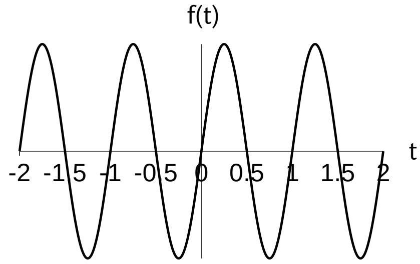
Q1 (10 点) ID: fourier/text01/page01/020

以下の周期性時間領域アナログ信号 (サイン波) の周期 T [秒] を選択肢 a〜d の中から 1 つ選びなさい。



(a)

T = 1 [秒]

(b)

T = 2 [秒]

(c)

T = 3 [秒]

(d)

T = 4 [秒]

Q1 (10 点) ID: fourier/text01/page01/020

正解 **(a)**

【出題意図】
グラフから周期性時間領域アナログ信号の周期を求めることができるかどうかを確かめる問題である。

【重要事項】

$$f(t) = f(t + n \cdot \mathrm{T})$$

の関係を満たす時間領域アナログ信号を周期性時間領域アナログ信号という。

T ・・・周期、 実数の定数、単位は [秒]、範囲は $\mathrm{T} > 0$

n ・・・任意の整数 $(n = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots)$

$$f_1 = \frac{1}{\mathrm{T}}$$

を基本周波数という。単位は [Hz]

$$w_1 = 2\pi \cdot f_1 = \frac{2\pi}{\mathrm{T}}$$

を基本角周波数という。単位は [rad/秒]

【解説】
グラフより、$\mathrm{T} = 1$ [秒] 間隔で信号が同じ形となっていることから答えが求まる。

Q2 (10 点) ID: fourier/text01/page02/015

「周期的な信号は異なる周波数のサイン波が複数足し合わされて出来ている」ことを主張する定理を選択肢 a〜d の中から 1 つ選びなさい。

(a)

中心極限定理

(b)

ベルヌーイの定理

(c)

フーリエの定理

(d)

ピタゴラスの定理

Q2 (10 点) ID: fourier/text01/page02/015

正解 **(c)**

【出題意図】

フーリエの定理について理解しているか確かめる問題である。

【重要事項】

フーリエの定理

$f(t)$ が周期 T [秒] の周期性時間領域アナログ信号ならば、$f(t)$ を

1. 直流成分

2. 基本角周波数 w_1 [rad/秒] を持つ時間領域アナログサイン波 (基本波と呼ぶ)

3. 基本角周波数 w_1 [rad/秒] の正整数倍の角周波数を持つ無限個の時間領域アナログサイン波 (高調波と呼ぶ)

の和に分解できる。

【解説】

フーリエの定理は「周期的な信号は異なる周波数のサイン波が複数足し合わされて出来ている」ことを主張する定理である。

Q3 (10 点) ID: fourier/text01/page02/016

周期が T = 1 [秒] の周期性時間領域アナログ信号に含まれる基本波の周波数を選択肢 a〜d の中から 1 つ選びなさい。

(a)

$$f_1 = 1 \text{ [Hz]}$$

(b)

$$f_1 = 2 \text{ [Hz]}$$

(c)

$$f_1 = 3 \text{ [Hz]}$$

(d)

$$f_1 = 4 \text{ [Hz]}$$

Q3 (10 点) ID: fourier/text01/page02/016

正解 **(a)**

【出題意図】
基本波の周波数を求めることが出来るか確かめる問題である。

【重要事項】
フーリエの定理

$f(t)$ が周期 T [秒] の周期性時間領域アナログ信号ならば、$f(t)$ を

1. 直流成分
2. 基本周波数 f_1 [Hz] を持つ時間領域アナログサイン波 (基本波と呼ぶ)
3. 基本周波数 f_1 [Hz] の正整数倍の周波数を持つ無限個の時間領域アナログサイン波 (高調波と呼ぶ)

の和に分解できる。

【解説】
周期が $\mathrm{T} = 1$ であるので、基本波の周波数は基本周波数 $f_1 = 1$ [Hz] となる。

Q4 (10 点) ID: fourier/text01/page02/017

フーリエが活躍していた頃にアメリカが関わった戦争を選択肢 a〜d の中から 1 つ選びなさい。

(a)

ベトナム戦争

(b)

太平洋戦争

(c)

独立戦争

(d)

湾岸戦争

Q4 (10 点) ID: fourier/text01/page02/017

正解 **(c)**

【出題意図】
フーリエの人物像や活躍した時代背景を理解しているか確かめる問題である。

【重要事項】
ジャン・バティスト・ジョゼフ・フーリエ (1768 年 - 1830 年) は、フランスの数学者・物理学者・政治家である。

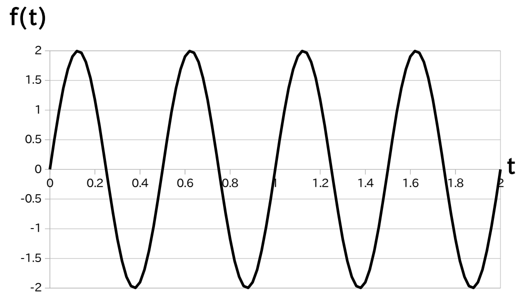
【解説】
ベトナム戦争 (1975 年)、太平洋戦争 (1941 年)、独立戦争 (1775 年)、湾岸戦争 (1990 年)

Q5 (10 点) ID: fourier/text01/page03/003

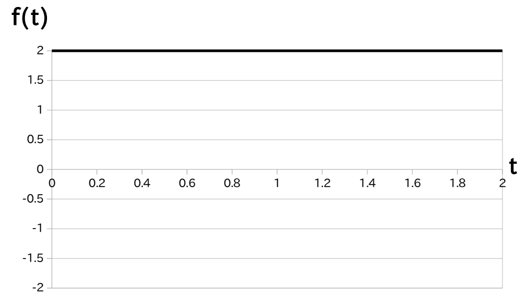
ある周期性時間領域アナログ信号 (周期 T = 1 [秒]) が以下の式で与えられている時、第 2 高調波のグラフを選択肢 a〜d の中から 1 つ選びなさい。

$$f(t) = 2 + 2 \cdot \cos(1 \cdot 2\pi \cdot t) - 2 \cdot \cos(2 \cdot 2\pi \cdot t)$$

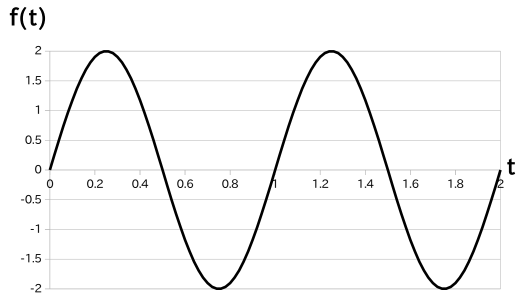
(a)



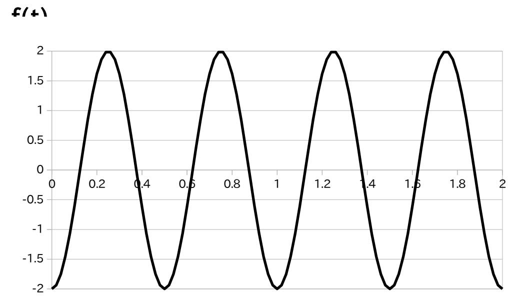
(b)



(c)



(d)



Q5 (10 点) ID: fourier/text01/page03/003

正解 **(d)**

【出題意図】
式から周期性時間領域アナログ信号の各成分のグラフを求めることができるかどうかを確かめる問題である。

【重要事項】

・フーリエの定理を式で表すと次の実フーリエ級数展開となる

$$f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \{a_k \cdot \cos(k \cdot w_1 \cdot t + \phi_k)\}$$

$f(t)$ ・・・周期 T [秒] の周期性時間領域アナログ信号

w_1 ・・・ 基本角周波数、$w_1 = 2\pi/\mathrm{T}$、単位は [rad/秒]

a_0 ・・・ 直流成分、実数の定数、範囲は実数全体、単位は扱う信号の種類による (ボルトとかアンペアとか度とか etc.)

a_k ・・・ 第 k 高調波 ($k = 1$ の時は基本波) の振幅、実数の定数、範囲は実数全体、単位は扱う信号の種類による (ボルトとかアンペアとか度とか etc.)

ϕ_k ・・・ 第 k 高調波 ($k = 1$ の時は基本波) の初期位相、実数の定数、範囲は $-\pi \leq \phi \leq \pi$、単位は [rad]

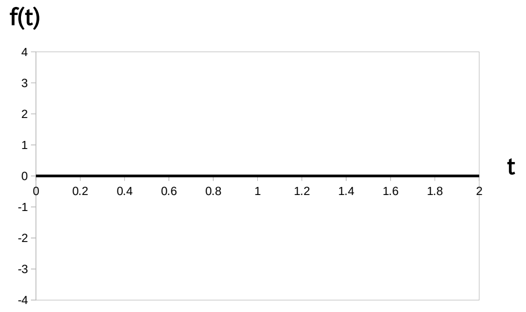
【解説】
実フーリエ級数展開の定義と問題の $f(t)$ を見比べると $a_2 = -2, \phi_2 = 0$ であることから答となるグラフが求まる。

Q6 (10 点) ID: fourier/text01/page03/020

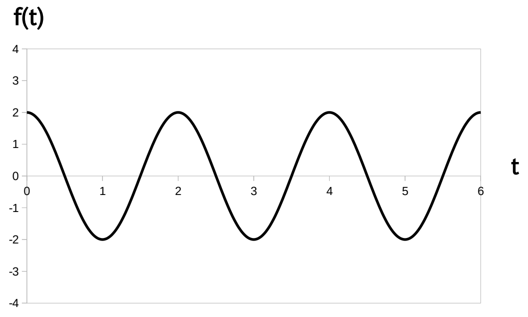
ある周期性時間領域アナログ信号 (周期 T = 6 [秒]) が以下の式で与えられている時、第 3 高調波のグラフを選択肢 a〜d の中から 1 つ選びなさい。

$$f(t) = 0 - 1 \cdot \cos\left(1 \cdot \frac{\pi}{3} \cdot t\right) + 3 \cdot \cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{3} \cdot t\right) + 2 \cdot \cos\left(3 \cdot \frac{\pi}{3} \cdot t\right)$$

(a)

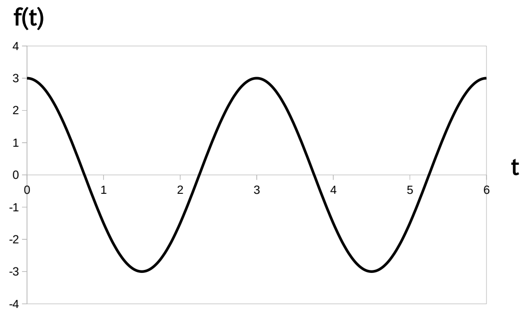


(b)



(c)

(d)



Q6　(10 点) ID: fourier/text01/page03/020

正解　**(b)**

【出題意図】

式から周期性時間領域アナログ信号の各成分のグラフを求めることができるかどうかを確かめる問題である。

【重要事項】

・フーリエの定理を式で表すと次の実フーリエ級数展開となる

$$f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \{a_k \cdot \cos(k \cdot w_1 \cdot t + \phi_k)\}$$

$f(t)$ ・・・周期 T [秒] の周期性時間領域アナログ信号

w_1 ・・・ 基本角周波数、$w_1 = 2\pi/\mathrm{T}$、単位は [rad/秒]

a_0 ・・・ 直流成分、実数の<u>定数</u>、範囲は実数全体、単位は扱う信号の種類による (ボルトとかアンペアとか度とか etc.)

a_k ・・・ 第 k 高調波 ($k = 1$ の時は基本波) の振幅、実数の<u>定数</u>、範囲は実数全体、単位は扱う信号の種類による (ボルトとかアンペアとか度とか etc.)

ϕ_k ・・・ 第 k 高調波 ($k = 1$ の時は基本波) の初期位相、実数の<u>定数</u>、範囲は $-\pi \leq \phi \leq \pi$、単位は [rad]

【解説】

$w_1 = \pi/3$ より、実フーリエ級数展開の定義と問題の $f(t)$ を見比べると $a_3 = 2, \phi_3 = 0$ であることから答となるグラフが求まる。

