

Universidade de Santiago de Compostela
Facultade de Ciencias da Educación
Departamento de Didáctica das Ciencias Experimentais



DESEÑO E IMPLEMENTACIÓN DUNHA PROPOSTA DE
ENSINANZA DA RELATIVIDADE ESPECIAL EN PRIMEIRO
DE BACHARELATO, BASEADA NA FORMULACIÓN
XEOMÉTRICA DE MINKOWSKI

TESE DE DOUTORAMENTO

Xabier Prado Orbán
Santiago de Compostela, 2010

ISBN 978-84-9887-823-3 (edición digital PDF)



DEPARTAMENTO DE DIÁCTICA DAS
CIENCIAS EXPERIMENTAIS

Avda. Xoan XXIII, s/n
15783 Santiago de Compostela * España (Spain)
Tel. 981 563100, ext. 12062 * Fax 981 572 681

O DR. JOSÉ MANUEL DOMÍNGUEZ CASTIÑEIRAS,
PROFESOR DA UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE
COMPOSTELA

FAI CONSTAR:

Que o traballo que se recolle na memoria titulada

**Deseño e implementación dunha proposta de ensinanza da
Relatividade Especial en Primeiro de Bacharelato, baseada na
formulación xeométrica de Minkowski,**

foi realizado baixo a súa dirección, polo licenciado en Ciencias
(Sección de Químicas) D. Xabier Prado Orbán, no Departamento de
Didáctica das Ciencias Experimentais da USC, e que autoriza a súa
presentación como Tese de Doutoramento para a obtención do grao
de Doutor por parte do interesado.

Santiago, 5 de maio de 2010

D. José Manuel Domínguez Castiñeiras

A Isabel

Agradecementos

Debo expresar o meu máis sincero agradecemento a todas as persoas que colaboraron na realización deste traballo.

A José Manuel Domínguez Castiñeiras -director desta tese de doutoramento, profesor e amigo con quen teño compartido presentacións de traballos en varios congresos, alén de gozar da súa xenerosa hospitalidade en varias oportunidades- polas valiosas aportacións do seu coñecemento sobre o ensino das ciencias e dos estudantes. Da súa docencia directa, tese de doutoramento, artigos e publicacións recollín abundante información sobre o procedemento de implementación e análise de propostas didácticas. As súas sempre oportunas suxestións, mais tamén amplas marxes de autonomía e confianza, ao mesmo tempo que o seu constante apoio e ánimo, contribuíron á realización deste traballo.

Aos meus profesores do Departamento de Didáctica das Ciencias Experimentais da Universidade de Santiago de Compostela, que ao longo dos cursos de doutoramento foron contribuíndo á miña mellora profesional e didáctica. A Joaquín Díaz de Bustamante polo seu apoio e ánimo, e tamén polo seu espírito aberto e participativo, que nos permitiu facer unha primeira abordaxe práctica á problemática deste traballo no marco dos cursos de doutoramento. A María Pilar Jiménez Aleixandre polo seu ánimo constante e interese na arribada a porto desta nave.

A Juan Ramón Gallástegui Otero, polo seu interese e opinións sobre as experiencias e consecuencias da Teoría da Relatividade, que contribuíron a clarificar a didáctica da mesma.

A David Hestenes, profesor do Departamento de Física e Astronomía na Universidade Estatal de Arizona, pola súa xenerosidade ao remitir por correo varios capítulos inéditos dunha publicación futura sobre os fundamentos xeométricos da física moderna.

A Jorge Mira Pérez, polo seu apoio e ánimo durante a nosa participación no certame europeo sobre divulgación da Física “Physics on Stage” celebrado no ano 2000 no CERN en Xenebra.

Ao meu compañoiro e amigo Ramón Cid Manzano, de quen sempre recibin apoio e estímulo para a presentación de resultados previos sobre a temática deste traballo nos Congresos de ENCIGA (Ensinantes das Ciencias de Galicia). A José Manuel Facal Díaz, Presidente de ENCIGA, polas mesmas razóns. A José Peleteiro Salgado, polo seu estímulo para presentar a proposta didáctica no congreso da RSF celebrado en Ourense.

Aos meus compañeiros e compañeiras dos cursos de doutoramento, que coa súa entusiasta participación na simulación de situacións de aula contribuíron a esclarecer moitos aspectos da problemática didáctica específica deste traballo.

Á Consellería de Educación e Ordenación Universitaria da Xunta de Galicia, pola concesión dunha licenza de estudos para o desenvolvemento do presente traballo.

Á dirección do IES Pedra da Auga de Ponteareas, polas facilidades recibidas para levar adiante os traballos de aula incorporados nesta investigación. Ao alumnado do mencionado IES pola súa entusiasta participación e aproveitamento das actividades para a comprensión visual da teoría da Relatividade.

Ao meu colega Antón Pastur Goicoa, polas interesantes conversas sobre aspectos matemáticos e xeométricos da Relatividade. Aos meus colegas Pilar Ortega, Gloria Iglesias, José Antonio Romero, Fe Graña, Francisco Conde, Xulia Vaz e Dolores Pereira, pola súa inquedanza e opinións sobre o espazo e o tempo.

A Vicente Sanjosé López (Didáctica de las Ciencias Experimentales, Universitat de València), polas súas interesantes e pertinentes observacións sobre a visualización de magnitudes físicas nos diagramas espazotemporais relativistas.

Ao professor José Teixeira, da Universidade do Minho (Portugal) por facilitar a lectura da súa tese de doutoramento, na que se establecen interesantes conclusións sobre a conceptualización de tempo e espazo.

A Fernando Fernández Picos, polas interesantes e amenas conversas sobre a relatividade.

A María Dolores Torres París, pola súa paciencia e eficacia na corrección lingüística do texto.

Aos meus pais, polo seu fomento constante do meu interese pola ciencia e o saber en xeral.

Aos meus irmáns, que sempre me animaron a levar a bo termo este proxecto.

Á miña dona, Isabel, pola súa paciencia, comprensión e colaboración en todo momento.

Aos meus fillos Pablo e Laura, porque espertaron en min a paixón por tentar explicar e visualizar o funcionamento do mundo.

A todas as persoas de quen teño recibido apoio, ánimo e estímulo para afrontar a realización deste traballo.

Que non pase quen non saiba xeometría

Platón, frontispicio da Academia ateniense, s. IV a. C.

As ideas sobre o espazo e o tempo que desexo amosarllles hoxe descansan no chan firme da física experimental, na cal xace a súa forza. Son ideas radicais. Xa que logo, o espazo e o tempo por separado están destinados a desvanecerse entre as sombras e tan só unha unión de ambos pode representar a realidade.

Hermann Minkowski, discurso ante a Asemblea alemá de físicos, en 1908.

A non ser polas fundamentais ideas de Minkowski, a teoría da Relatividade Xeral non se chegaría a desenvolver do mesmo xeito Albert Einstein, Über die spezielle und allgemeine Relativitätstheorie, 1916.

A frase “Todo é relativo”, escoitada acotío, non só conduce a confusión senón que, ademais, é gratuíta. A Teoría da Relatividade tamén está baseada en algo absoluto, a saber: a determinación da matriz do continuo espazotemporal.

Max Planck, *Autobiografía científica*, 1948.

Cando alguén me dixo que cada ecuación que incluíse no libro reduciría as ventas á metade, decidín non poñer ningunha en absoluto. Ao final, porén, incluín unha ecuación, a famosa ecuación de Einstein $E = mc^2$.

Espero que iso non asuste á metade dos meus potenciais lectores.

Stephen Hawking, *Historia del Tiempo*, 1988.

GUÍA PARA A LECTURA DESTE TRABALLO

A presente memoria de tese de doutoramento acompaña dunha serie de anexos que complementan a información presentada no texto principal. Xa que logo, presentamos a continuación unha breve guía de lectura da mesma.

Cada capítulo do texto ten un anexo de referencia seguindo a mesma numeración.

Presentamos a continuación a relación de capítulos e anexos correspondentes nunha mesma secuencia:

Capítulo 1: Teoría da Relatividade (formulación xeométrica)

Anexo 1: Descripción visual da Teoría da Relatividade Especial

Capítulo 2: Deseño e planificación da proposta de ensinanza

Anexo 2: Simulación didáctica en contexto de expertos non cualificados en física.

Capítulo 3: Fase previa

Anexo 3: Resultados obtidos na fase previa: detalle

Capítulo 4: Caracterización inicial

Anexo 4: Resultados obtidos na caracterización inicial da mostra

Capítulo 5: Implementación na aula

Anexo 5: Resultados obtidos no traballo de aula (detalle)

Capítulo 6: Avaliación final

Anexo 6: Resultados obtidos na avaliação final (detalle)

Capítulo 7: Retención a medio prazo

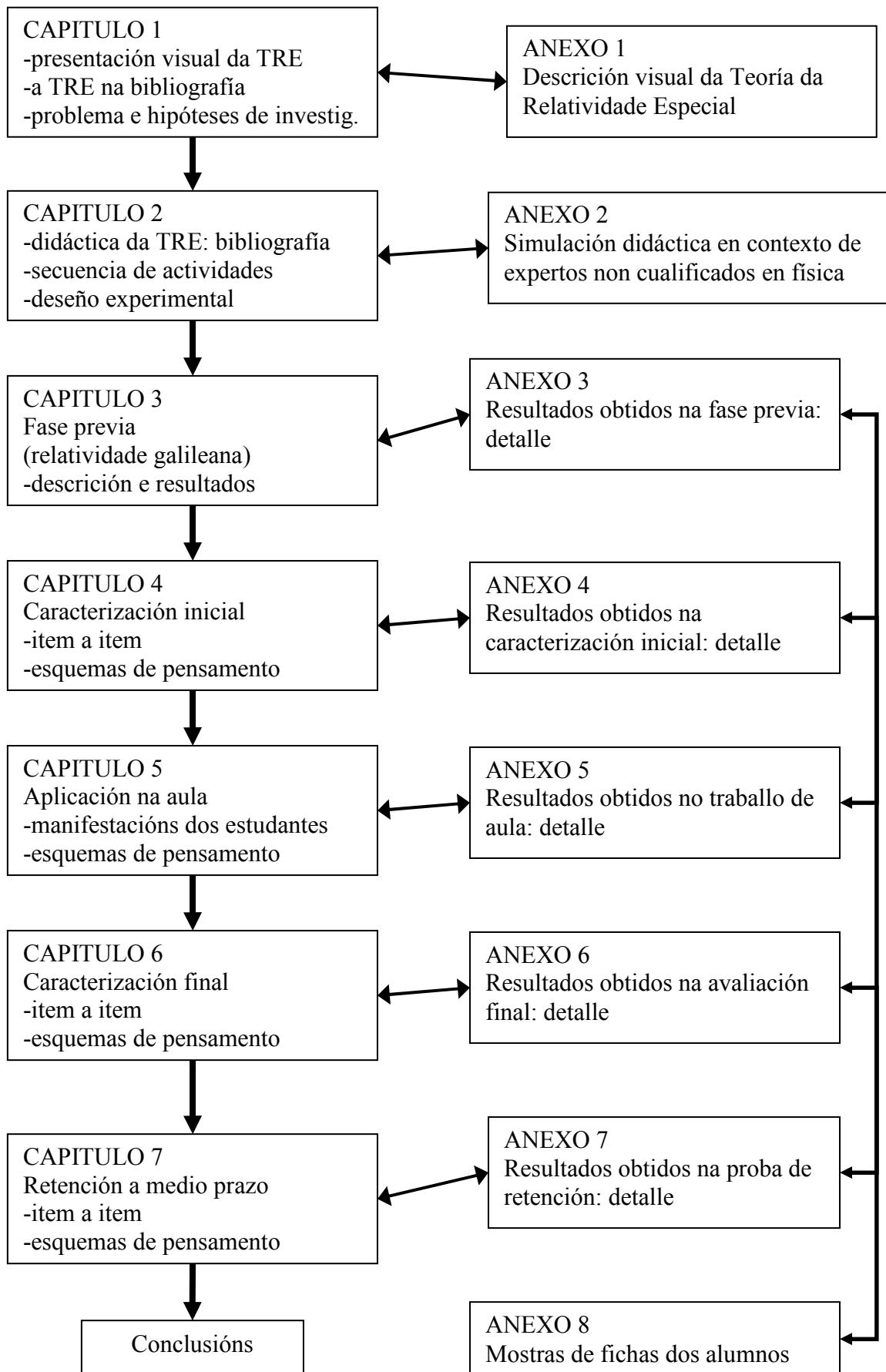
Anexo 7: Resultados obtidos nas probas de retención

Anexo 8: Mostras de fichas cubertas polo alumnado

Conclusións

Na páxina seguinte preséntase un diagrama de fluxo no que se indica mediante frechas a secuencia lineal de lectura (en vertical, de arriba a abaixo), e as posibles consultas dende cada capítulo ata o seu anexo correspondente.

FLUXOS DE LECTURA PARA A TESE E OS ANEXOS



ÍNDICE	px.
<u>CAPÍTULO 1.- TEORÍA DA RELATIVIDADE (FORMULACIÓN XEOMÉTRICA)</u>	
C1.1. ORIXE DA INVESTIGACIÓN	3
C1.1.1. Experiencia profesional	3
C1.1.2. Programa de Doutoramento	6
C1.2. PRESENTACIÓN VISUAL DA TEORÍA DA RELATIVIDADE	15
C1.2.1. Aristóteles	16
C1.2.2. Galileo	21
C1.2.3. Lorentz	28
C1.2.4. Einstein	33
C1.3. ESTADO DA CUESTIÓN NA LITERATURA CIENTÍFICA	41
C1.3.1. Xénese da Teoría da Relatividade Especial e deducións alternativas da mesma	
C1.3.2. Modelos, formas e visualización da Teoría da Relatividade Especial	50
C1.3.3. Consecuencias da Teoría da Relatividade Especial	55
C1.3.4. Paradoxos da Teoría da Relatividade Especial	59
C1.3.5. Visión de obxectos na Teoría da Relatividade Especial	62
C1.3.6. Outras aportacións da Teoría da Relatividade Especial: movementos acelerados, cosmoloxía	64
C1.4. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN E HIPÓTESES DE TRABALLO	67
C1.4.1. Primeira hipótese de investigación (HI1)	68
C1.4.2. Segunda hipótese de investigación (HI2)	69
C1.4.3. Terceira hipótese de investigación (HI3)	69
C1.5. RESUMO	70
<u>CAPÍTULO 2.- DESEÑO E PLANIFICACIÓN DA PROPOSTA DE ENSINANZA</u>	
C2.1. DETERMINACIÓN DO CONTIDO ACADÉMICO	73
C2.1.1. Contidos relacionados coa RE en 2º de Bacharelato	74
C2.1.2. Contidos relacionados coa RE en 1º de Bacharelato	78
C2.1.3. Análise epistémica dos contidos obxecto de aprendizaxe	79
C2.1.4. Establecemento dos esquemas referenciais	93
C2.2. DETERMINACIÓN DA PROBLEMÁTICA DE APRENDIZAXE	102
C2.2.1. Ideas previas en relación coa mecánica e física clásicas	103
C2.2.2. Ideas previas en relación coa relatividade galileana	105
C2.2.3. Ideas previas en relación coa Teoría da Relatividade Especial	108
C2.2.4. Propostas didácticas en relación coa Teoría da Relatividade Especial	134

C2.2.5. Demanda cognitiva	143
C2.2.6. Problemática didáctica esperada para cada fase da proposta	144
C2.2.7. As actitudes como obstáculo para aprender ciencias	147
C2.3. SELECCIÓN, FORMULACIÓN E SECUENCIACIÓN DE OBXECTIVOS	149
C2.4. ESTRATEGIAS DE INSTRUCCIÓN	150
C2.5. SECUENCIA DE ACTIVIDADES	160
C2.6. CONCLUSIÓNS PRELIMINARES EN RELACIÓN CO PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	223
C2.7. SUXEITOS E CARACTERÍSTICAS DA MOSTRA	224
C2.8. PLAN DE TRABALLO E DESEÑO EXPERIMENTAL	225

CAPÍTULO 3.- FASE PREVIA

C3.1. DESCRICIÓN DA FASE PREVIA	229
C3.1.1. Ideas previas sobre repouso e movemento relativos	230
C3.1.2. Sistemas de Referencia espazotemporais	232
C3.1.3. Relatividade clásica: transformación de Galileo	239
C3.2. RESULTADOS DA FASE PREVIA	243
C3.2.1. Dimensionado das probas da fase previa	244
C3.2.2. Transformación dos datos: Establecemento de niveis	253
C3.2.3. Descripción dos niveis para a fase previa: relatividade clásica	260
C3.2.4. Implicacións didácticas da fase previa	272

CAPÍTULO 4.- CARACTERIZACIÓN INICIAL

C4.1. HIPÓTESE DE INVESTIGACIÓN 1: CARACTERÍSTICAS INICIAIS DA MOSTRA.	
C4.2. DESCRICIÓN DAS PROBAS DE CARACTERIZACIÓN INICIAL	275
C4.3. ANÁLISE DE RESULTADOS ITEM A ITEM	279
C4.4. RESULTADOS DA CARACTERIZACIÓN INICIAL	287
C4.4.1. Dimensionado das probas de caracterización inicial	291
C4.4.2. Transformación dos datos: Establecemento de niveis	297
C4.4.3. Descripción dos niveis iniciais	302
C4.5. VERIFICACIÓN DA HIPÓTESE DE INVESTIGACIÓN 1	305
C4.5.1. Implicacións didácticas	306

CAPÍTULO 5.- IMPLEMENTACIÓN NA AULA

C5.1. HIPÓTESE DE INVESTIGACIÓN 2: SEGUIMENTO DA PROPOSTA NA AULA.	
C5.2. INSTRUMENTOS PARA A RECOLLIDA DE INFORMACIÓN	310

C5.3. APLICACIÓN E DESENVOLVEMENTO DA PROPOSTA DIDÁCTICA NA AULA.	
DESCRICIÓN DAS MANIFESTACIÓN S ESCRITAS E ORAIS DOS ESTUDANTES ..	316
C5.4. RESULTADOS DA IMPLEMENTACIÓN NA AULA	325
C5.4.1. Relacións activadas por cada alumno no traballo de aula	327
C5.4.2. Esquemas de pensamento de cada alumno	335
C5.5. VERIFICACIÓN DA HIPÓTESE DE INVESTIGACIÓN 2	345
C5.5.1. Implicacións didácticas	346

CAPÍTULO 6.- AVALIACIÓN FINAL

C6.1. SUBHIPÓTESE DE INVESTIGACIÓN 3.1: RESULTADOS FINAIS DA INTERVENCIÓN.	347
C6.2. DESCRICIÓN DAS PROBAS DE CARACTERIZACIÓN FINAL	348
C6.3. ANÁLISE DE RESULTADOS ITEM A ITEM	354
C6.4. RESULTADOS DA AVALIACIÓN FINAL	364
C6.4.1. Dimensionado das probas de caracterización final	365
C6.4.2. Transformación dos datos: Establecemento de niveis	371
C6.4.3. Descripción dos niveis finais	378
C6.4.4. Ideas alternativas detectadas na avaliação final	386
C6.5. VERIFICACIÓN DA SUBHIPÓTESE DE INVESTIGACIÓN 3.1	389
C6.5.1. Implicacións didácticas	390

CAPÍTULO 7.- RETENCIÓN A MEDIO PRAZO

C7.1. SUBHIPÓTESE DE INVESTIGACIÓN 3.2: RESULTADOS FINAIS DA INTERVENCIÓN: RETENCIÓN	395
C7.2. DESCRICIÓN DAS PROBAS DE RETENCIÓN	396
C7.3. ANÁLISE DE RESULTADOS ITEM A ITEM	399
C7.4. RESULTADOS DA FASE DE RETENCIÓN	409
C7.4.1. Dimensionado das probas de retención	409
C7.4.2. Transformación dos datos: Establecemento de niveis	420
C7.4.3. Descripción dos niveis de retención	425
C7.4.4. Ideas alternativas detectadas nas probas de retención	432
C7.5. VERIFICACIÓN DA SUBHIPÓTESE DE INVESTIGACIÓN 3.2	437
C7.5.1. Implicacións didácticas	438
C7.6. VERIFICACIÓN DA HIPÓTESE DE INVESTIGACIÓN 3	439
CONCLUSIÓN	443
BIBLIOGRAFÍA	455

INTRODUCIÓN

O informe PISA (OCDE, 2006) pon de manifesto o fracaso escolar na ESO en tres competencias básicas: comunicación lingüística, matemática e científica. Dito informe revela que na comunidade autónoma galega, entre outras, o alumnado, cando remata ditos estudos, ten serias dificultades para representar, interpretar e comprender a realidade, construir e comunicar o coñecemento; utilizar os símbolos e as formas de expresión e razonamento en ciencias e matemáticas, resolver problemas relacionados coa vida cotiá, integrar o coñecemento matemático con outros tipos de coñecemento mediante a conexión e integración de modelos matemáticos explícitos; elaborar e comunicar xustificacións e argumentos baseados nas súas interpretacións e accións; utilizar probas científicas e extraer conclusións baseadas en probas, amosar curiosidade pola ciencia e pola matemática, e recoñecer a importancia da investigación científica.

Coa presente investigación de tese de doutoramento preténdese contribuír á solución da problemática formulada no parágrafo anterior. Baseándose nunha perspectiva socioconstrutivista, dende a cala ensinanza-aprendizaxe da ciencia e da matemática, descríbese como un proceso de enculturalización, no que os estudiantes participan (en colaboración co profesor e cos seus propios compañeiros) na elaboración do razonamento científico e matemático situándoos no contexto da vida real, dentro dunha estrutura baseada nas teorías e métodos da ciencia e da matemática (Brown *et al.*, 1989, Vergnaud, 1997; Ogborn *et al.*, 1996). A este respecto diferentes autores (Lemke, 1990; Jiménez, 1998; Godino *et al.*, 2006) pensan que dominar o campo das ciencias e da matemática require dominar a súa forma especializada de utilizar a linguaxe, os símbolos, a simulación, a modelización e a comunicación, para que o alumnado sexa capaz de reconstruir, comprender e aplicar conceptos, procesos e técnicas. Somos conscientes de que os modelos matemáticos que representan feitos e fenómenos do mundo físico, obxecto de estudio na ESO, orixinan conflitos semiótico-cognitivos nos estudiantes no seu tratamento matemático (Godino *et al.*, 2006), mais tamén ofrecen oportunidades para contribuír a superalos.

Dende esta perspectiva, espérase que os recursos didácticos derivados desta investigación poidan ser utilizados, por exemplo, como ferramenta no uso de modelos de procesos matemáticos e físicos. Así mesmo, permitirían resolver problemas reais, tomar decisións, e traballar en contornos colaborativos, ampliando os contornos de comunicación para participar en comunidades de aprendizaxe formais e xerar producións responsables e creativas (XUGA, 2007).

O obxectivo global da presente investigación é elaborar, recursos educativos, neste caso nunha proposta de ensinanza da relatividade especial en primeiro de Bacharelato, baseados na investigación, que permitan a súa transferencia á explicación e comprensión de feitos, fenómenos e cambios presentes no contexto da vida real, validalos e difundilos para facilitar a transferencia e

aplicabilidade dos resultados da investigación ao contexto educativo co obxecto de axudar ao desenvolvemento profesional dos docentes e á mellora do proceso de ensinanza-aprendizaxe. Os resultados da investigación poderán xerar coñecementos de dominio específico sobre a didáctica dos contidos de ciencias no nivel da ESO e do Bacharelato.

Esta memoria de investigación de tese de doutoramento está estruturada en sete capítulos, ao longo dos cales se pon de manifesto o obxectivo da mesma: o estudo da influencia dunha metodoloxía visual na evolución das formas de pensar e de facer dos estudiantes en relación coa Teoría da Relatividade.

O devandito estudio realizaase mediante a análise e a avaliación dos esquemas de pensamento que activan os alumnos e alumnas cando interpretan os efectos físicos que se producen por mor da forma xeométrica da transformación do espazotempo.

Ainda que na literatura científica coexisten varias formas de denominar a entidade fundamental para a física que constitúe o conxunto do espazo e o tempo xunto coa estrutura do mesmo (espazo/tempo, espazo-tempo e espazotempo), ao longo deste traballo, utilizaremos unicamente a expresión anterior, entre outras razóns pola implantación gradual da mesma nos textos científicos sobre a Teoría da Relatividade (RE) e a física moderna en xeral nas diversas línguas de referencia. Este feito prodúcese como consecuencia da percepción da unicidade estrutural deste concepto, no cal, acordo coa RE, espazo e tempo perden a súa individualidade fundíndose nunha única entidade física. Débese á xenialidade de Mionkowski esta interpretación xeométrica da RE de Einstein, e está na base de todo o traballo que aquí se presenta.

CAPÍTULO 1.- TEORÍA DA RELATIVIDADE (FORMULACIÓN XEOMÉTRICA)

Ao longo deste capítulo contextualízase e xustifícase a problemática da presente investigación de tese de doutoramento.

Nun primeiro momento descríbese a orixe da investigación facendo explícitas as influencias que sobre a mesma tivo a nosa praxe docente en relación co ensino da Física Moderna.

En segundo lugar faise unha presentación da teoría da Relatividade de xeito visual, baseada na incorporación de contidos e leis físicas aos diagramas espazotemporais. O obxectivo desta presentación é o de facilitar ao lector interpretar axeitadamente a información de carácter gráfico que estará presente ao longo de todo o traballo.

Posteriormente, realizase unha revisión da literatura científica no marco xeral da didáctica da Teoría da Relatividade: conceptos físicos e ideas previas relacionados coa Teoría da Relatividade, deducións alternativas, modelos, formas e visualización da Relatividade Especial (R.E.), enfoques didácticos, en particular o baseado na xeometría de Minkowski, consecuencias da R.E., paradoxos, visión de obxectos e cosmoloxía relativista, que nos permitirá profundar nos problemas da tese e emitir as hipóteses de investigación que se derivan.

C1.1. ORIXE DA INVESTIGACIÓN.

Ao longo deste apartado contextualízase e descríbese a orixe da investigación facendo explícitas as influencias que sobre a mesma tivo a nosa praxe docente en relación co ensino da Física Moderna e o Programa de Doutoramento do Departamento de Didáctica das Ciencias Experimentais da Universidade de Santiago de Compostela.

C1.1.1. Experiencia profesional

Sobre a presente investigación tivo unha influencia fundamental a nosa praxe docente en relación co reto de ensinar a Física Moderna na Educación Secundaria e no Bacharelato.

Desencadéase así, un proceso de desenvolvemento da idea didáctica de que o alumnado debería adquirir capacidades que lle permitisen construír e interpretar a Relatividade Especial mediante destrezas puramente visuais (Prado, 2005).

Este proceso construtivo-interpretativo está fundamentado na esencia xeométrica da Teoría da Relatividade (Hoffmann, 1985), sen perder o rigor dos procedementos alxébricos habituais, dada a correspondencia estrita entre Álgebra e Xeometría (Hestenes, 1986 ; Doran e Lasenby, 2003). Isto

fai posible a construción significativa de todos os aspectos relevantes da teoría, incluíndo as nocións fundamentais da Relatividade Xeral.

Reflexionabamos sobre que, se a teoría da Relatividade ten un carácter xeométrico e como tal admite unha presentación visual, pódese acudir para o seu ensino a un modelo simplificado de dúas dimensíons (unha espacial e outra temporal). Este modelo ten a vantaxe de que coincide coas gráficas de espazo/tempo que os alumnos xa veñen usando dende anos anteriores. No modelo usado na Relatividade (Figura 1), o espazo é o eixe horizontal e o tempo o vertical, con unidades que fan $c=1$ (por exemplo, se a unidade de tempo é 1 s, a de espazo será 300.000 km, algo menos que a distancia Terra-Lúa). A figura de partida será un cadrado, no que as diagonais son raios de luz.

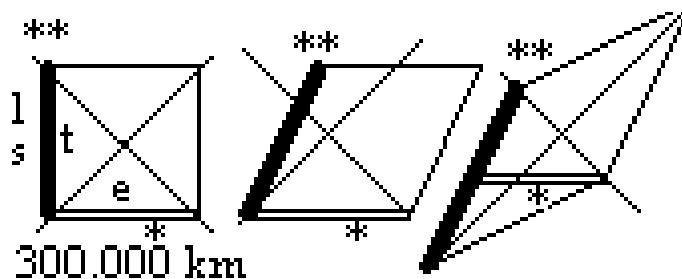


Figura 1: Transformacións do e/t

Unha vez establecido o marco de referencia anterior, trataríase de que os alumnos reconstrúisen dito marco observado dende un sistema en movemento (relativo). A velocidade relativa vainos dar a inclinación do eixe correspondente ao tempo, e a lei da inercia (1^a de Newton) implica que todas as liñas rectas se transforman en rectas, polo que a figura transformada debe ser un paralelogramo.

Para establecer a forma definitiva do paralelogramo, acudimos a dúas alternativas:

-Primeiro, o principio ditado polo sentido común de que o tempo debe ser o mesmo en todos os sistemas de referencia. Isto leva a que se conserven as liñas horizontais, e, xa que logo, a figura será un paralelogramo de base horizontal. Esta figura corresponde coa transformación de Galileo, e pódese aproveitar para comprobar as súas propiedades: Conservación das distancias (*) e dos tempos (**) etc.

-Alternativamente, aplicaremos o principio de invariancia da velocidade da luz, deducido a partir das leis de Maxwell e confirmado polo resultado negativo do experimento de Michelson. Aplicando este principio, deberemos construír un paralelogramo que conserve os 4 vértices nas diagonais do cadrado inicial. Vese que a única figura posible é un rombo inclinado 45º, que corresponde coa transformación de Lorentz.

Unha vez deducida polos propios alumnos a forma xeométrica da transformación de Lorentz, pódese pasar a comprobar as propiedades resultantes, para o cal só teremos que medir directamente na figura:

- (*) A anchura (horizontal) do rombo é menor que o do cadrado: *contracción espacial*.
- (**) A altura do eixe do tempo é maior que a do cadrado inicial: *dilatación temporal*.

Todas as fórmulas habituais da teoría pódense deducir de maneira exclusivamente visual na transformación de Lorentz. Para iso, só teremos que comparar triángulos de maneira sistemática.

Púidose comprobar en varias oportunidades (nos Encontros de Ensinantes das Ciencias de Galicia, nunha actividade de formación para o profesorado de Física en Navarra, e mesmo nun encontro con profesores brasileños de Física no Colégio Pedro II de Rio de Janeiro) que este enfoque novedoso é comprensible e atractivo para o profesorado de Física en exercicio. Tamén foi habitual que os profesores formularan a obxección das previsibles dificultades que suporía aplicalo nas aulas.

O intento de resolver estas dificultades levou á elaboración dunha Unidade Didáctica (UD) Interdisciplinar para o Ensino da Relatividade de forma visual en segundo de Bacharelato. A proposta desta UD consistiu en repartir as actividades didácticas entre as diferentes disciplinas, da seguinte forma: a visualización das transformacións xeométricas faríase en Debuxo, a construcción da transformación de Lorentz en Matemáticas, os fenómenos relativistas derivados da mesma en Física, as aplicacións en Tecnoloxía e a relevancia dos resultados, xunto coa profunda revolución conceptual que implican, sería encarada en Filosofía e nas diversas materias das Linguas.

Dita UD foi seleccionada pola Real Sociedad Española de Física para presentala, xunto con outros traballos, no certame europeo Physics on Stage sobre divulgación da Física celebrado en novembro do ano 2000 nas instalacións do CERN en Xenebra.

Neste evento, que reuniu a máis de 400 profesores de Física de toda Europa coa intención de promover a divulgación da Física, reafirmouse o carácter novedoso e orixinal do modelo didáctico visual proposto. A Teoría da Relatividade implica un cambio de pensamento ao nivel da representación da esencia mesma do espazo e do tempo, cunha xeometría asociada: a *xeometría hiperbólica* (Sazánov 1988). A divulgación social deste paradigma levaría talvez a unha crise de pensamento parangonable coa que produciu a noción de curvatura (*xeometría circular*) da Terra. Os paradoxos resultantes (os antípodas, a permanencia da auga dos mares etc.) foran explicitados xa por Plinio (Lanciano, 1989) e áinda hoxe continúan a formar parte de moitas ideas espontáneas das persoas. Un dos grandes esforzos didácticos da escola clásica consistiu en popularizar esta

representación non intuitiva da superficie terrestre, até o punto de que un dos modelos usados para iso, o globo terrestre, chegou a ser o símbolo da escola.

O intento de aplicar a UD na aula non tivo os resultados desexados, en gran parte debido á falla de cultura para o traballo interdisciplinar do profesorado de Bacharelato, así como á rixidez das programacións e dos horarios, especialmente no segundo curso, polo forte carácter propedéutico do mesmo orientado ás probas de Selectividade.

Dende a anterior perspectiva, consideramos que o que fai o profesor na aula ten un efecto decisivo no que os estudiantes aprenden, e, xa que logo, débese fomentar a innovación, mais non de forma aleatoria senón baseándose nos resultados que emerxen da investigación educativa. Espérase que ditos resultados axuden aos profesores a mellorar a súa práctica docente nos centros educativos e, como consecuencia, que os estudiantes adquiran unha mellor comprensión dos contidos científicos e matemáticos, e que faciliten a transferencia de prácticas innovadoras á ensinanza da ciencia e da matemática para todos os estudiantes.

Consecuentemente co anterior, no ano 2004, o autor da presente tese de doutoramento matriculouse no Programa de Doutoramento do Departamento de Didáctica das Ciencias Experimentais da Universidade de Santiago de Compostela.

C1.1.2. Programa de Doutoramento

O Departamento de Didáctica das Ciencias Experimentais constituíu un espazo de cooperación conxunta entre os investigadores e os docentes dos IES para realizar experiencias e producir coñecemento contrastado, identificando as principais dimensíons de análise que interveñen no deseño, desenvolvemento, aplicación e avaliación de propostas didácticas de Ciencias e Matemáticas:

- Propiciar a creación e análise de espazos comúns entre a investigación educativa e as prácticas docentes, co propósito de acordar accións concretas que posúan condicións e características tales que impacten no incremento da calidade da Educación Secundaria.
- Elaborar, aplicar e avaliar propostas didácticas en ciencias e matemáticas que melloren a calidade educativa.
- Establecer roteiros de aprendizaxe de contidos científicos e matemáticos na Educación Secundaria.
- Contribuír ao desenvolvemento de teorías de dominio específico acerca da ensinanza e a aprendizaxe da ciencia e da matemática.

O Programa de Doutoramento de dito Departamento deusos a oportunidade de facer explícitos os saberes empíricos e de sistematizar as reflexións coas que conta o profesorado e o alumnado nos Institutos de Educación Secundaria (IES), que consideramos indispensables para calquera investigación educativa que teña por obxecto a elaboración de propostas de ensinanza aplicables no contexto real.

Simulación en contexto de expertos non cualificados en Física.

No marco dun dos cursos tivemos a oportunidade de que catro alumnos de doutoramento (tres biólogos e un xeólogo) e o propio profesor, tamén biólogo, se prestasen a realizar unha experiencia singular -a construcción da transformación de Lorentz (base do toda a RE)- que se realizou en dúas sesións prácticas, cunha duración total dunha hora. No Anexo 2 preséntase unha descripción detallada da mencionada intervención, así como unha caracterización preliminar das ideas non desexables que apareceron ao longo da implementación da proposta didáctica visual, as cales foron representadas de xeito gráfico xunto cunha proposta de actuación didáctica en relación con cada un deles, a cal se resume na táboa seguinte (Táboa 1.1)

	Figura	Erro / confusión / dúbida	Proposta didáctica
1		Confusión entre (1,1)D e (2,0)D: interprétese a liña diagonal como un camiño recto nun mapa entre T e L.	Destacar os 2 “sucesos” de cada raio (e o cruzamento): recoñecer o papel do tempo. Visor et.
2		Non recoñecer as verticais como <i>repouso</i> . Cásula da esq. (vertical): “sobe”, “está 0 respecto de nós”	Actividade práctica: “Repouso = Vertical” (visor do espazotempo)
3		Transformación das rectas por cambio de SRI: liñas, non necesariamente rectas	Práctica con varios móveis con MRU en SRIs diferentes:
4		Serven as liñas paralelas á diagonal? (como “conservadoras de c”)	Varios móveis con MRU en SRIs: Comprobar o paralelismo cando as velocidades coinciden.
5		A metade da velocidade = metade de percorrido no et (confunde a velocidad coa lonxitude da liña no espazotempo)	Medir a velocidad en traxectos longos e curtos, representando os resultados en gráficas et
6		Velocidade do raio L-T no SR transformado = 300.000 km/s	Medir v en t=1 Experiencia con velocidades de arrastre

Táboa 1.1: Relación de ideas non desexables e propostas didácticas para as mesmas
(continúa)

	Figura	Erro / confusión / dúbida	Proposta didáctica
7		Perplexidade ante o feito de que despois de aplicar dúas transformacións con velocidades opostas obteñamos o repouso.	Traballar os conceptos de transformación inversa e de repouso relativo (debate)
8		O cadrado do SR oculta os eixes, co que da a impresión de que por fóra do mesmo non existe realidade física.	Situar varios cadrados nos eixes (como baldosas). sublinhar os eixes.
9		Lados do cadrado: distractores (fronte ás diagonais)	Destacar os 2 “sucesos” de cada raio (e o cruzamento)
10		Como se mide a lonxitude da nave móbil?	Medida da lonxitude dun móvil
11		Erro no cálculo da superficie en paralelogramos “oblicuos”: lado por lado, lado por diagonal menor	Contar cadros, descompor en triángulos
12		Cdm no medio: igualdade ou constancia das masas?	Panca didáctica con masas variables
13		Cdm no medio = velocidades iguais	Panca didáctica con móobiles

Táboa 1.1: Relación de ideas non desexables e propostas didácticas para as mesmas

A continuación explícase cada un destes errores con maior detalle, tendo en conta que a interpretación das figuras ilustrativas de cada tipo de erro será más dodata á luz das explicacións que se farán no seguinte apartado, C.1.2.

Erro 1.- Pódese confundir o espazotempo usado nestas actividades, de dimensión (1,1)D, o que significa unha dimensión espacial e outra temporal, co espazo bidimensional habitual en planos e mapas, cuxa dimensionalidade é representada mediante a expresión (2,0)D, é dicir, dúas dimensións espaciais e ningunha temporal. Unha liña neste espazo (2,0)D representa un camiño entre dous puntos, que poden ser T (Terra) e L (Lúa), e non contén información relativa ao tempo no que se realiza o desprazamento, se é que o hai. Pola contra, unha liña no espazotempo (1,1)D representa a evolución dun obxecto material concreto ao longo do tempo. Neste caso, os puntos Te L non son meras localizacións, como no caso (2,0)D, senón que se denominan *sucesos*, e nos mesmos indícase tanto a posición como o tempo. Por exemplo, T pode ser “na Terra, ás 0h”, e L podería ser “na Lúa, ás 0h e 1s”. Esta confusión débese a que o noso cerebro está afeito a manexar información gráfica bidimensional, na que o tempo aparece como cambio. Para evitar dita confusión deseñouse un aparello específico denominado “Visor et” que será explicado posteriormente.

Erro 2.- Relacionado co anterior, ás veces custa recoñecer unha liña vertical no espazotempo (1,1)D como unha representación do repouso (tan só pasa o tempo, sen que a posición varíe). No seu lugar, fanse interpretacións bidimensionais de tipo (2,0)D: o obxecto “sobe”. Para evitalo, pódese recorrer tanto ao mencionado “visor et” como á realización de actividades prácticas con móbiles cuxo movemento se representa graficamente, e comprobar que no caso do repouso non existe inclinación.

Erro 3.- Na introdución da forma gráfica dunha transformación de Sistema de Referencia Inercial (SRI) de carácter xeral, custa ás veces recoñecer que as liñas rectas deben transformarse necesariamente noutras liñas rectas por aplicación das leis físicas de relatividade e inercia. Para axudar a entender dita propiedade, unha das más fundamentais nas transformacións de SRI, pódese facer unha actividade práctica con diversos móbiles en distintos sistemas de referencia (SR), como por exemplo, con xoguetes autopropulsados sobre superficies móbiles, e comprobar que cando o movemento relativo é uniforme, as liñas rectas transfórmanse en rectas, non sendo así noutros casos en que o SR non é inercial.

Erro 4.- No proceso de construcción da forma gráfica da transformación de Lorentz aparece unha dúbida en relación coa interpretación gráfica da conservación da velocidade da luz (ou, en xeral, de que dous móbiles teñan a mesma velocidade). A resposta correcta, que é a dun paralelismo entre as súas liñas espazotemporais, mestúrase con outras como a lonxitude das liñas, por exemplo. A realización dunha actividade práctica sobre movemento en diferentes SRI como a mencionada anteriormente pode axudar a evitar ditas confusións.

Erro 5.- Relacionado co anterior, ás veces confúndese a velocidade coa lonxitude da liña representativa do movemento no espazotempo (deste xeito, dúas liñas diagonais de diferente lonxitude non terían a mesma velocidade, senón que a máis longa tería unha velocidade maior). Pódese evitar incorporando a medición da velocidade dun mesmo obxecto en diferentes tramos, e comprobar que pode variar a lonxitude da liña representativa sen que varíe a velocidade.

Erro 6.- Unha vez realizada a transformación de Galileo e representada a liña dun fotón no mesmo, nalgúns casos non se dá recoñecido o feito de que a velocidade da luz xa non é a mesma, posiblemente debido a un coñecemento previo sobre a invariabilidade de dita velocidade. Para evitar dita confusión, proponse traballar a medición de velocidades directamente nas gráficas espazotemporais como o desprazamento horizontal dunha liña cando transcorre a unidade de tempo (desprazamento vertical), así como a realización dunha actividade práctica sobre variación da velocidade cando existen fenómenos de arrastre.

Erro 7.- Ao longo do proceso de construcción da transformación de SRI, aparece a cuestión da transformación inversa a unha dada, que non é outra que aquela que ten velocidade relativa oposta.

Custa ás veces recoñecer que o efecto de dous cambios de SRI poida ser equivalente a non ter realizado ningún deles, o cal está relacionado co concepto aristotélico de repouso absoluto. Un debate na aula sobre as características relativas do repouso (por exemplo, nun avión que se desprace contrarrestando a rotación terrestre) pode contribuír a dar luz sobre este asunto.

Erro 8.- A confusión entre o espazotempo e a súa representación mediante un cadrado unitario, se non se subliñan os eixes do espazo e do tempo, pode levar a que o alumno non saia do cadro cando traza liñas ou puntos, como se non existise realidade física fóra do mesmo. Para evitar dita confusión, proponse presentar un conxunto de cadros recubrindo o espazotempo a xeito de baldosas, así como representar os eixes espacial e temporal por fóra do cadro.

Erro 9.- Relacionado co anterior, cando se quere incorporar a conservación da velocidade da luz (inclinación da diagonal) na construcción da transformación de Lorentz pode acontecer tamén que os lados do propio cadro actúen como distractores fronte ás diagonais. Neste caso, pode axudar unha análise rigorosa dos diversos sucesos implicados nos fenómenos descritos, como a saída e chegada dos raios ou o cruzamento dos mesmos.

Erro 10.- Para analizar o fenómeno relativista da contracción espacial, cómpre ter claro o concepto de medición da lonxitude dun obxecto en movemento, pois en función de como se faga operativo o mesmo podemos obter resultados erróneos e mesmo contraditorios. A realización de medicións deste tipo nunha actividade práctica podería contribuír a aclarar o concepto, aínda que a sinxeleza gráfica do resultado (débese medir en horizontal) pode facer más dodata a análise teórica.

Erro 11.- A conservación da superficie do espazotempo constitúe unha propiedade esencial do mesmo, e ás veces xorden dificultades para medir a superficie dunha figura cando está xirada. Aínda que é unha capacidade de tipo matemático, o seu interese nestas actividades pode tornar útil comprobar a corrección das fórmulas utilizadas mediante descomposición das figuras en triángulos (proceso teórico visual) ou en pequenos cadriños (proceso empírico).

Nos dous casos seguintes, reflíctense algunas das dificultades detectadas na análise das figuras de choques inelásticos utilizadas para chegar a demostrar a equivalencia relativista entre masa e enerxía. Trátase de interpretar que a posición do centro de masas (cdm) no exacto punto medio de dúas masas que colisionan equivale a establecer a igualdade das masas, e, xa que logo, a realizar unha medida de masa de forma gráfica nos diagramas espazotemporais.

Erro 12.- Neste caso, o erro xorde cando se interpreta a posición do cdm no medio como unha evidencia de que a masa non varía.

Erro 13.- A interpretación errónea, neste caso, consiste en establecer unha igualdade entre as velocidades en lugar de entre as masas.

Tanto nun caso como no outro, pódese realizar unha actividade práctica (complementada con análise gráfica e reflexión teórica) con pancas e colisións inelásticas.

Nesta experiencia foi posible, para un grupo de persoas sen preparación previa sobre o tema -mais cun forte compromiso de carácter epistemolóxico co proceso-, chegar a construír por si mesmos, áinda cos problemas citados, a base de carácter xeométrico que permite explicar todas as propiedades da Relatividade Especial (a denominada transformación de Lorentz).

Este resultado contribuíu de forma decisiva a que se consolidase no investigador o intento de conseguir a maior solidez posible nos fundamentos didácticos e no deseño da proposta, co obxectivo de conseguir unha aprendizaxe de maior calidade nos alumnos.

A aplicación do aprendido durante o programa de doutoramento ao proxecto didáctico da Relatividade permitiu comprobar que a nosa proposta de ensinanza inicial podería ser encaixada dentro do concepto de ensino por transmisión, áinda que o feito de que se propón aos alumnos o redescubrimiento da transformación de Lorentz, baseándose exclusivamente en consideracións xeométricas puidese dotala dunha certa dose de ensino por descubrimento. Mais na práctica de aula non se consegue que os alumnos incorporen este descubrimento de forma significativa, para aplicalo en contextos diferentes con consciencia das profundas implicacións físicas do mesmo. Parecen sentirse máis cómodos resolvendo problemas sobre Relatividade, mediante aplicación directa das fórmulas matemáticas correspondentes, que na análise visual das situacións mediante diagramas xeométricos.

Unha primeira consecuencia desta reflexión foi a decisión de separar a parte cualitativa da secuencia instrucional, e propoñer a súa incorporación no primeiro curso de Bacharelato, co obxectivo de chegar a todas as consecuencias relativistas dunha forma puramente cualitativa e visual, sen fórmulas. Quedaría para 2º de Bacharelato a dedución e aplicación das fórmulas matemáticas relativistas. Para iso, comprobouse a viabilidade da dedución de todas as fórmulas relevantes a partir da construcción xeométrica previa (usando simplemente relacións entre triángulos), proposta que foi presentada na XXX Reunión Bienal da Real Sociedad Española de Física celebrada en setembro do 2005 en Ourense (Prado, 2005).

Unha segunda consecuencia é que para poder levar a cabo o proxecto didáctico visual da Teoría da Relatividade, consideramos que son necesarias unhas premisas de coñecemento previo por parte do alumnado, que condicionarán necesariamente a nosa proposta:

Xeometría: Dado o carácter visual desta proposta didáctica, baseada na esencia xeométrica da Relatividade Especial, é fundamental que os alumnos manexen con soltura as representacións xeométricas do espazotempo e as transformacións das mesmas.

Epistemoloxía: Cómpre que os alumnos asuman fortes compromisos de carácter epistemolóxico (coherencia, xeneralizabilidade, parsimonia nas análises) para poder rexeitar de forma significativa as ideas previas de carácter intuitivo e incorporar modelos correctos en Mecánica.

Relatividade Clásica: Para poder construír de forma significativa a Relatividade Especial a partir da manipulación xeométrica de diagramas espazotemporais, cómpre que os alumnos teñan ideas correctas e sólidas sobre a Relatividade Clásica.

Investigación sobre a relatividade galileana

No traballo de investigación tutelado (TIT) realizado no Departamento de Didáctica das Ciencias Experimentais para a obtención do Diploma de Estudos Avanzados (DEA), titulado “Modelos de representación e de argumentación de alumnado de 4º da ESO sobre o movemento relativo”, fixose unha investigación sobre os coñecementos do alumnado ao final da etapa de ensino obligatorio en relación cun aspecto central na teoría da Relatividade Clásica ou galileana; o concepto de repouso relativo.

Como consecuencia da investigación realizada, enmarcada na liña de aproximación aos conceptos relativistas dentro do ensino secundario que está tamén na base do presente traballo, estableceronse unha serie de conclusións e implicacións didácticas en relación co ensino da Teoría da Relatividade (Prado e Domínguez, 2006), e que resumimos a continuación:

En relación coas posibilidades e oportunidades didácticas que ofrecen as ideas relativistas de carácter clásico nos alumnos de 4º da ESO para servir de substrato de cara á construcción no Bacharelato das ideas da relatividade einsteniana constatamos unha ausencia case total de criterios relativistas, mesmo unha actitude xeneralizada de rexeitamento aos mesmos, e nas poucas oportunidades en que se manexaron ditos criterios, observouse unha escasa estabilidade, insuficiente ao noso parecer para aquel obxectivo. A este respecto consideramos necesario asentar as ideas relativistas como paso previo a calquera proposta que pretenda lograr unha aprendizaxe significativa da teoría no Bacharelato. Propoñemos os seguintes camiños didácticos ao respecto, a modo de propostas que precisarían ser investigadas para establecer a súa validez: Aplicar as ideas relativistas en distintos ámbitos de coñecemento, manexar diagramas espazotemporais (contido físico e transformacións xeométricas), e atender aos requisitos de carácter epistemolóxico.

Podemos diferenciar as propostas en 3 niveis:

- ✓ Nos cursos previos a 4º da ESO: Asentar as ideas xerais de carácter relativista en diferentes ámbitos.
- ✓ Nos cursos finais de Primaria, a introdución da relatividade nas localizacións espaciais, temporais, escalas de temperatura, ou os cambios de perspectiva, poden facer máis aceptable a idea da variabilidade na elección do orixe. Paralelamente co anterior, débese subliñar a necesidade de coherencia nas explicacións unha vez que foi definido unha determinada orixe. Deberíase propiciar o manexo de técnicas de cambio de orixe, de forma análoga a como se manexan as técnicas de cambio de unidades. Os diagramas espazotemporais poden ser introducidos neste nivel como unha clase especial de representación en dúas coordenadas. Poden ser útiles materiais audiovisuais dado o carácter dinámico, non estático, dos diagramas et. Non se debería propiciar un abandono prematuro do modelo xeocéntrico para non perder as súas potencialidades explicativas dos fenómenos cinemáticos observables.
- ✓ No curso de 2º da ESO, deberíase introducir a relatividade na descripción do movemento dun móvil en varios sistemas de referencia (SR), con varios obxectivos:

Lograr que se acepte a idea de que existen varios sistemas de referencia igualmente válidos.

Desenvolver habilidades para a elección do sistema de referencia que mellor se adapte á descripción e análise dunha situación dada.

Capacitar para transformar a representación dun suceso a un sistema de referencia alternativo.

Potenciar o compromiso epistemolóxico na esixencia de coherencia. O alumnado debe tomar conciencia do inconveniente de utilizar simultaneamente varios sistemas de referencia nas súas explicacións ou de analizar situacións sen definir o sistema referencial de forma explícita ou implícita.

Describir os sucesos cinemáticos mediante diagramas espazotemporais, realizando transformacións gráficas dun SR a outro.

- ✓ En 4º da ESO, á parte de reforzar todos os aspectos contemplados para o segundo curso, é necesario dotar aos diagramas espazotemporais de significado físico, explicando de forma cualitativa mediante os mesmos e sempre en consonancia coas ideas relativistas, as Leis de Newton, os choques entre móveis, a variación da enerxía cinética en función do SR elixido (de forma análoga ao que se vén facendo habitualmente en relación coa enerxía potencial) etc. Un adestramento previo no manexo dos diagramas espazotemporais para a visualización

dos sucesos cinemáticos podería tamén axudar a enfrentarse máis eficazmente cos modelos alternativos mixtos.

- ✓ Procurar que os alumnos adquiran un compromiso de carácter epistemolóxico cos requisitos de coherencia e xeneralizabilidade dos modelos explicativos, así como unha predisposición á análise parsimoniosa das ideas propias e dos demás.
- ✓ Aplicación do carácter invariante da velocidade relativa nas transformacións de SR como criterio de aceptabilidade das descripcións en SR alternativos. Pensamos que esta introdución da relatividade como un elemento de decisión sobre a validez dos modelos podería contribuír a reducir as flutuacións de carácter cílico (que son un obstáculo para a consolidación de criterios coherentes no alumnado), levando á alternancia entre os modelos aceptables (T e S) nas explicacións.
- ✓ En lugar de procurar que o alumnado adapte as súas explicacións a un único modelo considerado válido, que na ciencia escolar habitual sería o modelo Sol (S), propoñerelles a procura dun modelo capaz de explicar o fenómeno analizado da forma más simple e clara que sexa posible, tendo en conta sempre que existen outros modelos igualmente válidos, mais que non se deben mesturar na explicación. A aplicación deste criterio de utilidade podería facer más evidente para o alumnado a incorrección das ideas alternativas de carácter mixto.
- ✓ Nos cursos de Bacharelato débese comprobar a significatividade das ideas anteriores antes de intentar encarar un proxecto didáctico de construcción da Relatividade.

Propoñemos, a este respecto, realizar un desglosamento das actividades didácticas, adicando o 1º de Bacharelato á consolidación do corpo conceptual da relatividade clásica mediante a análise visual e cuantitativa (usando os diagramas espazotempo) das súas consecuencias físicas: Leis de Newton, choques entre móveis, variación da enerxía cinética en función do SR elixido etc., así como á construcción polos alumnos da transformación relativista de carácter visual e á análise cualitativa das súas consecuencias físicas. En 2º de Bacharelato incorporaríase o cálculo numérico mediante as coñecidas fórmulas, que poden ser deducidas de forma visual polos propios alumnos a partir da construcción gráfica realizada.

A proposta, en esencia, consiste en construír na ESO a transformación de Galileo, explorando todas as súas implicacións físicas no paralelogramo transformado. Xa no Bacharelato, e de forma totalmente paralela, construiríase en 1º a transformación de Lorentz da Relatividade Especial,

visualizando no rombo resultante todas as propiedades físicas relativistas de forma cualitativa, deixando a dedución visual e o manexo das fórmulas para o 2º de Bacharelato.

Unha característica de interese dende o punto de vista da aprendizaxe significativa é o feito de estar abrindo aos alumnos as portas á comprensión dun fenómeno que produciu unha revolución intelectual até as raíces mesmas do pensamento científico clásico, mais que non foi capaz de acadar o mesmo carácter ao nivel social, como o fixo no seu momento a idea de esfericidade da Terra.

Como consecuencia do anterior, propuxémonos establecer as características fundamentais dunha proposta didáctica visual para a RE como primeiro paso para abordar posteriormente a realización de propostas didácticas nos niveis de ensino indicados.

C1.2. PRESENTACIÓN VISUAL DA TEORÍA DA RELATIVIDADE

Neste apartado faise unha presentación da teoría da Relatividade de xeito visual. Foi Minkowski (Sazánov, 1988), profesor de Matemáticas de Albert Einstein (véxase Anexo 1: A1.0.5), quen estableceu o carácter totalmente xeométrico da Teoría da Relatividade Especial), baseada na incorporación de contidos e leis físicas aos diagramas espazotemporais. O obxectivo desta presentación é o de facilitar ao lector a interpretación axeitada da información de carácter gráfico que estará presente ao longo de todo o traballo de tese.

Dito traballo está fundamentado na presentación gráfica, totalmente visual, da Teoría da Relatividade Especial (RE). Esta presentación baséase nas propiedades xeométricas do espazo e tempo combinados, constituindo o denominado *espazotempo*. No Anexo 1 pódese ver unha explicación más detallada dos aspectos contemplados neste apartado.

Farase unha breve presentación dos conceptos fundamentais da mesma, dun xeito visual: representación de magnitudes físicas no espazotempo, a súa transformación para Sistemas de Referencia en movemento (esencia da Relatividade, tanto clásica como moderna), os fenómenos relativistas más coñecidos (dilatación temporal, contracción espacial, velocidade límite e equivalencia entre masa e enerxía), así como algunas comprobacións e consecuencias reais dos mesmos.

Incorpórarse un conxunto de figuras, coa axuda das que se pretende facilitar a comprensión, de xeito visual, dos fenómenos relativistas e das súas causas e efectos, dende diferentes paradigmas, referenciando cada un dos mesmos mediante o nome de científicos que tiveron un papel relevante no seu establecemento, aínda que non utilizasen o sistema de representación minkowskiano manexado ao longo deste traballo:

A presentación estrutúrase en catro partes, correspondentes a outros tantos paradigmas de pensamento en relación co espazotempo en particular e a física en xeral:

- Sinalaremos mediante a figura de Aristóteles (apartado C1.2.1) a representación visual das ideas pre-relativistas, das cales adicaremos atención especial ás que se refiren á incorporación de magnitudes físicas no espazotempo (pois constituirán a base para extraer as consecuencias físicas das ideas relativistas que veremos despois), así como a unha análise detallada dos sistemas de referencia, que constitúen o elemento básico para a descripción do espazotempo.
- Co nome de Galileo indicaremos no apartado C1.2.2 o conxunto de ideas que constitúen o paradigma da relatividade clásica. Comezaremos por unha descripción dos sistemas de referencia en movemento, en contraposición aos aristotélicos que son necesariamente estáticos. Presentaremos a continuación as ideas da relatividade clásica, incidindo no carácter intuitivo e *obvio* (para mentes formadas na física newtoniana) das conclusións físicas que se extraen das mesmas. Remataremos este apartado cunha explicación da experiencia discrepante de Michelson, ilustrada mediante un exemplo de actualidade: o funcionamento do sistema de posicionamento por satélites GPS.
- No apartado C1.2.3 abordaremos a transformación do espazotempo proposta por Lorentz como solución á contradición entre a mecánica clásica e o electromagnetismo, e farémolo dacordo coa formulación xeométrica introducida por Minkowski, a cal permite visualizar as consecuencias físicas derivadas da mesma. Procederemos a continuación a visualizar deste xeito os fenómenos relativistas más relevantes: dilatación temporal, contracción espacial, velocidad límite e equivalencia entre masa e enerxía.
- Finalmente, utilizaremos o nome de Einstein para referírnos no apartado C1.2.4 a diversas comprobacións experimentais e aplicacións prácticas dos efectos anteriores, pois foi a xenialidade de Einstein a que soubo extraer as revolucionarias consecuencias físicas das aparentemente *inocuas* transformacións do espazotempo propostas por Lorentz. Veremos como a dilatación temporal permite explicar o feito (iexplicable dende a física clásica) de que poidan chegar á superficie terrestre muóns procedentes da alta atmosfera. Visualizaremos a continuación unha elegantemente simple explicación dos fenómenos electromagnéticos mediante a contracción espacial, co funcionamento do acelerador de partículas LHC do CERN como aplicación práctica. En relación coa velocidad límite, veremos como está implícita na xeometría do Universo en expansión ou Big Bang, e remataremos coa visualización de dous fenómenos da física moderna como son a enerxía nuclear e a creación de materia a xeito de aplicación da equivalencia entre masa e enerxía.

C1.2.1. Aristóteles

Comézase coa visualización do compoñente *invisible* do espazotempo: *o tempo*. Para iso, úsase o eixe vertical, no cal representamos os cambios debidos ao paso do tempo en dous dos elementos usados tradicionalmente para a súa medida: un reloxo e o noso propio planeta Terra (figura 1.2).

Tanto un coma outro, malia estaren inmóbiles, sofren unha serie de cambios: o movemento das agullas no reloxo (indicando horas, minutos e segundos), e a rotación do planeta (que serve para definir o día). Subliñamos unha vez máis que a dimensión vertical, nestes diagramas, non indica ningún desprazamento, senón tan só o paso do tempo (en relación coa medida do tempo, véxase Anexo 1: A1.1.1).

De forma perpendicular ao eixe do tempo, sitúase un eixe horizontal (figura 1.3) no cal representamos *o espazo*. Este espazo ten só unha dimensión (como sucede nunha vía de tren). En realidade, sábese dende a época dos gregos (Euclides) que o espazo ten tres dimensións. Porén, mediante esta simplificación conseguimos visualizar a maioría dos efectos relativistas dun xeito directo e sen perder rigor nos resultados, polo que se gaña moito máis do que se perde (en relación coa medida de distancias espaciais, véxase Anexo 1: A.1.1.2).



Figura 1.3

Podemos agora xuntar os eixes temporal e espacial nunha mesma figura, obtendo así un “diagrama espazotemporal” (figura 1.4). É fundamental, nestes diagramas, ter en conta o que SI e NON se debe ler nos mesmos:



Figura 1.2

- NON se debe observar este diagrama únicamente como unha relación funcional entre dúas variables, unha dependendo da outra. A relación entre espazo e tempo, agora, ten un carácter xeométrico e polo tanto, como veremos, más rico en interpretacións.
- NON se debe observar tampouco como un mapa ou un plano de estradas, posto que estamos describindo unha realidade unidimensional, non bidimensional. Para ver isto más claro, podemos pensar no mundo real como se fose unha fisgoa horizontal que se vai desprazando cara arriba a medida que pasa o tempo. En todo momento, a realidade está contida tan só nesa única dimensión espacial da fisgoa horizontal (en relación coa interpretación dos diagramas espazotemporais, véxase Anexo 1: A1.1.0).

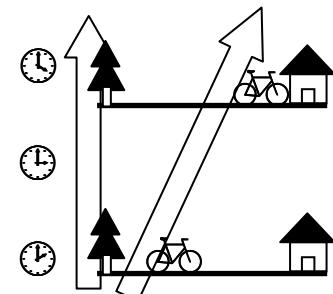


Figura 1.4

O que SI se pode observar e medir nestes diagramas son determinadas magnitudes físicas, como o espazo e o tempo (obviamente), ou a velocidade (que viría

indicada polas frechas da figura 1.4). Debemos lembrar que a frecha da esquerda, vertical, non representa movemento ningún. En todo caso, indicaría o paso do tempo (reloxo) sen que o obxecto (árboore) se desprase. E isto non é máis que unha definición do *repouso*.

Polo tanto: *Liña vertical = Repouso*.

Agora pódese observar cómo a liña inclinada representa o desprazamento dun obxecto (bicicleta) a medida que pasa o tempo. Deste xeito, unha liña inclinada indica MOVIMENTO.

Aínda máis: Se a bicicleta fose máis rápido, percorrería un espazo maior no mesmo tempo, polo que a liña tería maior inclinación (estaría máis “tombada”). Deste xeito, a inclinación da liña cara á horizontal dános unha medida da VELOCIDADE dun obxecto (en relación coa medida de velocidades, véxase Anexo 1: A1.1.3).

Insistimos: se a liña é vertical, a súa inclinación é nula, polo que a súa velocidade tamén o será. E cando $v = 0$, o obxecto está en repouso, non se despraza verticalmente. Para comprobar cómo podemos utilizar os diagramas espazotemporais para medir outras magnitudes físicas, observaremos primeiro a figura 1.5, na que se representa a lei das pancas dun xeito gráfico.

Na parte superior, temos dúas masas iguais unidas por unha variña, e o trianguliño do medio representa o punto de equilibrio do conxunto (fulcro). Na parte inferior incorporouse unha masa adicional na esquerda, e para restablecer o equilibrio tivemos que desprazar o fulcro cara á esquerda. Deste xeito, mediante un diagrama espacial pódense comparar dúas masas. Se tomamos unha delas como unidade, e medimos as distancias de cada unha ao fulcro (brazos), poderíamos medir o valor da outra masa directamente na figura, aplicando a igualdade dos produtos de cada masa polo seu brazo respectivo (lei das pancas).

En realidade, a figura 1.5 non contén diagramas espazotemporais, senón simples debuxos a escala dunha panca con dúas masas (situación na que o tempo non desempeña ningún papel, e a dirección vertical podería representar a atracción gravitatoria). Imos ver na figura 1.6, dun xeito moi esquemático, cómo se pode aplicar esta mesma idea nos diagramas espazotemporais. Para iso, en vez de xuntar dúas masas mediante unha barra, facemos que se despracen unha contra a outra á mesma velocidade, para colisionar de xeito que queden “encastradas” (choque inelástico).

Se as dúas masas eran iguais, despois da colisión o conxunto non se moverá (lémbrese: liña vertical no espazotempo).

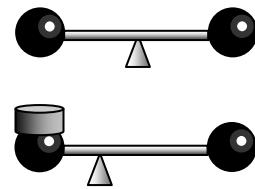


Figura 1.5

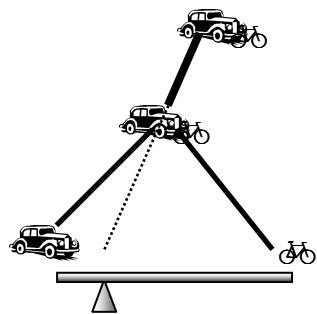


Figura 1.6

Na figura 1.6, as masas de bicicleta e coche non son iguais, polo que despois da colisión o coche “arrastrará” a bicicleta cara á dereita.

Se prolongamos cara atrás no tempo a liña do conxunto despois do choque, teremos a posición do centro de masas (cdm) antes da colisión, e podemos aplicar do mesmo xeito que antes a lei das pancas para comparar unha masa coa outra. Na figura, vese que o cdm está desprazado cara ao coche, o que indica que a masa deste é maior que a da bici. Se fosen iguais, ao quedar o conxunto en repouso (vertical), o cdm estaría xusto no medio da figura, e isto era o que acontecía precisamente na primeira das pancas, a que tiña as dúas masas iguais (en relación coa medida de masas, véxase Anexo 1: A1.1.4).

Unha vez que temos claro cómo se interpretan os diagramas espazotemporais dun xeito físico, procederemos a establecer a súa unidade de representación fundamental: a cela *unidadade*.

Dado que a RE trata a velocidade da luz dun xeito especial, escolleremos unidades para o espazo e o tempo nas cales a velocidade da luz (c) sexa a unidade. Dado que a luz percorre 300.000 km nun segundo, podemos escoller directamente ditas unidades, e teríamos o denominado Sistema de Referencia “Terra –Lúa” (en relación con dito SR T-L, véxase Anexo 1: A1.1.5). Tamén podemos escoller como unidades unha décima de segundo para o tempo, e o espazo que percorre a luz nese tempo, que son 30.000 km. Neste caso, teríamos unha cela unidade axeitada para a análise da transmisión de sinais dende os satélites utilizados para o sistema GPS *Galileo*, situados en órbitas con radios desas dimensións (as do sistema americano son algo más baixas: 20.000 km).

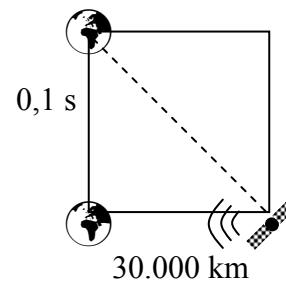


Figura 1.7

Na figura 1.7, podemos ver un cadrado que representa a cela unidade para dito sistema. Os lados verticais do cadrado miden $1/10\text{s}$, e os lados horizontais a distancia entre a Terra e os satélites GPS *Galileo*. A liña diagonal de puntos indica o envío dun sinal, á velocidade da luz, dende o satélite á Terra. Insistimos unha vez máis en que dita liña non representa un raio de luz (polo que pasan moitos fotóns ao longo do tempo), senón que sería a liña correspondente a un único fotón, que sae nun certo momento do satélite e chega ao receptor GPS na Terra ao cabo de $0,1\text{s}$.

Temos aquí á vista unha das características más importantes dos diagramas espazotemporais:

O feito de que neles a luz se representa en diagonal.

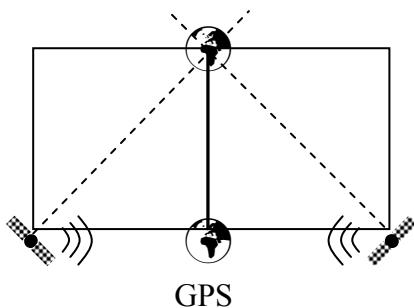


Figura 1.8

Esta é unha propiedade *física* da luz, a súa velocidade, e ao mesmo tempo unha propiedade *xeométrica* das figuras que veremos a continuación, e que será fundamental ter en conta en todo momento.

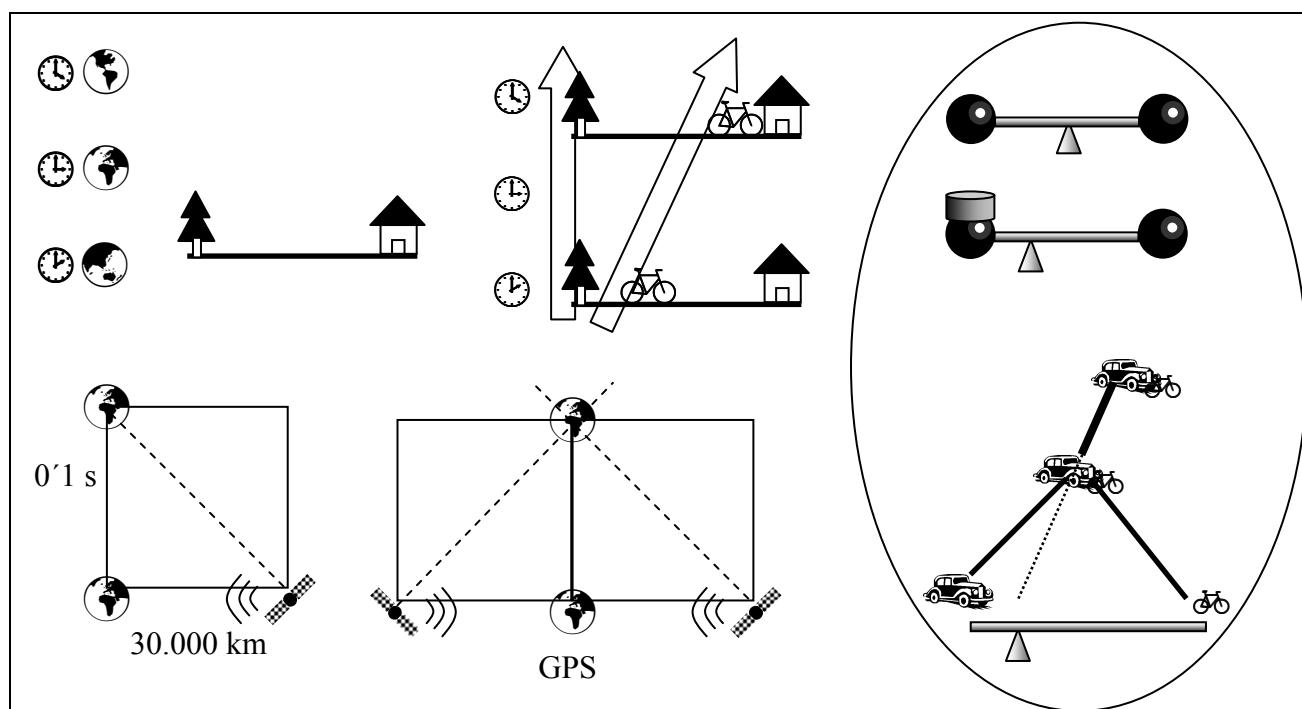
O espazotempo está recuberto por infinidade destas celas unidade, do mesmo xeito que as baldosas nunha parede.

Se xuntamos dúas destas celas, podemos describir dun xeito simplificado o funcionamento dos satélites GPS para localizar puntos na superficie terrestre con precisión. Dous

satélites envían de forma simultánea cadanxeu sinal, e o aparello GPS mide a diferenza no tempo de chegada de cada un destes pulsos. Se non hai ningunha diferenza, como na figura 1.8, é que estamos xustamente no punto medio entre os dous satélites. Se chegase antes o sinal dun deles, querería dicir que estamos máis preto deste que do outro, e pola diferenza de tempos poderíase calcular a qué distancia do punto medio nos atopamos. En realidade e dado que a situación é tridimensional, precisanse máis satélites para poder recibir en todo momento polo menos catro sinais dende satélites diferentes. Mais o fundamento básico é sempre o mesmo: as diferenzas no tempo de chegada de varios sinais que foron emitidos simultaneamente son as que lles permiten aos aparellos receptores GPS determinar a súa posición en relación coas posicións dos satélites emisores, e, xa que logo, sobre a superficie terrestre, posto que as posicións dos satélites son coñecidas con gran precisión en todo momento.

En relación coa figura de Aristóteles e as súas ideas sobre o espazo, o tempo e a velocidade, véxase Anexo 1: A1.0.1.

A continuación, no cadro 1.1, reúnense as figuras vistas até o momento, para deste xeito ter unha visión sintética da representación da realidade física mediante diagramas espazotemporais.



Cadro 1.1: visualización do espazotempo aristotélico

Na parte superior esquerda do cadro obsérvase a representación do tempo, o espazo e a velocidade. Na parte inferior esquerda pódese ver o cadrado unitario de espazotempo, no que as escalas de espazo e de tempo son tales que a velocidade da luz é diagonal, e tamén como se xuntan dous destes cadrados unitarios para representar o funcionamento dos satélites GPS.

Podemos observar tamén no lado dereito que as figuras das pancas e do choque están recollidas nun mesmo “globo” Queremos deste xeito destacar o conxunto de figuras relacionadas coa medida de masas e cos efectos correspondentes.

Denomínase este conxunto de figuras co nome de *Aristóteles* para subliñar o feito de que dito sabio grego foi o primeiro en teorizar sobre estas cuestións, así como a ausencia de conceptos relativistas nas mesmas, debido a utilizar un marco de referencia espazotemporal *inmóbil*.

C1.2.2. Galileo

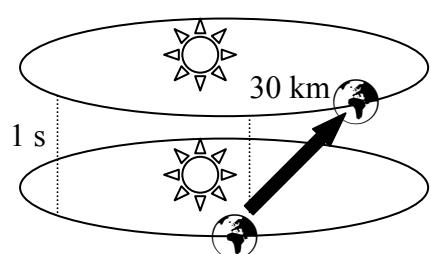


Figura 1.9

A traxectoria científica de Galileo estivo moi ligada á controversia entre xeocentrismo e heliocentrismo (en relación con Galileo, véxase Anexo 1: A1.2).

Un aspecto esencial desta controversia residía na dificultade de poder aceptar que a Terra se desprazase ao redor do Sol debido á ausencia de efectos visibles deste movemento.

A figura 1.9 representa o modelo heliocéntrico no

espazotempo. A frecha negra indica o desprazamento do noso planeta ao cabo dun segundo. Ao igual que nas figuras anteriores, o movemento real da Terra non é inclinado, senón que se mantén no plano da órbita circular. A inclinación, como antes, indica a velocidade con que o fai. Un cálculo sinxelo permite chegar á conclusión de que o noso planeta, no modelo heliocéntrico, debería estar viaxando a través do espazo a unha velocidade de 30 km cada segundo, o cal supera en moito calquera das velocidades dos fenómenos que acontecen sobre a superficie terrestre. E, a pesar diso, non se observa ningún efecto.

Para explicar por qué non se observa ningún efecto debido á translación terrestre ao redor do Sol, Galileo estableceu o *principio de relatividade*, segundo o cal as leis físicas son as mesmas para todos os sistemas de referencia que estean en movemento uniforme entre eles. Do mesmo xeito que a cabina dun barco arrasta consigo todo o que contén, sen que se poida apreciar o movemento uniforme do barco sobre a auga a partir do que acontece dentro da cabina, tampouco é posible comprobar o movemento terrestre a partir do que acontece na propia Terra.

Na figura 1.10 podemos ver a representación deste principio dunha forma xeométrica nos diagramas espazotemporais: a cela unidade do sistema de referencia do espazo exterior, no que se sitúa o Sol inmóbil, e que tiña a forma dun cadrado, transfórmase (para a Terra en movemento) nun paralelogramo de base horizontal (figura gris). Do mesmo xeito que cando xiramos unha figura xeométrica, esta continúa conservando todas as súas propiedades e relacións xeométricas, veremos que tamén agora ao transformar deste xeito o espazotempo, este conserva todas as relacións físicas que vimos (en relación coa transformación de Galileo, véxase Anexo 1: A1.2.1).

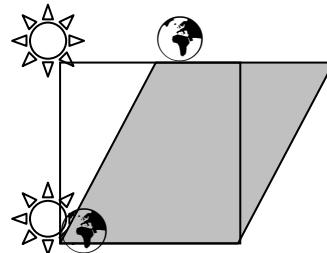


Figura 1.10

Para iso, basta con observar na figura 1.11 as escalas que representan o tempo e o espazo nos sistemas de referencia orixinal (Sol, cadrado branco) e transformado (Terra, paralelogramo en gris)

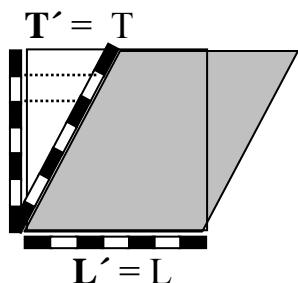


Figura 1.11

Vemos que a medida do tempo (altura en vertical) non se altera ao pasar dun sistema ao outro (liñas de puntos). Isto está de acordo coa intuición do tempo como unha medida universal dos cambios que suceden en todo momento e en todos os puntos do Universo por igual, independentemente do estado de movemento dos observadores. Tamén podemos comprobar na escala horizontal que a medida da base do paralelogramo é idéntica que a medida

do lado do cadrado, e que ao pasar o tempo esta medida mantense constante no paralelogramo, ainda que se desprace cara á dereita. Tamén aquí se obtén unha propiedade de sentido común: A lonxitude dos obxectos non se ve alterada polo movemento de quen os observa.

Na figura 1.12 vemos agora a representación do choque inelástico simétrico do que se falou no apartado anterior: Dúas masas iguais desprázanse unha contra a outra á mesma velocidade, chegando a colisionar nun punto. Pola simetría da situación, está claro que o centro de masas (cdm) debe estar en todo momento situado no centro da figura (liña de puntos).

Como vimos no apartado anterior, a partir desta figura é posible comparar as dúas masas, e chegar á conclusión de que son iguais. A panca representada na parte inferior é tan só para lembrar o contido físico desta situación. Non se debe esquecer que, en realidade, as dúas masas están separadas e movéndose libremente antes do choque, e podemos situar o cdm a partir do movemento do conxunto despois do choque (que neste caso sería en vertical, é dicir, quedarían en repouso).

A continuación aplicamos a transformación de Galileo a esta figura, para ver que consecuencias físicas podemos obter da mesma.

Para iso, primeiro transformamos o cadrado espazotemporal no paralelogramo de base horizontal (transformación de Galileo), e despois trazamos as restantes liñas a partir dos puntos correspondentes da figura (vértices inferiores e puntos medios das caras horizontais nos dous casos).

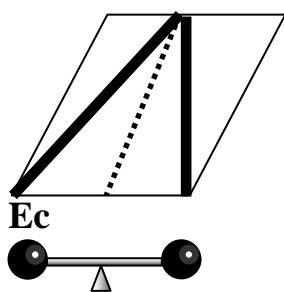


Figura 1.12

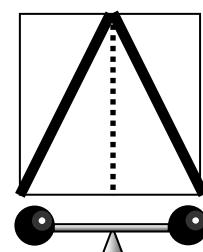


Figura 1.12

No diagrama resultante (figura 1.13), podemos observar o seguinte:

A liña da dereita, agora, está vertical. Xa sabemos o que isto significa: Que a masa da dereita, no novo sistema de referencia, está en repouso. Como se entende isto? Podemos pensar que algo análogo acontece cando viaxamos nun tren que vai paralelo a outro e á mesma velocidade: semella que non nos estamos movendo nin nós nin o outro tren. Pois agora o que pasou é que nos movemos cara á esquerda coa masa da dereita e á súa mesma velocidade, co que esta, para nós, está en repouso. E que pasa coa masa da esquerda? Que agora imos ao seu encontro, polo que para nós terá unha velocidade maior que antes. O cdm, que antes estaba en repouso, móvese (para nós) cara á dereita coa mesma velocidade coa que nos movemos nós (para él) cara á esquerda.

O resultado que nos interesa é o seguinte: que o cdm continúa estando en todo momento no punto medio entre as dúas masas.

Na parte inferior da figura 1.13 indícase que agora xa non hai a simetría do caso anterior: a masa da esquerda (esfera) ten tamén enerxía cinética, E_c , pois está en movemento, mentres que a masa da dereita xa non ten enerxía cinética (pois está en repouso). Porén, a posición do cdm no centro da base indica que continúa a haber unha igualdade entre ambos extremos. Como consecuencia, a enerxía cinética non inflúe no equilibrio entre as masas. Isto tamén era esperado, posto que na física clásica a masa e a enerxía son magnitudes diferentes, polo que non ten sentido sumalas (en relación coas medidas de magnitudes físicas na transformación de Galileo, véxase Anexo 1: A1.2.2).

O seguinte diagrama (figura 1.14) serve para explicar un par de aspectos técnicos (inversión da transformación e conservación da superficie espazotemporal) que non son esenciais nunha primeira lectura, polo que, se se quere, pódese obviar sen problemas.

De acordo co principio de relatividade, pódese considerar que o sistema do Sol está en repouso e o da Terra en movemento (como fixemos arriba), ou ben que é a Terra a que está en repouso e o Sol en movemento (sempre que se faga nun tempo tan curto que non se teña en conta a curvatura da órbita). Deste xeito, teríamos a figura 1.14, na cal é o sistema referencial (SR) da Terra o que está en repouso (cadrado gris) mentres que o Sol e o espazo exterior móvense cara ao lado contrario ao que avanza a Terra (paralelogramo branco). Esta transformación chámase *transformación inversa* da anterior (figura 1.10), posto que aplicando unha a continuación da outra regresamos ao sistema inicial. Para entendela mellor, podemos considerar que o Sol está na plataforma dunha estación de ferrocarril, na que pola vía pasa cara á dereita un tren (sistema da Terra). Se subimos a dito tren (é dicir, nos situamos na Terra), estaremos facendo a primeira das transformacións. Unha vez no tren (Terra), a plataforma (Sol) parece que se está movendo cara á esquerda coa mesma velocidade. Se nos montamos nese segundo *tren* (Sol) que agora vai cara atrás (é dicir, saltamos dende o tren (Terra) en marcha), resulta que estaremos de novo sobre a plataforma do principio (Sol), como se non fixésemos ningunha transformación en absoluto.

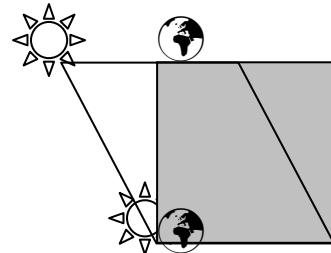


Figura 1.14

O feito de que ao inverter o sentido do movemento se obteña a transformación inversa, xunto co feito de que todas as direccións do espazo teñen as mesmas propiedades (isotropía espacial), ten como consecuencia unha propiedade xeral destas transformacións: o feito de que a superficie da cela unidade non cambia. Na transformación de Galileo pódese comprobar facilmente se temos en

conta que a superficie dun paralelogramo é igual ao produto da base pola altura, que neste caso son as dúas iguais á unidade, polo que o seu producto é tamén a unidade, igual que a superficie do cadrado orixinal (en relación coa conservación da superficie espazotemporal, véxase Anexo 1: A1.2.3).

Tendo en conta o anterior, faremos unha análise de cómo será o movemento da luz dende o sistema de referencia da Terra. Partimos da base de que a luz se move polo espazo baleiro (pois de non ser

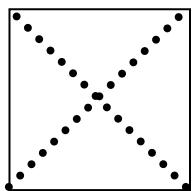


Figura 1.15

así non se verían as estrelas), e que a súa velocidade é a mesma en todas as direccións (de novo pola isotropía espacial). Representamos isto coa figura 1.15, na que podemos ver dúas liñas diagonais que indican que a velocidade da luz polo espazo é igual á unidade, tanto cara á esquerda como cara á dereita.

Agora imos ter en conta o que pasaría se observamos a velocidade da luz dende o sistema de referencia da Terra en movemento. Para iso, aplicamos a transformación de Galileo á figura 1.15, tendo en conta que nos situamos na Terra de xeito que é o espazo (e o Sol con el) o que se move cara atrás (cara á esquerda na representación utilizada).

Na figura 1.16 resultante podemos ver que agora os dous sinais luminosos xa non levan a mesma velocidade.

O que vai para a dereita ten unha velocidade menor, posto que é arrastrado polo espazo no seu movemento cara á esquerda. De feito, se a Terra se movera á velocidade da luz cara á dereita, estaría movéndose igual que dito impulso de luz, polo que este estaría en repouso, visto dende a Terra (a figura inclinaríase tanto que o sinal da dereita estaría vertical).

Pola contra, o sinal que viaxa para a esquerda terá unha velocidade maior, pola mesma razón que antes.

Deste xeito, se somos capaces de medir a velocidade dos dous sinais luminosos, poderemos saber cál é a velocidade coa que se está movendo a Terra en relación co espazo baleiro exterior.

Todas estas consideracións levaron a Michelson a realizar un experimento no cal se comparaban as velocidades da luz en direccións diferentes, para deste xeito establecer a velocidade coa que se move a Terra a través do espazo absoluto.

Para a súa sorpresa, non obtivo ningunha diferenza nas velocidades.

Na actualidade, o sistema de navegación por satélites (GPS) está reproducindo continuamente o experimento de Michelson, como podemos ver na figura 1.17.

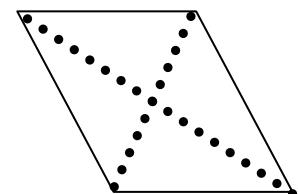


Figura 1.16

Aplicamos a transformación de Galileo dende o sistema de referencia da Terra (cadrados grises) á figura que explicaba o funcionamento do GPS. Como este se basea en sinais enviados dende satélites que están situados en órbita ao redor da Terra

moi por riba da atmosfera, estes sinais viaxan polo espazo baleiro, polo que a súa velocidade se verá afectada pola transformación de Galileo, como vimos antes.

Entón, debido ás diferentes velocidades dos sinais, agora xa non se xuntan no mesmo punto que antes.

Existirá un desprazamento espacial igual ao espazo que percorre a Terra no tempo que tardan os sinais en chegar, que era de 0'1 s. Mais xa sabemos que a Terra, nese tempo, percorre 3 km. Se a Terra se movese sempre na mesma dirección, non habería problema, pois bastaría con axustar os cálculos para ter en conta dito desprazamento, que sería o mesmo en todo instante. Mais debido a que a Terra dá a volta ao Sol nun ano, ao cabo de seis meses estará movéndose en sentido contrario, polo que o desprazamento estará variando continuamente nun radio de 3 km ao longo dun ano, e non será posible acadar unha precisión maior que 3 km cos GPS.

O feito de que a precisión do GPS sexa de varios metros, e que non haxa que realizar ningún tipo de axuste ou corrección debidos ao desprazamento da Terra, confirma o resultado nulo obtido por Michelson.

Se a Terra non se movese a través do espazo, como di a teoría xeocéntrica, este resultado sería o esperado. Mais cando Michelson fixo a súa experiencia, o xeocentrismo xa fora totalmente desacreditado.

Se existise un medio no cal se desprazase a luz (o chamado “éter”), poderíase explicar o resultado nulo de Michelson se a Terra o arrastrase no seu movemento polo espazo (como fai coa atmosfera), mais ao mesmo tempo o tal “éter” debería encher todo o espazo do Universo, o cal non se compaxina co feito de que a Terra o arrastre sen máis.

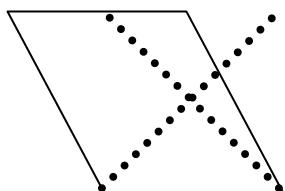


Figura 1.18

En relación co experimento de Michelson, véxase Anexo 1: A1.3.

Como resultado de todo o anterior, podemos observar na figura 1.18 que existe unha contradición insalvable entre a transformación de Galileo e a propagación da luz.

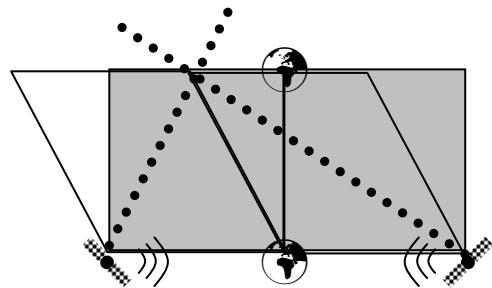
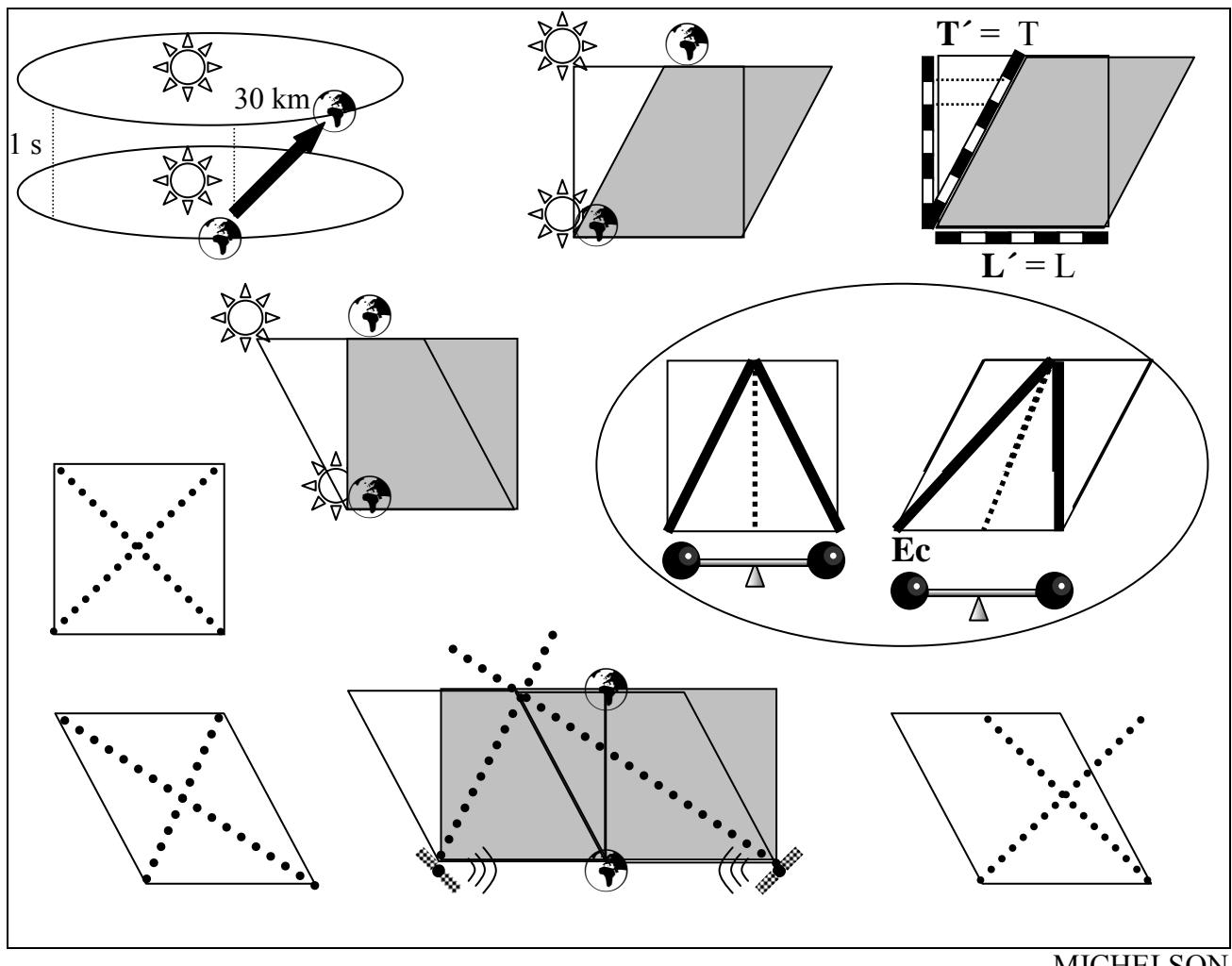


Figura 1.17

Se temos en conta que a transformación de Galileo está na base de toda a mecánica newtoniana, e que a velocidade da luz (e de todas as ondas electromagnéticas) forma parte consubstancial da teoría do electromagnetismo, vemos que estes resultados contrapoñen dunha forma radical ás dúas teorías máis frutíferas da Física Clásica, as cales se revelan aparentemente irreconciliables entre si.

Este era o estado de cousas nos inicios do século XX.

A continuación, no cadro 1.2, reúnense as figuras vistas até o momento, para deste xeito ter unha visión sintética da representación da relatividade clásica mediante diagramas espazotemporais.



Cadro 1.2: visualización do espazotempo galileano

Na parte superior esquerda do cadro obsérvase a representación da translación terrestre ao redor do Sol, que está na raíz do establecemento da relatividade clásica.

As dúas figuras que a acompañan representan a visión de dita translación dende dous SR equivalentes: o SR do Sol (en branco) e o SR da Terra (en gris).

Na parte inferior esquerda pódense ver dúas figuras que representan o movemento da luz dende o SR solar (cadrado), no que a velocidade é igual a 1, e dende o SR terrestre (paralelogramo), no que a velocidade da luz xa non sería a unidade.

No recanto superior derecho vese a figura que explica a conservación do espazo e do tempo na relatividade clásica.

Podemos observar tamén no lado derecho que as figuras das pancas e do choque están recollidas nun mesmo “globo”, igual que no cadro aristotélico. Póde-se ver que o equilibrio de masas non se ve afectado pola presenza da enerxía cinética.

Na parte central inferior represéntanse as oscilacións no posicionamento mediante GPS que serían debidas á variación na velocidade da luz por mor do desprazamento terrestre.

O feito de que ditas oscilacións non se observen, xunto co resultado do experimento de Michelson (que se menciona no recanto inferior derecho do cadro), evidencian a contradición da relatividade clásica cos feitos experimentais, reflectida na figura da esquina inferior dereita.

Denomínase este conxunto de figuras co nome de *Galileo* para subliñar o feito de que dito sabio italiano foi o artífice da teoría da relatividade clásica, que está na base de todo o edificio teórico coñecido como Física Clásica.

C1.2.3. Lorentz

Despois de diversos intentos para explicar o resultado obtido por Michelson (véxase Anexo 1: A1.3.4 e A1.4.1), foi Lorentz quen propuxo unha nova forma de transformación do espazotempo na cal se conservaba a velocidade da luz.

Na figura 1.19 pódese ver que a forma desta nova transformación consiste nun rombo inclinado 45º.

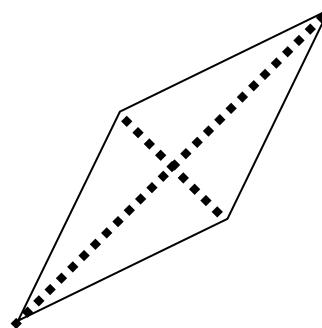


Figura 1.19

Igual que na transformación de Galileo, a superficie do rombo é igual á do cadrado orixinal. Para iso, estírase unha das diagonais e contráese a outra exactamente na mesma proporción. Como a superficie dun rombo é a metade do producto das súas diagonais, o resultado non varía.

É importante destacar tres aspectos nesta figura:

-Aínda que unha das diagonais estea máis estirada que a outra, a velocidade da luz é a mesma nas dúas. Basta lembrar que a velocidade vén dada pola inclinación, e as dúas diagonais teñen a mesma inclinación de 45º. Outro xeito de velo é se nos decatamos de que na diagonal maior, que é o triplo de longa que a outra, o espazo percorrido pola luz é tres veces maior, mais ao

mesmo tempo tamén tarda o triplo en percorrelo, polo que a velocidade é a mesma nas dúas diagonais.

-A principal diferença coa transformación de Galileo consiste en que, agora, a base xa non permanece horizontal, senón que se inclina do mesmo xeito que o lateral do cadrado. Precisamente neste feito están baseados os aspectos constraintuitivos da Teoría da Relatividade Especial (RE).

-Na transformación de Galileo existía unha liña invariante, que era a horizontal. Como consecuencia, o tempo era absoluto, igual para todo o Universo. Na transformación de Lorentz, aparece un invariante diferente, que son as diagonais. Deste xeito, aparece un novo absoluto no Universo, que é a velocidade da luz.

En relación coa construcción e interpretación da transformación de Lorentz, véxase Anexo 1: A1.4.3.

Unha vez establecida a forma xeométrica da transformación de Lorentz, procederemos a establecer cáles son as consecuencias da mesma sobre a medida das magnitudes físicas que vimos anteriormente.

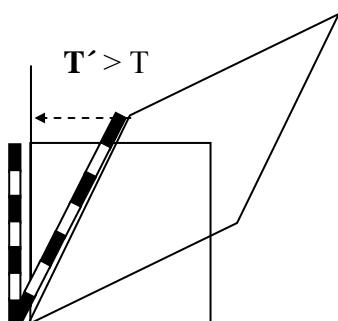


Figura 1.20

Pódese observar na figura 1.20 que, agora, o tempo xa non mide o mesmo no sistema de referencia orixinal que no transformado. O tempo nun SR en movemento sofre unha ralentización que é coñecida como *dilatación temporal*, e é o primeiro dos catro efectos relativistas que pretendemos visualizar. É interesante destacar que as figuras non só nos ofrecen unha imaxe cualitativa deste efecto (e dos seguintes), senón que se poden usar para establecer valores numéricos. Neste

caso, comparando as dúas escalas, podemos ver que 6 unidades de tempo no novo SR equivalen a 7 do SR orixinal, é dicir, o tempo dilátase en $7/6$. Se aplicásemos a fórmula da dilatación temporal (factor *gamma*, ver o final de A1.4.3) a esta figura, na que observamos que a velocidade relativa do SR é a metade da velocidade da luz, obteríamos aproximadamente o mesmo valor (en relación coas medidas de magnitudes físicas na transformación de Lorentz, véxase

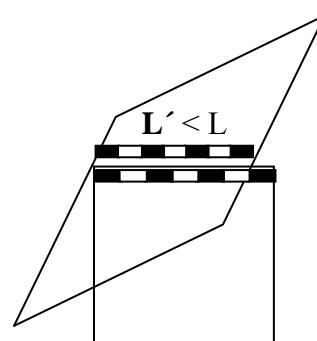


Figura 1.21

Anexo 1: A1.4.4).

Aplicando análogas consideracións á figura 1.21, podemos comprobar o fenómeno da *contracción espacial*, polo cal as lonxitudes, nun sistema de referencia en movemento, son menores que en repouso. É importante decatarse de que, neste caso, a medición da lonxitude dunha variña implica a medida da separación horizontal entre os seus extremos, que serán en xeral dúas liñas coa mesma inclinación. Neste caso, corresponden cos bordos laterais da cela unidade, tanto no caso do cadrado inicial como do rombo (transformación de Lorentz).

No diagrama seguinte (figura 1.22) podemos observar o efecto relativista da velocidade límite. Moitas persoas coñecen dun xeito ou doutro que non se pode repasar a velocidade da luz, mais polo xeral descoñecen as razóns. Pénsase que é unha especie de limitación técnica como o era no seu

momento a barreira do son para os avións, e que do mesmo xeito os avances da técnica conseguirán superala algún día. Tamén se adoita pensar que se trata dunha imposibilidade de medir velocidades superiores a de 300.000 km/s, que sería unha especie de *infinito* para as medidas.

Na imaxe podemos visualizar a existencia e características deste límite.

A medida que o sistema de referencia (que sempre debe poder ir asociado cun obxecto real) ten unha velocidade maior, o seu lateral esquerdo vaise

inclinando. Pola forma da transformación de Lorentz, a base da figura inclínase tamén cara arriba, na mesma proporción. As dúas liñas, polo tanto, tenden a xuntarse sobre a diagonal de puntos (velocidade da luz). Mais sabemos tamén que o rombo que delimitan as dúas liñas ten que manter sempre unha superficie constante, de xeito que por moito que se estire nunca chegarán a pecharse de todo, e, xa que logo, será imposible que un sistema de referencia chegue a desprazarse á velocidade da luz con respecto doutro.

Esta é unha propiedade esencial do espazotempo, igual que o é a imposibilidade de chegar a unha velocidade infinita na transformación de Galileo.

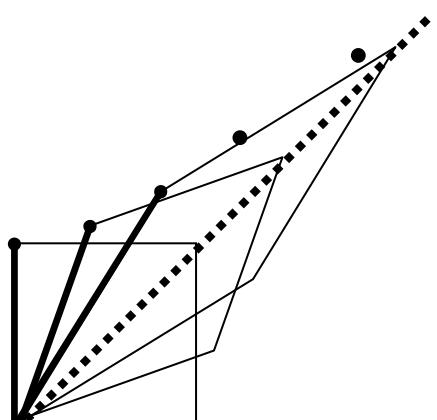


Figura 1.22

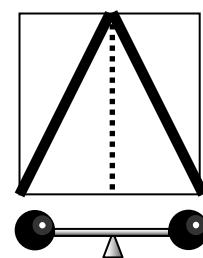


Figura 1.23

Porén, esta limitación de velocidade afecta só ao movemento dos

sistemas de referencia, e, xa que logo, ao movemento de obxectos, enerxía ou información, que son elementos cos que se pode asociar un sistema de referencia.

Mais por poñer un exemplo de velocidade que non ten este límite, teríamos a onda que se pode facer nun estadio deportivo por parte do público. A velocidade desta onda vén dada polo retraso entre un espectador e o seguinte, e no caso de erguérrense todos á vez teríamos unha velocidade infinita. O mesmo acontece coas ondas de estado cuánticas, nas cales recentemente se descubriron velocidades superiores á da luz, sen que isto sexa unha refutación da RE como se ten pretendido, posto que non se pode transportar materia, enerxía, nin información a través delas.

Para recoñecer o efecto da transformación de Lorentz sobre a masa, acudimos á mesma figura de partida do choque inelástico simétrico que xa utilizamos na transformación de Galileo (figura 1.23). Pódese ver que a velocidade coa que se achegan as dúas masas iguais é a metade da velocidade da luz, neste caso particular. O centro de masas está representado pola liña de puntos vertical, o que indica que está en repouso (o que corresponde co feito de que a situación é totalmente simétrica tanto dende o punto de vista das masas como das súas enerxías cinéticas).

Igual que daquela, observamos agora o mesmo suceso dende un sistema de referencia que se move coa masa da dereita é dicir, á metade da velocidade da luz para a esquerda (figura 1.24). Para iso,

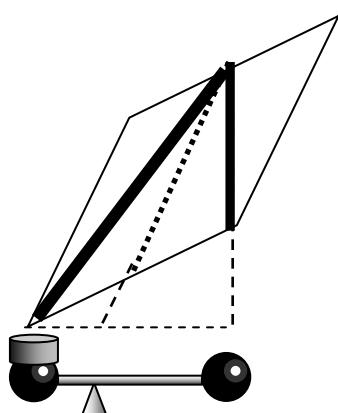


Figura 1.24

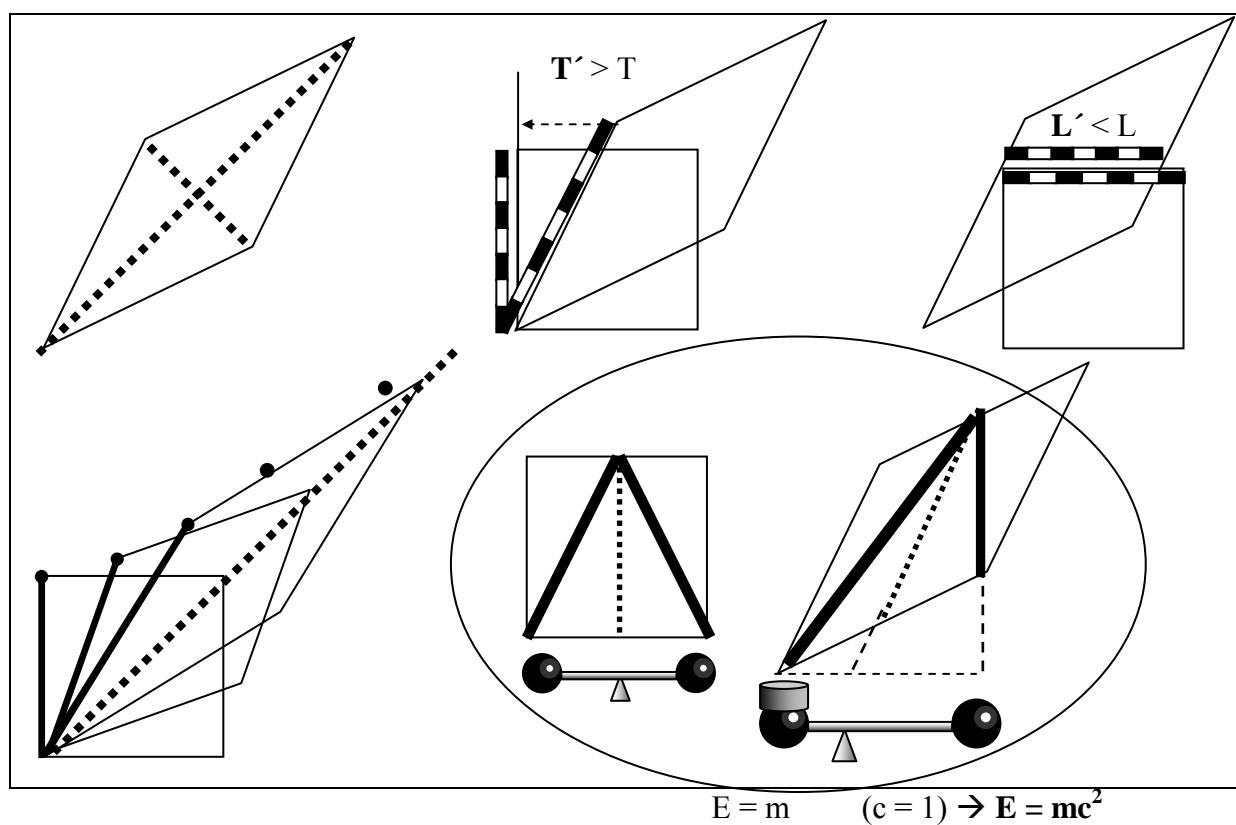
aplicamos a correspondente transformación de Lorentz ao cadrado inicial, e trazamos as liñas entre os puntos correspondentes (vértices inferiores e puntos medios dos lados). Nunha primeira observación, comprobamos que a liña da masa dereita é agora vertical, o que indica que, dende o novo sistema de referencia, esta non se move, o cal era de esperar. Tamén observamos que o cdm, que antes estaba en repouso, agora se move á metade da velocidade da luz para a dereita, o cal tamén era de esperar.

O aspecto máis importante resulta de aplicar a construcción para o equilibrio de masas nunha liña horizontal na parte inferior da figura 1.24. Observamos que, agora, o cdm xa non está situado no punto medio entre as dúas masas. Isto indica que “algo” despraza o cdm cara á esquerda.

A situación, agora, xa non é simétrica, dado que a masa da dereita xa non se move, e, xa que logo, non ten enerxía cinética, mentres que a da esquerda leva unha velocidade aínda maior que antes, é dicir, ten enerxía cinética. É posible demostrar tamén graficamente (véxase Anexo 1: A1.5.4) que o valor da enerxía cinética da masa esquerda é exactamente igual ao dunha masa adicional que

desprazase o cdm até o punto en que agora está situado. Este é o fenómeno relativista coñecido como *equivalencia entre masa e enerxía*, que podemos expresar dicindo que a enerxía ten as mesmas características inercias que a masa, ou ben que masa e enerxía son dúas formas da mesma magnitud física. O resultado obtido podémolo expresar tamén mediante unha fórmula que case parece trivial: $E = m$

Se temos en conta que para cambiar as unidades de masa a enerxía é preciso multiplicar por unha velocidade ao cadrado, e que nos diagramas utilizados a velocidade da luz é a unidade ($c = 1$), podemos escribir a fórmula deste xeito: $E = m c^2$. Finalmente, noutras unidades nas que a velocidade da luz non sexa a unidade, a fórmula será: $E = m c^2$, que é a coñecida fórmula de Einstein, considerada unha das máis misteriosas e difíceis de entender da Física, e que agora estamos en condicións de interpretar como unha consecuencia xeométrica da transformación de Lorentz (pódese ampliar a información sobre a fórmula de Einstein no Apartado A1.5.4.6 do Anexo 1).



Cadro 1.3: visualización do espazotempo da Relatividade Especial

No cadro 1.3 reuníronse as figuras vistas até o momento, para deste xeito ter unha visión sintética da representación da Teoría da Relatividade Especial mediante diagramas espazotemporais.

Na parte superior esquerda do cadro 1.3 represéntase a forma xeométrica da transformación de Lorentz (rombo inclinado 45º), na que se observa tamén que a velocidade da luz (liñas de puntos) está sempre na diagonal.

Nas dúas restantes figuras da parte superior podemos observar os fenómenos relativistas da dilatación temporal e a contracción espacial. A presenza de escalas de medida para lonxitude e tempo pretende enfatizar o feito de que todos e cada un dos diagramas utilizados non son só cualitativos, senón que permiten obter resultados cuantitativos totalmente válidos.

Na parte inferior esquerda obsérvase a figura resultante de aplicar o mesmo cambio de SR de xeito sucesivo. Ao irse estirando a figura en diagonal, debido á inclinación da base do rombo, comprobamos a imposibilidade de rebasar a velocidade da luz, que é, xa que logo, o límite de velocidades relativas entre SRI.

Podemos observar tamén no lado inferior dereito que as figuras das pancas e do choque están recollidas nun mesmo “globo”. Comparando coas figuras correspondentes do cadro 1.2, observamos agora que a enerxía cinética despraza o cdm dun xeito equivalente a unha masa adicional.

As fórmulas situadas debaixo destas figuras permiten entender que a famosa expresión de Einstein $E = mc^2$ é en realidade un cambio de unidades, expresión que se volve case trivial nas unidades que vimos usando: $E = m$.

Denomínase este conxunto de figuras co nome de *Lorentz* para indicar que foi este científico holandés o primeiro en propoñer a expresión matemática da transformación que leva o seu nome, aínda que non chegara a establecer as profundas implicacións físicas da mesma, o que si fixo posteriormente Albert Einstein.

Con esta explicación remátase a visualización dos fenómenos relativistas mediante os diagramas espazotemporais. O que segue é unha serie de comprobacións e aplicacións realistas destes fenómenos, para enfatizar o seu carácter físico e real, e non puramente xeométrico.

C1.2.4. Einstein

Unha vez establecidos os principais efectos relativistas -*dilatación temporal, contracción espacial, velocidad límite e equivalencia entre masa e enerxía-* a partir da interpretación física da transformación de Lorentz, podemos pasar a visualizar, na medida do posible, algunas situacóns nas que se comproban os mencionados efectos ou estes teñen algunha aplicación práctica.

Aínda que a forma da transformación de Lorentz foi establecida polo científico holandés do mesmo nome, foi Albert Einstein quen propuxo reconstruír toda a ciencia sobre estes novos principios,

unificando de paso a mecánica e o electromagnetismo e predicindo a realidade destes efectos, dando pé a que se puidesen comprobar. Esta posibilidade de comprobación ou falsación experimental foi un dos feitos que levaron ao éxito desta teoría, que está actualmente recoñecida como unha das más sólidas da Física, sendo confirmadas todas as súas predicións, por moi estrañas que puidesen parecer.

Comezaremos por unha das primeiras e más directas comprobacións que se fixeron da *dilatación temporal*: a explicación de por qué os muóns procedentes da alta atmosfera conseguén chegar á superficie terrestre.

As partículas denominadas muóns pódense producir nun laboratorio, e tense establecido que teñen un tempo de vida moi curto, dun par de microsegundos ($2 \mu\text{s}$).

Tamén se producen muóns a uns 20 km de altura sobre a superficie terrestre, como resultado do choque de raios cósmicos moi enerxéticos coa alta atmosfera. Estes muóns desprázanse a unha velocidade moi cercana á da luz. Aínda así, dado que tan só duran dous millonésimas de segundo, non conseguirían avanzar máis que 600 m nese tempo, polo que nunca darían chegado até a superficie terrestre. Porén, neste mesmo intre están a pasar miles de muóns cada segundo a través dos nosos corpos (como praticamente non interaccionan coa materia, non causan efectos apreciables nos seres vivos). Este fenómeno pódese explicar se temos en conta a dilatación temporal.

Na figura 1.25 aparece a escala temporal en horizontal e a espacial en vertical, para subliñar o camiño seguido polos muóns dende a parte superior da atmosfera (arriba) até a superficie terrestre (abaixo). Vemos á esquerda o que acontecería dende a relatividade clásica (transformación de Galileo): os muóns, no seu tempo de vida de $2 \mu\text{s}$, non darían chegado á superficie terrestre. Na dereita pódese comprobar cómo a forma da transformación de Lorentz, por contra, dilata o tempo, chegando até os $80 \mu\text{s}$ (á velocidade que levan os muóns, o tempo dilátase nun factor de 40). Neste tempo, os muóns producidos na alta atmosfera poden percorrer até 24 km, o que explica que cheguen á superficie terrestre. (En relación coa experiencia dos muóns, véxase Anexo 1: A1.5.1.2).

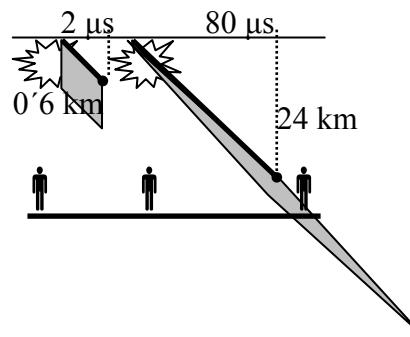


Figura 1.25

Tamén podemos utilizar o efecto da *dilatación temporal* para explicar o denominado “paradoxo dos xemelgos”. Dunha forma moi breve, este paradoxo aplícase a dous irmáns xemelgos, un dos cales permanece na Terra mentres o outro marcha a facer unha viaxe espacial de ida e volta a gran

velocidade. Pola dilatación temporal, para este xemelgo viaxeiro o tempo pasará máis lento, polo que ao seu regreso estará máis novo que o seu irmán. O paradoxo aparece se temos en conta que, dende o punto de vista do viaxeiro, é o seu irmán o que se está movendo en todo momento, polo que ao seu regreso sería este o que estaría máis novo. E a pregunta sería: cal dos dous terá razón no momento en que se atopen de novo? Porque non pode ser que os dous sexan ao mesmo tempo máis vellos que o seu irmán. Para entender este fenómeno, podemos observar na figura 1.26 o punto de vista do irmán que quedou na Terra. Vemos que, para este, pasan seis anos até que regresa o seu irmán, mentres que para o viaxeiro pasan tan só catro anos, dous para a ida e outros dous para regresar.

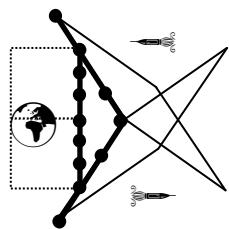


Figura 1.26

O paradoxo desaparece se observamos que a situación non é simétrica: o irmán que permanece na Terra está en todo momento nun sistema de referencia inercial, mentres que o viaxeiro pasa dun sistema a outro que viaxa en dirección contraria, e nese cambio aparecen unhas aceleracións considerables que tan só sente el, non o seu irmán, polo que o punto de vista correcto é o do xemelgo que permanece na Terra: O seu irmán regresará máis novo da viaxe polo espazo (se consegue sobrevivir a ditas aceleracións, claro!). O paradoxo

dos xemelgos analízase con máis detalle no Anexo 1: A1.5.1.1.

No ano 1971, fixose unha experiencia con reloxos atómicos a bordo de avións que deron a volta á Terra en direccións opostas nun mesmo día, e comprobouse a validez das consideracións anteriores (o experimento, levado a cabo por Hafele e Keating, describese no Anexo 1: A1.5.1.3).

A *contracción espacial* permite explicar algúns dos fenómenos más importantes do electromagnetismo: a forza de Lorentz entre cargas en movemento e correntes eléctricas, a atracción entre correntes eléctricas paralelas (Lei de Ampere), o comportamento de imáns, bobinas e motores e dos aceleradores de partículas.

Veremos tan só unha figura que nos permite entender de onde saen estes efectos, que son explicados clasicamente mediante campos magnéticos. Os campos magnéticos son elementos matematicamente complexos, o que fai do electromagnetismo un dos capítulos más difícułtos da física clásica. A explicación xeométrica relativista permite chegar aos mesmos resultados sen

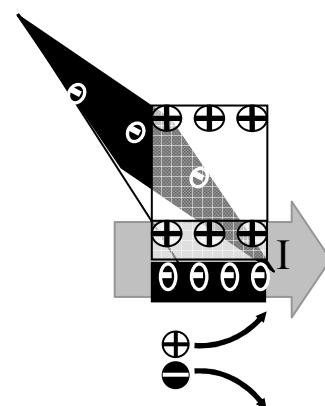


Figura 1.27

precisar de ditos campos magnéticos, o que ás veces ofrecerá solucións sorprendentemente simples sen perder nada de exactitude.

O suceso que analizaremos será o dunha partícula cargada movéndose paralelamente a un condutor polo que pasa unha corrente eléctrica de intensidade I .

Modelizaremos a corrente na figura 1.27 mediante dous fluxos simétricos de cargas, unhas positivas no sentido da intensidade e outras tantas negativas no sentido contrario. Isto é o que acontece, por exemplo, nos electrólitos ou nos tubos de descarga iónica.

Se a partícula cargada externa estivese en repouso (imos supoñer que é positiva), a simetría da figura faría que a atracción polas cargas negativas do condutor quedase exactamente compensada mediante a repulsión polas cargas positivas.

Mais se a carga se move no mesmo sentido que o fluxo de cargas positivas (na figura, cara á dereita) e á súa mesma velocidade, entón sabemos que, para ela, as positivas están en repouso (cadrado branco) e as negativas se desprazan áinda a máis velocidade en sentido contrario (cara á esquerda na figura, rombo negro). Polo fenómeno da contracción espacial, as cargas negativas estarán más agrupadas que as positivas (vemos que onde hai tres cargas positivas aparecen agora catro negativas), e dende o punto de vista da carga externa aparece unha forza neta de atracción, que fai que se curve cara á corrente. Se a carga fose negativa, curvaríase en dirección contraria, polas mesmas razóns.

No apartado A1.5.2 do Anexo 1 explícanse con más detalle os diversos efectos electromagnéticos mencionados anteriormente.

Veremos cómo este fenómeno, denominado Forza de Lorentz, serve para explicar de forma moi sinxela o funcionamento dun acelerador de partículas tan complexo como o existente nas instalacións do CERN en Xenebra, denominado LHC (siglas en inglés de “Large Hadron Collider”, ou Gran Colisionador de Hadróns), representado dun xeito sumamente esquemático na figura 1.28.

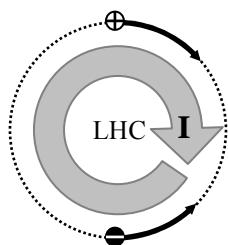


Figura 1.28

O LHC está aloxado nun túnel subterráneo de 20 km de circunferencia no interior do cal se xera unha corrente eléctrica circular de gran intensidade (polo xeral, fálase de grandes imáns supercondutores, mais o seu efecto neto non é outro que o descrito). De forma paralela a esta corrente de gran intensidade inxéctanse no túnel feixes de partículas positivas (na mesma dirección da intensidade) e negativas (na dirección contraria). Pola contracción

espacial do sistema de referencia do fluxo de cargas negativas da corrente eléctrica (o fenómeno visto anteriormente), aparece nos dous casos unha forza de Lorentz cara ao centro da circunferencia, ou sexa, unha forza centrípeta. Deste xeito, as partículas permanecen xirando na circunferencia do túnel, e a cada volta aplícaselles un campo eléctrico que as acelera cara diante.

No apartado A1.5.2.5 do Anexo 1 explícase o funcionamento dos aceleradores circulares

O feito de que, malia alcanzaren enerxías fabulosas, as partículas do LHC nunca consigan chegar á velocidade da luz, ademais, é unha comprobación do fenómeno da velocidade límite, e está explicado con maior detalle no Apartado A1.5.3 do Anexo 1.

Nestes mesmos aceleradores aplícase a *equivalencia entre masa e enerxía* para facer colisionar os feixes de partículas que xiran en sentidos contrarios. Nestas colisións as partículas perden a enorme cantidade de enerxía cinética que tiñan almacenada e prodúcense moi variados fenómenos de creación de novas partículas. A enerxía cinética, que chega a ter un valor dunhas 2.000 veces a masa da partícula, pódese transformar en 2.000 novas partículas como as que comisionan, ou tamén nunha nova partícula cunha masa 2.000 veces maior, sendo este tipo de sucesos os que máis interesan, de feito é mediante este mecanismo como se espera chegar a producir un “bosón de Higgs”, partícula que viría a completar o cadro teórico das partículas existentes e a confirmar o proceso proposto por Higgs para que existan partículas con masas tan grandes.

Na figura 1.29 podemos ver o diagrama dunha colisión entre dúas partículas (rombiños brancos) que levan unha velocidade tal que a súa enerxía cinética é igual á súa masa. Cando colisionan, esta enerxía permite producir dúas novas partículas (cadriños grises) idénticas ás orixinais (cadriños brancos), aparecendo, xa que logo, despois da colisión, catro partículas en lugar de dúas.

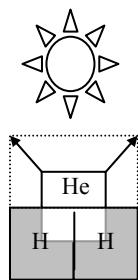


Figura 1.30

Podemos observar no gráfico que a extensión dos lados do rombo, na transformación de Lorentz, é unha medida directa da enerxía cinética en comparación coa masa da partícula. Isto é debido a que o mesmo factor (chamado *gamma*) que mide a dilatación temporal tamén mide a enerxía total (incluíndo a masa) da partícula. Despois da colisión, as partículas perden a enerxía cinética orixinal (liñas de puntos), quedando en repouso (cadriños brancos da parte superior). A enerxía sobrante, neste caso,

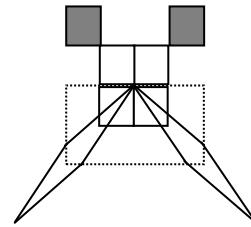


Figura 1.29

permite a producción de dúas novas partículas (cadriños grises).

A creación de partículas explícase tamén no Anexo 1: A1.5.4.5.

Este mesmo tipo de diagramas permite explicar as diversas manifestacións da enerxía nuclear (véxase Anexo 1: A1.5.4.4), como veremos no caso da enerxía nuclear de fusión entre dous núcleos de hidróxeno para dar un núcleo de helio. O núcleo de helio ten unha masa algo menor que a suma das masas dos núcleos de hidróxeno (isto é debido a que existe unha enerxía de enlace no núcleo de helio que é de tipo potencial atractivo, e, xa que logo, negativa). Esta perda de enerxía do conxunto de núcleos está sinalada en cor gris na figura 1.30 (podemos dicir que é a enerxía potencial positiva que tiñan os núcleos cando estaban separados). Esta perda de enerxía compénsase mediante a producción de partículas luminosas (fotóns), sinaladas na figura mediante frechas de puntos.

Esta reacción estase a producir constantemente nas estrelas como o noso Sol, e é , xa que logo, a responsable da enerxía solar que recibimos a diario.

Como último exemplo, veremos que a transformación de Lorentz permite explicar a orixe, estrutura e evolución do Universo, de acordo coa teoría cosmolóxica aceptada actualmente, coñecida como *Grande Explosión ou Big Bang*.

De acordo coa Teoría do Big Bang, o Universo na súa orixe, hai 15 mil millóns de anos (15 Ga), era un punto no espazotempo que comezou unha expansión uniforme que áinda continúa hoxe.

Este proceso pódese visualizar mediante o diagrama espazotemporal da figura 1.31, no que o vértice inferior representa o Big Bang e o circuiño branco central a nosa Galaxia nestes mesmos intres.

Podemos ver que o Universo ten un tamaño limitado, debido a que a máxima velocidade de expansión posible sería a velocidade da luz (lados da “V”), o que é consecuencia do fenómeno relativista de *velocidade límite*. O Universo, de acordo co anterior, é unha esfera de radio 15 GaL (sendo 1 aL a distancia percorrida pola luz nun ano, ou ano-luz), da cal vemos na figura tan só un diámetro (pois desde o inicio destas explicacións reducimos as dimensións espaciais de tres a unha).

O curioso é que cada punto negro representa un cúmulo de galaxias coa mesma idade que a nosa, os cales están separados entre si de forma uniforme ao longo de todo o Universo. Non existe, xa que logo, un límite para o número de galaxias que contén o Universo, o cal parece contraditorio co feito

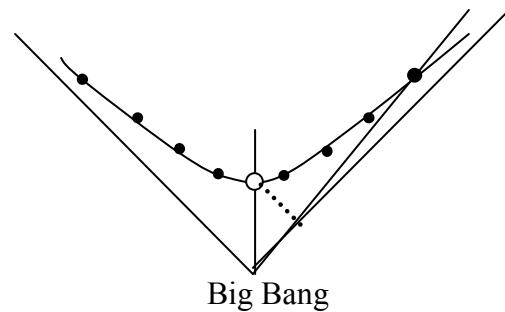


Figura 1.31

de que teña un tamaño limitado. Observando a figura, vemos que os cúmulos galácticos están dispuestos sobre as ramas dunha hipérbole, figura que xa se anticipaba cando explicamos o fenómeno relativista da velocidade límite na figura 1.22. A hipérbole é unha figura omnipresente nos diagramas relativistas, ánda que aquí aparece por primeira vez, e o seu papel na xeometría do espazotempo é semellante ao das circunferencias na xeometría euclidiana habitual.

Como os cúmulos galácticos están dispuestos regularmente sobre as ramas da hipérbole, e estas non teñen fin, caberá un número infinito de galaxias neste Universo limitado. A limitación vén dada polo feito de que as ramas da hipérbole teñen un límite na súa inclinación, que son as chamadas asíntotas (neste caso, son as liñas diagonais correspondentes aos puntos que se expandirían coa velocidade da luz).

Se facemos un corte en horizontal nesta figura, podemos explicar tamén a existencia de infinitas galaxias nun Universo finito debido ao fenómeno da contracción espacial, polo cal as galaxias do *bordo* estarían afastándose tan velozmente de nós que debido á contracción espacial chegarían a ser tan delgadas como follas de papel de fumar ou aínda máis.

Observando a liña de puntos que vai dende o bordo derecho até o circuliño central, podemos ver que corresponde a un sinal luminoso que chega neste mesmo intre a un dos nosos telescopios procedente do bordo do Universo.

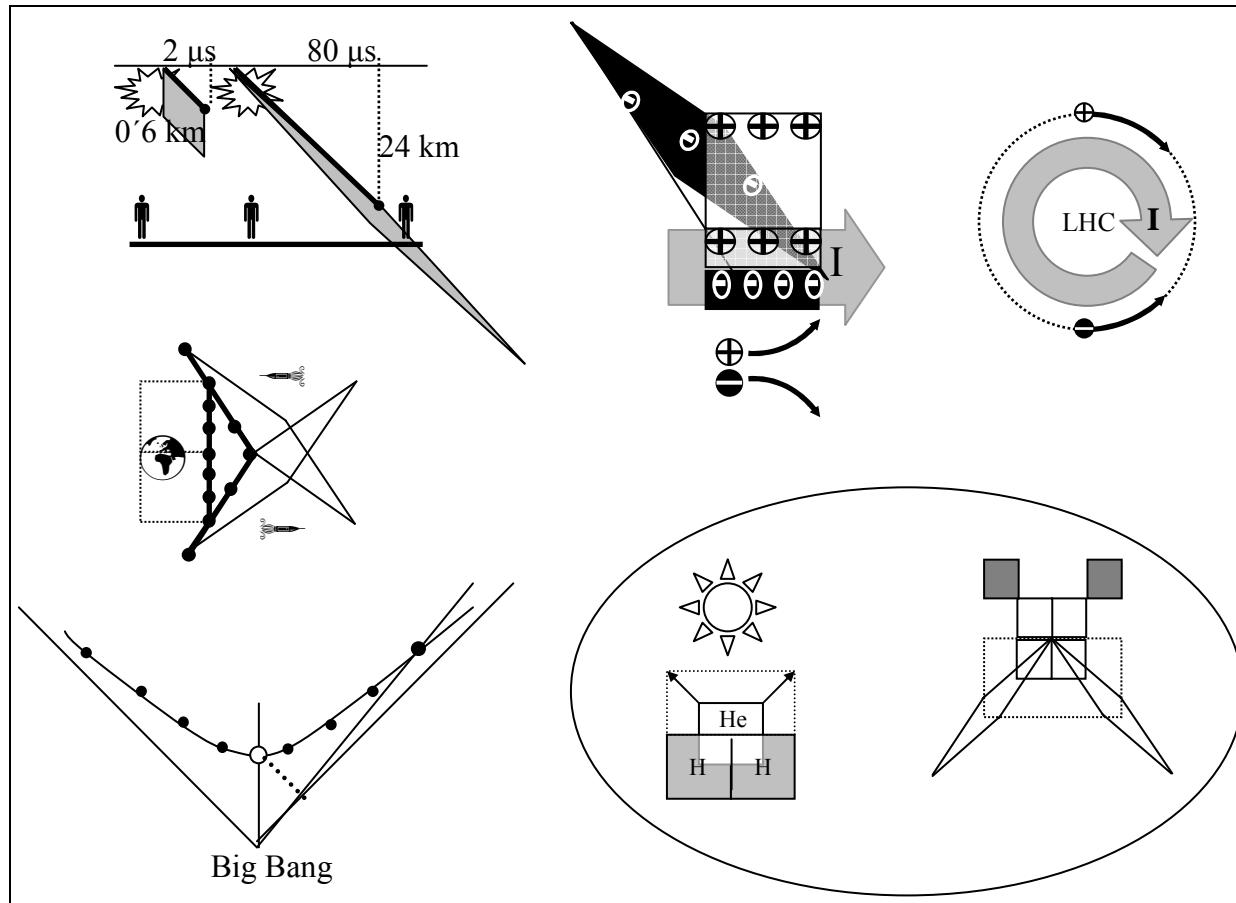
Nunha primeira impresión, parece que a idade dos obxectos que emitiron esa luz debería ser a metade da idade do Universo actual, é dicir, uns 7'5 Ga (posto que ao obxecto lle levou ese tempo chegar a onde está dende o Big Bang, e á luz outro tanto en regresar a onde estamos nós)

Vemos, porén, que cando saíu esa luz da liña correspondente ao último punto negro da dereita (que podería ser un dos quasares más afastados), a idade do quasar era case a cuarta parte da que ten agora, é dicir, uns 4 Ga. Deste xeito, a medida que vemos a luz procedente de puntos más arredados do Universo, estamos retrocedendo ao pasado até chegar praticamente a poder ver as mesmas orixes do Big Bang. Isto é consecuencia do fenómeno de dilatación temporal.

Como última observación, non debemos pensar que existe un bordo no Universo, senón que, no caso de que puidésemos coñecer as observacións feitas dende os obxectos que para nós están cerca dese bordo, como sería o caso do mencionado quasar, veríamos que, dende o seu punto de vista, eles estarían no centro e sería a nosa galaxia a que estaría situada preto do bordo do Universo, na dirección oposta. Isto é unha consecuencia do principio de relatividade, polo cal as leis físicas non dependen do sistema de referencia no cal esteamos situados.

A parte final do Anexo 1 (Apartado A1.6) está dedicada a dar unha explicación pormenorizada da Cosmoloxía do Big Bang, na cal, como vimos aquí moi brevemente, se recollen todos os fenómenos relativistas de forma integrada, e onde a xeometría do espazotempo se revela en toda a súa extensión.

A continuación, no cadro 1.4, reúnense as figuras vistas até o momento, para deste xeito ter unha visión sintética da representación das consecuencias e aplicacións da Teoría da Relatividade Especial.



Cadro 1.4: visualización das consecuencias e aplicacións da Teoría da Relatividade

Na parte superior esquerda do cadro obsérvase a xustificación das observacións realizadas con muóns atmosféricos a alta velocidade, de xeito que a dilatación temporal permite que cheguen até a superficie terrestre. O mesmo fenómeno da dilatación temporal aplícase na figura central á esquerda para explicar o denominado paradoxo dos xemelgos: pola dilatación temporal, o xemelgo viaxeiro regresará máis novo que o seu irmán que permaneceu en repouso.

Arriba á dereita vense dúas figuras correspondentes ás aplicacións da contracción espacial: fenómenos electromagnéticos como a Forza de Lorentz (que está na base de todo o magnetismo) explícanse pola contracción espacial das cargas en movemento, facendo que aumente a súa

densidade para deste xeito producir un efecto maior que as que están en repouso. Tamén se explica mediante este mesmo fenómeno o funcionamento dun acelerador circular (esquina superior dereita).

Podemos observar tamén no lado inferior derecho un par de figuras correspondentes a consecuencias da equivalencia entre masa e enerxía: a enerxía nuclear e a creación de novas partículas a partir da enerxía dunha colisión inelástica a gran velocidade.

Finalmente, a figura da parte inferior esquerda do cadro ilustra cómo na cosmoloxía do Universo en expansión ou Big Bang se poñen en xogo dun xeito combinado os diferentes fenómenos relativistas descritos até o momento por separado. Aparece así destacada outra das grandes potencialidades do método xeométrico de Minkowski para a TRE: a capacidade da xeometría de producir figuras nas que se explican dunha forma elegantemente simple fenómenos que doutro xeito serían moi difíciles de analizar (neste caso, a explicación de que poida existir unha infinidade de galaxias nun Universo limitado e que poidamos ver o momento inicial do Big Bang).

Denomínase este conxunto de figuras co nome de *Einstein* xa que foi a partir da intuición e xenialidade de dito físico alemán que se fixo posible entender unha ampla variedade de fenómenos que a Física Clásica non tiña forma de xustificar, así como de facer unha gran cantidade de predicións as cales foron comprobadas ao longo do tempo. Do mesmo xeito, praticamente todos os desenvolvimentos tecnolóxicos das últimas décadas están baseados dun xeito ou doutro na RE de Einstein.

A particularidade, amosada por primeira vez por Minkowski, de que toda a RE ten unha correspondencia xeométrica, constitúe unha das características más importantes de dita teoría, e que foi aplicada de xeito consecuente por Einstein para o desenvolvemento posterior da Teoría da Relatividade Xeral.

Na proposta didáctica que a continuación se xustifica, presenta e discute, utilízase esta particularidade para facilitar o achegamento do alumnado aos aspectos cualitativos e visuais da teoría, sen esquecer que a mesma representación xeométrica contén toda a potencialidade cuantitativa dos tratamentos matemáticos habituais da TRE.

C1.3. ESTADO DA CUESTIÓN NA LITERATURA CIENTÍFICA

As características contraintuitivas da Teoría da Relatividade fan que sexa considerada polo xeral como un conxunto de coñecementos ao alcance dunhas poucas persoas cunha elevada formación de carácter científico en Física Moderna. Axuda a manter esta noción o feito de que habitualmente a teoría sexa presentada mediante formalismos matemáticos complexos, como son os tensores, matrices, números complexos, cuadrivectores etc.

Nos apartados anteriores puidemos ver que a presente investigación está baseada nun intento de aproveitar as características visuais da formulación xeométrica de Minkowski para a TRE, facendo unha simplificación dimensional e incorporando elementos físicos como masa e enerxía na mesma.

Unha vez comprobadas as propiedades e virtudes explicativas da presentación visual da TRE, para poder establecer unha proposta didáctica baseada na mesma é necesario coñecer previamente a ampla variedade de fenómenos que contempla a TRE, os retos cognitivos que alberga, o alcance e características das diversas propostas explicativas e divulgativas xa existentes, así como as posibilidades de aplicación a outros campos de coñecemento. Todos estes aspectos teñen sido obxecto de intenso análise e debate ao longo do tempo por parte de científicos, educadores e divulgadores da ciencia (así como por autores de propostas pseudocientíficas ou de ciencia-ficción).

A proposta didáctica que se pretende levar a cabo está orientada para o alumnado da Educación Secundaria, polo que o alcance dos conceptos relativistas manexados deberá ser necesariamente limitado. A potencialidade da formulación minkowskiana permitiría realizar propostas didácticas para niveis superiores, polo cal convén tomar tamén en consideración as posibilidades de visualización doutros conceptos.

A revisión da literatura científica relacionada coas características, a comprensión e a divulgación da Teoría da Relatividade organízase nos seguintes apartados:

Xénese da Teoría da Relatividade Especial e deducións alternativas da mesma (apartado [C1.3.1.](#))

Modelos, formas e visualización da Teoría da Relatividade Especial (apartado [C1.3.2.](#))

Consecuencias da Teoría da Relatividade Especial (apartado [C1.3.3.](#))

Paradoxos da Teoría da Relatividade Especial (apartado [C1.3.4.](#))

Visión de obxectos na Teoría da Relatividade Especial (apartado [C1.3.5.](#))

Outras aportacións da Teoría da Relatividade Especial: movementos acelerados, cosmoloxía (apartado [C1.3.6.](#))

C1.3.1. Xénese da Teoría da Relatividade Especial e deducións alternativas da mesma

A visualización da Teoría da Relatividade mediante os diagramas espazotemporais de Minkowski permite realizar unha reconstrucción visual dos diferentes pasos seguidos no proceso de elaboración da teoría ao longo da historia. De feito, na explicación visual presentada procedeuse a ilustrar de forma gráfica os pasos de confección do concepto de espazotempo dende a época dos antigos gregos, pasando pola reconstrucción da transformación de Galileo a partir das súas ideas físicas, e

chegando finalmente á formulación de Einstein mediante a transformación de Lorentz, a cal se pode construír de novo na aula seguindo o mesmo procedemento visual. Xa que logo, é posible e interesante acudir ás referencias de carácter histórico existentes sobre o desenvolvemento dos devanditos conceptos, así como ás biografías e traballos dos científicos implicados, tanto para comprobar a eficacia explicativa da metodoloxía visual como para enriquecer e fundamentar a proposta didáctica resultante mediante a explicación das ideas aparecidas ao longo do tempo en relación coa RE

Xénese das ideas relativistas

O feito de que os conceptos, ideas e resultados da Teoría da Relatividade entren en contradición profunda co que dita o sentido común, fai que sexa interesante coñecer a forma en que diversos autores presentan a evolución das ideas e os conflitos resultantes.

Neste senso, Bunge (1961) realiza unha revisión das formulacións epistemolóxicas sobre as leis físicas dende a perspectiva da filosofía da ciencia, prestando particular atención a conceptos de interese para a xénese da Teoría da Relatividade como a inversión temporal (páx. 520), a conservación da paridade (páxina 521), conceptos que non son obxecto de estudo no nivel elemental da proposta didáctica que se pretende establecer, aínda que poderían ter unha explicación visual mediante diagramas espazotemporais en etapas posteriores da aprendizaxe da Física, así como o propio principio de relatividade (páx. 526), do cal presenta varias formulacións posibles. A forma intuitiva e visual do principio de relatividade na formulación de Minkowski, baseada na conservación das propiedades xeométricas na transformación do espazotempo, permite enfocar este aspecto dun xeito didáctico nas aulas.

Abiko (2005) analiza a evolución das ideas de Lorentz e Einstein en relación co postulado da velocidade da luz dende unha perspectiva filosófica e histórica, establecendo (páx. 61) oito pasos dados por Einstein para chegar a formular a teoría, así como o destacado papel desempeñado pola Termodinámica nas súas ideas (páx. 362). Estas cuestiós poden ser incorporadas dun xeito gráfico nunha proposta didáctica, como forma de facer partícipe ao alumnado da evolución do pensamento destes científicos.

Siegel (2006) presenta unha metáfora cinematográfica para a representación da revolución das ideas que supuxo a aparición da Relatividade, mediante unhas figuras en forma de cadrantes circulares nas que incorpora as ideas sobre Lonxitude, Tempo, Masa e Enerxía, respectivamente e en diferentes momentos da súa evolución. Dadas as características intrínsecamente visuais da nosa

proposta xeométrica, consideramos innecesario acudir a este tipo de metáforas para explicar ditos conceptos.

O papel de Einstein

A figura de Einstein ten sido obxecto de consideración por parte de numerosos autores, debido tanto á súa participación decisiva na construcción e desenvolvemento da teoría da Relatividade como da física moderna en xeral, así como pola súa imaxe non convencional e interesantes ideas alternativas ante numerosas cuestións de actualidade, o cal pode constituir un elemento de motivación adicional para o alumnado.

Goldberg (1967) ao analizar a contribución de Poincaré en relación coa construcción da Relatividade, conclúe que este brillante matemático francés non chega a formular a Teoría da Relatividade Especial por culpa de non decidirse a abandonar o concepto dun éter no seo do cal se propagaría a luz, algo que si fixo Einstein. O uso de diagramas espazotemporais permite a visibilización deste aspecto de xenialidade por parte de Einstein.

Fadner (1988) defende a Einstein dunha serie de ataques por parte de Planck e outros autores, que achacaban un defecto de circularidade na argumentación usada por Einstein para xustificar a equivalencia entre masa e enerxía, da cal ofrece unha táboa (páx. 115) que resume o seu desenvolvemento histórico a través das contribucións de diversos autores desde 1885 até 1914. O feito de que na proposta xeométrica se inclúa un apartado dedicado á masa e á enerxía permite contemplar dun xeito visual dito debate, aínda que posiblemente teña maior interese en etapas posteriores á Educación Secundaria.

Topper e Vincent (2000) analizan as diferentes formas nas que foi retocada e publicada unha famosa fotografía de Einstein diante dunha lousa na que figura a expresión “ $R_{ij} = 0 ?$ ” (que resume a súa Teoría da Relatividade Xeral), xustificando e explicando a razón de ser do signo de interrogación, mediante o cal Einstein pon de manifesto o interrogante existente sobre a xeometría última do noso Universo (aberto, pechado ou plano, sendo este caso o que daría un valor nulo ao tensor R_{ij}). Dado que na parte final da proposta xeométrica se introduce a cuestión cosmolóxica, pode ser interesante comentar e representar as diferentes visións do Universo mediante os mesmos diagramas espazotemporais.

Giannetto (2007) formula unha curiosa visión *teolóxica* da Relatividade Xeral, contrapondo as ideas de Einstein, a quen acusa de materialista polo feito de entender que a idea de Deus corresponde coa de Natureza, coas de Hilbert, de quen di propor unha teoría de carácter espiritualista, na que a Natureza sería unha especie de “ser vivo” cuxa vida proviría da Luz ou

enerxía luminosa, que asocia co concepto de Deus. Ditas ideas poden dar lugar a un debate na aula, como forma de dotar de maior relevancia e capacidade explicativa aos conceptos vistos.

Stachel (2005) sitúanos fronte á figura de Einstein e os seus proxectos científicos no ano anterior a 1905, que sería denominado posteriormente *ano marabiloso* da historia científica por ser a data na que Einstein asombra a todo o mundo científico cos seus artigos nos que sentaba as bases para a construción da física moderna. Coñecer e comprender visualmente o estado de pensamento de Einstein antes de facerse mundialmente famoso pode constituír un elemento motivador para o alumnado, como estímulo para formular, desenvolver e presentar as súas propias ideas.

Taber (2005) presenta unha serie de ideas de tipo pedagóxico xustificándoas mediante frases pronunciadas por Einstein noutros contextos, o cal dá idea do grao de celebridade acadado.

Norsen (2005) reproduce un dos numerosos experimentos mentais propostos por Einstein, denominado o *experimento do cubo de Einstein*, mediante o cal pon a proba o concepto cuántico de función de onda, ao rompela en dúas partes dentro dunha caixa. Ao presentar experimentos mentais debido á imposibilidade de realizarlos na aula, pode ser útil explicar ao alumnado o feito de que sexa un recurso utilizado polo propio Einstein. O experimento comentado neste artigo pode ser utilizado na discusión sobre os experimentos cuánticos nos que se ten anunciado a superación da velocidade da luz.

Cerf (2006) sae ao paso de determinados intentos por diminuír a importancia das contribucións de Einstein na construción da Teoría da Relatividade, facendo unha comparación das achegas de Lorentz, Poincaré e Einstein. A presentación xeométrica da RE permite visualizar moitos dos conceptos manexados por ditos científicos, como se fai no apartado A1.4 do Anexo 1.

O papel de Minkowski

A figura de Minkowski tamén foi obxecto dalgúns traballos, se non de xeito directo si polo menos indirectamente, ao ter en conta a súa formulación xeométrica da Relatividade, na que se basea a proposta didáctica visual que pretendemos levar a cabo.

Alonso (2000) propón o uso de gráficas baseadas nos diagramas de Minkowski do espazotempo para explicar conceptos como o de velocidade límite ou de simultaneidade relativa aos alumnos de Bacharelato, o cal é unha mostra das súas potencialidades didácticas, aínda que limitadas innecesariamente a clarificar fenómenos presentados previamente doutro xeito na aula.

Levrini (2002b) discute o punto de vista de Minkowski, quen asigna características substantivas ao espazotempo, é dicir, o feito de que para Minkowski as magnitudes físicas e as súas propiedades estean implícitas nas características xeométricas do espazotempo (que pasa deste xeito de ser o

escenario onde se desenvolve a física a ser o actor principal da mesma) e as súas implicacións didácticas. Aínda que dirixido a un nivel universitario, establece o interese de presentar a Minkowski como o elemento que permite enlazar dun xeito coherente as ideas de Newton coas da Relatividade Xeral, e neste senso confire un interesante carácter propedéutico á proposta didáctica visual baseada na formulación minkowskiana.

Price (2005), no seu estudo sobre proxectís e péndulos na Relatividade Especial para o nivel universitario, para explicar as súas ideas percorre aos diagramas de Minkowski, o cal é unha mostra da potencialidade explicativa dos mesmos.

Alemañ (2009), na súa presentación dunha aproximación xeométrica á equivalencia masa-enerxía na didáctica da Relatividade Especial, recolle (páx. 122) unhas eloiosas palabras do propio Einstein en relación co tratamento xeométrico de Minkowski, o cal o mesmo Einstein non dubidaría en empregar posteriormente como fundamento para o desenvolvemento e presentación da teoría da Relatividade Xeral. Pódese ver, xa que logo, que Minkowski non presenta ideas alternativas ás de Einstein, senón unha poderosa ferramenta intelectual recoñecida e utilizada polo propio Einstein para avanzar nas súas teorías.

As ideas de Feynman

Aínda que a figura de Richard Feynman é moi posterior ás de Einstein e Minkowski, e, xa que logo, non realizou contribucións ao desenvolvemento da Relatividade Especial, este físico americano, autor da teoría cuántica relativista denominada Electrodinámica Cuántica, más coñecida polas súas siglas en inglés (QED), aparece a miúdo relacionado coas propostas didácticas da física moderna en xeral e da Relatividade en particular por varias razóns: unha característica da QED é o seu uso de diagramas espazotemporais baseados no espazotempo de Minkowski para explicar as interaccións entre partículas elementais mediante figuras coñecidas como *diagramas de Feynman* e que foron posteriormente xeneralizados para xustificar todas as interaccións contempladas polo Modelo Estándar da Teoría Cuántica de Campos, que é o máis utilizado actualmente polos físicos teóricos. Ademais, o propio Feynman contribuíu ao longo da súa vida a popularizar o tratamento xeométrico e visual dos problemas físicos más variados. Ao presentar diagramas espazotemporais para visibilizar as consecuencias da equivalencia entre masa e enerxía estamos utilizando implicitamente moitas destas ideas, o cal é tamén interesante como forma de preparación para estudos posteriores.

Dyson (1990) reconstrúe un intento realizado por Feynman para construír unha nova física, que finalmente resultou infructuoso, mais ao longo do cal formula as leis de Maxwell do

electromagnetismo (que están na base da Teoría da Relatividade) dunha forma nova. Dunne (2001) presenta unha serie de regras para construír diagramas espazotemporais de Feynman.

Ogborn e Taylor (2005) percorren un camiño intelectual que vai dende o principio de Feynman para formular a Electrodinámica Cuántica (“explorar todos os camiños posibles”), pasando polo principio de mínima acción de Fermat, que xustifica a mencionada formulación de Feynman, até as leis de Newton, que desta forma poden ser explicadas a partir dos postulados de Feynman. Hanc *et al.* (2003) modelizan o mencionado principio variacional mediante cálculos en computadores, obtendo novamente como resultado a 2^a Lei de Newton, e citando igualmente a Feynman para xustificar o desenvolvemento realizado.

Deducións alternativas da Teoría da Relatividade Especial

A proposta didáctica baseada na xeometría de Minkowski permite deducir por completo a Teoría da Relatividade a partir de postulados físicos representados como propiedades xeométricas do espazotempo, o cal leva a contemplar a posibilidade de que os propios alumnos *reinventen* dun xeito visual a TRE, co grande efecto didáctico que isto supón. Convén, xa que logo, ter tamén en conta as diversas formas en que se ten *reinventado* a RE pola comunidade científica.

Ao longo do tempo foron propostas diferentes deducións da Teoría da Relatividade Especial, algunas como simples camiños alternativos ao seguido por Einstein e outras buscando eliminar a necesidade de recorrer ao *segundo postulado*, é dicir, á invarianza da velocidade da luz.

Dedución da Teoría da Relatividade Especial independentemente da velocidad da luz

De acordo con esta liña de pensamento, a Teoría da Relatividade Especial podería ser deducida polo propio Galileo a partir dos datos que manexaba (e sempre que abandonase concepcións apriorísticas sobre o carácter absoluto do tempo), pois por aplicación sistemática das propiedades do espazo e o tempo, xunto co principio de Relatividade, resultaría unha transformación do espazotempo equivalente por completo á de Minkowski, é dicir, que contería de forma natural a existencia dunha velocidade límite que sería tamén un invariante, e para cuxa determinación experimental non sería nin sequera necesario realizar experimentos coa velocidad da luz en diferentes sistemas de referencia (Michelson), posto que unha análise coidadosa da composición de velocidades de diferentes móbiles podería, en principio, permitirnos establecer o valor do devandito invariante.

Schwartz (1962) establece a posibilidade axiomática de realizar a dedución da Teoría da Relatividade a partir de postulados clásicos (excluída a hipótese acientífica da simultaneidade absoluta, que foi usada de forma implícita por Galileo e Newton ao propor un tempo que “flúe por igual para todos e en todo lugar”), demostrando primeiro dúas propiedades xerais das

transformacións de sistema de referencia (a de linearidade e a de formar un grupo), e aplicando logo a formulación xeométrica do espazotempo de forma matricial, chega á necesidade da existencia dunha constante da Natureza con dimensións de velocidade, que tería a propiedade de velocidade límite. O tratamento matricial ten unha estrita correspondencia xeométrica, polo que é posible seguir dito camiño dedutivo dun xeito estritamente visual. Mitvalsky (1966) simplifica un método alxébrico proposto por Weinstock (1963), para deducir a RE sen necesidade de acudir ao 2º postulado de Einstein, e Weinstock (1967) responde defendendo a súa proposta ante esta suposta simplificación. Eisenberg (1967) aplica o cálculo diferencial para xustificar a linearidade da transformación de SRI supondo que hai homoxeneidade. Lee e Kalotas (1975) volven aplicar novamente o cálculo matricial para realizar a devandita dedución, nun contexto simplificado mediante consideracións de simetría. Levy-Leblond (1976) deduce de novo a Teoría da Relatividade no contexto da teoría de grupos, seguindo unha cadea lóxica de postulados: 1-homoxeneidade do espazotempo e principio de inercia (cuxa consecuencia é o carácter lineal das transformacións de espazotempo entre SRI), 2-isotropía espacial (cuxa consecuencia é a igualdade das velocidades relativas entre dous SRI, exceptuando un cambio de signo), 3-principio de Relatividade (ou de equivalencia entre SRI), que implica a necesidade de que as transformacións entre SRI formen un grupo. Neste punto aparecen tres formas posibles para a transformación entre SRI: a transformación de Galileo, a transformación de Lorentz e unha terceira forma de transformación que equivale ao habitual xiro no espazo euclídeo. Aplicando como 4º postulado o principio de causalidade (ou da conservación das relacións causa-efecto), conséguese eliminar a terceira destas transformacións, pois nela sería posible, do mesmo xeito que nun xiro, inverter por completo o transcurso do tempo, é dicir, transformar as causas en efectos e viceversa. Desta forma, e usando simplemente postulados clásicos, chégase ás transformacións de Lorentz (cunha velocidade límite implícita) e de Galileo (como un caso particular en que dita velocidad límite fose infinita). Levy-Leblond e Provost (1979) abordan de novo o mesmo problema cun enfoque lixeiramente diferente: demostran primeiro a existencia, para todo grupo diferenciable, dun parámetro de tipo aditivo (como é o caso do ángulo para o grupo das rotacións). Incorporando este principio, chegan á existencia da transformación de Lorentz, cuxo parámetro denominan *rapidez* (que equivale ao ángulo hiperbólico da figura resultante de aplicar transformacións infinitesimais sucesivas), e establecen dous casos límite da mesma: o grupo de Galileo e outro grupo que denominan “grupo de Carroll”. Srivasta (1980) realiza unha demostración alxébrica simplificada, na que dá por suposto a linearidade e a simetría das velocidades relativas entre SRI. Mermin (1984), a partir de consideracións de homoxeneidade e isotropía, e prestando atención especial á comparación das velocidades relativas entre dous sistemas de referencia (páx. 120), chega a deducir a forma da

composición relativista de velocidades sen acudir ao postulado de invarianza da velocidade da luz. Singh (1986), analizando a formulación de Mermin mencionada previamente, presenta unha dedución alxébrica da Relatividade Especial a partir do principio de Relatividade e un experimento mental con tres sistemas de referencia. Sen (1994) , tomando en consideración as formulacións anteriores, deseña un experimento mental con trens a partir do cal demostra como Galileo puido derivar a TRE.

O feito de que teñan aparecido intensas polémicas sobre algúns dos aspectos vistos pode contribuír a levar ao alumnado unha imaxe dinámica da ciencia, así como a realzar o carácter explicativo da formulación didáctica visual utilizada, xa que coa mesma é posible reproducir as distintas propostas vistas e entender o alcance das polémicas aparecidas.

Velocidades relativas entre dous Sistemas de Referencia

Un elemento clave na dedución da forma xeométrica da transformación de Lorentz a partir únicamente de postulados clásicos constitúeo a asunción de que as velocidades relativas entre dous sistemas inerciais son exactamente opostas entre si (expresado de forma matemática: $V_{ab} = -V_{ba}$). Esta, que pode parecer unha propiedade obvia, é en realidade unha consecuencia das propiedades de simetría e isotropía do espazo, así como do principio de Relatividade, e foi obxecto de atención por algúns autores. Mermin (1994) menciona algúns lapsos pedagóxicos na didáctica da TRE, entre os cales figura o feito de considerar que a mencionada relación non necesita demostración, indicando que para unha dedución da mesma é necesario tomar en consideración tres sistemas de referencia.

Field (2001) aplica un principio de simetría para as leis físicas ante o intercambio das coordenadas espaciais e temporais para deducir novamente a RE sen acudir ao 2º postulado de Einstein. Neste caso, o autor fai referencia explícita ao uso da formulación xeométrica de Minkowski. Steffanell *et al.* (2006) aplican as ideas de Mermin para establecer as consecuencias físicas das mesmas, incluíndo a explicación de como unha determinación coidadosa da variación da velocidade dun obxecto material entre dous SRI permitiría obter o valor de “c” sen necesidade de acudir a medir a velocidade da radiación electromagnética, é dicir, establecendo a Relatividade de forma independente ao electromagnetismo.

O feito de que todas estas deducións da Teoría da Relatividade sen usar o postulado sobre a velocidade da luz poidan ser incorporadas á formulación visual de Minkowski presenta interesantes aplicacións didácticas, pois a súa utilización sistemática na proposta didáctica visual aquí presentada contribuiría a eliminar certas ideas sobre o carácter excepcional (e, xa que logo, non ligado á realidade como o fai a física clásica) da TRE, que son consecuencia de que se faga derivar

dun postulado extraño para a nosa mente, como unha especie de “propiedade incomprendible” da luz, da que derivarían toda serie de consecuencias extrañas.

Outras deducións da Teoría da Relatividade

Weinstock (1963) propón unha dedución da RE sen necesidade de usar o principio de linearidade (o que implica, en definitiva, non usar o postulado de inercia como fundamento para a TRE).

Harpaz (1997) modifica o segundo postulado no sentido de non considerar que a velocidade da luz sexa invariante, senón que é un límite para a composición de velocidades. Deste xeito, o concepto de velocidade límite, en lugar de ser unha consecuencia da teoría, preséntase como unha das bases sobre as que se fundamenta a mesma. Aínda que deste xeito se podería conectar coas ideas do alumnado, xa que para moitos o feito de que a velocidade da luz non se poida rebasar constitúe un feito moi máis coñecido e significativo que o da súa conservación en diferentes SRE, a formulación resultante non presenta as características de claridade expositiva necesarias para basear a nosa proposta didáctica na mesma.

Komar (1965) parte de dúas bases para a dedución da TRE: a aberración estelar (debida ao movemento do SRI) e a posibilidade de realizar mapas estelares conformes (é dicir, que non modifican a forma aparente das constelacións como a Osa Maior) para calquera SRI. Aínda que de características visuais, a secuencia didáctica resultante non presenta a claridade e simplicidade expositivas requiridas para o alumnado de secundaria.

Steib (1976) realiza unha aproximación ás fórmulas relativistas a partir da análise de problemas clásicos con barcas nun estanque con corrente de auga. O feito de ser unha proposta simplificadora podería facela atractiva para o nivel de secundaria, aínda que ao carecer de propiedades cuantitativas non permitiría continuar coa mesma en niveis posteriores, algo que si está ao alcance dunha proposta didáctica visual baseada na xeometría de Minkowski.

Blatter e Greber (1988) derivan a RE para observadores de “luz” (é dicir, non correspondentes a ningún obxecto material), aplicando de novo o principio de aberración estelar e o fenómeno do efecto Doppler. É interesante facer notar que unha das ideas de Einstein, de mozo, era a de supor o que percibiría se cabalgase sobre un raio de luz, aínda que o tratamento realizado polos autores non é axeitado para o alumnado de secundaria.

C1.3.2. Modelos, formas e visualización da Teoría da Relatividade Especial

Os intentos por comprender primeiro, e de explicar despois, a Teoría da Relatividade e as súas consecuencias levaron ao establecemento de numerosos modelos más ou menos afortunados para

visualizar algunas das súas características ou propiedades. Dado que na proposta didáctica visual se trataría de construir un modelo gráfico no que, ademais de visibilizar as magnitudes físicas, se operativizan as mesmas dun xeito xeométrico e, xa que logo, cualitativo e cuantitativo asemade, será interesante coñecer as características dos diferentes modelos que se teñen presentado en relación coa TRE.

Comezaremos analizando os modelos que incorporan algúun elemento de coincidencia co modelo didáctico visual obxecto da presente investigación, como é o uso de Sistemas de Referencia particulares e a redución de dimensións.

Sistemas de Referencia

En relación cun dos elementos didácticos da nosa proposta, o denominado “Sistema de Referencia Terra-Lúa” (SR T-L), é interesante ter en conta o traballo de Jones e Lynch (1987) sobre as concepcións infantís en relación á Terra, o Sol e a Lúa, así como ao exercicio práctico proposto por Cowley (1989) para determinar a distancia entre a Terra e a Lúa na clase a partir de fotografías de eclipses de Lúa.

Oliva (1999), a partir dunha serie de entrevistas clínicas para intentar establecer unha estrutura das ideas previas dos alumnos sobre mecánica, atopou unha estreita correspondencia entre os modelos dos alumnos e as ideas establecidas ao longo da historia por diversos científicos.

Aubrecht (1989), nunha proposta para redeseñar os libros de texto de cara ao século XX, propón prestar especial atención aos conceptos de modelo e sistema de referencia.

Redución de dimensións

O modelo usado na proposta didáctica visual da Teoría da Relatividade presentada neste traballo constitúe unha simplificación do modelo espazotemporal de Minkowski no sentido de reducir o número de dimensións espaciais de 3 a 1, co cal o modelo orixinal tetradiimensional (3+1), con 3 dimensións espaciais e unha temporal, substitúese por un modelo (1+1), cunha dimensión espacial e outra temporal. Desta forma, conséguese unha mellor visualización dos diagramas espazotemporais e as súas transformacións, conservando a maioría das implicacións físicas da teoría. Esta simplificación é bastante habitual en gran parte dos traballos sobre a TRE, especialmente naqueles que pretenden visualizar ou divulgar a teoría e as súas consecuencias.

Amelino-Camelia (2007), nunha revisión da actualidade e vixencia da Teoría da Relatividade Especial, utiliza o modelo (1+1) para xustificar como a RE explica o comportamento dun gas monodimensional, no cal, contra o que se supuña, a temperatura estará definida para cada observador, é dicir, non dependerá do SRI, evitando deste modo determinados paradoxos asociados

coa idea dunha temperatura dependente do observador. Boozer (2008) utiliza o modelo de gas unidimensional para realizar unha simulación por computador da evolución temporal do sistema e confirmar a aparición dunha asimetría temporal asociada co concepto de entropía.

Teitelboim (1982), nun traballo sobre a mecánica cuántica do campo gravitacional, simplifica áinda máis o número de dimensíons espaciais que toma en consideración até reducillas á nada, é dicir, analiza o modelo de 0 dimensíons espaciais correspondente e unha partícula relativista.

Robinetti (2003) propón a realización dunha serie de experiencias en relación co concepto de Sistema de Referencia, facendo mención ao interese de actividades prácticas con autos de xoguete autopropulsados sobre plataformas móbiles (de forma análoga a como se realiza na actividade práctica para a construcción da Relatividade clásica na nosa proposta didáctica), así como acudir ás cintas transportadoras dos aeroportos para realizar experiencias unidimensionais (1+1) ou ás escaleiras mecánicas dos centros comerciais para experiencias bidimensionais (2+1).

Outras formas de presentación da RE

Un xeito alternativo para a presentación da RE é acudir á súa formulación nas denominadas *coordenadas de radar* ou de *raios luminosos*, especialmente útil para a simplificación (1+1). Esta formulación equivale a realizar un xiro de 45º dos diagramas de Minkowski, pasando os raios de luz (ou os sinais de radar) a ocupar os eixes. A transformación de Lorentz, nesta presentación, simplifícase bastante, posto que equivale a unha dilatación da escala nun dos eixes e unha contracción equivalente no outro. O problema para usar esta presentación cunha finalidade didáctica é que dificulta a interpretación física das magnitudes xeométricas que está na base do tratamento didáctico visual da TRE. Weinstock (1978) formula a RE en coordenadas “radar”, tamén denominadas “nulas”, xa que a lonxitude de calquera vector situado sobre devanditos eixes é nula. Minguzzi (2005b) usa as coordenadas “radar” (1+1) para a análise de movementos acelerados no marco da TRE.

Peres (1987) deduce diversos efectos relativistas, como a dilatación temporal, adición de velocidades, o efecto Doppler e a aberración óptica partindo únicamente do postulado de Relatividade de Einstein (no cal inclúe a invarianza da velocidade da luz), é dicir, sen establecer previamente a forma da transformación de Lorentz, polo que esta formulación non permite ser visualizada no espazotempo.

García (2003, na súa proposta didáctica para a cinemática relativista no Bacharelato, usa o cálculo vectorial e a mecánica para deducir a dilatación temporal e a contracción espacial directamente a

partir dos postulados de Einstein, sen recorrer á transformación de Lorentz. Os diversos tratamentos matemáticos como este non son axeitados para a etapa de secundaria.

Levy-Leblond (2007) deduce as fórmulas de adición de velocidades e de aceleracións (2+1) a partir da contracción espacial e do uso de “reloxos de luz”.

Dobson *et al.* (2000) usan a formulación de Feynman de forma simplificada para introducir a relatividade especial e a física cuántica. Aínda que interesante, usa como punto de partida un elemento que non está ao alcance do alumnado de secundaria.

Ogborn (2005) propón unha secuencia didáctica gradual da RE en catro pasos, que poden estar separados entre si ao longo da instrucción: 1- coordenadas de radar (para chegar á contracción espacial e a fórmula de adición de velocidades), 2-efecto Doppler, 3-diagramas espazotemporais (para a dilatación temporal), 4-consideracións dinámicas e enerxéticas sobre Enerxía, masa e cantidade de movemento.

Barlow (1992) introduce a RE só no súa parte cinemática ($E = mc^2$ etc.), que di ser “máis fácil” de entender para os alumnos que a transformación de Lorentz. A transformación de Lorentz preséntase na nosa proposta visual a continuación da transformación de Galileo (que ten unha clara correspondencia intuitiva) e como unha superación da mesma baseada en evidencia experimental, o que facilita a súa comprensión polo alumnado.

Visualización dos conceptos físicos

Tendo en conta o carácter visual da proposta didáctica presentada, prestamos tamén atención a diferentes propostas aparecidas na bibliografía para a visualización de conceptos físicos (especialmente de carácter mecánico).

Azcarate (1984) presenta as diversas formulacións xeométricas e visuais que Galileo foi desenvolvendo na súa xénese dunha nova ciencia, especialmente ao redor dos conceptos de tempo, velocidad e aceleración, a medida que ía avanzando na comprensión dos mesmos e as súas relacións. Monaghan e Clement (1999), analizando o uso de simulacións por computador e o seu efecto sobre a formación de imaxes dos conceptos relativistas na mente, presenta o estudo gráfico de tres casos, baseados en exemplos de situacións con autos e avións. Kohler (1966), no seu traballo sobre medios de apoio de carácter gráfico para o ensino da Relatividade, utiliza a representación xeométrica de Minkowski para visualizar diferentes efectos relativistas de forma gráfica. Considera que unha vantaxe destas representacións visuais é que contribúen a resolver e eliminar moitos dos paradoxos que xorden no estudo da Teoría da Relatividade, e propón o seu uso como complemento das análises habituais.

Ireson (1996) utiliza unha analogía baseada na formación de imaxes en espellos convexos para visualizar determinados aspectos da Teoría da Relatividade relacionados cos cambios de SR. Brehme (1962) presenta unha xeometría alternativa á de Minkowski para a representación da TRE, simetrizando os eixes. Aínda que co devandito tratamento conséguense visualizar determinados efectos relativistas, carece da capacidade dos diagramas de Minkowski para “ler conceptos físicos” e analizar as súas consecuencias de forma xeométrica.

A posibilidade de utilizar recursos informáticos para visualizar determinados aspectos da RE tamén foi abordada por diferentes autores. Taylor (1989) presenta unha páxina web na que se realiza unha recompilación de recursos de software para a visualización do espazotempo dispoñibles en Internet: www.eftaylor.com/special.html, comentando algunas das dificultades atopadas polos alumnos (páx. 512).

Black *et al.* (2007) presentan un algoritmo tetradimensional para realizar animacións de gráficos relativistas tridimensionais, baseado na xeometría de Minkowski.

Rojas e Fuster (2007) utilizan triangulacións no espazotempo para visualizar o efecto Doppler dende os puntos de vista clásico e relativista. Prentis (2005) recupera un método gráfico utilizado por Bernouilli para demostrar a relación entre a enerxía cinética e o cadrado da velocidade sen necesidade de acudir á 2^a lei de Newton. Casadella e Bibiloni (1985), analizando o proceso histórico de construcción do concepto de forza centrípeta desde o punto de vista das dificultades para a aprendizaxe, presenta o método xeométrico desenvolvido por Newton, no cal as magnitudes físicas aparecen representadas graficamente, algo que tamén se fai na proposta didáctica visual.

Solaz e Sanjosé (1992), no seu traballo sobre o papel do péndulo no desenvolvemento do paradigma newtoniano, acoden ás representacións gráficas realizadas por Huyguens en relación coa forza centrífuga, de Hooke sobre as forzas centrais e de Foucault para os SRI. Na proposta didáctica visual para a RE utilízase tamén o péndulo para establecer a forma gráfica da enerxía cinética, o que resulta nunha aplicación adicional deste elemento mecánico tan simple e polivalente. Erlichson (2000) recupera o método gráfico seguido por Newton na análise das órbitas planetarias para demostrar de forma totalmente visual a traxectoria parabólica seguida por un proxectil lanzado horizontalmente, utilizando a noción de impulsos instantáneos. Kowen e Mathur (2003) analizan o método visual seguido por Feynman na súa análise das leis de Kepler para obter as leis de Newton. As anteriores visualizacións de determinados aspectos físico-mecánicos poden aportar elementos de interese para a implementación de propostas didácticas baseadas na metodoloxía de Minkowski.

Preti e Felice (2008) mostran o emprego dos *conos de luz* para a visualización de efectos da Relatividade Xeral relacionados coas distintas métricas que aparecen na devandita teoría para a curvatura do espazotempo.

Aspectos xeométricos

O papel da xeometría nas representacións gráficas de Minkowski é clave para poder extraer das mesmas as consecuencias físicas da Teoría da Relatividade Especial e que non queden en meras visualizacións de conceptos que deben ser introducidos doutros xeitos.

Velázquez (2006) analiza o coñecemento xeométrico escolar, establecendo diferentes dimensións e niveis, así como describindo varios modelos e experiencias neste sentido. Rose (2007) explica as vantaxes de utilizar papel cuadriculado á hora de trazar polígonos e comprobar as súas propiedades (como sería o caso do rombo de Lorentz e as demais figuras xeométricas que aparecen na didáctica visual da TRE).

Woolner (2004) presenta unha didáctica visual do concepto de número natural usando representacións dos mesmos como figuras de puntos, facendo un comentario respecto ao feito de que Einstein dicía pensar con imaxes cando analizaba conceptos físicos.

C1.3.3. Consecuencias da Teoría da Relatividade Especial

Neste apartado preséntanse as referencias bibliográficas relativas á análise e características das consecuencias físicas da TRE, o cal constitúe un aspecto esencial da proposta didáctica que se pretende establecer. Centramos a atención nas seguintes consecuencias: dilatación temporal, contracción espacial, velocidade límite e equivalencia entre masa e enerxía.

Dilatación temporal

Hafele (1972), coautor dunha das experiencias más claras e comprensibles en relación coa dilatación temporal, na que se compararon as medidas de reloxos atómicos a bordo de avións que circunvalaron a Terra en direccións opostas co tempo doutro reloxo que permaneceu no punto de partida, analiza as implicacións teóricas de devandita situación, e presenta un gráfico (páx. 82) no que visualiza os voos por parte dun hipotético observador situado no Polo N.

Easwar e MacIntire (1991) explican cómo realizar un experimento co cal comprobar de novo o efecto de dilatación temporal sobre as partículas muónicas da atmosfera. Para iso, usan detectores de partículas nunha montaña para poderen comparar o fluxo muónico a diferentes alturas.

Dunne (1995) inventa unha situación con varios reloxos coa cal se pode demostrar directamente a dilatación do tempo a partir únicamente do requisito de constancia da velocidade da luz que viaxa entre eles.

Kenny (2006) presenta unha derivación alternativa da dilatación temporal mediante a análise dun pulso de luz que viaxa da Terra a unha nave espacial que se afasta da mesma, e que regresa novamente á Terra, establecendo dúas proporcións ás cales aplica fórmulas trigonométricas, chegando finalmente a obter o valor de gamma a partir da dilatación temporal resultante.

Mungan (2006), analizando os efectos relativistas a bordo de satélites (GPS) presenta unha dedución simplificada da dilatación temporal debida á gravitación.

Contracción espacial, forza de Lorentz e electromagnetismo

Aranda i Oliveras (1984), analizando o movemento dun condutor nun campo magnético, considera difícil introducir a forza de Lorentz directamente, e presenta unha simplificación da mesma.

Deser (2005) xustifica na Relatividade Especial a razón para os signos opostos das forzas de Coulomb e Newton, a partir do *espin par* dos fotóns (intermediarios virtuais da forza electromagnética de Coulomb) e *impar* dos gravitóns (que son as partículas virtuais propostas para propagar a forza gravitatoria)

Pérez (2005) presenta algunas actividades problemáticas para o ensino da Relatividade no Bacharelato, usando diagramas de Minkowski para visualizar as solucións, incluíndo unha demostración visual (páx. 96) da aplicación da contracción espacial para deducir a forza de Lorentz.

Heras (2007) aplica o cálculo tensorial para demostrar que o principio de conservación da carga é suficiente para deducir as ecuacións de Maxwell.

Montigny e Rousseaux (2007), aplicando a Relatividade galileana ao electromagnetismo de obxectos en movemento, atopan dous casos límite para o electromagnetismo desde o punto de vista galileano, que identifica coas interaccións eléctrica e magnética, respectivamente.

Piconi (2007) propón unha actividade para a didáctica da Relatividade e o electromagnetismo nun curso introdutorio de física, demostrando de forma cuantitativa que a contracción espacial (que produce efectos diferentes sobre a densidade das cargas negativas e positivas dun condutor neutro polo que pasa unha corrente eléctrica) e a lei de Coulomb aplicada a un condutor rectilíneo son suficientes para deducir a forza de Lorentz que sente unha partícula en movemento paralelo á intensidade da corrente, é dicir, sen necesidade de postular ningunha clase de campo magnético intermediario.

Boozer (2009) presenta unha simulación dun modelo electrodinámico unidimensional (que denomina “de xoguete”) a partir do cal se poden deducir case todos os efectos asociados coa radiación, analizando tamén o caso de aplicar as mesmas consideracións a un modelo unidimensional relativista do campo electromagnético (páx. 268) no cal non existiría o fenómeno da radiación.

Velocidades: composición e límite

Bertozzi (1964) presenta un deseño experimental para medir a velocidade e a enerxía cinética de electróns relativistas mediante un acelerador lineal (Linac) de 9 metros de lonxitude e un calorímetro ao final do percorrido para medir a enerxía cinética, observando o fenómeno da velocidade límite ao aumentar a enerxía, así como o aumento da masa coa velocidade (aplicando a noción de masa relativista).

Lévy-Leblond (1980) analiza tres acepcións fisicamente diferentes para a noción de velocidade, que denomina *velocidade*, *celeridade* e *rapidez*. A velocidade é consecuencia de medir o espazo e o tempo por parte de observadores externos, a rapidez obtense a partir de medidas internas (por integración ao longo do tempo das medidas de aceleración proporcionadas por un acelerómetro, método seguido nos satélites artificiais), e a celeridade é resultado dun proceso mixto, no cal o tempo se mide desde dentro da nave e o espazo a partir de marcas externas. Cada unha destas nocións presenta propiedades diferentes no caso da Relatividade Especial (non así na Relatividade galileana, onde son nocións equivalentes), sendo a rapidez o ángulo hiperbólico que aparece ao representar o movemento uniformemente acelerado (MUA) nos diagramas de Minkowski, que mantén a propiedade de aditivididade propia das velocidades na Relatividade clásica, mentres que a velocidade mantén a propiedade de estar relacionada linearmente co espazo, e a celeridade permítanos recuperar a expresión clásica do momento como produto da masa pola velocidade (neste caso, a celeridade), evitando deste xeito a necesidade de usar a masa relativista para manter a devandita expresión.

Mermin (1983) demostra mediante un cálculo simple cómo se pode obter de forma directa a fórmula relativista para a adición de velocidades directamente a partir da constancia da velocidade da luz, usando un método que pode ser visualizado facilmente mediante diagramas de Minkowski.

Mallinckrodt (1993) demostra que a fórmula de adición de velocidades se clarifica na súa interpretación e manexo mediante unha expresión que utiliza subíndices simétricos para as tres velocidades implicadas, aspecto que retoman Dibble *et al.* (1999).

Wilson (2007) obtén a composición relativista de velocidades mediante simples factores multiplicativos, usando para iso o efecto Doppler.

Varios autores publicaron traballos relativos ás características, funcionamento e aplicacións didácticas dos aceleradores existentes no CERN.

Cid (2006) realiza unha interesante exposición de como se poden usar as características e datos reais de funcionamento do LHC (Large Hadron Collider) para explicar toda unha serie de conceptos físicos nas clases dunha forma amena e co indubidable atractivo de referirse á máquina máis complexa elaborada polo ser humano. Na páxina 55 indica explicitamente a comprobación de efectos relativistas no CERN, como o elevado factor gamma (superior a 7000), ou os efectos sobre a masa e a enerxía.

Ellis (2007) describe o que se pode esperar do LHC (CERN) unha vez que entre en plena operatividade, sobre todo en relación coa comprobación das predicións do modelo estándar de partículas, prestando unha atención especial á denominada partícula (ou bosón) de Higgs.

Masa-Enerxía

Couch e Dorries (1982) describen unha experiencia de laboratorio para a medición de electróns relativistas en raios beta por parte de alumnos na Universidade, así como os resultados experimentais obtidos, mediante unha gráfica na que se representa o momento (p) fronte á enerxía (E), resultando a hipérbole omnipresente nos diagramas de Minkowski.

Jolivette e Rouze (1994) presentan os resultados obtidos de forma experimental ao analizar a dispersión Compton de electróns mediante fotóns, obtendo unhas gráficas sobre a masa, enerxía e velocidade dos electróns que poden ser utilizadas nas clases avanzadas.

Dryzek *et al.* (2006), mediante un experimento sobre aniquilación de positróns en voo, obteñen unha nube de puntos experimentais de forma hiperbólica ao medir a enerxía cinética dos pares de fotóns resultantes de cada aniquilación.

A equivalencia entre masa e enerxía ten unha aplicación directa no caso da aniquilación da materia pola antimateria para formar radiación luminosa. O propio concepto de antimateria foi deducido teoricamente por Dirac ao aplicar os fundamentos da Relatividade Especial á Mecánica Cuántica.

Jones (1992) presenta a análise dunha fotografía de *cámara de burbullas* na que se observa a creación de pares electrón-positrón. O mesmo autor, Jones (1999) realiza unha serie de cálculos e observacións de carácter didáctico para a educación secundaria sobre fotografías de cámara de burbullas nas que se recollen a formación dun fotón por parte dun positrón incidente ao chocar cun electrón atómico, e cómo o mesmo fotón produce posteriormente un par electrón-positrón.

Williams (2005) discute posibles aplicacións didácticas do concepto de antimateria, mediante a presentación de datos de interese sobre a mesma, fotografías e ideas para as aulas.

Aceleración e Movemento Uniformemente Acelerado (MUA)

Contra a crenza habitual, a Teoría da Relatividade Especial non é de aplicación exclusiva para o caso de movementos uniformes (ou en ausencia de aceleracións), senón que calquera tipo de movemento ten a súa explicación na mesma, do mesmo xeito que unha representación gráfica mediante diagramas espazotemporais de Minkowski.

Jones (1961) obtén as *coordenadas conformes* (tamén denominadas *comóbiles* en Cosmoloxía) para o MUA, nas cales aparece a hipérbole como figura clave, o cal ten unha interpretación xeométrica simple, debida á conservación da superficie dos *rectángulos luminosos* nos diagramas de Minkowski. Unha das propiedades da hipérbole é a conservación da área dos rectángulos formados polas coordenadas relativas ás asymptotas. Por outra banda, o papel que desempeña a hipérbole equilátera na xeometría do espazotempo é equivalente ao da circunferencia na xeometría euclidiana habitual e, como sabemos, a maior parte dos teoremas xeométricos poden ser establecidos e resoltos mediante regra e compás, é dicir, liñas rectas e circunferencias. Na xeometría de Minkowski, de forma análoga, os problemas gráficos (que traducen fenómenos físicos) poden ser expostos, analizados e resoltos mediante liñas rectas e hipérbolas.

Lass (1963) deduce unha transformación de coordenadas entre sistemas de referencia con movemento uniforme e uniformemente acelerado para o caso unidimensional, que aplica á resolución do paradoxo dos xemelgos. Romain (1964) comenta a citada transformación obtida por Lass, analizando as implicacións dos axiomas utilizados polo autor, así como o feito de que non poida ser aplicada directamente ao caso tridimensional mantendo as súas propiedades.

Marsh (1965) realiza unha análise alxébrica máis completa, na que obtén como solucións tanto o sistema obtido por Lass (que denomina “conforme”) como o SR hiperbólico, comunmente aceptado como o más adecuado para representar o MUA na RE, destacando o feito de que no sistema hiperbólico existe un horizonte de sucesos, o que non é certo para o sistema conforme.

Rindler (1976) establece unha relación entre as coordenadas de Kruskal da Relatividade Xeral (que son as coordenadas más naturais para a descripción dos sucesos nun buraco negro), coas coordenadas hiperbólicas do MUA descritas previamente, presentando (páx. 1175) dúas fermosas figuras hiperbólicas semellantes, correspondentes ás coordenadas de Kruskal e hiperbólicas, respectivamente.

Giannoni e Gron (1979) describen as características dos sistemas formados por reloxos conectados rixidamente e sometidos a aceleración, aplicado aos casos de MUA hiperbólico (descrito anteriormente), movemento circular e sistema situado nun campo gravitatorio, comentando os diferentes tipos de sincronización dos reloxos en cada caso.

C1.3.4. Paradoxos da Teoría da Relatividade Especial

As consecuencias da Teoría da Relatividade presentan un reto para a súa comprensión por parte dunha mente humana afeita a percibir os fenómenos dunha forma intuitiva (aristotélica) ou cando menos clásica (Relatividade galileana). Para ilustrar as consecuencias da teoría que máis entran en contradición coas nosas crenzas sobre a realidade física, fórone propondo diversas situacóns paradoxais para cuxa adecuada resolución é preciso aplicar coidadosa e sistematicamente os coñecementos relativistas. A posibilidade de visualizar integralmente todos os efectos e consecuencias da TRE, establecida por Minkowski, permite presentar explicacóns de carácter gráfico para estes paradoxos, incrementando desta forma o seu valor didáctico, xa que os alumnos poden “ver” a realidade a través do devandito prisma conceptual visual.

Paradoxos referidos ao tempo

O paradoxo clásico relativo ao tempo, o paradoxo dos xemelgos, refírese ao caso de dous xemelgos, un dos cales permanece na Terra mentres o outro realiza unha viaxe espacial de ida e volta. Desde o punto de vista do xemelgo que permanece na Terra, o tempo dilatarase para o seu irmán tanto na viaxe de ida como no de volta, polo que regresará cunha idade menor que a súa. O paradoxo aparece ao considerar o punto de vista do xemelgo viaxeiro, pois pola simetría da situación parece que el tamén observará ao seu xemelgo afastándose e regresando, polo que debería chegar máis novo ca el, o que se contradí coa observación do seu irmán, e no momento do reencontro non pode ser cada un deles máis novo que o outro. A explicación usual está baseada en que a situación non é simétrica, posto que o xemelgo “terrestre” está en todo momento nun SRI, o cal non é certo para o seu irmán viaxeiro. Con todo, esta resposta non consegue explicar a situación por completo, simplemente anula a simetría que conduce a un paroxo.

Muller (1978) analiza o paradoxo dos xemelgos comparando as medicións de cada un desde os seus respectivos sistemas de referencia, chegando á conclusión de que, malia non coincidir durante a viaxe as súas medicións, si que o fan tanto ao partir como ao regresar, momento en que ambos os xemelgos están de acordo en que o tempo transcorrido para o viaxeiro foi menor que para o seu xemelgo que permaneceu en terra.

Unruh (1981) explica o paradoxo dunha forma gráfica desde o punto de vista do xemelgo viaxeiro cando este deixa de afastarse e comeza a regresar (MUA), para o cal o seu irmán sofre un estranxo efecto de afastamento espacial e retroceso temporal que provocan que no reencontro experimente un maior transcurso do tempo.

Debs e Redhead (1996) explican o paradoxo recorrendo ao intercambio de sinais entre os xemelgos, mentres que Dolby e Gull (2001) analizan as cordeadas do xemelgo acelerado aplicando a xeometría de Minkowski, representando os seus resultados mediante gráficas espazotemporais.

Minguzzi (2005a) analiza alxebricamente tres tipos diferentes de traxectoria espazotemporal do xemelgo viaxeiro: MU á ida e á volta cun “punto de retorno”, MUA en todo o percorrido (partindo e regresando coa mesma velocidade), e MUA combinado (partindo e regresando en repouso). En todos os casos, os resultados confirman que o viaxeiro regresará máis novo que o seu irmán.

Unha variante do paradoxo dos xemelgos “clásica” constitúea a dos xemelgos acelerados, que presenta diversas formas en función do tipo de aceleración que experimentan (ou do campo gravitatorio ao que están sometidos, que é un caso equivalente desde o punto de vista da Relatividade Xeral). O paradoxo resulta do feito de que aparentemente a situación ten algún elemento de simetría que debería resultar nun transcurso temporal idéntico para ambos, cando en realidade o tempo transcorre de forma diferente para cada un.

Holstein e Swift (1972) presenta o caso de dous xemelgos orbitando un mesmo planeta con dúas traxectorias diferentes, e demostra que os seus tempos entre dous puntos de encontro tamén serán diferentes.

Good (1982) ilustra os paradoxos dos xemelgos acelerados e sometidos a un campo gravitatorio mediante varias películas, e realiza debuxos bidimensionais explicativos da mesma.

Boughn (1989) presenta a situación de xemelgos situados en foguetes “igualmente acelerados”, e sorprendentemente a idade varía tamén neste caso. A razón está na distancia espacial existente entre eles, e o feito de que a simultaneidade está alterada pola aceleración que perciben. No caso de que non houbese separación espacial entre eles, os seus reloxos marcarían o mesmo tempo en todo instante e o paradoxo non existiría.

Flores (2005), na súa formulación do MUA na RE, presenta as coordenadas hiperbólicas e aplícaas á análise do paradoxo dos xemelgos acelerados por igual (que denomina “paradoxo de Bell” das naves espaciais)

Styer (2007) aplica a Relatividade Xeral para explicar efectos e paradoxos da Relatividade Especial, visualizando mediante diagramas de Minkowski o paradoxo das naves aceleradas por igual.

Tamén se presentaron algunas formulacións paradoxais referidas a xemelgos con movementos circulares.

Cranor *et al.* (2000) analizan o caso de dous xemelgos situados en aneis xiratorios, demostrando que neste caso o resultado depende da forma en que se sincronizan os reloxos, existindo varias posibilidades que non son equivalentes. Por exemplo, na sincronización de Einstein existe un punto de descontinuidade no anel, no cal coexisten dous tempos diferentes.

Wortel *et al.* (2007) analizan varios paradoxos do tempo en movementos circulares e a súa solución.

Paradoxos referidos á lonxitude

Rindler (1961) presenta un paradoxo no que un obxecto en movemento uniforme esvara por unha superficie cun oco do seu mesmo tamaño polo que cae debido á gravidade. Desde o punto de vista da superficie, o obxecto estará contraído lonxitudinalmente, polo que collerá no oco. O paradoxo xorde cando contemplamos a situación desde o punto de vista do obxecto móvil, posto que para el será o oco o que estará contraído, polo que non collería no mesmo.

Pierce (2007) explica un paradoxo de lonxitudes mediante unha chave e a súa correspondente fechadura, a cal se explica mediante diagramas de Minkowski.

Evett e Wangsness (1960) analizan un paradoxo de lonxitudes para o movemento uniformemente acelerado aplicada á medición de distancias entre foguetes comóbiles unidos por un fío de seda que desde un punto de vista racharía e desde outro non o faría.

Dewan (1963), nunha discusión con outros autores, analiza o paradoxo das lonxitudes entre naves espaciais aceleradas, e relaciona a solución co concepto de simultaneidade.

Evett (1972) presenta un problema de varios apartados sobre distancias entre foguetes en movemento uniformemente acelerado, explicando o paradoxo resultante.

Cavalleri e Tonni (2000) resolven o paradoxo do fío de seda entre dous foguetes acelerados.

Paradoxos referidos á velocidade

Junquera e Galego (2007) presentan un curioso paradoxo referido a un ascensor que acelera cara arriba, por cuxo chan se está movendo un verme de forma horizontal. O paradoxo xorde ao ter en conta que desde o punto de vista do ascensor o verme se mantén no chan, mentres que desde un punto de vista exterior ao ascensor quedaría suspendido no ar. A solución do paradoxo vén ao ter en conta que o chan do ascensor, desde o punto de vista exterior, estaría inclinado.

Ciencia-ficción

A literatura de ciencia-ficción adoita recorrer a presentar efectos sorprendentes baseados supostamente na aplicación das ideas científicas, aínda que en moitas ocasións sen rigor, o que leva a resultados inaceptables. Nalgúns casos, realizáronse propostas didácticas baseadas na devandita literatura de ficción científica.

Hellstrand e Ott (1995) propoñen o uso dunha novela para introducir a Relatividade Especial. A idea principal mediante a cal van construíndo a teoría de forma novelada está baseada na imposibilidade de chegar a acadar a velocidade da luz.

Freudenrich (2000) propón incorporar nas clases sobre a Teoría da Relatividade vídeos de series de ciencia-ficción moi coñecidas e con propostas baseadas nos coñecementos científicos, como é o caso da serie *Star Trek* e as viaxes a Marte.

C1.3.5. Visión de obxectos na Teoría da Relatividade Especial

O feito de que a proposta didáctica obxecto da presente investigación teña un profundo carácter visual determina o interese de coñecer as particularidades das diversas formas de representación visual de obxectos en movemento no marco da TRE.

Terrell (1959) demostra que a transformación de Lorentz é *conforme* para esferas (é dicir, que mantén a forma global da esfera inalterada), mentres que o seu efecto sobre variñas en movemento é o de producir unha rotación visual das mesmas.

Scott e Viner (1965) presentan unha serie de debuxos nos cales se reflicte como se *ven* rixiñas e cubos ao moverse en dirección perpendicular ao observador

Hollenbach (1976) realiza os cálculos necesarios para presentar a imaxe óptica dunha esfera en movemento transversal respecto ao observador, e comproba que non se ve contraída, é dicir, mantén a forma esférica á vista, aínda que, se temos en conta os detalles da súa superficie, aparecerá rotada nun certo ángulo.

McKinley e Doherty (1979) presentan os cálculos previos sobre a transformación da luz que son necesarios para visualizar “imaxes relativistas” (en especial no que se refire á transformación das cores)

Hickey (1979) visualiza (páx. 713) o efecto óptico que produce un cubo que pasa diante do observador: a velocidades elevadas parece estar virado.

McKinley (1979) considera os efectos de aberración e Doppler sobre a luz procedente das estrelas para realizar unha serie de cálculos gráficos nos que presenta cómo serían as imaxes da bóveda celeste para un observador relativista.

Suffern (1988) presenta unha serie de figuras que reflictan as distintas imaxes que pode adoptar unha esfera debido ao movemento relativista.

Kraus (2000) subliña a importancia de ter en conta o efecto Doppler e a transformación da intensidade luminosa á hora de propor cómo verían as estrelas os tripulantes dunha nave espacial en rápido movemento.

Ostermann e Ricci (2002) propoñen realizar unha distinción clara entre unha medida en Relatividade Especial (como pode ser o caso dunha contracción espacial), e dunha imaxe visual como pode ser a rotación aparente producida nos obxectos ao pasar transversalmente ao observador, efecto debido ao feito de que poden chegar até a súa retina raios de luz procedentes de paredes que estarían ocultas en repouso, mais que debido ao movemento do obxecto non atopan obstáculos no seu camiño cara aos nosos ollos, sendo este efecto observable até na Relatividade clásica. Consideran (páx. 179) que os profesores acoden moitas veces a explicar os fenómenos da Relatividade Especial con ideas newtonianas, e destacan a diferenza entre a contracción proposta por FitzGerald e a contracción espacial de Lorentz en que, para FitzGerald, a contracción espacial dun obxecto en movemento respecto ao éter era un feito independente do observador, mentres que a contracción relativista depende do estado de movemento dos observadores.

Deissler (2005) presenta unha serie de cálculos mediante os cales se consegue dar *aparencia relativista* a fotografías de obxectos en movemento.

C1.3.6. Outras aportacións da Teoría da Relatividade Especial: movementos acelerados, cosmoloxía

A formulación xeométrica de Minkowski para a RE permitiu a Einstein seguir un camiño polo cal chegou a establecer a Teoría da Relatividade Xeral (TRX). O éxito acadado pola mesma veu escurecer dalgún xeito as posibilidades reais da Teoría da Relatividade Especial, que ficou relegada a unha especie de irmá menor da TRX, que serviría tan só para tratar movementos inerciais en ausencia de campos gravitatorios (polo tanto, rectilíneos e uniformes). En realidade, isto non é así, e diversos autores teñen posto en evidencia as posibilidades de representar mediante a RE movementos acelerados ou circulares, así como os efectos de campos gravitatorios localmente uniformes. A posibilidade de continuar estudiando a RE en cursos posteriores mediante a

metodoloxía visual minkowskiana fai que sexa interesante coñecer o alcance destas ampliacións da mesma.

Relatividade Especial (RE) e Relatividade Xeral (RX), precesión

A precesión do perihelio da órbita de Mercurio presentaba unha serie de irregularidades que a mecánica newtoniana non era capaz de resolver, e a súa xustificación por parte de Einstein ao aplicar a Teoría da Relatividade constituíu unha das primeiras evidencias da corrección das súas ideas.

Strandberg (1986) explica cómo os primeiros cálculos sobre a deflexión da luz por un campo gravitatorio realizados por Einstein en 1911, aplicando basicamente o principio de equivalencia á RE, daban un resultado que era a metade do que obtivo finalmente en 1916, e cómo o feito de que a 1^a Guerra Mundial non terminase até o ano 1918 impidiu realizar medicións de devandito efecto até a eclipse solar de 1919 por parte de Eddington, o que contribuíu á fama de Einstein por conseguir realizar a predición correcta, algo que non ocorrería cos seus resultados de 1911. Con todo, o desenvolvemento da RX por parte de Einstein a partir de 1911 produciu un “parón” no desenvolvemento da RE, que desafortunadamente continúa até os nosos días, de acordo co autor, quen propón un método para aplicar de forma rigorosa o principio de equivalencia co cal consegue que a RE obteña os mesmos resultados que a RX en numerosos fenómenos considerados propios da RX (porque era a única capaz de explicalos correctamente), como a precesión de Thomas, o corremento a vermello por efecto dun campo gravitacional, a deflexión gravitacional da luz e a precesión do perihelio das órbitas planetarias.

Muller (1992) explica a dinámica do efecto de precesión debido á torsión producida por un cambio na distribución de masa do obxecto.

Jonsson (2007) demostra e visualiza no espazo bidimensional (páx. 464) o efecto combinado de tres transformacións de Lorentz sucesivas e non colineais: o resultado é un xiro.

Relatividade Xeral

Do mesmo xeito que a visualización do espazotempo e a interpretación física das súas propiedades permite comprender os fenómenos da Relatividade Especial, a ampliación de dita visualización a espazotempos curvos permite achegar a Teoría da Relatividade Xeral á maioría das persoas evitando connotacións “máxicas” ou “místicas” nas mesmas.

Gruber *et al.* (1991) visualizan a curvatura do espazotempo debida á presenza dunha masa gravitatoria central aplicando a contracción espacial, o principio de equivalencia e un modelo

curioso, representado mediante un macaco e unha banana pesada, que o simio non dá alcanzado debido á contracción espacial do seu brazo inducida pola masa da banana.

Hartle (2006) explica por que e como se debe introducir a Relatividade Xeral na educación secundaria. A súa idea principal é a de dar prioridade ás consecuencias físicas da RX, moitas das cales xa son coñecidas polos alumnos a través dos medios de comunicación. Propón (páx.19) utilizar o concepto de potencial efectivo, pois serve para explicar efectos en buracos negros e a precesión das órbitas planetarias.

Hobson (2006b) presenta unha proposta didáctica da Relatividade Xeral no nivel universitario para alumnos que non seguen unha carreira científica, aproveitando a particularidade do sistema universitario americano de ofrecer clases de formación científica básica para alumnado de letras ou humanidades.

Newburgh (2007) detalla a influencia exercida polas ideas de Mach, en especial as forzas de inercia, no salto producido por Einstein desde a teoría de gravitación de Newton até a Teoría da Relatividade Xeral, presentando unha aproximación á mesma.

Bertschinger e Taylor (2008) publican unha lista de simplificacións e nomenclatura de Relatividade Xeral para preuniversitarios.

Navarro-Salas (2008), ao abordar a didáctica da Relatividade Xeral, propón realizar unha abordaxe semellante á que se realiza na física cuántica, baseada en comezar polas consecuencias físicas da teoría antes de introducir o complicado formalismo matemático subxacente.

Cosmoloxía, Universo en expansión ou Big Bang

A orixe, estrutura, evolución e futuro do Universo constitúen os elementos dos que se ocupa a Cosmoloxía. Dado que o Universo está inmerso no espazo e a súa evolución acontece no tempo, a visualización destes conxuntamente como espazotempo e a comprensión das súas propiedades e transformacións son fundamentais tanto para a interpretación dos datos cosmolóxicos como para a comprensión das teorías resultantes.

Brehme e Moore (1969) describen a visualización da xeometría do espazotempo en presenza de gravidade, analizando os distintos tipos de curvaturas existentes, prestando especial atención á métrica más simple (a de Schwarzschild).

Lemons (1988) deduce o modelo cosmolóxico de expansión universal usando a teoría e ideas de Newton e as observacións de Hubble.

Greber e Blatter (1990) Predicen que a existencia dunha presión de radiación diferencial establece un SR inercial para o Universo.

Modelos cosmolóxicos

Na parte final da nosa proposta didáctica acudimos a presentar un modelo cosmolóxico simplificado para unha única dimensión espacial mediante o cal podemos explicar diversas propiedades paradoxais do modelo do Big Bang. Por esta razón é interesante poder coñecer as características doutros modelos cosmolóxicos visuais ou simplificados que teñen aparecido na literatura científica.

Afonso *et al.* (1995) realizan unha introdución aos modelos cosmolóxicos, presentando na páxina 329 catro modelos de Universo diferentes, así como (páx. 334) unha transición progresiva entre os mesmos.

Murphy (1997) realiza uns cálculos relativamente simples sobre a creación de partículas a partir da equivalencia relativista entre masa e enerxía a partir da enerxía gravitatoria resultante da expansión do Universo, chegando a unha estimación do número de átomos de Hidróxeno presentes no Universo cun sorprendente grao de aproximación ás estimacións actuais más rigorosas.

Lo Presto e Meroueh (2001) analizan o concepto de densidade aplicado aos buracos negros, demostrando que esta é inversamente proporcional á masa, polo que, a medida que a masa aumenta, a súa densidade diminúe, podendo chegar a ser menor que a da auga para buracos supermasivos, deixando claro que a densidade así calculada non corresponde co obxecto en si, que se contrae de forma indefinida até chegar a unha densidade infinita, senón do espazo contido dentro do horizonte de sucesos, que permanece inalterado a partir da formación do buraco negro.

Krauss (2003) describe o modelo cosmolóxico, achegando o dato da separación media entre galaxias, que é dun millón de anos-luz (1 MAL), un valor utilizado no noso modelo simplificado do Universo en expansión.

Rhodes e Semon (2004), ao describir a composición da “rapidez” nun espazo de Minkowski (2+1), presentan (páx. 948) unha serie de figuras nas que se describe o hiperboloide de revolución como a superficie resultante, figura que coincide coa do modelo de Universo en expansión no espazotempo de Minkowski.

Wilczek (2004) realiza unha serie de comentarios sobre as teorías do Universo que poden ser de utilidade á hora de incorporar cuestiós cosmolóxicas na aula.

Visualizacións en cosmoloxía

Müller (2004) realiza visualizacións infográficas mediante cálculos tensoriais, incluíndo imaxes informáticas de “wormholes” (hipotéticos buracos de verme no Universo) no espazotempo de Minkowski.

Jonsson (2005) visualiza diversos modelos de espazotempo curvos acudindo ao recurso xeométrico de “enrolar” o tempo.

Baez e Bunn (2005) explican unha serie de fenómenos cosmolóxicos mediante unha simple ecuación diferencial, incorporando (páx. 651) unha lista de referencias para saber máis sobre Relatividade Xeral.

Jordan (2005) consegue obter un modelo cosmolóxico a partir unicamente da Relatividade Especial, e Garcia-Salcedo e Moreno (2007) deducen a ecuación de Friedman (base do modelo cosmolóxico do Big Bang) para alumnos preuniversitarios aplicando unicamente a Mecánica Clásica e a Termodinámica.

C1.4. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN E HIPÓTESES DE TRABALLO

Ao longo do primeiro capítulo tivemos en conta a nosa experiencia docente en relación co ensino da Teoría da Relatividade Especial (RE) en 2º de Bacharelato, para establecer o interese de introducir os aspectos cualitativos da mesma en cursos previos. Tras facer unha proposta metodolóxica previa, a modo de proba-piloto, e no marco dos cursos de Doutoramento, puidemos establecer unha serie de errores que cómpre evitar, así como avanzar algunas ideas para facelo. Como resultado dunha investigación de aula en 4º da ESO en relación coa didáctica da Relatividade Clásica, obtivéronse interesantes implicacións didácticas en relación co paso gradual ao longo do ensino secundario dende as ideas previas aristotélicas até as ideas relativistas.

Despois da posterior toma en consideración das características da presentación visual da Teoría da Relatividade e a revisión da literatura científica en relación con dita teoría, o obxectivo principal da nosa investigación consiste na posibilidade de aplicar a metodoloxía xeométrica do espazotempo de Minkowski para deseñar unha proposta didáctica de carácter totalmente visual da Teoría da Relatividade Especial coa que anticipar o ensino da mesma dun xeito cualitativo nos cursos previos a 2º de Bacharelato, así como a aplicación, seguimento e avaliación da mesma no curso de 1º de Bacharelato (e de forma adicional en 4º da ESO, dado o carácter universal de dita etapa formativa).

As consideracións anteriores lévannos a formular o seguinte problema de investigación (PI)

PI: É posible deseñar e planificar unha proposta didáctica visual para a Teoría da Relatividade Especial que permita adiantar os aspectos cualitativos da mesma a 1º de Bacharelato?

Consideramos que a procura dunha solución satisfactoria para o noso problema de investigación require en primeiro lugar establecer unha proposta didáctica acorde coa demanda cognitiva dos contados e co nivel de desenvolvemento do alumnado, así como formular unha serie de hipóteses de carácter experimental en relación coa mesma, que se intentarán verificar mediante unha investigación realizada na aula:

- ✓ A primeira, referida ás condicións iniciais.
- ✓ A segunda, aos resultados do seguimento da proposta didáctica.
- ✓ A terceira, aos resultados finais, a cal á súa vez operativízase nas seguintes subhipóteses:
 - Resultados a curto prazo. (subhipótese 3a)
 - Resultados despois dun certo tempo de realizada a intervención (subhipótese 3b)

C1.4.1. Primeira hipótese de investigación (HI1)

Da revisión da literatura científica infirese a importancia que teñen as condicións iniciais dos estudiantes no deseño experimental e na propia metodoloxía didáctica. É necesaria pois a caracterización inicial da mostra antes do comezo da nosa investigación na aula. Este estudo concrétase na análise de cales son os coñecementos respecto dunha serie de contidos conceptuais e procedimentais que se consideran representativos do pensamento científico dos estudiantes.

Tendo en conta a nosa experiencia profesional na didáctica da Física no Bacharelato e na ESO, e a ampla bibliografía consultada, consideramos necesario investigar se os coñecementos e as capacidades dos estudiantes da mostra experimental -que se poderían considerar básicos para a interpretación dos fenómenos relativistas e as súas consecuencias- son os desexables desde o punto de vista da ciencia escolar. Por iso formúlase a primeira hipótese de traballo:

HI1-Antes da aplicación da proposta didáctica obxecto de investigación os coñecementos dos estudiantes son, desde o punto de vista da ciencia escolar, inaxeitados e insuficientemente estruturados, polo que constitúen esquemas de pensamento pouco útiles para a interpretación cualitativa da Teoría da Relatividade Especial e das súas consecuencias.

C1.4.2. Segunda hipótese de investigación (HI2)

Para dar resposta á segunda hipótese de investigación establecemos a posta en práctica da proposta didáctica e o seguimento das aprendizaxes que xera. Tras a análise realizada da literatura científica,

pensamos que as estratexias de avaliación do proceso deben estar integradas nel. Por iso parécenos fundamental considerar como elemento básico as manifestacións dos estudiantes, non como algo definitivo, senón como unha retroalimentación permanente con efectos reais inmediatos na nosa proposta. Os resultados obteranse a partir dos seguintes instrumentos: os materiais de traballo do alumnado, que conteñen as súas manifestacións escritas así como os seus debuxos; e as súas manifestacións orais, que conteñen os argumentos elaborados en pequeno grupo e en grupo de clase, así como o seguimento das actividades prácticas, que gravamos en vídeo durante a aplicación da proposta didáctica.

No apartado C2.7 do capítulo 2 especificarase que a mostra é de tipo incidental e ocasional, é dicir que os estudiantes non reunían características especiais que puidesen supor, a priori, a existencia de diferenzas con alumnos e alumnas das mesmas idades e nivel educativo; non é a nosa intención a xeneralización dos resultados obtidos. A nós, máis importante que a declaración en si mesma, parécenos útil estudala para profundar nos efectos da súa aplicación. En consecuencia a segunda hipótese de investigación formúlase como segue:

HI2- *A aplicación na aula da metodoloxía ensaiada favorece a activación de esquemas de pensamento sobre a Teoría da Relatividade Especial acordes coa ciencia escolar.*

C1.4.3. Terceira hipótese de investigación (HI3)

Para dar resposta á terceira hipótese de investigación debemos detectar e analizar as aprendizaxes producidas como resultado da intervención realizada, tanto a curto prazo como a medio prazo, para comprobar a significatividade que adquiriron as novas ideas. En consecuencia, formúlase deste xeito a terceira hipótese de investigación:

HI3- *Despois da aplicación da proposta didáctica obxecto de investigación, os estudiantes activaron esquemas de pensamento útiles para a interpretación cualitativa da Teoría da Relatividade Especial e as súas consecuencias físicas e acordes co punto de vista da ciencia escolar. Hai progresos significativos nos esquemas de pensamento dos estudiantes, respecto da situación inicial, e existen permanencias significativas dos esquemas de pensamento ao cabo dun certo tempo desde a intervención.*

A verificación da terceira hipótese require de realizar procesos de avaliação diferenciados no tempo, polo cal consideramos convinte a súa operativización en dúas subhipóteses.

En primeiro lugar, detectaranse e analizaranse as aprendizaxes producidas a curto prazo, ao remate das actividades de instrución. Os resultados obtidos na avaliação final son complementarios aos da

HI2, diferenciándose en que os datos de referencia están tomados unha vez concluída a aplicación e avaliados independentemente dela. En consecuencia, formulamos deste xeito a primeira das dúas subhipóteses de investigación:

SI3.1- Despois da aplicación da proposta didáctica obxecto de investigación, os estudiantes activaron esquemas de pensamento útiles para a interpretación cualitativa da Teoría da Relatividade Especial e as súas consecuencias físicas e acordes co punto de vista da ciencia escolar. Hai progresos significativos nos esquemas de pensamento dos estudiantes, respecto da situación inicial.

Para dar resposta á segunda das dúas subhipóteses de investigación habemos tamén pescudar cales son as aprendizaxes que permanecen ao cabo dalgún tempo; este tipo de valoración é para nós de suma importancia respecto da aprendizaxe significativa. Os resultados obtidos nestas probas de retención son complementarios aos das HI2 e SI3.1, e ao igual que nesta última os datos de referencia están tomados unha vez concluída a aplicación e avaliados independentemente dela.

Para o estudo da retención e o esquecemento utilizarase a mesma mostra, aínda que a unha distancia temporal de máis dun ano. En consecuencia, formulamos así a segunda das subhipóteses de investigación:

SI3.2- Despois dun certo tempo de ter aplicado a proposta didáctica obxecto de investigación, os estudiantes seguen a activar esquemas de pensamento útiles para a interpretación cualitativa da Teoría da Relatividade Especial e as súas consecuencias físicas e acordes co punto de vista da ciencia escolar. Existen permanencias significativas dos esquemas de pensamento ao cabo dun certo tempo desde a intervención.

C1.5. RESUMO

Ao longo deste primeiro capítulo tivemos en conta a nosa experiencia docente en relación co ensino da Teoría da Relatividade Especial (RE) en 2º de Bacharelato, para establecer o interese de introducir os aspectos cualitativos da mesma en cursos previos. Forma parte esencia desta proposta, dende o seu inicio, a utilización didáctica sistemática da formulación xeométrica de Minkowski para a Relatividade Especial. Tras facer unha proposta metodolóxica previa, a modo de probapiloto, e no marco dos cursos de Doutoramento, puidemos establecer unha serie de erros que cómpre evitar, así como avanzar algunas ideas para facelo. Como resultado dunha investigación de aula en 4º da ESO en relación coa didáctica da Relatividade Clásica, obtivéronse interesantes implicacións didácticas en relación co paso gradual ao longo do ensino secundario dende as ideas previas aristotélicas até as ideas relativistas.

Despois da posterior toma en consideración das características da presentación visual da Teoría da Relatividade e a revisión da literatura científica en relación con dita teoría, ao longo da cal puidemos comprobar a gran cantidade e variedade de propostas didácticas existentes para a RE (o cal dá tamén unha idea da relevancia do tema), así como o elevado grao de efectividade dos diagramas espazotemporais para dar resposta e explicar os interrogantes, dilemas e paradoxos da RE, o obxectivo principal da nosa investigación consiste na posibilidade de aplicar a metodoloxía xeométrica do espazotempo de Minkowski para deseñar unha proposta didáctica de carácter totalmente visual da Teoría da Relatividade Especial coa que anticipar o ensino da mesma dun xeito cualitativo nos cursos previos a 2º de Bacharelato, así como a aplicación, seguimento e avaliación da mesma no curso de 1º de Bacharelato (e de forma adicional en 4º da ESO, dado o carácter universal de dita etapa formativa).

Despois de revisar a bibliografía existente sobre a didáctica da RE, puidemos constatar a ausencia dunha proposta sistemática de características cualitativas e visuais como a requerida para dar resposta ás necesidades manifestadas anteriormente. Este feito, xunto coa constatación das potencialidades explicativas da metodoloxía visual de Minkowski, e a experiencia adquirida tanto na docencia profesional da Física de Bacharelato como nos Cursos de Doutoramento, fixo que considerásemos interesante e factible o diseño dunha proposta didáctica sistemática de características cualitativas e visuais para a Relatividade Especial baseándonos na formulación xeométrica de Minkowski, e a súa avaliación en situación de aul real.

As consideracións anteriores leváronnos a formular no apartado C1.4 o problema de investigación (PI), o cal se operativiza mediante as hipóteses (HI) e subhipóteses (SI) correspondentes.

CAPÍTULO 2.- DESEÑO E PLANIFICACIÓN DA PROPOSTA DE ENSINANZA

Neste capítulo expóñense os pasos seguidos para dar resposta ao problema de investigación enunciado ao final do capítulo anterior en relación coas posibilidades de establecer unha proposta didáctica mediante a cal se avancen os contidos cualitativos da RE en cursos previos da educación secundaria, para deste xeito poder deixar a análise cuantitativa para 2º de Bacharelato, así como o plan de traballo experimental para comprobar as hipóteses de investigación enunciadas igualmente no final do capítulo 1.

En primeiro lugar, explícase a metodoloxía seguida para desenvolver a proposta didáctica desexada, tendo en conta as posibilidades existentes dentro da lexislación educativa vixente, así como o nivel de desenvolvemento cognitivo do alumnado.

Para o deseño, planificación e desenvolvemento da unidade didáctica baseámonos no modelo de Domínguez (2007) que consta das seguintes tarefas que dan lugar a outros tantos apartados deste capítulo:

Determinación do contido académico (apartado C2.1) a partir da lexislación educativa vixente.

Determinación da problemática de aprendizaxe (apartado C2.2), a paçtir da análise bibliográfica correspondente.

Selección, formulación e secuenciación de obxectivos (apartado C2.3), como resultado da integración das análises anteriores.

Estratexias de instrucción (apartado C2.4), tendo en conta o papel do docente e do alumnado, o clima de aula e baseándonos na metodoloxía POE (predecir, observar e explicar)

Secuencia de actividades (apartado C2.5), onde se presenta unha proposta didáctica como resultado de todo o anterior. A posibilidade de realizar dita proposta didáctica preséntase no apartado C2.6 como unha resposta preliminar ao problema de investigación enunciado no apartado C1.4 do capítulo 1, e a súa validación mediante a contrastación experimental na aula das hipóteses de investigación nas que se operativizou o referido problema de investigación será o obxecto dos restantes capítulos da presente memoria de investigación.

Describense a continuación, no apartado C2.7, os suxeitos e características da mostra de alumnado coa cal se vai poñer a proba a aplicación didáctica deseñada anteriormente.

Finalmente, establecese no apartado C2.8 do presente capítulo o plan de traballo, nun contexto real de aula de ciencias, para a verificación ou refutación das hipóteses establecidas previamente.

C2.1. DETERMINACIÓN DO CONTIDO ACADÉMICO

Para determinar os contidos obxecto de aprendizaxe tomouse como referente o currículo oficial de Galicia (XUGA, 2008).

A incorporación do bloque de temas de Física Moderna en 2º de Bacharelato leva unha serie de consecuencias nas etapas de ensino previas, pola característica da Física Moderna (e en particular da Teoría da Relatividade) de constituir un reto intelectual para o sentido común. Na proposta aquí presentada proponse anticipar desde dito currículo a preparación do alumnado nos aspectos cualitativos da Teoría da Relatividade nos cursos previos, o que pode contribuír a unha mellor comprensión posterior da mesma na súa integridade.

Polas razóns mencionadas, realizaremos a análise dos contidos nas seguintes fases:

Comezaremos por revisar os contidos relacionados coa Teoría da Relatividade Especial, tanto de forma directa na asignatura de Física do curso de 2º de Bacharelato (apartado C2.1.1), que constitúen o referencial último que pretendemos anticipar de xeito visual nos cursos previos mediante a nosa proposta didáctica , como dun xeito máis indirecto no propio curso de 1º de Bacharelato, na asignatura de Física e Química (apartado C2.1.2.), xa que intentaremos adaptar o máis posible a nosa proposta didáctica aos contidos preexistentes nos cursos en que se propón a súa implementación. Continuaremos cunha análise epistémica dos contidos obxecto de aprendizaxe (apartado C2.1.3.), para establecer finalmente os esquemas referenciais (apartado C2.1.4.) que constituirán a guía para a análise da intervención didáctica que realizaremos posteriormente.

C2.1.1. Contidos relacionados coa Teoría da Relatividade Especial en 2º de Bacharelato

De acordo coas orientacións do DCB para a asignatura de Física en 2º de Bacharelato, o sistema educativo ten como finalidade dotar o alumnado dunha formación coherente coas necesidades e os retos en que se desenvolve a sociedade. A física contribúe a este obxectivo, interpretando o Universo e buscando unha explicación científica para todos os fenómenos observables, desde a escala máis grande, como son as galaxias e estrelas, pasando por escalas intermedias moi relacionadas co contorno cotián, até a máis pequena, como os átomos ou as partículas elementais.

Ao desenvolver o currículo de física é aconsellable incluír unha perspectiva histórica, que explique o papel determinante desta ciencia como fonte de cambio social.

A materia deste segundo curso amplía os coñecementos do primeiro.

O primeiro bloque recolle contidos relacionados co feito de construir a ciencia e de transmitir o coñecemento científico. Ten un carácter transversal e deberá ser desenvolvido e avaliado da forma máis integrada posible xunto co resto dos contidos deste curso.

Finalmente inclúese un bloque relativo á física moderna no que se introduce a física cuántica, a relatividade e, finalmente, unhas pinceladas sobre a física de partículas e algunas investigacións que actualmente se están a desenvolver, desde unha perspectiva cualitativa.

A física require dun complexo tratamento matemático que en numerosas ocasións lle dificulta ao alumnado a comprensión dos conceptos. Pódese minimizar esta complexidade nalgúns aspectos, e realmente o currículo actual de física está deseñado para que así sexa, mais sen esquecer que as matemáticas son a linguaxe coa que podemos expresar con maior precisión os conceptos da física.

Obxectivos

Dentro dos obxectivos de 2º de Bacharelato, consideramos que os seguintes teñen relación directa ou indirecta coa proposta didáctica obxecto da presente investigación:

1. Utilizar correctamente estratexias de investigación propias das ciencias (formulación de problemas, emisión de hipóteses fundamentadas, procura de información, elaboración de estratexias de resolución e de deseños experimentais, realización de experimentos en condicións controladas e reproducibles, análise de resultados, elaboración e comunicación de conclusóns) relacionando os coñecementos aprendidos con outros xa coñecidos.
2. Comprender os principais conceptos, leis, modelos e teorías da física para poder articulalos en corpos coherentes do coñecemento.
3. Obter unha formación científica básica que contribúa a xerar interese para desenvolver estudos posteriores más específicos.
5. Comprender as complexas interaccións actuais da física coa sociedade, o desenvolvemento tecnolóxico e o medio natural (ciencia-tecnoloxía-sociedade-medio natural)
6. Utilizar correctamente a terminoloxía científica e empregala de xeito habitual ao expresarse no ámbito da física, aplicando diferentes modelos de representación: gráficas, táboas, diagramas, expresións matemáticas etc.
8. Comprender e valorar o carácter complexo e dinámico da física e as súas achegas ao desenvolvemento do pensamento humano, evitando posicións dogmáticas e considerando unha visión global da historia desta ciencia que permita identificar e situar no seu contexto os personaxes más relevantes.
9. Deseñar e realizar experimentos físicos, utilizando correctamente o instrumental básico do laboratorio.
13. Valorar o carácter colectivo e cooperativo da ciencia, fomentando actitudes de creatividade, flexibilidade, iniciativa persoal, autoestima e sentido crítico a través do traballo en equipo.

Contidos

Os contidos da disciplina en 2º de Bacharelato contemplan os seguintes aspectos de interese para o propósito de adiantar a introdución cualitativa dos mesmos ao curso previo:

-Relación entre fenómenos eléctricos e magnéticos. Campos magnéticos creados por correntes eléctricas. Forzas magnéticas: lei de Lorentz e interaccións magnéticas entre correntes rectilíneas.

Explicación do magnetismo natural. Realización de experiencias reais e simulacións interactivas con bobinas, imáns e motores.

-Postulados da relatividade especial. A equivalencia masa-enerxía. Repercusións da teoría da relatividade.

-Composición e estabilidade do núcleo atómico. Interacción nuclear forte. Enerxía de enlace. Radioactividade: tipos, repercusións e aplicacións médicas. Reaccións nucleares de fisión e de fusión: aplicacións tecnolóxicas e riscos ambientais.

- Os aceleradores de partículas: o CERN.

Criterios de avaliación.

8. Utilizar os principios da relatividade especial para explicar unha serie de fenómenos como a dilatación do tempo, a contracción da lonxitude e a equivalencia masa-enerxía.

Preténdese comprobar se o alumnado coñece os postulados de Einstein para superar as limitacións da física clásica, o cambio que supuxo a teoría da relatividade na interpretación dos conceptos de espazo, tempo, cantidade de movemento e enerxía e as súas múltiples implicacións, non só no eido da ciencia, senón tamén noutros ámbitos.

9. Aplicar a equivalencia masa-enerxía para explicar a enerxía de enlace nos núcleos e a súa estabilidade, as reaccións nucleares, a radioactividade e formular elementais interpretacións co modelo de partículas.

Comprobarase se o alumnado é quen de interpretar a estabilidade dos núcleos a partir da enerxía de enlace e os procesos enerxéticos vinculados coa radioactividade e as reaccións nucleares. Ademais, valorarase que utiliza estes coñecementos para comprender e analizar problemas de interese como as aplicacións dos radioisótopos, o armamento e os reactores nucleares, tomando conciencia dos seus riscos e repercusións. Así mesmo, avaliarase se comprende a importancia das investigacións en física de partículas na busca dunha teoría unificada das interaccións fundamentais e dunha explicación da orixe e evolución do Universo.

Orientacións metodolóxicas

Consideramos interesante o feito de que as orientacións metodolóxicas seguintes sexan comúns tanto para 2º de Bacharelato como para 1º de Bacharelato, posto que dese xeito a metodoloxía implementada para a introducción cualitativa no curso de 1º de Bacharelato poderá ter continuidade cando se incorporen os aspectos cualitativos no 2º curso de Bacharelato:

-Seleccionar actividades variadas, con diferente grao de complexidade, establecendo unha secuencia axeitada, de tal maneira que se recollan actividades de introdución, de estruturación de conceptos, de síntese e de aplicación.

-Propiciar a construcción de aprendizaxes significativas a través de actividades que permitan analizar e contrastar as propias ideas coas científicamente aceptadas para propiciar o cambio conceptual, metodolóxico e actitudinal.

-Facilitar a interacción entre a estrutura da disciplina e a estrutura cognitiva do alumnado aplicando estratexias propias das ciencias na resolución de situacións-problema relevantes para influír na reestruturación e enriquecemento dos esquemas de coñecemento do alumnado, contribuíndo así a incrementar as súas capacidades.

-Propoñer análises cualitativas, que axuden a formular preguntas operativas presentadas como hipóteses, que orienten o tratamento dos problemas como investigacións e contribúan a facer explícitas as preconcepcións.

Contidos actitudinais

Finalmente, en relación cos contidos de carácter actitudinal, estaremos tendo en conta o desenvolvemento das seguintes actitudes:

-Flexibilidade. A diversidade de contextos en que o alumnado se verá implicado durante a intervención proposta (debates, prácticas, producción e interpretación de gráficos, cuestionarios, resolución de problemas e análises de casos) permiten anticipar unha parella flexibilidade nas súas actitudes.

-Coherencia. Ao traballar cun mesmo sistema de referencia (Terra-Lúa) con formulacións físico-xeométricas rigorosas, mais tendo en conta supostos de partida lixeiramente diferentes (desde o punto de vista visual), é necesaria unha gran coherencia para poder chegar a contrapor os resultados obtidos nun caso (física do “sentido común” ao aplicar os supostos de Galileo), e noutro (sorprendente “física relativista” ao aplicar o postulado de invarianza da velocidade da luz). A devandita coherencia verase sometida a proba tamén nas situacións de debate, como no caso do paradoxo dos xemelgos.

-Sentido crítico. Ao realizar e reproducir o cambio conceptual que revolucionou os cimentos da Física producido pola Teoría da Relatividade, o alumnado deberá exercitar un forte espírito crítico para cuestionar todas as concepcións clásicas ou intuitivas respecto do espazo, o tempo e as demais magnitudes implicadas.

-Rigor. De forma concomitante co anterior, para poder apreciar a necesidade dun cambio de teoría a partir das evidencias experimentais é necesaria unha actitude rigorosa en canto á interpretación de devanditos resultados, a súa incorporación ao edificio teórico visual que se está construíndo e a obtención de conclusións de relevancia a partir da análise do mesmo.

-Cooperación. As prácticas expostas, como queda dito anteriormente, teñen unha forte dose cooperativa, para poder afrontar as necesidades derivadas do feito de estar simulando con

experiencias de aula e materiais simples uns experimentos que implican múltiples factores (ao tratarse de movementos relativos, é necesario controlar varios movementos de forma simultánea, xa que non se aplican automatismos que, por unha banda, tenderían a distanciar ao alumnado da comprensión e interpretación dos feitos observados, e doutra banda non son facilmente accesibles nos laboratorios de secundaria).

-Espontaneidade e imaxinación. Dado o reto intelectual que supón a construcción autónoma da Teoría da Relatividade e as súas consecuencias contraintuitivas, serán necesarias grandes doses destes ingredientes para conseguir un resultado satisfactorio, e fomentarase o seu uso ao longo de todas as actividades, para acompañar o rigor xeométrico coa imaxinación visual e a espontaneidade dos argumentos utilizados

C2.2.2. Contidos relacionados coa Teoría da Relatividade Especial en 1º de Bacharelato

Como xa foi explicado anteriormente, a nosa intención educativa é a de adiantar o ensino dos aspectos cualitativos da teoría da Relatividade para o curso de 1º de Bacharelato, como preparación á incorporación posterior dos aspectos cuantitativos en 2º de Bacharelato.

Neste senso, tentaremos na medida do posible adaptar os contidos ao que a programación educativa de referencia contempla para dito curso.

A partir do currículo oficial de Galicia (XUGA, 2008), de entre os contidos indicados para o curso de 1º de Bacharelato, seleccionamos os seguintes para adaptar a nosa proposta didáctica aos mesmos:

- Importancia do estudo da cinemática na ciencia moderna.
- Sistemas de Referencia Inerciais.
- Magnitudes necesarias para describir o movemento.
- Movemento relativo, superposición de movementos.
- Superación das ideas da Física clásica.
- Cantidad de movemento e principio de conservación. Aplicación a colisións.
- Transformación e conservación da enerxía.

Os devanditos contidos, como queda dito anteriormente, ordénanse en tres fases, tendo en conta o carácter anticipatorio desta secuencia didáctica cualitativo-visual para o ensino cuantitativo da teoría da Relatividade no curso seguinte:

-Fase previa, de introdución á metodoloxía visual.

Análise da información física nas gráficas espazotemporais

Ideas aristotélicas de espazo, tempo, velocidade e masa

Movemento relativo do sistema de referencia

Construcción da forma xeométrica da transformación de Galileo

-Fase central, de construcción e análise da transformación de Lorentz.

A experiencia de Michelson como elemento discrepante

Transformación de Lorentz (construcción visual e cualitativa)

Análise gráfica das magnitudes físicas: propiedades relativistas

-Fase final, de comprobación e implicacións CTS da RE

Dilatación temporal: Paradoxo dos xemelgos, evidencia experimental

Contracción espacial: xustificación relativista dos fenómenos electromagnéticos

Velocidade límite: aceleradores de partículas

Equivalencia masa/enerxía: enerxía nuclear (visualización)

Xeometría do Universo en expansión (Big Bang)

C2.1.3. Análise epistémica dos contidos obxecto de aprendizaxe

Un primeiro paso no proceso seguido constitúeo o metacoñecemento por parte do profesor da materia obxecto de estudo. A este respecto (Bromme, 1988) convén ter en conta que as teorías deben ser expostas con claridade e sinxeleza, así como diferenciar entre teorías científicas e coñecementos aplicables, sendo estes o resultado dunha transformación heurística e dunha integración das teorías científicas por parte do profesional do ensino para a súa aplicación á aula. Parafraseando ao autor, poderíamos definir o metacoñecemento, neste caso, como a filosofía do profesor en canto á Teoría da Relatividade e o seu ensino, que deberá ser completada cos coñecementos sobre a didáctica da Física.

A Teoría da Relatividade Especial (RE) de Einstein admite unha interpretación totalmente xeométrica, formulada por Minkowski nun espazotempo tetradimensional (Sazánov, 1988). Esta formulación de carácter xeométrico, por unha banda, contén todos os resultados da teoría e, á súa vez, require o uso dunha xeometría non-euclídea de catro dimensións (tres espaciais e unha temporal), que non é posible visualizar por mentes tridimensionais.

Desde o punto de vista didáctico, é especialmente interesante o feito de que reducindo o número de dimensións espaciais de tres a tan só unha obtemos unha versión bidimensional simplificada do espazotempo de Minkowski coa particularidade de ser totalmente visual ao mesmo tempo que alberga e explica a maior parte dos resultados de interese da Teoría da RE (Mermin, 1997).

Coa formulación xeométrica da Teoría da RE poderemos incluír tanto o coñecemento declarativo habitual (“saber decir”, de carácter más consciente), como coñecemento de tipo procedural (“saber fazer”, habitualmente de forma más inconsciente). Deste xeito, as afirmacións acerca dos principais fenómenos relativistas (dilatación temporal, contracción espacial, límite de velocidades e

equivalencia entre masa e enerxía) terán un marcado carácter declarativo, mentres que mediante o enfoque visual poderemos contemplar ademais a realización de numerosas actividades de carácter más procedimental, por exemplo a manipulación de gráficas espazotemporais, o manexo de maquetas ou a realización de prácticas ilustrativas ou debates, enriquecendo deste xeito a variedade de actividades e situacóns de aula presentadas ao alumno.

Pretendemos integrar na nosa proposta de aula os tres elementos de aprendizaxe:

-Aprendizaxe sobre a ciencia, mediante actividades para a construcción e interpretación dos fenómenos da Teoría da RE.

-Aprendizaxe sobre a natureza da ciencia, mediante actividades de reflexión nas que se teña en conta o proceso histórico de desenvolvemento das ideas de espazo e tempo por parte de Aristóteles, Galileo e Einstein, así como a necesidade de xustificar o resultado negativo da experiencia de Michelson ou a argumentación sobre as consecuencias da RE para a vida real.

-Práctica de ciencia, mediante a interacción en debates sobre os aparentes paradoxos da RE, así como en actividades de laboratorio nas que se simulan as características da formulación gráfica da RE, como a construcción dun Sistema de Referencia, a súa transformación debido ao movemento relativo, o resultado gráfico esperado da experiencia de Michelson ou a interpretación dos fenómenos electromagnéticos.

A este respecto, teremos en conta a análise crítica (Hodson, 1994) dos motivos para realizar prácticas de laboratorio na educación secundaria, traballo no que, en primeiro lugar, clasifica e cuestiona os posibles motivos existentes, e que resumimos a continuación:

-Motivación: o alumno valora positivamente o desafío cognitivo, a condición de que estea adaptado ás súas posibilidades.

-Adquisición de habilidades: aspecto cuestionable na Educación Secundaria

-Aprendizaxe de coñecementos científicos: non está demostrada a súa eficacia nestes niveis

-Coñecemento da metodoloxía científica: o autor critica o enfoque na aprendizaxe de procesos fronte ao de coñecementos

-Desenvolvemento de actitudes científicas: aspecto que difficilmente se consegue coas prácticas habituais.

Posteriormente, entre outras propostas, suxire:

-simplificar as tarefas prácticas,

-incorporar unha ampla variedade de actividades que poidan ser consideradas “prácticas”, como a realización de modelos, os debates, a análise de casos etc.,

-realizar experiencias para explorar as ideas previas, unha vez identificadas,

Postulando, a modo de conclusión, modificar as actividades no sentido de dotalas de menos carácter práctico e más reflexivo.

Domínguez *et al.* (2001a) chegan a conclusóns análogas, ao propor que nas prácticas se favoreza unha forma de pensar científica na que os estudiantes pensen con teorías e aborden procesos estratéxicos.

As actividades prácticas contempladas na proposta didáctica visual comparten gran parte das características desexables apuntadas anteriormente:

A motivación para o alumno é grande, posto que se enfrenta a un reto enormemente atractivo: a comprensión da Teoría da Relatividade, algo considerado difícil de entender case por antonomasia. O carácter visual das actividades ofrece, doutra banda, un camiño adaptado ás posibilidades dos alumnos de secundaria, no cal non sentirán a frustración de enfrentarse cunha tarefa cognitiva superior ás súas posibilidades.

A realización de debates que demandan argumentar sobre teoría enfrentadas recorrendo a evidencias experimentais, a análise minuciosa das gráficas, así como a realización de medidas, comprobacións e inferencias nas mesmas, contribúe ao desenvolvemento de actitudes científicas.

As tarefas prácticas expostas están dotadas dun elevado grao de simplificación, buscando reproducir (mediante materiais de uso cotián e cunha elevada dose de simulación) a esencia das experiencias que levaron ou demostran a necesidade do cambio profundo das ideas físicas a todos os niveis que supuxo a teoría da Relatividade.

A construcción gráfica a partir de postulados físicos das diversas transformacións de sistema de referencia (Galileo, Lorentz) contémplanse como actividades prácticas de construcción de modelos, as cales se acompañan de debates sobre as conclusóns e predicións dos mesmos en relación con aspectos paradoxais. As diversas consecuencias da teoría da RE presentanse a modo de análise de casos, utilizando as ideas visuais e o rigor xeométrico na medida do posible.

Polo dito anteriormente, en todas as actividades prácticas contempladas primase o carácter reflexivo fronte á mera actividade de carácter manipulativo. Favorécese desta forma o desenvolvemento dun pensamento científico no que os estudiantes pensan con teorías, contrapondo a transformación de Galileo e as súas consecuencias físicas clásicas ou de “sentido común” fronte á transformación de Lorentz e as súas consecuencias paradoxais ou sorprendentes.

A toma de decisións sobre a factibilidade dunha ou outra teoría está dotada dun marcado carácter estratégico, no que os alumnos poden pór en xogo unha ampla variedade de recursos argumentativos, representacionais e experimentais.

Á hora de planificar a nosa proposta, teremos en conta ademais as seguintes finalidades da ciencia escolar segundo se expón por Domínguez *et al.* (2007):

Aprendizaxe de conceptos/construcción de modelos

Desenvolvemento de destrezas cognitivas e de razonamento científico

Desenvolvemento de destrezas de investigación e resolución de problemas

Construcción dunha imaxe actualizada da ciencia

Desenvolvemento de actitudes e valores

Aprendizaxe de conceptos/construcción de modelos

A este respecto, Gil (1986), en relación á aprendizaxe por investigación, propón ter en conta os paralelismos históricos, como é o caso da evolución das ideas sobre espazo, tempo e Mecánica desde Aristóteles até Einstein, pasando por Galileo, así como evitar a metodoloxía da superficialidade subxacente a moitos traballos didácticos baseados nas ideas previas. Para non caer no indutivismo, o cambio metodolóxico debería acompañarse dunha atención aos contidos que propicie o cambio conceptual. Os alumnos non só deben coñecer que houbo revolucións científicas ao longo da Historia, senón experimentalas no seu interior no posible. As actividades didácticas deseñadas para a nosa UD, de xeito consecuente, ademais da aprendizaxe de conceptos básicos aos que habitualmente se presta escasa atención como tales, como é o caso do espazo, o tempo, a velocidade, a masa ou a enerxía, propón a construcción e análise de diversos modelos de carácter xeométrico visual, como son as transformacións de Galileo e Lorentz ou a xeometría do Big Bang.

Desenvolvemento de destrezas cognitivas e de razonamento científico

De acordo con esta finalidade, proponse construír cos alumnos modelos e teorías sobre o mundo físico ou natural (neste caso, sobre os sistemas de referencia espazotemporais e as súas transformacións de carácter xeométrico-visual), para usalos posteriormente en situacións diversas, como é o caso da interpretación das gráficas resultantes para predicir, xustificar ou comprobar as consecuencias de carácter físico das teorías subxacentes, tanto da relatividade clásica como da relatividade einsteniana. A discusión sobre estes diferentes modelos pode revelarse sumamente frutífera, ao implicar razóns de carácter experimental (experimento de Michelson e evidencias experimentais da RE), e argumentación a favor ou en contra.

Desenvolvemento de destrezas de investigación e resolución de problemas

As actividades de carácter práctico expostas na estratexia didáctica visual proposta están orientadas á construcción de modelos e análises de conceptos, constituíndo deste xeito un reflexo na aula das actividades de investigación levadas a cabo polos pioneiros da Relatividade. Por outra banda, a visualización dos conceptos físicos (espazo, tempo, velocidade, masa, enerxía) permitirá a resolución de problemas de carácter cualitativo-visual nun principio, mais que son susceptibles de

xerar resultados cuantitativos cun tratamento gráfico rigoroso, contribuíndo deste xeito a desenvolver interesantes destrezas no manexo e interpretación de gráficas.

Construción dunha imaxe actualizada da ciencia

Aprender ciencias debería poder resultar unha aventura gratificante para o alumno (e tamén para o profesor), e as actividades contempladas contribúen a esta finalidade en diversos aspectos: Mediante a análise dos paradoxos implícitos na Teoría da Relatividade, tanto galileana (paradoxo do repouso relativo) como einsteniana (paradoxo dos xemelgos, paradoxos do Big Bang), e o seu contraste mediante a argumentación sobre as evidencias experimentais promóvese a sensación de “estar construíndo” ciencia na aula, reforzada polos paralelismos que poida haber entre as ideas manexadas e as correspondentes aos científicos que ao longo da Historia da Ciencia contribuíron a establecer os conceptos actuais. Os alumnos sentirán a satisfacción de estaren a emular aos devanditos grandes científicos, recreando o seu xeito de pensar e de enfrentarse aos dilemas propios dunha evolución e contraste de paradigmas tan forte como o constituíron as revolucións provocadas por Copérnico-Galileo e Lorentz-Einstein.

Tamén é posible incorporar unha considerable dose de interese pola ciencia ao destacar as aplicacións de todo tipo resultantes da aplicación das ideas relativistas, como son os fenómenos electromagnéticos, que poden ser recreados e interpretados dunha forma nova e alternativa con axuda dos conceptos relativistas máis básicos, ou a propia enerxía nuclear, tanto ao nivel de xeración por parte do ser humano (plantas e bombas nucleares, aceleradores de partículas) como da Natureza (enerxía solar).

Desenvolvemento de actitudes e valores

Ao falar de actitudes en relación coa ciencia, teremos en conta tanto as actitudes científicas, como o desexo de coñecer e indagar promovidos ao realizar as actividades de construcción e interpretación dos modelos visuais, como as actitudes cara á ciencia, estas últimas promovidas desde a análise crítica dos cambios de paradigma habidos ao longo da Historia da Ciencia e a súa recreación na aula.

Deberemos favorecer unha análise crítica e meticulosa dos argumentos a favor e en contra de cada modelo, tendo sempre en conta as posibilidades que a este respecto ofrece a presentación xeométrico-visual, de moito maior alcance potencial que as presentacións de carácter matemático, fenomenolóxico ou lóxico formal. O interese por coñecer ideas esenciais, neste caso, vén promovido polo feito de estar tomando en consideración os conceptos más esenciais da Física, como son o espazo (que todo o contén), o tempo (que a todo afecta e empuxa) e a masa (propia de todo sistema material). Doutra banda, a análise xeométrica permite diferenciar entre as proposicións da ciencia e da pseudo-ciencia, tan profusas estas últimas no campo da Física Moderna en xeral e da

Relatividade en particular. Afirmacións tan habituais ao falar sobre a Relatividade como “todo vale” ou “todo é relativo” adquieren neste contexto xeométrico-visual un carácter moi evidente de afirmacións sen sentido fronte á rigorosidade, claridade e ausencia de ambigüidades ofrecidas pola visualización dos conceptos físicos nos diagramas espazotemporais.

Como comprobaron Vázquez e Manasero (1995), o interese pola ciencia diminúe a medida que ascendemos nos niveis de estudos, e esta afirmación é especialmente aplicable ao caso da Física. De aí o interese de enfoques como o da relación Ciencia-Tecnoloxía-Sociedade (CTS), ou da visualización dunha das teorías más relevantes da Física moderna, a Relatividade, que pretendemos abordar con esta proposta didáctica.

Atendendo á taxonomía presentada polos mesmos autores para as actitudes relacionadas coa ciencia, contemplaríamos en primeiro lugar os elementos escolares, tanto curriculares como persoais. En segundo lugar, os produtos da aprendizaxe, destacando a alfabetización científica e as relacións CTS. A proposta presentada incide de forma significativa en devanditos elementos, pois contribúe á alfabetización científica mediante a divulgación dunha teoría tan importante e á vez tan pouco comprendida como é a RE, con evidentes relacións de carácter CTS como queda dito anteriormente. Finalmente, deberemos ter en conta as actitudes relacionadas coa natureza do coñecemento científico (teorías, modelos, lóxica, status epistemolóxico), e de novo atopamos que mediante as actividades propostas para unha visualización da Teoría da Relatividade estamos traballando con todos os elementos indicados.

Contidos de carácter matemático

Ao expor unha serie de actividades de carácter xeométrico-visual para realizar unha introdución cualitativa e gráfica a unha teoría física, como é o noso caso, poderemos atender ao que a didáctica das Matemáticas establece en relación coa transferencia do coñecemento entre rexistros semióticos, especialmente os rexistros gráfico-xeométrico e simbólico-íónico. Os diagramas espazotemporais teñen un marcado carácter gráfico e xeométrico, mentres que as magnitudes físicas, as súas relacións e consecuencias están relacionadas co ámbito simbólico e íónico. Neste sentido, ao ser dita transferencia un elemento importante para o desenvolvemento de actitudes e valores en especial, e das finalidades da ciencia escolar en xeral no ámbito das Matemáticas, é de esperar que as actividades expostas compartan ditas características.

Transposición didáctica

Desde a perspectiva do cambio conceptual ou da reestruturación, deberemos evitar contemplar a aprendizaxe como unha transferencia da ciencia do alumno á ciencia verdadeira, entre outras razóns

porque o propio concepto de verdade é bastante discutible en ciencia. No contexto escolar, é preferible atender á correspondencia entre os coñecementos implícitos, de carácter individual, e os coñecementos explícitos, de carácter compartido e que corresponderían cos desexables desde a ciencia escolar. Neste sentido, enfocaremos a transición das ideas previas sobre espazo, tempo e demais conceptos físicos básicos (algunhas das cales contarán con referentes históricos como no caso de Aristóteles, e, desde a perspectiva da Relatividade Especial, tamén Galileo), e as novas ideas sobre o espazotempo e as magnitudes físicas que este contén (Lorentz e Einstein).

Á hora de realizar a transposición didáctica do coñecemento científico á ciencia escolar, débese diferenciar o que é interesante e fundamental para os alumnos do coñecemento que posuímos (Domínguez *et al.*, 2001a). Neste sentido, das múltiples perspectivas e enfoques de que é susceptible a Teoría da Relatividade Especial (analogía coa relatividade clásica, presentación fenomenolóxica das súas consecuencias, análises alxébrico vectorial ou cuadrvectorial, análises matricial ou tensorial) consideramos especialmente interesantes para os nosos alumnos a visualización gráfica ofrecida polo tratamento de Minkowski (simplificado a dúas dimensións) das magnitudes intuitivas básicas (tempo, espazo, velocidade, masa), así como a análise e explicación gráficas de curiosos paradoxos como a dos xemelgos. Doutra banda, consideráronse como conceptos fundamentais as consecuencias asociadas a cada magnitud (dilatación temporal, contracción espacial, límite de velocidades, equivalencia entre masa e enerxía).

Os mesmos autores consideran a transposición didáctica como a transformación dun obxecto de saber científico nun obxecto de saber para ensinar. Na nosa proposta didáctica, para realizar a devandita transformación utilizaremos como ferramentas intelectuais a intuición dos conceptos físicos ofrecida pola relatividade clásica ou de Galileo, o potencial analítico da presentación plenamente visual utilizada e a lóxica físico-xeométrica implícita na análise das gráficas espazotemporais, para que os alumnos poidan construír coa súa axuda un edificio visual dotado de todo o poder explicativo da xeometría para a interpretación da Relatividade Especial.

Neste proceso, activaranse as seguintes destrezas: Cognitivas e de razonamento, para a análise das gráficas; epistemolóxico-científicas, para a construcción integral da nova teoría; e sociais ou comunicativas, para a comprensión do cambio de teorías na ciencia e as súas consecuencias en relación coa tecnoloxía e a sociedade.

Atopámonos, a este respecto, con dúas linguaxes confrontadas entre si: a da vida diaria, utilizada polos nosos alumnos, e a da terminoloxía científica, incorporada á aula polo profesor. A integración das devanditas linguaxes será tanto máis eficaz canto máis colaborativo sexa o contorno de aprendizaxe.

Forman parte da linguaxe da vida diaria expresións relacionadas dunha ou outra forma coa teoría da relatividade, como as seguintes:

Viaxar á velocidade da luz, todo é relativo (como sinónimo da imposibilidade de realizar afirmacións rigorosas debido a unha indefinición á que a teoría da relatividade, supuestamente, someteu a todos os conceptos físicos), e outras moitas polo estilo.

Mediante o enfoque gráfico-visual é posible confrontar afirmacións deste tipo, dunha ampla vaguidade, cunha plasmación gráfica das mesmas que vai permitir sometelas a unha análise rigorosa sen excesiva dificultade. Así, o feito de viaxar á velocidade da luz terá unha representación visual diáfana nas gráficas espazotemporais, nas que quedará claro con toda a forza da evidencia visual que non é posible que se chegue a realizar.

Da mesma forma, o rigor das gráficas xeométricas fai que, agora, xa ningún dos conceptos físicos manexados poida ser considerado como vago ou indefinido dentro da Teoría da Relatividade, e, xa que logo, poidamos realizar todo tipo de afirmacións rigorosas sobre os mesmos.

Nesta perspectiva semántica da transposición didáctica, manexaremos os seguintes significados institucionais:

Significado institucional de referencia

Significado institucional pretendido

Significado institucional implementado

Significado institucional avaliado

O *significado institucional de referencia* constitúeno, por unha banda, as informacións contidas en publicacións como revistas ou libros de texto. Neste sentido, existe unha gran cantidade e variedade de publicacións dedicadas á presentación total ou parcial da teoría da Relatividade Especial.

Adoita ser práctica habitual nos mesmos o uso de diagramas espazotemporais de Minkowski (xeralmente bidimensionais) para visualizar determinados aspectos da teoría, unha vez estes foron presentados recorrendo a outros métodos (alxébricos, lóxico-dedutivos, analóxicos etc.).

É moito menos frecuente, con todo, atopar publicacións nas que se faga uso da metodoloxía baseada no tratamento xeométrico das gráficas espazotemporais para presentar a teoría da Relatividade dunha forma integral e desde o principio, aínda que xa foi demostrado por Minkowski que toda a teoría, sen excepción, estaba determinada polas propiedades xeométricas do espazotempo. Os traballos de Mermin, 1997 e Callaghan, 2000 amosan a potencialidade desta metodoloxía visual.

Tamén forman parte do significado institucional de referencia os estudos e profundización teórica que poida realizar o profesor na materia obxecto de transposición didáctica. Neste sentido, existe

unha traxectoria previa por parte do autor (Prado, 2005) en relación coa sistematización dos contidos da Teoría da Relatividade dentro do camiño visual aberto por Minkowski.

O *significado institucional pretendido* concrétese nunha selección ordenada e delimitada por parte do profesor, atendendo ás limitacións derivadas dos tempos, os recursos e os coñecementos dos alumnos que se prevé atopar. Neste sentido, e tendo en conta o anterior, propomos unha selección ordenada en tres fases:

-Fase previa, de introdución á metodoloxía visual. Ao mesmo tempo que se propón a análise da información física nas gráficas, comezando polas ideas aristotélicas de espazo, tempo, velocidade e masa, dáse un paso máis ao incorporar a noción de movemento relativo do sistema de referencia, para propor aos alumnos a construcción da forma xeométrica da transformación de Galileo. Desta forma, ao finalizar esta fase previa teremos ao alumnado familiarizado coa interpretación física das gráficas espazotemporais, así como coa metodoloxía seguida para construír a forma xeométrica da transformación do sistema de referencia. Nesta fase, as propias actividades vannos permitir extraer abundante información sobre as ideas dos alumnos respecto dos conceptos manexados, contribuíndo deste xeito á caracterización inicial da mostra seleccionada.

-Fase central, de construcción e análise da transformación de Lorentz. Comezando pola presentación da experiencia de Michelson como elemento discrepante cos resultados anteriores, proponese unha nova construcción da transformación de sistema de referencia, mais neste caso atendendo ás esixencias ditadas polos resultados experimentais de Michelson. O resultado será a transformación de Lorentz (de forma cualitativa), no que poderemos realizar a análise gráfica das magnitudes físicas (do mesmo xeito que se realizou na fase previa), para extraermos as conclusións pertinentes.

-Fase final, de análise das consecuencias da RE. Os resultados anteriores, áinda que visuais e, xa que logo, evidentes, carecen en principio da factibilidade necesaria para poderen ser aceptados como algo real, que goberna por completo o escenario do mundo físico e, xa que logo, tamén as nosas vidas e experiencias, como puxo de manifesto o propio Einstein. Para incorporar o realismo necesario, preséntanse varias actividades relacionadas con cada un dos fenómenos analizados (dilatación temporal, contracción espacial, velocidad límite e equivalencia entre masa e enerxía), nas cales se pon en evidencia o carácter “real” da teoría. Con respecto á dilatación temporal, debátense as súas implicacións (paradoxo dos xemelgos) e preséntase información sobre a evidencia experimental da existencia dos mencionados efectos. Sobre a contracción espacial, recórrese á explicación que nos permite facer unha serie de experiencias de aula con electroimáns. En relación coa velocidad límite, discútese o seu efecto sobre os aceleradores de partículas, e con respecto á equivalencia entre masa e enerxía, procédese a visualizar a enerxía nuclear coa súa axuda. A modo de conclusión, proponese unha incursión na xeometría do Big Bang (Hubble), tema sumamente

attractivo para o alumnado destas idades, e que a esta altura estarán en condicións de apreciar de forma visual, aplicando conxuntamente os diversos efectos relativistas.

O *significado institucional implementado* confórmano as actividades levadas a cabo segundo a selección realizada anteriormente. Inclúense no mesmo as diferentes fichas presentadas ao alumnado, o tempo requerido para realizar as actividades, os cursos en que se efectuou a intervención, así como as dinámicas que se efectuaron na aula durante o desenvolvemento do tema. Previamente, é precisa unha preparación e adaptación por parte do profesor tendo en conta as análises que poida realizar da situación de aula.

As actividades, neste caso, baséanse en materiais textuais e gráficos presentados ao alumnado en forma de fichas coas instrucións, información e cuestións requiridas, polo que basearemos a descripción nas mesmas.

O *significado institucional avaliado* confórmano as diversas tarefas, cuestións e probas de evaluación levadas a cabo cunha mostra de alumnado suficientemente representativa.

Durante a fase previa (Aristóteles, Galileo) avaliaranse as ideas previas e farase unha caracterización inicial da mostra.

Durante a fase central (Michelson, Lorentz) avaliarase o desempeño do alumnado tanto individual como colectivamente nas diversas tarefas propostas.

Na fase final (Einstein, Hubble) avaliarase tanto a significatividade das novas ideas adquiridas ao aplicá-las en diferentes e variados contextos, como o propio nivel de comprensión e explicitación dos novos conceptos en probas específicas.

Logo de realizada a intervención, e tras un tempo considerado suficiente para desactivar os efectos da memoria a curto prazo, procederase a realizar unha nova proba de evaluación para comprobar o grao de retención dos conceptos incorporados, o que á súa vez é unha medida da significatividade do cambio conceptual realizado.

Dentro das tarefas acometidas habitualmente polo profesor, coa nosa proposta didáctica preténdese facilitar a contribución a que os alumnos estruturen os seus argumentos. Para iso inclúense actividades en forma de debate, así como series de cuestións organizadas de forma que conduzan a unha argumentación estruturada, evitando primar os argumentos baseados no status ou a autoridade de quen os emite. Mediante o manexo previo das gráficas de espazotempo e a subseguiente interpretación física das mesmas, o alumnado estará en condicións de abordar a construcción da súa argumentación sobre a posibilidade dos fenómenos relativistas de forma autónoma, baseándose nas capacidades adquiridas. A aceptación das ideas relativistas quedará reforzada mediante a presentación e interpretación gráfica das experiencias pertinentes (experiencia de Michelson como

desencadeante, experiencias con muóns ou avións como comprobantes, e explicacións gráficas para fenómenos de tanto impacto CTS como o electromagnetismo ou a enerxía nuclear.

Convén igualmente ter en conta algunas tarefas importantes por parte do profesor, como son a argumentación sobre problemas con características de auténticos, verbigracia os referidos ao *Sistema de Referencia Terra-Lúa* ou os debates sobre a dilatación do tempo a partir do paradoxo dos xemelgos e posterior incorporación da evidencia experimental con partículas e avións en voo.

As actividades prácticas expóñense de forma cooperativa, por unha banda para simplificar a complexidade das tarefas individuais á hora de emular con baixo custo experimentos sobre movemento relativo (construcción gráfica da transformación de Galileo, simulación simplificada da experiencia de Michelson), e doutra banda para fomentar o traballo cooperativo como contribución á construcción social do coñecemento.

Tamén se fomentan as capacidades de investigación, no sentido de analizar os datos obtidos nas actividades prácticas, así como a validación ou o contraste de hipóteses enfrentadas ao explicar os resultados experimentais obtidos por Michelson.

De acordo con Duschl, 1995, o coñecemento pode ser de tipo declarativo (o que sabemos) ou procedural (como o sabemos). Este último cunha importante compoñente estratéxica. O devandito autor critica a imaxe dunha “ciencia definitiva”, na cal non se abordan as causas nin os procesos de conformación do coñecemento científico, e na que se deixan de lado as razóns para o cambio de teorías, propondo no seu lugar o concepto de “investigación fluída”, mediante o exame crítico e a avaliación de teorías contrapostas, no noso caso as teorías de Galileo e Lorentz.

Fronte ao rexeitamento aos contextos de ensino innovadores baseado en que os alumnos “non poden facer iso” (abusando das conclusións obtidas por Piaget sobre o desenvolvemento dos alumnos), proponse explicitar os obxectivos ou propósitos da intervención didáctica, a modo de “conceptos directores” cando se formula unha práctica ou unha investigación, seguido dun traballo sistemático e amplio para explorar un fenómeno, situando ao alumno no posible en contextos reais, que teñan o maior grao de significación para eles. O noso concepto director é a construcción da teoría da Relatividade, e o alumnado sabe en todo momento que está enfrentado a un reto de tamaña magnitud, para o cal recibe as ferramentas visuais e a información sobre evidencias experimentais necesarias, acudindo a contextos que lles son familiares, para actuar de forma autónoma e tomar decisións de carácter estratéxico.

De forma consecuente, a práctica docente do profesor non estará encamiñada a dirixir o comportamento dos alumnos, senón a dirixir a formación de ideas, significados e razoamentos no camiño da construcción da teoría e as súas consecuencias.

En toda proposta didáctica, o alumnado deberá desenvolver as seguintes destrezas:

*Destrezas cognitivas e de razonamento**Destrezas epistemolóxico-científicas**Destrezas sociais e de comunicación*

Para o fomento de *destrezas cognitivas e de razonamento*, as actividades deberán favorecer unha forma de pensar científica, como indica Hodson (1994) ao propor unha conexión entre o que se está facendo e o que se está aprendendo, tendo en conta que o marco conceptual idiosincrático de cada alumno pode facer que vexa algo distinto do que pretendemos. Neste sentido, postula unhas actividades prácticas que comecen familiarizando ao alumno co mundo físico, para despois realizar actividades orientadas á reflexión sobre o mesmo, o cal leva a cabo na nosa proposta didáctica mediante a familiarización previa coas gráficas espazotemporais clásicas e a súa relación co mundo real, sensible e cotián do alumnado, para avanzar posteriormente cara a unha interpretación máis a fondo das mesmas de acordo á nova evidencia experimental, cos consecuentes paradoxos e fenómenos aparentemente sorprendentes.

O uso do razonamento e a argumentación favorece a construcción de significados nas actividades, nas que se deberá ter en conta as propias teorías dos alumnos. Deste xeito, mediante debates acompañados da visión xeométrica pódese abordar un proceso reflexivo dirixido a construir unha explicación gráfica acorde coa intuición do alumnado, para acto seguido iniciar un proceso formal e visualmente análogo, mais coa incorporación da evidencia experimental dunha forma igualmente gráfica, que nos levará a aceptar con gran fiabilidade uns resultados en principio sorprendentes.

Neste sentido, Pro (1998) utiliza unha clasificación dos procedimentos para a súa aplicación na análise e reflexión das propostas didácticas, mediante táboas nas que, ao relacionar as actividades cos procedimentos, pódese realizar unha análise crítica ao redor da súa eficacia desde o punto de vista procedural, propondo elaborar un deseño de actividades no que primeiramente se identifique o contido académico e unha secuencia xenérica asociada (como estivemos facendo nestas liñas), seguido da concreción do contexto de aplicación, incluíndo a determinación do nivel de complexidade (tamén para os contidos de tipo procedural), o cal nos levará a establecer a secuencia de ensino correspondente a devandito nivel, algo que abordaremos en posteriores capítulos.

En canto ás destrezas relativas ao coñecemento de tipo *epistemolóxico-científico*, a construcción de modelos e teorías para posteriormente usalos en novas situacións e contextos permitirá á súa vez familiarizar ao alumnado coa forma de traballar dos científicos. Ao propor construir a transformación de Lorentz e con ela a base xeométrica para a interpretación da Teoría da Relatividade, teremos unha ferramenta intelectual de tipo visual coa cal poderemos penetrar en

contextos aparentemente dispares como o electromagnetismo, a enerxía nuclear ou a cosmoloxía do Big Bang para aplicar neles as mesmas ideas físicas de carácter gráfico. Desta forma, o alumnado pode comprender que o ámbito de aplicación dunha teoría científica adoita ir moito máis alá do contexto no cal esta se formula ou constrúe, un proceso que é habitual na ciencia.

A realización de informes sobre prácticas, experiencias ou debates de carácter histórico ou de actualidade contribúe ao fomento das destrezas de tipo *social e comunicativas*. A teoría da relatividade galileana constituíu un dos elementos centrais no debate histórico entre os sistemas do mundo tolemaico e copernicano, como é sabido, e, xa que logo, permite incorporar un elemento de carácter histórico nas actividades previas. Durante as actividades conducentes á construcción da RE, a presentación das diferentes explicacións alternativas ao resultado experimental de Michelson e a recreación dun contexto de cambio científico con abundante interacción e controversia constitúen achegas interesantes para o desenvolvemento de ditas destrezas. Na fase posterior, contribúen no mesmo sentido o debate entre os diferentes modelos de Universo aplicados á noción de expansión ou Big Bang, así como a análise crítica das ideas pseudocientíficas contidas en textos de ciencia-ficción. Este tipo de textos sobre investigacións, informes científicos, relatos ou noticias relacionadas coa ciencia, en contextos cooperativos, permiten afianzar as destrezas sociais e de comunicación. Na nosa proposta didáctica, o manexo de diagramas e gráficos constitúe unha forma alternativa ou complementaria para que os alumnos expresen e comuniquen as súas ideas aos demás.

De acordo co construtivismo, segundo Domínguez *et al.*, 2001b, a aprendizaxe de ciencias equivale a unha construcción do coñecemento, non a unha simple adquisición dun coñecemento previamente elaborado. Isto correspón dese cunha noción da ciencia como un proceso de tipo construtivo, e, xa que logo, en permanente revisión. É paradigmático, a este respecto, o desenvolvemento realizado ao longo da historia da ciencia da construcción e revisión das ideas fundamentais sobre espazo e tempo e demais magnitudes con elas relacionadas. Este proceso está asociado cos nomes de científicos ou pensadores tan coñecidos como Aristóteles, Galileo ou Einstein, entre outros moitos. O coñecemento adquírese e elabora nun determinado contexto ou momento, como foi o caso das ideas de Galileo, construídas nun contexto histórico de grandes descubrimentos xeográficos, da mesma forma que o desenvolvemento do electromagnetismo e da tecnoloxía a principios do século pasado foron determinantes para o advenimiento das ideas de Einstein.

Unha proposta didáctica construtivista en consonancia co anterior deberá consistir nun programa de actividades a realizar, non nunha listaxe de contidos a transmitir. É fundamental, ademais, conseguir unha adecuada integración de conceptos e procedementos, nun proceso interactivo no que o profesor expón interrogantes ou suxire actividades (no noso caso, mediante as oportunas fichas de

traballo ou propostas de actividades prácticas), e o alumno pola súa banda constrúe o coñecemento. O ensino, desde esta perspectiva, consiste nunha actuación asistida, na cal se activan secuencias de Zonas de Desenvolvemento Próximo (ZDP). Cada ZDP corresponde á distancia entre o nivel actual de desenvolvemento dun alumno, determinado pola capacidade do individuo de resolver independentemente un problema, e o nivel de desenvolvemento potencial, determinado a través da resolución dun problema baixo a supervisión dun adulto ou dun compañoiro máis capaz. Deste xeito, actúan a modo de embrións capaces de desenvolver novas capacidades mediante a axuda dos demais ou mediante a autoaxuda. O profesor intentará axustar a demanda dos embrións ao desenvolvemento do coñecemento dos alumnos, estimulando unha observación reflexiva e propondo actividades estruturadas e operativas, propiciando de forma constante novas situacíons de aprendizaxe, partindo do familiar para abrirse a realidades científicas diferentes (como no noso caso, ao partir da intuición con respecto ao paradoxo dos xemelgos, e mediante debates e a presentación e explicación de diversas de evidencias experimentais, ir asentando o concepto de dilatación temporal dunha forma clara e operativa). A finalidade é capacitar ao alumnado para realizar a transferencia do coñecemento construído a outros contextos, explicando e interpretando as situacíons presentadas, como é o caso da aplicación da RE de Einstein á explicación dos fenómenos electromagnéticos ou da propia xeometría do Universo en expansión.

As actividades deberán integrar estratexias (por exemplo, ao comparar entre si as diversas transformacíons posibles do Sistema de Referencia Terra-Lúa aplicando estratexias derivadas da interpretación física de medidas xeométricas que é posible ao aplicar a metodoloxía visual de Minkowski), destrezas (como as derivadas de levar os resultados das prácticas ás gráficas espazotemporais ou de realizar medidas de carácter físico nas mesmas), e técnicas (como o manexo do *visor espazotemporal* ou as medicións de tempos, lonxitudes ou velocidades nas prácticas).

As **capacidades** a adquirir polo alumnado corresponden cos obxectivos xerais da educación científica.

Así, a adquisición de procedementos e estratexias e a construcción dun marco conceptual estruturado servirán para explorar a realidade e afrontar situacíons problemáticas na mesma. Desta forma, a construcción do marco conceptual e visual da transformación de Lorentz servirá posteriormente ao alumnado para analizar dunha forma sistemática as consecuencias da teoría da Relatividade de Einstein.

A realización de debates ao redor da interpretación da experiencia de Michelson ou o paradoxo dos xemelgos serve para o desenvolvemento das capacidades de identificación, formulación e resolución de interrogantes científicos. A utilización de estratexias para o tratamiento da

información realizase dunha forma gráfica e visual, comezando pola interpretación visual e intuitiva do espazotempo, continuando coa realización de medidas de carácter xeométrico nas gráficas utilizadas, para finalmente chegar a ser capaces de obter valores para as magnitudes físicas a partir de devanditas medicións, co que están en condicións de realizar unha interpretación de carácter físico a partir da visualización das mencionadas gráficas, nunha secuencia dirixida a unha capacitación progresivamente máis sistemática e complexa.

Para a formulación de conjecturas, a súa posta a proba e a exploración de solucións alternativas, propónense actividades ao redor da interpretación da experiencia de Michelson, así como a resolución de problemas de carácter cualitativo ao redor dos principais efectos relativistas.

C2.1.4. Establecemento dos esquemas referenciais

A primeira tarefa permitiuños seleccionar, organizar e secuenciar os contidos obxecto de aprendizaxe, analizouse o currículo oficial de Galicia (XUGA, 2008) e realizouse unha revisión epistémica dos mesmos para os cursos de 1º e 2º de Bacharelato, tendo en conta a especificidade da nosa proposta didáctica, na cal se pretende adiantar a introdución aos aspectos cualitativos da Teoría da Relatividade no curso de 1º de Bacharelato, aproveitando as orientacións metodolóxicas e didácticas, así como os contidos do mesmo en relación coa mecánica e a electricidade.

Isto permitiuños elaborar os esquemas de pensamento que consideramos os esquemas referenciais, o coñecemento deseñable desde o punto de vista da ciencia escolar.

De acordo con Domínguez, 2000, corresponden ás estruturas de pensamento que elaboramos como representativas das activadas polos estudiantes, respecto das dimensíons elixidas.

Denominamos esquema á estrutura de relacóns establecidas entre os seus elementos, as variables e os subesquemas. Como a nosa intención é acadar unha representación gráfica de devandita estrutura representaremos os esquemas, os subesquemas, e as variables, mediante etiquetas, e as súas relacóns mediante liñas con nexos que indiquen a natureza da relación. Cando algún destes elementos aparece no discurso, neste caso no discurso da ciencia escolar, diremos que o elemento foi activado. O mesmo faremos cando se trate do discurso, oral, gráfico ou escrito, dos estudiantes.

A existencia de variables e subesquemas permite a flexibilidade requirida para a asignación dun determinado valor, segundo o contexto, que lle dá significado. Estas limitacóns relacionadas co contexto axúdannos, por unha banda, a asignar valores ás variables, especificando os diferentes papeis que poden cumplir no esquema e, por outra, a xerar asignacións ausentes cando a asignación de valores non pode facerse simplemente tomando como base ao estímulo real, ou recorrendo á memoria; estas asignacións tamén son chamadas valores por defecto pois un esquema pode conter gran cantidade de detalles supostos, pero a súa existencia non está garantida pola situación.

Por outra banda vimos tamén que a estrutura do esquema vén dada en termos de relacións con outros esquemas que están contidos no esquema e que denominaremos subesquemas. Estes están representados na memoria por medio de nomes ou etiquetas e non polas súas estruturas completas. A organización do esquema é xerárquica, cada esquema está caracterizado en termos de constituíntes de nivel inferior, as variables e os subesquemas. A propia natureza do esquema, inclúa todo tipo de coñecemento en torno ao concepto, determina que poida ser utilizado tanto de modo declarativo como procedimental. Esta capacidade de encaixe dos subesquemas no esquema dominante, permite representar algunas características importantes das inferencias; en concreto o feito de que teñen estruturas constituíntes.

Fundamentamos o dito até aquí nunha teoría que posibilita caracterizar a forma en que se estrutura o discurso dos estudantes, a partir dos seus argumentos e das súas accións. A noción de estrutura de razonamento do suxeito que aprende foi desenvolvida, entre outras, por medio da teoría dos esquemas.

O concepto de esquema que utilizaremos neste traballo como elemento de análise dimensionado do pensamento do alumnado foi establecido por Domínguez, 2000 a partir das aportacións de diversos autores: Denominamos esquema a unha estrutura de datos utilizada para representar os conceptos xenéricos almacenados na memoria. Os esquemas constitúen estruturas dinámicas de crecente complexidade, como rede de interrelacións, que non se poden explicar como un simple agregado dos elementos más simples que a constitúen.

Posúen uns principios fundamentais:

- Todo coñecemento está estruturado en unidades chamadas esquemas.
- Os esquemas conteñen información, non só do propio coñecemento, senón tamén de como se usa.
- O procesamento da información e, en consecuencia, a construcción da representación do coñecemento depende da activación dos esquemas que ten o suxeito.

É dicir, para nós, os esquemas son estruturas de pensamento que se poden activar para procesar unha determinada información. A este respecto interésanos profundar en cal é a función dos mesmos no desenvolvemento deste proceso: na comprensión e como representación e organización de estruturas de razonamento. Pódese considerar que a comprensión, tal como se caracterizou, consiste en seleccionar esquemas, subesquemas, variables e as súas relacións, que explican unha determinada situación, e logo comprobar que realmente a explican. Dise que un esquema explica unha situación, sempre que esta poida ser interpretada como un exemplo do coñecemento que representa o esquema. Cando un grupo de esquemas explican suficientemente a información, dise que a persoa comprendeu a situación.

Ademais da función de comprensión, os esquemas desempeñan un importante papel como instrumentos para establecer inferencias. Neste sentido actúan como preditores de estímulos non observados, pois ao atopar un esquema que explique unha situación estímulo, podemos inferir aspectos probables da situación que non observamos. Podemos facer tales inferencias porque o esquema ten subesquemas encaixados e variables que serven de vehículo para ditas inferencias.

Isto vainos permitir analizar o discurso dos estudantes, facendo explícitas as estruturas de razonamento, implícitas no mesmo, respecto de cada unha das dimensíons estudiadas, e ordenar estes esquemas en niveis, en función da súa maior ou menor coincidencia co referencial representativo da ciencia escolar, para a avaliación da aprendizaxe.

De acordo co dito anteriormente, propónense os seguintes esquemas de pensamento:

- **Esquema de pensamento: GALILEO**

O diagrama 2.1 representa a estrutura de razonamento sobre a interpretación física das consecuencias xeométricas da transformación de Galileo, que garda estreita correspondencia co que o sentido común considera evidente.

Por medio deste esquema de pensamento (Diagrama 2.1) faise explícita a estrutura pola que se visualiza, identifica e interpreta, desde o punto de vista da relatividade clásica, o espazotempo, a súa transformación e as propiedades físicas resultantes, que coinciden co sentido común da física clásica (áinda que non necesariamente coas ideas previas, e neste senso constitúe unha medida do avance na dirección das ideas representadas pola Relatividade Especial).

Este esquema, polo dito anteriormente, ten un carácter de transición entre as ideas aristotélicas ou tolemaicas en relación co movemento e repouso absolutos, os conceptos previos sobre o tempo etc. Nunha primeira fase da intervención, especialmente durante a etapa de acomodación, trátase de asentar ditos coñecementos como unha nova visión interpretativa da realidade, que nos devolve até certo punto cousas que xa sabíamos (que o tempo e o espazo non cambian, que as velocidades súmanse ao pasar dun sistema de referencia a outro, ou que a masa e a enerxía son magnitudes diferentes), mais tamén nos permite superar ideas previas sobre o repouso como un concepto absoluto (*un avión cos motores en marcha non pode estar en repouso en ningún sistema de referencia*), ou a coexistencia de forza e movemento (*todo o que se move acaba parándose, en ausencia de forzas*). Tense comprobado que estas ideas, de carácter preclásico, teñen unha gran resistencia á instrución, e neste senso o feito de obter como un resultado gráfico evidente nos diagramas espazotemporais tanto a relatividade do repouso como a conservación do estado de movemento en ausencia de forzas, constitúe unha interesante consecuencia didáctica para conseguir superar as mencionadas ideas preclásicas.

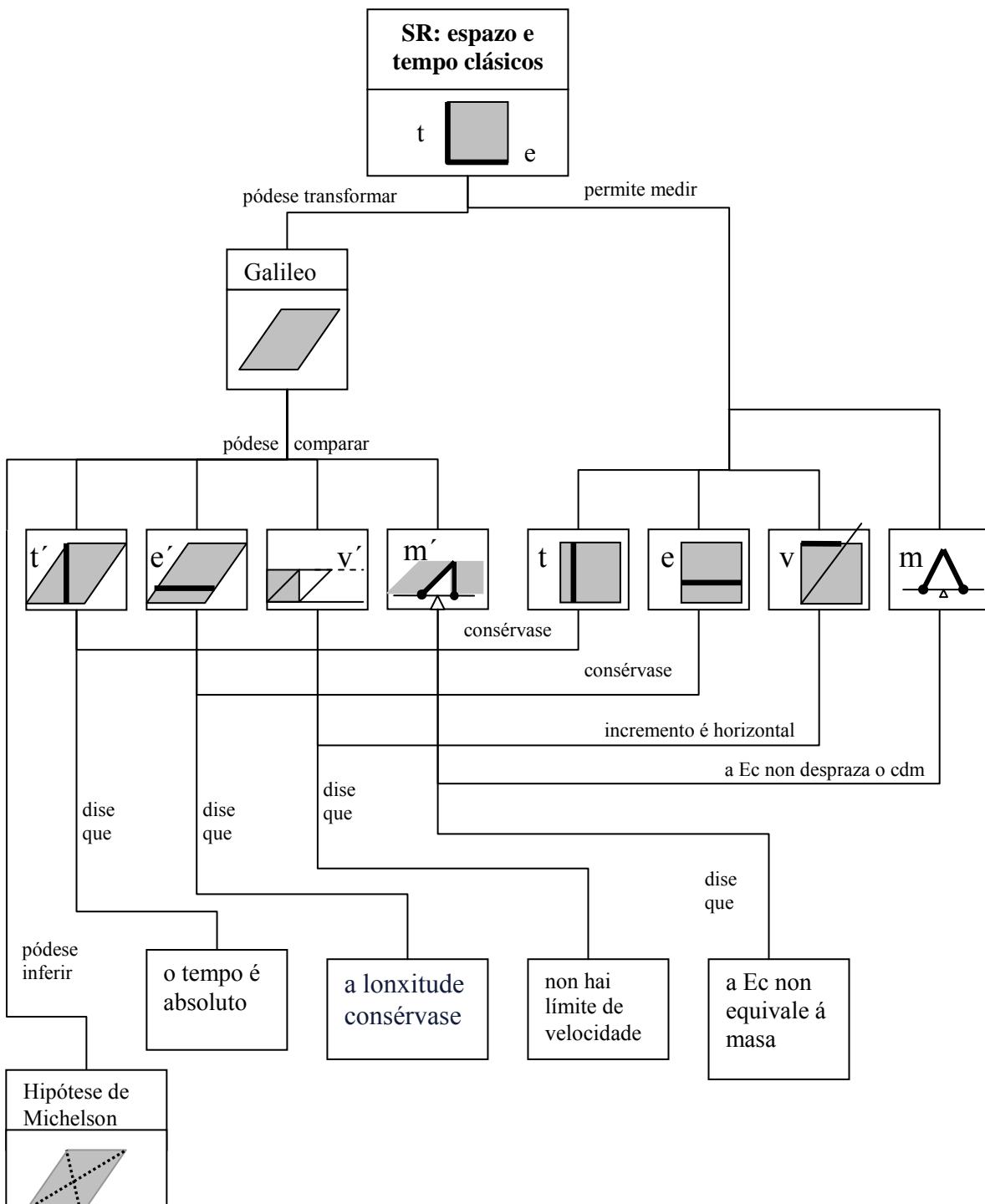


Diagrama 2.1. Esquema de pensamento GALILEO

Para caracterizar o sistema activáronse os subesquemas *Sistema de Referencia (SR)* e *Transformación de Galileo (TG)*, e as variables *tempo*, *lonxitude*, *velocidade* e *masa*. O papel das gráficas espazotemporais, como instrumento visual e xeométrico que permite comparar e mesmo medir os valores das mencionadas variables, ponse de manifesto por medio da relación que se

establece entre os valores do tempo, a lonxitude, a velocidade e masa nos subesquemas *Sistema de Referencia (SR)* e *Transformación de Galileo (TG)*.

Mediante a mencionada comparación, podemos comprobar que o tempo se conserva, ao igual que o espazo. As velocidades súmanse, non existindo ningún límite natural para dito proceso de suma. Tamén podemos ver que a enerxía cinética non despraza o cdm na gráfica dunha colisión inelástica. Como consecuencia, obtemos as propiedades clásicas e intuitivas seguintes: O tempo e a lonxitude teñen valores absolutos, iguais en todos os sistemas de referencia (propiedade que está de acordo co sentido común e a intuición preclásicas); as velocidades son relativas, igual que o repouso (algo que xa corresponde a unha nova intuición, que podemos denominar *clásica*, pois na intuición preclásica ou aristotélica o repouso ten un carácter absoluto, como vimos). E, finalmente, masa e enerxía son magnitudes distintas, algo que tampouco parece nada sorprendente, mais que serve para identificar ambas magnitudes como propiedades xeométricas nos diagramas espazotemporais.

Finalmente, incorpórase un subesquema que denominamos *Michelson*, no que recollemos o resultado que pensaba obter Michelson no seu experimento: saber a velocidad de desprazamento do noso planeta a través do espazo absoluto a partir das diferenzas na velocidad da luz en direccións contrarias.

- *Esquema de pensamento: EINSTEIN*

Representa a estrutura de razonamento sobre a interpretación física das consecuencias xeométricas da transformación de Lorentz, que presenta fenómenos contraditorios coas expectativas do sentido común. Así mesmo, neste esquema intégranse os pensamentos que reforzan a realidade destes fenómenos a partir de experiencias e acontecementos reais.

Por medio deste esquema de pensamento (Diagrama 2.2) faise explícita a estrutura pola que se visualiza, identifica e interpreta, desde o punto de vista da Relatividade Especial de Lorentz-Einstein, o espazotempo, a súa transformación e as propiedades físicas resultantes, que contradín o sentido común da física clásica (e que foron establecidas e visualizadas previamente como propiedades xeométricas da transformación de Galileo).

Este esquema, xa que logo, ten un carácter de introdución das novas ideas relativistas dun xeito totalmente xeométrico e visual, seguindo o mesmo camiño polo que previamente tiñamos obtido uns resultados intuitivos, só que, agora, mudamos unha das premisas, a da conservación da simultaneidade (liñas horizontais), que era aceptada no esquema de Galileo como un axioma indiscutible e indemostrable, por unha premisa nova, a da conservación da velocidad da luz (liñas diagonais), que aparece como resultado do experimento de Michelson.

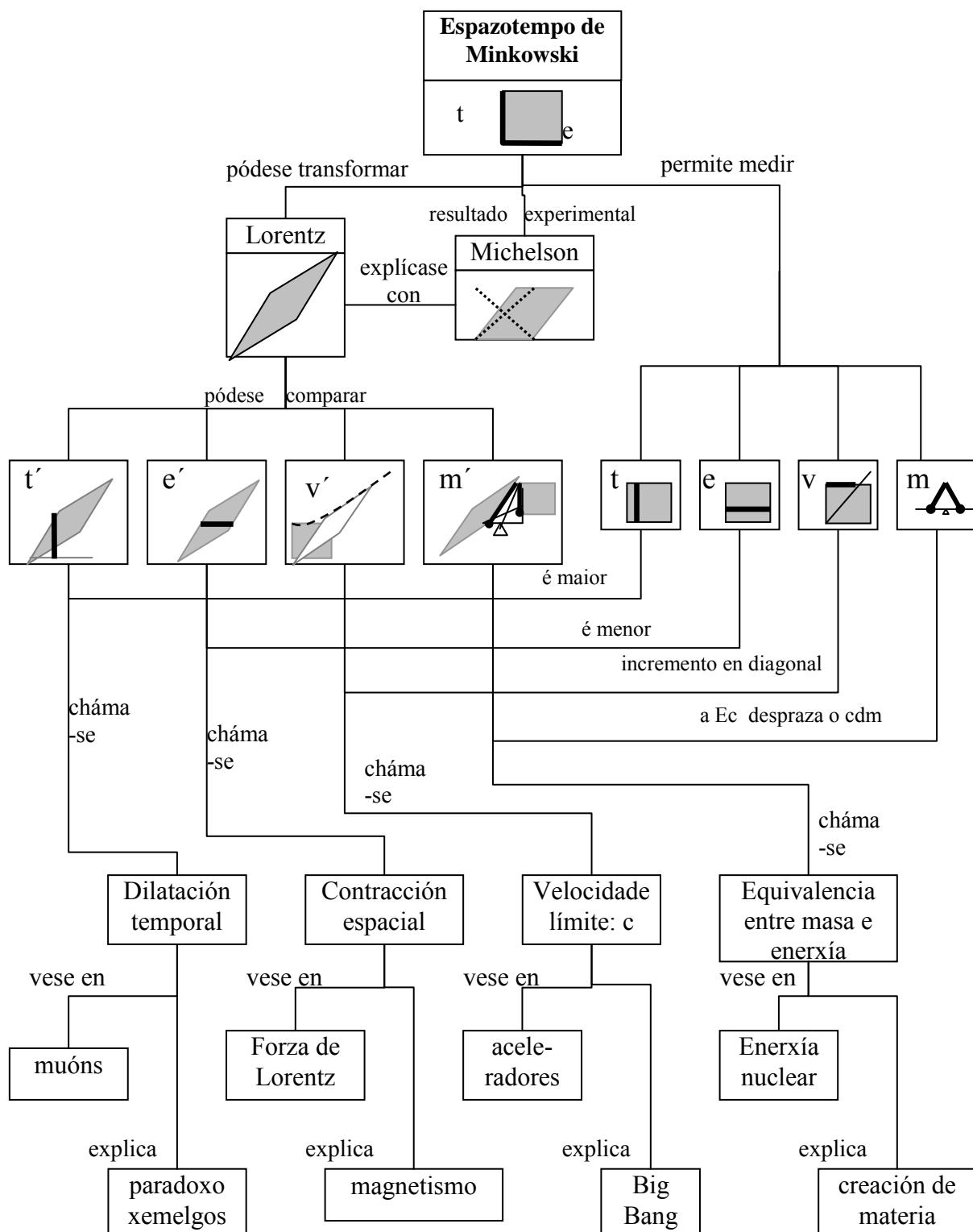


Diagrama 2.2. Esquema de pensamento EINSTEIN

A rigorosidade e meticulosidade na análise visual pola que o alumnado chegou a establecer a forma da transformación de Galileo e as súas consecuencias, revélase agora como a clave para conseguir un resultado aceptable na nova interpretación da realidade a través deste esquema relativista. As gráficas, con todo o seu poder explicativo e construtivo, xa non nos devolven agora o que xa

sabíamos, senón que nos obrigan a cuestionar os nosos principios e crenzas más arraigados en torno a conceptos básicos como o tempo, o espazo, a velocidade, a masa e a enerxía:

Agora, o tempo dilátase, as lonxitudes contráense, existe un límite para a composición de velocidades, e a enerxía resulta ser unha magnitud equivalente á masa, ou dito doutra forma: masa e enerxía son dúas formas dunha mesma magnitud, e aparece a posibilidade de que unha se transforme na outra.

Para reforzar a factibilidade destas ideas, por un lado temos o feito de que os resultados, que teñen un aspecto cualitativo, como se dunha representación pictórica ou artística se tratar, albergan toda a potencialidade da xeometría en canto a ofrecer resultados cuantitativos mediante unha medición coidadosa. Esta propiedade poderá ser explotada con maior eficacia cando en cursos posteriores se presenten as fórmulas relativistas (que son consideradas xeralmente como moi difíciles de aplicar e ainda moito más de entender) se vexa a estrita correspondencia das mesmas cos resultados gráficos que acabamos de obter.

No nivel ao cal estamos traballando, porén, é posible dar unha explicación sorprendentemente simple da que talvez sexa a fórmula máis coñecida (e asemade a menos comprendida) da Física: a famosa fórmula de Einstein $E = m c^2$.

Resulta que, na escala utilizada nas gráficas espazotemporais, a equivalencia entre masa e enerxía pódese representar mediante unha fórmula que non é especialmente rechamante: $E = m$.

O que acontece é que, nos diagramas utilizados, as escalas de espazo e de tempo son tales que fan que a velocidade da luz sexa diagonal, é dicir, igual á unidade.

Pero, se $c = 1$, entón tamén será $c^2 = 1$; e, xa que logo, $E = mc^2 = m \cdot 1 = m$, e a fórmula de Einstein vólvese praticamente unha trivialidade.

Para caracterizar o sistema activáronse os subesquemas *Sistema de Referencia (SR)*, *Transformación de Lorentz (TL)*, e *Michelson*, así como as variables *tempo*, *lonxitude*, *velocidade* e *masa*.

Neste esquema, o subesquema *Transformación de Lorentz* aparece como consecuencia xeométrica da relación entre os subesquemas *Sistema de Referencia* e *Michelson*.

Deste xeito, a única forma posible en que un paralelogramo (resultado xeral da transformación do *Sistema de Referencia*) manteña invariables as diagonais (consecuencia do resultado experimental obtido por *Michelson*), é transformándose nun rombo inclinado 45º (que é precisamente a forma da *Transformación de Lorentz*).

O papel das gráficas espazotemporais, como instrumento visual e xeométrico que permite comparar e mesmo medir os valores das mencionadas variables, ponse de manifesto por medio da relación

que se establece entre os valores do tempo, a lonxitude, a velocidade e masa nos subesquemas *Sistema de Referencia (SR)* e *Transformación de Lorentz (TL)*.

Mediante a mencionada comparación, podemos comprobar que o tempo, agora, sofre unha dilatación, mentres que o espazo se contrae. As velocidades xa non se suman do mesmo xeito horizontal que na transformación de Galileo, senón que debido á inclinación da base do rombo, agora a composición de velocidades vai converxendo cara á diagonal de forma asintótica, non podendo nunca chegar a alcanzala: velocidade límite (non é posible acadar nin, por suposto, sobrepasar a velocidade da luz mediante unha transformación de sistema de referencia, ou, o que é o mesmo, por parte de ningún proceso que implique desprazamento de materia, enerxía ou información). Tamén podemos ver que a enerxía cinética, agora, despraza o cdm na gráfica dunha colisión inelástica. Mesmo é posible demostrar de xeito gráfico, mediante simples comparacións de triángulos, que o desprazamento producido é exactamente o mesmo que produciría unha masa que teña o mesmo valor (na escala de unidades utilizada) que a enerxía cinética do corpo en movemento. Como consecuencia, obtemos as propiedades relativistas e contraintuitivas seguintes: O tempo dilátase, e as lonxitudes contráense (simplemente debido ao movemento do observador, non por causas fenomenolóxicas), as velocidades, malia seren relativas, igual que no caso clásico (que polo tanto queda confirmado na súa contraposición coas ideas aristotélicas), agora aparece un novo elemento absoluto, unha constante universal da Natureza inexistente e inexplicable con anterioridade: a velocidade da luz. Malia moitas persoas, na actualidade, seren xa sabedoras dun xeito ou doutro da existencia de dito límite de velocidade, considérano dalgún xeito equivalente ao que foi no seu tempo a *barreira do son*, é dicir, unha imposibilidade de tipo técnico para que dispositivos mecánicos como eran os avións de hélice consigan alcanzar unha determinada velocidade. Como no seu momento os avións a reacción conseguiron sobrepasar dita barreira, tampouco existiría ningunha razón para supoñer que no futuro os avances da técnica non permitan sobrepasar dita barreira. E, porén, a visión gráfica que nos ofrecen os diagramas espazotemporais permite comprender o carácter esencial desta nova barreira. O tempo e o espazo compórtanse de tal forma que non é posible que se cheguen a xuntar na diagonal. Polo tanto, pretender acadar ou sobrepasar dita barreira, agora, sería equivalente a pretender, no caso clásico, acadar ou sobrepasar a liña horizontal. E non é difícil ver que, de sobrepasarmos a horizontal, estariamos viaxando ao pasado, algo que ninguén concibe factible mediante avances técnicos (a non ser que acepte os presupostos da ciencia-ficción sen maior crítica). E, finalmente, masa e enerxía son magnitudes equivalentes, algo que aparece como consecuencia da identificación realizada previamente entre

ambas magnitudes no esquema de Galileo como propiedades xeométricas nos diagramas espazotemporais.

As propiedades mencionadas anteriormente recóllense nos correspondentes subesquemas, denominados, respectivamente, *dilatación temporal*, *contracción espacial*, *velocidade límite* e *equivalencia entre masa e enerxía*.

Finalmente, incorpóranse de xeito adicional os subesquemas seguintes:

- muóns* e *paradoxo dos xemelgos*, relacionados co subesquema *dilatación temporal*;
- Forza de Lorentz* e *magnetismo*, relacionados co subesquema *contracción espacial*;
- aceleradores* e *Big Bang*, relacionados co subesquema *velocidade límite*; e
- enerxía nuclear* e *creación de materia*, relacionados co subesquema *equivalencia entre masa e enerxía*.

En todos os casos, a relación entre os subesquemas derivados e os subesquemas dos que derivan prodúcese como comprobación experimental ou consecuencias reais e sorprendentes dos mesmos. Tanto nun caso como no outro, o papel de ditos subesquemas é o de dotar dunha maior posibilidade e realidade ás novas relacóns contraintuitivas establecidas como consecuencia da transformación de Lorentz..

Dado o carácter xeométrico dos esquemas manexados en todos estes casos, o feito de que un destes subesquemas sexa aceptado como real, leva a unha maior capacidade de aceptación dos restantes subesquemas. Deste xeito, é posible realizar algo que parecería impensable nun laboratorio de física de secundaria: presentar unha validación experimental da teoría da relatividade. Isto prodúcese no subesquema *magnetismo*, que é o presentado como unha consecuencia do subesquema *contracción espacial*, por intermedio do subesquema *Forza de Lorentz*, en todos os casos dun xeito xeométrico e visual. É agora cando podemos realizar unha serie de experiencias *típicas* de magnetismo para secundaria (bobinas, electroimáns, imáns, compases, motor eléctrico didáctico etc), e darralles unha explicación novedosa e alternativa baseada única e exclusivamente na contracción espacial, sen precisar para nada o concepto de campo magnético. Para que este mecanismo didáctico funcione correctamente, sería moi positivo que o alumnado non fose aleccionado previamente a explicar os fenómenos citados mediante campos magnéticos.

Nos devanditos esquemas fanse explícitos os conceptos e as súas relacóns -o saber que se declara- e os procedementos -o como se sabe e o saber facer- que serán útiles para establecer as ideas fundamentais e as destrezas necesarias. Dun xeito especial, teranse en conta os coñecementos de carácter xeométrico adquiridos, así como a capacidade de interpretación física dos mesmos. Ademais guiarannos na secuenciación dos contidos obxecto de aprendizaxe e na avaliación do

mesmo, posto que, a partir dos citados esquemas, pódense inferir rutas de aprendizaxe e estratexias de avaliación

Aínda que a intervención didáctica realizada na aula corresponde esencialmente á Teoría da Relatividade Especial (RE), e, xa que logo, será analizada en función do correspondente esquema de pensamento de Einstein, o feito de que previamente se realice a construcción das ideas galileanas dun xeito visual, como forma de adaptación de alumnado e profesorado á metodoloxía didáctica utilizada, así como o estreito paralelismo entre a visualización das ideas clásicas e einstenianas que permiten os diagramas espazotemporais aconsellan establecer tamén o esquema de Galileo, o cal se utiliza na fase previa como forma de analizar os resultados obtidos.

C2..2. DETERMINACIÓN DA PROBLEMÁTICA DE APRENDIZAXE

Neste apartado procederemos en primeiro lugar a revisar a bibliografía existente en relación coas ideas previas que poidan ter relevancia para nosa intención educativa. Para elo, despois de comprobar as tipoloxías existentes, revisaremos en primeiro lugar as **ideas previas** en relación coa mecánica e física clásicas (apartado C2.2.1.), para continuar coas **ideas previas** en relación coa relatividade galileana (apartado C.2.2.2.) e rematar dita revisión coas **ideas previas** en relación coa Teoría da Relatividade Especial de Einstein (apartado C2.2.3.). Despois da revisión bibliográfica en relación coas ideas previas, revisaremos as diferentes propostas didácticas existentes en relación coa Teoría da Relatividade Especial de Einstein (apartado C2.2.4.), así como a demanda cognitiva agardada acordo coas teorías evolutivas da aprendizaxe (apartado C2.2.5.). Dacordo coa perspectiva taxonómica, procederemos a establecer a problemática didáctica esperada para cada fase da proposta (apartado C2.2.6.). Finalmente, teremos tamén en conta as actitudes como obstáculo para aprender ciencias (apartado C2.2.7.).

Unha ampla variedade de estudos e investigacións desenvolvidos durante as dúas últimas décadas do século XX permiten afirmar que os alumnos chegan ás aulas de ciencias cunha serie de construcións cognitivas previas, gran parte delas adquiridas a través de medios non escolares. No caso da Teoría da Relatividade, teremos por unha banda ideas de tipo intuitivo (como as nocións de espazo e tempo absolutos, ou a idea de enerxía nuclear asimilada a unha combustión), outras que subxacen a comentarios más ou menos habituais como “todo é relativo”, e até ideas pseudocientíficas, moitas veces relacionadas coa ciencia-ficción (vixes á velocidade da luz, regreso ao pasado, universos paralelos e un amplo etcétera).

Este conxunto de construcións cognitivas non adoitan coincidir coa ciencia escolar que se pretende construír, e a súa presenza ten, desde a perspectiva construtivista, unha influencia determinante na aprendizaxe. Nalgúns casos, deberán ser obxecto de refutación (mediante experiencias críticas,

debate metacognitivo etc.), e noutros casos poderán ser contempladas como “ideas áncora” sobre as cales construír o desenvolvemento da ZDP, dentro da metodoloxía construtivista da aprendizaxe.

Na intervención proposta, o proceso de cambio conceptual que levará desde as ideas previas até a ciencia escolar desexada terá un carácter dobre, dado que previamente será preciso encarar as ideas preclásicas ou intuitivas para construír unha intuición relativista galileana, e nunha segunda fase da devandita intuición científica construída (que será correcta desde o punto de vista da física clásica) será obxecto dun novo cuestionamento para construír a partir dela a visión relativista desexada, correspondente á Relatividade Especial de Einstein.

A denominación das mencionadas construcións cognitivas é moi variada. Diversos autores empregan denominacións como preconcepcións, errores conceptuais, obstáculos de aprendizaxe, ideas alternativas, ideas previas ou ciencia dos nenos. En xeral, engloban ideas de tipo semántico, percepcións de características diferentes, e até crenzas moi afastadas do tema tratado.

En función da súa coherencia interna, Jiménez *et al.* (1994), logo de realizar unha ampla revisión da bibliografía existente respecto diso, establecen dous grandes tipos:

-Tipo 1, para o cal propoñen a denominación xenérica de *esquemas explicativos*. Están caracterizados pola súa repetición en situacións distintas mais con contidos análogos, a xeneralización a situacións novas, e a diferenciación, cando o alumno recoñece variacións significativas no novo contido presentado.

Estes esquemas explicativos permiten obter información significativa dos alumnos. Dita información pode ser de tipo conceptual, tanto en relación co contido académico ensinado como idiosincrática do alumno, cognoscitiva se depende da súa capacidade operativa, ou ben información relativa ás regras de asimilación. A partir da mesma, o investigador está en condicións de elaborar unha concepción relativa ao contido académico que lle permite propor procesos de ensino elaborados.

-Tipo 2. Englóbanse neste segundo grupo as construcións cognitivas do alumno que carecen dalgunha das características anteriormente mencionadas de repetición, xeneralización e diferenciación. Estas construcións cognitivas dependen do contexto, de aspectos figurativos ou das variables do suceso, e carecen de interese para extraer información significativa a partir das mesmas.

C2.2.1. Ideas previas en relación coa mecánica e física clásicas

As ideas do alumnado, en xeral, son diferentes das aceptadas pola comunidade científica, presentan resistencias (que poden ser moi fortes) ao cambio, ás veces atopan referentes na historia da ciencia

(neste caso, as ideas de Aristóteles e até as do propio Galileo desde a perspectiva da RE), e teñen certos graos de universalidade e de evolución ao longo da progresión escolar.

Driver (1986) enuncia unha serie de condicións para que se poidan chegar a producir a reestruturación e o cambio conceptual desexados en mecánica: Débese inducir un determinado grao de insatisfacción cos conceptos existentes, ao mesmo tempo que facer minimamente intelixibles e inicialmente factibles os novos conceptos, que á súa vez deben revelarse potencialmente frutíferos para seren aplicados noutros campos. O alumno debe albergar determinadas expectativas de aprendizaxe, non ser un mero receptor pasivo de ideas novas. Para que a aprendizaxe, pola súa banda, sexa significativa, debe conseguir que as concepcións estean de acordo coas experiencias. Finalmente, conclúe a necesidade de establecer un currículo de física de longa duración, dadas as características de persistencia e resistencia ao cambio dos conceptos físicos do alumnado.

Á hora de valorar os elementos que inflúen na aprendizaxe, debemos ter en conta tanto os de tipo ambiental (os libros, obxectos, fenómenos físicos ou situacións problemáticas utilizados), como os de tipo persoal, propios do alumno (ideas previas, estratexias cognitivas, intereses e propósitos).

A este respecto, Driver (1988) parte da psicoloxía cognoscitiva para considerar os esquemas como construcións mentais usadas por quen aprende para interpretar novas situacións, esquemas que son construídos de forma activa polo que aprende, que é neste sentido responsable da súa propia aprendizaxe. Os devanditos esquemas non son únicos, e esta característica de pluralismo é de utilidade para o cambio conceptual, así como o pensamento de tipo cualitativo, que é especialmente interesante na aprendizaxe da física. Propón en consecuencia un concepto de currículo que integre o que debe aprenderse xunto co conxunto de experiencias para iso. Deste xeito, o contido, as ideas dos alumnos, o modelo de cambio conceptual subxacente e o papel do profesor terían a súa incidencia no currículo, considerado este como o conxunto de estratexias e materiais utilizados para a posta en práctica na aula. O proceso de avaliación debería, de forma consecuente, afectar a todos os elementos mencionados.

As ideas previas dos alumnos sobre conceptos da Mecánica teñen recibido considerable atención por parte dos investigadores (Sanmartí e Casadella, 1987), que puxeron de manifesto unha serie de características comúns, entre as que destacaremos:

- Relación entre a rotación da Terra e a gravidade
- O movemento precisa de forzas para se manter
- O impulso inicial queda dentro do corpo en movemento, consumíndose a medida que este avanza, polo que perde velocidade continuamente até deterse.
- A atmosfera rodéanos e impide a nosa saída ao espazo exterior

-A atmosfera é a “fronteira” da gravidade (por iso as naves espaciais están en situación de ingrávidez)

-As opinións dos alumnos sofren modificacións ocasionais

-A situación dun alumno nun modelo determinado non é fixa. Esta mobilidade intelectual dos alumnos considérase que ten aspectos positivos de cara á aprendizaxe.

No dominio particular da Mecánica Clásica, as concepcións previas sobre o movemento evidencian unha confusión entre os conceptos de posición, velocidade e aceleración, así como a asignación dunha dirección característica aos movementos, e a presenza dun “*impetus*” concibido como a persistencia das causas orixinarias do movemento (Hewson 1990).

En relación coas nocións fundamentais de *espazo* e de *tempo*, sería deseñable que os alumnos adquirisen uns conceptos próximos aos propios da física newtoniana que puidesen servir de conectores para facilitar o cambio posterior, superando as ideas intuitivas previas. En concreto, atributos como os de continuidade, homoxeneidade e isotropía. O concepto de continuo, investigado por Romeu (1996), dista de ser intuitivo, concluíndo que o esquema conceptual do mesmo nos alumnos é un agregado inconexo de imaxes. Gallegos (1992), investigando en alumnos universitarios o concepto de isotropía como propiedade dos materiais, comprobou unha deficiente asimilación do mesmo.

Duit (1984) sintetizou cinco aspectos clave do concepto de *enerxía*: a propia noción, a transformación, a transferencia, conservación e degradación, aos que cabe engadir a equivalencia masa-enerxía achegada pola teoría da relatividade e que completa o cadro. Driver e Warrington (1985) sinalaron as dificultades para diferenciar traballo e enerxía. Solomon (1983) detectou o mal uso do concepto de enerxía nos procesos de transferencia.

No que se refire ao manexo de relacións funcionais e ao status das constantes na Física, Maurines (1992), investigando o manexo de relacións tipo $L=V \cdot T$ na propagación de ondas mecánicas nunha corda, observa cómo os autores dos manuais pensan que basta con decir aos alumnos que a velocidade de propagación dun sinal é constante para que entanden e asimilen este concepto tan complexo, así como unha tendencia a privilexiar o contido numérico dunha relación en detrimento do contido conceptual (de acordo co indicado por Viennot (1982) segundo o cal a palabra *constante* remite ao alumno á idea de número e non a unha función de varias variables que mantén o seu valor).

Unha revisión da bibliografía existente permítenos anticipar unha serie de problemas didácticos, que presentaremos consonte cos dous importantes saltos cognitivos referidos con anterioridade, xa que unha parte das dificultades indicadas anteriormente procede dunha insuficiente comprensión da relatividade galileana, e outra parte deriva dunha incompleta superación posterior da mesma.

C.2.2.2. Ideas previas en relación coa relatividade galileana

De acordo con Pérez, 2003, unha condición previa para o cambio conceptual requirido na didáctica da relatividade sería a introdución reflexiva, matizada e rica dos conceptos (de espazo e tempo fundamentalmente, e tamén da masa e da enerxía) nas etapas anteriores, permitindo unha evolución desde a explicación dos fenómenos baseada na percepción e no sentido común cara a unha visión más abstracta e próxima ao modelo newtoniano. O ideal, desde a perspectiva dunha transición posterior á cosmovisión relativista, sería ter en conta o desenvolvemento de conectores que faciliten o devandito cambio. Non debemos dar por suposto que as concepcións mantidas polos estudiantes acerca do espazo e do tempo coinciden cos da tradicional visión newtoniana, pois os atributos da mesma (como a continuidade, homoxeneidade, isotropía etc.) distan moito de ser assumidos polos alumnos.

Aos alumnos cástalles aceptar (Villani e Pacca, 1987) que as medidas de lonxitude ou de tempo poidan depender do sistema de referencia, e en calquera caso atribúen un carácter “absoluto” ás medidas realizadas nun SR en repouso con respecto ao observador, o que garda relación coas ideas anteriores.

O principio de relatividade de Galileo presenta unha serie de dificultades epistemolóxicas (Hewson, 1982) que deberían ser obxecto de tratamiento específico antes de comenzar a didáctica da teoría da Relatividade de Einstein, como a atribución dun carácter absoluto ao repouso, téndose comprobado que un tratamento didáctico visual contribúe a aclarar os devanditos aspectos.

Hierrezuelo (1993) verificou que a análise dun movemento desde un sistema de referencia exterior a un mesmo é algo moi difícil para os alumnos de 4º da ESO, que se consegue só nun estado de desenvolvemento mental avanzado e con bastante adestramento.

Galili e Kaplan (1997), revisando a presentación dos marcos de referencia nos libros de texto, indican que poucos utilizan diversos marcos de referencia para introducir as leis de Newton aplicando a relatividade como sería deseable. Mesmo na conservación da cantidade de movemento ou enerxía non se adoita usar mais dun observador. Parasniss (1998), indica que se debería introducir na escola a 1ª Lei de Newton en estreita asociación cos Sistemas de Referencia Inerciais, en lugar de considerala un caso particular da 2ª Lei, como é habitual e conducente a utilizar un Sistema de Referencia Absoluto, o cal entorpece a transición posterior á relatividade einsteniana. Saltiel e Malgrane (1980), en relación aos marcos de referencia newtonianos, indican que a velocidade, a distancia atravesada e a traxectoria dun obxecto en movemento son vistos como independentes do marco de referencia e explicadas descritivamente en relación a un espazo absoluto. En situacións de

movemento “arrastrado” úsase a adición de movementos absolutos en lugar das transformacións de velocidades relativas.

Martins e Zanetic (2002), na súa análise do papel do tempo na mecánica ao longo da historia, preséntannos (páx. 156) a evolución das ideas sobre espazo e tempo, desde Platón, para o cal o tempo era un “produto” do movemento das esferas celestes, ou Aristóteles, para quen o espazo era finito mais o tempo era infinito, até Newton, quen distingue entre un “tempo relativo” (que viría indicado polo xiro dos astros ou o movemento dos reloxos) e o “tempo absoluto”, que subxacería a todas as manifestacións observables como cambios e fluiría dunha forma continua, uniforme e igual en todas partes. Os mesmos autores indican (páx. 169) que a imaxe asociada co tempo no Renacemento era a dunha figura sinistra cunha gadaña, indicando o cambio incesante que todo o corrompe e destrúe, imaxe que foi substituída en épocas posteriores pola dun reloxo, como representación dun tempo de carácter físico e mensurable. As primeiras representacións do tempo foron realizadas por Galileo para corrixir un erro seu de 1608 (páx. 167), cando relacionara a variación de velocidade dun corpo acelerado co espazo percorrido, o que nos anos seguintes se revelou inconsistente e levou, finalmente, a Galileo a formular en 1638 a dependencia correcta da variación de velocidade respecto do tempo (coñecida actualmente como “fórmula do MUA”). Segundo os mesmos autores (páx. 170), Galileo media o tempo pesando a auga caída desde unha clepsidra, e representábaolo mediante segmentos nunha liña recta, o que evidencia novamente a forma en que o ser humano debe acudir a outros conceptos mentais para representar algo aparentemente tan evidente e intuitivo como é o tempo.

Aínda que na nosa proposta didáctica visual de iniciación á Teoría da Relatividade Especial, os aspectos dinámicos da teoría non son tratados más que superficialmente, mencionaremos algúns dos traballos existentes en relación coas nocións de força e dinámica en xeral, relacionados en maior ou menor grao coa teoría da Relatividade, xa sexa clásica ou einsteniana.

Watts e Zylbersztajn (1981), analizando algunas das ideas dos alumnos sobre o concepto de força mediante cuestionarios sobre acción-reacción e之力-velocidade, explican que a existencia dun gran salto intelectual entre as explicacións dos profesores e as nocións dos alumnos é causante de dificultades didácticas para un adecuado tratamiento do concepto de之力 en diferentes sistemas de referencia. Saltiel e Viennot (1985), ao relacionaren as ideas históricas coas concepcións espontáneas dos estudiantes, comproban a persistencia da noción galileana de “impetu circular” (páx. 141), así como a concepción da enerxía cinética como a “vis viva” medieval (páx. 143). McClelland (1985), ao tratar as ideas previas en mecánica e cómo se poden evitar, considera que, explicando cómo e por qué camiñamos, non debemos dicir que é o chan o que nos “empuxa”, por aplicación do principio de reacción. Da mesma forma en que a cara non “empuxa” o nariz cando

camiñamos, xa que está solidaria con ela, no momento en que damos un paso o noso pé está solidario co chan, polo que tampouco recibe un “empuxe” por parte do mesmo. Propón acudir ao concepto de tensión, en lugar do de forza de reacción.

Sanmartí e Casadella (1987), analizando as semellanzas e diferenzas entre as concepcións infantís e o desenvolvemento histórico da ciencia, comproba (páx. 57) que a teoría do “impetus” resiste o ensino dunha forma rechamante. Steinberg *et al.* (1990) explican cómo Newton loitou durante vinte anos para librarse do concepto de “impetu” e da “forza centrífuga”, o que explica gran parte das dificultades coas que se atopan os alumnos ao abordaren os mesmos conceptos, mentres que Galili e Bar (1992), ao analizar a persistencia da noción de “movemento implica forza” (ou “impetus”) en secundaria mediante unha batería de tests con SR acelerados, comproban que as ideas “históricas” de Aristóteles e Galileo (inercia circular) son moi difíciles de superar na instrución. Hestenes *et al.* (1992), ao estableceren un inventario das ideas sobre o concepto de forza mediante cuestiós sobre Dinámica, confeccionan unha relación de ideas previas (páxina 144), das cales subliñaremos as seguintes en relación coa didáctica da teoría da Relatividade:

- ✓ Ideas sobre cinemática: non distinguir entre posición e velocidade, composición non vectorial de velocidades.
- ✓ Ideas sobre ímpeto (concepto alternativo ao de inercia): ímpeto producido por impulsos, perda/recuperación/disipación do ímpeto orixinal.
- ✓ Ideas sobre forza e movemento: o movemento implica forza activa, o repouso implica ausencia de forza, a velocidade é proporcional á forza aplicada.
- ✓ Ideas sobre interaccións: unha masa maior (así como o axente máis activo) implica unha forza maior
- ✓ Ideas sobre concatenación de influencias: a forza maior (ou a última aplicada) é a que determina o movemento.
- ✓ Outras ideas: a masa fai que os obxectos se deteñan.

Á hora de presentar fenómenos de carácter dinámico en relación coa teoría da Relatividade, como choques, movementos iniciais ou equilibrio de masas, convén ter presentes estas ideas como posibles dificultades de comprensión por parte dos nosos alumnos.

Disy e Garner (1999) establecen unhas hipotéticas leis da “dinámica pre-newtoniana”, nas cales engloban de forma matemática a idea de “impetus” para aplicala de forma sistemática a diversas situacións e permitir que os alumnos comproben a inconsistencia de dita formulación.

C2.2.3. Ideas previas en relación coa Teoría da Relatividade Especial

A análise da complexidade inherente a determinados conceptos relacionados coa Teoría da Relatividade, que provén sobre todo da necesidade de realizar unha nova interpretación de fenómenos tidos por “simples” pola nosa intuición (e que, doutra banda, recuperan gran parte da súa simplicidade á luz da interpretación visual da teoría), permite supor a existencia ou aparición dunha chea de ideas previas cando se aborda a didáctica de devandita teoría, e neste sentido dirixiron os seus esforzos numerosos investigadores desde mediados do século pasado.

A presentación destas ideas organízase de acordo aos conceptos físicos subxacentes, segundo a seguinte orde: ***Espazo e tempo, Continuidade e medida, Causalidade e simultaneidade, Sistema de Referencia, Enerxía, Masa e Luz***. Finalízse este apartado cunha revisión da bibliografía en relación coas ***Concepcións alternativas da RE no profesorado***.

Englobamos nun mesmo parágrafo os conceptos físicos implicados na didáctica da teoría da Relatividade e as ideas previas dos alumnos en relación cos diferentes aspectos da teoría da Relatividade debido a que, co xurdimento da física moderna nos albores do século XX, foron cuestionados os cimentos do edificio conceptual da física clásica construído durante xeracións de científicos desde a época renacentista e até antes. Polo tanto, á hora de realizar unha proposta didáctica, cómpre ter en conta que as propias ideas fundamentais da ciencia, como espazo, tempo, causalidade, enerxía ou masa reciben unha nova interpretación á luz da teoría de Einstein, moitas veces contraditoria coa física clásica. A forma en que a comunidade científica foi modificando ao longo deste último século as súas ideas para adaptalas ao novo paradigma constitúe unha problemática adicional ás dificultades de comprensión por parte dos alumnos da teoría segundo é presentada nas aulas. Decote, ambas as problemáticas son coincidentes, polo que a separación entre unhas e outras que se presenta a continuación non é rigorosa, e ten un mero intento de ordenación e clasificación de ideas.

