

アクティビティ: 離散フーリエ変換 (DFT)

学習項目: [1] DFT と IDFT

演習時間: 200 分

演習

1. 周期性時間領域ディジタル信号

演習 1 (個人 PC, 15 分): 表計算ソフトを使って周期性時間領域ディジタル信号のグラフを描いてみましょう。

(1) 周期性時間領域ディジタル信号の式は

$$f[i] = -1 + 2 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\left(\frac{15}{1}\right)} \cdot i + 1\right) + 4 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\left(\frac{15}{3}\right)} \cdot i + 0.5\right) + 3 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\left(\frac{15}{7}\right)} \cdot i - 2\right)$$

とします。

(2) 時刻の範囲は $i = 0, 1, \dots, 45$ とします。

(3) グラフは点あり、線あり、平滑化「無し」とします。

(4) グラフを描いたら周期 N [点] を求めてタイトルに追加記述して下さい。

(5) グラフを画像ファイルに変換してアップロードして下さい。

2. DFT と IDFT の定義

演習無し

3. プログラミング

演習 2 (個人 PC, 15 分): 周期性時間領域ディジタル信号の信号値をプログラム上で求め、表計算ソフトを使ってグラフ化してみましょう。

(1) 自分の好きなプログラミング言語を使って結構ですが、C 言語の使用を前提として説明します。

(2) 時間領域ディジタル信号の式は演習 1 と同様とします。

(3) `const int` 型変数 N を定義して演習 1 で求めた周期を代入して下さい。

(4) `double` 型配列 $f[N]$ を定義して下さい。

(5) 時間領域ディジタル信号の値を `for` ループを使って計算して代入して下さい。

※ $15/7$ の所は $15.0/7.0$ として下さい (そうしないと整数で演算されて $15/7 = 2$ となります)。

(6) 求めた $f[0] \sim f[N-1]$ の値を何らかの方法で表計算ソフトに取り込んでください。

(7) グラフを描いて下さい。時刻の範囲は $i = 0, 1, \dots, 45$ とします。

※ 周期的な信号なので足りない分は $f[0] \sim f[N-1]$ の値をコピーして下さい。

- (8) グラフは点あり、線あり、平滑化「無し」とします。
- (9) 完成したグラフの形と演習 1 で作成したグラフの形が一致していることを確認して下さい。
- (10) ソースコードとグラフを同じドキュメントファイル (docx 形式) に保存してアップロードして下さい。

演習 3 (個人 PC, 90 分) : 周期性時間領域デジタル信号の DFT 係数 $C[k]$ をプログラムで計算し、DFT 係数の絶対値と偏角を表計算ソフトを使ってグラフ化してみましょう

- (1) 自分の好きなプログラミング言語を使って結構ですが、C 言語の使用を前提として説明します。
- (2) 時間領域デジタル信号の式は演習 1 と同様とします。
- (3) 演習 2 のソースコードをコピーし、続きから作成します。
※ 演習 2 で書いた部分のコードは書き換えなくて return 0 の真上から書いて行って下さい。
- (4) double 型配列 $A[N]$ を定義して下さい。
- (5) DFT 係数の実数成分 $A[0] \sim A[N-1]$ を k, i の 2 重 for ループを使って計算して 配列 $A[]$ に代入して下さい。
- (6) double 型配列 $B[N]$ を定義して下さい。
- (7) DFT 係数の虚数成分 $B[0] \sim B[N-1]$ を k, i の 2 重 for ループを使って計算して 配列 $B[]$ に代入して下さい。
- (8) double 型配列 $\text{abs_}C[N]$ を定義して下さい。
※ abs は absolute value: 絶対値の略です。
- (9) DFT 係数の絶対値 $|C[0]| \sim |C[N-1]|$ を k の for ループを使って計算して配列 $\text{abs_}C[]$ に代入して下さい。
- (10) double 型配列 $\text{arg_}C[N]$ を定義して下さい。
※ arg は argument: 偏角の略です。
- (11) DFT 係数の偏角 $\angle C[0] \sim \angle C[N-1]$ を k の for ループを使って計算して配列 $\text{arg_}C[]$ に代入して下さい。
※ 絶対値の値が小さいと偏角の値が正しく出ないので、 $|C[k]| < 0.01$ の時は $\angle C[k] = 0$ として下さい (この 0.01 という値は適当に決めたもので特に深い意味はありません)。
- (12) 求めた $\text{abs_}C[0] \sim \text{abs_}C[N-1]$ と $\text{arg_}C[0] \sim \text{arg_}C[N-1]$ の値を何らかの方法で表計算ソフトに取り込み、それぞれ別々にグラフを描いて下さい。
- (13) グラフは点あり、線「無し」、平滑化「無し」とします。
- (14) ソースコードと 2 つのグラフを同じドキュメントファイル (docx 形式) に保存してアップロードして下さい。

演習 4 (個人 PC, 30 分) : DFT 係数 $C[k]$ から元の周期性時間領域デジタル信号をプログラムで復元してみましょう。

- (1) 自分の好きなプログラミング言語を使って結構ですが、C 言語の使用を前提として説明します。
- (2) 演習 3 のソースコードをコピーし、続きから作成します。
※ 演習 3 で書いた部分のコードは書き換えなくて return 0 の真上から書いて行って下さい。
- (3) double 型配列 $f2[N]$ を定義して下さい。
- (4) 配列 $A[]$ と $B[]$ から元の信号値を i, k の 2 重 for ループを使って復元して 配列 $f2[]$ に代入して下さい。
- (5) 求めた $f2[0] \sim f2[N-1]$ の値を何らかの方法で表計算ソフトに取り込んでください。

