複素平面

今まで複素数について数式と言葉だけを使って説明してきましたが、きちんと複素数を理解して道具として使えるようになるためには**複素平面**(又は**ガウス平面**) について学ぶ必要があります。

まず実数とは何だったか思い出してみましょう。実数は**数直線**と呼ばれる $-\infty$ から ∞ まで続く直線の上の一点でしたね (図 1)。

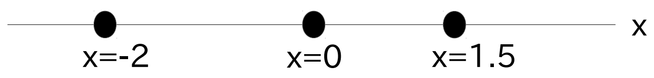

図 1: 実数の例: 実数は数直線上の一点

一方複素数 z には実数を表す実部 $\mathrm{Re}[z]$ の他に虚数を表す虚部 $\mathrm{Im}[z]$ がありましたので、複素数を数直線上の一点として考えることは出来ません。

ではどうするかというと (実数を表す) 数直線に対して、原点で直角に交わる (虚数を表す) 軸を一つ加えて平面に拡張します。そして複素数はその**複素平面**上の一点、あるいは**ベクトル**とみなします (図 2)。なお元々あった (実数を表す) 数直線のことを**実数軸**、増やした (虚数を表す) 軸のことを**虚数軸**と言って、それぞれを $\mathrm{Re}[z]$、$\mathrm{Im}[z]$ で表す事が多いです。また複素数 z がベクトルであることを特に強調したい場合は、図 2 の様に z の位置を表す点に向かって原点から矢印を引きます。この矢印の長さが複素数の絶対値を表しています。

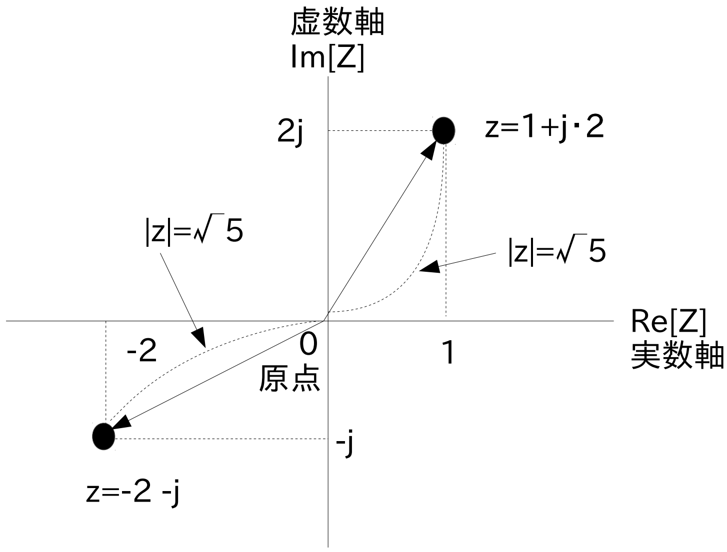

図 2: 複素数の例: 複素数は複素平面上の一点 (あるいはベクトル)

このように複素数は「数直線を拡張して作った複素平面」上の一点ですので、複素数には実数も含まれます。実際 $b=0$ の時、つまり実数軸上にある点 $z=a$ は実数です (図 3)。

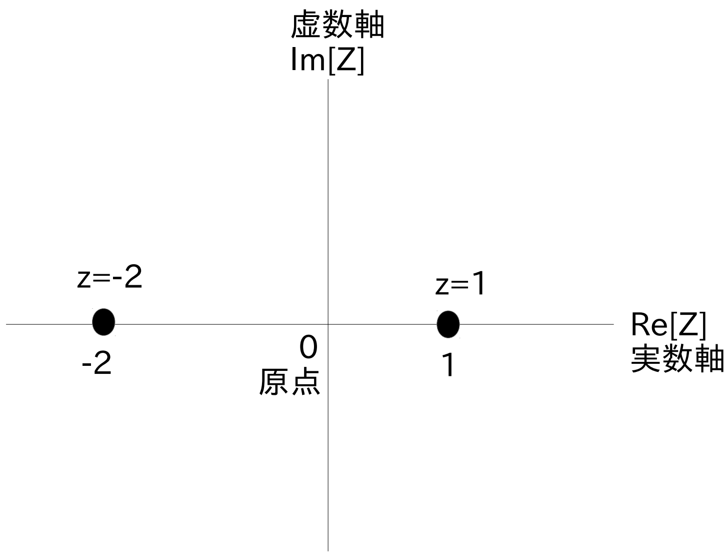

図 3: 実数軸上の複素数は実数