Espazo e tempo

A Teoría da Relatividade cuestiona os conceptos más intuitivos adquiridos polo ser humano en relación co espazo e o tempo ao longo da Historia. Neste sentido, é interesante comprobar como desde a Lingüística, e en particular desde a Semántica Cognitiva, Teixeira (2001), considérase que a experiencia vital das persoas se estrutura fundamentalmente ao redor da conceptualización do espazo, que á súa vez serve de elemento metafórico para a conceptualización do tempo

px. 157: Em todas as línguas, a espacialidade (ex: eixo frontal, frentetrás) é o modelo referenciador para outros domínios, como o temporal ou o nocial (casos).

px. 207: As metaforizações do espaço servem para referirnos praticamente a todas as nossas vivências

px. 504: *O espacio pode modelizar o tempo, mesmo fora dos modelos de movimiento*

px. 203: *Indissolubilidade do espaço e o tempo para o homem: o espaço é a primeira fonte de percepções sensoriais, o tempo tem uma envolvência mais vital e mais premente, e com graus de consciencialización diferentes: activa faze ao espaço, passiva faze ao tempo.*

Polo tanto, unha teoría que veña a pór en cuestión conceptos tan asentados na raíz da propia percepción humana vai atopar serias resistencias para a súa aceptación, como poñen de evidencia Hewson e Thorley (1989), onde nun diálogo clínico de aula (px. 548) posterior a unha intervención didáctica sobre os conceptos relativistas se comproba que a idea de “tempo absoluto” permanece incuestionable, como aquilo que “flúe por igual para todos e en todas partes” (nunha formulación moi parecida á que estableceu o propio Newton nos seus axiomas). Esta idea, firmemente ancorada na mente dos nosos alumnos do mesmo xeito que na dos mencionados científicos e por extensión da maioría das persoas, procede do feito mesmo de conceptualizar o tempo como un proceso inmaterial mais continuo, de efectos irresistibles e inevitables. Este “poder destrutivo” ten un carácter ontolóxico, de forza omnipotente e omnipresente, que baixo ningunha circunstancia poderá ser alterado porque pertence á esencia mesma das cousas. Os seus efectos destrutivos, dos que a idea de morte como destrucción total e definitiva é talvez o más forte representante, non poden, de acordo ao devandito xeito de pensar, ser conxurados mediante ningún procedemento artificial, como podería ser un cambio de sistema de referencia. Aquí é onde se manifesta o problema didáctico causado polas devanditas ideas, pois precisamente unha das consecuencias da teoría da Relatividade é a desaparición da noción de tempo absoluto. De acordo cunha interpretación física das ideas anteriores, con todo, non habería tal contradición, pois estariamos falando da *frecha termodinámica* do tempo, que sinalaría sempre cara á dirección en que se produce o aumento de entropía en todo sistema pechado. O concepto de simultaneidade, pola súa parte, refírese a sucesos separados espacialmente, e na teoría da Relatividade a frecha do tempo está perfectamente definida en cada punto do espazotempo, polo que non existe contradición. A dificultade deriva da extensión de devandito fluír constante e inexorable (que equivale ao segundo principio da Termodinámica) cun proceso de características globais e non locais. Aínda que non corresponde exactamente coa idea relativista de cambio de simultaneidade, actualmente estamos habituados a *contemplar o pasado* cando observamos o firmamento nocturno, e isto é aínda máis certo se temos en conta os efectos relativistas sobre a xeometría do Universo en expansión.

Continuidade e Medida

Aínda que na presentación didáctica visual da teoría da Relatividade a un nivel elemental non é preciso en xeral ter en conta as características de continuidade do espazo e do tempo, si que aparece dita cuestión ao tratar do concepto de velocidade límite, tanto no caso galileano, en que é posible contemplar un aumento indefinido da velocidade sen chegar en ningún momento a alcanzar unha velocidade infinita, é dicir, o límite sería infinito (o que, en realidade equivale a unha ausencia de límite), mentres que na Relatividade especial aparece un aumento constante e indefinido da velocidade que con todo non pode exceder un determinado valor (o da velocidade da luz). A presentación gráfica permite abordar os devanditos conceptos dunha forma natural, pois a todas luces o procedemento xeométrico nunca pode chegar até a liña límite (a base horizontal no caso galileano e a diagonal no caso relativista). Con todo, ao analizar a cuestión desde un punto de vista lóxico-formal, pónense en xogo conceptos relacionados coa continuidade da velocidade (e polo tanto do espazo e do tempo).

As nocións sobre espazo e tempo, desde a antiga Grecia, foron obxecto de controversia en relación co seu carácter continuo ou discontinuo, que subxace na presentación dos paradoxos de Zenón (o cal indicaba, por exemplo, a imposibilidade lóxica de que o corredor Aquiles chegase a alcanzar a unha tartaruga porque cando chegue ao lugar que ocupaba anteriormente, esta xa se desprazou cara a outro lugar, e este proceso repítese sen límite) e a súa resposta por parte de Aristóteles (que realiza unha conceptualización da continuidade do espazo e do tempo en relación co movemento), e volve aparecer en determinadas formulacións modernas da física cuántica (de acordo ás cales o movemento de calquera partícula sería o resultado dunha serie de “saltos cuánticos” no espazotempo. Ao analizar os límites de velocidade pónense en xogo ideas análogas ás manifestadas por Zenón e Aristóteles. É dicir, se é posible aumentar algo indefinidamente (neste caso, a velocidade) e ao mesmo tempo non exceder un límite (ou sexa, sen chegar nunca a alcanzar a velocidade da luz), que curiosamente parece coincidir co que dicía Zenón en relación con Aquiles (que avanza continuamente) e o límite que nunca alcanza (a tartaruga, naquel exemplo). A confusión resulta de aplicar as mesmas ideas e razoamentos a conceptos e situacóns diferentes sen o debido rigor analítico.

En relación co concepto de continuidade, e no contexto matemático do ensino do cálculo infinitesimal, Romeu (1996) analiza a forma en que os alumnos interiorizan a idea de continuidade, establecendo (páxina 12) a existencia de varios esquemas conceptuais diferentes para o concepto de continuo en relación coa liña recta: realismo inxenuo, abstracción inxenua, continuísmo (considerando a recta como un “todo” sen ter en conta as cuestiós de orde non

discreta), atomismo (con orde ou sen orde), infinito potencialista (dinámico e inalcanzable, como propón Zenón), e infinito actualista (con características estáticas, e, xa que logo, alcanzable no sentido aristotélico). Estas ideas non son adecuadas para un tratamento lóxico-formal das cuestiós relacionadas coa continuidade e os límites. De feito, en función do contexto en que se apliquen terá validez unha ou a outra, como é o caso en matemáticas da suma indefinida dunha progresión xeométrica, que pode ter un límite cando a razón é menor que a unidade, e con todo pode ser diverxente, é dicir, aumentar indefinidamente sen límite, cando a razón é superior á unidade. Con todo, o tratamento visual proposto por nós do problema do límite de velocidad, como dixemos, non pon en xogo a continuidade, polo que se evita enfrentar ao alumnado cun problema para o que non dispón das estruturas mentais de carácter matemático necesarias. O propio autor (páxina 5) establece unha distinción nítida entre a noción de continuo numérico, de carácter algorítmico-operacional, xurdida a partir do cálculo con fraccións decimais no século XVI e que culmina co establecemento dos números reais, e o continuo xeométrico, de carácter lóxico-intuitivo, establecido por Eudoxo a partir da noción euclidiana de magnitud, aparecendo un conflito cognitivo denominado *fracaso da unión da xeometría e os números* cando o alumno non dá recuperado mediante o tratamento algorítmico numérico a totalidade das propiedades do continuo xeométrico, en especial nos seus casos límite.

As ideas de Leibnitz e Newton en relación ao tempo son analizadas en detalle por Taylor (2001), explicando o conflito xurdido entre a noción dun “espazo absoluto” en que estarían contidos todos os obxectos, mesmo áinda que soamente existise un único obxecto en todo o Universo, e un tempo que flúe por igual sen relación a nada externo, que estaría fluíndo mesmo antes da creación do Universo (idea mantida por Newton), e un espazo concibido a partir das relacións entre obxectos (que, polo tanto, deixaría de ter sentido se soamente existise un obxecto en todo o Universo), e un tempo concibido como unha relación entre eventos e que, polo tanto, non tería sentido en ausencia de eventos, é dicir, en ausencia do Universo que os contén (idea proposta por Leibnitz nun agudo debate mantido con Newton). A discusión anterior é relevante para a nosa proposta didáctica en dous sentidos: por unha banda, ao confrontar a noción newtoniana de “tempo absoluto” que non pode ser tratado matematicamente (que constitúe un dos obstáculos para a aceptación das ideas relativistas), e doutra banda ao constituír un punto de reflexión sobre a posibilidade de existencia dun instante inicial para o Universo, o denominado Big Bang, que é abordado como unha posta en escena da potencialidade explicativa do tratamento xeométrico-visual da teoría relativista. Nunha coñecida obra de divulgación científica sobre o tempo e o Universo, Hawking (1988) parte das ideas clásicas, que en esencia consisten nun tempo unidimensional, para presentar un concepto

alternativo de tempo, de carácter bidimensional, cunha parte real e outra imaxinaria (e que está baseado na electrodinámica cuántica, teoría desenvolvida por Richard Feynman e na actualidade firmemente asentada e na que se introduce un tempo complexo, e, xa que logo, bidimensional, para resolver certos problemas de renormalización de infinitos), con cuxa axuda formula unha Cosmoloxía na cal o momento inicial do Big Bang representa unha orixe para o tempo carente de toda singularidade ou excepcionalidade física, ao modo en que o Polo Norte constitúe unha orixe para as coordenadas terrestres sen que no mesmo suceda unha ruptura ou descontinuidade das mesmas. Deste xeito, e unha vez aceptado o marco visual de Minkowski, poderíamos eliminar o punto de discusión relativo á existencia dun instante inicial, denominado “singularidade”, no que as leis da física, até as da Relatividade, carecerían de sentido, da mesma forma que carece de sentido falar da xeometría dun espazo formado por un único punto.

Na súa análise comparativa do espazo e tempo clásicos co espazotempo relativista, Doménech *et al.* (1985) presentan unha lista de propiedades das devanditas magnitudes, como son a de pasividade, independencia, completitude, continuidade, homoxeneidade e isotropía, ás que engaden, para o caso da Relatividade clásica, as hipóteses de universalidade do tempo, a invarianza das distancias espaciais e o carácter euclídeo do espazo, mentres que, para o caso da Relatividade especial, ditas hipóteses son substituídas polas de relatividade dos intervalos espaciais e temporais dentro dun espazotempo cuase-euclídeo, cuxo modelo xeométrico é o proposto por Minkowski e utilizado por nós na proposta didáctica analizada. Na presentación visual realizada por nós, todas as mencionadas propiedades e hipóteses teñen a súa correspondente visualización intuitiva, que permite a súa análise da mesma forma que podemos analizar as propiedades xeométricas de rectas, triángulos e circunferencias dunha forma gráfica sen preocuparnos por cuestiós de continuidade, isotropía, homoxeneidade etc, as cales van implícitas cando trazamos rectas ou arcos de circunferencia nun plano ao xeito de Euclides. Porén, poden aparecer ao analizar as consecuencias da teoría desde un punto de vista lóxico-formal, non visual, e neste sentido convirá telas en conta para canalizar as discusións que poidan xurdir na aula ao respecto.

Como xa se indicou, a Teoría da Relatividade de Einstein veu cuestionar as ideas más firmemente ancoradas da física clásica, e entre elas o propio concepto de *medida*, neste sentido, conxuntamente coa mecánica cuántica. Dado o carácter xeométrico da proposta didáctica obxecto de investigación, é interesante ter en conta o traballo de Barrett *et al.* (2006), ao analizar a problemática asociada ao feito de medir segmentos en polígonos por parte de alumnos de primaria dentro da análise dos procesos cognitivos en xeometría elemental, os cales indican a necesidade de realizar boas medicións antes de poder abordar conceptos como o de *conservación de lonxitudes* (páx. 189),

identificando e clasificando en tres niveis piagetianos as estratexias empregadas polos alumnos á hora de medir segmentos:

-*Estimación* (nivel I): o alumno realiza inferencias visuais, sen chegar a aplicar nocións de comparación ou conservación

-*Partición* (nivel II): o alumno traza marcas (non sempre equidistantes) sobre as liñas para poder contalas e chegar dese modo a unha cuantificación numérica da lonxitude. A noción de conservación non se usa neste nivel, aínda que pode aparecer como resultado das operacións realizadas no mesmo.

-*Comparación* (nivel III): Neste nivel, o alumno aplica unha unidade de forma sistemática para comparar coa lonxitude a medir, aplicando deste xeito a noción de conservación desde o principio. O uso de devandita unidade de medida non sempre require dun soporte físico, senón que moitas veces é interiorizada polo propio alumno e aplicada en función do contexto (xiros, esquinas etc).

Unha parte fundamental da proposta didáctica visual consiste na comparación de diferentes medidas, tanto entre o SR inicial e o transformado (comparación de tempos, lonxitudes, velocidades e masas a partir das súas representacións gráficas), como entre os resultados da Relatividade clásica e a einsteniana. Neste sentido, os resultados serán tanto mellores canto máis correctas sexan as estratexias de medida utilizadas polos alumnos.

Causalidade e simultaneidade

O concepto de *causalidade*, tamén coñecido como *relación causa-efecto*, é de suma importancia para unha correcta comprensión da Teoría da Relatividade e das súas consecuencias. Ao cuestionar o concepto de “tempo absoluto” como consecuencia dos postulados da teoría da Relatividade, debatemos tamén nocións tan intuitivas como a de “simultaneidade” (pola cal varios sucesos que acontecen nun mesmo instante nun determinado sistema de referencia tamén serían simultáneos en calquera outro). Se esta se volve unha noción relativa, non será tamén posible que as relacións causa-efecto perdan o seu carácter absoluto, e o que nun sistema referencial (SR) é causa pase a ser efecto noutro? Con todo, esta relación non cambia ao variar o SR, e, xa que logo, vólvese unha das probas da corrección da teoría. Hewson (1990), ao analizar as ideas previas sobre forza e movemento, concede un decisivo papel epistemolóxico (páxina 170) á devandita relación na didáctica das Ciencias, onde serve para interpretar os resultados experimentais e mesmo chega a ter un papel explicativo superior ao da propia experiencia. Propón, finalmente, incluír de forma explícita a epistemoloxía da relación causa-efecto e a súa aplicación consistente como un requisito para unha correcta comprensión dos conceptos mecánicos. A Relatividade Especial é un dos campos onde isto se pode pór más de manifesto, e mediante a súa presentación visual pode

distinguirse entre devandito concepto e outros relacionados como os de simultaneidade, localidade, pasado, presente e futuro etc, quedando nitidamente claro o carácter absoluto da relación causa-efecto nun contexto en que todos os demais conceptos asociados se volven relativos.

Scherr *et al.* (2001), ao estudaren a comprensión por parte de alumnos universitarios, tanto de carreiras científicas como doutras, dos conceptos de tempo e simultaneidade na Relatividade Especial, formulañan (páxs. 528-533) unha relación de errores sobre os devanditos conceptos:

-*Crenza en que dous eventos son simultáneos se un observador recibe sinais de ambos os eventos no mesmo instante.* A esta forma de pensar asócianse dúas formas de razonamento incorrecto relacionadas:

-Tendencia a asociar o tempo dun evento co tempo en que un observador recibe un sinal de devandito evento.

-Tendencia a considerar que o observador depende únicamente das súas experiencias persoais.

-*Crenza en que a simultaneidade é absoluta,* que coexiste de forma harmónica coa idea aparentemente contraria dunha simultaneidade excesivamente relativa. Os autores interpretan esta coexistencia á luz da crenza anterior, é dicir, que para os alumnos a relatividade da simultaneidade é debida a que os observadores poden recibir sinais de sucesos simultáneos en tempos distintos, sen cuestionaren que exista unha simultaneidade absoluta de carácter fundamental. Desta forma os alumnos poden manter unha crenza de carácter absoluto sobre a simultaneidade ao mesmo tempo que usan un concepto de relatividade diferente, que non a pon en cuestión. Esta crenza xeral manífestase ás veces de varias formas específicas:

-Tendencia a considerar a relatividade da simultaneidade como un artefacto do tempo transcorrido durante a viaxe do sinal. Desta forma relaciónase a simultaneidade cos tempos de recepción dos sinais, e non, como sería correcto, cos de emisión das mesmas.

-Tendencia a considerar a transformación de Lorentz para o tempo como unha corrección da duración do tempo de viaxe do sinal.

-Tendencia a tratar a simultaneidade como independente do movemento relativo. Manífestase aquí de novo unha extensión excesiva do concepto de relatividade da simultaneidade, ao relacionalo directamente cos tempos de chegada dos sinais.

-*Crenza en que cada observador constitúe un sistema de referencia distinto.* Esta crenza xeral, novamente, manífestase de dúas formas:

-Tendencia a tratar observadores situados no mesmo lugar coma se estivesen no mesmo sistema de referencia, independentemente do seu movemento relativo.

-Tendencia a tratar observadores situados en repouso relativo entre si (pero en diferentes lugares) coma se estivesen en sistemas de referencia separados.

Podemos ver de novo que estas ideas están relacionadas coas anteriores, posto que nelas se fai depender a pertenza dun observador a un sistema de referencia ou outro en función dos sinais que recibe, non dos procedementos que se poidan arbitrar nun mesmo sistema de referencia entre observadores afastados para asegurar o sincronismo dos seus reloxos.

Os mesmos autores, Scherr *et al.* (2002), presentan varios tutoriais baseados na análise meticolosa e sistemática de situacións problemáticas nas que, por exemplo, equipos de sismólogos actuando sobre a superficie terrestre ou sobre naves en voo deben determinar e comparar os tempos de ocorrencia de diversos fenómenos sísmicos, e propoñen as seguintes estratexias para avaliar e corrixir as ideas erróneas dos alumnos:

-En relación cos sistemas de referencia, propoñen guiar aos alumnos na determinación do tempo de ocorrencia dun evento a partir do tempo de recepción do sinal do mesmo, así como na construcción dun sistema de referencia a partir de devanditas medicións, e na definición da simultaneidade de dous eventos nun sistema de referencia dado.

-En relación coa relatividade da simultaneidade, propoñen guiar aos alumnos na aplicación da invarianza da velocidade da luz, así como identificar e actuar sobre as dificultades relacionadas coa causalidade a partir da modificación do paradoxo dun tren sobre o que impactan dous raios simultaneamente en ambos os extremos de forma que os observadores non se limiten a recibir os sinais, senón que efectúen accións relacionadas causalmente. Tamén propoñen cimentar a relación entre a relatividade da simultaneidade e o movemento relativo entre sistemas de referencia.

-En relación coa comprensión da simultaneidade por parte dos estudiantes, propoñen a avaliación da comprensión do concepto de sistema de referencia, da relatividade da simultaneidade e da habilidade para resolver problemas cuantitativos que requieren o uso da relatividade da simultaneidade, para o que propoñen unha serie de situacións problemáticas específicas para cada un dos devanditos aspectos.

Aínda que as devanditas propostas están referidas a niveis universitarios nos que se supón unha maior capacidade de análise matemática e lóxico-formal que nas etapas da educación secundaria, os autores non utilizan os diagramas de Minkowski para visualizar as relacións de simultaneidade, polo que obrigan aos alumnos a realizar un ímprobo esforzo analítico, equivalente, salvando as distancias, ao que sería necesario para resolver problemas de xeometría elemental sen recorrer á súa visualización sobre papel, senón simplemente mediante razoamentos lóxicos e formulacións matemáticas.

Posteriormente, Scherr (2007) organiza a lista de errores anterior de acordo a dous modelos teóricos: “ideas erróneas-pezas de coñecemento” (*misconceptions-pieces of knowledge*), segundo as cales (páxina 274) as ideas erróneas teñen características de determinación, coherencia, independencia do contexto, estabilidade e rixidez e requiren para a súa instrución de estratexias de elicitación, confrontación e resolución, sendo os cambios producidos no coñecemento difíciles mais con alto grao de permanencia de producírense, mentres que as pezas de coñecemento teñen características de indeterminación, incoherencia, dependencia do contexto, flutuación e maleabilidade potenciais, requirindo para a súa instrución de estratexias de refinado das intuicións, sendo os cambios na comprensión potencialmente más doados mais tamén más efímeros. O autor considera (páxina 279) que as ideas sobre a relatividade da simultaneidade teñen características de ideas erróneas, mentres que as ideas sobre a natureza dos sistemas de referencia encaixarían mellor no modelo de pezas de coñecemento, propondo aos instrutores o uso de estratexias diferentes para o seu tratamento didáctico nun caso e no outro.

Sistema de Referencia

Lanciano (1989), na súa análise da coexistencia de ideas copernicanas e tolemaicas nos alumnos, que non considera esencialmente prexudicial de adoptarmos unha perspectiva relativista, indica a importancia do concepto de sistema de referencia (páx.180), propondo un tratamiento sistemático de devandito concepto, desde a influencia da posición do observador nos resultados obtidos en diversas experiencias de aula até a descripción dos fenómenos celestes observados en saídas de campo mediante dous sistemas de referencia, o sistema de coordenadas locais (horizonte e altura local) e o sistema de coordenadas absolutas (ecuador celeste e altura sobre o mesmo), propiciando o paso dun a outro como forma de conciliar observacións e interpretacións. Como un resultado significativo da devandita metodoloxía, describe un exemplo (páx. 181) de comprensión súbita e autónoma da rotación terrestre por un alumno durante a observación do movemento da sombra dun pau no patio. Este tipo de enfoque pode ser sumamente valioso para realizar unha preparación previa ao alumnado para manexo dos conceptos de Relatividade do movemento, e as consecuencias relativistas en relación coa Relatividade do tempo, o espazo ou a inercia, que constitúen unha parte esencial da teoría da Relatividade. McDermott (1993), ao comparar a forma en que os profesores ensinan e cómo aprenden os alumnos, observa (páx. 297) a dificultade que teñen os alumnos para relacionar as gráficas de espazotempo cos movementos que representan, subliñando a necesidade de desenvolver a devandita habilidade, así como cos conceptos de enerxía e cantidade de movemento (páx. 295) a partir dunha situación en que se aplicaba unha mesma forza constante a dous obxectos de diferente masa, comprobando a ausencia dunha aplicación correcta das relacións entre impulso e

momento ou entre traballo e enerxía cinética, así como unha deficiente aplicación das relacións causa-efecto. En relación cos diagramas espazotempo, na proposta didáctica obxecto de investigación realizanse dúas actividades previas para enfrentar dita problemática: o manexo do visor de espazotempo para interpretar as gráficas e os movementos que reflicten, así como a construcción de gráficas espazotempo a partir dos resultados de experiencias prácticas (actividades 1 e 2, respectivamente). Doutra banda, a interpretación das relacións enerxéticas e iniciais vólvese necesaria para aproveitar adecuadamente as actividades da unidade didáctica que teñen relación coa equivalencia entre masa e enerxía (actividades 5 e 8).

O propio concepto de Sistema de Referencia Inercial (SRI) e a súa definición operativa foi obxecto dunha recente controversia en relación sobre a posibilidade de establecer un concepto de *simultaneidade* diferente do estándar adoptado por Einstein, no cal os reloxos se sincronizan mediante o intercambio de sinais luminosos que se supón implicitamente empregan o mesmo tempo no camiño de ida que no de volta. Unha sincronización alternativa proposta por Reichenbach (denominada “non-estándar”) foi obxecto de refutación por parte de Ohanian (2004), quen propuxo definir un SRI como aquel no que se cumpren as leis de Newton (posto que na sincronización “non-estándar” aparecerían forzas ficticias, dunha forma análoga ás forzas de Coriolis que aparecen en Sistemas de Referencia xiratorios). Segundo Martinez (2005), nunha curiosa discusión con McDonald e o propio Ohanian (nas mesmas páxinas), a proposta de Ohanian ten un carácter de circularidade, no sentido de que para saber se se cumpren as leis de Newton (en especial a 2^a) é necesario definir previamente o concepto de tempo, e, xa que logo, o de simultaneidade.

Sobre estes mesmos conceptos de Sistema de Referencia Inercial trata o traballo de Swartz (1989), en relación coas propostas de Galileo, Coriolis e Lorentz.

Hewson (1982), analizando as explicacións dos fenómenos relativistas, conclúe que o alumno asume como real únicamente o que está en repouso respecto de si mesmo. As medidas realizadas sobre algo en movemento (como pode ser a vida media dunha partícula, ou unha lonxitude) carecen do mesmo status de realidade que se estivesen en repouso: *semella* que a lonxitude e o tempo son diferentes, mais interioriza a existencia dunha realidade absoluta asociada ao repouso. As explicacións das discrepancias, polo tanto, son dadas en termos mecánicos, buscando mecanismos para explicar a contracción de Lorentz, ou privilexiando a un observador para xustificar a falta de simetría nunha situación.

Os diversos autores chegan á conclusión común de que as nocións clásicas non foron asumidas na súa complexidade, chegándose ao estudo da relatividade con sistemas de referencia privilexiados que perciben os valores *reais*, estando sempre presente unha valoración do que é real e o que non.

Admítese que diversos observadores *semellan* obter diferentes medidas, cando *realmente* só existe unha medida (do espazo, do tempo, da velocidade da luz).

A teoría da Relatividade, xa na súa formulación clásica (Galileo, Newton) introduce unha noción matemática relativa ás escalas de medida: o punto de orixe. O uso deste concepto é habitual noutros ámbitos da física, como a termoloxía (o distinto *punto cero* das escalas Celsius ou Fahrenheit é un claro exemplo diso), aínda que polo xeral adoita aparecer unha referencia que elimina o devandito carácter relativo (no mesmo exemplo, o *cero absoluto* non depende da escala utilizada). Da mesma forma, a mente pre-relativista considera que existe un *punto cero* para o movemento, que é o repouso. Neste caso, o avance científico desenvolveuse nun sentido contrario ao habitual, é dicir, veu a desterrar o carácter absoluto deste *punto cero* sen substituílo por outro máis fundamental, e esta talvez sexa unha das dificultades que acompañan a comprensión da devandita teoría, pois parece que en lugar de darnos máis seguridade sobre os fundamentos (como fai a escala absoluta ou Kelvin en relación coas escalas Celsius ou Fahrenheit de temperatura) vén introducir unha indefinición maior (de aí a coñecida expresión de “*todo é relativo*” como unha definición popular e incorrecta da Teoría da Relatividade). Neste sentido, é interesante coñecer os resultados obtidos por Bell (1986) no seu estudo sobre a didáctica dos números enteiros en matemáticas, onde considera que un correcto tratamento do concepto de número enteiro implica a noción de *cero relativo*, que presenta dificultades para ser comprendida polos alumnos, como sucede cos puntos cero das escalas termométricas, dos sistemas de numeración dos anos ou das escalas quilométricas das estradas. Unha capacidade de variar de *punto cero* ante unha determinada medida destas, ou doutro tipo, facilita a aprendizaxe e manexo dos números negativos en relación cos positivos, pois ambos corresponden ás dúas metades en que se divide unha liña recta ao marcar un punto arbitrario, o cero relativo, na mesma. Este tipo de enfoque previo, de carácter xeométrico, dos números enteiros en matemáticas facilitaría, polas mesmas razóns, a metodoloxía visual para a didáctica da teoría da Relatividade. Ao axudar a eliminar as connotacións de carácter absoluto dos *puntos cero*, o repouso considerado como un estado especial, de carencia de movemento, pode perder con maior facilidade o devandito status de singularidade fronte aos estados de movemento, quedando integrado con eles nunha mesma escala relativa. A aceptación da relatividade do *punto cero* nunha dimensión, pola súa banda, tamén pode contribuír á comprensión da arbitrariedade na elección da orixe en escalas bidimensionais como a usada no espazotempo de Minkowski.

Enerxía

Nunha proposta de introdución á teoría da Relatividade, podería pensarse nun achegamento exclusivamente de carácter cinemático, que nos levaría directamente ás importantes nocións de

tempo, espazo e velocidade relativas. Con todo, no caso da Relatividade especial, a incorporación da cuestión enerxética no tratamento visual baseado na xeometría de Minkowski permite chegar a visualizar a famosa ecuación de Einstein, $E=mc^2$, e deste xeito contribuír a dar unha maior posibilidade aos resultados obtidos.

Duit (1987) pregúntase se o concepto de enerxía se debería presentar como algo *case-material*, dando argumentos tanto a favor (pola sinxeleza do devandito enfoque e a súa proximidade coa vida cotiá, así como a posibilidade de realizar analogías cos intercambios de diñeiro) como en contra (acudindo ás ideas de Feynman e ao papel da enerxía na Física Moderna, que desaconsellarían o devandito tratamiento).

Diversos investigadores puxeron de manifesto a importancia de ter en conta os sistemas de referencia ao tratar dos intercambios de enerxía, tanto coa enerxía cinética ou o traballo, magnitudes cuxa dependencia respecto do sistema de referencia non adoita ser contemplada nas aulas, como coa potencial, onde adoita ser máis habitual, ao resultar case evidente que varía de acordo á elección da orixe. A maior dificultade para un tratamento relativo da enerxía cinética ou o traballo provén de ter que considerar sistemas de referencia en movemento relativo entre si. Con todo, é precisamente o manexo deste tipo de sistemas o que se realiza na teoría da Relatividade, polo que este enfoque relativo da enerxía cinética e o traballo, a pesar da súa maior dificultade, pode contribuír a superar certos obstáculos didácticos e aclarar ideas. Por outra banda, ao tratar estes aspectos enerxéticos desde unha perspectiva relativista clásica, chégase a nocións de invarianza que son sumamente útiles posteriormente en relación coa Relatividade especial. Deste xeito, Galili e Kaplan (1997) demostran que os cálculos en choques elásticos contra unha masa moi grande poden inducir a erro se non se ten en conta o proceso desde diversos Sistemas de Referencia. Para ilustrar esta idea, podemos acudir ao exemplo dunha colisión elástica dunha pelota de ping-pong que é lanzada contra un obxecto moito maior que está en repouso (como podería ser unha porta de madeira). Nunha primeira aproximación, a pelota de ping-pong rebota contra a porta coa mesma velocidade con que impactou, mais de sentido contrario. Desta forma, a enerxía cinética consérvase, o que confirma a elasticidade do choque, mentres que a cantidade de movemento cambia de signo, e nunha visión superficial non nos preocuparíamos por este detalle, posto que o valor absoluto non varía. Con todo, ao contemplar o suceso desde o sistema de referencia da pelota de ping-pong, as cousas cambian, posto que agora é a porta a que vén impactar contra a pelota, a cal adquire unha velocidade dobrada que leva a parede, resultado en si sorprendente, e máis ainda se nos damos conta de que xa non se conservan a enerxía cinética nin a cantidade de movemento, posto que para a pelota, que estaba en repouso antes do choque, ambas as magnitudes eran nulas, e con todo despois do choque xa non

o son. Para resolver o paradoxo hai que ter en conta que os principios de conservación deben ser aplicados a sistemas pechados, e, xa que logo, aos dous compoñentes de toda interacción, neste caso a pelota e a porta. Para entender o fenómeno, o mellor é acudir ao sistema de referencia do centro de masas, que coincide praticamente co da porta agás nun pequeno valor da velocidade relativa debido ao movemento da pelota. E é esta pequena diferenza a que, ao incorporar unha enerxía cinética e unha cantidade de movemento non nulas para a porta, permite recuperar ambos principios de conservación e ao mesmo tempo aclarar interesantes conceptos da Relatividade clásica que serán de utilidade para a Relatividade especial. Fort (2005) presenta unha aplicación do cambio de sistema de referencia para incorporar o tempo nas relacións enerxéticas, algo que non se adoita contemplar ao resolver problemas dinámicos mediante cálculos de conservación da enerxía. Desta forma, ao mesmo tempo que se pode ampliar o campo de aplicación do tratamento enerxético dos problemas de dinámica, evitando ter que deixar de lado os casos en que se necesita calcular o tempo, tamén se estaría dotando de maior contido e posibilidade ás ideas relativistas. Tefft e Tefft (2007) consideran a importancia de tratar especificamente os efectos relativistas de carácter enerxético na relatividade clásica como paso previo para a didáctica da Relatividade especial. Propón unha situación en que unha persoa, sobre un vagón dun tren, lanza unha pelota de 2 kg cara adiante cunha velocidade de 10 m/s, a cal, de acordo á fórmula da enerxía cinética clásica, $E_c = \frac{1}{2}mv^2$, adquire unha enerxía de 100 J. Con todo, para un observador externo, se o tren avanza cunha velocidade de 20 m/s, a pelota tiña inicialmente unha enerxía cinética de 400 J, e ao final, por levar unha velocidade de 30 m/s, a súa enerxía cinética será de 900 J, co que adquiriría 500 J de enerxía, fronte aos 100 J que gañou desde o punto de vista do viaxeiro. Parece que se viola o principio de conservación da enerxía, e con todo, ao ter en conta o traballo, isto non é así, xa que aínda que a forza realizada non depende da velocidade do sistema de referencia, o traballo si, posto que é o producto da forza pola distancia, e desde o punto de vista externo o brazo do viaxeiro percorre unha distancia moito maior para lanzar a pelota que desde o punto de vista do viaxeiro. Os autores demostran que é precisamente esta diferenza de traballo realizado a que explica a diferenza de enerxía gañada pola pelota, levando deste xeito a recuperar o principio de conservación da enerxía dunha forma más xeral e adaptada para o seu tratamento posterior na didáctica da Relatividade especial. Diaz *et al.* (2009) analizan cómo tanto o traballo como a enerxía cambian entre distintos sistemas de referencia clásicos, xa sexan estes inerciais ou non, explicando que o teorema de conservación da enerxía e o traballo se cumpre en todos os casos, debido a que en determinados sistemas de referencia aparecen forzas ficticias e traballos virtuais non nulos, e chegando ao interesante resultado de que no sistema de referencia do centro de masas o traballo ficticio sempre é nulo, polo que o principio de conservación se cumpre neste caso sen ter en conta as forzas ficticias,

aínda que o sistema de referencia non sexa inercial. Para o tratamento visual da cuestión enerxética na proposta didáctica obxecto de investigación concédense un papel primordial ao sistema de referencia do centro de masas, polo feito de que permite simetrizar as situacóns, o que confirma a valía deste sistema de referencia particular.

Masa

A equivalencia entre masa e enerxía foi establecida por primeira vez por Einstein en 1905 nun artigo publicado no ano 1905 co título “Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?” (“Depende a inercia dun corpo do seu contido enerxético?”). Xa neste título podemos ver que, en realidade, Einstein se refire á masa a través dunha das súas propiedades, a de inercia. Na formulación xeométrica de Minkowski da teoría da Relatividade Especial, a masa corresponde co módulo invariante dun cuadrivector que ten por compoñentes a enerxía (que clasicamente é un escalar) e a cantidade de movemento (que clasicamente é un vector de tres dimensóns). A integración de ambas as magnitudes nunha mesma entidade física con propiedades xeométricas é paralela á que se realiza co espazo e o tempo para ensamblalos nun mesmo concepto, o de espazotempo. Adóitase considerar que, desde un punto de vista didáctico, este tratamento cuadrivectorial da enerxía e a masa dificulta moito a comprensión da teoría desde un punto de vista dinámico, polo que se propón obvialo e introducir a masa dunha forma máis parecida á clásica, aparecendo deste xeito o concepto de *masa relativista*. A proposta didáctica obxecto de análise está baseada na visualización da xeometría de Minkowski, polo que incorpora todo o rigor da mesma ao mesmo tempo que permite unha visualización dos seus contidos, evitando deste xeito a polémica incorporación da masa relativista sen renunciar á claridade expositiva.

Sen deixar de ter en conta o anterior, é interesante contemplar as referencias existentes na bibliografía sobre o papel da masa na didáctica da teoría da Relatividade.

O propio concepto de masa relativista suscitou unha controversia no ámbito científico (Pérez e Solbes, 2003) á que o propio Einstein non se puido subtraer, sendo actualmente preferido o concepto de masa invariante, que equivale á enerxía total no SR en repouso coa partícula ou co cdm dun sistema.

As ideas manexadas polos estudiantes en relación coa masa son diversas e con distintos campos de utilidade: cantidade de materia (asociado coa noción de átomos), principio de conservación (asociado á química), masa variable coa velocidade (asociado a contextos de ciencia ficción), desaparición de masa en procesos nucleares etc. Parasniss (1998), en relación coa utilización de definicións de masa como cantidade de materia, manifesta as dificultades que carrexa á hora de asumir o concepto de masa dun sistema non material, como pode ser o de dous fotóns afastándose.

Aparece áinda en diversos autores (pero diminuíndo significativamente co paso do tempo) a noción de masa relativista, ou masa cambiante coa velocidade, fronte á noción aceptada de masa invariante ou propia. O uso da masa relativista leva a conceptos confusos como o de *masa transversal* ou *masa lonxitudinal*, diferentes entre si para unha mesma partícula nun mesmo sistema de referencia. A masa relativista, por outra banda, centra os fenómenos na partícula e non, como é deseñable, nas propiedades intrínsecas do espazotempo (Whitaker, 1976). As nocións erróneas de desaparición e aparición de masa en reaccións nucleares foron postas de manifesto por Warren (1976). Estas ideas parten fundamentalmente da confusión entre a suma das masas das partículas que compón un sistema (que pode cambiar e de feito faino adoito na física de partículas) e a masa total do sistema, que non cambia.

A atención didáctica débese centrar, entón, en analizar o que sucede ás partículas nas transformacións do espazotempo, distinguindo entre a masa dun sistema e a suma das masas dos seus compoñentes.

En canto á noción clásica de masa, Zalamea e París (1992) propoñen considerar a inercia ao tratar a 1^a Lei de Newton, e non como unha *resistencia* ao cambio de movemento ao tratar a 2^a Lei de Newton. Consonte con iso, a masa sería o factor de proporcionalidade entre forza e aceleración (definición de carácter operativo), ou ben a medida da *cantidad de materia* dun corpo (definición de carácter máis estrutural). Polo seu lado, Miguel (1986), ao realizar a análise comportamental das leis de Newton, explica o concepto de masa inercial.

Daniel (2006), baseándose nas ideas de Feynman e no modelo Estándar de partículas (Teoría Cuántica de Campos), propón unha idea de masa asociada ao concepto de campo (enerxía de interacción), mediante unha serie de experimentos mentais con alumnos que xa coñezan a equivalencia entre masa e enerxía. Desta forma, ao comprobar a necesidade de realizar unha forza (e, xa que logo, un traballo) para separar dous imáns, o alumno poderá responder correctamente que o sistema de imáns terá unha masa maior por ter más enerxía ao estar separados. A continuación, descríbese a composición dun protón (de acordo coa Teoría Estándar) por tres quarks, cuxa masa conxunta non chega á décima parte da do protón, para evidenciar cómo a maior parte da masa da materia coñecida está asociada a campos (no caso do protón, ao campo gluónico que mantén unidos os quarks e é, xa que logo, responsable do 90% da masa do protón). Esta mesma idea é defendida por Hobson (2005, 2006a), que mesmo propón presentar a fórmula de Einstein ($E = mc^2$) no sentido de considerar que a *masa* equivale á *enerxía do campo* subxacente a cada partícula (e, para sistemas de partículas, tamén á enerxía cinética *térmica* do conxunto).

A devandita fórmula de Einstein, para algúns a ecuación más coñecida (e para outros a menos comprendida) da Física, foi comprobada, como indican Rainville *et al.* (2005) na súa exactitude

numérica até un factor dunha parte en 10 millóns, e recentemente Topper e Vincent (2007) reproduciron a representación que Einstein fixo en público da súa famosa ecuación nunha conferencia impartida na Universidade de Princeton en 1934, a partir das fotografías existentes das dúas lousas en que expuxo a equivalencia entre masa e enerxía. En dita ocasión, o propio Einstein, para dar maior claridade á súa exposición ante un público heteroxéneo, usou a convención de escalas nas que a velocidade da luz é a unidade ($c = 1$), o cal se realiza tamén de forma sistemática na proposta didáctica visual baseada na xeometría de Minkowski que é obxecto da nosa investigación.

Como indicamos ao principio deste apartado, unha adecuada visualización xeométrica da Teoría da Relatividade leva aparellada a comprensión da masa como o módulo (no sentido minkowskiano, equivalente á área invariante do rombo) do par vectorial (p, E), tamén denominado “cuadrivector momento-enerxía”. A mesma formulación xeométrica tamén nos fai ver que a enerxía (e non únicamente a masa) é a responsable das propiedades iniciais dun corpo (unha partícula ou un conxunto delas). E finalmente, nas gráficas de colisións inelásticas podemos observar cómo a enerxía se pode transformar en masa (e viceversa). Ao explicar o contido académico da proposta didáctica tivemos oportunidade de comprobar como se visualizan estes aspectos mediante diagramas espazotemporais.

Os conceptos anteriores están no centro dun debate (moitas veces con características más semánticas que físicas) sobre o concepto de “masa relativista” (ou masa variable coa velocidade), cuxo significado físico non é outro que o de “enerxía total”, que posúe propiedades iniciais como a “masa” clásica.

Este debate está descrito por Doménech (1998), quen presenta unha relación de cinco autores a favor do uso didáctico do concepto de masa relativista, e outros cinco en contra. O autor decántase a favor, utilizando como argumento, entre outros, que a masa en repouso dun conxunto de partículas non sería igual á suma das súas masas, mentres que a masa relativista si o é, e desta forma manteríase a lei de conservación da masa. Isto mesmo cabería dicir, doutra banda, do concepto de enerxía total equivalente á masa relativista, co que se pon de manifesto novamente a esencia semántica da discusión.

Para ilustrar a devandita controversia, presentaremos unha serie de autores que usan dunha ou outra forma o concepto de masa relativista, ou masa variable coa velocidade, $m(v)$, tanto para propalar como para oporxe á mesma desde un punto de vista didáctico: Ebel (1979) usa $m(v)$ en experiencias con espectroscopía fotoelectrónica. Hoffmann (1989), ao analizar os resultados obtidos en experiencias co efecto Compton, obtén $m(v)$. Sandin (1991) argumenta que $m(v)$ é máis fácil e real

que a restrición do concepto de masa á masa en repouso, o cal implica que non se pode converter masa en enerxía, pois non serían máis que dúas magnitudes proporcionais a través da fórmula de Einstein, sendo o factor de proporcionalidade o cadrado da velocidade da luz. Baierlein (1991) explica o significado do concepto de masa relativista, segundo o cal a inercia (m) é unha propiedade da enerxía (E). Utiliza un experimento mental con dous fotóns para ilustrar a devandita idea, expresando tres concepcións do termo “masa” (como o factor que multiplica á velocidade para obter a cantidade de movemento, como o factor que multiplicado por “gamma” equivale ao anterior, ou como o resultado de calcular o módulo do cuadrivector enerxía-momento), destacando o feito de estar ante un conflito de carácter principalmente semántico. Bauman (1994), analizando os conceptos de masa e enerxía no límite de enerxías baixas, maniféstase a favor de m (v). Ireson (1998), a partir de medidas da enerxía cinética fronte á velocidade de electróns nun acelerador lineal constrúe unha experiencia discrepante para presentar aos alumnos evidencia da existencia dunha velocidade límite igual á velocidade da luz, e engade un cálculo da masa relativista ao final do mesmo. Carson (1998b) comenta os resultados de Ireson, e critica o feito de que faga uso do concepto de masa relativista, defendendo o uso do termo “masa” únicamente como módulo do cuadrivector enerxía-momento. Stansbury (2000), analizando a equivalencia entre masa e enerxía, manifesta a súa oposición a dicir que a masa se converta en enerxía, e propón no seu lugar o concepto de masa relativista, proporcional en todo momento á enerxía. Luetzelschwab (2003) describe a construcción dun aparello para medir a enerxía (que considera como masa relativista) en función da velocidade de electróns producidos nunha fonte de raios beta. Baierlein (2007), respondendo á pregunta de se a natureza transforma masa en enerxía, conclúe dicindo que a masa (como medida da “inercia”) e a enerxía son proporcionais, polo cal non se transforma unha na outra. Na páxina 323 do mesmo traballo opina que a contraposición entre “masa relativista” e “masa en repouso” é de carácter semántico e irrelevante para o tema considerado, para indicar que a masa en repouso pode transformarse en enerxía radiante en varios tipos de reaccións (químicas, nucleares e de aniquilación de materia con antimateria), discutindo a devandita interpretación e contrapónboa con outra equivalente na cal a enerxía total (que é equivalente ao concepto de masa relativista) se conserva. Adir (1987) acode á posición de Einstein sobre a masa e a enerxía para propor o uso do factor relativista gamma como unha alternativa ao concepto de masa variable coa velocidade, ademais de considerar que a masa é unha forma de enerxía, concretamente a enerxía en repouso. O mesmo autor entende que o manexo da notación cuadrivectorial elimina as ambigüidades na noción de masa, como vimos antes. O problema que contempla é o feito de que nas presentacións didácticas da Teoría da Relatividade non se adoita usar o concepto de cuadrivector, baseado na formulación xeométrica de Minkowski, pola súa complexidade. Dado que a proposta didáctica

visual está baseada precisamente en dita formulación, existe a posibilidade de superar o devandito obstáculo de carácter didáctico. Sawicki (1996) analiza os nove textos de física más populares e conclúe que sete deles presentan o concepto incorrecto de masa relativista. Pola súa banda, Sánchez (2000), analizando oito textos de Física de Bacharelato, comproba que na maioría aparece o devandito concepto.

Restrinxindo o uso do termo *masa* ao módulo do cuadrívector momento-enerxía (tamén chamado *masa en reposo*), poderíamos dicir que a masa dun sistema non necesariamente se conserva sempre, dado que ás veces, en sistemas de varias partículas, pode variar a suma das masas tras unha interacción, variación que é exactamente compensada por unha variación oposta na enerxía total dos campos e a radiación, aínda que se debería evitar dicir que a masa se transforma en enerxía, sendo preferible falar da transformación de materia en radiación.

Nas explicacións visuais ofrecidas ao principio do presente traballo tivemos oportunidade de comprobar que as dificultades existentes para unha axeitada utilización e interpretación do termo *masa* poden ser aclaradas coa axuda dos diagramas espazotemporais.

Luz

A velocidade da luz é un elemento clave na formulación da Teoría da Relatividade, de acordo coa cal se trata dunha das constantes fundamentais da Natureza. Por esa razón, considerouse por diversos autores o elevado valor didáctico que ten presentar algunha evidencia experimental do valor de devandita velocidade. Tamén é interesante analizar a validez e universalidade do fenómeno relativista da velocidade límite, así como a dificultade de comprensión dos conceptos relativistas asociados coa velocidade da luz.

Medicións da velocidade da luz

Page e Geilker (1972) introducen un aparato complexo para medir con precisión a velocidade da luz por alumnos universitarios. Bates (1983) utiliza coa mesma finalidade un interferómetro de microondas, de novo para alumnado universitario. Stauffer (1997) describe un enxeñoso experimento para medir a lonxitude de onda da radiación dun microondas caseiro a partir da formación de vultos nunha masa colocada no mesmo (anulando previamente a rotación do prato), para calcular a velocidade da luz logo de ler a frecuencia de funcionamento na ficha técnica do aparello. Este experimento é adecuado para ser utilizado con alumnado de secundaria.

Gülmez (1997) utiliza fibras ópticas de lonxitudes variadas para medir a velocidade da luz utilizando un osciloscopio. Beaver (2000) presenta unha posibilidade curiosa de medir a velocidade da radiación emitida por dúas emisoras de radiosinais simultáneas a partir da diferenza no tempo de chegada dos sinais, coñecendo a distancia á cal se atopa cada unha das emisoras. Brody (2003)

utiliza un reflector de bicicleta para devolver a luz dun raio láser pulsante desde máis de 70 m de distancia, e propón o uso dunha lente Fresnel para recoller a luz reflectida e eliminar así o efecto dispersivo do reflector. A luz concentrada recóllese en dous fotodiodos e compárase o retardo do sinal nun osciloscopio de dobre entrada. Aoki e Mitsui (2008) describen un circuíto para utilizar un láser de pulsos alcanzable co cal realizar un experimento “de sobremesa” para a medida da velocidade da luz.

De forma complementaria á medida da velocidade da luz, algunas experiencias poden ser de utilidade para presentar outras propiedades físicas da luz nos laboratorios de secundaria, como a demostración da relación entre frecuencia e enerxía por Cortel (2000), quen utiliza unha rede de difracción para variar a frecuencia, e un conxunto de receptores fosforescentes para demostrar que soamente a partir de determinadas frecuencias a luz é capaz de exceder o límiao enerxético de activación dos mesmos. Fernández-Dorado *et al.* (2008) utilizan CDs gravados orixinais (troquelados) cun punteiro láser para comparar a figura de difracción que producen coa de CDs virxes, os cales teñen os sucos homoxéneos e producen, xa que logo, un punto máis nítido.

Validez da velocidade límite

O feito de que unha das consecuencias da Teoría da Relatividade estea formulada como un límite, unha barreira inalcanzable (a velocidad da luz), contribúe a xerar un interese especial cara ás propostas que cuestionan o devandito límite, e isto contribúe a unha maior motivación por parte dos alumnos cando se analiza dita cuestión. Neste sentido, realizáronse experimentos para comprobar a existencia de velocidades superiores á da luz, con sentido físico (pois é sabido que a velocidad dunha sombra ou dun punto láser pola superficie da Lúa, por exemplo, pode ser superior á da luz sen que iso signifique nada desde o punto de vista físico).

Recentemente, Salart *et al.* (2008) realizaron un experimento de correlación cuántica entre pares de fotóns separados por 18 quilómetros de distancia, e comprobaron que o colapso cuántico da función de onda se produce de xeito praticamente simultáneo, é dicir, cunha velocidad superior á da luz. Con todo, atopámonos novamente cunha velocidad sen efecto físico, posto que non é posible transmitir materia, enerxía nin información mediante este mecanismo cuántico. De todos os xeitos, a idea de *velocidade límite* está tan asociada coa Teoría da Relatividade que se considera praticamente consubstancial con ela, o que fai que para moitas persoas experimentos como este demostren que a Teoría da Relatividade tamén é en si mesma relativa, no sentido de que a Ciencia, ao superar no seu avance os límites que impón, conseguirá demostrar que non é correcta. Xa temos visto nas explicacións previas que non é o caso.

Doutra banda, tamén se pon en cuestión o devandito límite ao postular a presenza de fotóns con velocidades superiores á da luz en determinadas zonas do Universo en expansión, que estarían

arrastrados pola devandita expansión. Unha análise adecuada de ditos conceptos implica ter en conta a Teoría da Relatividade Xeral. Así, Drummond e Hathrell (1980) ao analizar a polarización sen carga nun campo gravitacional, establecen (páx. 355) que a electrodinámica cuántica (QED) prevé a existencia de fotóns con $v > 1$ en espazotempos curvos. Stuckey (1992) describe a traxectoria dun fotón que *vai e vén*, arrastrado pola expansión do Universo, explicando que a Relatividade Especial é só *válida localmente*, do mesmo xeito que a noción de *plano horizontal* é só válida localmente a nivel da superficie terrestre. Blackman (1998) explica cómo a Cosmoloxía do Universo en expansión permite a existencia de contracción temporal (mentres que na Relatividade Especial soamente aparece unha dilatación temporal), así como novamente velocidades superiores á da luz. Akridge (2001) estende ditas ideas ao caso dun Universo en expansión non relativista, o que evidencia de novo que os devanditos fenómenos non entran en contradición coa Teoría da Relatividade. Chodorowski (2005) explica que ditas velocidades superiores á da luz teñen un carácter aparente, debido a seren resultado dun arrastre por *burbullas cósmicas* en expansión. Criado e Alamo (2007) presentan o fenómeno en forma de paradoxo relacionado coa fronteira do Big Bang, na cal podería haber velocidades superiores á da luz.

Dificultade dos conceptos relativistas asociados coa velocidad da luz

En relación coas ideas sobre a velocidade da luz, Villani e Pacca (1987) comproban as dificultades dos posgraduados para manexar dito concepto en dúas situacións problemáticas (páxina 66). O primeiro dos problemas refirese a distancias, cunha situación espacialmente simétrica na que dous fotóns (raios de luz) e dous trens, comezando na mesma posición, se moven en direccións opostas, e pregúntase sobre as distancias medidas por observadores situados en cada un dos trens cando un dos fotóns alcanza unha antena externa. A segunda situación problemática refirese ao tempo, e trátase dunha nave espacial cunha antena na súa parte traseira que emite un sinal o cal é reflectido por un espello situado na parte dianteira, regresando ao momento de partida. Pídese unha descripción dos sucesos desde o punto de vista da nave e dun observador terrestre. A análise realizada das respuestas a cada situación (páxina 61) indica que no problema das distancias, as respuestas son coerentes cunha cinemática de carácter espontáneo, na cal existe unha única velocidade (absoluta) para os trens e para a luz, respectivamente, e as distancias son igualmente absolutas, non importando o sistema de referencia en que se consideren. Con respecto ao problema sobre tempos, aparece unha maior disparidade de respuestas e ideas, destacando as seguintes: A distancia atravesada pola luz, tanto á ida como á volta, sería a mesma (é dicir, a distancia existente entre antena e espello) para todos os observadores (o cal contradí a Relatividade clásica igual que a especial, no caso do observador terrestre, pois para el cando a luz chega ao espello este avanzou unha certa distancia,

polo que o percorrido do fotón será maior que a distancia entre antena e espello, e menor na viaxe de regreso polas mesmas razóns), e, xa que logo, os tempos tamén serán os mesmos para calquera observador (debido á invarianza da velocidade da luz). Algunhas das respostas toman en consideración o efecto relativista da contracción espacial, mais non os efectos clásicos mencionados anteriormente. Mesmo os estudantes avanzados usan nocións espontáneas de carácter absoluto nas súas respostas, así como cualificacións de “real” ou “aparente” en relación con tempos e distancias, utilizando sempre o mesmo argumento dunha forma más ou menos sutil ou implícita: os dous observadores *semellan* medir valores diferentes, cando *realmente* existe unha única medida de espazo, tempo e velocidade da luz. Tamén aparecen intentos de aplicar conceptos de *compensación* entre os movementos cara adiante e cara atrás para xustificar as diferenzas observadas, é dicir, que aínda que os detalles poidan parecer diferentes, no cómputo global os resultados teñen que ser os mesmos para calquera observador. Ás veces, chega até a usarse un concepto de *Relatividade* para xustificar que observadores distintos poidan obter medidas distintas, aínda que en realidade haxa un único valor *verdadeiro*.

Atopámonos neste caso, ao noso parecer, de novo cunha análise realizada sobre a forma en que os alumnos razoan sobre unhas situacións problemáticas mediante argumentación de carácter lóxico-formal, sen recorrer aos diagramas espazotemporais para encaixar as situacións nos mesmos. Isto, unido á elevada abstracción dos conceptos utilizados, así como a complexidade das situacións, provoca no alumno o recurso a argumentos de carácter intuitivo, cunha gran resistencia a abandonalos por outros contraintuitivos, ou en todo caso buscando unha coexistencia entre uns e outros. A metodoloxía de Minkowski permite encaixar as ideas abstractas de espazo, tempo e velocidade nun marco coherente de carácter gráfico, no que os alumnos poden ir visualizando paulatinamente as novas ideas e contrapoñelas coas antigas, co cal poden adquirir unha maior significatividade.

O carácter límite da velocidade da luz acéptase como debido a unha insuficiencia da técnica actual para excedelo, e mantense a suma de velocidades galileana (Villani e Arruda, 1998). Tamén se aplica o concepto de límite de velocidad en medios materiais.

En relación coa velocidad da luz, Villani e Arruda (1998) sinalan a coexistencia da noción de composición galileana de velocidades coa limitación engadida de que o resultado non excede da velocidad da luz, o que é intrinsecamente contraditorio. Erro frecuente nos alumnos é tamén a extensión da invarianza na velocidad da luz á propagación da mesma por medios materiais. En termos xerais parece que o problema da medición da velocidad da luz non se aborda na cinemática ou na óptica coa relevancia lóxica e epistemolóxica necesaria nin sequera tanxencialmente.

Colombo (1995), ao analizar os distintos tipos de constantes en física de cara a unha aprendizaxe significativa da disciplina, contempla expresamente o caso da velocidade da luz como unha constante, comprobando a existencia dunha comprensión defectuosa do principio de Relatividade. Toledo *et al.* (1997), na súa análise da transición da física clásica á relativista, comproban diversos graos de coexistencia da intuición coas novas ideas.

Villani e Pacca (1987) amosaron que até alumnos avanzados de universidade utilizan ideas de movemento absoluto e nocións flutuantes entre o *real* e o *aparente* ante cuestiós que involucran a velocidade da luz e a varios observadores. Conclúen afirmando que non é realista partir da base de que os alumnos posúen un coñecemento completo do principio clásico de relatividade de Galileo, propugnando en consecuencia, como paso previo á introdución da relatividade einsteniana, a construcción dunha *intuición galileana* que libere aos estudiantes do espazo absoluto.

Das consideracións anteriores podemos extraer unha serie de conclusiós en relación coa forma en que se trata a luz na didáctica da teoría da Relatividade, para o que na proposta didáctica obxecto de investigación propomos un enfoque principalmente visual, no cal a velocidade da luz corresponde coa diagonal invariante das figuras, ao que tenden as sucesivas transformacións dunha forma asintótica e, xa que logo, claramente inalcanzable.

Concepcións alternativas da RE no profesorado

Alemañ (1997) estuda a existencia de erros sobre a teoría da Relatividade entre os propios profesores, que clasifica nas seguintes categorías:

- ✓ *A ecuación de Einstein sobre a equivalencia entre masa e enerxía serve tan só para o paso das unidades de masa ás de enerxía ou viceversa, persistindo en todo caso unha separación profunda entre ambos os conceptos.* Este erro procede dunha equiparación con outras ecuacións físicas nas que dúas magnitudes diferentes aparecen relacionadas mediante un factor de proporcionalidade, como é o caso da relación entre masa e volume mediante a densidade. Considérase, entón, que o cadrado da velocidade da luz é un factor de conversión análogo, sen ter en conta o carácter universal de devandita ecuación, fronte ao carácter particular das relacións de densidade, por exemplo.
- ✓ *A masa relativista aumenta o seu valor coa velocidade, o que explica que un corpo acelerado xamais acade a velocidade da luz.* Este erro está relacionado co anterior, e para evitalo cómpre ter en conta que a masa non é senón o módulo do cuadrivector enerxía-impulso, o cal é facilmente visualizable nos diagramas de Minkowski.
- ✓ *En Relatividade son completamente equivalentes os conceptos de sistema de referencia, sistema de coordenadas e observador.* Aínda que son conceptos moi relacionados, a noción

de sistema de referencia (SR) é fundamental para o tratamento da Relatividade, mentres que non en todo SR ten que haber un observador (e de feito o recurso a un observador, ás veces, dificulta a comprensión do carácter real das relacións obtidas, que non son meras percepcións dos observadores). Doutra banda, nun mesmo SR pode haber múltiples sistemas de coordenadas, ou conxunto de etiquetas matemáticas para as posicións e tempos (coordenadas rectilíneas, curvilíneas etc). Aínda que todos os sistemas de coordenadas poden ser igualmente válidos para describir un SR, normalmente adóitase elixir o que mellor se adapte á situación problemática exposta, como é o caso das coordenadas espazotemporais de Minkowski no estudo da teoría da Relatividade especial.

- ✓ *A Relatividade é unha teoría que se ocupa dos nosos procesos de medición en condicións extremas de velocidade ou enerxía. E dado que os efectos relativistas concirnen, non ao espazo e ao tempo en si mesmos, senón ás nosas medidas deles, non temos razóns que nos obriguen a cambiar estes conceptos respecto dos da física anterior a Einstein.* Estas ideas son sumamente nocivas, por contribuíren a limitar o grao de validez ou de aplicación da teoría da Relatividade, e proveñen de nocións operacionalistas xurdidas nas primeiras décadas do século pasado como a de falar de *regras e reloxos* en lugar de sistemas de referencia, así como de comparar as leis relativistas coas leis que explican como os efectos ópticos modifigan a nosa percepción dos obxectos reais. O autor, neste punto, apela á necesidade de recorrer á formulación xeométrica da Relatividade para superar estas ideas.
- ✓ *A Relatividade naceu a resultas da insatisfacción producida polas conclusións negativas dos intentos de Michelson-Morley sobre detección do movemento absoluto con respecto ao éter. Ese foi o experimento crucial que impulsou a Einstein a desenvolver a súa teoría da Relatividade especial.* Dado que na proposta didáctica visual obxecto de investigación usamos a experiencia de Michelson (nunha versión simplificada para a súa visualización) como elemento discrepante coa Relatividade clásica, convén non caer no citado erro, para o que se menciona igualmente a discrepancia entre os resultados de Maxwell sobre electromagnetismo e a transformación de Galileo, así como a imposibilidade de que o sistema de localización por satélite (GPS) funcionase correctamente se a teoría de Galileo puidese ser aplicada ás ondas electromagnéticas.
- ✓ *A Relatividade presupón o electromagnetismo clásico (ou en xeral as teorías de campos de masa nula), polo que se debería ensinar como unha prolongación da electrodinámica de Maxwell-Lorentz.* Novamente apela o autor ás características xeométricas do espazotempo, que compara, nunha curiosa analogía xurídica, cunha *Lei Orgánica* que regula e determina a forma en que outras leis de rango inferior encaixan no corpo lexislativo da Natureza.

- ✓ A característica más sorprendente da Relatividade é que a velocidade da luz (*c*) é independente tanto da velocidade da fonte emisora como do observador que a mide. Desde un punto de vista ondulatorio, a velocidade das ondas que se desprazan por medios materiais non depende da velocidad da fonte, polo que non tería excesiva dificultade encaixar esta propiedade dentro dunha teoría do éter. Con todo, a segunda afirmación (independencia da velocidad con respecto ao movemento do observador) si é totalmente contraintuitiva e radicalmente nova. É interesante, a este respecto, que a formulación inicial de Einstein da invarianza da velocidad da luz se refería á primeira das propiedades, coa particularidade aparentemente inocua de que a luz non se propagaba por ningún “éter”, senón polo espazo baleiro, de onde fixo derivar todas as súas sorprendentes conclusións.
- ✓ A Relatividade, polas súas complicacións teóricas e o seu afastamento da vida práctica, é un artigo intelectual de luxo. Sería mellor prescindir dela e deixar o seu ensino para os que desexen ser especialistas na materia; os demais podemos desenvolvernos moi ben coa física clásica. Os efectos relativistas si que teñen aplicacións e resultados prácticos e tanxibles, polo que a devandita idea debería ser desterrada paulatinamente. Doutra banda, cada vez máis se fai necesario incorporar a teoría da Relatividade ao acervo intelectual da maioría das persoas, para poder manexar conceptos cotiáns como os buracos negros, o Big Bang, a enerxía nuclear, os motores eléctricos etc. É precisamente por esta razón polo que se realiza un intento de rebaixar as idades de incorporación da teoría nas aulas aproveitando as súas posibilidades de visualización, así como a incorporación de varias actividades ao final da secuencia instrucional para achegar a teoría aos feitos e sucesos da vida real e cotiá das persoas.

Baierlein (2006) aborda a presenza de dous erros habituais no ensino da Teoría da Relatividade (que el denomina *mitos*): o primeiro deles consiste na presentación da transformación de Galileo como unha especie de límite para velocidades pequenas da transformación de Lorentz, algo que pode inducir a confusión. Desde a perspectiva visual evítase este erro tralo primeiro momento, pois é evidente pola simetría das figuras que a inclinación do eixe espacial, que se mantén inalterado na transformación de Lorentz, é equiparable á do eixe temporal (que mide a velocidad relativa), é dicir, a transformación de Galileo sería unicamente o límite da de Lorentz cando a velocidad relativa fose nula, non cando esta sexa pequena. A existencia de dúas formulacións diferentes para a constancia da velocidad da luz, que pode causar certa confusión no alumnado, é o segundo dos erros detectados polo autor.

A natureza substantiva do espazotempo

No marco da teoría da Relatividade xeral, o espazotempo ten un marcado carácter substancial, e pode ser interesante tratar este aspecto ao presentar o espazotempo na didáctica da Teoría da Relatividade, especialmente se se basea nun tratamento xeométrico-visual.

Levrini (2002a), ao tratar a problemática educativa da Relatividade Xeral, realiza unha análise dos enfoques educativos desde o punto de vista das ideas sobre “espazo”, algunas das cales poden ser de utilidade para a didáctica da Relatividade Especial, como a presentación que realiza na páxina 265 da cuestión crucial sobre a natureza do espazo, que xa tiña sido obxecto de debate entre Newton e Leibnitz, así como posteriormente entre Einstein, Minkowski e Poincaré: é o espazo un obxecto físico dotado de substancialidade, ou non é máis que un conxunto de relacións formais entre os obxectos ou entre as súas posicións?

Pérez, 2003, indica que neste caso se toma como punto de partida a concepción clásica, e como o de chegada a visión relativista que emerxe da relatividade especial. Con todo, e dado que todos os esforzos nos niveis anteriores foran dirixidos a consolidar a citada concepción clásica fronte aos esquemas espontáneos (conceptos de espazo e tempo intuitivos e moi potentes, arraigados na mente e na psicoloxía humanas de tal forma que até Kant razoou acerca da “verdade” intrínseca das mesmas), resulta que agora se está confrontando ao estudiante coa “superación” deste marco newtoniano que tanto esforzo lle puido custar adquirir e consolidar, e sen a posibilidade de acudir a experiencias cotiás que lle permitan aceptar a posibilidade da nova teoría ou corroborar a súa eficiencia. Toledo *et al.* (1997) demostran que os novos conceptos relativistas non chegan a desprazar os anteriores da física clásica tras unha instrución formal, senón que se unen a eles nunha interacción complexa, e sen ancoraxes firmes que permitan resolver situacións diferentes das expostas na instrución. A persistencia e estabilidade das concepcións relativistas tamén tende a ser moi baixa (Gil e Solbes, 1993)

As principais liñas de pensamento alternativo dos alumnos, por outra banda, son potenciadas durante o ensino previo, os medios de comunicación e o uso deformado dos aspectos rechamantes da teoría na cultura popular e na divulgación.

Na táboa 1.2 recólleñense as principais ideas alternativas do alumnado en relación coa Relatividade Especial atopadas na análise bibliográfica realizada.

Concepto	Ideas do alumnado
<i>Espazo e tempo</i>	Resistencia a aceptar que as medidas de lonxitude ou de tempo poidan depender do sistema de referencia, atribuíndo un carácter <i>absoluto</i> ás medidas realizadas nun sistema referencial en repouso con respecto do observador. Resistencia á instrución por parte do concepto de tempo newtoniano que flúe en todas partes por igual con independencia total do SR.

<i>Continuidade e Medida</i>	<i>Fracaso da unión da xeometría e os números cando o alumno non consegue recuperar mediante o tratamento algorítmico numérico a totalidade das propiedades do continuo xeométrico, en especial nos seus casos límite.</i> <i>Dificultades na comparación visual de lonxitudes entre segmentos con distinta orientación.</i>
<i>Causalidade e Simultaneidade</i>	Baixo compromiso epistemolóxico coas relacóns causa-efecto. Ideas erróneas en relación coa simultaneidade: carácter absoluto ou excesivamente relativo (nada se pode afirmar en relación coa mesma). Confusión entre a simultaneidade de dous eventos e a recepción dos sinais dos mesmos por parte do observador.
<i>Sistema de Referencia</i>	Ao repouso atribúeselle un carácter <i>absoluto</i> . Confusión entre observador e sistema de referencia. Dificultade dos alumnos para relacionar as gráficas de espazotempo cos movemento que representan. Diferente estatus de realidade para as observacións realizadas desde un SR en repouso e outro en movemento con respecto do alumno.
<i>Enerxía</i>	Conceptualización da enerxía como algo cuasimaterial. Ausencia de análises sobre a influencia do cambio de SR na enerxía cinética e o traballo mecánico.
<i>Masa</i>	Confusión entre masa e cantidad de materia. Masa variable coa velocidade. O concepto de masa relativista suscitou unha controversia no ámbito científico, sendo actualmente preferido o concepto de masa invariante, que equivale á enerxía total no sistema referencial en repouso co cdm. Este concepto visualízase axeitadamente no espazotempo de Minkowski. A definición operativa de masa inercial coincide coa definición anterior nos diagramas espazotemporais do choque inelástico.
<i>Luz</i>	O carácter límite da velocidade da luz considérase debido a unha insuficiencia da técnica actual, manténdose a suma de velocidades de Galileo. Confusión entre a invarianza da velocidade da luz e a súa característica de velocidade límite. Suposición de efectos destrutivos sobre os obxectos a velocidades elevadas. Atribución de propiedades mecánicas á velocidade da luz na fórmula de Einstein (que desaparecen cando se usan unidades nas que $c = 1$). Noticias mediáticas sobre a refutación da RE mediante experimentos sobre velocidades supralumínicas en efectos cuánticos.

Táboa 1.2 Problemática da aprendizaxe resumida

C2.2.4. Propostas didácticas en relación coa Teoría da Relatividade Especial de Einstein

Neste apartado faise unha revisión da literatura científica na área da didáctica das ciencias en que se enmarca a presente investigación, presentado atención á literatura científica existente sobre as cuestións de carácter epistemolóxico de interese.

Debemos ter en conta que o coñecemento conceptual específico é un factor determinante para o uso de estratexias de razonamento e aprendizaxe (García *et al.* 2002, Álvarez *et al.* 1998), as cales non se aprenden con independencia do contido ao que se aplican (García *et al.* 2002, Pérez e Pozo 1994). Interesa, xa que logo, coñecer o que a literatura sobre o tema estableceu sobre as ideas previas dos

alumnos en Mecánica en xeral, e sobre a didáctica da Teoría da Relatividade (clásica e einsteniana) en particular.

O principal aspecto de carácter epistemolóxico que hai que ter en conta é a forma en que se constrúe o coñecemento científico en xeral e o coñecemento da ciencia escolar en particular. O coñecemento científico organízase en teorías, estruturas de coñecemento complexas con capacidade descriptiva, explicativa e predictiva que poden medrar e desenvolverse (Hodson 1994), e a elaboración e avaliación das teorías desempeña un papel fundamental no proceso de elección entre teorías competidoras. A estrutura do coñecemento científico ten un papel importante na construcción e desenvolvemento do mesmo (Duschl 1990, Giere 1994), e as concepcións dos alumnos tamén poden chegar a estruturarse como teorías persoais nun campo do coñecemento mediante unha actividade social (Claxton 1991) na que o aprendiz adquire novas formas de coñecemento, razonamento e discurso mediante sucesos definidos socialmente. Os estudiantes practican a linguaaxe e as ferramentas dunha disciplina mentres *fan ciencia* como membros de comunidades de aprendizaxe. Aprender ciencias non implica só a construcción de novos significados, senón tamén a capacidade de argumentar sobre problemas de ciencias (García *et al.* 2002).

Os contextos socioculturais son importantes para a adquisición de destrezas intelectuais. Xa que logo, os enfoques de aprendizaxe cooperativa implican que nos procesos de aprendizaxe desenvolvidos nos contextos escolares (que de por si son contextos sociais) é fundamental a interacción entre os alumnos que aprenden, así como entre estes e o profesor que ensina, malia non seren frecuentes as oportunidades ofrecidas aos estudiantes para razonar en contextos reais (Duschl 1995).

Consecuentemente co anterior, considérase necesario aportar problemas reais sobre un determinado contido curricular, relacionándoo cun fenómeno cotián e familiar para o estudiante ou para quem razoe sobre o mesmo, coa finalidade de que os alumnos constrúan persoalmente os produtos e procesos culturais nun contexto que facilite a integración do traballo individual co traballo en grupo (García *et al.* 2002). A argumentación aparece como unha actividade central mediante a cal se presentan razóns baseadas en datos e coñecemento científico básico que permiten apoiar unha conclusión ante os demais. Combínase deste xeito a compoñente cognitiva da ciencia cos patróns de organización utilizados para expresar ou construír os coñecementos científicos, o que revela a importancia de aprender a *falar ciencia* (Lemke 1993).

Cando un alumno *fala ciencia* nun contexto social, recibe a influencia dos seus compañeiros, criándose unha argumentación de carácter social. Denomínase argumentación dialólica ou de voz múltiple (Driver e Newton 2000) a que acontece cando se examinan diferentes perspectivas para chegar a un acordo sobre as afirmacións do coñecemento que se aceptan, ou as liñas de acción que

se consideran. Nas clases de ciencias aparece cando se lles ofrece aos estudiantes a oportunidade de abordar un problema en pequeno grupo, ou cando en situacóns de discusión na aula, o profesor dirixe un debate para identificar diferentes liñas de pensamento e convida aos alumnos a avalialas coa finalidade de chegar a un resultado no que concorde todo o mundo (García *et al.* 2002).

Faise necesario, xa que logo, adaptar os contornos de aprendizaxe, propoñéndose a resolución de problemas auténticos, técnicas de conversación avaliativa con tarefas que provoquen disparidade de resultados, debates en grupo para sintetizar as ideas e presentación en público das mesmas, así como unha avaliacón de carácter formativo con participación dos propios alumnos (Duschl 1995).

Os alumnos manifestan as súas ideas aos demais mediante modelos mentais, que son representacóns da realidade rodadas nun escenario determinado en resposta a unha meta ou tarefa concreta, nas que se activan elementos esquemáticos contidos na memoria a longo prazo (Greca e Moreira 1996). Os modelos mentais poden estar constituídos por elementos de diferente natureza: elementos de carácter *ontolóxico* (imaxes, contidos analóxicos), cos que reflicte a realidade percibida, e elementos de carácter *epistemolóxico* (simulación, comparación coa realidade e criterios de verdade), cos que interactúa coa realidade e cos modelos dos outros alumnos de forma dialóxica (Gutiérrez 2004).

As ideas previas non se deben considerar tan só como un problema didáctico, senón tamén como unha oportunidade para aprender (Sanmartí e Casadella 1987). Para iso, convén propiciar a explicitación das ideas, así como a oportunidade de elixir entre varias explicacóns sobre a base da súa validez, non da autoridade de quen as expresa. Esta negociación entre iguais do status das ideas está na base da ecoloxía conceptual na aula. Os compoñentes que afectan á posibilidade dunha idea son de carácter metafísico (a esencia das cousas), causais (existencia de mecanismos que expliquen o porqué dun fenómeno), ou de coherencia (analoxías, respuestas iguais ante situacóns semellantes) (Hewson e Beeth. 1995).

Didáctica da Relatividade Clásica

En relación coa didáctica da Mecánica, comprobouse a incapacidade para aceptar a noción de repouso newtoniano mentres non se emprega un razonamento consistente, así como a tendencia a prestar máis atención aos obxectos que aos efectos que producen (Minstrell 1982).

Preséntanse varios tipos de incoherencia: Explicacóns que dependen do contexto e do coñecemento (explícito ou implícito) do movemento, concepto de forza como a causa e o que mantén o movemento, confusión entre causa e efecto (Hewson 1985). Os aspectos epistemolóxicos son fundamentais para explicar por qué as ideas “tipo-*impetus*” son más atractivas que as newtonianas: son más aceptables e intelixibles para o sentido común, carecen de coherencia, o que as fai

adaptables a cada contexto, e polo xeral non se dedica a atención precisa á necesidade de coherencia, xeneralizabilidade e parsimonia na análise por parte dos alumnos (Hewson 1990).

A velocidade, a distancia atravesada e a traxectoria dun obxecto en movemento son vistos como independentes do marco de referencia e explicadas descriptivamente en relación a un espazo absoluto. Diversos autores chegan á conclusión común de que as nocións clásicas non foron asumidas na súa complexidade, chegándose ao estudo da relatividade con sistemas de referencia privilexiados que perciben os valores *reais*, estando sempre presente unha valoración do que é real e do que non. Admítese que diversos observadores parecen obter diferentes medidas, cando realmente só existe unha medida (do espazo, do tempo, da velocidade da luz) (Saltiel e Malgrane 1980).

A análise dun movemento dende un sistema de referencia exterior ao observador é algo moi difícil para os alumnos de 4º da ESO, que se consegue só nun estado de desenvolvemento formal avanzado e con bastante entrenamento (Hierrezuelo 1993).

Poucos libros de texto utilizan, como sería deseable, diversos marcos de referencia para introducir as leis de Newton aplicando a relatividade. Mesmo na conservación da cantidade de movemento ou enerxía non se adoita usar máis dun observador (Galili e Kaplan 1997).

Deberíase introducir na escola a 1ª Lei de Newton en estreita asociación cos Sistemas de Referencia Inerciais. O habitual é considerala un caso particular da 2ª Lei, o cal conduce a utilizar un Sistema de Referencia Absoluto, e isto entorpece a transición posterior á relatividade einsteniana (Parasnig 1998).

Obsérvanse tamén dificultades no manexo do concepto de enerxía cinética relativa segundo o sistema de referencia (Gil 1994).

Tense feito moita énfase didáctica no abandono do modelo tolemaico como incorrecto para conseguir que os alumnos adopten o modelo copernicano, o cal non se xustifica dende un punto de vista relativista nin didáctico, pois sería máis interesante fomentar no alumno a capacidade de manexar as explicacións dun e doutro modelo de forma coherente (Lanciano 1989). Cando o alumno se ve forzado a abandonar o modelo xeocéntrico, coas súas explicacións naturais das observacións reais, para adoptar de forma acrítica o modelo heliocéntrico, córrese un risco: o de estar, en realidade, consolidando un modelo alternativo que recolle os postulados centrais do modelo heliocéntrico (Sol fixo e Terra móvil) sen abandonar as explicacións intuitivas (xeocéntricas) dos fenómenos observados, todo iso cunha incoherencia interna que non é doida de detectar.

De feito, tense comprobado que a teoría do *impetus* consegue superar limpamente a fase de instrución, suxeríndose que é especialmente persistente, tanto na Historia da Ciencia como na evolución conceptual dos alumnos (Saltiel e Viennot, 1985).

