

Минимизация логических функций методом Квайна.

Цель занятия: *Целью данного занятия является, обоснование необходимости минимизации логических функций. Показан пример минимизации логической функции методом Квайна.*

Введение

Метод Квайна — способ представления функции в ДНФ или КНФ с минимальным количеством членов и минимальным набором переменных. Преобразование функции можно разделить на два этапа:

- на первом этапе осуществляется переход от канонической формы (СДНФ или СКНФ) к так называемой *сокращённой форме*;
- на втором этапе — переход от сокращённой формы к *минимальной форме*.

Первый этап (получение сокращённой формы)

Представим, что заданная функция f представлена в СДНФ. Для осуществления первого этапа преобразование проходит два действия:

- *Операция склеивания*;
- *Операция поглощения*.

Операция склеивания сводится к нахождению пар членов, соответствующих виду $w \cdot x$ или $w \cdot \bar{x}$, и преобразованию их в следующие выражения: $w \cdot x \vee w \cdot \bar{x} = w \cdot (x \vee \bar{x}) = w$. Результаты склеивания w теперь играют роль дополнительных членов.

Потом выполняется *операция поглощения*. Она основана на равенстве $w \vee w \cdot z = w \cdot (1 \vee z)$ (член w поглощает выражение $w \cdot z$). Вследствие этого действия из логического выражения вычёркиваются все члены, поглощаемые другими переменными, результаты которых получены в *операции склеивания*. Обе операции первого этапа могут выполняться до тех пор, пока это может быть осуществимо.

Второй этап

(переход от сокращённой формы к минимальной)

Как и на первом этапе, в полученном равенстве могут содержаться члены, устранение которых никаким образом не повлияет на конечный результат. Следующий этап минимизации — удаление таких переменных. Для

осуществления этого шага, необходимо построить импликантную матрицу. Члены СДНФ заданной функции вписываются в столбцы, а в строки — простые импликанты, то есть члены сокращённой формы. Отмечаются столбцы членов СДНФ, которые поглощаются отдельными простыми импликантами.

Импликанты, не подлежащие исключению, образуют *ядро*. Такие импликанты определяются по вышеуказанной матрице. Для каждой из них имеется хотя бы один столбец, перекрываемый только этой импликантой.

Для получения минимальной формы достаточно выбрать из импликантов, не входящих в ядро, такое минимальное их число с минимальным количеством букв в каждом из этих импликант, которое обеспечит перекрытие всех столбцов, не перекрытых членами ядра.

Для получения **Минимальной Конъюнктивной Нормальной Формы (МКНФ)**, используя метод Квайна, вводятся следующие критерии:

- для минимизации берётся не СДНФ, а СКНФ функции;
- склеиваемые пары членов меняются на: $w \vee x$ или $w \vee \bar{x}$;
- правило операции поглощения выглядит следующим образом:

$$z \cdot (z \vee y) = z \vee z \cdot y = z \cdot (1 \vee y) = z$$

Пример использования метода Квайна для минимизации СДНФ вы найдете в видео-материале этой недели.

Задания для самостоятельного решения.

1. Для функции f_1, f_2, f_3 заданных таблицей истинности найдите МДНФ и МКНФ методом Квайна.
2. Постройте структурные схемы логических устройств в базисе И, ИЛИ, НЕ.

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x_1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| x_2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| x_3 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| x_4 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| f_1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| f_2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| f_3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |