONAGEM;
- **Localização** (centro geométrico): ponto de coordenadas  $(x_P, y_P, z_P)$ ;
- Orientação: dir (em radianos);
- Velocidade horizontal: *vel<sub>h</sub>*;
- Velocidade vertical (apenas para o movimento automático): vel<sub>v</sub>;
- Velocidade angular (apenas para o movimento automático): vela.

#### Animação (apenas para o movimento automático)

- **Circulação**: pela direita;
- Número de fotogramas que compõem a animação de um movimento elementar: n;
- Tempo decorrido entre fotogramas: supõe-se constante e igual a 1;
- Raios de curvatura dos movimentos elementares B e F: RAIO<sub>B</sub> e RAIO<sub>F</sub>;
- Velocidades máximas pretendidas para os movimentos elementares A a F: VELA, VELB, VELC,
   VELD, VELE, VELE

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Note-se que, por omissão, o three.js assume o semieixo Y positivo como correspondendo à direcção e sentido deste vector [7].

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Deverá usar-se a função Math.atan2() em vez de Math.atan() [5].

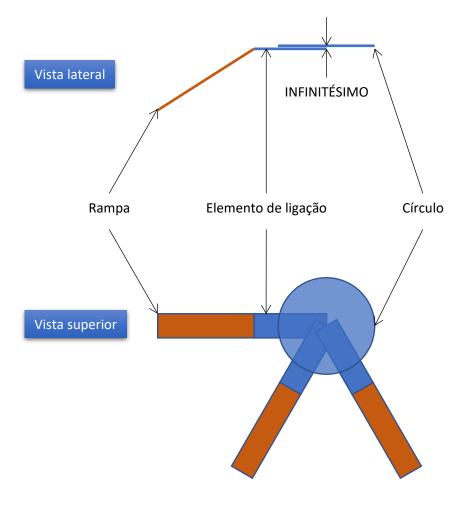


Figura 1 – Modelo da rede viária

## Modelação

A rede viária poderá ser modelada da maneira que a seguir se descreve (Figura 1).

#### Modelação de um nó

A geometria associada a um nó  $n_i$  poderá ser a de uma rotunda constituída pelos seguintes elementos:

- um círculo;
- tantos elementos de ligação quantos os arcos que convergem/divergem nesse/desse nó.

#### Círculo

O círculo deverá ter as propriedades que a seguir se discriminam:

- centro: (x<sub>i</sub>, y<sub>i</sub>, z<sub>i</sub> + INFINITÉSIMO);
- raio:  $r_i = K_CIRCULO * w_i / 2.0$ ; em que  $K_CIRCULO$  designa uma constante superior a 1.0 (por exemplo,  $K_CIRCULO = 2.1$ ).

#### Elemento de ligação

Dado um nó  $n_i$  ligado a um arco  $a_{ij}$ , a geometria do elemento de ligação poderá ser a de um rectângulo horizontal com as propriedades que a seguir se discriminam:

- comprimento: s<sub>i</sub> = K\_LIGACAO \* r<sub>i</sub>;
   em que K\_LIGACAO designa uma constante superior a 1.0 (por exemplo, K\_LIGACAO = 1.1);
- largura: w<sub>ij</sub>;
  orientação: α<sub>ij</sub>.

#### Modelação de um arco

A geometria associada a um arco  $a_{ij}$  poderá ser a de uma rampa (i.e. um rectângulo inclinado) com as propriedades que a seguir se discriminam:

- comprimento da projecção no plano OXY:  $p_{ij} = \sqrt{((x_j x_i)^2 + (y_j y_i)^2)} s_i s_j$ ;
- desnível:  $h_{ij} = z_j z_i$ ;
- comprimento:  $s_{ij} = \sqrt{(p_{ij}^2 + h_{ij}^2)}$ ;
- largura:  $w_{ij}$ ;
- orientação: α<sub>ij</sub>;
- **inclinação**:  $\theta_{ij} = \arctan(h_{ij} / p_{ij})$ .

## Movimento interactivo (controlado pelo utilizador)

Deverá manter-se um registo actualizado da localização do personagem no grafo, ou seja, se este se encontra num dado nó (o nó  $n_i$ ) ou num dado arco (o arco  $a_{ii}$ ).