Didáctica da Relatividade Especial

En relación coa relatividade einsteniana, non é realista partir da base de que os alumnos posúen un coñecemento completo do principio clásico de relatividade de Galileo, propugnándose en consecuencia, como paso previo á introdución da relatividade einsteniana, a construción dunha *intuición galileana* que libere aos estudiantes do espazo absoluto (Villani e Pacca 1987).

O alumno tende a asumir como real únicamente o que está en repouso respecto de si mesmo (Hewson 1982). As medidas realizadas sobre algo en movemento carecen do mesmo estatus de realidade que se estivesen en repouso: *semella* que a lonxitude e o tempo son diferentes, mais interiorízase a existencia dunha realidade absoluta asociada ao repouso. As explicacións das discrepancias, polo tanto, son dadas en termos mecánicos, buscando mecanismos para explicar a contracción de Lorentz ou privilexiando a un observador para xustificar a falla de simetría nunha situación.

Tense comprobado (Toledo *et al.* 1997) que os novos conceptos relativistas non chegan a desprazar aos anteriores da física clásica tras unha instrución formal, senón que se unen a eles nunha interacción complexa, e sen ancoraxes firmes que permitan resolver situacóns diferentes das formuladas na instrución.

Angotti, *et al.* (1978) propoñen un enfoque de tipo actitudinal para o ensino da Relatividade Especial, presentándoa como un reto intelectual que esixe unha adaptación dos esquemas mentais para aceptar ideas novas e alternativas. Para iso utilizan películas e outros materiais audiovisuais, e comezan polos aspectos dinámicos da teoría, utilizando a noción de masa variable coa velocidade. Nas súas conclusóns, observan que algúns alumnos adoptan a actitude ambigua de aceptar convivir cunha serie de incertezas, ao mesmo tempo que non consideran que a RE se refira a aspectos ou problemas *reais*.

Gil (1987) considera que o ensino da RE constitúe un exemplo paradigmático de cambio conceptual e metodolóxico, e neste sentido Alemañ e Pérez (2000) presentan un enfoque didáctico baseado na idea de cambio conceptual, aplicada ao paso da física clásica á relativista. Entenden que non é posible utilizar a estratexia de *ensino por descubrimento* para a RE debido a que se trata de conceptos demasiado abstractos, e utilizan unha serie de analogías para visualizar determinados aspectos da Relatividade Xeral, como unha lámina curvada para a deformación do espazotempo pola gravidade, ou a superficie dun globo que se vai inflando como modelo visual da expansión do Universo tras o Big Bang.

Aínda que o traballo de Clement *et al.* (1989) non está dedicado específicamente á didáctica da TRE, inclúese nesta relación porque a súa proposta de identificar as ideas-áncora e distinguir

aquellos que pueden ser de utilidad para la instrucción tienen características útiles para la didáctica de la Relatividad, en especial determinadas consideraciones sobre conceptos como el de simetría que pueden presentar características de discontinuidad que dificultan o impiden su uso como *ponte lógica* para la construcción gradual de nuevas ideas.

Colombo *et al.* (1991), aplicando el principio de conflicto cognitivo a la didáctica de las ciencias, proponen fomentar el pensamiento divergente y hacer muchas preguntas para contribuir a que los alumnos planteen en cuestión sus ideas y acepten ideas alternativas como las que representan las del TRE.

Gil e Solbes (1993) proponen una didáctica de tipo constructivista para la introducción de la física moderna a partir de la física clásica y con el propósito de superarla, mencionando diversos errores en la interpretación de $E = mc^2$, como transformación de masa en energía, así como la escasa retención que se observa de las ideas adquiridas por los alumnos.

Villani e Arruda (1998) conceden una importancia especial a la historia de la ciencia dentro de la didáctica de la RE por cambio conceptual. Fiore (2000) adopta una perspectiva matemática para el estudio del TRE, utilizando fórmulas de geometría como el teorema de Pitágoras, varios ejemplos relativos al funcionamiento de los tubos de televisión o los muones, y presentando a Einstein como un alumno inadaptado, para captar la simpatía de los alumnos de sus ideas.

Arriasssecq e Greca (2002) realizan una serie de consideraciones sobre la didáctica de la Relatividad desde el enfoque de la historia de la ciencia, proponiendo varios ejes estructuradores para abordar el TRE.

Pérez e Solbes (2003) comentan algunos problemas sobre la didáctica de la Relatividad Especial, subrayando la dificultad que entraña el cambio de paradigma (o de la Relatividad clásica o de Galileo) por otro (o de la Relatividad Especial), y proponiendo crear previamente una intuición galileana en la ESO. Al analizar las ideas previas sobre espacio, tiempo y masa indican que muchas de ellas son inducidas desde fuentes de información alternativas a la escuela, como los medios de comunicación, especialmente la televisión.

Arriasssecq e Greca (2004) analizan las dificultades manifestadas por los profesores y los libros de texto en el estudio de la RE, opinando que es fundamental enseñar la RE en el medio escolar por la importancia que conceden los alumnos a esta teoría, así como su influencia en otros campos de conocimiento. Vilaseñor (2005) presenta una propuesta didáctica de características autoevaluativas, con preguntas iniciales para promover el interés por el conocimiento de la teoría.

Alonso e Soler (2006a) presentan unos materiales didácticos para la RE en Bachillerato, introduciendo la formulación de Minkowski a partir del límite para las velocidades que supone la velocidad de la luz,

incorporando unha explicación (páx. 449) sobre os conceptos de masa, enerxía e temperatura aplicados ao caso simplificado dun par de partículas.

Valentzas *et al.* (2007) analizan a presenza e utilidade dos “experimentos mentais” nos libros de texto e divulgativos de física moderna, presentando varias clasificacións dos mesmos propostas por diversos autores (páx. 357), así como unha relación comentada (páx. 361) de once experimentos mentais, a maioría propostos polo propio Einstein: “caza” dun raio de luz, imán e condutor, tren, emisión de luz, corpos fluídos, ascensor, disco xiratorio, microscopio de Heisenberg, gato de Schrödinger, E.P.R, caixa con luz e reloxo, discutindo as súas aplicacións didácticas.

Arriasssecq e Greca (2007) , ao analizaren a forma en que a RE é presentada nos libros de texto na Arxentina, establecen (páxs. 73 a 79) unha serie de categorías e subcategorías conceptuais referidas á teoría: contextualización histórica (estado da física na época, o concepto de éter), epistemoloxía da xénese da teoría (papel da experimentación, orixinalidade, comprobación experimental, aplicacións), repercusión noutras áreas (ciencia, filosofía, arte), conceptos (espazo, tempo, simultaneidade, movemento relativo, paradoxos), analizando (páx. 71) o concepto de tempo como cambio e a contraposición entre tempo absoluto e relativo, así como (páx. 72) a distinción entre *observador* (que mide magnitudes físicas) e *espectador* (que recibe sinais luminosos cos que constrúe imaxes dos sucesos).

Un aspecto bastante recorrente en diversas propostas didácticas para a Teoría da Relatividade (e, en xeral, para a física moderna) é a posibilidade (ás veces manifestada como necesidade, interese ou conveniencia) de rebaixar as idades nas que se pon ao alumnado en contacto con estas ideas.

Stannard (1990) comproba que os alumnos saben da existencia e propiedades (moitas veces fantásticas) dos buracos negros a través de diversas fontes de información non escolares, e con todo non aparece a física moderna no currículum correspondente, polo que non están en condicións de interpretar aquela información nin de aproveitala para construír un conxunto coherente de ideas. Propón introducir a física moderna en idades temperás, mediante unha serie de *olladas* (glimpses) conceptuais.

Swinbank (1992), no seu curso sobre física de partículas, propón que todos os alumnos, até os que non vaian estudar física no futuro, reciban información sobre a física moderna, incluíndo nos contidos información sobre a Relatividade Especial.

Wilson (1992), novamente en relación coa didáctica da física de partículas, expresa que a física moderna (e en particular a Teoría da Relatividade) é interesante e útil para todos os alumnos.

Kalmus (1992) describe o estado do ensino da física de partículas na educación secundaria desde o punto de vista universitario, destacando que o que más anima a estudar física no futuro (aos alumnos ingleses) é a Teoría da Relatividade.

Michelini *et al.* (2000) presentan unha proposta para ensinar Física Cuántica en Secundaria utilizando a formulación de Dirac para explicar o fenómeno da polarización da luz como un exemplo introdutorio á teoría cuántica.

Ostermann e Moreira (2000) presentan unha experiencia de introdución da física moderna nas aulas de secundaria involucrando formación de profesores, na que traballan dous tópicos (supercondutividade e partículas elementais), e propón evitar analogías clásicas á hora de explicar os conceptos novos.

Varios autores realizaron contribucións relativas á oferta de recursos didácticos accesibles *on-line* para a didáctica da Teoría da Relatividade.

Holton (1962) publica unha relación de libros e artigos de referencia para o ensino da Teoría da Relatividade.

Carson (1998a) explica cómo utilizar un programa de follas de cálculo para a didáctica da TRE, presentando un exemplo no cal, comparando as expresións para os campos eléctrico e magnético, obtén o valor da velocidade da luz.

Belloni *et al.* (2004) utilizan un programa denominado *Physlets* para a didáctica da TRE, indicando a importancia de comezar polo estudo do concepto de Sistema de Referencia. A visualización que presentan non está baseada na xeometría de Minkowski, senón nunha aplicación sistemática do concepto de *raios de luz* para definir os diversos sucesos e as súas relacóns.

Desde unha perspectiva de divulgación científica, Johansson *et al.* (2006) amosan diversas experiencias de museo nas que se visualizan experimentalmente determinados aspectos da TRE, como os muóns ou a antimateria, incluíndo unha explicación relativa a Minkowski e as súas ideas.

Alonso e Soler (2006b) publican unha proposta didáctica para o Bacharelato baseada en 31 animacións informáticas nas que utilizan un programa denominado *Modellus*, o cal é accesible na seguinte dirección de Internet: <http://www.curiedigital.net/>

Savage *et al.* (2007) utilizan o programa *Real Time* para xerar diferentes gráficos por computador cos cales visualizar complicados efectos relativistas para o ámbito universitario.

En relación co uso pedagógico do experimento de Michelson como experiencia discrepante coas ideas previas da Relatividade Clásica, a pesar da escasa ou nula influencia que tivo no desenvolvemento da teoría por parte de Einstein, podemos atopar na bibliografía algunas alternativas.

Müller (2000), ao analizar o efecto que tería a existencia do *vento de éter* sobre o sistema de posicionamento global por satélite (coñecido polas siglas GPS), demostra que se pode utilizar o funcionamiento deste sistema dentro dunha marxe de erro de decenas de metros como evidencia da invarianza da velocidade da luz (pois de non ser así existiría un erro anual de polo menos un par de quilómetros). A representación gráfica en diagramas espazotemporais do funcionamento do GPS nunha dimensión espacial coincide por completo cos diagramas explicativos do experimento de Michelson simplificado, proposto como experiencia discrepante na secuencia didáctica visual desenvolvida por nós. Tamén analiza a posibilidade de presentar o efecto relativista sobre o espazo en dúas fases: en aproximacións de 1^a orde (como é o caso do GPS), o efecto que aparece é a perda de simultaneidade (por inclinación do eixe espacial), e en aproximacións de 2^a orde (como é o caso da versión completa do experimento de Michelson) aparece ademais a contracción espacial.

Dryzek e Singleton (2007) presentan a interpretación dun experimento de aniquilación de positróns en voo como unha evidencia da ausencia de *vento de éter*, e este experimento pode ser tamén visualizado co mesmo diagrama espazotemporal que o utilizado para a versión simplificada do experimento de Michelson, polo que constitúe outra alternativa para presentar unha experiencia discrepante en relación coa Relatividade Clásica.

Propostas didácticas que empregan a formulación xeométrica de Minkowski

Dado que a proposta didáctica visual da Teoría da Relatividade está baseada esencialmente na formulación xeométrica de Minkowski, é de sumo interese coñecer as aplicacións didácticas previas de dita formulación xeométrica existentes na literatura.

Romain (1963) presenta unha aproximación xeométrica aos paradoxos relativistas, para cuxa explicación, visualización e resolución utiliza os diagramas espazotemporais de Minkowski.

Taylor e French (1983), na súa análise dun paradoxo relativista sobre a lonxitude en sistemas de referencia acelerados, acoden igualmente á formulación xeométrica de Minkowski para a súa formulación e resolución, demostrando que, contra a crenza común, o uso destes diagramas non se limita só á análise de movementos rectilíneos e uniformes, senón que calquera outro tipo de movemento admite o mesmo tratamento visual. Neste mesmo sentido de incorporar movementos acelerados nas gráficas de Minkowski, Desloge e Philpott (1987) explican mediante os devanditos diagramas sucesos propios dos buracos negros, como é o caso dos horizontes de eventos, ou rexións do espazotempo as cales nin sequera a luz pode atravesar para chegar até observadores externos.

Dray (1989), na súa revisión do paradoxo dos xemelgos, aplica os diagramas de Minkowski a un espazo circular (diagramas cilíndricos) para visualizar e resolver o devandito paradoxo dunha forma alternativa.

Saletan (1997) aplica os diagramas de Minkowski ao espazo de momentos para visualizar e resolver os choques entre partículas.

Mermin (1997), na súa introdución aos diagramas espazotemporais, simplifica a forma visual dos diagramas de Minkowski ao prescindir dos eixes de espazo e de tempo, é dicir, tendo como única referencia a invariante relativista da velocidade da luz (liñas ortogonais inclinadas), aplicando a invariante da superficie espazotemporal e resolvendo diversas situacíons problemáticas mediante devanditos diagramas (1+1) simplificados. O mesmo autor, Mermin (1998) presenta unha xustificación totalmente visual mediante diagramas de Minkowski da posibilidade de presentar e tratar a invariante relativista (que na presentación alxébrica habitual da RE corresponde co módulo do cuadrivector espazotemporal) mediante figuras visualmente moi simples: rectángulos de luz de superficie constante.

Alemañ e Pérez (2001) indican que toda a Relatividade Especial está contida nos diagramas de Minkowski, analizando varias dificultades e dúbidas sobre o uso dos mesmos. Propón a construción didáctica da transformación de Lorentz a partir da de Galileo mediante un procedemento visual comparativo, e propugnan a necesidade dun cambio na programación educativa da educación secundaria para abordar adecuadamente a Teoría da Relatividade.

Pérez e Solbes (2006), ao presentaren unha proposta didáctica para o ensino da Relatividade Especial como motivación para a aprendizaxe da física, consideran que a eficacia didáctica do método visual de Minkowski é escasa, e acoden a formulacíons visuais alternativas mediante reloxos de luz, aplicación do teorema de Pitágoras, programas informáticos de visualización (*applets*) e salientando as relacíons CTS como motivación para a aprendizaxe.

Gron e Elgaroy (2007), para visualizaren a expansión do Universo (modelo de Friedman) utilizan as coordenadas comóbiles de Milne, que coinciden plenamente coas coordenadas desenvolvidas na nosa proposta didáctica a partir dos diagramas de Minkowski para analizar a expansión do Universo a un nivel elemental.

Silagadze (2008) utiliza a metodoloxía de Minkowski para analizar desde un punto de vista xeométrico as posibilidades de existencia de modelos de espazotempo conformes coas propiedades clásicas do espazo (homoxeneidade, isotropía) e do tempo (principio de causalidade), xunto co principio de Relatividade, é dicir, sen acudir á evidencia experimental ao redor da velocidade da luz. O resultado é unha serie de xeometrías (páx. 833) das cales a xeometría galileana (ou de Newton) non cumpriría de forma total co principio de causalidade, e aparecendo unha alternativa á mesma, a denominada xeometría de Carroll (ou co-galileana), na cal os efectos de variación da simultaneidade serían predominantes fronte aos de variación da posición (que sería de aplicación, por exemplo, ao analizar sucesos entre galaxias distantes). Tamén analiza a relación entre o Big

Bang e a xeometría de Minkowski (páx. 851), e considera a posibilidade de que a radiación cósmica de microondas veña a constituir unha oportunidade para recuperar o modelo dinámico aristotélico dun SR absoluto.

Despois da revisión bibliográfica realizada en relación coas ideas previas e as propostas didácticas existentes pensamos que a metodoloxía xeométrica de Minkowski permite presentar unha proposta didáctica innovadora mediante a cal se afronten dun xeito gráfico as ideas detectadas, superando ao mesmo tempo debates teóricos sobre as magnitudes e conceptos relativistas polo feito de abordalos desde unha nova perspectiva didáctica visual e integradora.

C2.2.5. Demanda cognitiva

De acordo coa perspectiva evolutiva da aprendizaxe, os alumnos de 1º de Bacharelato estarían nunha etapa de desenvolvemento dacabalo entre os estados concreto avanzado e formal inicial, o que haberá de ser tido en conta á hora de expor as actividades.

Con todo, Duschl (1995) prevennos acerca de realizar unha interpretación ríxida dos estudos taxonómicos, no sentido de considerar os distintos estadios de desenvolvemento propostos por Piaget como impedimentos para pór en práctica determinadas propostas didácticas nas aulas. Rexeitar os contextos innovadores de ensino co pretexto de “*non pueden hacer iso*” leva, entre outras cousas, a reducir o alcance das actividades prácticas á simple manipulación ou exploración, sen establecer vínculos con conceptos directores.

Sendo conscientes das dificultades que van enfrentar os nosos alumnos niso, non deberíamos con todo renunciar a que vexan ciencias desde as primeiras etapas. Precisamente coa nosa proposta visual estamos abordando o problema de anticipar a incorporación da relatividade especial en niveis temperáns do ensino científico, con todo o que isto leva.

Hodson (1994) considera que no ensino das ciencias coexisten tres aspectos imbricados entre si: A aprendizaxe da ciencia (os seus conceptos), a aprendizaxe sobre a natureza da ciencia (os seus métodos, as relacións coa tecnoloxía e a sociedade), e a práctica da ciencia (investigación, resolución de problemas).

A práctica da ciencia ten unha forte componente idiosincrática, propia de cada individuo, ao mesmo tempo que se trata dunha actividade altamente limitada e especializada. Por iso non debería ser a actividade fundamental ou exclusiva dunha proposta didáctica en ciencias, pois, dadas as limitacións de tempo e recursos dispoñibles, non sería posible aprender suficiente ciencia escolar coa mesma.

Por esta mesma razón, as actividades de tipo práctico incorporadas na proposta didáctica presentada están dotadas dunha forte compoñente cognitivo-dedutiva, para facilitar a comprensión e interpretación da teoría, especialmente das gráficas espazotemporais en que se basea.

Tendo en conta as taxonomías propostas por Shayer e Adey (1986) desde o punto de vista dos contidos necesarios para unha proposta didáctica visual da teoría da relatividade, e dadas as seguintes porcentaxes atopadas polos mencionados autores ao analizar as Tarefas Razoadas en Ciencias, Science Reasoning Task, nas que un 80% dos alumnos de quince anos acadaron o estadio *concreto avanzado*, e o 30 % acadaron o estadio *formal inicial*, contemplamos contidos de interese para a didáctica cualitativa visual da Teoría da Relatividade nas seguintes táboas (indícanse as táboas mediante a mesma numeración utilizada polos autores):

Táboa X : Diferentes aspectos do desenvolvemento da interacción do neno co mundo.

Táboa XI : Desenvolvemento dos diferentes *esquemas* necesarios para a comprensión das ciencias.

Táboa XII: Física.

C2.2.6. Problemática didáctica esperada para cada fase da proposta.

Reorganizaremos agora os resultados do apartado anterior de acordo coas tres fases en que está previsto desenvolver a intervención:

- Fase previa, de introdución á metodoloxía visual.*
- Fase central, de construcción e análise da transformación de Lorentz.*
- Fase final, de comprobación e implicacións CTS da RE.*

Para cada fase, agruparemos as funcións en dúas columnas, na primeira as capacidades da etapa Ca (Concreta avanzada), e na segunda as da etapa Fi (Formal inicial).

Desta forma, poderemos anticipar determinados problemas didácticos en cada unha das fases, así como prever o maior ou menor grao de dificultade para certos alumnos de determinados contidos, tendo en conta que unha gran maioría do alumnado de 1º de Bacharelato debería alcanzar o estadio Ca (Concreto avanzado), mentres que unha minoría considerable (ao redor dun terzo do alumnado, en termos xerais) adquirirían as capacidades e poderán realizar as funcións correspondentes ao nivel Fi (Formal inicial), en maior ou menor grao.

-Fase previa, de introdución á metodoloxía visual.

A modo de resumo, podemos comprobar na táboa 1.3 que a Relatividade de Galileo non debería presentar excesivas dificultades para o alumnado de 1º de Bacharelato, e, xa que logo, é adecuado pretender utilizar esta fase previa para repasar os devanditos contidos (se xa os trataron

anteriormente), así como para afacelos a unha metodoloxía visual que será usada posteriormente ao longo da intervención.

Ca (Concreta avanzada, maioría de alumnos) Capacidades necesarias para contidos de etapas previas a 1º de Bacharelato	Fi (Formal inicial, un terzo do alumnado) <u>Problema didáctico:</u> Contidos de etapas previas con dificultades áinda para a maioría de alumnos en 1º de Bacharelato
Lectura visual por separado do espazo e o tempo nas gráficas Relación entre espazo e tempo (MU) A luz nas gráficas espazotempo Velocidades relativas Cambio de SR debido á velocidad relativa Transformación de Sistema de Referencia: modelo visual, a modo de <i>esqueleto</i> da realidade física Interpretación gráfica dos resultados prácticos con velocidades de arrastre (construcción da transformación de Galileo) Conservación do tempo e as lonxitudes na transformación de Galileo Comprobación dos efectos de <i>sentido común</i> Conservación da superficie <i>et</i> na transformación de Galileo Comparación cualitativa de masas nas representacións gráficas Comparación dunha masa nun choque con outra coñecida. Independencia clásica entre enerxía e masa	Principio de relatividade clásico, intuitivo (Re)-construcción da Transformación de Galileo Transformación de Galileo para explicar situacións de repouso relativo Interpretación física das gráficas espazotempo (arrastre, repouso relativo, ausencia de límite na transformación de Galileo) Conservación da velocidad da luz (Michelson) Efecto da velocidad de arrastre na práctica de Michelson: Pode percibilo sempre que sexa presentado convenientemente. Expresións numéricas para comparar masas Cálculo dunha masa nun choque con outra coñecida Cálculo dunha masa a partir da gráfica dun choque inelástico con outra coñecida. Independencia entre masa e enerxía na transformación gráfica de Galileo dun choque inelástico

Táboa 1.3: problemática didáctica esperada para a fase inicial

Con todo, debemos ter en conta a existencia dalgúns contidos que terán un certo grao de dificultade (áinda a este nivel de iniciación) para un grupo significativo de alumnos: cálculos de tipo numérico, interpretación de conceptos ou estruturas con certo grao de complexidade (como a transformación de SR ou a velocidad de arrastre).

-Fase central, de construcción e análise da transformación de Lorentz.

Ca (Concreta avanzada, maioría de alumnos) Vantaxe: Contidos alcanzables	Fi (Formal inicial, un terzo do alumnado) <u>Problema:</u> Dificultades para a maioría
---	---

Escalas en que $c = 1$ Modelización práctica da experiencia de Michelson e posicionamento por satélite Conservación da superficie et ao estirar o rombo por unha diagonal e encollelo pola outra (transformación de Lorentz) Transformación de Lorentz como <i>esqueleto alternativo</i> ao de Galileo Conservación da superficie <i>et</i> como algo <i>visible</i> nas gráficas Dilatación temporal e contracción espacial cualitativas Límite para a velocidad na tr. de Lorentz Comparación cualitativa de masas na gráfica dun choque inelástico Dificultades en conceptualizar a enerxía cinética Comprobación do efecto da enerxía cinética sobre o <i>cdm</i> ao transformar o <i>SR</i> dun choque simétrico.	Construcción da transformación de Lorentz Visualizar a tr. de Lorentz como única forma de conciliar a mecánica e o electromagnetismo Dificultade para comparar os modelos de Galileo e Lorentz Deducción cualitativa dos efectos relativistas. Explicación dos efectos relativistas mediante a transformación de Lorentz Cálculo da superficie <i>et</i> Factores de dilatación temporal e contracción espacial Desprazamento do <i>cdm</i> na gráfica da transformación de Lorentz dun choque Descubrir o efecto da enerxía sobre a masa na gráfica da transformación de Lorentz dun choque Relación entre masa e enerxía na transformación gráfica de Lorentz dun choque inelástico Cálculo da enerxía cinética nunha colisión e comprobación da equivalencia coa masa na transformación de Lorentz
---	---

Táboa 1.4: Problemática didáctica esperada para a fase central da proposta

Á vista da táboa 1.4, dentro dun conxunto de contidos en principio alcanzables polo seu carácter cualitativo, podemos anticipar dificultades en certos contidos que presentan unha maior demanda cognitiva: Construcción e interpretación do modelo estruturado que constitúe a transformación de Lorentz, realización de cálculos numéricos, interpretación da enerxía nas gráficas e a súa relación coa masa. Nestes casos, ademais de reforzar os aspectos visuais e cualitativos, poderemos intentar sacar partido á presenza de alumnos que entanden os devanditos conceptos de forma conveniente para axudar aos seus compañeiros.

-Fase final, de comprobación e implicacións CTS da RE

Nesta fase final pódense anticipar unha maior cantidade de dificultades debidas á demanda cognitiva dos contidos. Con todo, o seu carácter, na nosa proposta, é meramente de reforzo dos contidos presentados na fase central, na que se formulan unha serie de consecuencias de carácter físico a partir dunha análise visual e cualitativa dunha transformación, a de Lorentz, que en si mesma, polo seu elevado nivel de abstracción e por conducir a resultados sorprendentes e contraintuitivos, non é fácil de aceptar.

Ca (Concreta avanzada, mayoría de alumnos)	Fi (Formal inicial, un terzo do alumnado)
Comprobación dos fenómenos relativistas	<p>Interpretación física dos efectos relativistas (espazo, tempo, velocidade)</p> <p>Explicación da forza de Lorentz a partir da contracción espacial das cargas</p> <p>Cuestións dinámicas nos diagramas relativistas</p> <p>Dificultades con masa e enerxía</p> <p>Conservación da masa e a enerxía en reaccións nucleares</p>

Táboa 1.5: problemática didáctica esperada para a fase final da proposta

Nesta fase final preténdese achegar o aprendido ao mundo real, das consecuencias sensibles ou experimentais da Física Moderna que son aceptadas xeralmente sen un maior cuestionamento mais tamén sen unha comprensión do porqué das mesmas.

Os alumnos, agora, están en condicións de entender que os efectos visuais vistos anteriormente teñen consecuencias de enorme interese científico (experimentos con muóns, ou con reloxos a bordo de avións), tecnolóxico (electromagnetismo, aceleradores de partículas, navegación por satélite ou GPS) ou social (enerxía nuclear, explicación do Universo). A pesar das dificultades conceptuais que poidan experimentar para unha comprensión completa dos mesmos, estáselles fornecendo unha información que aumentará o seu interese pola ciencia en xeral e pola física moderna en particular, e que poderá ser completada en posteriores cursos.

C2.2.7. As actitudes como obstáculo para aprender ciencias

Ao falar de actitudes, estamos tendo en conta un amplio conxunto de factores, como os valores persoais, a autoestima, as inclinacións ou gustos particulares do que aprende, ou o seu medo ao fracaso (que pode provocar unha actitude de pasividade ante o reto intelectual da aprendizaxe). Neste sentido, o feito de que para moitas persoas as ciencias (e en particular a física) constitúan coñecementos aburridos, pouco útiles ou especialmente difíciles presupón un obstáculo para a aprendizaxe que debe ser tido en conta. Unha proposta didáctica na que se ofrece chegar a entender a Teoría da Relatividade dunha forma visual pode presentar elementos de interese e motivación para o alumno, tanto pola facilidade e accesibilidade que se lles supón aos contidos de tipo visual, como polo aumento de autoestima que suporía poder entender algo considerado en principio tan difícil.

Neste caso, estariamos ante a motivación provocada polo reto de acadar un magnífico logro intelectual para o cal se ofrece un camiño accesible.

Cada alumno, á súa vez, ten un estilo de aprendizaxe preferida ou para a cal está especialmente motivado. Nalgúns casos, preferirán un estilo de carácter expositivo, baseado nas explicacións do profesor, e para outros será máis deseñable un estilo participativo. O estilo visual en que se basea a nosa proposta didáctica, ademais de participativo, ofrece o interese de facilitar a exploración autónoma por parte do alumno, posto que unha vez que é capaz de interpretar a información gráfica fornecida, estará en condicións de extraer as súas propias conclusións baseándose na aplicación consecuente desas mesmas propiedades xeométricas en contextos variados.

As actitudes, do mesmo xeito que as ideas previas, adoitan amosar pouca persistencia no tempo, entre outras razóns pola falta de continuidade no uso dos novos coñecementos a medida que se prograza polas sucesivas etapas educativas. Por esta razón, pensamos que pode ser útil enlazar a relatividade clásica traballada nos cursos inferiores da educación secundaria coa relatividade einsteniana (que non será incorporada até o último curso) mediante unha presentación gradual, cualitativa e visual en cursos intermedios.

O papel do profesor tamén debe ser tido en conta, mediante unha reflexión de carácter persoal sobre cales son os estilos de aprendizaxe preferidos e as expectativas de éxito nas tarefas de aula do seu alumnado. Estas consideracións poden volverse esenciais á hora de tomar decisións didácticas.

O coñecemento, aínda que supoña un esforzo, ou precisamente por iso, pode chegar a supor unha verdadeira motivación, que estaremos reforzando sempre que usemos contidos, exemplos ou recursos próximos ás preocupacións dos nosos alumnos e propoñamos tarefas adaptadas aos seus distintos estilos de aprendizaxe e capacidades.

Este cambio de estilo (que é tamén de tipo actitudinal) por parte do profesor require de tempo e a realización crítica de novas experiencias didácticas.

A este respecto, ao revisar os libros de texto e a práctica didáctica dunha mostra de profesorado, Pérez (2003), conclúe que o principio de relatividade galileano non se introduce no 80% dos textos de primeiro nivel, e que nos de 2º de Bacharelato se introduce no 85% dos textos un principio confuso como é o de *masa relativista*. Só o 33% dos profesores expón a necesidade de partir dunha situación problemática, o 70% carece dunha epistemoloxía adecuada, con dificultades para entresacar o substancial da teoría (como manexar aplicacións da relatividade ou razoar adequadamente sobre a masa). Máis do 80% dos alumnos non comprenden de xeito suficiente os conceptos de espazo e tempo, nin son capaces de razoar de xeito adecuado acerca da enerxía en procesos como o de fisión nuclear. A valoración da metodoloxía, da aprendizaxe, a participación, o interese pola ciencia e as aplicacións CTS reciben cualificacións moi baixas.

C2.3. SELECCIÓN, FORMULACIÓN E SECUENCIACIÓN DE OBXECTIVOS

Da integración das análises do contido académico e da problemática de aprendizaxe seleccionáronse os obxectivos de aprendizaxe. Devanditos obxectivos non se asocian soamente cos contidos referidos a conceptos e a procedementos senón tamén a fomentar entre os alumnos cando practican a actividade científica unha educación estimuladora de todas as súas capacidades e, deste xeito, aquelas actitudes que se consideran desexables para a formación das persoas nunha sociedade democrática: Disposición crítica e actitude interrogante; opinión reservada e respecto pola evidencia; tolerancia, honradez, imparcialidade; e vontade para cambiar de opinión.

Creamos que os obxectivos de aprendizaxe poden materializarse de moitas formas na aula. No noso caso consideramos os seguintes:

- 1-Realizar, interpretar e analizar gráficas espazotemporais
- 2-Describir nas gráficas espazotemporais fenómenos físicos coñecidos previamente
- 3-Realizar predicións a partir de diagramas espazotemporais
- 4-Ter presente a importancia do sistema de referencia para o estudo do movemento
- 5-Representar unha determinada situación nun sistema de referencia diferente.
- 6-Describir os movementos en termos de posición, traxectoria e velocidade.
- 7-Aplicar o principio de conservación da cantidade de movemento para analizar as colisións, destacando o papel do centro de masas nas mesmas.
- 8-Contrastar os resultados gráficos obtidos ao comparar tempos, distancias, velocidades e masas en distintos sistemas de referencia, extraendo conclusións cualitativas.
- 9-Discutir as implicacións físicas, tecnolóxicas e sociais dos resultados obtidos mediante á análise visual das gráficas espazotemporais, evitando posicións dogmáticas.
- 10-Considerar o debate histórico sobre as teorías da relatividade dentro dunha visión global da historia da Física.

Teremos tamén en conta os seguintes obxectivos de carácter *actitudinal*, como forma de contribuír á formación de persoas nunha sociedade democrática:

- Disposición crítica para a unha análise visual paso a paso
- Actitude interrogante
- Opinión reservada
- Respecto pola evidencia ante as experiencia de Michelson e predicións de Einstein
- Tolerancia, honradez e imparcialidade
- Vontade por cambiar de opinión para aceptar a realidade da Teoría da Relatividade xunto coas súas consecuencias.

C2.4. ESTRATEXIAS DE INSTRUCIÓN

Para establecer as estratexias de instrución seguiremos unha orientación metodolóxica de características construtivistas, de acordo coa cal o ensino das ciencias, para ser significativo, debe propiciar a reflexión por parte do alumnado sobre os contidos obxecto de aprendizaxe a partir da súa experiencia previa, seguida dunha intervención de características didácticas por parte do profesorado na que se incorporen os novos conceptos sobre os anteriores como desenvolvemento da ZDP, ao mesmo tempo que se fai explícito o carácter erróneo das ideas previas de características indesexadas, potenciando a significatividade dos conceptos construídos mediante a súa aplicación en contextos diferentes, reforzando deste xeito as capacidades do alumnado. Teremos en conta, primeiramente, a influencia de dita formulación metodolóxica na secuencia de actividades (apartado [C2.4.1.](#)), para contemplar posteriormente o papel do alumando (apartado [C2.4.2.](#)), do profesorado (apartado [C2.4.3.](#)) e do clima de aula (apartado [C2.4.4.](#)), para rematar no apartado [C2.4.5.](#) cunha proposta de secuenciación das actividades en tres fase, denominadas *exploración, indagación e aplicación*. Na fase de exploración procédese a unha reflexión sobre as características xeométricas e visuais dos conceptos de espazotempo e da relatividade clásica, que deberían ter sido obxecto de instrución en cursos anteriores.. Cómpre dicir que o feito de estar propiciando unha incorporación anticipada destes contidos nos programas de referencia, obrigounos a realizar unha adaptación inicial na que se incorporou dun xeito ampliado esta fase de exploración, posto que foi necesario ir construíndo na mesma os propios contidos previos da relatividade clásica que serían obxecto de superación posteriormente pola Relatividade Especial nas restantes fases. Deste xeito, a relatividade clásica, na nosa intervención, adquire un dobre papel: debe ser construída primeiramente na mencionada fase previa de adaptación (explicada no capítulo 3), aínda que tamén constituirá o necesario punto de partida sobre o cal se tentará desenvolver os novos conceptos relativistas que tentamos incorporar coa nosa proposta didáctica. Na fase de indagación, procédese a presentar os contidos da Relatividade Especial dun xeito visual, seguindo praticamente a mesma secuencia que na fase de adaptación (exploración), mais incorporando un novo postulado, o de conservación da velocidade da luz, como resultado da análise da experiencia discrepante de Michelson. Constrúese deste xeito unha transformación xeométrica alternativa da vista anteriormente (transformación de Lorentz), na que se poden visualizar determinados efectos físicos sobre o tempo, o espazo, a velocidade e a enerxía. Finalmente, e xa na fase de aplicación, tentaremos dotar da maior factibilidade posible aos anteditos fenómenos relativistas, a partir da presentación de diversas probas experimentais e consecuencias comprobadas na realidade. Todas as presentacións realizanse seguindo a metodoloxía visual derivada da formulación xeométrica de Minkowski, amosando deste xeito o seu potencial pedagóxico e explicativo.

C2.4.1. Formulación metodolóxica e secuencia de actividades

Trataremos de sintonizar cos intereses e preferencias do alumnado, tendo en conta que a ciencia moderna está presente en numerosos elementos que forman parte do imaxinario xuvenil actual: viaxes espaciais, aceleradores de partículas como é o caso do CERN (cuxa recente posta en marcha do HLC provocou unha intensa controversia nos medios de comunicación), o concepto de velocidade da luz con toda a súa auréola de carácter místico asociada, a figura de Einstein como paradigma de científico alternativo, inconformista, brillante e en gran medida incomprensible, a ciencia-ficción con todas as súas propostas e *realidades* supuestamente baseadas na Relatividade, a Cuántica e demais teorías da física moderna, ou a enerxía nuclear coa súa fascinante dualidade, xa que tanto a más destrutiva das armas (as bombas nucleares) como a más amable das enerxías (a enerxía solar) proveñen ou están baseadas na mesma, ademais de ser unha das fontes enerxéticas más controvertidas (con defensores que argumentan a carencia de emisións de efecto invernadoiro, e detractores que argumentan o problema causado polos residuos radioactivos).

Ademais do interese polos contidos debido ás razóns anteriormente mencionadas, mediante debates e prácticas cooperativas fomentaremos a participación e colaboración no traballo responsable e a actividade intelectual, para o que teremos en conta tamén unha adecuada organización da aula.

Os feitos, fenómenos, cambios ou contidos obxecto da aprendizaxe deben ser relevantes para o alumnado, neste caso a Teoría da Relatividade, que ademais do interese mencionado anteriormente presenta as características dun reto intelectual de primeira magnitude, cunha auréola de *misterio incomprensible* que fai especialmente relevante o intento de visualizar de forma cualitativa e intuitiva os seus contidos.

A teoría da Relatividade afecta ás nocións máis básicas da Física, como son o tempo, o espazo ou a masa, e con resultados que contradín o noso sentido común. Polo tanto, as súas conclusións afectarán a todo o edificio da Física, e unha correcta interpretación da mesma é esencial para unha adecuada explicación e comprensión de fenómenos físicos tan importantes e variados como a propia noción de tempo, a natureza da luz, o electromagnetismo, a física nuclear e de partículas, ou a orixe, evolución e estrutura do Universo.

A maioría das persoas coñece algúns aspectos e fenómenos relativistas dunha forma incompleta, parcial ou deformada, o que dificulta a súa aceptación como un corpo coherente de conceptos físicos.

O tratamento habitual da teoría da Relatividade mediante un formalismo matemático presenta considerables dificultades para a súa aplicación adecuada nos cursos de educación secundaria.

Pouco tempo despois de que Einstein presentase a Teoría da Relatividade Especial, o matemático alemán Hermann Minkowski (Sazánov, 1988) demostrou que todas as consecuencias físicas da mesma eran de carácter xeométrico, e podían ser formuladas nun espazotempo (et) de catro dimensións.

O espazotempo de Minkowski adoita ser utilizado para visualizar algúns resultados da Teoría da Relatividade nunha forma simplificada, reducíndoo a dúas dimensións, unha espacial e unha temporal (Mermin, 1997), sendo desta forma sinxelo presentar de forma cualitativa fenómenos relativistas como a dilatación temporal, a contracción espacial ou a existencia dun límite para a velocidade.

Este tratamento xeométrico-visual non carece do rigor e validez necesarios para explicar a RE dunha forma coherente, e de feito pode ser usado en niveis universitarios (Callaghan, 2000) para presentar a teoría completa, incluíndo os principais aspectos da Relatividade Xeral.

Pérez (2003), tomado en consideración de forma xeral as diferentes propostas aparecidas até o momento, nunha reflexión posterior descarta as que se basean nos diagramas espazotemporais ou de Minkowski, baseándose en consideracións sobre a ausencia de capacidades dos alumnos para interpretar o carácter fortemente simbólico dos mesmos. Como xa foi dito, a nosa proposta intenta precisamente aproveitar a existencia (previsible desde o punto de vista dos estudos evolutivos analizados) de determinadas capacidades previas en devandito sentido, así como incorporar no alumnado as capacidades adicionais necesarias para aproveitar esas características, tendo en conta que o estado actual da cuestión no que se refire á teoría da relatividade especial acepta o carácter exclusivamente xeométrico de todas as manifestacións da mesma.

O enfoque xeométrico introduce unha interesante particularidade desde o punto de vista didáctico, ao ser posible seguir un camiño visual que nos permite chegar a conclusións rigorosas. Este procedemento era algo habitual na Física clásica, e as teorías de Galileo (e até do propio Newton) foron desenvolvidas e expostas dunha forma predominantemente xeométrica. Posteriormente, a partir das críticas de Descartes e Leibnitz ao tratamento xeométrico da Mecánica, adoptouse case exclusivamente un formalismo analítico-matemático que é o predominante na actualidade, até tal punto que para gran parte dos alumnos e profesores non se concibe un tratamento rigoroso dos conceptos físicos se non é mediante procedementos matemáticos.

A vantage do formalismo matemático para a Física consiste, como o expuxo Leibnitz, na posibilidade de illar os elementos relevantes dun problema ou situación dados e esquecemos dos aspectos xerais ou accesorios, para así poder utilizar as potentes ferramentas do cálculo e obter solucións ao problema exposto coa precisión requirida, aínda que no camiño se perda a intuición dos pasos realizados.

Pola contra, o formalismo xeométrico permite presentar nun mesmo plano os aspectos relevantes da teoría e as relacóns xerais entre os mesmos, de forma que é posible ter unha profunda visión e unha frutífera intuición dos principios e magnitudes fundamentais da teoría así como das numerosas, variadas e simultáneas relacións que os gobernan.

Este tratamento, praticamente abandonado na Mecánica, aínda se pode ver aplicado en determinados ámbitos da Estática (resolución gráfica de problemas de pancas) ou en Óptica xeométrica (resolución gráfica de problemas con lentes ou espellos), así como na utilización de gráficas espazotempo para resolver problemas de dous móbiles como exemplos de ecuacións en Matemáticas. É interesante, así mesmo, facer notar que as gráficas espazotemporais usadas no tratamento xeométrico-visual de Minkowski da Teoría da Relatividade non son, na súa esencia física, diferentes das gráficas mencionadas anteriormente, polo que a súa demanda cognitiva inicial debería ser equiparable.

Na nosa proposta didáctica, aumentamos o ámbito das aplicacións didácticas dos diagramas de Minkowski en dous sentidos:

- Para construír a propia teoría dunha forma visual a partir dos mesmos principios utilizados por Einstein de relatividade e de conservación da velocidade da luz.
- Para visualizar a equivalencia entre masa e enerxía a partir da análise gráfica dunha colisión inelástica.

Isto, á súa vez, permite introducir a teoría dunha forma cualitativa e visual en cursos temperáns, cun dobre obxectivo:

- Achegar a comprensión da teoría da Relatividade a un maior número de alumnos, e non soamente aos que vaian continuar estudos universitarios de carácter científico ou tecnolóxico.
- Facilitar o estudio posterior dos aspectos cuantitativos.

C2.4.2. Papel do alumnado

Aplicaremos o principio de actividade dos estudiantes para termos en conta o papel protagonista do que aprende na súa propia aprendizaxe.

É esencial, neste sentido, a integración entre teoría e prácticas, algo que na nosa proposta sucede ao propor unhas actividades prácticas coas que estaremos reproducindo de forma simplificada e simulada os experimentos e ideas que deron lugar ao advenimento das dúas teorías relativistas, a teoría clásica ou de Galileo e a teoría da Relatividade Especial de Einstein. Ao transformar os datos experimentais en propostas gráficas, estamos propondo ao alumno realizar unha interpretación teórica visual das prácticas.

Doutra banda, nas prácticas propostas sobre o electromagnetismo, estaremos dando especial importancia á interpretación teórica, a partir da mesma visualización realizada anteriormente, do comportamento de electroimáns, motores eléctricos e demais dispositivos electromagnéticos. A posibilidade de explicar todos os fenómenos observados a partir dunha simple característica visual das gráficas espazotemporais de Lorentz como é a contracción espacial volve dotar á proposta didáctica dunha gran capacidade de integración da teoría coa práctica.

Deste xeito, os alumnos poderán poñer a proba as destrezas intelectuais e manipulativas recibidas ao longo da instrución.

Pretendemos así mesmo fomentar o traballo en grupo, compatibilizándoo co traballo individual, tanto nas prácticas como nos debates e demais actividades propostas, nas que os alumnos deberán intentar defender as súas opinións e xuízos de valor con argumentos, escoitar aos demais, compartir as tarefas e respectar as opinións e quendas de intervención dos seus compañeiros.

Na liña de considerar a aprendizaxe como construcción social de coñecementos e non como simple adquisición dos xa elaborados, (Wertsch 1993, Reigosa e Jiménez 2000), as actividades expuxéreronse como situacíons problemáticas (García *et al.* 2000), outorgando así un relevo especial á resolución de problemas como elemento vertebrador entre a praxe e o logos, a partir de cuxo estudo se fan explícitos os coñecementos previos e foméntase a construcción dos novos.

C2.4.3. Papel do docente

O profesor debería poder ser percibido polos alumnos como un axudante e colaborador na súa aprendizaxe, dado que o ensino é unha actuación asistida.

Debe así mesmo fomentar actitudes positivas cara á ciencia, e apoiar aos seus alumnos cando estes o necesitan, propiciando oportunidades de desenvolvemento persoal dentro dunha visión da aprendizaxe como unha serie de Zonas de Desenvolvemento Próximo (ZDP) embrionarios que se desenvolven en novas capacidades.

Deberase axustar as demandas da ZDP ao desenvolvemento do coñecemento dos estudiantes, e para iso establecese un sistema de referencia con características de “real” como é o denominado Sistema de Referencia Terra-Lúa, no cal todas as conclusíons e visíons gráficas teñen unha inmediata correspondencia de tipo sensible.

O profesor debe intentar propiciar situacíons de aprendizaxe de forma constante, con participación activa dos seus alumnos tanto nos aspectos manuais como intelectuais para dar resposta ás tarefas expostas.

As ideas previas non se deben considerar tan só como un problema didáctico, senón tamén como unha oportunidade para aprender. Para iso, convén propiciar a explicitación das ideas, así como a

oportunidade de elixir entre varias explicacións sobre a base da súa validez, non da autoridade de quen as expresa. (Hewson *et al.* 1995).

C2.4.4. Clima de aula

Inflúen no clima de aula, por unha banda, os coñecementos profesionais e o estilo docente do profesor, así como o ambiente de traballo, que debería ser agradable e relaxado para que o alumnado se sinta cómodo e integrado nas actividades.

As normas de funcionamento deben reflectir un mutuo interese e ser establecidas de común acordo para levar a cabo obxectivos que interesan a todos, neste caso conseguir entender e visualizar a Teoría da Relatividade Especial de Einstein (RE).

As actividades deben ser intelixibles, informativas e atractivas, para o que se intenta levar ao máximo a visualización dos contidos nas gráficas espazotemporais así como a presentación co máximo realismo posible das actividades prácticas e a análise das consecuencias da RE.

O profesor deberá apoiar aos grupos, escutar os comentarios, preguntas e dificultades dos seus alumnos en relación con calquera aspecto dubioso ou incomprendido da teoría ou as actividades prácticas, prestando atención á problemática subxacente, que pode ter características de inintelixibilidade en si mesma (dada a esencia contraintuitiva da RE), como ser debidas a dificultades conceptuais por parte do alumno (por mor dunha falta de adecuación entre a demanda cognitiva e a capacitación do alumno). Tanto nun caso como noutro, aínda que con diferentes estratexias, haberá que intentar simplificar algún dos seus elementos ou buscar algún camiño alternativo para a súa explicitación, acudindo se é necesario e posible á participación de compañeiros que poidan comprender a cuestión por outros medios, ben sexa porque realizan unha aproximación alternativa ou porque demostran un maior desenvolvemento das capacidades requiridas polo tema.

O profesor non debe caer no erro de substituír aos alumnos nas súas tarefas, senón producir interaccións, tanto individuais como grupais, xerar confianza. Ao considerar os errores como un requisito e unha oportunidade para aprender, tamén fará que os alumnos tomen conciencia da importancia e o valor do seu traballo para a aprendizaxe que realizan.

C2.4.5. Estratexias de instrución e secuencia de actividades

Tendo en conta todo o anterior, propomos actividades que provocan a argumentación e o diálogo sobre a problemática asociada ao cambio de sistema de referencia, así como unha explicación das gráficas espazotemporais, ferramenta didáctica de carácter visual coa que se pode acometer unha interpretación completa da Teoría da Relatividade.

O coñecemento adquirido debe ter un carácter de funcionalidade, é dicir, debe ser posible transferilo a outras situacións e contextos, e por iso se propón aplicar a devandita ferramenta de análise gráfica e visual á explicación a partir da transformación de Lorentz das consecuencias relativistas preditas por Einstein e confirmadas experimentalmente de moi diversas formas.

As características cognitivas dos alumnos foron tidas en conta tanto mediante a análise das súas ideas e actitudes previas, detectando as que se poden aproveitar para ir construíndo a teoría gradualmente como as que deben ser obxecto de refutación durante as actividades, como a partir das esixencias cognitivas dos contidos, en que se observou a necesidade de reforzar as compoñentes visual e cualitativa na construcción e interpretación da teoría, deixando para cursos posteriores os aspectos que requieren maiores capacidades por parte do alumnado.

Mediante a integración das análises científica e didáctica establecése a secuencia básica da proposta, que se presenta dunha forma bastante clara acudindo aos correspondentes referentes na historia da ciencia: (Aristóteles - Galileo) - (Michelson - Lorentz) - (Einstein - Hubble), a partir da cal poderán organizarse os obxectivos de aprendizaxe como capacidades que se espera acaden os alumnos.

A análise do contexto de aprendizaxe, tanto desde a perspectiva do alumnado como do profesorado, así como o clima de aula, permitiunos establecer a necesidade de dotar ás actividades dun carácter indagatorio e cooperativo.

Considerando a aprendizaxe como unha construcción de coñecemento, propónense actividades como situacións problemáticas, verbigracia as realizadas sobre o Sistema de Referencia Terra-Lúa, nas que a resolución dos problemas vertebral a praxe e o logo, fomentando a explicitación dos coñecementos previos para contribuír á construcción dos novos, e os procedementos constitúen unha trama na que construir os conceptos, como é o caso da práctica relativa á simulación da experiencia de Michelson, que servirá de punto de partida para explicitar a necesidade de construir unha transformación de SR alternativa á de Galileo.

Á hora de planificar as actividades, teremos en conta a necesidade de explicitar as súas ideas, contrastalas coas dos seus compañeiros e diferenciar unhas e outras respecto ao coñecemento da ciencia escolar, insistindo continuamente na necesidade de elaborar argumentos para xustificar as súas conclusións.

Non nos limitaremos a expor conflitos ou feitos discrepantes coas ideas dos alumnos, como é o caso da experiencia de Michelson, senón que planificaremos actividades para introducir novas ideas (a construcción da transformación de Lorentz), así como para aplicalas en contextos diferentes (consecuencias experimentais, tecnolóxicas e sociais da Teoría da Relatividade de Einstein).

Para iso, e como foi explicado anteriormente, basearemos a nosa proposta nunha secuencia de tres fases: *exploración, indagación e aplicación*.

Fase de exploración

Na fase de exploración, realizaremos previamente actividades de orientación, coa finalidade de espertar o interese e a curiosidade do alumnado sobre a teoría da relatividade e a posibilidade de chegar a comprendela, seguidas de actividades de estruturación, nas que poidan explicitar e criticar as súas ideas.

Deberemos partir dun determinado aspecto da realidade obxecto do coñecemento, fomentando a expresión persoal do coñecemento cotián mediante o intercambio de ideas, a realización de experiencias sinxelas ou a consulta de datos para chegar a unha síntese do coñecemento implícito que permita verificar ou refutar as súas hipóteses. É moi importante, nesta fase, acudir á linguaxe cotiá para construír un significado a partir das ideas previas que sintetice o coñecemento cotián.

Estas actividades corresponden coa fase previa, de introdución á metodoloxía visual en relación coa relatividade galileana (utilizando unha terminoloxía cotiá ao manexar o sistema de referencia Terra - Lúa) e debate das súas ideas sobre os resultados do experimento de Michelson.

O papel do docente, nesta fase, consistirá en introducir a linguaxe da ciencia escolar cando o discurso explicativo do alumnado o demande (por exemplo, incorporando os conceptos e magnitudes físicas de espazo, tempo, velocidade, masa, enerxía e as súas unidades a medida que se van necesitando). Debemos promover que os alumnos falen científicamente ao observar, describir, analizar, argumentar ou comunicar as súas ideas, para o que recorreremos á visualización das fichas con diagramas espazotemporais no “visor do espazotempo”, que permite traducir dunha forma sensible, non textual, as percepcións gráficas (liñas, puntos, cruces, inclinación, verticais, horizontais, proporcións) a nocións físicas (obxectos, sucesos, choques, velocidade, repouso, simultaneidade, equilibrio).

Desta forma, procuraremos que teñan lugar os procesos de aculturación ou de enculturación, que equivalen ao cambio conceptual progresivo.

Dentro da fase de exploración estableceranse os seguintes grupos de actividades:

Sistemas de referencia espazotemporais (Aristóteles)

Relatividade clásica: transformación de Galileo

As actividades desta fase de exploración explícanse no apartado C2.5.1 deste mesmo capítulo.

Fase de indagación

Á hora de expormos as actividades de indagación, deberemos ter en conta que os procesos de construcción do coñecemento cotián, escolar ou científico non son equiparables nin trasladables, sen máis, duns contextos de adquisición a outros. Estes procesos están intimamente relacionados e veñen determinados polo sentido que se lles outorga en cada contexto educativo concreto, o cal introduce unha seria limitación ás teses xeneralistas sobre a adquisición do coñecemento.

Intentaremos, na nosa proposta, fomentar estratexias conducentes a construír a ciencia escolar por indagación a partir das experiencias cotiás.

De acordo con Duschl (1995), as innovacións educativas deben interrograrse sobre o significado do coñecemento construído, polo que á ciencia se refire, e as contornas de aprendizaxe baseadas no cambio conceptual deberán exporse como adquieren os profesores a información necesaria para supervisar, avaliar e facilitar *feed-back* sobre a formación de significados, os procesos de razonamento e a comunicación do coñecemento dos estudiantes.

Nesta indagación sobre a contorna inmediata percibida, debe irse introducindo gradualmente o coñecemento desexable desde a ciencia escolar cando o propio coñecemento experiencial demande do sistema explicativo causal uns interrogantes que non poidan ser abordados única e exclusivamente pola percepción analítica inmediata.

Trátase dun proceso diversificado, que demanda a síntese do coñecemento científico escolarmente construído.

Nesta fase de indagación, comezaremos realizando unha intervención, no sentido de animar aos alumnos a probar as súas ideas coa necesaria coherencia para mantelas, desenvovelas ou substituílas (actividade práctica sobre a experiencia de Michelson). Seguidamente, procederemos a incorporar actividades de reestruturación, que axudan a recoñecer o significado do aprendido e a forma en que o interpretaron (necesidade dun novo modelo de transformación de SR), así como a informar sobre as ideas clave ou os modelos da ciencia escolar (construcción da transformación de Lorentz dunha forma cualitativa visual) e ensinar a usalas como fundamento das súas percepcións ou explicacións (análise gráfica das magnitudes físicas na transformación de Lorentz para establecer as propiedades relativistas de dilatación temporal, contracción espacial, velocidade límite e equivalencia entre masa e enerxía). Estas actividades corresponden coa fase central, de construcción e análise da transformación de Lorentz.

É conveniente animar e axudar aos estudiantes a probar as súas ideas para mantelas, desenvovelas ou substituílas, así como a recoñecer o significado do que percibiron (como facemos ao interpretar fisicamente as percepcións visuais nas gráficas espazotemporais).

É importante tamén sistematizar os coñecementos para que se demanden modelos que xustifiquen e expliquen os cambios de sistema mediante o uso dos modelos da ciencia escolar. Na proposta

didáctica analizada, dita sistematización dos coñecementos prodúcese na forma gráfica da transformación de Lorentz (modelo visual da RE), que nos ofrece unha estrutura xeométrica á que se pode aplicar posteriormente unha análise física que nos permite xustificar a súa necesidade e explicar os novos fenómenos que aparecen.

Para que a indagación sexa frutífera, debemos fomentar previamente a aprendizaxe de técnicas e destrezas útiles para a indagación, e para que desta xurdan novos interrogantes. A presentación na fase inicial (de exploración) dun desenvolvemento totalmente similar nas súas premisas gráficas (pero non nas físicas) para construír o modelo previo da transformación de Galileo permite levar a cabo a devandita aprendizaxe previa.

Os modelos utilizados deben dar significado aos conceptos e deben tamén poder ser usados polos estudantes de forma autónoma, para que poidan apreciar a súa utilidade e comprender a evolución do coñecemento científico. Os modelos de Sistema de Referencia espazotemporal e as súas transformacións (Galileo, Lorentz) comparten estas características, posto que permiten xustificar de forma visual as consecuencias más reais e importantes da Teoría da Relatividade, así como seguir as evolución destas ideas ao longo da historia e as razóns para os cambios producidos nas mesmas.

Dentro da fase de indagación estableceranse os seguintes grupos de actividades:

Experiencia discrepante: Michelson

Síntese: transformación de Lorentz

As actividades desta fase de indagación explícanse no apartado C2.5.2 deste mesmo capítulo.

Fase de aplicación

A aplicación implica a transferencia do aprendido á explicación de situacións novas.

Neste sentido, a ciencia escolar construída debe prover un instrumento de análise, reflexión e acción posto ao servizo de quen pasa unha boa parte da súa infancia e mocidade na escola.

A ciencia escolar debe, pois, capacitar-nos para coñecer mais tamén para facer, e isto supón unha determinada cultura científica escolar, con menos pretensión de transmitir información e con maior utilidade e funcionalidade na explicación da propia contorna.

Na fase de aplicación da nosa proposta, intentaremos, xa que logo, axudar ao alumnado a relacionar o aprendido con outros feitos (evidencia experimental da dilatación temporal), situacións (debate sobre o paradoxo dos xemelgos), acontecementos (visualización da enerxía nuclear ou da xeometría do Universo en expansión) ou experiencias adquiridas na vida cotiá (xustificación das experiencias prácticas sobre electromagnetismo mediante a contracción espacial). Estas actividades corresponden coa fase final, de comprobación e implicacións CTS da RE.

Deberemos animar e axudar ao alumno a relacionar o aprendido con experiencias da súa vida diaria, facendo énfase na utilización de conceptos e modelos para elaborar relacóns útiles que xustifiquen tanto o comportamento visto como, por transferencia, o doutros casos similares. Desta forma, serve para apreciar a funcionalidade do coñecemento e para contrastar e comprobar a aprendizaxe.

A realización de actividades en pequenos grupos facilita a interacción e a comunicación entre iguais (os alumnos), así como entre iguais e experto (alumnos e profesor), aínda que o traballo individual seguirá sendo un factor fundamental para conseguir a aprendizaxe, sobre todo polo feito de enfrentarse de forma consciente ao esforzo que supón, como neste caso a comprensión de conceptos tan pouco intuitivos como son os fenómenos da Teoría da Relatividade.

Dentro da fase de aplicación estableceranse os seguintes grupos de actividades:

Fenómenos relativistas asociados co espazo e o tempo

Fenómenos relativistas asociados coa velocidade e a enerxía

As actividades desta fase de aplicación explícanse no apartado C2.5.3 deste mesmo capítulo.

C2.5. SECUENCIA DE ACTIVIDADES

Coherenteamente co dito até aquí, propone a seguinte secuencia de actividades:

Fase de exploración: introducción á metodoloxía visual (apartado C2.5.1.)

Sistemas de referencia espazotemporais

[Actividade 1.](#) Visor do espazotempo

[Actividade 2.](#) Sistema de Referencia Terra-Lúa (repouso)

Relatividade clásica: transformación de Galileo

[Actividade 3.](#) Movimento relativo (práctica)

[Actividade 4.](#) Construción da transformación de Galileo

[Actividade 5.](#) Sistema de Referencia Terra-Lúa (Galileo)

Fase de indagación: construcción e análise da transformación de Lorentz (apartado C2.5.2.)

Experiencia discrepante: Michelson

[Actividade 6.](#) Experiencia de Michelson simplificada (práctica)

[Actividade 7.](#) Significado da experiencia de Michelson (debate)

Síntese: transformación de Lorentz

[Actividade 8.](#) Construción da transformación de Lorentz

[Actividade 9.](#) Sistema de Referencia Terra-Lúa (Lorentz)

[Actividade 10.](#) Efectos relativistas: análise gráfica

Fase de aplicación: comprobación e implicacóns CTS da RE (apartado C2.5.3.)

Fenómenos relativistas asociados co espazo e o tempo

[Actividade 11.](#) Paradoxo dos xemelgos (debate)

[Actividade 12.](#) Forza de Lorentz

[Actividade 13.](#) Electromagnetismo e Relatividade (práctica)

Fenómenos relativistas asociados coa velocidade e a enerxía

[Actividade 14.](#) Aceleradores de partículas e enerxía nuclear

[Actividade 15.](#) Xeometría do Big Bang

A continuación preséntanse as actividades utilizadas para cada fase e indícase a súa intención educativa. Complementaremos a descripción de cada grupo de actividades mediante a análise das competencias físicas e matemáticas fomentadas coas mesmas, para o cal se tiveron en conta as definicións de competencias nos informes PISA (OCDE, 2006a; OCDE, 2006b; OCDE, 2006c), así como o desenvolvemento das competencias nos currículos de Bacharelato (MEC, 2007; XUGA, 2008a) e da ESO (XUGA, 2007).

C2.5.1. Fase de exploración: introdución á metodoloxía visual.

Sistemas de referencia espazotemporais

Neste grupo de actividades preséntase ao alumnado unha ficha para construír con papel un “visor do espazotempo”, mediante o cal se pode observar a través dunha regaña unha serie de gráficas nas cales se comproba a diferenza entre a apariencia bidimensional estática e a realidade unidimensional dinámica das mesmas. Esta visualización é de suma importancia para atribuír posteriormente propiedades físicas aos elementos xeométricos de ditas gráficas. Preséntase o concepto xeométrico-visual de “cadrado espazotemporal unitario” a partir das unidades de medida utilizadas. Utilízanse unidades “naturais”, nas que a velocidade da luz é a unidade (diagonais do cadrado unitario). Un sistema de referencia especialmente interesante é o SR T-L, no que a unidade de tempo é o segundo e a de espazo son 300.000 km, aproximadamente a distancia que separa a Terra da Lúa. No devandito sistema, visualízanse e miden as seguintes magnitudes físicas: tempo (en vertical), lonxitude (en horizontal), velocidade (inclinación), masa (nun choque cunha masa unidade).

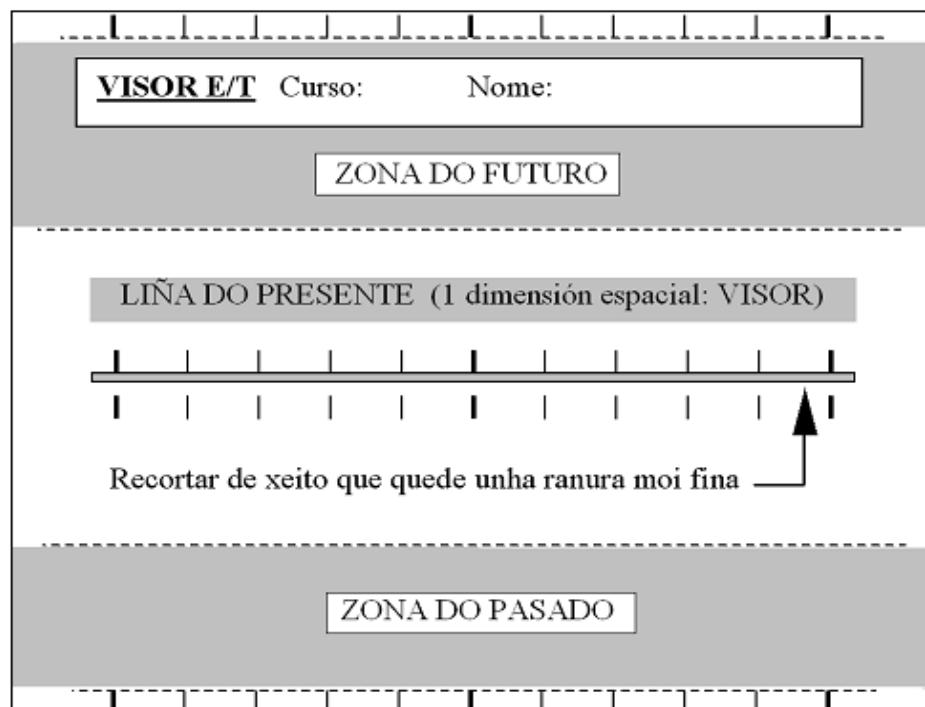
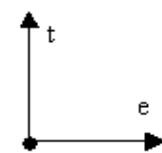
Este grupo de actividades de exploración, de carácter preparatorio para a intervención posterior, consta de dúas actividades:

[Actividade 1.](#) Visor do espazotempo

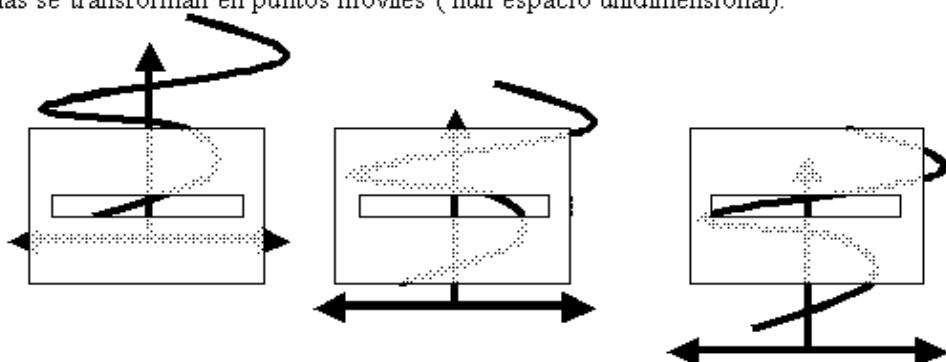
[Actividade 2.](#) Sistema de Referencia Terra-Lúa (repouso)

Actividade 1- Visor do espazotempo: Intención educativa

Nos seguintes cadros está representado o espacio (en horizontal) frente ao tempo (en vertical). Podes construir o teu propio visor e/t fotocopiando esta páxina, recortando o recadro seguinte e cortando o máis finamente posible a ranura indicada.



Os gráficos e/t teñen a propiedade de poder reflexar o paso do tempo. Podemos ver que as liñas se transforman en puntos móviles (nun espacio unidimensional).



Observa como a dimensión vertical desaparece e transfórmase en “tempo”, dando a impresión de que a dimensión horizontal cobra “vida”: as liñas transfórmanse en puntos con movemento.

Fai o mesmo coas gráficas da ficha seguinte, indicando previamente por escrito o tipo de movemento que che parece que describe cada unha. Despois, pasa o visor por riba de cada gráfica, e indica novamente o que observas, comparándoo co que puxeches antes.

Cadro 2.1: Actividade 1. Visor do espazotempo

O visor así confeccionado pode ser usado coas restantes fichas preparadas para iso ao longo das diferentes etapas da instrución, pois todas elas, malia as deformacións que reflectan, sempre poderán ser interpretadas da mesma forma: unha *realidade* horizontal de carácter físico, simultáneo, que se vai animando e cambiando a medida que transcorre un *tempo* representado en vertical.

Tamén poden ser propostas novas fichas, realizadas polo profesor ou polos propios alumnos para tentar relacionar as liñas trazadas coa animación que producen, así como coas medidas que se poidan realizar nelas.

Gráficas para o Visor do espazotempo

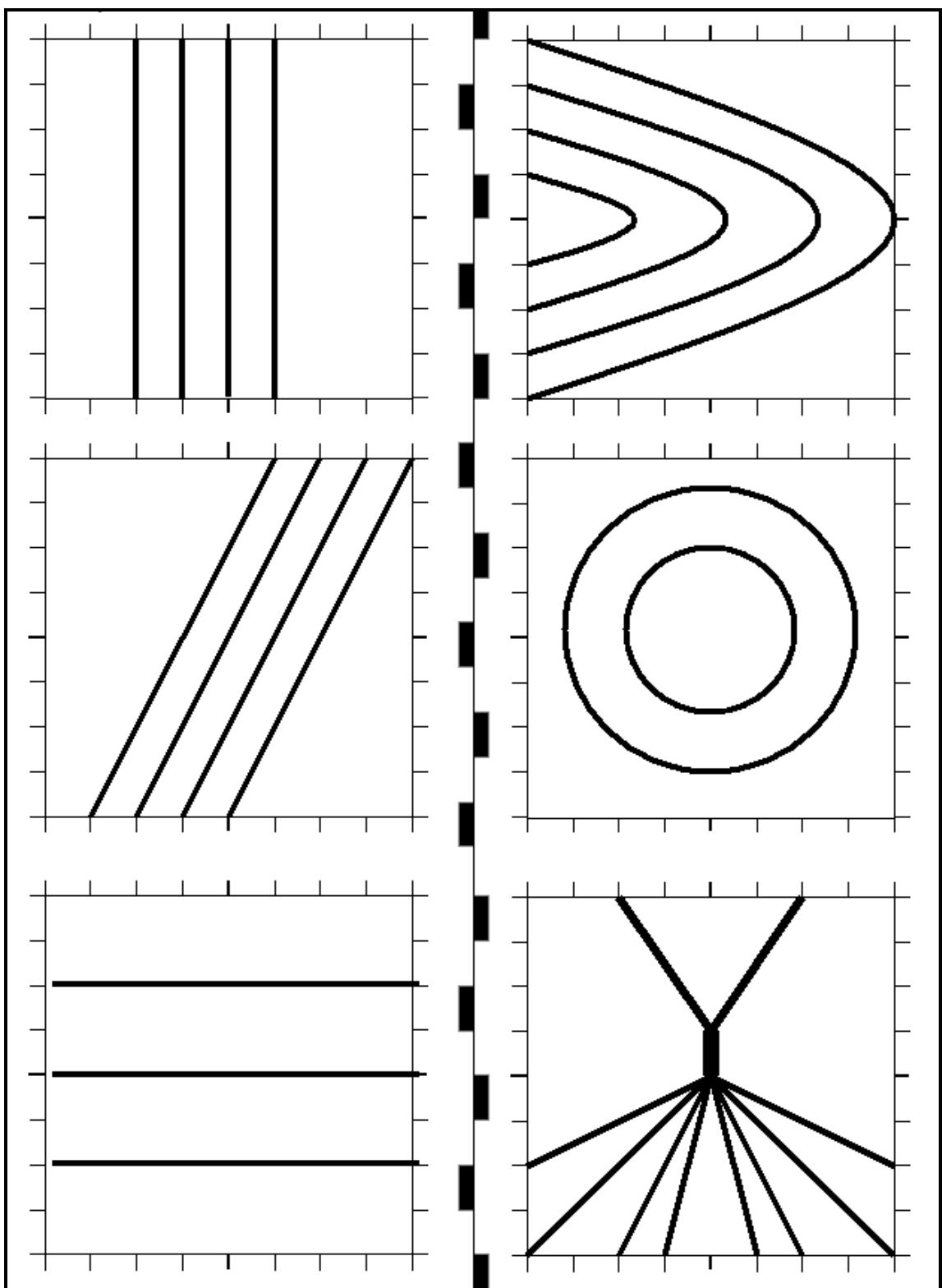
Estas gráficas (cadro 2.2) constitúen unha actividade de aplicación práctica do Visor espazotempo construído anteriormente (cadro 2.1), e que permite aos alumnos comprobar as súas ideas sobre o espazotempo e, sobre todo, a súa capacidade de interpretar este tipo de gráficas.

Na ficha preséntanse seis situacións mediante gráficas espazotemporais, e pídense ao alumno que indique nun folio aparte o significado físico de cada unha, despois de explicarlle que na horizontal se representa o espazo e na vertical o tempo. Do lado esquerdo da ficha aparecen tres cadrados nos que as liñas son rectas, polo que corresponden a movementos uniformes, ou con velocidade constante (lembremos que a velocidade, nestas gráficas, é a inclinación da liña espazotemporal dunha partícula, e que a inclinación dunha liña recta é a mesma sempre). Na figura superior, as tres liñas son verticais, polo que representan tres obxectos en repouso cunha certa distancia entre eles, mentres que nas outras dúas figuras da esquerda os obxectos non estarán en repouso, pois as súas liñas non son verticais. A gráfica inferior, con liñas horizontais, representaría o paso de tres obxectos con velocidade infinita, en tres instantes diferentes.

Unha interpretación máis correcta do gráfico con liñas horizontais levaríanos a contemplar a imposibilidade física de que un móvil describa a devandita liña, posto que debería estar ao mesmo tempo en todas partes, algo que, en calquera caso, só sería posible para partículas con atributos divinos.

Nas figuras da dereita, as liñas non son rectas, polo que en xeral corresponderán a movementos variados, mais sempre rectilíneos, polas características da gráfica utilizada (represéntase unha única dimensión espacial, polo tanto as traxectorias son necesariamente rectas). Estas gráficas teñen a finalidade de comprobar ata que punto o alumnado percibiu esta característica ou confunde as gráficas espazotemporais con figuras planas ordinarias.

Os gráficos con liñas horizontais e circulares son especialmente interesantes, posto que no primeiro adoitan aparecer expresións como “*móvese no espazo mais non no tempo*”, e no segundo acoden a ideas de *circularidade, ciclo* etc.



Cadro 2.2 Gráficas para o visor do espazotempo

O caso das liñas circulares pódense levar a falar das gráficas da física de partículas nas que aparecen bucles de materia-antimateria con certa semellanza á figura representada (unha interpretación actual da antimateria consiste en considerala como materia viaxando cara atrás no

tempo, pechando así o bucle). De calquera forma, convén subliñar a interpretación correcta, na que dúas partículas se crean nun punto e volven xuntarse para desaparecer un certo tempo máis tarde.

Convén animalos a expresar todas as súas ideas da forma máis clara posible antes de usar o visor, pois deste xeito poderán ser máis conscientes das dificultades que poidan ter e, por tanto, da necesidade de superalas.

Actividade 2-Sistema de Referencia Terra-Lúa (repouso): Intención educativa

Esta actividade, como aplicación, podería considerarse unha continuación da anterior, aínda que sen o recurso ás gráficas que permiten ser contrastadas co visor.

En realidade, aquí estase presentando un sistema de referencia moi especial, que usaremos varias veces ao longo das unidades posteriores, e que denominamos “Sistema de Referencia Terra-Lúa”.

Consiste basicamente (adro 2.3) nunha celdiña unidade de forma cadrada. Os lados do cadrado corresponden coa unidade de medida do espazo (en horizontal) e do tempo (en vertical), de xeito que a inclinación dunha liña recta nos devolve automaticamente a velocidade, correspondendo unha liña vertical co repouso. As características e a interpretación destas celdiñas unitarias no espazotempo xa foron descritas no apartado C1.2.1 (Aristóteles) do capítulo 1.

Unha particularidade destas gráficas denominadas “Sistema de Referencia Terra-Lúa” é que nelas úsase unha escala de medidas moi específica:

Unidade de tempo: 1 segundo.

Unidade de espazo: 300.000 km (algo menos que a distancia entre a Terra e a Lúa). Con estas unidades, a velocidade da luz toma un valor $c = 1$, o que facilita enormemente a interpretación das gráficas espazotempo relativistas.

A elección desta escala é o resultado dun compromiso para tentar presentar un modelo próximo á realidade dos nosos alumnos tanto no espazo como no tempo, e que manteña a particularidade de que a velocidade da luz sexa diagonal. Tempos menores dun segundo non corresponden con realidades observables directamente, e con todo a distancia da Terra á Lúa (que é tan só algo maior que a distancia percorrida pola luz nun segundo) pode ser establecida por métodos directos como fixeron os astrónomos gregos, e que por tanto sería deseable que os nosos alumnos puidesen reproducir previamente. Distancias maiores a esta, aínda que corresponderían con intervalos temporais más cotiáns (minutos, horas, días etc) xa non terían esa proximidade á realidade dos nosos alumnos. Doutra banda, a distancia Terra- Lúa é a maior que até o momento foi capaz de atravesar un ser humano.

Imos traballar cun sistema de referencia (S R) moi especial: o que forma a Terra coa Lúa .

Para elo, imos facer unha aproximación :

Supónremos que a distancia entre ambos corpos celestes é de 300.000 km (na realidade é algo maior) . Esa é a distancia que percorre a luz en 1 s.

a) A figura en forma de cadrado representa en horizontal a distancia Terra/ Lúa e en vertical o tempo de 1 s. Traza dúas líñas que correspondan a 2 raios de luz (un sae da Terra cara a Lúa , e ao mesmo tempo outro da Lúa cara a Terra).

Existe algúna posibilidade de que non se crucen no centro?

Explicao.

b) Supón que existe un elemento (que chamaremos Minkowskio) cuios átomos se desintegran ao cabo de 1 s de crearse.

Representa 2 átomos de Minkowskio que son creados ao mesmo tempo na Terra e na Lúa, permanecendo en repouso..

Existe algúna posibilidade de que non se desintegren ao mesmo tempo?

Explicao.

c) Unha nave diríxese dende a Lúa cara a Terra , a unha velocidade de 200.000 km/s , e ao mesmo tempo outra igual vai dende a Terra cara a Lúa á mesma velocidade. Cando chocan, quedan unidas . Represéntalo no diagrama.

Podería suceder que o conxunto se desprazase despois do choque?

