# 時間領域アナログサイン波との関係

オイラー公式を適用すると、以下のように

時間領域アナログサイン波を 2 つの時間領域複素正弦波の和に分解できます。

つまり、

時間領域アナログサイン波をそのまま使う代わりに時間領域複素正弦波を使って様々な問題を解けます。

時間領域アナログサイン波を時間領域複素正弦波の和に分解

(sin 版)

$$a \cdot \sin(w \cdot t + \phi) = \left\{ \frac{a}{2} \cdot \mathrm{e}^{\{-j(\phi - \pi/2)\}} \right\} \cdot \mathrm{e}^{\{-j \cdot w \cdot t\}} + \left\{ \frac{a}{2} \cdot \mathrm{e}^{\{j(\phi - \pi/2)\}} \right\} \cdot \mathrm{e}^{\{j \cdot w \cdot t\}}$$

(cos 版)

$$a \cdot \cos(w \cdot t + \phi) = \left\{ \frac{a}{2} \cdot \mathrm{e}^{\{-j \cdot \phi\}} \right\} \cdot \mathrm{e}^{\{-j \cdot w \cdot t\}} + \left\{ \frac{a}{2} \cdot \mathrm{e}^{\{j \cdot \phi\}} \right\} \cdot \mathrm{e}^{\{j \cdot w \cdot t\}}$$

$a$ ⋯ 振幅、実数の <u>定数</u>、範囲は実数全体、単位は扱う信号の種類による (ボルトとかアンペアとか度とか etc.)

$w$ ⋯ 角周波数、実数の <u>定数</u>、範囲は $w \geq 0$、単位は [rad/秒]

$\phi$ ⋯ 初期位相、ファイと呼ぶ、実数の <u>定数</u>、範囲は $-\pi \leq \phi \leq \pi$、単位は [rad]

$t$ ⋯ 時刻、実数の <u>変数</u>、単位は [秒]

なお sin 版よりも cos 版の方が少しだけ式が簡単になっています (大事なポイントなので覚えておいて下さい)。

ところで複素数である複素正弦波どうしを足したら実数であるサイン波に変わるのは一見すると不思議な感じがしますが、よくよく見ると sin 版も cos 版も右辺の第一項目の複素正弦波と第二項目の複素正弦波は複素共役関係にあるので足すと虚数成分が消えます (図 1)。

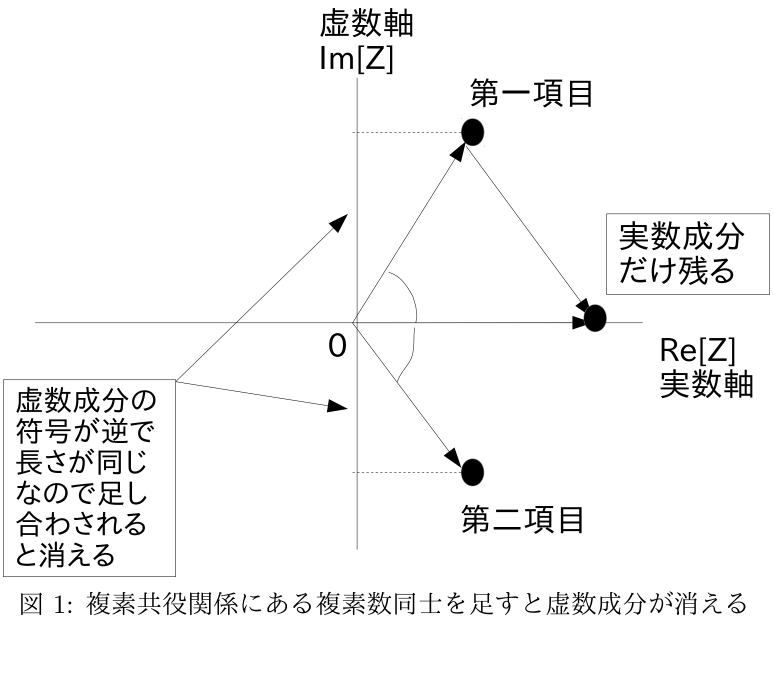


図 1: 複素共役関係にある複素数同士を足すと虚数成分が消える