Caso não houvesse colisão, a localização do personagem no próximo fotograma seria dada pelas seguintes equações (apenas a abcissa e a ordenada; a cota será calculada mais adiante)<sup>3</sup>:

- $x'_P = x_P + vel_h * cos(dir);$
- $y'_P = y_P + vel_h * sin(dir)$ .

#### Detecção de colisões num nó

Caso o personagem se encontre no nó  $n_i$  do grafo, não haverá colisão se o ponto correspondente à nova localização pertencer:

- ao círculo desse nó;
- a um dos elementos de ligação desse nó;
- a um dos arcos que convergem/divergem nesse/desse nó.

#### Detecção de colisões num arco

Caso o personagem se encontre no arco  $a_{ij}$  do grafo, não haverá colisão se o ponto correspondente à nova localização pertencer:

- a esse arco;
- ao elemento de ligação desse arco ao nó n<sub>i</sub>;
- ao círculo do nó n<sub>i</sub>;
- ao elemento de ligação desse arco ao nó n<sub>i</sub>;
- ao círculo do nó n<sub>i</sub>.

#### Determinação de pertença

#### Pertença de um ponto a um nó

O ponto correspondente à nova localização do personagem pertencerá ao nó  $n_i$  se e só se pertencer ao círculo ou a um dos elementos de ligação que o representam.

#### Pertença de um ponto a um círculo

O ponto correspondente à nova localização do personagem pertencerá ao círculo do nó  $n_i$  se e só se a distância daquele ao centro do círculo não for superior ao raio:

• 
$$(x'_P - x_i)^2 + (y'_P - y_i)^2 \le r_i^2$$
.

Verificando-se esta condição, considera-se que o personagem passa a estar (caso não estivesse já) localizado no nó  $n_i$  do grafo. As coordenadas da nova localização serão dadas pelas equações:

- $x_P = x'_P$ ;
- $y_P = y'_P$ ;
- $z_P = z_i + ALTURA\_PERSONAGEM / 2.0.$

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Supõe-se, para simplificar os cálculos, que o tempo decorrido entre fotogramas é constante e igual a 1.

#### Pertença de um ponto a um elemento de ligação

Para determinar se o ponto correspondente à nova localização do personagem pertence ao elemento de ligação do nó  $n_i$  ao arco  $a_{ij}$ , poderá proceder-se da maneira que a seguir se descreve:

Efectua-se uma mudança de sistema de coordenadas que verifique as seguintes condições:

- faça coincidir a nova origem com o ponto  $(x_i, y_i)$ ;
- alinhe o novo eixo X com o eixo longitudinal do elemento de ligação.

Neste novo sistema, as coordenadas correspondentes à nova localização do personagem serão dadas pelas seguintes equações:

- $x''_P = (x'_P x_i) * \cos(\alpha_{ij}) + (y'_P y_i) * \sin(\alpha_{ij});$
- $y''_P = (y'_P y_i) * \cos(\alpha_{ij}) (x'_P x_i) * \sin(\alpha_{ij}).$

O ponto correspondente à nova localização do personagem pertencerá ao elemento de ligação se e só se não ultrapassar os limites do rectângulo que o representa:

- $0.0 \le x''_P \le s_i$ ;
- $-w_{ii} / 2.0 \le y''_P \le w_{ii} / 2.0$ .

Verificando-se estas condições, considera-se que o personagem passa a estar (caso não estivesse já) localizado no nó  $n_i$  do grafo. As coordenadas da nova localização serão dadas por equações idênticas às da pertença a um círculo:

- $\bullet \qquad \chi_P = \chi'_P;$
- $y_P = y'_P$ ;
- $z_P = z_i + ALTURA PERSONAGEM / 2.0.$

#### Pertença de um ponto a um arco

Para determinar se o ponto correspondente à nova localização do personagem pertence ao arco  $a_{ij}$ , poderá proceder-se da maneira que a seguir se descreve:

Efectua-se uma mudança de sistema de coordenadas idêntica à efectuada para a determinação da pertença a um elemento de ligação, ou seja, que verifique as seguintes condições:

- faça coincidir a nova origem com o ponto  $(x_i, y_i)$ ;
- alinhe o novo eixo X com o eixo longitudinal da projecção do arco no plano OXY.