Explicao.

d) Unha xigantesca nave espacial alieníxena mide 200.000 km de lonxitude , e viaxa da Terra á Lúa a 200.000 km/s. Represéntala dende que a cola pasa pola Terra ata que a cabina chega á Lúa.

Cadro 2.3: Actividade 2. Sistema de Referencia Terra-Lúa (repouso)

Unha intención didáctica do uso sistemático dun sistema de referencia asociado cunha situación tan específica o constitúe o feito de permitir ao alumnado atopar explicacións con maior grao de

significatividade do que terían se fosen formuladas nun espazotempo en abstracto. Deste xeito, ao se familiarizaren nesta fase previa co significado físico das figuras gráficas no espazotempo nun contexto realista, poderán dotar de maior contido explicativo de carácter físico ás figuras que resulten nas actividades didácticas posteriores sobre este mesmo sistema de referencia.

Na actividade, proponse ao alumnado a representación gráfica das seguintes situacóns:

-Raios de luz opositos (que servirán no seu momento para construír a transformación de Lorentz).

En realidade, serían as liñas correspondentes a dous fotóns, non a representación dos raios.

-Medida de intervalos temporais (que servirá para analizar a dilatación temporal). Para iso, introdúcese un elemento ficticio, como homenaxe a Minkowski, o científico que demostrou a posibilidade de interpretar toda a teoría da Relatividade dunha forma xeométrica.

-Choque inelástico (para analizar despois a equivalencia entre masa e enerxía)

-Medida de lonxitudes (que servirá para analizar a contracción espacial relativista)

O resultado esperado para estas fichas corresponde coas figuras que se representan máis adiante no lado esquerdo do cadro 2.9.

Sistemas de referencia espazotemporais: competencias desenvolvidas mediante este grupo de actividades.

Como xa se indicou no inicio do apartado C2.5, complementaremos a descripción deste grupo de actividades mediante a análise das competencias físicas e matemáticas fomentadas coas mesmas, para o cal se tiveron en conta as definicións de competencias nos informes PISA, así como o desenvolvemento das competencias nos currículos de Bacharelato.

Competencia científica básica

A comprensión de carácter visual da teoría da Relatividade constitúe unha inestimable ferramenta para acometer unha formación más profunda posteriormente, posibilitando a comprensión dos novos conceptos científicos polos adultos do mañá. Da mesma forma, o carácter visual da didáctica proposta permite dar resposta ao obxectivo de propiciar unha boa educación científica para o conxunto da sociedade e non só para unha élite.

En relación coa identificación de cuestíons científicas, o carácter fundamentalmente xeométrico da Teoría da Relatividade Especial permite recoñecer a devandita teoría como un dos asuntos científicos susceptibles de ser analizados dunha forma visual, na cal os conceptos clave (espazo, tempo, velocidade, enerxía) terán unha estrita correspondencia de carácter gráfico, o cal constitúe un dos trazos fundamentais da teoría, como foi demostrado por Minkowski.

Sistemas físicos (mecánica)

A introdución, construcción e análise do concepto de Sistema de Referencia espazotemporal (SRet), constitúe un exemplo de aplicación das gráficas ao estudo das cuestións cinemáticas. O enfoque histórico implícito nestas actividades, relacionadas sempre con algunha figura relevante da área estudada, contribúe a salientar o contributo fundamental da cinemática para o nacemento da ciencia moderna.

A elección dun sistema de referencia para a construcción da Teoría da Relatividade que estea relacionado coas sensacións e experiencias do alumnado obriga a un compromiso entre o espazo e o tempo, para poder manter a velocidade da luz dentro da diagonal do cadrado unitario, chegándose a un compromiso no denominado Sistema de Referencia Terra-Lúa (SR T-L). Distancias menores implicarían tempos más curtos, e por tanto imperceptibles para os nosos sentidos, e por outra banda tempos maiores lévannos a distancias planetarias ou estelares que á nosa mente lle custa abarcar adequadamente. O modelo así construído posúe interesantes características adicionais relacionadas co estudo das naves e viaxes espaciais, dentro dos sistemas da Terra e o espazo.

Explicacións científicas

A representación xeométrica engade unha interesante compoñente ás formas de representación tradicionais dos conceptos científicos e as súas relacóns. Neste caso, é necesaria unha certa dose de imaxinación para *ver* o tempo nos diagramas de Minkowski, e a súa interpretación completa require así mesmo dunhas determinadas doses de lóxica.

Ao usar o *visor espazotempo* non só estamos a dotar de animación ás gráficas espazotemporais, senón que ao mesmo tempo estamos a interpretar conceptos básicos da ciencia como espazo, tempo ou velocidade dunha forma xeométrica, o que nos permite interpretar os fenómenos naturais asociados dunha forma visual (por exemplo, os choques inelásticos).

Competencias matemáticas: Espazo e forma

O espazotempo e as súas transformacións conforman un marco adicional para o estudo das regularidades xeométricas.

Ao realizar o tratamento visual da Teoría da Relatividade, debemos en todo momento resaltar o feito de estarmos a traballar con obxectos reais, físicos (partículas ou corpos con masa, velocidade e enerxía, por exemplo), deste xeito os estudiantes poderán comprender que están a ver a realidade dunha nova maneira, na que irán aprendendo a manexarse a través dun concepto visual novo (o espazotempo), no que estruturas e formas teñen unha inmediata correspondencia co mundo real físico.

Construcción de modelos.

A interpretación do espazotempo como algo dinámico, mediante o manexo do *visor espazotemporal*, contribúe a estruturar o campo ou situación para a que se vai a elaborar o modelo.

A interpretación xeométrica das magnitudes físicas nun contexto simplificado de dúas dimensións (unha espacial e outra temporal) para evitar a complexidade do modelo completo tetradimensional sen perder as súas principais propiedades físicas implica a tradución da realidade a estruturas matemáticas (neste caso xeométricas)

Relatividade clásica: transformación de Galileo

Neste conxunto de actividades proponse aos alumnos a construcción colectiva dun sistema de referencia para o caso dun móvil con movemento rectilíneo uniforme (un camión a pilas), e posteriormente pescudar cómo se deforma a gráfica ao situalo sobre un chan deslizante (transformación de SR debida ao movemento relativo).

Posteriormente, proponse aos alumnos a construcción da transformación de Galileo dun cadrado espazotemporal a partir unicamente dos supostos físicos de inercia e relatividade (o que produce, en xeral, un paralelogramo), incorporando despois o sentido común para establecer a forma definitiva (valores absolutos do tempo e as lonxitudes). Compróbase a correspondencia desta figura coa que se obtivo de forma práctica, así como a conservación da superficie espazotemporal en ambas.

Utilízanse as gráficas realizadas para comprobar a *física do sentido común* resultante de visualizar as magnitudes físicas nas mesmas: Conservación de tempos e lonxitudes, suma de velocidades sen límite, irrelevancia da enerxía para o equilibrio de masas.

Este grupo de actividades, igual que o anterior, realiza a modo de preparación para a intervención posterior sobre a Relatividade Especial, debido ás grandes analogías existentes coa primeira fase da mesma.

Consta de tres actividades:

Actividade 3. Movimento relativo (práctica)

Actividade 4. Construcción da transformación de Galileo

Actividade 5. Sistema de Referencia Terra-Lúa (Galileo)

Coa primeira destas actividades (*actividade 3- movimiento relativo: práctica*) preténdese que o alumnado sexa capaz de construír en por si a forma xeométrica da transformación de Sistema de Referencia da relatividade clásica (Galileo), a partir de medidas tomadas de forma colectiva nunha actividade de carácter práctico. O cadro 2.4 recolle as instrucións recibidas polo alumnado para a realización de dita actividade.

A esencia da actividade práctica consiste en tomar unha serie de medidas de espazo e tempo para un móvil autopropulsado con velocidade constante (na intervención realizada, utilizouse un camión de xoguete movido a pilas), para deste xeito construir a gráfica espazo/tempo correspondente. Actividades deste tipo adoitan ser feitas nestes cursos, resultando nas mecinadas gráficas, que en

xeral serán liñas rectas. Denominamos a primeira das gráficas así construidas do xeito habitual (espazo/tempo), para reservar a denominación *espazotempo*, utilizada ao longo de todo este traballo, para as gráficas seguintes, en qye se aplica unha determinada transformación do sistema de referencia espazotemporal. A forma práctica na que isto se realiza consiste en situar entre o camión e a mesa unha superficie móvil (no noso caso, utilizamos un hule). Desprazando dita superficie cunha velocidade controlada e coñecida, poderemos varias a velocidade efectiva de desprazamento do camión, chegando incluso a podelo manter nunha mesma posición a pesar de estar movendo as súas rodas (relatividade do repouso e do movemento).

Como resultado práctico final, obtense unha gráfica espazotemporal para o movemento do camión en diferentes sistemas de referencia (mesa-hule). Remátase coa constatación de que dito resultado práctico corresponde co que se obtén a partir da aplicación da transformación de Galileo para o sistema de referencia na relatividade clásica.

A razón de facer unha práctica colectiva está en que, desa forma, se reproducen algunas das características dun Sistema de Referencia, como son a de dispor dunha serie de reloxos sincronizados e situados a intervalos regulares. A posta en común dos resultados colectivos é a que vai permitir obter unhas conclusíons de utilidade, por iso é moi importante que o profesor controle a corrección das medidas e da colocación nas gráficas. O SR así formado corresponde coa mesa, e introduzese un novo SR que se pode desprazar ao longo desta, denominado *hule*.

Dado que o movemento do hule é efectuado de forma manual, tamén é importante facer antes algunas probas para calibrar a velocidade do movemento e a regularidade do mesmo. As fichas adicionais conteñen unhas indicacións sobre o procedemento idóneo para construír as transformacións de SR e comprobar a validez destas. Para iso, contrastamos a predición que se fai no paso 7º da velocidade do camión nos dous casos en que o hule se move cos valores obtidos de forma experimental (paso 1), todo iso de forma gráfica e visual.

No cadro 2.5 ofrécense unhas explicacións gráficas visuais para guiar ao alumnado na realización das gráficas pedidas. A información estrutúrase en tres columnas, correspondendo a da esquerda ao primeiros dos casos analizados (a gráfica espazo/tempo do camión sobre a mesa, que tamén corresponde coa gráfica espazotemporal do camión sobre o sistema de referencia do hule no caso particular en que este está en repouso). Na columna do centro represéntanse os pasos para a construcción da gráfica espazotemporal correspondente ao hule en movemento cunha velocidade menor que a do camión, e a columna da dereita constitúe o caso particular no que a velocidade do hule é igual á do camión, mais en sentido contrario, o que leva a que a gráfica espazotemporal do camión resulte nunha gráfica espazo/tempo vertical, é dicir, unha gráfica correspondente ao repouso.

No cadro 2.6 preséntase ao alumnado, do lado esquierdo, os lugares en que representará as gráficas obtidas para cada situación, de arriba a abaxo. No lado dereito deberán debuxar na parte superior a gráfica espazotemporal do camión sobre o hule, e nos seguintes a transformación relativista clásica correspondente, para comprobar a coincidencia dos resultados co observado no lado esquierdo.

MATERIAIS:

- Camión a pilas (ou xoguete similar, que se desprase lento en liña recta)
- Metro, Cronómetros
- Tira de hule longo
- Marcadores (desprazables sobre a mesa sen tocar o hule)

PROCEDIMENTO:

- Colocar a tira de hule ao longo da mesa.
- Situar o camión sobre un extremo do hule , varios marcadores sobre a mesa (separados a 25 cm de distancia un do outro), e un tope de tela sobre o hule a certa distancia do último marcador.
- Distribuir as seguintes tarefas entre os alumnos:
 - Cronometradores do camión: miden o tempo que transcorre desde que o camión comeza a moverse ata que chega ao seu marcador.
 - Cronometradores do hule: miden o tempo que transcorre desde que o tope de tela pasa por diante do primeiro marcador (o cronometrador correspondente avisa do momento), ata que pasa por diante do seu marcador.
 - desprazador (tira do hule para a dereita),
 - contador de segundos (para que o desprazador o faga de xeito uniforme),
 - auxiliares (anotador, calculador, fotógrafo, cámara de video, etc)
- Anota a tarefa que che foi asignada:

Fanse 3 probas:

- 1-Co hule en repouso (miden só os coronometradores do camión)
- 2-Co hule en movemento (aproximadamente á mitade de velocidade do camión)
- 3-Tirando do hule de tal xeito que o camión non avance en relación coa mesa.

En cada caso, anótanse os tempos que mediou cada cronometrador en relación coas distancias correspondentes:

Copia as táboas completas pola parte traseira da ficha de traballo.

Constrúe as seguintes gráficas (axusta as escalas previamente). Marca os puntos e úneos con liñas rectas (arriba: hule parado, abaxo: camión parado)

- Na parte esquerda, cadrículada: SR
- 1º: Gráficas do camión (partindo da esquina inferior esquerda, onde está debuxado)
- 2º: Gráficas do hule (partindo do outro extremo, o inferior dereito)
- Na parte dereita (o cadrado indicado é o SR cadrículado, reducido á metade)
- 3º: Líñas do hule (poñer a letra H)
- 4º: Outra línia do hule (a que corresponde co lado esquierdo do cadrado inicial)
- 5º: Completar o cadrilátero coa "tapa" entre as 2 líñas H
- 6º: Líña C na gráfica superior: marcar o punto P de contacto coa líña H
- 7º: Reproducir o punto P nas dúas figuras restantes, comparando co cadrado superior.
- 8º: Reconstruir as líñas C a partir dos puntos P obtidos no paso 7º (C "teóricas")
- 9º: Copia as líñas C das restantes cadrículas, e compáraas coas líñas teóricas do paso 8º

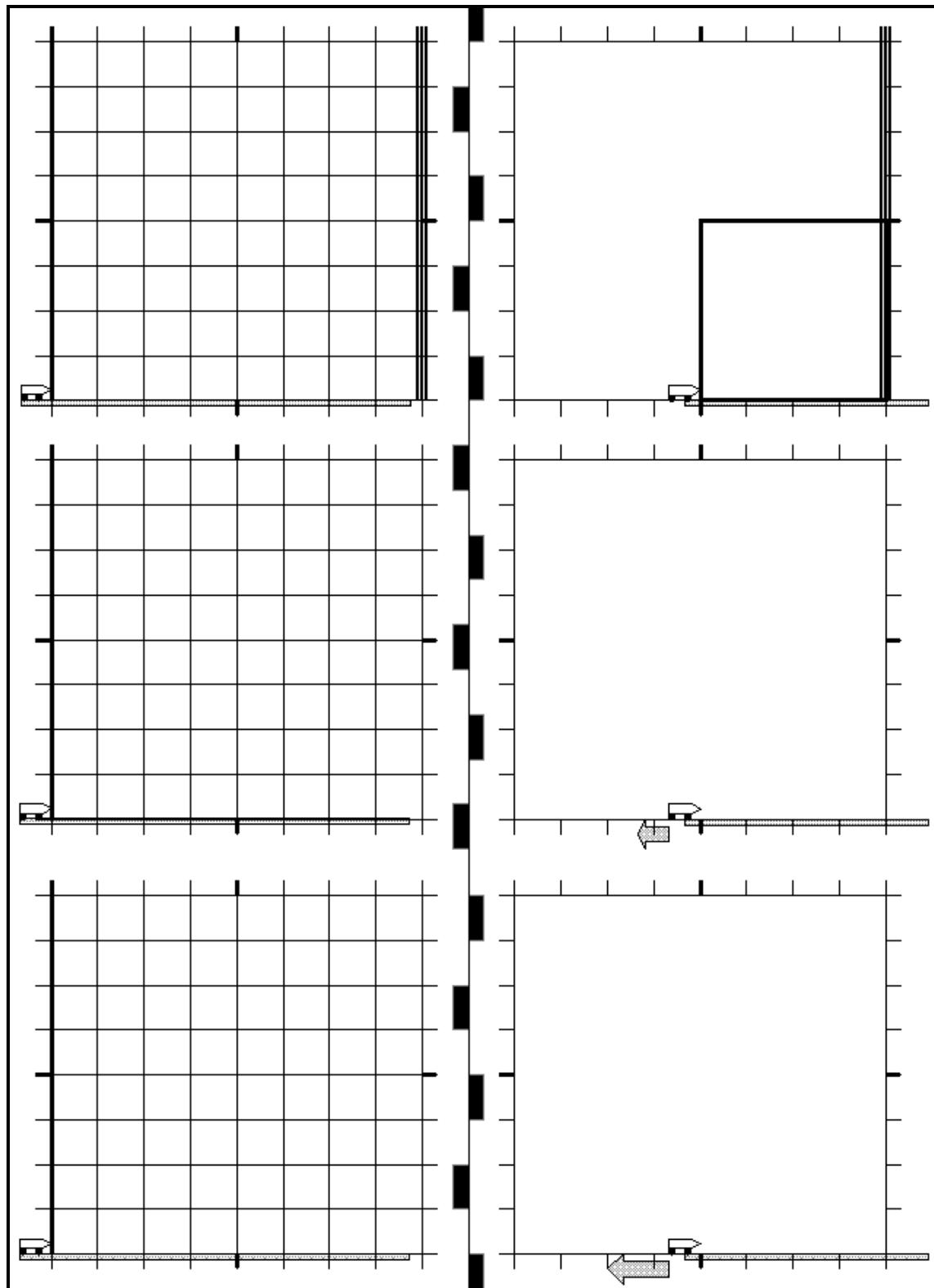
172

CAPÍTULO 2: DESEÑO E PLANIFICACIÓN DA PROPOSTA DE ENSINANZA

Cadro 2.4: Actividade 3. Movimento relativo (práctica)

<p>1º: Gráficas C (Camión):</p> <p>Hule parado</p> <p>Hule lento</p> <p>Hule: detén o camión</p>		
<p>2º: Gráficas H (Hule):</p>		
<p>Construcción do Sistema de Referencia</p>		
<p>3º: Linhas H (copiar as anteriores) Cadrado gris: SR inicial (Hule en repouso)</p>		
<p>4º: Linhas paralelas (segundo punto do hule)</p>		
<p>5º: "tapa" (tempo simultáneo e absoluto: Galileo): Completa as transformacións</p>		
<p>6º: Puntos de contacto (recuperámos o do paso 2º, e levámos aos SR transformados)</p>		
<p>7º: Novas liñas C (unindo as orixes cos puntos de contacto)</p>		

Cadro 2.5: Práctica movimiento relativo: instrucións adicionais



Cadro 2.6: Práctica movimiento relativo: Resultados gráficos

Actividade 4- Construción da transformación de Galileo: nesta actividade, pídense ao alumnado que realice en por si as operacións necesarias para ir incorporando as características xeométricas da transformación de SRI baseándose nos principios físicos que se van enunciando en cada paso.

En esencia, é o mesmo procedemento presentado nas actividades anteriores de forma práctica, mais esta vez cun carácter de “pregunta-acción-resposta” graduais (acompañadas da correspondente visualización gráfica) que van permitindo ao alumno sentir que vai descubrindo en por si unha figura xeométrica baseándose en feitos físicos.

O proceso de construcción sigue cinco pasos, identificados coa correspondente letra no cadro 2.7:

Paso a) recoñecemento dos lados da celdiña unidade como espazo e tempo (SRA)

Paso b) representación da liña temporal dun segundo sistema de referencia (SRB) no SRA. Corresponde coa práctica realizada anteriormente na actividade 3, onde agora a mesa sería o SRA e o hule sería o SRB. O resultado será unha liña inclinada que parte da esquina inferior esquerda do cadro e chega ata a metade do lado superior, pois ten velocidade $v = \frac{1}{2}$ nas unidades utilizadas.

Paso c) aplicación dos principios físicos de inercia e relatividade para trazar a liña temporal do outro extremo do SRB (na práctica da actividade 3, sería unha marca no hule a unha distancia unidade), que partiría do extremo inferior derecho do cadrado e seguiría paralela á liña anterior.

Paso d) Aplícanse novamente os principios físicos anteriores para completar o cuadrilátero transformado, que debería ser un paralelogramo, non necesariamente de bases horizontais, mais sí paralelas entre elas. Esta figura corresponde a unha transformación xeral do espazotempo baseada únicamente en principios físicos fundamentais, mais conta con dúas indeterminacións: A inclinación das bases e a distancia entre elas. Para poder construir a figura definitiva sen ambigüidades será preciso incorporar algunha lei, principio ou suposición adicional.

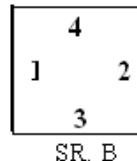
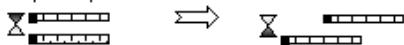
Paso e) Procédese agora a incorporar dúas suposicións baseadas no sentido común (mais que non son leis físicas): O carácter absoluto do tempo e a conservación das distancias nos cambios de sistema de referencia. Obtense deste xeito un paralelogramo de bases horizontais que corresponde coa transformación de Galileo, a cal xa fora usada na parte final da práctica realizada na actividade 3, polo que deste xeito reafírmase a validez das figuras trazadas a partir de consideracións físicas.

Este procedemento permitirá enriquecer a súa capacidade de análise detallada e rigorosa, algo que pode ser moi útil cando posteriormente se lle pida que realice o mesmo para construír a forma xeométrica da transformación de Lorentz baseándose en argumentos que chocan coa intuición ou sentido común. A imposibilidade de repetir nun centro de Secundaria os experimentos cruciais que levaron ao establecemento dese novo paradigma fai que non se poida recorrer ao camiño experimental como para a transformación de Galileo, polo que o camiño visual-analítico seguido nesta actividade cobrará áinda maior importancia.

Imos tentar deducir a forma xeométrica da transformación do e /t dun sistema de referencia a outro a partir de criterios físicos:

Temos unha regra de 5 m:  e un reloxo que mide de 0 s:  a 5 s: .

Chamámoslle SR.A.
A orixe doutro SR.B idéntico ao SR.A móvese cara a dereita cunha velocidade de 0,5 m/s respecto do SR.A, e os reloxios de A e B marcan 0 s cando a orixe de B pasa pola orixe de A:



Imos tentar “reconstruir” a forma en que se representará o SR.B no SR.A. Para elo, teremos en conta por separado os seguintes elementos do SR.B (obsérvaos na figura a):

Líña 1 (orixe da regra), líña 2 (extremo), líña 3 (o reloxo de A marca 0 s), e líña 4 (o reloxo marca 5 s).

b) Representa no SR.A a líña trazada pola orixe do SR.B (líña 1)

Chámense SRI (Sistemas de referencia inerciais) os que se moven con MRU entre eles, como os SR.A e B. O principio de relatividade di que as leis físicas son as mesmas en distintos SRI.

Dous obxectos que levan a mesma velocidade nun SR nunca chegarán a atoparse.

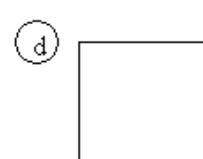
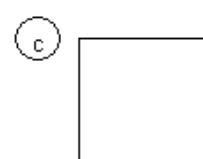
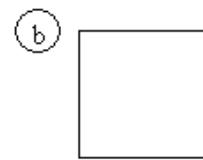
Pode ser que dous obxectos leven a mesma velocidade no SR.B e velocidades diferentes no SR.A?

Por qué?

Polo tanto, se dúas líñas son paralelas no SR.B, como serán no SR.A?

c) A figura inicial do SR.B era un cadrado formado por 4 lados. Dacordo co dito antes, como será a líña 2 no SR.B (en relación coa líña 1)?

d) As líñas 3 e 4 son paralelas no SR.B. Como serán, en xeral, no SR.A? Como se chama a figura formada polas líñas 1,2,3 e 4 no SR.A?



Completemos a figura acudindo á intuición (que non é unha lei física). Esta dinos que -As distancias non varian ao cambear de SR.

Canto medirá a regra de 5 m do SR.B no SR.A?

e) Debuxa as líñas 1 e 2 no SR.A

-O tempo non varia ao pasar dun SR a outro.

En todos os puntos da líña 3 o reloxo mide 0 s.

Canto medirá no SR.A?

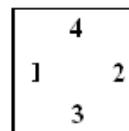
Debuxa a líña 3 no SR.A

En todos os puntos da líña 4 o reloxo mide 5 s.

Canto medirá no SR.A?

Debuxa a líña 4 no SR.A

Construimos deste xeito a figura resultante da transformación do “cadrado de e/t” ao pasar do SR.B ao SR.A (transformación de Galileo).



Cadro 2.7: Actividade 4. Construción da transformación de Galileo

Actividade 5- Sistema de Referencia Terra-Lúa (Galileo): procedemos agora a utilizar de novo o Sistema de Referencia Terra-Lúa presentado na actividade 2 (SR T-L: repouso, cadro 2.3) para abundar máis nestes conceptos, dunha forma análoga a como na actividade 4 se redescubría a forma xeométrica da transformación de Galileo: mediante unha serie de “pregunta-acción-resposta” graduais (acompañadas da correspondente visualización gráfica) que van permitindo ao alumno sentir que vai descubrindo en por si unha serie de consecuencias físicas a partir dunha figura xeométrica.

Analízanse catro situacóns (cadro 2.8):

- i)Variación da velocidade da luz ao cambiar de SRI
- ii)Conservación dos tempos
- iii)Conservación do equilibrio de masas, independentemente do desequilibrio introducido mediante a Enerxía cinética
- iv)Conservación das distancias ou tamaños

En cada situación, ao final, introdúcese unha cuestión que pretende sondar se o alumnado posúe algún coñecemento ou intuición previa que permita anticipar a construcción posterior da Relatividade Especial.

Preséntase unha ficha adicional de carácter gráfico (cadro 2.9) por dúas razóns:

- Para poder realizar medidas na mesma, subliñando así o carácter “físico” (con magnitudes medibles) destes experimentos visuais.
- Para podela usar co Visor espazotemporal (actividade 1), e deste xeito percibir a dinámica asociada a estas figuras.

Na parte esquerda pódense observar tres gráficas espazotemporais correspondentes coas situacóns descritas anteriormente: os casos i) e ii) no cadro superior, o caso iii) no centro, e o caso iv) na parte inferior. Estas figuras corresponden tamén coas que se esperaba trazasen os alumnos como solución na actividade 2 (cadro 2.3), polo que os alumnos estarán dalgún xeito familiarizadas coas mesmas. O feito de usar novamente un sistema de referencia especial, o denominado “Terra-Lúa”, permite conservar a capacidade de interpretación adquirida previamente nestas mesmas gráficas.

Na columna da dereita aparecen uns cadros en branco, nos que se incorporan a modo de axuda as liñas de espazo e tempo correspondentes á transformación de Galileo, segundo foi construída de xeito práctico na actividade 3 e analizada teóricamente de xeito visual na actividade 4. As gráficas resultantes deben ser usadas polo alumnado para dar resposta aos interrogantes da ficha representada no cadro 2.8. Deste xeito, comprobase o grao de capacidade adquirida polos alumnos na interpretación física das gráficas espazotemporais.

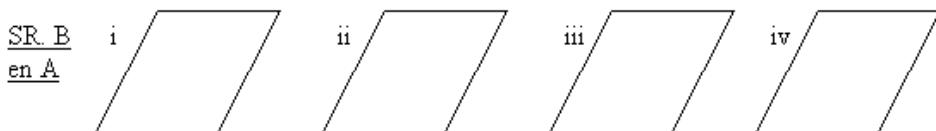
Nunha actividade anterior describimos un SR et especial , formado pola liña que une a Terra coa Lúa (300.000 Km) e o tempo que tarda a luz en atravesala (1 s, que era tamén o tempo que tardaba un átomo de Minkowskio en desintegrarse): SRA

- a) Observa na parte esquerda da ficha con gráficas e/t, e intenta recoñecer os seguintes eventos (se fai falla, usa o visor para ver o movemento nas gráficas):
- 2 raios de luz que saen simultáneamente da Terra e da Lúa con sentidos opostos.
 - 2 átomos de Minkowskio creados simultáneamente na Terra e na Lúa.
 - 2 cápsulas que saen simultáneamente da Terra e da Lúa a 150.000km/s e se empotran cando chocan, permanecendo o cdm sempre en repouso e equidistante das cápsulas.
 - Unha nave alieníxena de 300.000 km de lonxitude parada entre a Terra e a Lúa. Imaxina que dita nave alieníxena contén un laboratorio no que os investigadores alieníxenas reproducen íntegramente os 4 eventos anteriores nunha copia a escala real do noso sistema T-L. Chamaremos a ese laboratorio alieníxena SR.B. Representa os eventos anteriores no SR.B



- b) A nave, agora, desprázase a 150.000 km/s da Terra á Lúa

Cómo se representarían os 4 eventos do SRB no noso SRA?. (usa antes as fichas do visor para construir as réplicas)



- c) Responde razoadamente ás seguintes cuestións (fai as medidas nos gráficos do visor):

i) Qué velocidades levan os 2 raios de luz | $v_{TL} =$ $v_{LT} =$
da copia alieníxena no noso S.R.?

Existiría algunha posibilidade de que as velocidades fosen iguais? _____
Explicao.

ii) Cánto tardan en desintegrarse os átomos de Minkowskio alieníxenas no noso S. de Referencia?. $t_{desint} =$

Existiría algunha posibilidade de que tarden máis en desintegrarse no SRA que no SRB? _____
Explicao.

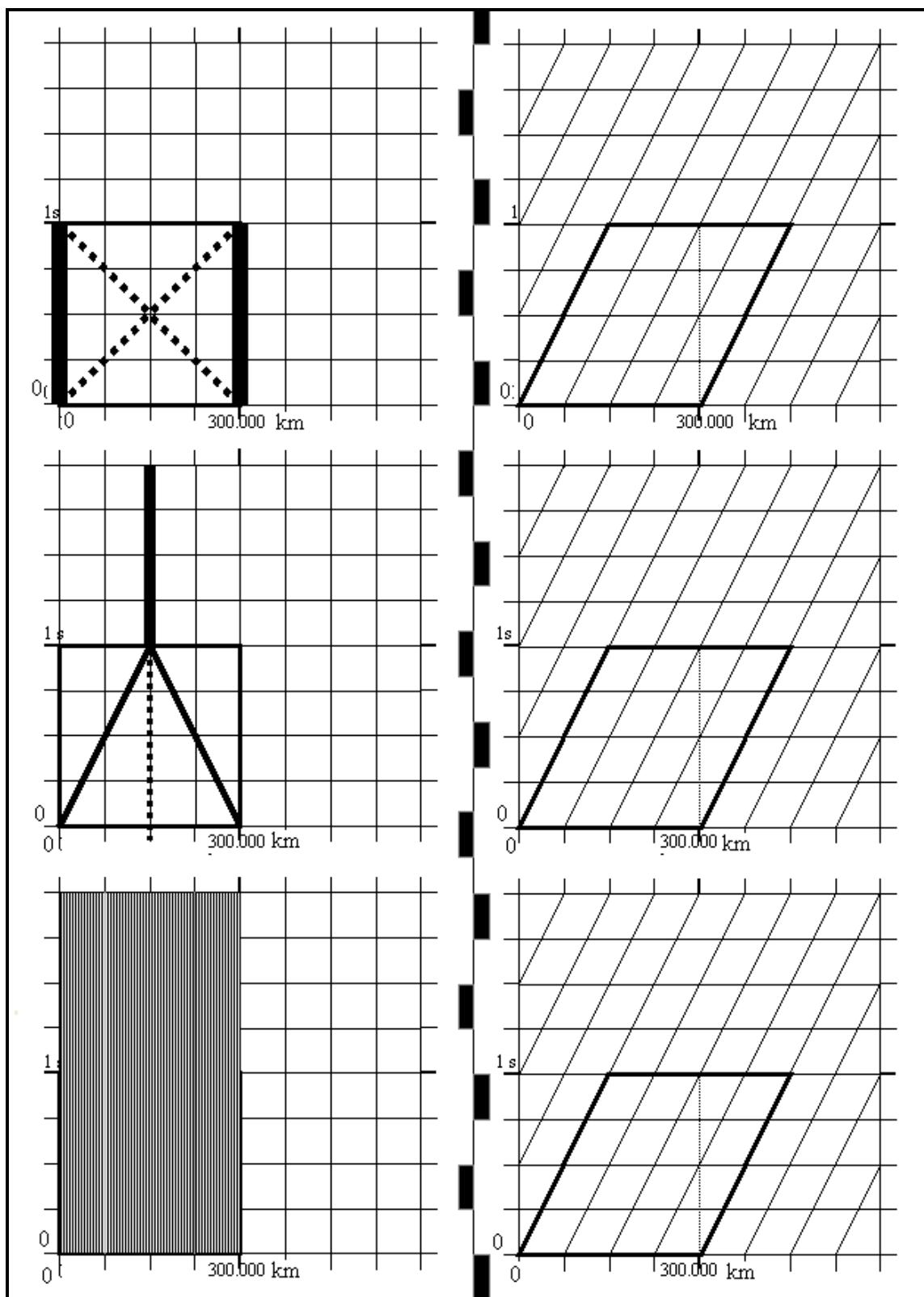
iii) Continúa a estar o cdm no punto medio das dúas cápsulas? _____
Podería ser que o cdm estivese desprazado hacia a cápsula que ten Ec?

Explicao

iv) Cánto mide a distancia entre a “Terra” e a “Lúa” do laboratorio alieníxena no noso S. de Referencia?. $d_{TL} =$

Podería ser que a nave variase de tamaño polo feito de ter moita velocidade? _____
Explicao

Cadro 2.8: Actividade 5. Sistema de Referencia Terra-Lúa (Galileo)



Cadro 2.9: Gráficas espazotempo para o S.R. Terra-Lúa (Galileo)

Relatividade clásica- transformación de Galileo. Competencias desenvolvidas mediante este grupo de actividades.

Como xa se indicou no inicio do apartado C2.5, complementaremos a descripción deste grupo de actividades mediante a análise das competencias físicas e matemáticas fomentadas coas mesmas, para o cal se tiveron en conta as definicións de competencias nos informes PISA, así como o desenvolvemento das competencias nos currículos de Bacharelato.

Competencia científica básica

A realización de actividades prácticas en grupo para construír a transformación de Galileo contribúe ao reforzo de capacidades como a de explicar fenómenos científicos e extraer conclusións baseadas en probas. Doutra banda, permite comprender a ciencia, neste caso a mecánica clásica, como un método do coñecemento humano con interesantes características visuais.

O traballo práctico en grupo, de carácter cooperativo, permite comprender mellor algúns dos procedementos da investigación científica, na que a contribución de cada investigador é importante para a consecución do obxectivo final, así como a necesidade de rigor metodolóxico (organización e toma de medidas) e claridade expositiva. A adquisición de hábitos de traballo en equipo, pola súa banda, vese reforzada pola realización dunha actividade práctica na que o obxectivo de todo o grupo é a construcción colectiva de novo coñecemento e intuición física. O éxito na mesma, reflectido nunha construcción gráfica que permite entender de forma visual e intuitiva importantes conceptos físicos constitúe un estímulo para a confianza nun mesmo, a participación e iniciativa persoais e a asunción de responsabilidades.

Competencia para a interacción co mundo físico

O reto intelectual subxacente á construcción da transformación do espazotempo de Galileo a partir da información obtida dunha análise teórico-práctica dos conceptos fundamentais da física (espazo, tempo, velocidade, masa, enerxía e as súas interaccións e transformacións) implica a posta en escena de numerosas capacidades para interaccionar co mundo físico. O tratamiento didáctico visual contribúe a facilitar a realización de devanditas tarefas sen incorporar unha demanda cognitiva ou metodolóxica excesiva para estas idades.

A construcción da forma xeométrica da transformación de Galileo a partir dunha actividade práctica, complementada por unha posterior dedución da mesma transformación a partir de postulados teóricos e unha análise das consecuencias derivadas da mesma nun caso particular, o denominado Sistema de Referencia Terra-Lúa, dentro dun mesmo grupo de actividades, permite ao alumno familiarizarse coas diversas estratexias utilizadas no traballo científico.

A metodoloxía seguida nestas actividades, de carácter gráfico e visual, permite crear unha nova intuición do espazo e do tempo como un todo interrelacionado, é dicir, unha nova interpretación da realidade física en que se desenvolven a vida e actividade humanas. Da mesma maneira, está a potenciarse a habilidade para interactuar co mesmo, ben sexa dunha forma hipotética, cando aparecen velocidades moi grandes, ben de forma realista, como no caso dos fenómenos electromagnéticos, que se poden observar con anovado espírito crítico, á luz da nova intuición adquirida.

A realización de actividades prácticas cooperativas nas cales se poñen en xogo conceptos físicos fundamentais para comprobar e medir as súas propiedades e visualizalas de forma gráfica nos diagramas espazotemporais permite, por unha banda, introducir aos alumnos no deseño e realización de experimentos físicos, ao mesmo tempo que se contribúa a construír unha intuición do espazo físico que lles permitirá interactuar coa realidade circundante, ben sexa de forma real ou mediante experimentos simulados.

O proceso de construcción polo ser humano das ideas sobre espazo e tempo e as súas transformacións foi efectuado ao longo dun dilatado camiño histórico, no que participaron figuras senlleiras da historia da ciencia. Este aspecto debe ser tido en conta á hora de interpretar os resultados e conclusións obtidas nas diversas actividades, posto que desta forma será posible ofrecer ao noso alumnado unha visión da ciencia como proceso en permanente construcción e entender as achegas realizadas polas devanditas figuras históricas no seu contexto. A visualización das ideas tamén contribúa neste sentido.

A teoría da Relatividade clásica (Galileo) forma parte da cultura científica en maior ou menor grao, tanto na súa formulación (postulados e consecuencias en relación co movemento dos planetas e a mecánica de Newton) como na súa evolución histórica (controversias de Galileo coa Igrexa, revolución científica renacentista).

As actividades prácticas de carácter cooperativo contribúen a fomentar hábitos de tolerancia, cooperación e traballo en equipo, e nas postas en común posteriores actívanse o pensamento abstracto e a actitude crítica. A presentación visual da teoría supón un achegamento ao nivel de desenvolvemento das capacidades dos alumnos de Educación Secundaria, así como a expectativa de conseguir alcanzar a comprensión de conceptos considerados xeralmente moi difíciles de entender.

O feito de manexar en todo momento elementos da realidade física de carácter visual permite que os alumnos interpreten a evidencia dunha forma plenamente intuitiva, cuxas conclusións estarán dotadas dunha forte coherencia que permite unha comunicación eficaz das mesmas. As conclusións, á súa vez, ao estaren baseadas na devandita interpretación xeométrica, poden ser explicitadas sen dificultade nos seus elementos, tanto no relativo ás hipóteses e conclusións clásicas sobre o espazo,

o tempo e a transformación entre sistemas de referencia como aos razoamentos subxacentes ao pensamento de Galileo, que estarán dotados de toda a coherencia propia das representacións xeométricas.

O uso dos diagramas espazotemporais permite activar as capacidades de comunicación científica sinaladas, sendo a conexión lóxica requirida entre as probas e as conclusóns de carácter gráfico, e por tanto dotados da lóxica e coherencia propias da xeometría.

Sistemas físicos (mecánica)

A introdución, construcción e análise do concepto de Sistema de Referencia espazotemporal (SRet), constitúe un exemplo de aplicación das gráficas ao estudo das cuestións cinemáticas. Toda a visualización do espazotempo realizada coa axuda do visor contribúe a afianzar a comprensión das gráficas manexadas en clave de descripción de movementos, o cal se aplica posteriormente a diversas situacións no Sistema de Referencia Terra-Lúa.

Competencia matemática: Espazo e forma

Ao realizar o tratamento visual da Teoría da Relatividade, debemos en todo momento resaltar o feito de estar a traballar con obxectos reais, físicos (partículas ou corpos con masa, velocidade e enerxía, por exemplo), deste xeito os estudantes poderán comprender que están a ver a realidade dunha nova maneira, na que irán aprendendo a manexarse a través dun concepto visual novo (o espazotempo), no que estruturas e formas teñen unha inmediata correspondencia co mundo real.

Na construción gráfica da transformación de Galileo a partir de postulados previos estamos a utilizar a propiedade de paralelismo no espazotempo como unha expresión visual da lei de inercia e a súa conservación como unha consecuencia do principio de relatividade. Doutra banda, no devandito proceso pónense en xogo diversas propiedades e relacións de figuras planas.

Construcción de modelos.

A capacidade de construcción de modelos garda unha relación estreita coa proposta didáctica visual da Teoría da Relatividade:

-A estruturación do campo ou situación para a que se vai a elaborar o modelo corresponde coa interpretación do espazotempo como algo dinámico, que se realiza na nosa proposta mediante o manexo do visor espazotemporal.

-A tradución da realidade a estruturas matemáticas (neste caso xeométricas) corresponde coa interpretación xeométrica das magnitudes físicas, a cal se realiza nun contexto simplificado de dúas dimensíons (unha espacial e outra temporal) para evitar a complexidade do modelo completo tetradimensional sen perder as súas principais propiedades físicas.

-A comunicación de opinións sobre o modelo e os seus resultados realiza-se en todo momento ao expor unha construcción do coñecemento de forma cooperativa e dialóxica, tendo en conta as limitacións dos resultados polo feito da simplificación de dimensións realizada.

-Pola mesma razón, durante todo o proceso didáctico supervísase continuamente o proceso de construcción do modelo e valídanse os seus resultados a partir da evidencia experimental oportuna.

-Os aspectos de reflexión e crítica son tidos en conta ao expor situacións dialóxicas.

Representación.

Os resultados da práctica colectiva sobre movemento relativo deben ser presentados en forma gráfica, para poder así construír a transformación de sistema de referencia correspondente (Galileo). Esta representación gráfica constitúe unha codificación da situación analizada na práctica, é dicir, a variación da velocidade debida ao efecto de arrastre do medio. A análise do Sistema de Referencia Terra-Lúa desde a perspectiva dunha nave en movemento, pola súa banda, implica a descodificación e interpretación das mencionadas representacións gráficas.

A teoría da Relatividade implica a capacidade de poder utilizar diversas representacións para un mesmo suceso ou situación física, e por tanto poder decidir a que é más conveniente para a explicación dun fenómeno ou a resolución dun problema.

C2.5.2. Fase de indagación: construcción e análise da transformación de Lorentz.

Unha vez construída a formulación visual da relatividade clásica na fase anterior, de exploración, deberemos comezar a construír o obxecto didáctico da nosa intervención, a Relatividade Especial, para o cal seguiremos un procedemento construtivo de características visuais que é praticamente idéntico ao anterior, mais partindo dunhas premisas lixeiramente diferentes. Deste xeito, o proceso de construcción constituirá un desenvolvemento da ZDP adquirida na fase anterior, mais os resultados da mesma constituirán o conxunto de ideas que pretendemos superar, de aí a dualidade que presenta a relatividade galileana na implementación da nosa proposta.

Esta fase está constituída por dous grupos de actividades. O primeiro grupo corresponde coa presentación e a análise do experimento de Michelson, a modo de experiencia discrepante cos resultados obtidos anteriormente. O segundo grupo consiste na (re)construcción da transformación do espazotempo a partir do novo resultado físico atopado como consecuencia da análise da experiencia de Michelson: a conservación da velocidade da luz. Utilízase a expresión (re)construcción para enfatizar o feito de que o proceso será praticamente idéntico ao seguido na fase anterior, tanto que ás veces pode dar a impresión de estar repetindo os mesmos pasos. Mais o feito aparentemente inocuo de incorporar un postulado diferente vainos permitir confrontar ao alumno, cando aplique as capacidades interpretativas adquiridas na fase previa ás novas gráficas

obtidas, coas sorprendentes consecuencias físicas das mesmas. O choque co sentido común e a intuición física clásicas será de tal magnitud que dedicaremos a última das fases (de aplicación) a dotar da maior factibilidade posible a estes resultados contraintuitivos obtidos.

Experiencia discrepante: Michelson

De forma análoga á experiencia práctica realizada na actividade 3 para obter a transformación de Galileo, estúdase agora o caso dun móbil con igual velocidad en dúas direccións opostas (usamos un carril de cortinas convenientemente adaptado) e pescudar como se pode calcular a velocidad de arrastre a partir das diferenzas nos tempos de chegada a favor e en contra do movemento do chan esvaradío, o cal é unha simplificación do experimento de Michelson, no que a luz non viaxa en direccións opostas senón perpendiculares, mais que serve para ilustrar o seu carácter de experiencia discrepante ao presentar a evidencia da ausencia de diferenzas nos tempos para a luz.

A repetición do experimento de Michelson non está ao alcance dun laboratorio de física de secundaria, e a súa interpretación, polo feito xa mencionado de requerir dúas dimensíons espaciais e unha temporal, tamén estaría fora das capacidades adquiridas polo alumnado nas fases anteriores.

Polo tanto, non se trata exactamente de recrear a experiencia discrepante, senón de realizar aunha actividade na que poidan entender o deseño experimental e o propósito de Michelson (sempr coas limitacións indicadas).

O carácter de experiencia discrepante será incorporado posteriormente, a modo de información sobre o experimento de Michelson e o resultado obtido no mesmo. O formato de debate permitirá comprobar o grao de confrontación desta evidencia coas ideas do alumnado, e as dificultades que implica a súa aceptación.

De todos xeitos, tampouco na evolución histórica do pensamento relativista, como vimos no capítulo 1, tivo a experiencia de Michelson a influencia decisiva que ás veces se lle atribúe, sendo necesario para Einstein agardar pola confirmación experimental das súas prediccións para que a Relatividade Especial fose recoñecida como pedra angular da física moderna.

Do mesmo xeito, na nosa secuencia didáctica agardaremos ata a fase final (de aplicación) para que o alumnado interiorice a realidade física dos resultados obtidos a partir desta experiencia discrepante.

Este grupo de actividades, polo tanto, ten un carácter de transición entre as actividades clásicas realizadas previamente e as actividades de construcción da Teoría da Relatividade Especial que se realizarán posteriormente. Actúa a modo de experiencia discrepante, como punto de ruptura coa relatividade e intuición clásicas e punto de partida para a construcción no seu lugar da Relatividade Especial, e consta de dúas partes:

Actividade 6. Experiencia de Michelson simplificada (práctica)

Actividade 7. Significado da experiencia de Michelson (debate)

Actividade 6: Experiencia de Michelson simplificada (práctica)

Mediante esta actividade pretendemos introducir aos alumnos na interpretación dos resultados previstos no experimento de Michelson.

Para iso, usamos unha simulación (cadros 2.10 e 2.11) na que un carril de cortinas fai as veces de dobre raio de luz desprazándose á mesma velocidade en sentidos opostos. Calquera outro dispositivo que teña esta propiedade serviría da mesma forma.

Hai unhas diferenzas substanciais co experimento de Michelson: o interferómetro usado por eles non comparaba os tempos de chegada a extremos opostos senón os de regreso ao momento de partida, nin tampouco enviaba raios de luz en sentidos opostos, senón en direccións perpendiculares.

A razón para iso era puramente experimental, pois sería imposible medir cunha mínima precisión a diferenza nos tempos de chegada dos raios aos extremos opostos. Doutra banda, se colocamos os brazos do interferómetro en sentidos opostos non habería diferenzas de tempo nin sequera no caso clásico, pois se cancelarían na ida e volta.

A dinámica desta actividade é similar á da práctica cooperativa realizada na actividade 3 (Camión sobre hule, Galileo).

A análise gráfica da ficha auxiliar (cadro 2.12) ten como finalidade comprobar que se pode pescudar a velocidade de arrastre do hule a partir das diferenzas nos tempos de chegada dos raios (ou das súas velocidades a favor e en contra do arrastre do hule, se se prefire).

Finalmente, preséntase unha última gráfica na que se debe pedir ao alumnado que tente explicar como se podería xustificar unha diferenza nula nos tempos de chegada (que é o resultado experimental obtido finalmente por Michelson). Deste xeito, podemos pescudar se xa son coñecedores dun aspecto fundamental para a Relatividade Xeral: a relatividade da simultaneidade, que ten o seu reflexo gráfico na inclinación da base horizontal do paralelogramo no espazotempo. Estamos dando, ademais, ao alumnado, a posibilidade de redescubrir por eles mesmos a esencia da Teoría da Relatividade, se son quen de decatarse de que unha inclinación da base horizontal permite resolver o dilema presentado.

A gran diferenza entre os resultados da Relatividade Especial e os da relatividade clásica pódese retrotraer, en última instancia, ata dita inclinación da liña base nos diagramas espazotemporais. Pode ser interesante resaltar que xa na actividade 4 da fase previa (cadro 2.7, apartado d), ofrecíase

ao alumnado a posibilidade de trazar unha gráfica con dita inclinación na base como consecuencia lóxica da aplicación de leis físicas no espazotempo. De feito, como se verá posteriormente, tanto nun caso como no outro houbo alumnos que chegaron de xeito autónomo a trazar figuras con estas características, é dicir, *redescubrindo* a esencia da Relatividade Especial por si mesmos.

MATERIAIS:

- 1 carril para cortinas (con 2 marcas deslizantes, que chamaremos "raios") -1 metro;
- cronómetros -tira de hule; -3 marcadores

PROCEDIMENTO:

- Colocar o carril da cortina sobre a mesa.
- Situar un marcador sobre a mesa á altura do centro do carril, e dous máis na metade do percorrido hacia cada lado. Enfrente de cada un destes marcadores sitúanse dous alumnos con cronómetros.
- Mídese a distancia entre o marcador do centro e cada marcador do extremo (L), a cal será a unidade de espacio relativo: u_L
- Fanse marcas no cable da cortina separadas pola distancia $L/3$ (distancia relativa $1/3$).

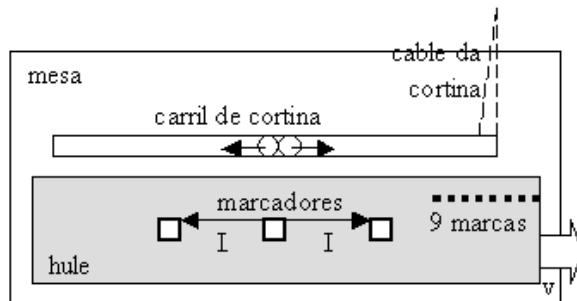


Figura 1: 2ª Parte

- Facemos 9 marcas no hule separadas entre sí por unha distancia relativa $1/9$.
- Un alumno vai tirando do cable da cortina lentamente, mentres outro vai "cantando" os segundos cun reloxo (non ten por que ser cronómetro), de xeito que pase unha marca ($1/3$) cada segundo cantado.

1ª Parte: Facer o experimento cos 4 alumnos cronometrando o tempo que tarda cada raio en chegar ata a súa marca, partindo dende o centro. Valores:

Cara a esquerda: $t_1 =$

Cara a dereita: $t_2 =$

A media destes tempos será a unidade de tempo relativo : $u_t =$

Representar na ficha os instantes en que cada raio chega a cada marcador (lados dos cadrados).

2ª Parte: Repetir o procedemento anterior, mais desta vez fixando os marcadores sobre o hule, cun alumno tirando do hule para a dereita, de xeito que cada segundo se desprace unha das 9 marcas. Os 4 alumnos miden o tempo que tarda cada raio en pasar diante da súa marca (deben moverse co hule, para elo).

Anotar os valores medios: Cara a esquerda: $t_1 =$ Cara a dereita: $t_2 =$

3ª Parte: Repetir o procedemento anterior, mais desta vez fixando o carril sobre o hule, cun alumno tirando do hule para a esquerda de xeito que cada segundo se desprace unha das 9 marcas. Os 4 alumnos de antes miden novamente o tempo que tarda cada raio en pasar diante da súa marca (permanecen parados, para elo).

Anotar os valores medios: Cara a esquerda: $t_1 =$ Cara a dereita: $t_2 =$

Representar na segunda ficha os instantes en que cada raio chega á súa marca (raias grosas verticais).

Calcula a velocidade do hule unindo ambos puntos mediante unha liña recta e medindo a altura da mesma sobre a horizontal no punto medio. $h =$

Divide pola unidade u_t para obter a velocidade relativa: $v = h / u_t =$

Compara co valor da velocidade relativa do hule respecto dos raios ($v = 1/3$)

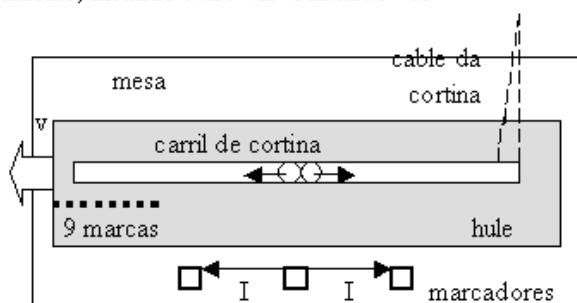
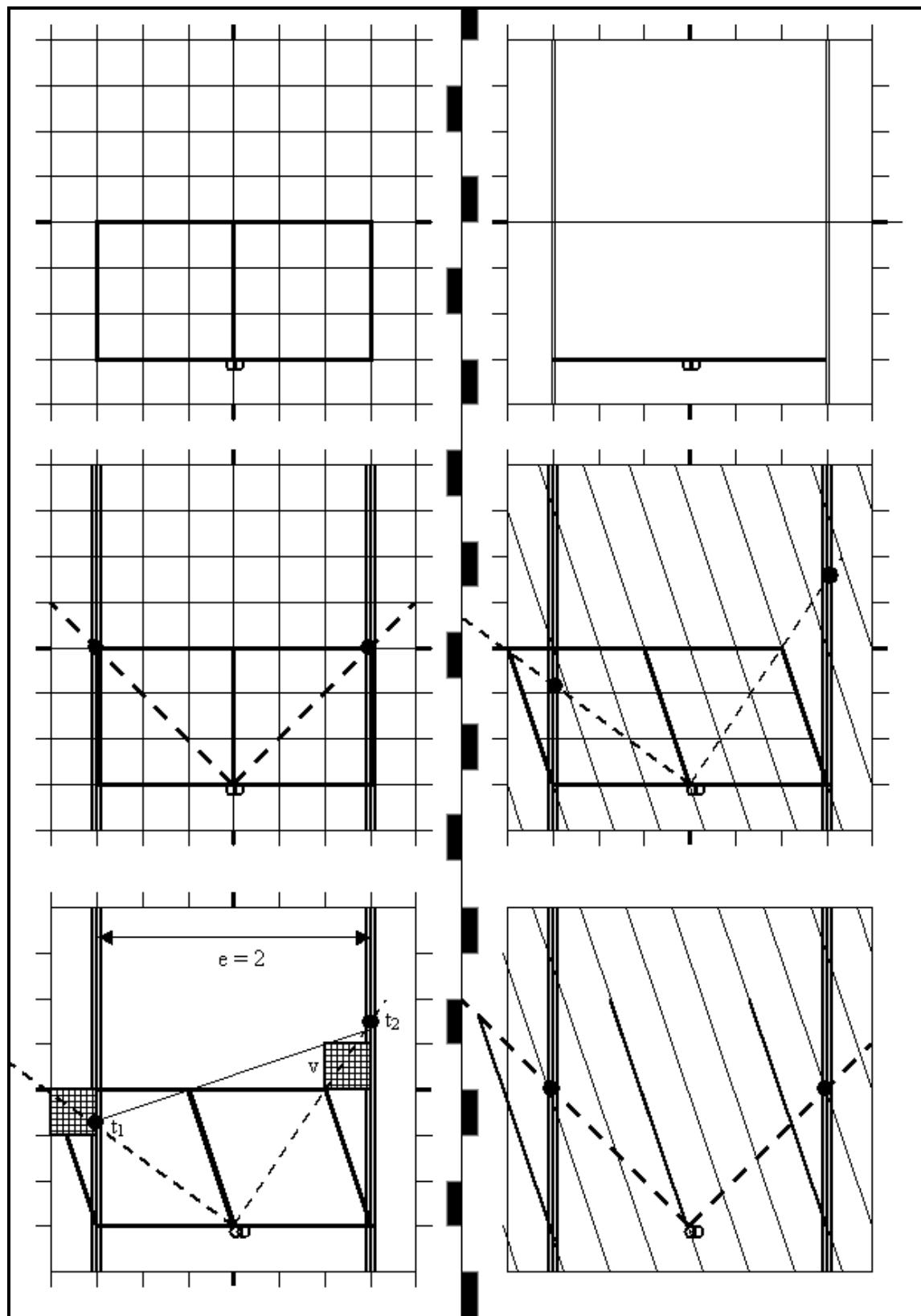


Figura 2: 3ª Parte

Cadro 2.10: **Actividade 6.** Experiencia de Michelson simplificada (práctica)

<p>Valores recomendados (aproximados):</p> <p>L: 15 cm V: 15 cm/s</p> <p>6 observadores distanciados regularmente: 3 a favor do movemento do hule (1f, 2f, 3f) 3 en sentido contrario: 1c, 2c, 3c</p> <p>Outros 6 (un para cada observador): Anotan as medidas e fan os cálculos.</p> <p>Anotacións para a 1^a parte: nunha táboa como a seguinte:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>observador</th><th>1c</th><th>1f</th><th>2c</th><th>2f</th><th>3c</th><th>3f</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1^a medida de tempos</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr> <td>2^a medida de tempos</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr> <td>etc</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table> <p>Medidas: repetir o procedemento ata que os valores sexan coherentes (posto que na 1^a parte deberían dar os mesmos valores, xa que o hule non se está movendo). Esta parte consiste nunha especie de “calibrado” que nos vai permitir, por un lado, mellorar a técnica ata conseguir os melhores resultados posibles con todas as limitacións deste experimento, e por outra parte ter unha estimación dos errores que se cometan, á hora de valorar os resultados.</p> <p>Representar estes valores finais na primeira das gráficas cadriculadas da seguinte ficha.</p> <p>2^a parte: Carril e hule en movemento.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>observador</th><th>1c</th><th>1f</th><th>2c</th><th>2f</th><th>3c</th><th>3f</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Medidas (T_i)</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr> <td rowspan="3" style="text-align: center;">Cálculos</td><td colspan="2" style="text-align: center;">$T_{1c} - T_{1f}$</td><td colspan="2" style="text-align: center;">$T_{2c} - T_{2f}$</td><td colspan="2" style="text-align: center;">$T_{3c} - T_{3f}$</td></tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">$T_{1c} + T_{1f}$</td><td colspan="2" style="text-align: center;">$T_{2c} + T_{2f}$</td><td colspan="2" style="text-align: center;">$T_{3c} + T_{3f}$</td></tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">$\frac{T_{1c} - T_{1f}}{T_{1c} + T_{1f}}$</td><td colspan="2" style="text-align: center;">$\frac{T_{2c} - T_{2f}}{T_{2c} + T_{2f}}$</td><td colspan="2" style="text-align: center;">$\frac{T_{3c} - T_{3f}}{T_{3c} + T_{3f}}$</td></tr> </tbody> </table>	observador	1c	1f	2c	2f	3c	3f	1 ^a medida de tempos							2 ^a medida de tempos							etc							observador	1c	1f	2c	2f	3c	3f	Medidas (T _i)							Cálculos	$T_{1c} - T_{1f}$		$T_{2c} - T_{2f}$		$T_{3c} - T_{3f}$		$T_{1c} + T_{1f}$		$T_{2c} + T_{2f}$		$T_{3c} + T_{3f}$		$\frac{T_{1c} - T_{1f}}{T_{1c} + T_{1f}}$		$\frac{T_{2c} - T_{2f}}{T_{2c} + T_{2f}}$		$\frac{T_{3c} - T_{3f}}{T_{3c} + T_{3f}}$	
observador	1c	1f	2c	2f	3c	3f																																																							
1 ^a medida de tempos																																																													
2 ^a medida de tempos																																																													
etc																																																													
observador	1c	1f	2c	2f	3c	3f																																																							
Medidas (T _i)																																																													
Cálculos	$T_{1c} - T_{1f}$		$T_{2c} - T_{2f}$		$T_{3c} - T_{3f}$																																																								
	$T_{1c} + T_{1f}$		$T_{2c} + T_{2f}$		$T_{3c} + T_{3f}$																																																								
	$\frac{T_{1c} - T_{1f}}{T_{1c} + T_{1f}}$		$\frac{T_{2c} - T_{2f}}{T_{2c} + T_{2f}}$		$\frac{T_{3c} - T_{3f}}{T_{3c} + T_{3f}}$																																																								

Cadro 2.11: Experiencia de Michelson simplificada (práctica): Instrucións adicionais



Cadro 2.12: Experiencia de Michelson simplificada (práctica): Gráficas

Actividade 7: Significado da experiencia de Michelson (debate)

A estrutura do debate (cadro 2.13) comenzará por unha análise individual da cuestión exposta, coa emisión dunha resposta razoada á mesma.

Estas respostas serán postas posteriormente en común en pequenos grupos, parte do debate que pode ser moi frutífera para coñecer os modelos de razonamento usados por cada alumno na argumentación entre iguais.

Finalmente, cada grupo deberá defender o consenso alcanzado entre os seus membros ante as propostas dos restantes grupos, onde é fundamental o papel do profesor/a, tanto de moderador (para que se respecten unhas normas mínimas: quenda de palabra, argumentar sobre as ideas e non sobre quen as propoñen etc.), como de animador (para suxerir ideas alternativas que non fosen propostas por ningún grupo ou que caesen demasiado pronto en descrédito colectivo sen unha análise adecuada). Estas intervencións do profesor poden ter un certo carácter pedagóxico, mais debe procurar que sexan os propios alumnos os que *descubran* as respostas aos interrogantes que expón.

Indícanse a continuación algúns exemplos de frases que poden ser usadas a conveniencia polo profesor/a para animar ou orientar as discusións do alumnado:

-Se a velocidade da luz non puidese variar, enviando dous raios de luz en direccións opostas da Terra terían que dar a volta no mesmo tempo. Mais nese tempo a Terra xa rotaría algo, e tería que haber unha diferenza! (experimento de Sagnac)

(Se algunha das posibles solucións foi pouco tratada, ler a frase correspondente):

1-O laboratorio de Michelson poderíase estar movendo nunha dirección vertical, e entón non o podería detectar co seu experimento horizontal.

-Para iso estivo toda a noite medindo.

-Tamén podería ser que os movementos coñecidos da Terra se compensasen cun movemento descoñecido do Sol.

-Pero entón, medio ano despois sumaríanse.

2-A Terra arrastra a atmosfera no seu movemento, e da mesma forma pode arrastrar o éter.

-Pero o éter, de existir, tería que estar por todo o Universo, mentres que a atmosfera só está ao redor da Terra.

3,4-Deformando o espazotempo de forma que se incline tamén o eixe espacial, a velocidade da luz sempre é a mesma.

-Entón, o tempo variaría dun SR a outro, e dous irmáns xemelgos poderían chegar a non cumplir anos xuntos estando vivos os dous.

INFORMACIÓN PREVIA:

Como xa sabemos, Michelson tentou saber a velocidade coa que se move a Terra polo espazo absoluto a partir da diferenza das velocidades da luz cando vai a favor e en contra dese movemento. Para a súa sorpresa, o resultado do experimento foi negativo. O fisico holandés Lorentz propuxo unha teoría na que o espazo e o tempo se inclinaban de forma que a velocidade da luz non variase. Dese xeito, a luz viaxaría libremente polo baleiro, e sempre á mesma velocidade.

Algúns científicos foron máis alá, e dixerón que se o espazo e o tempo se inclinaban, entón cando dous irmáns xemelgos se separasen e un deles fixese unha viaxe espacial, ao regreso atoparíase tan rexovenecido que sería máis novo que o seu irmán.

Imaxina que un dos compañeiros que tes ao teu lado fai 17 anos o mesmo día ca ti, e marcha a facer unha viaxe espacial, regresando cando ti fagas 34 anos. Indica cásos dos seguintes acontecementos serían posibles e cásos non, e por qué.

1-O teu amigo tamén fai 34 anos nese mesmo día, aínda que ten un aspecto máis novo que o teu.

2-O teu amigo aínda non fixo os 34 anos, pero vainos cumplir pronto.

3-O teu amigo aínda non fixo os 30 anos.

4-O teu amigo aínda non fixo os 18 anos.

5-O teu amigo regresa con 15 anos de idade.

Anota aquí os números dos sucesos que son posibles:

Anota aquí os números dos que son impossibles:

Explica con detalle as túas razóns para ter feito ditas eleccións (se podes, fai algún debuxo ou gráfico explicativo das túas ideas):

Despois xúntate cos demais membros de teu grupo e procurade chegar a unha conclusión común respecto da idade coa que podería regresar o teu amigo cando ti fagas 34 anos, que poidades defender con argumentos ante os demais grupos.

Grupo N°: Nomes:

Anota a conclusión:

Razóns:

Opinión persoal:

Cadro 2.13: [Actividade 7](#). Significado da experiencia de Michelson (debate)

Experiencia discrepante-Michelson. Competencias desenvolvidas mediante este grupo de actividades.

Como xa se indicou no inicio do apartado C2.5, complementaremos a descripción deste grupo de actividades mediante a análise das competencias físicas e matemáticas fomentadas coas mesmas, para o cal se tiveron en conta as definicións de competencias nos informes PISA, así como o desenvolvemento das competencias nos currículos de Bacharelato.

Competencia para a interacción co mundo físico

A realización dunha simulación práctica do experimento de Michelson, seguida dun debate sobre as explicacións posibles para o resultado obtido realmente, implica a capacidade de suscitar e contrastar solucións, tentativas e hipóteses, así como de realizar inferencias sobre a forma da transformación de sistema de referencia que permitiría explicar as observacións (transformación de Lorentz).

A realización de actividades prácticas cooperativas nas cales se pon en xogo conceptos físicos fundamentais para comprobar e medir as súas propiedades e visualizalas de forma gráfica nos diagramas espazotemporais permite, por unha banda, introducir aos alumnos no deseño e realización de experimentos físicos, ao mesmo tempo que se contribúa a construír unha intuición do espazo físico que lles permitirá interactuar coa realidade circundante, ben sexa de forma real ou mediante experimentos simulados, como é o caso da práctica sobre o experimento de Michelson.

A actividade práctica proposta en torno ao experimento de Michelson permite abordar, ao explicar os obxectivos que perseguía co mesmo, a natureza do dilema exposto a fins do século XIX entre mecánica e electromagnetismo, que a teoría do éter pretendía liquidar. Con todo, ao non conseguir o seu obxectivo de medir a velocidade absoluta do Sistema Solar a través do espazo absoluto representado polo devandito éter, xorde con toda claridade a necesidade de pór en cuestión algúns dos alicerces básicos sobre os que fundamentaba Michelson a súa intención. Mediante unha adecuada explicación sobre o contexto histórico en que foi realizado é posible achegar ao alumnado á comprensión do proceso de construcción científica.

O feito de manexar en todo momento elementos da realidade física de carácter visual permite que os alumnos interpreten a evidencia dunha forma plenamente intuitiva, cuxas conclusións estarán dotadas dunha forte coherencia que permite unha comunicación eficaz das mesmas. As conclusóns, á súa vez, ao estaren baseadas na devandita interpretación xeométrica, poden ser explicitadas sen dificultade nos seus elementos tendo en conta tanto a evidencia experimental obtida por Michelson como osrazoamentos subxacentes, que estarán dotados de toda a coherencia propia das representacións xeométricas.

O desenvolvemento realizado na proposta didáctica visual da Teoría da Relatividade contempla a selección e discriminación de conclusións visuais alternativas (transformacións de Galileo e de Lorentz) en función das probas de que se dispón (resultados obtidos por Michelson, Maxwell e outros). O uso dos diagramas espazotemporais permite activar as capacidades de comunicación científica sinalados, sendo a conexión lóxica requirida entre as probas e as conclusións de carácter gráfico, e por tanto dotados da lóxica e coherencia propias da xeometría.

Sistemas físicos (mecánica)

Ao realizar a simulación práctica do experimento de Michelson, convén ter en conta que os resultados obtidos realmente (que non poden ser reproducidos nun laboratorio de Secundaria) son os que fan posible o funcionamento dun sistema tan habitual actualmente como é o GPS, posto que de non ser así a posición determinada polo devandito sistema tería unha gran variabilidade ao longo dun ano debido ao movemento de translación terrestre.

O experimento de Michelson constituíu un intento de aplicar o electromagnetismo (éter estático) á noción heliocéntrica do Universo (Terra en movemento ao redor do Sol e con el), e pola mesma razón o seu fracaso podería explicarse sen grandes dificultades mediante un regreso á teoría xeocéntrica. A práctica de simulación e o debate posterior constitúen unha proba da solidez das ideas newtonianas do alumnado así como un reto intelectual para superar as mesmas sen caer en conceptos tolemaicos superados.

De forma complementaria á realización da simulación práctica do experimento de Michelson, é posible facer ver ao alumnado que o funcionamento dun sistema tecnolóxico tan coñecido e de uso universalizado como é a navegación por satélite (GPS) sería inviable no caso de que Michelson obtivese un resultado positivo no seu experimento.

Investigación científica

A orixe e desenvolvemento da Teoría da Relatividade constitúe un claro exemplo de como a curiosidade de determinados científicos como Michelson puxo de evidencia a incompatibilidade entre as formulacións da Mecánica e o Electromagnetismo que tivo como resultado a orixe dunha nova teoría que obligou a reformular por completo todo o que se tiña por firmemente establecido.

As características da RE dificultan a realización de experiencias directas a nivel da educación secundaria, aínda que o enfoque visual permite realizar interesantes actividades prácticas de simulación de experiencias como a de Michelson.

O aspecto da medición en relación coa RE só é accesible na educación secundaria dunha forma simulada, facendo medidas sobre as gráficas, en todo caso mantendo en maior ou menor grao todas as características de rigor requeridas.

Competencias matemáticas: Construcción de modelos.

A interpretación dos modelos matemáticos en función da realidade lévase a cabo nunha dirección ao cuestionar o modelo de Galileo en función das probas experimentais dispoñibles (experiencia de Michelson, teoría de Maxwell, funcionamento do GPS), e na dirección oposta ao tentar explicar os resultados reais obtidos no experimento de Michelson a partir do manexo dos diagramas espazotemporais para propor unha transformación de Sistema de Referencia alternativa á de Galileo.

Todas as capacidades implicadas na construcción de modelos actívanse en maior ou menor grao ao propor aos alumnos a procura (mediante a modificación do modelo de Galileo) dunha explicación ao resultado negativo obtido por Michelson

Síntese: transformación de Lorentz

Este segundo grupo de actividades da fase de indagación constitúe o núcleo central da proposta didáctica presentada, posto que no mesmo se produce a construcción da transformación de Lorentz polo propio alumnado a partir da evidencia experimental obtida por Michelson, a aplicación da mesma a un sistema de referencia que xa fora analizado de xeito clásico, así como a un resumo visual do conxunto de fenómenos relativistas que se obteñen como consecuencia da transformación de Lorentz.

O procedemento seguido na secuencia de actividades deste grupo corresponde case de xeito mimético co seguido ao longo das actividades 4 e 5 realizadas previamente na fase de exploración para construír a forma xeométrica da relatividade galileana clásica de xeito visual a partir de postulados ou supostos de características físicas.

Esta particularidade revélase especialmente interesante posto que deste xeito conseguimos aproveitar ao máximo as capacidades e destrezas desenvolvidas polo alumnado na realización das mencionadas actividades previas, nas cales a partir de presupostos de sentido común recuperabamos consecuencias físicas tamén de sentido común, por non decir obvias. Podemos neste punto introducir a reflexión de carácter epistemolóxico segundo a cal para obter resultados correctos a partir de premisas correctas é necesario seguir un camiño lóxico e dedutivo que tamén debe ser correcto. Polo tanto, se agora non nos desviamos do camiño dedutivo seguido na fase anterior, mais desta vez aplicado a un conxunto diferente de premisas, deberíamos outorgar o mesmo grao de corrección aos resultados obtidos.

O conxunto consta das tres actividades seguintes:

[**Actividade 8.** Construcción da transformación de Lorentz](#)

[**Actividade 9.** Sistema de Referencia Terra-Lúa \(Lorentz\)](#)

[**Actividade 10.** Efectos relativistas: análise gráfica](#)

Actividade 8: Construcción da transformación de Lorentz:

Esta actividade constitúe o equivalente relativista á actividade 4 (Construción da transformación de Galileo). Como naquela, preséntase a información necesaria para construír por un mesmo a forma xeométrica da transformación de SRI, pero neste caso de acordo coa Relatividade Especial (transformación de Lorentz).

Para iso, empézase presentando o SR orixinal como un *cadrado* (que xa debería poder ser interpretado correctamente polo alumnado despois de facer as actividades previas). A continuación, vanse explicando diferentes leis físicas, por tanto fundamentadas na experiencia (convén insistir neste carácter fronte ás ideas *lóxicas* ou *intuitivas* que aparecen ao final):

Ao contrario que naquelas, comézase polo postulado novo: A conservación da velocidade da luz en calquera SRI. Este postulado, consecuencia de diversas evidencias experimentais e consideracións teóricas, vai substituír os principios intuitivos galileanos de conservación do espazo e do tempo. Xeometricamente, isto equivale á conservación das diagonais en calquera transformación do cadrado orixinal.

A lei de inercia e o principio de relatividade combinados (xa se viu en Galileo) obrigan a que a transformación de SRI deba ser lineal, e por tanto a figura resultante ha de ser un paralelogramo. Non é difícil facer ver que o único paralelogramo posible que conserva as diagonais é un rombo inclinado 45°.

E esta é precisamente a forma xeométrica da transformación de Lorentz, a cal contén toda a información física da Teoría da Relatividade Especial de Einstein.

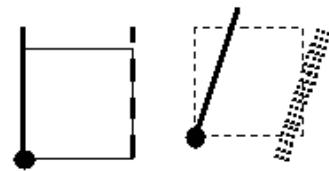
Lembrando que a transformación de Galileo conservaba a superficie do espazotempo, incorporamos este resultado para establecer o tamaño do rombo. Este feito pode ser xustificado a partir de principios físicos, como o principio de relatividade, a isotropía do espazo e as propiedades do investimento dunha transformación lineal, mais son aspectos bastante técnicos que escurecen máis que aclaran o interesante resultado conseguido.

Finalmente, preséntanse graficamente varias consecuencias desta transformación (como se fixo no seu momento para o caso clásico), cuxo análise ocupará todo o resto da secuencia didáctica global.

Debido a que esta actividade é realizada dun xeito praticamente dirixido polo profesor non se obtiveron resultados textuais ou gráficos producidos polo alumnado. Porén, as características da mesma permitirían, no caso de poder dedicar bastante máis tempo a dito proceso, obter tamén un conxunto de manifestacións textuais ou gráficas por parte do alumnado nas cales observar o grao de corrección e significatividade dos resultados obtidos.

1. Construcción a partir de leis físicas

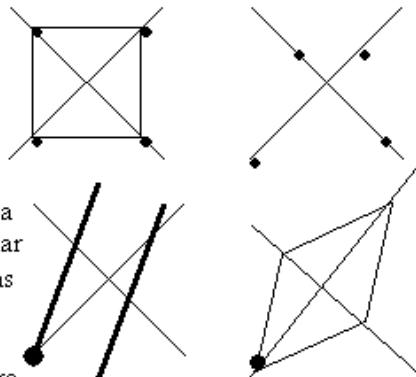
a) Pasos previos: Son os mesmos que vimos na Relatividade de Galileo: o cadrado de e/t transfrmase nun paralelogramo, coas “paredes” inclinadas dacordo á velocidade relativa v .



b) Para completar a figura, acudimos ao resultado da experiencia de Michelson e Morley (que está dacordo coa teoría electromagnética de Maxwell):

A velocidade da luz é a mesma en calquera Sistema de Referencia (S.R.).

Como usamos unhas escalas de espacio e tempo nas que a velocidade da luz é igual a 1 (as diagonais do cadrado son raios de luz), os vértices do paralelogramo teñen que estar sobre 2 rectas coa mesma inclinación que as diagonais.



Podemos comprobar nas seguintes figuras que a única forma de compaxinar a) con b) consiste en transformar o cadrado inicial nun rombo inclinado de forma que as “paredes” mantefan a velocidade relativa v e os 4 vértices estean sobre as diagonais (raios de luz).

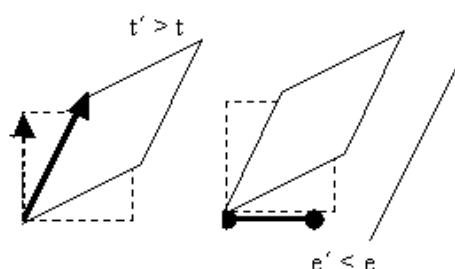
Ainda que daría por definir o tamaño do rombo, e para elo acudimos á conservación da “superficie do e/t”

(igual que na transformación de Galileo): A superficie do rombo ten que ser igual á do cadrado inicial. Como a superficie dun rombo ven dada pola fórmula $S = \frac{1}{2} D \cdot d$, para que se mantenga constante debe estirarse a diagonal maior (D) na mesma proporción en que se encolle a diagonal menor (d).

