

初期位相と進み・遅れ

復習：初期位相

$$f(t) = a \cdot \sin(w \cdot t + \phi)$$

または

$$f(t) = a \cdot \cos(w \cdot t + \phi)$$

ϕ … 初期位相、ファイと呼ぶ、実数の定数、範囲は $-\pi \leq \phi \leq \pi$ 、単位は rad

定義の所で初期位相 ϕ の範囲を $-\pi \leq \phi \leq \pi$ としていますが実際には ϕ の範囲は実数値全体でも構いません。ただ公式

$$f(t) = a \cdot \sin(w \cdot t + \phi) = a \cdot \sin\{w \cdot t + (\phi \pm 2\pi)\}$$

より、 $f(t)$ は ϕ に関して周期的 (周期は 2π) になっているため実数全体を考えてもあまり意味がありませんので、普通は $-\pi \leq \phi \leq \pi$ と ϕ の範囲を決めることが一般的です。

さて、この初期位相 ϕ は時間領域アナログサイン波の時間的な進みまたは遅れを意味します。グラフで言えばグラフ全体が左 (進む場合) または右 (遅れる場合) に並行移動することを意味します。

ϕ がプラス値の時は「 ϕ (rad) だけ位相が進んでいる」と言って時間領域アナログサイン波が進んでいる (グラフ全体が左に並行移動する) ことを表します。

一方、 ϕ がマイナス値の時は「 $|\phi|$ (rad) だけ位相が遅れている (ϕ はマイナスなので絶対値を取っている事に気を付けて下さい)」と言って時間領域アナログサイン波が遅れている (グラフ全体が右に並行移動する) ことを表します。

ただラジアンを使って進み・遅れを考えることは最初のうちは難しいので、以下の公式を使ってラジアンの進み・遅れを秒による進み・遅れに変換します。なおここでは話を簡単にするため、角周波数は $w = 0$ の時を考えないことにして $w > 0$ とします。

$$f(t) = a \cdot \sin(w \cdot t + \phi) = a \cdot \sin[w\{t - (-\phi/w)\}] , \text{ (ただし } w > 0 \text{)}$$

この公式より、以下の表 1 の内容が導かれます。

表 1: 初期位相 ϕ と進み・遅れの関係 (角周波数は $w > 0$ とする)

ϕ の符号	位相が …	秒で言い換えると …	並行移動方向と距離
プラス	ϕ (rad) 進んでいる	ϕ/w (秒) 進んでいる	左へ ϕ/w (秒)
マイナス	$ \phi $ (rad) 遅れている	$ \phi /w$ (秒) 遅れている	右へ $ \phi /w$ (秒)

ところで公式、 $w = 2\pi/T$ より、 w の代わりに周期 T を使って秒数を求めることも出来ます (表 2)。 ϕ を 2π で割って T を掛けるだけで秒数が求まるので、実用上は表 2 を使う方が便利な事が多いです。

表 2: 初期位相 ϕ と進み・遅れの関係 (周期を T を使った場合)

ϕ の符号	位相が …	秒で言い換えると …	並行移動方向と距離
プラス	ϕ (rad) 進んでいる	$\phi/(2\pi) \cdot T$ (秒) 進んでいる	左へ $\phi/(2\pi) \cdot T$ (秒)
マイナス	$ \phi $ (rad) 遅れている	$ \phi /(2\pi) \cdot T$ (秒) 遅れている	右へ $ \phi /(2\pi) \cdot T$ (秒)