Neste novo sistema, as coordenadas correspondentes à nova localização do personagem serão, tal como anteriormente, dadas pelas seguintes equações:

- $x''_P = (x'_P x_i) * \cos(\alpha_{ii}) + (y'_P y_i) * \sin(\alpha_{ii});$
- $y''_P = (y'_P y_i) * \cos(\alpha_{ij}) (x'_P x_i) * \sin(\alpha_{ij}).$

O ponto correspondente à nova localização do personagem pertencerá ao arco se e só se não ultrapassar os limites da projecção do rectângulo que o representa:

•  $S_i < X''_P < S_i + p_{ii}$ ;

•  $-w_{ij} / 2.0 \le y''_P \le w_{ij} / 2.0.$ 

Verificando-se estas condições, considera-se que o personagem passa a estar (caso não estivesse já) localizado no arco  $a_{ij}$  do grafo. As coordenadas da nova localização serão dadas por equações que se assemelham às da pertença a um círculo e a um elemento de ligação. A única diferença reside na inclusão de uma regra de três simples no cálculo da cota:

- $x_P = x'_P$ ;
- $y_P = y'_P$ ;
- $z_P = z_i + (x''_P s_i) / p_{ij} * h_{ij} + ALTURA\_PERSONAGEM / 2.0.$

### Movimento automático (controlado pelo computador)

Pretende-se deslocar o personagem de um nó de origem para um nó de destino, de acordo com um percurso previamente estabelecido, o qual é constituído por uma sequência de movimentos entre nós adjacentes. Cada um destes movimentos poderá, por sua vez, ser decomposto numa sequência de seis movimentos elementares: rectilíneos, para percorrer as rampas e parte dos elementos de ligação das rotundas; e circulares, para entrar, percorrer e sair dos círculos das rotundas.

Nas rampas e elementos de ligação assume-se que o personagem se desloca pela via de trânsito correspondente ao lado direito da faixa de rodagem. À distância do personagem à berma do lado direito poderá atribuir-se o seguinte valor:

•  $b_{ij} = K\_BERMA * w_{ij}$ ; em que  $K\_BERMA$  designa uma constante tal que  $0.0 < K\_BERMA < 0.5$  (por exemplo,  $K\_BERMA = 0.25$ ).

Nos círculos assume-se que o personagem se desloca no sentido directo<sup>4</sup>. À distância do personagem à periferia do círculo poderá atribuir-se o seguinte valor:

•  $b_i = K BERMA * w_i$ .

Assumindo que o personagem se encontra correctamente localizado e orientado, os movimentos elementares acima referidos poderão ser os que a seguir se discriminam (Figura 2):

- movimento A: circular directo (o personagem percorre parte do círculo);
- movimento B: circular retrógrado<sup>5</sup> (o personagem sai do círculo);
- movimento C: rectilíneo (o personagem percorre parte do elemento de ligação);
- movimento D: rectilíneo (o personagem percorre a totalidade da rampa);
- movimento E: rectilíneo (o personagem percorre parte do elemento de ligação);
- **movimento F**: circular retrógrado (o personagem entra no círculo).

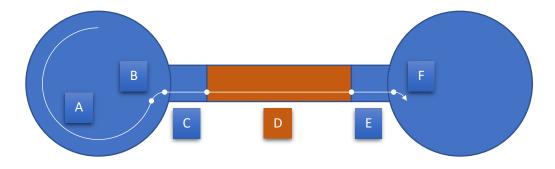


Figura 2 – Sequência de movimentos elementares

O processo de automatização do movimento será constituído pelas seguintes etapas:

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Isto é, no sentido contrário ao do movimento dos ponteiros de um relógio.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Isto é, no sentido do movimento dos ponteiros de um relógio.

- 1. inicialização da posição e da orientação do personagem;
- 2. enquanto não for atingido o nó de destino:
  - a. preparação para a animação do movimento elementar A;
  - b. animação do movimento elementar A;
  - c. preparação para a animação do movimento elementar B;
  - d. animação do movimento elementar B;
  - e. preparação para a animação do movimento elementar C;
  - f. animação do movimento elementar C;
  - g. preparação para a animação do movimento elementar D;
  - h. animação do movimento elementar D;
  - i. preparação para a animação do movimento elementar *E*;
  - j. animação do movimento elementar E;
  - k. preparação para a animação do movimento elementar F;
  - I. animação do movimento elementar F.

