

Булевы функции (ЗАДАЧИ)

1. Выразите функции $\&$, \vee , \neg через *стрелку Пирса*.
2. Докажите, что система функций, состоящая только из функции отрицания, не является полной.
3. Докажите, что система функций, состоящая только из функции конъюнкции, не является полной.
4. Докажите, что система функций $\{\&, \vee\}$ не является полной.
5. Используя второй закон де Моргана, докажите, что система $\{\neg, \&\}$ полна.
6. Выразите функции $\&$ и \vee через \rightarrow и \neg , доказав тем самым полноту системы $\{\rightarrow, \neg\}$.
7. Как с помощью функции исключающее ИЛИ и одной из констант 0 или 1 (определите, какой именно) можно выразить логическое отрицание?
8. Найдите СДНФ и СКНФ функций f_i ($i=1:4$), заданных таблицей истинности

x	y	z	f_1	f_2	f_3	f_4
0	0	0	0	0	1	0
0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	1	1	0
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	1

9. Найдите СДНФ функций с помощью равносильных преобразований:

а) $f(x, y) = \bar{x} \vee \bar{y}$;

б) $f(x, y, z) = (\bar{x} \rightarrow \bar{y}) \rightarrow (yz \rightarrow xz)$;

в) $f(x, y, z) = \overline{(x \oplus y)} \sim z$;

г) $f(x, y, z) = x \oplus \overline{xyz}$;

д) $f(x, y, z) = \overline{(\bar{x} \vee \bar{y}z) \oplus (z \rightarrow x)}$;

е) $f(x, y, z, t) = \bar{x} \vee z \bar{y}t$.

10. Привести данные выражения к ДНФ, пользуясь правилами де Моргана. Если возможно, сократить ДНФ, используя свойство поглощения и правило Блейка:

а) $\overline{xy}(xy\bar{z} \vee \bar{x}y)$;

б) $\overline{xy}\bar{z} \vee xy\bar{z} \vee \bar{x}\bar{z} \vee x\bar{y}\bar{z}$.

11. По заданным ДНФ построить сокращенную ДНФ:

$$\bar{x}_1\bar{x}_2 \vee x_1\bar{x}_2x_4 \vee x_2\bar{x}_3x_4.$$

12. Для данной функции $f(x, y, z)$

1. Выяснить, какие её переменные являются существенными, а какие — фиктивными.

2. Выразить $f(x, y, z)$ формулой, содержащей только существенные переменные.

№	$f(x, y, z)$
1	1011 1011
2	0011 1100
3	0101 1111
4	1000 1000

№	$f(x, y, z)$
5	1010 0000
6	1100 1111
7	0010 0010
8	1100 0011

№	$f(x, y, z)$
9	0000 1010
10	1001 1001
11	0101 0000
12	1100 1100

13. Для данной функции $f(x, y, z, w)$, заданной векторно, проделать следующее:

1. Записать её СДНФ и СКНФ.

2. Методом Квайна найти сокращённую ДНФ.

3. Для сокращённой ДНФ построить матрицу Квайна, указать ядровые импликанты.

4. С помощью матрицы Квайна найти минимальную ДНФ, указать её сложность.

5. Найти минимальную ДНФ данной функции с помощью карт Карнау, сравнить полученный результат с ДНФ, найденной в п. 4.

№	f	№	f	№	f
1	1111 0101 0011 1101	11	0100 1110 1101 1111	21	1011 1111 0001 1111
2	1101 1110 1010 1110	12	1111 1110 0111 1100	22	1110 1100 1111 1001
3	0111 0001 1111 1101	13	1000 1011 1111 1111	23	1001 1011 1111 1010
4	1011 1111 1111 1000	14	1111 1101 1110 0001	24	1111 1110 0111 0011
5	1101 0101 1101 1111	15	1101 0111 1100 1110	25	1010 1111 0111 0011
6	1111 1110 1010 0011	16	1011 1111 1010 1101	26	1110 0110 1111 1100
7	1111 0010 0111 1110	17	1001 1101 1010 1111	27	0111 0111 0101 1011
8	1100 1110 1111 1011	18	1110 0110 1111 1100	28	1101 1111 1110 1010
9	1100 0110 1111 0111	19	0011 1011 1010 1111	29	1111 0011 0111 0111
10	1011 1111 1110 0010	20	1111 0110 1110 1110	30	1110 1110 1010 1101