Q7 (10 点) ID: fourier/text01/page04/001

ある周期性時間領域アナログ信号の k 番目の複素フーリエ係数 $\mathrm{C}[k]$ が以下の式で与えられている時、$-k$ 番目の複素フーリエ係数 $\mathrm{C}[-k]$ を選択肢 a〜d の中から 1 つ選びなさい。

$$\mathrm{C}[k] = 2 \cdot \mathrm{e}^{\{j \cdot \pi/4\}}$$

(a)

$$\mathrm{C}[-k] = -2 \cdot \mathrm{e}^{\{j \cdot \pi/4\}}$$

(b)

$$\mathrm{C}[-k] = -2 \cdot \mathrm{e}^{\{-j \cdot \pi/4\}}$$

(c)

$$\mathrm{C}[-k] = 2 \cdot \mathrm{e}^{\{-j \cdot \pi/4\}}$$

(d)

$$\mathrm{C}[-k] = (1/2) \cdot \mathrm{e}^{\{j \cdot 4\pi\}}$$

Q7 (10 点) ID: fourier/text01/page04/001

正解 **(c)**

【出題意図】

複素フーリエ係数 $\mathrm{C}[k]$ から $\mathrm{C}[-k]$ を求めることができるかどうかを確かめる問題である。

【重要事項】

・複素フーリエ級数展開の定義

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left\{ \mathrm{C}[k] \cdot \mathrm{e}^{\{j \cdot k \cdot w_1 \cdot t\}} \right\}$$

$f(t)$ ・・・周期 T [秒] の周期性時間領域アナログ信号

w_1 ・・・ 基本角周波数、$w_1 = 2\pi/\mathrm{T}$、単位は [rad/秒]

$\mathrm{C}[k]$ ・・・ k 番目の複素フーリエ係数

$$\mathrm{C}[k] = \frac{1}{\mathrm{T}} \int_{-\mathrm{T}/2}^{\mathrm{T}/2} \left\{ f(t) \cdot \mathrm{e}^{\{-j \cdot k \cdot w_1 \cdot t\}} \right\} \mathrm{dt} \ , \ (k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots)$$

・ $\mathrm{C}[k]$ と $\mathrm{C}[-k]$ は複素共役関係、つまり

$$\mathrm{C}[k] = \mathrm{C}^*[-k]$$

$$\mathrm{C}^*[k] = \mathrm{C}[-k]$$

【解説】

$\mathrm{C}[k]$ と $\mathrm{C}[-k]$ は複素共役関係であることから答えが求まる。

Q8 (10 点) ID: fourier/text01/page04/002

ある周期性時間領域アナログ信号 $f(t)$ の複素フーリエ級数展開が以下の式で与えられている時、複素フーリエ係数 C[1] を選択肢 a〜d の中から 1 つ選びなさい。なお w_1 [rad/秒] を基本角周波数とする。

$$\begin{aligned} f(t) = &\left\{1 \cdot \mathrm{e}^{\{-j \cdot \pi/3\}}\right\} \cdot \mathrm{e}^{\{j \cdot (-2) \cdot w_1 \cdot t\}} + \left\{2 \cdot \mathrm{e}^{\{-j \cdot \pi/2\}}\right\} \cdot \mathrm{e}^{\{j \cdot (-1) \cdot w_1 \cdot t\}} \\ &+ 1 \\ &+ \left\{2 \cdot \mathrm{e}^{\{j \cdot \pi/2\}}\right\} \cdot \mathrm{e}^{\{j \cdot 1 \cdot w_1 \cdot t\}} + \left\{1 \cdot \mathrm{e}^{\{j \cdot \pi/3\}}\right\} \cdot \mathrm{e}^{\{j \cdot 2 \cdot w_1 \cdot t\}} \end{aligned}$$

(a)

$$\mathrm{C}[1] = 0$$

(b)

$$\mathrm{C}[1] = 1$$

(c)

$$\mathrm{C}[1] = 1 \cdot \mathrm{e}^{\{j \cdot \pi/3\}}$$

(d)

$$\mathrm{C}[1] = 2 \cdot \mathrm{e}^{\{j \cdot \pi/2\}}$$

Q8 (10 点) ID: fourier/text01/page04/002

正解 **(d)**

【出題意図】

複素フーリエ級数展開の式から複素フーリエ係数 $\mathrm{C}[k]$ を求めることができるかどうかを確かめる問題である。

【重要事項】

・複素フーリエ級数展開の定義

$$f(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\left\{\mathrm{C}[k]\cdot \mathrm{e}^{\{j\cdot k\cdot w_1\cdot t\}}\right\}$$

