

4.5. Определите, какие из приведенных ниже отношений на \mathbb{Z} являются рефлексивными, симметричными, а какие транзитивными?

- (а) « $x + y$ — нечетное число»;
- (б) « $x + y$ — четное число»;
- (в) « xy — нечетное число»;
- (г) « $x + xy$ — четное число».

4.6. Перечислите упорядоченные пары, принадлежащие отношениям, заданным на множестве $\{x : x \in \mathbb{Z} \text{ и } 1 \leq x \leq 12\}$.

- (а) $R = \{(x, y) : xy = 9\}$;
- (б) $S = \{(x, y) : 2x = 3y\}$;
- (в) замыкание R по транзитивности;
- (г) замыкание S по транзитивности.

4.7. Ниже определены отношения на множествах. Опишите на словах замыкание по транзитивности в каждом случае.

- (а) « x на один год старше, чем y » на множестве людей;
- (б) $x = 2y$ на множестве \mathbb{N} натуральных чисел;
- (в) $x < y$ на множестве \mathbb{R} вещественных чисел;
- (г) « x является дочерью y » на множестве женщин.

4.8. Найдите замыкания по рефлексивности, по симметричности и по транзитивности отношения

$$\{(a, a), (b, b), (c, c), (a, c), (a, d), (b, d), (c, a), (d, a)\},$$

заданного на множестве $\{a, b, c, d\}$. Имеет ли смысл строить замыкание по антисимметричности?

4.9. Для каждого из следующих отношений эквивалентности на данном множестве A опишите блоки, на которые разбивается множество A :

- (а) A — множество книг в библиотеке, а R определяется условием: $x R y$, если и только если цвет переплета x совпадает с цветом переплета y ;
- (б) $A = \mathbb{Z}$, R задается условием: $x R y$ тогда и только тогда, когда $x - y$ — четное число;
- (в) A — множество людей, и $x R y$, если x имеет тот же пол, что и y ;