A etapa 1 poderá ser efectuada apenas uma vez, no início do processo. As etapas a a l deverão ser realizadas repetidamente tantas vezes quantas forem necessárias para atingir o nó de destino.

Para facilitar a compreensão, este documento começará por descrever as etapas de preparação para a animação dos movimentos elementares D, E, C, F, B e A, por esta ordem (etapas g, i, e, k, c e a, respectivamente). Segue-se a descrição da animação dos movimentos elementares (comum às etapas h, f, f, f, f, f e g). Por último, descreve-se a inicialização da posição e da orientação do personagem (etapa g).

#### Preparação para a animação dos movimentos elementares

Na preparação para a animação de cada um dos movimentos elementares será necessário definir quatro parâmetros:

- número de fotogramas que compõem a animação do movimento elementar: n;
- velocidade angular do personagem: *vel<sub>a</sub>*;
- velocidade horizontal do personagem: *vel*<sub>h</sub>;
- velocidade vertical do personagem: vel<sub>v</sub>.

Além disso, a natureza descontínua dos movimentos circulares terá as seguintes implicações:

- em cada fotograma, o personagem percorrerá, não um arco de circunferência, mas a corda [1] correspondente (Figura 3);
- antes de iniciar a animação de um movimento circular, deverá ajustar-se a orientação do personagem, subtraindo-lhe metade do valor da velocidade angular: -vel<sub>a</sub> / 2.0;
- uma vez concluída a animação de um movimento circular, deverá reajustar-se a orientação do personagem, adicionando-lhe metade do valor da velocidade angular: vela / 2.0.

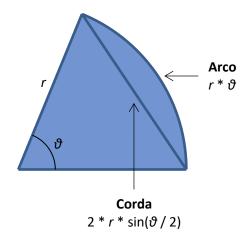


Figura 3 – Corda

#### Movimento D

Seja  $n_i$  o nó de proveniência do personagem,  $n_j$  o nó adjacente para onde o personagem se dirige e  $VEL_D$  a velocidade máxima pretendida para este movimento.

O personagem terá de percorrer a totalidade do comprimento da rampa.

O número de fotogramas que compõem a animação será dado pelo tecto<sup>6</sup> da razão entre o comprimento da rampa e a referida velocidade:

•  $n = [s_{ij} / VEL_D].$ 

Dada a natureza rectilínea do movimento, a velocidade angular será nula:

•  $vel_a = 0.0$ .

A velocidade horizontal será dada pela razão entre o comprimento da projecção da rampa no plano OXY e o número de fotogramas:

•  $vel_h = p_{ij} / n$ .

A velocidade vertical será dada pela razão entre o desnível da rampa e o número de fotogramas:

•  $vel_v = h_{ii} / n$ .

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Poderá usar-se a função Math.ceil() [6].

#### Movimento E

Seja  $n_i$  o nó de proveniência do personagem,  $n_j$  o nó adjacente em que o personagem vai entrar,  $RAIO_F$  o raio de curvatura pretendido para o movimento circular retrógrado F e  $VEL_E$  a velocidade máxima pretendida para o movimento E (Figura 4).

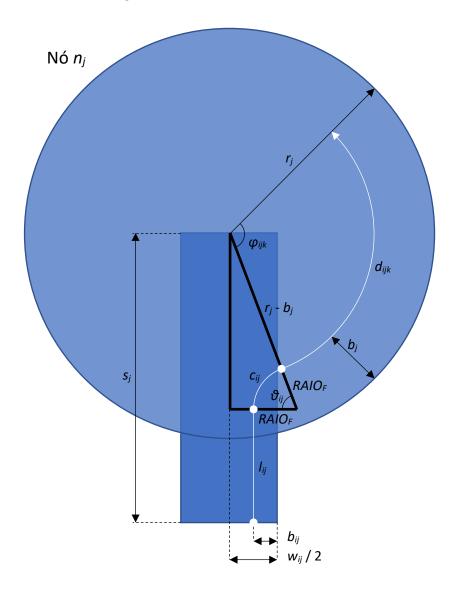


Figura 4 – Entrada em um nó

O personagem terá de percorrer apenas uma parte do comprimento do elemento de ligação, a qual poderá ser determinada com o auxílio do triângulo rectângulo representado na figura.