$f(t)$ ・・・周期 T [秒] の周期性時間領域アナログ信号

w_1 ・・・ 基本角周波数、$w_1=2\pi/\mathrm{T}$、単位は [rad/秒]

$\mathrm{C}[k]$ ・・・ k 番目の複素フーリエ係数

$$\mathrm{C}[k]=\frac{1}{\mathrm{T}}\int_{-\mathrm{T}/2}^{\mathrm{T}/2}\left\{f(t)\cdot \mathrm{e}^{\{-j\cdot k\cdot w_1\cdot t\}}\right\}\mathrm{dt}\ ,\ (k=0,\pm1,\pm2,\cdots)$$

・ $\mathrm{C}[k]$ と $\mathrm{C}[-k]$ は複素共役関係、つまり

$$\mathrm{C}[k]=\mathrm{C}^*[-k]$$

$$\mathrm{C}^*[k]=\mathrm{C}[-k]$$

【解説】

フーリエ級数展開の定義式からそのまま答えが求まる。

Q9　(10 点)　ID: fourier/text01/page05/003

ある周期性時間領域アナログ信号 (周期 T = 2 [秒]) から複素フーリエ係数を計算したところ、C[0] = 1、C[1] = $2 \cdot \mathrm{e}^{\{-j \cdot \pi/2\}}$ 、それ以外は C[k] = 0 という値が求められた。元の信号の式を選択肢 a〜d の中から 1 つ選びなさい。

(a)

$$f(t) = 1 + 4 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot t + \pi/2)$$

(b)

$$f(t) = 1 + 4 \cdot \cos(1 \cdot \pi \cdot t - \pi/2)$$

(c)

$$f(t) = 1 + 1 \cdot \cos(1 \cdot \pi \cdot t + \pi/2)$$

(d)

$$f(t) = 1 + 2 \cdot \cos(1 \cdot \pi \cdot t + \pi/2)$$

Q9 (10 点) ID: fourier/text01/page05/003

正解 **(b)**

【出題意図】

式から周期性時間領域アナログ信号の複素フーリエ係数を求めることができるかどうかを確かめる問題である。

【重要事項】

・実フーリエ級数展開における直流成分 a_0、第 k 高調波の振幅 a_k、位相 ϕ_k と複素フーリエ係数 C[0]、C[k] には次の関係がある

$$\mathrm{C}[0] = a_0$$
$$\mathrm{C}[k] = \frac{a_k}{2} \cdot \mathrm{e}^{\{j \cdot \phi_k\}}\ ,\ (k \geq 1)$$

【解説】

$a_0 = 1$、$w_1 = \pi$ [Hz]、$a_1 = 4$、$\phi_1 = -\pi/2$ [rad] より答えは求まる。

Q10 (10 点) ID: fourier/text01/page05/020

ある周期性時間領域アナログ信号が以下の式で与えられている時、複素フーリエ係数 C[1] を選択肢 a〜d の中から 1 つ選びなさい。なお w_1 [rad/秒] を基本角周波数とする。

$$f(t) = 2 + \pi \cdot \cos(1 \cdot w_1 \cdot t) + 1 \cdot \cos(2 \cdot w_1 \cdot t + \pi/8)$$

(a)

$$\mathrm{C}[1] = 2$$

(b)

$$\mathrm{C}[1] = \frac{1}{2} \cdot \mathrm{e}^{\{j \cdot \pi/8\}}$$

(c)

$$\mathrm{C}[1] = \frac{2}{2} \cdot \mathrm{e}^{\{j \cdot \pi\}}$$

(d)

$$\mathrm{C}[1] = \frac{\pi}{2}$$

Q10 (10 点) ID: fourier/text01/page05/020

正解 **(d)**

【出題意図】

式から周期性時間領域アナログ信号の複素フーリエ係数を求めることができるかどうかを確かめる問題である。

【重要事項】

・実フーリエ級数展開における直流成分 a_0、第 k 高調波の振幅 a_k、位相 ϕ_k と複素フーリエ係数 C[0]、C[k] には次の関係がある

$$\mathrm{C}[0] = a_0$$
$$\mathrm{C}[k] = \frac{a_k}{2} \cdot \mathrm{e}^{\{j \cdot \phi_k\}}\ ,\ (k \geq 1)$$

【解説】

$a_1 = \pi$、$\phi_1 = 0$ より $\mathrm{C}[1] = \frac{\pi}{2}$ となる。