- (6) グラフを描いて下さい。時刻の範囲は $i = 0, 1, \dots, 45$ とします。
- ※ 周期的な信号なので足りない分は $f2[0] \sim f2[N-1]$ の値をコピーして下さい。
- (7) グラフは点あり、線あり、平滑化「無し」とします。
- (8) 完成したグラフの形と演習 1 及び演習 2 で作成したグラフの形が一致していることを確認して下さい。
- (9) ソースコードとグラフを同じドキュメントファイル (docx 形式) に保存してアップロードして下さい。

4. DFT と IDFT の意味

演習 5 (個人 PC, 20 分) : 任意の周期性時間領域デジタル信号の高調波成分をプログラムで求めてみましょう。

- (1) 自分の好きなプログラミング言語を使って結構ですが、C 言語の使用を前提として説明します。
- (2) 演習 4 のソースコードをコピーします。
- (3) 周期 N の値を 9 に変更します。
- (4) 演習 2 で作った部分 ($f[]$ に for ループで値をセット) を削除し、代わりに `double f[N] = {8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0};` と配列 $f[]$ を初期化します。
- (5) これ以降は 演習 4 の続きから作成します。

※ 上の変更部と演習 4 で書いた部分のコードは書き換えなくて `return 0` の真上から書いて行って下さい。
- (6) `double` 型配列 $T[N]$ を定義して下さい。

※ 実際には $T[1] \sim T[(N-1)/2]$ しか使わないのですが多めにメモリを確保しています。
- (7) 第 k 高調波の周期 T_k を求めて $T[1] \sim T[(N-1)/2]$ に代入して下さい。
- (8) `double` 型配列 $a[N]$ を定義して下さい。
- (9) 直流成分を $\text{abs_C}[0]$ と $\text{arg_C}[0]$ の値から求めて $a[0]$ に代入して下さい。

※ $\text{arg_C}[0]$ が 0 なら $a[0] = C[0] = \text{abs_C}[0] * e^{0 \cdot j} = \text{abs_C}[0]$ 、
 $\text{arg_C}[0]$ が $\pm\pi$ なら $a[0] = \text{abs_C}[0] * e^{\pm\pi \cdot j} = -\text{abs_C}[0]$ です。
- (10) 第 k 高調波 ($k = 1$ の時は基本波) の振幅を $\text{abs_C}[1] \sim \text{abs_C}[(N-1)/2]$ の値から求めて $a[1] \sim a[(N-1)/2]$ に代入して下さい。
- (11) `double` 型配列 $\text{phi}[N]$ を定義して下さい。
- (12) 第 k 高調波 ($k = 1$ の時は基本波) の位相を $\text{arg_C}[1] \sim \text{arg_C}[(N-1)/2]$ の値から求めて $\text{phi}[1] \sim \text{phi}[(N-1)/2]$ に代入して下さい。
- (13) $T[1] \sim T[(N-1)/2]$ の値を表示して下さい。
- (14) $a[0]$ の値を表示して下さい。
- (15) $a[1] \sim a[(N-1)/2]$ の値を表示して下さい。
- (16) $\text{phi}[1] \sim \text{phi}[(N-1)/2]$ の値を表示して下さい。
- (17) ソースコードと表示結果を同じドキュメントファイル (docx 形式) に保存してアップロードして下さい。

演習 6 (個人 PC, 30 分) : 任意の周期性時間領域デジタル信号をサイン波を合成して作ってみましょう。

- (1) 演習 5 で求めた $T[1] \sim T[(N-1)/2]$ の値を何らかの方法で表計算ソフトに取り込んで下さい。
- (2) 同様に $a[0]$ の値を表計算ソフトに取り込んで下さい。
- (3) 同様に $a[1] \sim a[(N-1)/2]$ の値を表計算ソフトに取り込んで下さい。
- (4) 同様に $\phi[1] \sim \phi[(N-1)/2]$ の値を表計算ソフトに取り込んで下さい。
- (5) 直流成分のグラフを $a[0]$ を使って描いて下さい。
- (6) 時刻の範囲は $i = 0, 1, \dots, 27$ とします。
- (7) グラフは点あり、線あり、平滑化「無し」とします。
- (8) 同様に基本波のグラフを $T[1]$ 、 $a[1]$ 、 $\phi[1]$ を使って描いて下さい。
- (9) 同様に第 2 ～ $(N-1)/2$ 高調波のグラフを $T[k]$ 、 $a[k]$ 、 $\phi[k]$ を使って描いて下さい。
- (10) 各時刻 i 毎に直流成分、基本波、第 2 ～ $(N-1)/2$ 高調波の値を足し合わせた信号のグラフを描いて下さい。
- (11) 描いたグラフが $\{8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0\}$ を繰り返した様な形となっていることを確認して下さい。
※ 計算誤差があるので足しあわせた結果がきれいな整数値になるとは限りません。
- (12) 各グラフを同じドキュメントファイル (docx 形式) に保存してアップロードして下さい。

5. 高速フーリエ変換 (FFT)

演習無し