O comprimento da hipotenusa do triângulo rectângulo será dado pela equação:

•  $hip = r_j - b_j + RAIO_F$ .

O comprimento do cateto transversal será dado pela equação:

•  $cat_{trans} = w_{ij} / 2.0 - b_{ij} + RAIO_F$ .

Aplicando o teorema de Pitágoras, obtém-se para o comprimento do cateto longitudinal:

•  $cat_{long} = V(hip^2 - cat_{trans}^2)$ .

O comprimento do percurso será dado pelo comprimento do elemento de ligação subtraído do comprimento do cateto longitudinal:

•  $I_{ij} = s_j - cat_{long}$ .

O número de fotogramas que compõem a animação será dado pelo tecto da razão entre o comprimento do percurso e a velocidade:

•  $n = [I_{ij} / VEL_E]$ .

Dada a natureza rectilínea do movimento, a velocidade angular será nula:

•  $vel_a = 0.0$ .

A velocidade horizontal será dada pela razão entre o comprimento do percurso e o número de fotogramas:

•  $vel_h = l_{ii} / n$ .

Uma vez que o elemento de ligação é horizontal, a velocidade vertical será nula:

•  $vel_v = 0.0$ .

#### Movimento C

Seja  $n_j$  o nó de onde o personagem vai sair,  $n_k$  o nó adjacente para onde o personagem se dirige,  $RAIO_B$  o raio de curvatura pretendido para o movimento circular retrógrado B e  $VEL_C$  a velocidade máxima pretendida para o movimento C (Figura 5).

Aplicando um raciocínio idêntico ao usado na preparação do movimento *E*, verifica-se que o personagem terá de percorrer apenas uma parte do comprimento do elemento de ligação, a qual poderá ser determinada com o auxílio do triângulo rectângulo representado na figura.

O comprimento da hipotenusa do triângulo rectângulo será dado pela equação:

•  $hip = r_i - b_i + RAIO_B$ .

O comprimento do cateto transversal será dado pela equação:

•  $cat_{trans} = w_{jk} / 2.0 - b_{jk} + RAIO_B$ .

Aplicando o teorema de Pitágoras, obtém-se para o comprimento do cateto longitudinal:

•  $cat_{long} = V(hip^2 - cat_{trans}^2)$ .

O comprimento do percurso será dado pelo comprimento do elemento de ligação subtraído do comprimento do cateto longitudinal:

•  $I_{jk} = s_j - cat_{long}$ .

O número de fotogramas que compõem a animação será dado pelo tecto da razão entre o comprimento do percurso e a velocidade:

•  $n = [I_{jk} / VEL_C].$ 

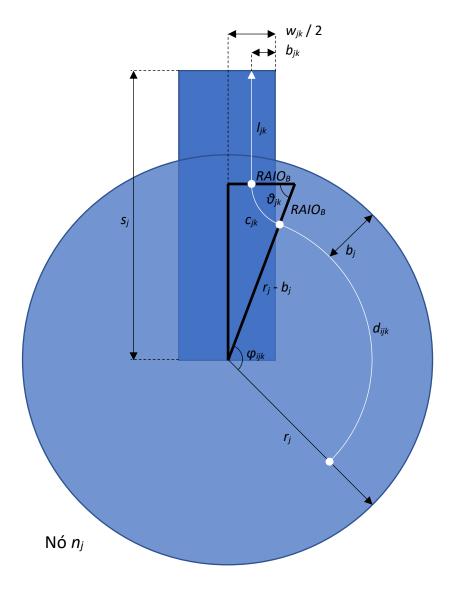


Figura 5 – Saída de um nó

Dada a natureza rectilínea do movimento, a velocidade angular será nula:

•  $vel_a = 0.0$ .

A velocidade horizontal será dada pela razão entre o comprimento do percurso e o número de fotogramas:

•  $veI_h = I_{jk} / n$ .

Uma vez que o elemento de ligação é horizontal, a velocidade vertical será nula:

•  $vel_v = 0.0$ .

