

角周波数、周波数、周期

復習：角周波数

$$f(t) = a \cdot \sin(w \cdot t + \phi)$$

または

$$f(t) = a \cdot \cos(w \cdot t + \phi)$$

w … 角周波数、実数の定数、範囲は $w \geq 0$ 、単位は rad/秒

この角周波数 w の値はマイナスでも良いのですが、マイナスの角周波数はイメージし辛いと思うので、今の所は $w \geq 0$ とします (ちなみにマイナスの角周波数は時間領域複素正弦波のアクティビティで出てきます。その時に改めてマイナスの角周波数の意味について説明します)。

この w の値を変えるとグラフでは横方向の伸縮が変わります。 w が大きいとグラフは横方向で縮みます。逆に小さいと横方向で伸びます。

さて上のサイン波の定義では角周波数 w (rad/秒) を使っていますが、あなたにとっては「周波数」の方が馴染み深いかもしれません。また、「周期」という言葉も聞いたことがあると思います。

実は「角周波数」「周波数」「周期」は簡単に相互変換出来るのですが、変換式を示す前に「周波数」「周期」の意味をまとめておきます。

時間領域アナログサイン波の周波数と周期

周波数 (frequency) f … 波が 1 秒間に何回振動するかを表す実数の定数。単位は Hz (ヘルツ)。範囲は $f \geq 0$ 、例えば周波数が $f = 2$ Hz だとしたら 1 秒間に 2 回サイン波が振動する。

※ 関数 (function) $f(t)$ の f と同じ記号なので混同しないようにしましょう

周期 T … 波が 1 回振動するのに何秒かかるかを表す実数の定数。単位は秒。範囲は $T \geq 0$ 、例えば周期 0.5 秒 だとしたら 0.5 秒で 1 回サイン波が振動する。

では「角周波数」「周波数」「周期」の相互変換式を示します。

公式：角周波数、周波数、周期の相互変換式

$$w = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot \frac{1}{T}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{w}{2\pi}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{w}$$

「 w が大きいとグラフは横方向で縮みます」と言いましたが、 w が大きいという事は周期 T が短くなることからその理由が分かります (同様に w が小さいと伸びるのは T が長くなるからです)。

さてこの様に w と f は 2π を掛けるか割るかするだけで簡単に相互変換できますので、次のように w の代わりに f を使って時間領域アナログサイン波を定義しても構いません。あなたが分かりやすい方を使って下さい。

周波数 f を用いた時間領域アナログサイン波の定義

$$f(t) = a \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \phi)$$

$$f(t) = a \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t + \phi)$$