# 時間領域 (アナログ) 複素正弦波

前ページの図 1 に示された $z(t)$ の絶対値 $|z(t)| = t$ は $t$ [秒] によって変化していますが偏角 $\angle\, z(t) = \pi/4$ [rad] は $t$ [秒] によって変化しませんでした。今度は逆に絶対値 $|z(t)|$ は $t$ [秒] によって変化しないけれど偏角 $\angle\, z(t)$ は変化する複素信号を考えます。

その様な複素信号の例はいくらでもありますが、その一つとしてここでは「時間領域アナログ複素正弦波」又は「時間領域複素指数関数」について学びます。

※1 少し単語が長くなってきたので今後は特に指示が無い限り「アナログ」を省略して「時間領域複素正弦波」とだけ書きます。ちなみに「時間領域デジタル複素正弦波」もあります。

※2 一般的には「複素正弦波」よりも「複素指数関数」と呼ぶ人の方が多い様なのですが、このアクティビィティでは アナログサイン波との関係を意識させる目的から「複素正弦波」という呼び方を採用します。

**定義: 時間領域 (アナログ) 複素正弦波 (または時間領域複素指数関数)**

$$z(t) = \left\{a \cdot \mathrm{e}^{\{j\cdot\phi\}}\right\} \cdot \mathrm{e}^{\{j\cdot w\cdot t\}}$$

を「時間領域アナログ複素正弦波」又は「時間領域複素指数関数」と呼び、複素平面の上の回転運動体 (ベクトル) となる。

$a$ ⋯ 振幅 (または半径)、実数の <u>定数</u>、範囲は実数全体 (ただし一般的には $a \geq 0$ )、単位は扱う信号の種類による (ボルトとかアンペアとか度とか etc.)

$w$ ⋯ 角周波数、実数の <u>定数</u>、範囲は実数全体 (※ アナログサイン波と違ってマイナスも良く使われる)、単位は [rad/秒]

$\phi$ ⋯ 初期位相、ファイと呼ぶ、実数の <u>定数</u>、範囲は $-\pi \leq \phi \leq \pi$、単位は [rad]

$t$ ⋯ 時刻、実数の <u>変数</u>、単位は [秒]

「角周波数」「周波数」「周期」の相互変換式

$$w = 2\pi \cdot f$$

$$f = \frac{w}{2\pi}$$

$$\mathrm{T} = \frac{1}{|f|} = \frac{2\pi}{|w|}$$ ※ 周期は正なので絶対値を取る

この時間領域複素正弦波が複素平面上をどう動くのかは図を見ながら考えた方が分かりやすいです。例えば振幅が $a = 2$、角周波数が $w = \pi/2$ [rad/秒]、初期位相が $\phi = \pi/4$ [rad] である複素正弦波

$$z(t) = \left\{2 \cdot \mathrm{e}^{\{j\cdot\pi/4\}}\right\} \cdot \mathrm{e}^{\{j\cdot\pi/2\cdot t\}}$$

を図 1 に示します (参考までに $z(0)$、$z(1)$、$z(2)$、$z(3)$、$z(4)$ の位置も示しています)。

図 1 から分かるように、この時間領域複素正弦波は $z(0) = 2 \cdot \mathrm{e}^{\{j\cdot\pi/4\}}$ 、つまり振幅 (半径) $a = 2$、初期位相 $\phi = \pi/4$ [rad] の位置からスタートして、反時計周り (ちなみに $w$ が負なら時計回り) に 1 秒間に $w = \pi/2$ [rad/秒] だけ回転し、周期 $\mathrm{T} = 1/|f| = 2\pi/|w| = 4$ [秒] だけ経過すると元の位置に戻ってくる運動体 (ベクトル) となっています。

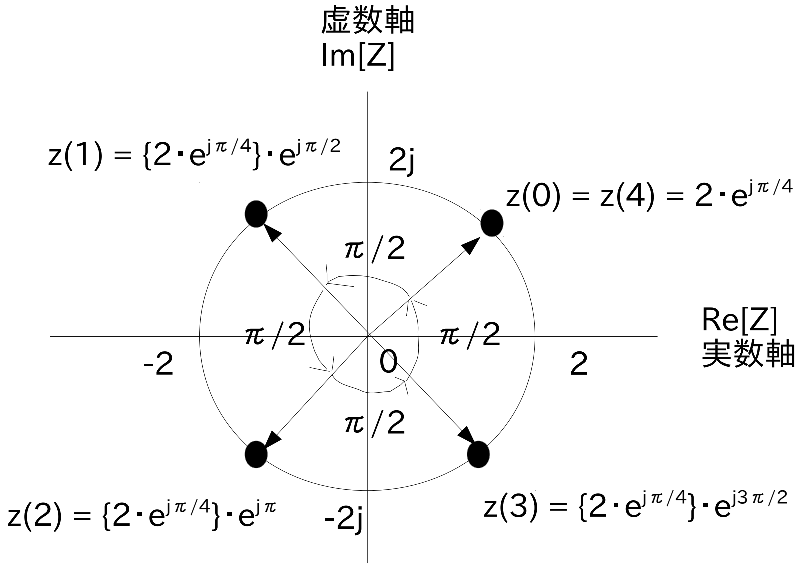


図 1: $z(t) = \left\{2 \cdot \mathrm{e}^{\{j \cdot \pi/4\}}\right\} \cdot \mathrm{e}^{\{j \cdot \pi/2 \cdot t\}}$