

5. Не используя таблицы истинности, постройте СДНФ и СКНФ, выражающие следующие функции:

- 1) $f(x_1, x_2, x_3)$, равную 1 тогда и только тогда, когда большинство переменных равно 1;
- 2) $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$, равную 1 тогда и только тогда, когда $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 3$. Здесь имеется в виду обычная алгебраическая сумма.

6. Не используя таблицу истинности, преобразуйте в СДНФ следующую функцию:

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \& x_2 \vee \bar{x}_1 \& x_3.$$

4.7. На скольких наборах значений аргументов принимает значение 1 следующая булева функция от n аргументов:

- | | |
|--|--|
| а) $x_1 x_2 \dots x_n + 1$; | ж) $(x_1 \dots x_k) + (x_{k+1} \dots x_n)$; |
| б) $x_1 x_2 \dots x_n + x_1$; | з) $x_1 x_2 x_3 + (x_4 x_5 \dots x_n)$; |
| в) $x_1 + x_2 x_3 \dots x_n$; | и) $1 + x_1 + x_1 x_2 + x_1 x_2 x_3 + \dots + x_1 x_2 \dots x_n$; |
| г) $1 + x_1 + x_2 x_3 \dots x_n$; | к) $x_1 + x_1 x_2 + x_1 x_2 x_3 + \dots + x_1 x_2 \dots x_n$; |
| д) $x_1 x_2 \dots x_{n-1} + x_n$; | л) $(x_1 \vee \dots \vee x_k) + (x_{k+1} \vee \dots \vee x_n)$; |
| е) $x_1 x_2 + x_3 x_4 \dots x_n + 1$; | м) $(x_1 \dots x_k) \vee (x_{k+1} \dots x_n)$. |

Пример 4.1 Найти все существенные переменные функции

$$F = \overline{x y \vee x(y \vee z)}.$$

Упростим формулу, задающую функцию:

$$F = \overline{x y \vee x(y \vee z)} = \overline{x(\overline{y \vee y \vee z})} = \overline{x(1 \vee z)} = \overline{x \cdot 1} = \bar{x}.$$

Следовательно, существенной для данной функции является только переменная x . ◁

4.2 Определите, от каких переменных существенно зависят функции:

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| а) $f(x, y) = 1$; | б) $f(x, y) = \bar{x}$; |
| в) $f(x, y) = y$; | г) $f(x, y) = x \vee y$; |
| д) $f(x, y) = (1101)^T$. | |

4.10 Найдите СКНФ и СДНФ функций f_i ($i=1,2,3,4$), заданных таблицей истинности:

x	y	z	f_1	f_2	f_3	f_4
0	0	0	0	0	1	0
0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	1	1	0
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	1

4.11 Найдите СДНФ функций с помощью равносильных преобразований:

а) $f(x, y) = \bar{x} \vee \bar{y}$;

б) $f(x, y, z) = (\bar{x} \rightarrow \bar{y}) \rightarrow (yz \rightarrow xz)$;

в) $f(x, y, z) = \overline{(x \oplus y)} \sim z$;

г) $f(x, y, z) = x \oplus \overline{xyz}$;

д) $f(x, y, z) = \overline{(\bar{x} \vee \bar{y}z) \oplus (z \rightarrow x)}$;

е) $f(x, y, z, t) = \bar{x} \vee z\bar{y}t$.

9.3. Найдите дизъюнктивную нормальную форму булевой функции $g(p, q, r, s)$, чья таблица истинности — (табл. 9.11).

Таблица 9.11

p	q	r	s	f
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Привести к СДНФ функцию $f = (10001110)$.

Построить СКНФ для $f = (10001110)$.