#### Movimento F

Seja  $n_i$  o nó de proveniência do personagem,  $n_j$  o nó adjacente em que o personagem vai entrar,  $RAIO_F$  o raio de curvatura do movimento e  $VEL_F$  a velocidade máxima pretendida (Figura 4).

O personagem deverá percorrer no sentido retrógrado um arco de circunferência de raio  $RAIO_F$  que subentenda um ângulo de  $\vartheta_{ij}$  radianos. Os valores do ângulo subentendido e do comprimento do arco poderão ser determinados com o auxílio do triângulo rectângulo representado na figura.

O comprimento da hipotenusa do triângulo rectângulo será dado pela equação:

•  $hip = r_j - b_j + RAIO_F$ .

O comprimento do cateto transversal será dado pela equação:

•  $cat_{trans} = w_{ij} / 2.0 - b_{ij} + RAIO_F$ .

O ângulo subentendido e o comprimento do arco a percorrer serão dados pelas equações:

- $\vartheta_{ij} = \arccos^7(cat_{trans} / hip);$
- $c_{ij} = RAIO_F * \vartheta_{ij}$ .

O número de fotogramas que compõem a animação e os valores das velocidades angular, horizontal e vertical serão dados pelas seguintes equações:

- $n = [c_{ij} / VEL_F];$
- $vel_a = -\vartheta_{ii} / n^8$ ;
- $vel_h = 2.0 * RAIO_F * sin(\vartheta_{ij} / n / 2.0)^9$ ;
- $vel_v = 0.0$ .

#### Movimento B

Seja  $n_j$  o nó de onde o personagem vai sair,  $n_k$  o nó adjacente para onde o personagem se dirige,  $RAIO_B$  o raio de curvatura do movimento e  $VEL_B$  a velocidade máxima pretendida (Figura 5).

Aplicando um raciocínio idêntico ao usado na preparação do movimento *F*, verifica-se que o personagem deverá percorrer no sentido retrógrado um arco de circunferência de raio *RAIO<sub>B</sub>* que subentenda um

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Poderá usar-se a função Math.acos() [4].

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> O sinal negativo reflecte o sentido retrógrado pretendido.

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> Recorde-se que, em cada fotograma, o personagem percorrerá, não um arco de circunferência, mas a corda correspondente.

ângulo de  $\vartheta_{jk}$  radianos. Os valores do ângulo subentendido e do comprimento do arco poderão ser determinados com o auxílio do triângulo rectângulo representado na figura.

O comprimento da hipotenusa do triângulo rectângulo será dado pela equação:

•  $hip = r_j - b_j + RAIO_B$ .

O comprimento do cateto transversal será dado pela equação:

•  $cat_{trans} = w_{ik} / 2.0 - b_{ik} + RAIO_B$ .

O ângulo subentendido e o comprimento do arco a percorrer serão dados pelas equações:

- $\vartheta_{jk} = \arccos(cat_{trans} / hip);$
- $c_{jk} = RAIO_B * \vartheta_{jk}$ .

O número de fotogramas que compõem a animação e os valores das velocidades angular, horizontal e vertical serão dados pelas seguintes equações:

- $n = [c_{ik} / VEL_B];$
- $vel_a = -\vartheta_{ik} / n$ ;
- $vel_h = 2.0 * RAIO_B * sin(\vartheta_{ik} / n / 2.0);$
- $vel_v = 0.0$ .

#### Movimento A

Seja  $n_i$  o nó de proveniência do personagem,  $n_j$  o nó adjacente em que o personagem se encontra,  $n_k$  o nó adjacente para onde o personagem se dirige e  $VEL_A$  a velocidade máxima pretendida para este movimento (Figura 4 e Figura 5).

O personagem deverá percorrer no sentido directo um arco de circunferência de raio  $(r_j - b_j)$  que subentenda um ângulo de  $\varphi_{ijk}$  radianos. O ângulo subentendido será obtido calculando a diferença entre as orientações dos arcos  $a_{jk}$  e  $a_{ji}$  e subtraindo os ângulos complementares<sup>10</sup> dos ângulos  $\vartheta_{ij}$  e  $\vartheta_{jk}$ :

•  $\varphi_{ijk} = \alpha_{jk} - \alpha_{ji} - (\pi / 2.0 - \vartheta_{ij}) - (\pi / 2.0 - \vartheta_{jk}).$ 

Sabendo que  $\alpha_{ii} = \alpha_{ij} - \pi$ , ter-se-á:

•  $\varphi_{ijk} = \alpha_{jk} - (\alpha_{ij} - \pi) - (\pi / 2.0 - \vartheta_{ij}) - (\pi / 2.0 - \vartheta_{jk});$   $\varphi_{ijk} = \alpha_{jk} - \alpha_{ij} + \pi - \pi / 2.0 + \vartheta_{ij} - \pi / 2.0 + \vartheta_{jk};$  $\varphi_{ijk} = \alpha_{jk} - \alpha_{ij} + \vartheta_{ij} + \vartheta_{jk}.$ 

Dado o sentido directo pretendido para o movimento, deverá garantir-se que  $\varphi_{ijk} > 0.0$ , adicionando 2.0 \*  $\pi$  se necessário.

Por outro lado, de modo a evitar que o personagem descreva voltas supérfluas ao círculo, deverá garantirse que  $\varphi_{iik} \le 2.0 * \pi$ , subtraindo  $2.0 * \pi$  se necessário.

 $<sup>^{10}</sup>$  Diz-se que dois ângulos são complementares quando a sua soma perfaz  $90^{\circ}$  ou  $\pi$  / 2 radianos [3].

O comprimento do arco será dado pela equação:

```
• d_{ijk} = (r_i - b_i) * \varphi_{ijk}.
```

O número de fotogramas que compõem a animação e os valores das velocidades angular, horizontal e vertical serão dados pelas seguintes equações:

- $n = [d_{ijk} / VEL_A];$
- $vel_a = \varphi_{ijk} / n$ ;
- $vel_h = 2.0 * (r_i b_i) * \sin(\varphi_{ijk} / n / 2.0);$
- $vel_v = 0.0$ .

#### Animação de um movimento elementar

A orientação e a localização do personagem no próximo fotograma serão dadas pelas seguintes equações:

- $dir' = dir + vel_a$ ;
- $x'_P = x_P + vel_h * cos(dir);$
- $y'_P = y_P + vel_h * sin(dir);$
- $z'_P = z_P + vel_v$ .

Dada a natureza automática do movimento, não será necessário efectuar a detecção de colisões, pelo que a orientação e a localização do personagem poderão ser actualizadas incondicionalmente:

- dir = dir';
- $x_p = x'_p$ ;
- $y_p = y'_p$ ;
- $z_p = z'_p$ .

O número de fotogramas para a conclusão da animação deverá então ser reduzido de uma unidade. Se este número se anular, a animação corrente estará concluída e deverá preparar-se a animação do movimento elementar seguinte.

#### Inicialização da posição e da orientação do personagem

Para determinar a localização e a orientação do personagem (representadas a vermelho na Figura 6) no nó de origem  $n_j$ , poderá imaginar-se que aquele havia concluído o movimento circular retrógrado de entrada no círculo da rotunda, proveniente de um qualquer nó  $n_i$  adjacente.

O valor do ângulo subentendido pelo arco de circunferência poderá ser determinado com o auxílio do triângulo rectângulo representado na figura.

O comprimento da hipotenusa do triângulo rectângulo será dado pela equação:

•  $hip = r_i - b_i + RAIO_F$ .

O comprimento do cateto transversal será dado pela equação:

•  $cat_{trans} = w_{ii} / 2.0 - b_{ii} + RAIO_F$ .

O ângulo subentendido será dado pela equação:

•  $\vartheta_{ij} = \arccos(cat_{trans} / hip)$ .

A orientação será obtida adicionando à orientação do arco  $a_{ji}$  o ângulo complementar do ângulo  $\vartheta_{ij}$  e ainda  $\pi$  / 2.0 radianos:

• 
$$dir = \alpha_{ji} + (\pi / 2 - \vartheta_{ij}) + \pi / 2.0;$$
  
 $dir = \alpha_{ji} - \vartheta_{ij} + \pi.$ 

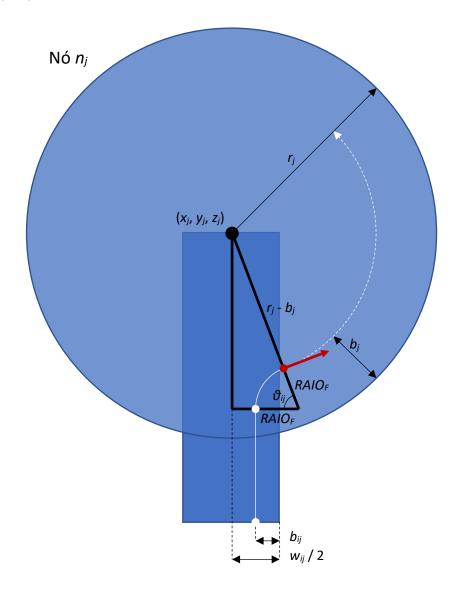


Figura 6 – Localização e orientação iniciais do personagem

Sabendo que  $\alpha_{ji} = \alpha_{ij} - \pi$ , ter-se-á:

• 
$$dir = \alpha_{ij} - \pi - \vartheta_{ij} + \pi;$$
  
 $dir = \alpha_{ij} - \vartheta_{ij}.$ 

A localização do personagem poderá ser calculada tomando o centro do círculo como referência:

- $x_P = x_i + (r_i b_i) * \sin(dir);$
- $y_P = y_j (r_j b_j) * \cos(dir);$
- $z_P = z_j + ALTURA\_PERSONAGEM / 2.0.$

#### Observações

Não obstante os cuidados referidos na secção Movimento A aquando da determinação do valor de  $\varphi_{ijk}$ , poderá acontecer que, no movimento A, o personagem descreva uma volta aparentemente desnecessária ao círculo de uma rotunda. Não se trata de um erro. Sucede que, consoante os valores que forem definidos para o raio do círculo e para os raios de curvatura dos movimentos F e B, seja fisicamente impossível percorrer a sucessão de movimentos F, A e B sem executar uma volta suplementar. Este comportamento poderá ser evitado reduzindo os valores de  $RAIO_F$  e  $RAIO_B$  e/ou aumentando o valor de  $K_CIRCULO$ . Caso se opte pela primeira solução, os valores de  $VEL_F$  e  $VEL_B$  deverão também ser reduzidos, sob pena de se perder fluidez na animação dos movimentos F e B.

## Colocação do personagem na cena

Dependendo da natureza do personagem, poderá ou não ser necessário incliná-lo nas rampas constituintes dos arcos do grafo.

Se o personagem for bípede e se deslocar a pé, num monociclo ou num Segway [2], por exemplo, poderá assumir-se que a sua postura não se afastará significativamente da vertical, pelo que não será necessário incliná-lo. Já os personagens quadrúpedes ou os que se desloquem numa bicicleta, triciclo ou automóvel, entre outros exemplos, terão de ser inclinados. Se for  $a_{ij}$  o arco a percorrer, o ângulo de inclinação será igual ao da rampa correspondente:  $\theta_{ij}$ .

## Referências

- [1] Wikipedia, "Chord," [Online]. Available: https://en.wikipedia.org/wiki/Chord\_(geometry). [Acedido em 20 Setembro 2022].
- [2] Wikipedia, "Segway," [Online]. Available: https://en.wikipedia.org/wiki/Segway. [Acedido em 20 Setembro 2022].
- [3] Wikipedia, "Angle: Complementary angles," [Online]. Available: https://en.wikipedia.org/wiki/Angle#complementary\_angle. [Acedido em 20 Setembro 2022].
- [4] Mozilla, "Math.acos()," [Online]. Available: https://developer.mozilla.org/en-US/docs/Web/JavaScript/Reference/Global\_Objects/Math/acos. [Acedido em 20 Setembro 2022].
- [5] Mozilla, "Math.atan2()," [Online]. Available: https://developer.mozilla.org/en-US/docs/Web/JavaScript/Reference/Global\_Objects/Math/atan2. [Acedido em 20 Setembro 2022].
- [6] Mozilla, "Math.ceil()," [Online]. Available: https://developer.mozilla.org/en-US/docs/Web/JavaScript/Reference/Global\_Objects/Math/ceil. [Acedido em 20 Setembro 2022].
- [7] Three.js, "Object3D: up," [Online]. Available: https://threejs.org/docs/index.html?q=object3d#api/en/core/Object3D.up. [Acedido em 20 Setembro 2022].