2. Consecuencias

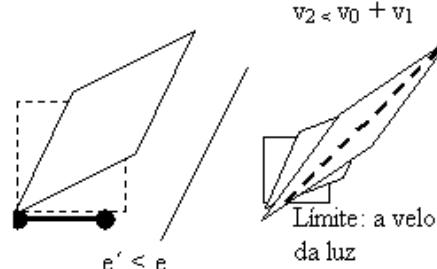
Como resultado da transformación de Lorentz, os obxectos en movemento teñen propiedades diferentes do que a nosa intuición espera:

a) Dilatación temporal



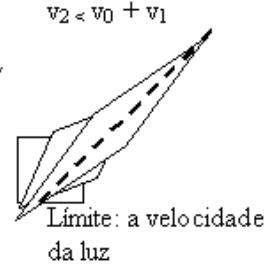
O tempo transcorre máis lentamente

b) Contracción espacial



As distancias fanse más curtas

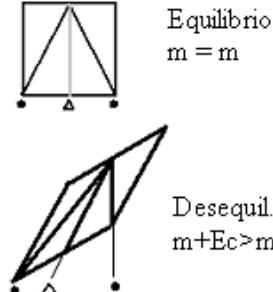
c) Límite na composición de velocidades



$$v_2 = v_0 + v_1$$

Nada pode ir máis rápido que a luz

d) Equivalencia entre masa e enerxía



Equilibrio
 $m = m$

Desequil.
 $m + Ec > m$

Enerxía nuclear:
(cando $c = 1$: $E = m c^2$)
En xeral: $E = m c^2$

Cadro 2.14: Actividade 8. Construción da transformación de Lorentz

Actividade 9: Sistema de Referencia Terra-Lúa (Lorentz):

Unha vez establecida a forma xeométrica da nova transformación de SR polos propios alumnos coa axuda do profesor (actividade 8), e utilizando a visualización das magnitudes físicas nas gráficas espazotemporais (actividade 1), procédese nesta actividade a analizar de forma sistemática, e sen abandonar nunca o carácter cualitativo-visual destas actividades, as implicacións físicas da transformación de Lorentz.

Nesta actividade trabállase co mesmo Sistema de Referencia Terra-Lúa que xa foi visto nos casos aristoteliano (actividade 2) e galileano (actividade 5), mais desta vez á luz da nova construcción xeométrica resultante da transformación de Lorentz.

Esta actividade é análoga á correspondente para o caso clásico, actividade 5. Como naquela, mediante unha serie gradual de *pregunta-acción-resposta* (acompañadas da correspondente visualización gráfica) vaise permitindo ao alumno sentir que vai descubrindo en por si unha serie de consecuencias físicas a partir dunha figura xeométrica.

Preséntase unha ficha especial de carácter gráfico por dúas razóns:

- Para poder realizar medidas na mesma, subliñando así o carácter “físico” (medible) destes experimentos visuais.
- Para podela usar co “Visor espazotemporal” (actividade 1), e deste xeito percibir a dinámica asociada a estas figuras.

Analízanse catro situacións:

- i) Conservación da velocidade da luz ao cambiar de SRI (en Galileo: variación)
- ii) Dilatación dos tempos (en Galileo: conservación)
- iii) Modificación do equilibrio de masas debido á enerxía cinética (efecto ausente en Galileo)
- iv) Contracción das distancias ou tamaños (en Galileo: conservación)

Os items desta actividade explícanse con maior detalle no apartado C5.2.1. Dado que as gráficas da actividade 5 reflectían o sentido común, as discrepancias que aparecen son contraintuitivas. As súas consecuencias son difíciles de aceptar, e é aquí onde o rigor visual se torna necesario.

É agora onde fan o seu efecto as capacidades adquiridas na interpretación física do gráficas espazotemporais, pois poden contribuír a facer más factibles ao alumnado estes *extraños* fenómenos.

Nunha actividade anterior describimos un SR et especial , formado pola liña que une a Terra coa Lúa (300.000 Km) e o tempo que tarda a luz en atravesala (1 s, que era tamén o tempo que tardaba un átomo de Minkowski en desintegrarse): SRA

Lembra os 4 eventos que sucedían nun laboratorio alieníxena (SR.B):

- i- 2 raios de luz que saem simultaneamente da Terra e da Lúa con sentidos opostos.
 - ii- 2 átomos de Minkowski creados simultaneamente na Terra e na Lúa.
 - iii- 2 cápsulas que saen simultaneamente da Terra e da Lúa a 150.000km/s e se empotran cando chocan, permanecendo o cdm sempre en repouso e equidistante das cápsulas.
 - iv- Unha nave alieníxena de 300.000 km de lonxitude parada entre a Terra e a Lúa.

a) A nave, agora, desprázase a 150.000 km/s da Terra á Lúa

Representa os 4 eventos do SRB no nosso SRA, usando os rombos da direita.

b) Responde razonadamente ás seguintes cuestiós (fai as medidas nos gráficos do visor).

i)Qué velocidades levan os 2 raios de luz da copia alieníxena no noso S.R.?

Varia a velocidade da luz ao passar dun SR a outro?

Explica iso o resultado do experimento de Michelson? Por qué?

ii) Tardan o mesmo en desintegrarse os átomos de Minkowski no SRA que no SRB?

En qué sistema “viven” más tempo os átomos?

Qué acontecería se en lugar de átomos fosen dúas persoas xemelgas, unha na Terra e a outra na nave?

iii) Lembra que o cdm das dúas cápsulas non varia o seu movemento co choque, polo que se prolongamos para atrás a liña das dúas cápsulas unidas obteremos a liña do cdm antes do choque.

No SRB, a liña de puntos indica que o cdm está sempre no punto medio das dúas masas, o cal indica que estas son iguais: situación de equilibrio simétrica.

Se trazamos a liña de puntos no SRA, observamos que está desprazada cara unha das masas.

Influye Ec na posición do cdm?

De qué forma?

De qué forma:

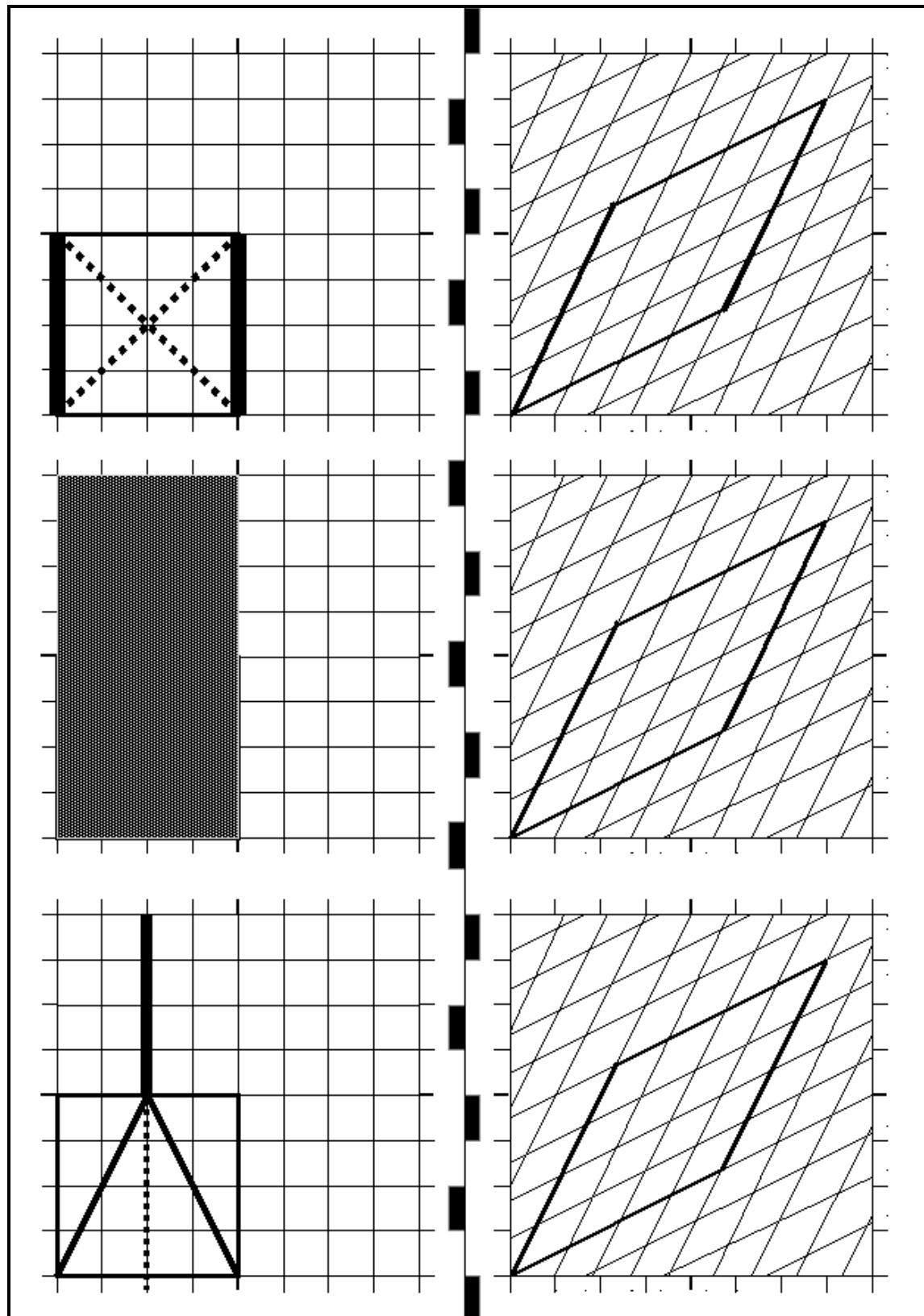
Que consecuencias tiene este hecho?

iv) Mide o mesmo a distancia (horizontal na gráficla) entre a "Terra" e a "Lúa" do laboratorio alieníxeno no noso S. de Referencia?

En qué sistema mide menos?

Como variará a medida do tamaño dun corpo cando este pasa movendo a gran velocidade por diante de nós?

Cadro 2.15: Actividade 9. Sistema de Referencia Terra-Lúa (Lorentz)



Cadro 2.16: Sistema de Referencia Terra-Lúa (Lorentz): Gráficas

Actividade 10: Efectos relativistas: análise gráfica.

Nesta actividade acódese de novo aos diagramas espazotemporais que poden ser visualizados co visor presentado na actividade 1, para analizar as consecuencias de carácter físico da transformación de Lorentz (convén explicar que non foi o propio Lorentz quen levou a transformación por el deducida até as súas últimas consecuencias, senón que precisamente aquí radicou a xenialidade de Albert Einstein).

As seis gráficas ordénanse da seguinte maneira: a primeira fila corresponde á situación en repouso, a segunda á transformación de Galileo (sentido común) e a terceira á transformación de Lorentz (revolución conceptual).

A columna esquerda corresponde aos fenómenos más *evidentes* (dilatación temporal, contracción espacial, perda da simultaneidade e velocidade límite), e resérvase a columna da dereita para analizar a equivalencia entre masa e enerxía, concepto algo máis complexo mais de suma importancia.

As figuras poden ser usadas para realizar medidas sobre as mesmas (coa escala graduada dos seus bordos), de forma que se poden *medir* os efectos e relationalos coa velocidade relativa $v = c/2 = 150.000 \text{ km/s}$, velocidade que permite presentar resultados visibles e medibles sen excesiva deformación nas figuras.

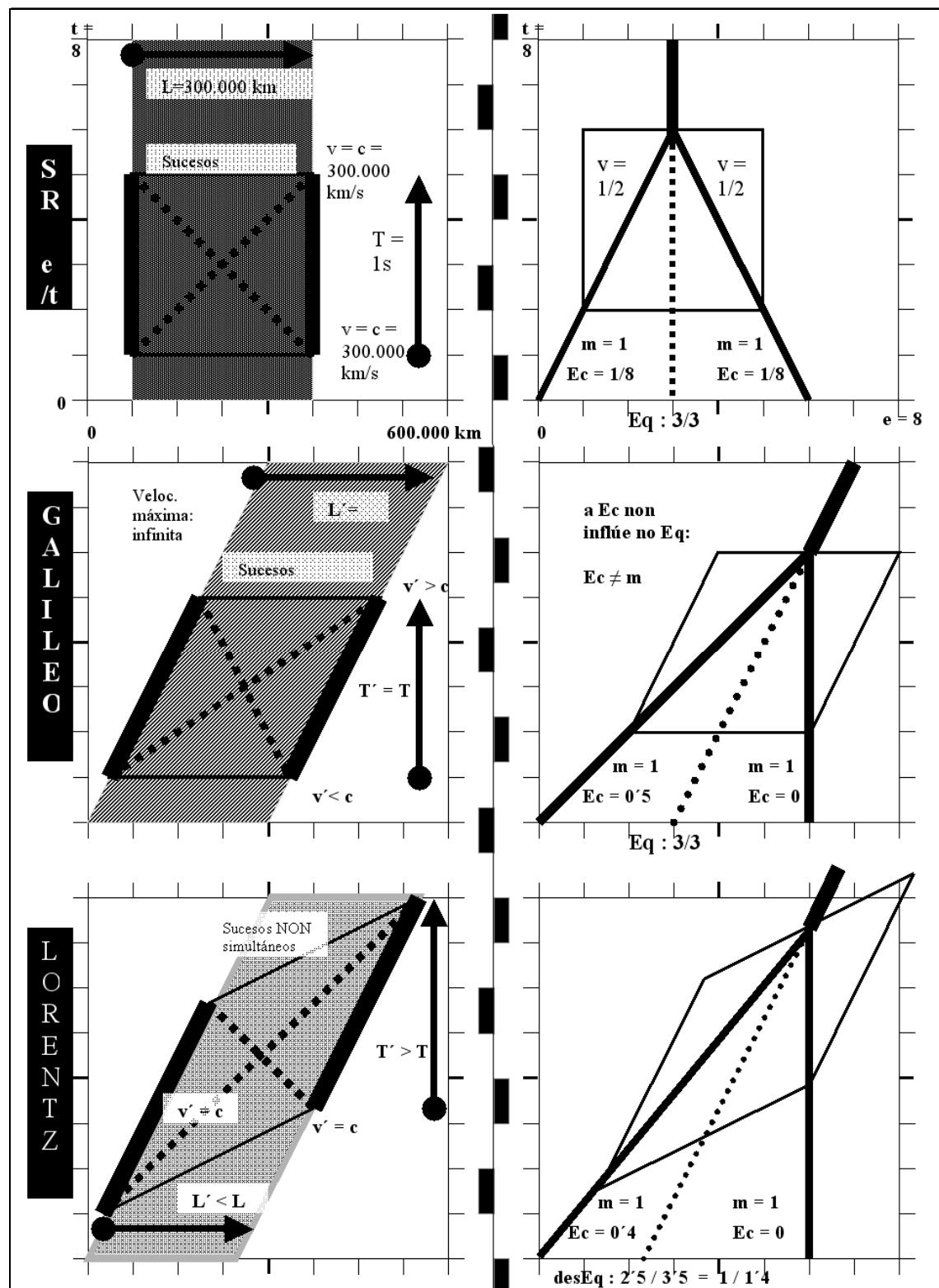
Na columna dereita preséntanse os resultados xa calculados, aplicando a fórmula

$E_c = m \cdot v^2/2$, con $m = 1$ e v en unidades naturais ($c = 1$). A razón é que permite ver que ao sumar as masas e as súas enerxías cinéticas obtemos uns resultados (1 fronte a 1'4) que nos permiten explicar o desequilibrio introducido na figura (con brazos de 2'5 unidades e 3'5, respectivamente).

Podemos comprobar nesta figura que se cumpre a condición de equilibrio establecida por Arquímedes para as pancas: A proporción entre as masas debe ser inversa á existente entre os brazos: $2'5 / 3'5 = 1 / 1'4$.

Esta é unha actividade dotada de maior reflexión teórica, posto que na mesma se presentan unha serie de gráficas de Lorentz con efectos físicos incorporados, e se pide ao alumnado que compare as medidas dos efectos relativistas en cada unha. Esta actividade, no nivel cualitativo en que se traballa, ten só unha finalidade ilustrativa, polo que non se obtiveron observacións nin datos para a avaliación a partir da mesma.

No caso de poder dedicar máis tempo a esta actividade, poderíase incorporar a modo de ficha muda na cal o alumnado debería escribir os resultados ou trazar as liñas correspondentes, para deste xeito poder comprobar o grao de significatividade das ideas relativistas do alumnado nesta fase da instrución.



Cadro 2.17: Actividade 10. Efectos relativistas: análise gráfica

Síntese: transformación de Lorentz Competencias desenvolvidas mediante este grupo de actividades.

Como xa se indicou no inicio do apartado C2.5, complementaremos a descripción deste grupo de actividades mediante a análise das competencias físicas e matemáticas fomentadas coas mesmas, para o cal se tiveron en conta as definicións de competencias nos informes PISA, así como o desenvolvemento das competencias nos currículos de Bacharelato.

Competencia para a interacción co mundo físico

O reto intelectual subxacente á construcción da transformación de Lorentz do espazotempo a partir da información obtida dunha análise teórico-práctica dos conceptos fundamentais da física (espazo, tempo, velocidade, masa, enerxía e as súas interaccións e transformacións) implica a posta en escena de numerosas capacidades para a interacción co mundo físico. O tratamento didáctico visual contribúe a facilitar a realización de devanditas tarefas sen incorporar unha demanda cognitiva ou metodoloxica excesiva para estas idades.

A construcción da forma xeométrica da transformación de Lorentz a partir dos resultados obtidos por Michelson, complementada por unha posterior dedución da mesma transformación a partir de postulados teóricos e unha análise dos resultados numéricos que se obteñen ao aplicar a devandita transformación a diferentes velocidades relativas dentro da mesma actividade, permite ao alumno familiarizarse con diversas estratexias e metodoloxías utilizadas no traballo científico.

A metodoloxía seguida nestas actividades, de carácter gráfico e visual, permite crear unha nova intuición do espazo e do tempo como un todo interrelacionado, é dicir, unha nova interpretación da realidade física en que se desenvolven a vida e actividade humanas. A variación de velocidades aplicada nos tres casos analizados permite comprobar a magnitude dos efectos relativistas a escalas de velocidade moi diversas.

Investigación científica

O modelo xeométrico da RE proposto por Minkowski e visualizado mediante a transformación de Lorentz que se constrúe paso a paso nesta actividade permite interpretar os resultados obtidos por Michelson, así como cuantificar de forma aproximada unha serie de efectos inesperados sobre o espazo e o tempo.

Unha vez establecida a forma xeométrica da transformación de Lorentz é posible construír unha serie de gráficas con velocidades relativas diferentes nas que se poden realizar interesantes e ás veces sorprendentes medidas de espazo, tempo e velocidade.

Ao tratar coa TRE, estamos a pór de manifesto todas as explicacións de carácter científico, desde a forma definitiva da teoría ao modelo xeométrico de Minkowski e as leis obtidas como resultado da mesma. Neste sentido, estamos ante un corpo de coñecemento sumamente completo e frutífero.

Isto é evidente ao comprobar cómo as propiedades relativistas aparecen de forma natural ao aplicar a transformación de Lorentz ao Sistema de Referencia Terra-Lúa, ou ao comprobar directamente a equivalencia entre masa e enerxía nos diagramas dun choque inelástico. Neste caso, estamos a obter unha serie de importantes leis físicas ao aplicar a teoría da RE de forma visual ao modelo do Sistema de Referencia Terra-Lúa ou ao modelo gráfico dunha colisión inelástica.

Identificar cuestións científicas

O carácter fundamentalmente xeométrico da Teoría da Relatividade Especial permite recoñecer devandita teoría como un dos asuntos científicos susceptibles de ser analizados dunha forma visual, na cal os conceptos clave (espazo, tempo, velocidade, enerxía) terán unha estrita correspondencia de carácter gráfico, o cal constitúe un dos trazos fundamentais da devandita teoría, como foi demostrado por Minkowski e os alumnos poden verificar ao construír paso a paso a transformación de Lorentz e comprobar cómo é posible cuantificar os seus efectos inmediatos sobre o espazo e o tempo a partir de construcións gráficas sinxelas.

No caso do Sistema de Referencia Terra-Lúa, é posible expor no mesmo diversos problemas cuxa solución virá dada por unha correcta aplicación e interpretación dos resultados obtidos previamente.

Utilizar probas científicas.

O feito de manexar en todo momento elementos da realidade física de carácter visual permite que os alumnos interpreten a evidencia dunha forma plenamente intuitiva, cuxas conclusións estarán dotadas dunha forte coherencia que permite unha comunicación eficaz das mesmas. As conclusións, á súa vez, ao estaren baseadas na devandita interpretación xeométrica, poden ser explicitadas sen dificultade no relativo ás hipóteses sobre o espazo, o tempo e a transformación entre sistemas de referencia, que son obxecto de análise neste conxunto de actividades, como é o caso das análises realizadas ao visualizar o efecto da transformación de Lorentz sobre o Sistema de Referencia Terra-Lúa e comprobar a aparición de efectos sorprendentes e contraintuitivos.

O uso dos diagramas espazotemporais permite activar as capacidades de comunicación científica, sendo a conexión lóxica requirida entre as probas e as conclusións de carácter gráfico, e por tanto dotados da claridade e coherencia propias da xeometría.

As vantaxes da visualización son manifestas tanto ao presentar unha evidencia gráfica da equivalencia entre masa e enerxía como en relación cos razonamentos subxacentes, debido á coherencia estrutural das representacións xeométricas.

Sistemas físicos (mecánica)

Toda a visualización do espazotempo realizada con axuda do visor contribúe a afianzar a comprensión das gráficas manexadas en clave de descripción de movementos, o cal se aplica posteriormente a diversas situacóns no Sistema de Referencia Terra-Lúa, e permite comprobar que os efectos intuitivos que aparecen no caso da transformación de Galileo se volven sorprendentes e contraintuitivos no caso da transformación de Lorentz, aínda que visualmente se manifestan da mesma forma.

Ao presentar a equivalencia entre masa e enerxía dunha forma gráfica, estamos a utilizar o concepto de *inercia* asociado ao de *masa*, para demostrar que na magnitude da inercia interveñen tanto a masa como a enerxía (neste caso, cinética). Para pór de manifesto e cuantificar a inercia, acudimos a un choque inelástico, no cal aplicamos o principio fundamental de conservación da cantidade de movemento. A medición realizaase de forma gráfica, acudindo á coñecida lei da panca establecida por Arquímedes, substituíndo as forzas polas masas (aínda que fisicamente non son equivalentes, graficamente si se poden considerar, e procuramos acudir da forma máis directa posible ás interpretacóns gráficas sen introducir cuestiós ontolóxicas distractoras da intuición que se pretende construír).

A introdución, construcción e análise do concepto de Sistema de Referencia espazotemporal (*SRet*), aplicado neste caso á dedución da transformación de Lorentz e cuantificación dos seus efectos básicos constitúe un exemplo de aplicación das gráficas ao estudo das cuestiós cinemáticas.

Sistemas físicos (enerxía)

Ao visualizar de forma gráfica a equivalencia entre masa e enerxía, acudimos aos coñecementos sobre enerxía cinética introducidos en etapas anteriores, en especial a súa dependencia da masa e a velocidade na coñecida fórmula $E_c = \frac{1}{2} mv^2$, así como o feito de que o valor da Enerxía cinética, sendo sempre positivo, varía co cambio de sistema de referencia inercial, sendo nulo para o sistema en repouso cunha partícula ou mínimo para o sistema de referencia do centro de masas, cando se trata dun sistema formado por varias partículas.

Competencia matemática: Espazo e forma

O espazotempo e as súas transformacóns conforman un marco adicional para o estudo das regularidades xeométricas. O modelo de Lorentz comparte as características de sinxeleza de moitos dos fenómenos xeométricos contemplados no estudo das Matemáticas ao longo dos diferentes niveis educativos, e é por esta razón que sería interesante explorar as diferentes modalidades en que se podería presentar e ser obxecto de tratamiento didáctico ao longo das sucesivas etapas da instrucción básica.

A transformación de Lorentz é un exemplo de *forma* non habitual na xeometría escolar, mais que polas súas estreitas relacións e analogías con outras formas xeométricas permite ser analizada en consonancia coas mesmas. A xeometría subxacente á transformación de Lorentz (xeometría pseudoeuclídea) ten un estreito paralelismo en todas as súas manifestacións coa xeometría plana tradicional ou euclídea. Deste xeito, a forma en rombo da cela unidade corresponde ao xiro dun cadrado na xeometría tradicional, e de igual maneira que con varios xiros sucesivos construímos unha circunferencia, no espazotempo varias transformacións de Lorentz sucesivas permítenos construír unha hipérbole equilátera, cos seus correspondentes ángulos de rotación e propiedades xeométricas do mesmo xeito que na circunferencia.

Deste xeito, o estudo das devanditas formas xeométricas permítenos encarar o concepto de *comprensión do espazotempo* en paralelismo coa habitual comprensión do espazo.

Na construcción gráfica da transformación de Lorentz a partir de postulados teóricos e evidencia experimental estamos a utilizar a propiedade de paralelismo no espazotempo como unha expresión visual da lei de inercia e a súa conservación como unha consecuencia do principio de relatividade. Doutra banda, en devandito proceso pónense en xogo diversas propiedades e relacións de figuras planas, como cadrados, paralelogramos e rombos, e elementos das mesmas como lados, ángulos, diagonais, bisectrices. Tamén se realizan operacións de cálculo de áreas e a súa comparación, proporcionalidade de segmentos e semellanza de figuras, factores de escala, teorema de Pitágoras, translacións, simetrías e xiros, análises de elementos invariantes. A forma xeométrica especial da transformación de Lorentz posúe unha serie de propiedades e relacións xeométricas comparables coas correspondentes da xeometría euclidiana habitual, o cal permite incorporar un interesante elemento de curiosidade e interese por investigar e comparar ambas as xeometrías.

Ao realizar o tratamento visual da Teoría da Relatividade, debemos en todo momento resaltar o feito de estar a traballar con obxectos reais, físicos (partículas ou corpos con masa, velocidade e enerxía, por exemplo), deste xeito os estudantes poderán comprender que están a ver a realidade dunha nova maneira, na que irán aprendendo a manexarse a través dun concepto visual novo (o espazotempo), no que estruturas e formas teñen unha inmediata correspondencia co mundo real. A comprensión da relación entre os obxectos ou magnitudes físicas e a súa representación visual nos diagramas de Minkowski irá construíndo de forma paulatina unha nova intuición física de carácter visual e con toda a potencia da xeometría, como é o caso das propiedades deducidas no SR T-L ou na visualización da equivalencia entre masa e enerxía.

Construcción de modelos

-A interpretación dos modelos matemáticos en función da realidade lévase a cabo nunha dirección ao optar entre os modelos de Galileo e Lorentz en función das probas experimentais dispoñibles (experiencia de Michelson, teoría de Maxwell, funcionamento do GPS), e na dirección oposta ao extraer consecuencias físicas reais a partir do manexo dos diagramas.

Ao construír as formas gráficas da transformación de Lorentz a partir de postulados teóricos e evidencia experimental estamos a contribuír á capacidade de interpretar a realidade en forma de modelos. Por outra banda, cando analizamos as gráficas resultantes para obter conclusións visuais que nos permiten establecer consecuencias físicas estamos a realizar a interpretación en sentido contrario, é dicir, partindo da gráfica extraer da mesma información sobre a realidade.

Representación.

-No contraste de modelos que supón confrontar as transformacións de Galileo e de Lorentz, estamos a analizar as interrelacións existentes entre un e outro, como cando observamos a existencia dunha velocidade límite nun modelo e a súa ausencia no outro, ou cando percibimos que no modelo de Lorentz aparecen uns fenómenos novos e contraintuitivos en relación co espazo e o tempo (contracción e dilatación, respectivamente).

Tamén deberemos poder elixir e alternar entre un modelo e outro cando a situación o requira, é dicir, cando as velocidades sexan tan pequenas en comparación coa da luz que os seus efectos sexan desprezables poderemos usar a transformación de Galileo en lugar da de Lorentz, como se pode comprobar ao comparar a magnitude dos efectos no caso de velocidades relativas.

C2.5.3. Fase de aplicación: comprobación e implicacións CTS da RE

Unha vez coinstruída na fase de indagación a forma xeométrica e visual da transformación de Lorentz para a Relatividade Especial, procederemos nesta fase final a tentar dotar do maior grao de factibilidade posible ás consecuencias derivadas da mesma, e pór ende a toda a teoría. Por razóns de claridade expositiva, deglosaremos as actividades desta fase en dous grupos. No primeiro incorporamos as actividades relativas aos conceptos físicos fundamentais do espazo e o tempo, e no segundo as que se refiren aos conceptos de velocidad e enerxía, dunha maior complexidade conceptual.

Fenómenos relativistas asociados co espazo e o tempo

Para o tratamento da dilatación temporal, recúrrrese a un debate entre o alumnado sobre o paradoxo dos xemelgos, no cal se incorporan elementos que o fan especialmente atractivo para estas idades.

En relación coa contracción espacial, e tras presentar unha ficha teórica na que se explica de forma visual como se pode xustificar a atracción entre cargas en movemento e correntes eléctricas (forza

de Lorentz) mediante a contracción espacial, realiza unha práctica de corte clásico sobre os principais fenómenos electromagnéticos. A explicación dos fenómenos observados a partir da forza de Lorentz constitúe entón un forte argumento experimental en favor da realidade da relatividade e das súas consecuencias.

Este grupo de actividades está constituido da seguinte forma:

Actividade 11. Paradoxo dos xemelgos (debate)

Actividades 12 e 13: Electromagnetismo e Relatividade

Actividade 12. Forza de Lorentz

Actividade 13. Electromagnetismo e Relatividade (práctica)

Actividade 11: Paradoxo dos xemelgos (debate)

Comezando cunha presentación dos diversos enfoques que recibiu ao longo do tempo este famoso paradoxo referido á dilatación temporal, propone aos alumnos expresar as súas ideas sobre a mesma e contrastalas coas dos demais de forma dialóxica e argumentada (Driver e Newton 2000; García *et al.* 2002). Finalmente, coméntanse algúns resultados experimentais que confirman a dilatación do tempo.

A estrutura do debate comenzará por unha análise individual da cuestión exposta, coa emisión dunha resposta razoada á mesma.

Estas respuestas serán postas posteriormente en común en pequenos grupos, parte do debate que pode ser moi frutífera para coñecer os modelos de razonamento usados por cada alumno na argumentación entre iguais.

Finalmente, cada grupo deberá defender o consenso acadado entre os seus membros ante as propostas dos restantes grupos, onde é primordial o papel do profesor/a, tanto de moderador (para que se respecten unhas normas mínimas: quenda de palabra, argumentar sobre as ideas e non sobre quen as propón etc.), como de animador (para suxerir ideas alternativas que non fosen propostas por ningún grupo ou que caesen demasiado pronto en descrédito colectivo sen unha análise adecuada). Estas intervencións do profesor poden ter un certo carácter pedagóxico, mais debe procurar que sexan os propios alumnos os que *descubran* as respuestas aos interrogantes que expón.

Como xa sabemos, Michelson tentou averiguar a velocidade coa que se move a Terra polo espacío absoluto a partir da diferencia das velocidades da luz cando vai a favor e en contra dese movemento. Para a súa sorpresa, o resultado do experimento foi negativo. O fisico holandés Lorentz propuxo unha teoría na que o espacío e o tempo se inclinaban de forma que a velocidade da luz non variase. Dese xeito, a luz viaxaría libremente polo valeiro, e sempre á mesma velocidade.

Algúns científicos foron máis alá, e dixerón que se o espacío e o tempo se inclinaban, entón cando dous irmáns xemelgos se separasen e un deles fixese unha viaxe espacial, ao regreso atopariase tan rexjuvenecido que sería máis novo que o seu irmán. Imaxina que un dos compañeiros que tes ao teu lado cumple 17 anos o mesmo día ca ti, e marcha a facer unha viaxe espacial, regresando cando ti cumplas 34 anos. Indica cásos dos seguintes acontecementos serían posibles e cásos non, e por qué.

1-O teu amigo tamén cumple 34 anos nese mesmo día, ainda que ten un aspecto máis novo que o teu.

2-O teu amigo ainda non cumpliu os 34 anos, pero vaimos cumplir pronto.

3-O teu amigo ainda non cumpliu os 30 anos.

4-O teu amigo ainda non cumpliu os 18 anos.

5-O teu amigo regresa con 15 anos de idade.

Anota aquí os números dos sucesos que son posibles:

Anota aquí os números dos que son imposibles:

Explica con detalle as túas razóns para ter feito ditas eleccións (se podes, fai algún debuxo ou gráfico explicativo das túas ideas):

Despois xúntate cos demais membros de teu grupo e procurade chegar a unha conclusión común respecto da idade coa que podería regresar o teu amigo cando ti cumplas 34 anos, que poidades defender con argumentos ante os demais grupos.

Grupo Nº: Nomes:

Anota a conclusión:

Razóns:

Opinión persoal:

Cadro 2.18: Actividade 11. Paradoxo dos xemelgos (debate)

Indícanse a continuación algúns exemplos de frases que poden ser usadas a conveniencia polo profesor/a para animar ou orientar as discusións do alumnado:

1- *O amigo que marchou na nave regresará rexjuvenecido porque non sofre as mesmas agresións ambientais que os que permanecemos na Terra (contaminación, gravidade, raios UVA etc.). mais os anos tívoos que cumplir igualmente.*

2- *A transformación de Lorentz é correcta para explicar o experimento de Michelson e a composición de velocidades, mais as demais consecuencias non son reais.*

3- Se é posible regresar máis novo dunha viaxe espacial, entón tamén se pode viaxar ao pasado. Nese caso, poderíamos incluso impedir que o noso pai e a nosa nai chegasen a coñecerse ...

Relatividade:

-Se os irmáns desen a volta á Terra nun día en direccións opostas, deberían regresar coa mesma idade. Mais un deles tería permanecido en repouso respecto do Sol, polo que non debería notar o efecto rexuvencedor do seu irmán.

Grupos de frases contraditorias:

-Se a transformación de Lorentz é correcta, entón as súas consecuencias tamén son reais. Polo tanto, dende un SR en movemento, os reloxos van más lento e as variñas miden menos. E a masa pódese transformar en enerxía.

-Se a masa se puidese transformar en enerxía, entón tamén se podería transformar a enerxía en masa!

Actividade 12: Forza de Lorentz.

Nesta actividade (adro 2.19) trátase de aplicar a contracción espacial (unha das consecuencias da transformación de Lorentz) para demostrar visualmente que unha partícula cargada en movemento paralelamente a unha corrente eléctrica debe sufrir unha forza perpendicular á súa traxectoria. Pódese ver nas figuras que a análise realizada baséase na modelización da corrente eléctrica mediante unha figura simétrica: Supонse a existencia de dous tipos de cargas opostas en equilibrio no interior do condutor (separadas a intervalos regulares) e movéndose á mesma velocidade en sentidos contrarios, polo que unha partícula en repouso non sentirá ningún efecto.

Mais ao moverse a partícula coa mesma velocidade que unha das dúas correntes, colócase no seu SRI e rompe a simetría anterior: Agora, unha das correntes está en repouso e a outra en movemento con respecto á carga. A contracción espacial fai que as distancias entre as partículas cargadas diminúan, aumentando así a súa densidade de carga. Por tanto, para a partícula externa o equilibrio entre as cargas opostas do interior do condutor rompe e aparece unha forza neta perpendicular ao mesmo.

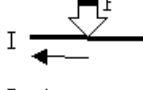
Esta forza é coñecida como *Forza de Lorentz*, mais é presentada habitualmente en Física asociada a unha partícula movéndose perpendicularmente a un campo magnético. Dado que unha corrente eléctrica lineal xera un campo magnético perpendicular, ao calcular a forza de Lorentz nese caso mediante o produto vectorial qv^B , o resultado é idéntico ao que aquí se presenta.

Nun tubo fluorescente dáse unha situación similar á presentada, con ións de cargas opostas movéndose en sentidos contrarios. E é ben sabido que a corrente eléctrica nun condutor sólido pódese representar tanto por cargas negativas (electróns) movéndose nun sentido como por cargas positivas (ocos) facéndo en sentido oposto.

A situación modelizada sería intermedia a estes dous extremos, con dúas correntes iguais que sumadas darían a intensidade total.

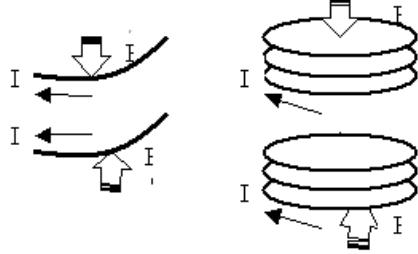
Dende a época dos antigos (chineses e gregos) coñécese a existencia do magnetismo. Non foi ata o século XIX que Ampère descubriu unha extraña relación entre magnetismo e corrente eléctrica:

Colocando 2 fios conductores paralelos e facendo pasar corrente eléctrica no mesmo sentido polos dous, éstes atraísense.

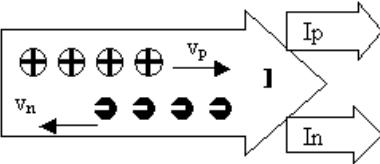


Esta é a base dos electroimáns e motores eléctricos, nos que os fios están enrolados.

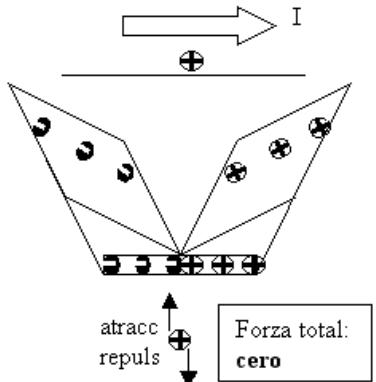
a) A qué cres que se pode deber esta forza de atracción? Explicao con detalle nun folio aparte (fai algún debuxo se o ves posible).



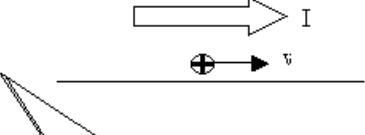
Imos investigar o que acontece entre unha carga eléctrica e un fio con corrente dende o punto de vista da Teoría da Relatividade. Para elo, suponfemos que no fio coexisten dúas correntes: a das cargas positivas (velocidade v_p) e a das negativas (velocidade v_n , contraria a v_p). Por ser cargas de distinto signo, as intensidades correspondentes súmanse: $I = I_p + I_n$.



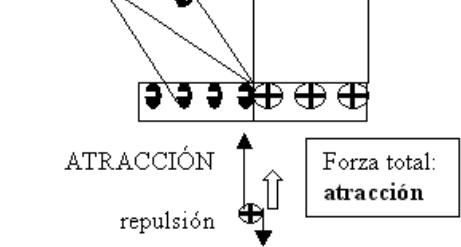
No seguinte diagrama e/á representánse os SR das cargas + e -. Pódese ver que a figura é simétrica, polo que hai a mesma densidade de cargas + e -. O efecto global sobre unha partícula cargada en repouso será nulo.



No diagrama inferior represéntase o que acontece dende o SR dunha partícula positiva que se move con velocidad v_p no sentido da intensidade I do conductor.



O SR das cargas positivas do mesmo está en repouso coa partícula, polo que non se deforma. O SR das cargas negativas, pola contra, desprázase con maior velocidade, sufrindo a correspondente contracción espacial. Como o fio conductor está cheo de cagras, dende a carga + en movemento obsérvanse agora máis cargas - que +. O efecto resultante é que a carga é atraída polo conductor.



Este efecto denominanse "Forza de Lorentz", e é unha das leis fundamentais do electromagnetismo.

Cadro 2.19: Actividade 12. Forza de Lorentz

Unha vez demostrado que a forza de Lorentz pode ser conceptualizada como unha consecuencia do fenómeno relativista da contracción espacial, así como as súas características en función do sentido de dúas intensidades paralelas (forza atractiva cando os sentidos son os mesmos, e forza repulsiva

cando os sentidos son opostos), será posible na seguinte actividade realizar unha experiencia sobre electromagnetismo de corte clásico, mais coa particularidade de que todas as explicacións dos fenómenos observados poden ser dadas a partir da forza de Lorentz que foi obtida de xeito teórico nesta actividade como unha consecuencia directa da contracción espacial. Deste xeito, mediante un enfoque didáctico oportuno, será posible reconverter unha experiencia clásica de laboratorio de secundaria nunha comprobación experimental da validez e realidade das consecuencias da transformación de Lorentz.

Actividade 13: Electromagnetismo e Relatividade (práctica).

O camiño teórico visual iniciado na actividade 12 (Forza de Lorentz) chega agora ao seu destino: a posibilidade de realizar unha serie de experiencias de laboratorio sobre magnetismo e electromagnetismo explicando todos os fenómenos observados mediante a Teoría da Relatividade (e máis concretamente, mediante unha das consecuencias visuais da transformación de Lorentz: a contracción espacial).

En primeiro lugar, preséntase no cadro 2.20 a evidencia da atracción entre bobinas iguais cun núcleo de ferro no medio. Convén asegurarnos de que o efecto vai ser suficientemente forte para chamar a atención do alumnado, que deberá aplicar unha considerable forza para separar as bobinas (para iso, pode ser necesario acudir a voltaxes que requiran o manexo directo por parte do profesor, xa que ao interromper a corrente nunha bobina prodúcense correntes inducidas transitorias con picos de tensión alta).

Esta experiencia sensible contribúe a despexar numerosas dúbidas sobre a realidade da teoría que están a ver até o momento, e por tanto a afirmar a validez de todas as restantes conclusións que se obteñen dunha maneira visual análoga, debido á coherencia interna das estruturas xeométricas. Por iso, *non convén falar nesta actividade de polos e de campos magnéticos para explicar as observacións*, posto que perderíamos esa capacidade de relacionar este único experimento posible cos restantes fenómenos relativistas.

Avanzando na práctica, explícase o funcionamento (na segunda parte do cadro 2.20) dun compás como unha pequena bobina de proba, e a orientación da mesma na superficie terrestre como consecuencia de haber cargas xiratorias no núcleo metálico do noso planeta, e relacionadas coa rotación do mesmo (de aí a alineación relativa entre os polos magnéticos e xeográficos).

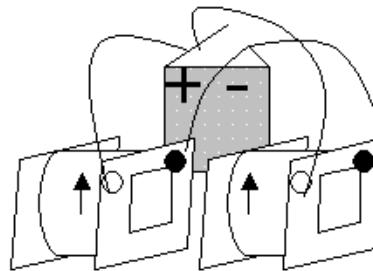
Ao final, e xa na terceira parte do cadro 2.20, aparecen as palabras *polo* e *campo* como consecuencia da nosa exploración sistemática da orientación dunha serie de pequenos compases ao redor dunha espira circular grande, non como conceptos *a priori*.

MATERIAIS:

2 Bobinas didácticas, -Núcleo de Ferro, -Compás magnético, -Parafuso, -Espira didáctica, -Batería de 12V c.c, -Cables conductores, -Pila de 4,5 V

PROCEDIMENTO:

1-Conecta 2 bobinas a unha pila de 4,5 V do seguinte xeito (de forma que a corrente circule no mesmo sentido polas dúas bobinas), cun núcleo de ferro no medio.

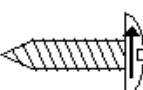


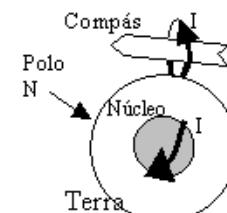
Comprueba a forza de atracción existente.

Inverte despois o sentido da corrente nunha delas (*ten coidado non toques cos dedos no cobre dos cables, pois as bobinas pódense dar un calambrazo desdagrable!*), e observa que a atracción diminúa, chegando a percibirse unha repulsión (se non o observas, pide ao profesor que conecte as bobinas a un xenerador de 12 V).

2-Para entender o sucedido, podemos considerar que cada átomo de Ferro é unha pequena bobina (pois ten un electrón xirando continuamente), e que ao pasar a corrente pola bobina cada átomo alinéase coa bobina exterior, producindo entre todos un efecto maior (se en lugar de ferro fose aceiro, os átomos permanecerían alineados ainda que desconectásemos as bobinas, e chamariamoslle “imán”).

Se permitimos que un pequeno imán xire libremente, sinalará sempre para a dirección Norte, e chamámoslle “compás”. A razón está en que no interior da Terra hai un núcleo metálico que xira producindo correntes no plano ecuatorial.

 Comprueba que o compás apunta sempre na mesma dirección, e localiza cal dos seus extremos sinala hacia o Norte.

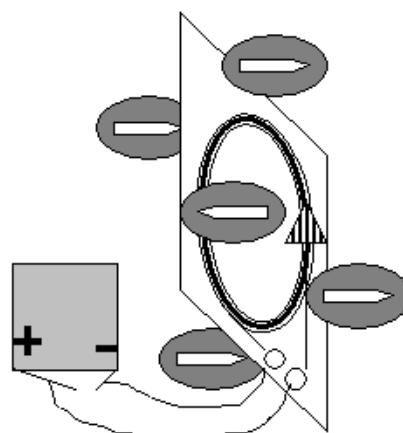


 Podemos representar un compás mediante unha frecha que apunta do mesmo xeito que un parafuso que se enroscase no senso de xiro das correntes circulares que contén o imán do compás.

3-Colle agora a espira circular grande, e conéctala coa pila de 4,5 V.. Achégaa ao compás, e comprueba que este xira .

Coloca o compás dentro da bobina, e verifica que a orientación da punta que mira ao Norte coincide co dito anteriormente: se xiramos un parafuso no senso de xiro da corrente (que vai de + a -) da bobina, avanzaría no senso en que apunta o polo N do compás.

Observa o que acontece ao ir desprazando o compás cara afora da espira, e xirando ao redor da mesma. Completa as figuras da ficha de traballo e responde ás cuestións da mesma. Entrégaa ao profesor antes de marchar.

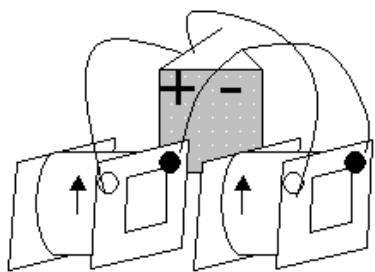


Cadro 2.20: **Actividade 13.** Electromagnetismo e Relatividade (práctica)

No cadro 2.21 preséntase unha ficha na que se propón ao alumnado que recolla os resultados das observacións realizadas, para poder seren analizados dun xeito sistemático con posterioridade,

utilizando a forza de Lorentz como concepto explicativo para todos os casos, e retrotraendo as explicacións, cando se vexa oportuno, ao propio fenómeno relativista subxacente na mesma, a contracción espacial da distancia entre cargas en movemento, que fai que as densidades lineais de carga correspondentes aumenten, e polo tanto aparezca un efecto colombiano descompensado que é responsable do fenómeno observado. Tamén pode ser interesante incidir no feito de que os fenómenos vistos son inexplicables dende un punto de vista limitado á electrodinámica clásica.

1-Describe o que observas cando conectas as bobinas dacordo á figura.

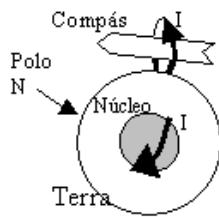


A que será debido?

Que acontece cando invertimos o sentido da intensidade nunha das bobinas?

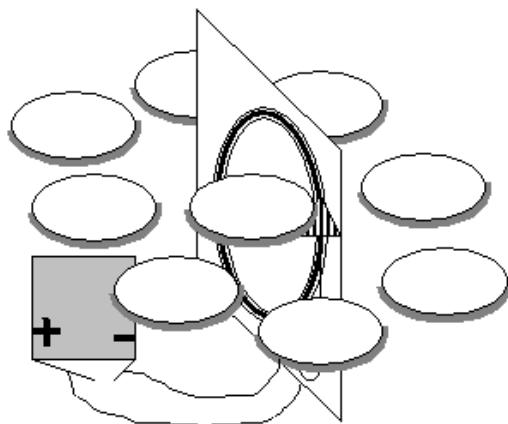
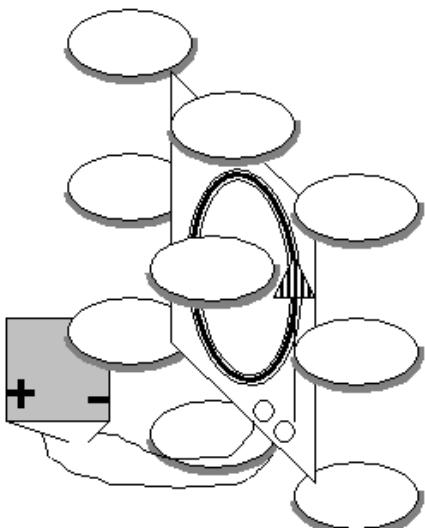
Por que será?

2-Explica coa axuda desta figura por qué o compás sinala sempre hacia o Norte:



Dacordo ao que observas na figura, e sabendo que a Terra (e tamén o seu núcleo) rota de O a E, de que signo serán as cargas que crean o campo magnético terrestre ao seren arrastradas polo núcleo?
Por que?

3-Nas figuras inferiores, indica mediante unha frecha en cada óvalo cal é a orientación do compás cando se coloca na posición indicada en relación coa bobina.



Escribe aquí (ou por detrás da ficha) que conclusións extraes das figuras resultantes::

Cadro 2.21: Electromagnetismo e Relatividade (práctica): Instrucións adicionais

Fenómenos relativistas asociados co espazo e o tempo. Competencias desenvolvidas mediante este grupo de actividades.

Como xa se indicou no inicio do apartado C2.5, complementaremos a descripción deste grupo de actividades mediante a análise das competencias físicas e matemáticas fomentadas coas mesmas, para o cal se tiveron en conta as definicións de competencias nos informes PISA, así como o desenvolvemento das competencias nos currículos de Bacharelato.

Competencia científica básica

Un coñecemento axeitado do mundo natural, na actualidade, sería imposible sen acudir ás explicacións derivadas da Teoría da Relatividade, das cales a dilatación temporal permite explicar tanto o paradoxo dos xemelgos como os resultados experimentais obtidos con muóns ou con reloxos atómicos a bordo de avións, constituíndo deste xeito unha das teorías científicas fundamentais dignas de ter en conta á hora de aplicar as competencias científicas básicas.

A realización dunha actividade práctica sobre electromagnetismo na cal se ofrece unha explicación relativista sinxela dos fenómenos observados constitúe unha forma de integrar os coñecementos visuais adquiridos nas actividades anteriores, así como unha mostra práctica da posibilidade das ideas relativistas, que ao ter en conta a integración estrutural dos conceptos xeométricos permite ser presentada como unha mostra palpable da posibilidade de toda a teoría e das súas importantes consecuencias prácticas e tecnolóxicas.

Competencia para a interacción co mundo físico

A posibilidade de visualizar de forma intuitiva a propiedade relativista da dilatación temporal permite elaborar argumentacións e explicacións sobre numerosos feitos, consecuencias e predicións mediante unha adecuada análise gráfica das situacións correspondentes, como é o caso do paradoxo dos xemelgos ou os resultados experimentais obtidos con muóns e con reloxos atómicos a bordo de avións, así como de fenómenos electromagnéticos como a Forza de Lorentz, a Lei de Ampere, o comportamento de electroimáns, imáns e compases, ou o funcionamento e aplicacións dos motores eléctricos.

A teoría da Relatividade de Einstein forma parte da cultura científica en maior ou menor grao, tanto na súa formulación (postulados e consecuencias) como na súa evolución.

A presentación visual da teoría pode contribuír de forma significativa a aumentar a satisfacción persoal dos que dean acadado un certo grao de comprensión intuitiva duns conceptos, como o de dilatación temporal e as súas consecuencias, considerados xeralmente ao alcance duns poucos xenios como o propio Einstein.

A metodoloxía seguida nestas actividades, de carácter gráfico e visual, permite crear unha nova intuición do espazo e do tempo como un todo interrelacionado, é dicir, unha nova interpretación da realidade física en que se desenvolven a vida e actividade humanas. Da mesma maneira, está a potenciar a habilidade para interactuar co mesmo, como no caso dos fenómenos electromagnéticos, que se poden observar con anovado espírito crítico, á luz da nova intuición adquirida.

A realización dunha actividade práctica sobre os fenómenos electromagnéticos que poden ser explicados mediante unha interpretación relativista ofrece a posibilidade de expor un deseño aberto destas actividades, sobre todo no relativo ao uso de imáns, compases e motores eléctricos didácticos, aínda que no caso das comprobacións en que interveñan bobinas é necesaria unha atención especial por parte do profesor para evitar descargas eléctricas desagradables debidas aos picos de voltaxe xerados pola elevada indución das mesmas.

Nas actividades dedicadas á explicación relativista dos fenómenos electromagnéticos é posible incorporar o aspecto histórico de desenvolvemento dos devanditos conceptos, desde a antigüidade grega até a actualidade, comprobando como ao longo de distintas épocas foron ofrecidas explicacións diferentes sobre os mesmos fenómenos, sendo a que ofrece a Teoría da Relatividade moi intuitiva e baseada en principios elementais sobre o espazo e as cargas eléctricas.

Explicar científicamente os fenómenos

A aplicación da metodoloxía visual á didáctica da Teoría da Relatividade permite aplicar o coñecemento da teoría para explicar situacións como o paradoxo dos xemelgos ou os experimentos coa duración de partículas ou de intervalos de tempo a bordo de avións, referidos á noción básica do tempo (e a súa propiedade de dilatación co movemento relativo), que constitúe un dos alicerces básicos que fundamentan toda teoría científica. O carácter visual das descripcións, explicacións e predicións contempladas fainas adaptables á franxa de idade considerada.

O tratamento xeométrico de Minkowski permite explicar e interpretar os fenómenos relativistas así como predecir os seus efectos noutras áreas da ciencia e a tecnoloxía dunha forma xeometricamente rigorosa, así como recoñecer ou identificar as descripcións visuais correctas de acordo á interpretación da transformación do espazotempo de Lorentz.

Estamos a interpretar un concepto básico da ciencia como é o tempo dunha forma xeométrica, o que nos permite explicar visualmente os fenómenos naturais asociados, como a explicación do paradoxo dos xemelgos ou os experimentos mencionados nesta actividade.

Os resultados experimentais analizados nesta actividade como comprobación da RE (experiencias con muóns, reloxos atómicos a bordo de avións) foron no seu momento expostos como probas para

verificar ou refutar a devandita teoría, a cal en todos os casos conseguiu saír airosa e reforzada das mesmas.

As leis do electromagnetismo poden ser explicadas de forma alternativa acudindo ao modelo visual da teoría da Relatividade Especial, o que permite unha maior comprensión das súas importantes implicacións tecnolóxicas, relacionadas con outros campos de coñecemento como a electrotecnia, a orientación xeográfica, a física de partículas, etc.

Utilizar probas científicas.

O feito de manexar en todo momento elementos da realidade física de carácter visual permite que os alumnos interpreten a evidencia dunha forma plenamente intuitiva, cuxas conclusións estarán dotadas dunha forte coherencia que permite unha comunicación eficaz das mesmas. As conclusóns, á súa vez, ao estaren baseadas na devandita interpretación xeométrica, poden ser explicitadas sen dificultade nos seus elementos, como é o caso das experiencias con muóns, reloxos atómicos a bordo de avións, das análises realizadas ao visualizar o efecto da transformación de Lorentz sobre o Sistema de Referencia dun condutor con corrente eléctrica (Forza de Lorentz sobre unha carga en movemento), así como no relativo á evidencia experimental (electromagnetismo e funcionamento dos imáns e motores eléctricos), con acusadas implicacións sociais, que nalgúns casos como o das viaxes espaciais, son evidentes.

O uso dos diagramas espazotemporais permite activar as capacidades de comunicación científica para as consecuencias derivadas da dilatación temporal, sendo a conexión lóxica requirida entre as probas e as conclusóns de carácter gráfico, e coa coherencia da xeometría.

Sistemas da Terra e o espazo

O campo de desenvolvemento das ciencias espaciais e terrestres implica ter en conta en maior ou menor medida os resultados da Teoría da Relatividade.

Neste sentido, a dilatación temporal presenta todo tipo de consecuencias dignas de ter en conta cando se fala de viaxes espaciais: posibilidade de aproveitamento para viaxes tripuladas de longa duración, problemas de sincronización entre naves diferentes, debate sobre a posibilidade de viaxes no tempo (ao pasado ou ao futuro) etc.

Sistemas tecnolóxicos

Unha gran cantidade de sistemas tecnolóxicos dependen da RE para o seu funcionamento, desenvolvemento, manexo ou interpretación: Sistemas e aparellos electromagnéticos (desde electroimáns até motores eléctricos), aceleradores de partículas (sincrotróns, o LHC do CERN), todos eles poden ser explicados a partir dos efectos da contracción espacial sobre cargas en movemento.

A maior parte das aplicacións tecnolóxicas da electricidade relacionadas coa vida cotiá dos nosos alumnos teñen que ver con fenómenos de carácter electromagnético producidos mediante bobinas ou electroimáns, sendo o caso máis interesante o dos motores eléctricos, que transforman enerxía eléctrica en traballo mecánico. Dado que o electromagnetismo é unha consecuencia da aplicación da Teoría da Relatividade á electricidade (en particular, os fenómenos electromagnéticos poden ser explicados recorrendo á contracción espacial e o consecuente desequilibrio na densidade de cargas eléctricas nos condutores), é posible aplicar estas ideas para dar unha explicación alternativa e simple ao funcionamento destes dispositivos tecnolóxicos. Desta forma conséguese, ademais, presentar unha experiencia de carácter práctico con imáns e bobinas como unha comprobación experimental dun dos efectos relativistas no laboratorio de Educación Secundaria.

Investigación científica

O modelo xeométrico da RE proposto por Minkowski permite enfocar e orientar a realización de probas sobre as súas predicións e consecuencias (como é o caso do paradoxo dos xemelgos), así como de interpretar os resultados obtidos por investigadores como Hafele e Keating ao situar reloxos atómicos a bordo de avións que circunnavegaron a Terra en sentidos opostos, ou dos fenómenos electromagnéticos.

As ideas adquiridas sobre os efectos relativistas, en especial a contracción espacial, poden orientar a realización de actividades prácticas con imáns, bobinas e motores expostas como investigacións de aula.

Fenómenos relativistas asociados coa velocidade e a enerxía

Neste segundo e último grupo de actividades correspondentes á fase final ou de aplicación da nosa proposta didáctica, abordaremos a análise e interpretación de fenómenos más complexos que os vistos anteriormente, xa que os efectos analizados corresponden a magnitudes físicas, como a velocidade e a enerxía, que non teñen características visuais directas como o espazo e o tempo, cuxa lectura nas gráficas espazotemporais é directa. Aínda así, a visualización da velocidade nas gráficas é bastante doada, xa que corresponde coa medida da inclinación respecto da vertical (que sería o repouso) da liña de universo dunha partícula. A enerxía, neste caso a enerxía cinética, resulta a magnitude cun maior grao de dificultade para a súa visualización nas gráficas espazotemporais, como se explica no apartado A1.5.4 do anexo 1.

A complexidade dos fenómenos obxecto de análise e explicación neste segundo grupo de actividades tamén é maior do que as do primeiro grupo, xa que se trata dos aceleradores de partículas, que son das máquinas más complexas elaboradas polo ser humano, e a propia estrutura

do Universo en expansión ou Big Bang, que pola súa propia definición engloba todo canto pode ser considerado como real.

Conforman este grupo final as seguintes actividades:

Actividade 14. Aceleradores de partículas e enerxía nuclear

Actividade 15. Xeometría do Big Bang

Actividade 14: Aceleradores de partículas e enerxía nuclear.

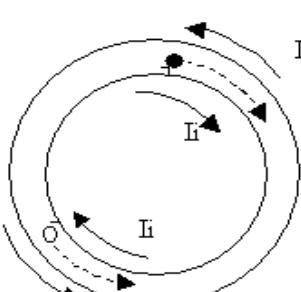
Nesta actividade analízanse unha serie de cuestíons relativas ao funcionamento dos aceleradores de partículas mediante a aplicación dos conceptos relativistas de velocidade límite, magnetismo (contracción espacial) e equivalencia entre masa e enerxía en detalle, acompañadas de material fotográfico.

O funcionamento dun acelerador de partículas como o existente no CERN xustifícase de forma moi simple acudindo á forza de Lorentz vista na actividade 12, e a creación de novas partículas explícarse mediante unha figura derivada da equivalencia entre masa e enerxía.

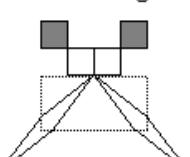
Na primeira parte da actividade (adro 2.22) preséntase o acelerador circular como un xigantesco mecanismo baseado na aplicación das leis do magnetismo seguindo o razonamento utilizado na actividade anterior. Posteriormente, na segunda parte da mesma actividade, utilízase un gráfico espazotemporal para visualizar o proceso de creación de novas partículas a partir doutras idénticas que chocan coa suficiente velocidade. O diagrama utilizado ten dúas partes, na inferior represéntase a situación antes da colisión e na superior o resultado posterior. Neste caso estammos ante a colisión inelástica de dúas partículas idénticas, representadas mediante dous rombos moi estirados, o que indica que levan unha gran velocidade relativa entre sí antes da colisión. Na parte superior observamos que despois do choque as dúas partículas permanecen en repouso, xa que agora os seus sistemas de referencia están representados mediante dous cadrados. Podemos tamén comprobar que a superficie dos cadrados é igual á dos rombos, o cal é unha das características da transformación de Lorentz. Como pode ser visto no apartado A1.5 do anexo 1, a aplicación da conservación da enerxía a estes diagramas implica que na parte superior debemos ter un conxunto de masa-enerxía tal que a súa altura (e, pola simetría de todas estas figuras, tamén a súa anchura) sexa a mesma no lado superior e no lado inferior da figura. Vemos que a aplicación deste principio implica que o estiramiento dos rombos debe ser tal que o rectángulo de puntos admita dous novos cadrados. Neste caso, eses dous novos cadrados corresponden a outras tantas partículas idénticas ás dúas que colisionaron. Deste xeito, pódese dicir que nesta colisión inelástica prodúcese masa a partir de enerxía. Finalmente, introducírese na terceira parte o concepto de antipartícula para explicar como a materia se pode aniquilar por completo coa antimateria para producir enerxía en forma de radiación, representada mediante dúas frechas diagonais no rectángulo de puntos. A lonxitude destas frechas será unha medida da enerxía da radiación producida.

Para investigar as propiedades das partículas que forman os átomos, constrúense os aceleradores de partículas, aparellos nos que se fan chocar unhas coas outras para analizar o que sucede.

Os aceleradores más potentes chámense "sincrotróns", e teñen forma de grandes anéis circulares. O maior deles está en Europa, no CERN (entre Franza e Suiza), medindo uns 9 km de diámetro.

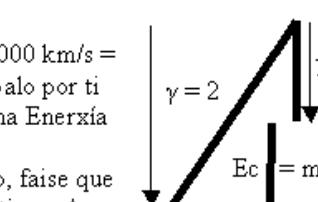


As partículas cargadas son mantidas na órbita circular polo fenómeno relativista da interacción entre correntes eléctricas: Grandes imáns superconductores producen unha corrente I_e no exterior do anel, e outra igual en sentido contrario polo interior do anel, I_i . As partículas positivas circulan no sentido de I_i , que as atrae cara o interior, mentres que I_e as repele (tamén cara o interior). As partículas negativas circulan en sentido contrario ás positivas, polo que tamén son atraídas por I_i e repelidas por I_e . As partículas son aceleradas ao final de cada volta mediante campos eléctricos cada vez máis intensos, que lles suministran cada vez máis E_c , chegando a ter valores de γ de varios millares (velocidades a menos dunha millonésima do valor de c).

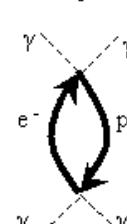


-Creación de novas partículas
Cando a velocidade das partículas chega a superar os $260.000 \text{ km/s} = 0.87c$, o factor "gamma" faise superior a 2 (podes comprobarlo por ti mesmo facendo un diagrama tipo 3), polo que adquieren unha Enerxía cinética igual ou superior á súa propia masa:

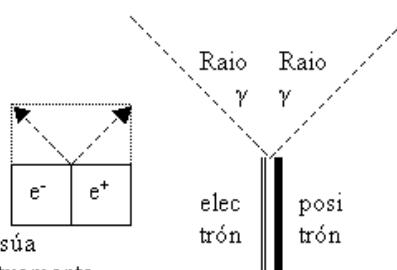
$E_c = m(\gamma - 1) > m$. A partir dese momento, faise que as partículas positivas colisionen coas negativas. A enerxía acumulada nestes choques inelásticos permite producir novas partículas idénticas ás que colisionan (ou maiores, se a E_c é dабondo elevada). Neste proceso, polo tanto, estase a transformar enerxía en materia.



-Antimateria
As partículas producidas nas colisións fórmanse en pares con propiedades totalmente opostas, chamándose unha das "materia" (como os electróns, e^- e os protóns, p^+), e a outra "antimateria" (como os positróns, e^+ ou os antiprotones, p^-).



Cando unha partícula de materia se atopa coa súa correspondente antipartícula, aniquílanse mutuamente, liberando toda a súa enerxía en forma de radiación (raios γ). Algunhas teorías interpretan a antimateria coma se fose materia viaxando cara atrás no espacio-tempo, o que daría certo sentido visual aos diagramas en bucle resultantes.



Cadastro 2.22: Actividade 14. Aceleradores de partículas e enerxía nuclear

Nesta actividade non se obtiveron datos directos do traballo do alumnado.

Actividade 15: Xeometría do Big Bang.

A teoría do Big Bang pode ser visualizada mediante as gráficas espazotemporais utilizadas, acudindo en primeiro lugar á velocidade da luz como límite para indicar o bordo en expansión do Universo, á contracción espacial para xustificar a infinitude de galaxias existentes e á dilatación temporal para explicar a visión dos instantes iniciais do Universo a partir do mapa da radiación cósmica de fondo.

Nesta actividade constrúese no cadro 2.23 a figura resultante de aplicar unha serie de velocidades relativas crecientes a un mesmo SR.

A construción resulta nunha gráfica curva correspondente a unha hipérbole equilátera cuxas asíntotas son as diagonais que marcan a velocidade da luz.

O resultado obtido corresponde coa xeometría do Big Bang. Podemos ver que a lei de Hubble, ao establecer que as galaxias se afastan de nós cunha velocidade proporcional á súa distancia, encaixa perfectamente coa construcción anterior se aplicamos unha mesma transformación de SRI de forma reiterada.

Isto é o que se propón nesta actividade, cunha velocidade relativa entre cada SRI de $c/3$. Ao construír varias destas transformacións de SRI sucesiva, vemos aparecer a forma da mencionada hipérbole equilátera, e podemos comprender que o proceso non vai ter límite, é dicir, que sempre imos poder incorporar unha galaxia máis na devandita serie. Con todo, no momento actual (15 Ga desde o Big Bang) o tamaño do Universo non é infinito, senón que os puntos máis afastados se atopan a 15 GaL de nós, posto que levan viaxando á velocidade da luz desde entón. Isto explica o paradoxo de que un Universo de tamaño limitado poida conter un número ilimitado de galaxias.

Tamén se podería explicar acudindo á contracción espacial nos bordos do Universo, que volve as galaxias delgadas como follas de papel.

Do mesmo xeito, a análise revela que a dilatación temporal fai posible que os raios de luz procedentes do bordo do Universo cheguen a nós desde as mesmas orixes do Big Bang (por exemplo, o raio procedente da galaxia D saíu dela cando esta tiña tan só 5 Ga de idade, e ao construír a liña E como se nos pide podemos ver que a luz que nos chega hoxe desde a mesma saíu dela cando tiña menos de 3 Ga de idade, achegándonos deste xeito cada vez máis ao momento da Gran Explosión). Existe un límite a esta progresión, pois até os 0'3 Ga de idade o Universo era opaco á luz. Este límite foi observado polo satélite COBE ao medir a radiación cósmica de fondo.

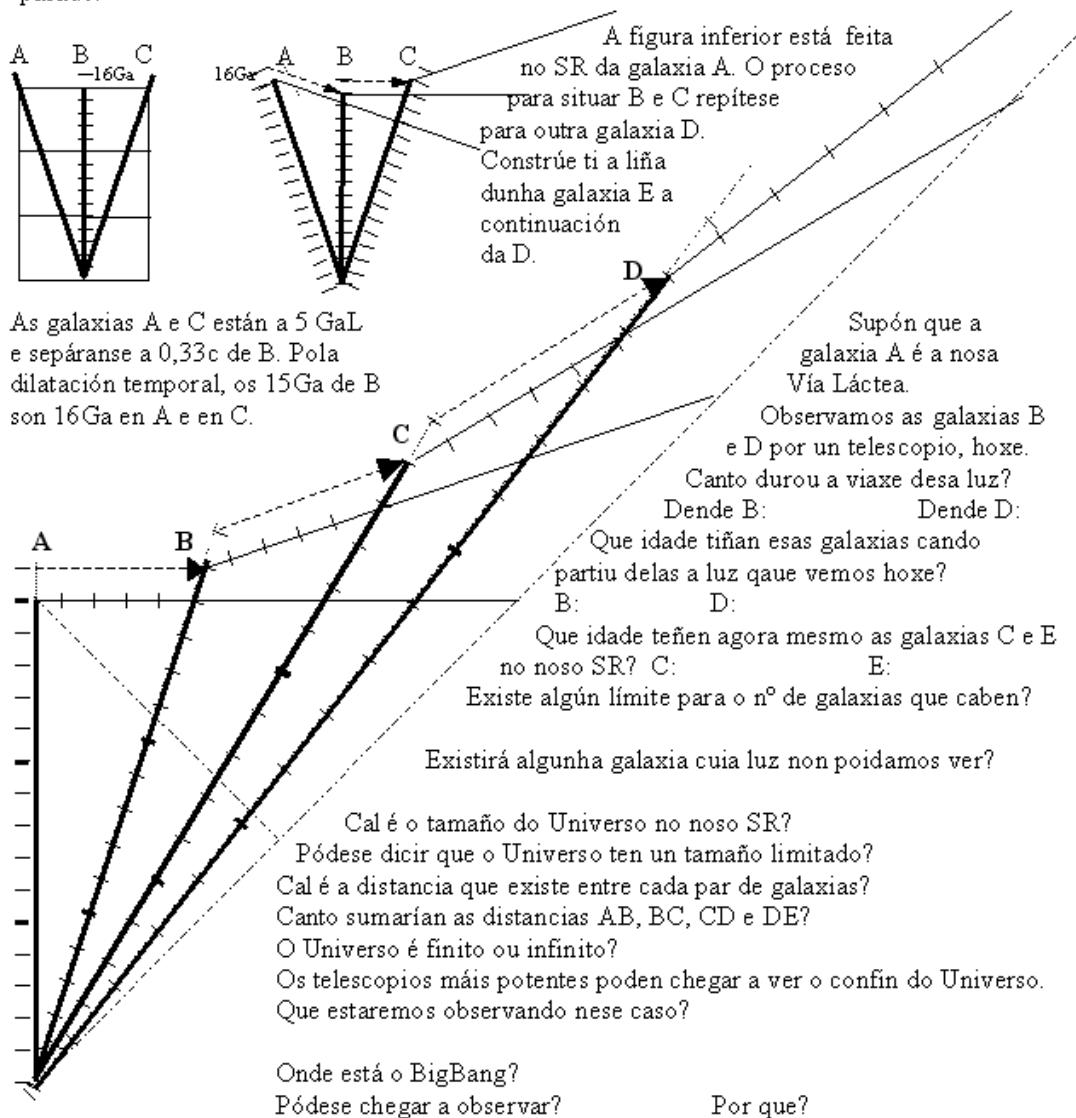
Os items da actividade 15 descríbense con maior detalle no apartado C5.2.4.

Coñécese polo nome de “Constante de Hubble” a proporción entre a distancia a que se atopan as galaxias e a velocidade coa que retroceden. O seu valor é tal que dúas galaxias separadas entre si por 5000 millóns de anos-Luz (5 GaL), sepáranse cunha velocidade de 100.000 km/s ($0'33c$).

Un ano-Luz é a distancia percorrida por un raio de luz nun ano, e ven dada pola fórmula $e = c \cdot t = 300.000 \text{ km/s} \cdot 1 \text{ ano} = 10^{16} \text{ m}$ (aprox.).

O tempo que lles levou acadar dita separación ven dado polo fórmula $t = e / v = ct / v = c \cdot 5 \text{ GaL} / 0'33c = 15 \text{ Ga}$. Polo tanto, hai 15 Ga as dúas galaxias estaban xuntas. Como isto sucede para cada par de galaxias, chégase á conclusión de que hai 15 Ga todas elas estaban nun mesmo punto, o que se denomina Big Bang.

Dacordo coa teoría da relatividade, en calquera das galaxias debe observarse o mesmo fenómeno, polo que en todas partes o instante do Big Bang debe estar situado 15 Ga no pasado.



Cadro 2.23: Actividade 15. Xeometría do Big Bang

Fenómenos relativistas asociados coa velocidade e a enerxía. Competencias desenvolvidas mediante este grupo de actividades.

Como xa se indicou no inicio do apartado C2.5, complementaremos a descripción deste grupo de actividades mediante a análise das competencias físicas e matemáticas fomentadas coas mesmas, para o cal se tiveron en conta as definicións de competencias nos informes PISA, así como o desenvolvemento das competencias nos currículos de Bacharelato.

Competencia científica básica

Un coñecemento adecuado do mundo natural, na actualidade, sería imposible sen acudir ás explicacións derivadas da teoría da Relatividade, tanto nos seus resultados más concretos (como a contracción espacial ou a velocidade límite) como nas súas implicacións más profundas (explicación do electromagnetismo, equivalencia entre masa e enerxía), constituíndo deste xeito unha das teorías científicas fundamentais dignas de ter en conta á hora de aplicar as definicións anteriores relativas ás competencias científicas. Na actividade sobre aceleradores de partículas aplícanse os coñecementos sobre electromagnetismo adquiridos previamente para explicar o seu funcionamento, mentres que na análise dos resultados experimentais obtidos cos mesmos compróbanse consecuencias adicionais da TRE, como a velocidade límite ou a equivalencia entre masa e enerxía, así como nas súas implicacións más profundas, como é a xeometría do Universo en expansión ou Big Bang, constituíndo deste xeito unha das teorías científicas fundamentais á hora de aplicar as competencias científicas.

Identificar cuestiós científicas

Dada a abundancia de formulacións e propostas de carácter pseudo-científico relacionadas coa ciencia-ficción, moitas das mesmas asociadas cunha determinada interpretación cosmolóxica (Universos paralelos, viaxes ao pasado etc.), unha adecuada comprensión da Teoría da Relatividade permitirá distinguir entre aquelas ideas ou cuestiós presentadas ou abordadas dunha forma científica e as que non o son. As respostas visuais que se poidan presentar ou construír para explicar a teoría do Universo en expansión ou Big Bang, debido á formulación de Minkowski, posúen todas as características necesarias para constituir probas de carácter científico.

Explicar fenómenos científicamente.

A aplicación da metodoxía visual á didáctica da Teoría da Relatividade permite aplicar o coñecemento da teoría para explicar situacións propias dos aceleradores de partículas, como os fenómenos electromagnéticos ou a enerxía nuclear, describindo e interpretando os devanditos fenómenos dunha forma gráfica e predicindo os correspondentes cambios, en especial os relativos á imposibilidade de superar a velocidade da luz, que se comproba continuamente nos devanditos

aceleradores. O carácter visual da xustificación da velocidade límite como unha imposibilidade xeométrica de que ao estirar un rombo pola súa diagonal os lados poidan chegar a cruzarse adáptase á franxa de idade considerada.

Na comprensión das características do Universo en expansión aplícanse competencias científicas básicas, describindo e interpretando os fenómenos dunha forma gráfica e predicindo os correspondentes cambios, en especial os referidos ás nocións elementais de espazo e tempo, que constitúen os alicerces básicos que fundamentan toda teoría científica, como é o caso da Teoría do Big Bang.

Sistemas físicos (enerxía)

Ao visualizar de forma gráfica a equivalencia entre masa e enerxía, acudimos aos coñecementos sobre enerxía cinética introducidos en etapas anteriores, en especial a súa dependencia da masa e a velocidade na coñecida fórmula $E_c = \frac{1}{2} mv^2$, así como o feito de que o valor da Enerxía cinética, sendo sempre positivo, varía co cambio de sistema de referencia inercial, sendo nulo para o sistema en repouso cunha partícula ou mínimo para o sistema de referencia do centro de masas, cando se trata dun sistema formado por varias partículas.

A Teoría da Relatividade orixínase no seo da Mecánica e o Electromagnetismo, ao realizar a síntese de ambas. Por tanto, implica coñecementos en relación co movemento, a velocidade e as súas causas, así como sobre as diversas formas de enerxía (incluíndo a masa como unha manifestación da enerxía total nun sistema de referencia en repouso) e a súa transformación (reaccións nucleares). Polo dito anteriormente, a interacción entre a enerxía e a materia non pode ser analizada dunha forma plenamente satisfactoria sen acudir á Teoría da Relatividade.

O funcionamento dos aceleradores de partículas e a explicación dos resultados experimentais obtidos cos mesmos permite pór en xogo todos os conceptos anteriores relacionados coa enerxía, as súas formas, a súa transformación, a interacción coa radiación, a aniquilación entre materia e antimateria etc.

Sistemas da Terra e o espazo

A noción da imposibilidade de realizar viaxes a velocidades superiores á da luz permite facer interesantes cálculos sobre o tempo mínimo que levaría realizar unha exploración doutra galaxia mediante naves espaciais, que necesariamente tardarían máis dun millón de anos en chegar á galaxia más próxima. Isto supón unha enorme limitación que debe ser tida en conta ao tratar de exploracións galácticas e outras propostas pseudocientíficas.

O modelo de Universo que emerge da Teoría do Big Bang constitúe un interesante campo de proba e aplicación das ideas e conceptos visuais da Teoría da Relatividade na súa formulación gráfica por

Minkowski. Deste xeito, é posible encaixar de forma cualitativa as ideas aparentemente contraditorias sobre o Universo actual, como o feito de ter un tamaño definido e con todo non ter bordo e conter unha infinidade de galaxias, ou a posibilidade de realizar observacións cara ao pasado máis remoto, é dicir, até case o mesmo instante do Big Bang. Todo iso encaixa á perfección nun simple diagrama que pode ser construído e analizado polos propios alumnos.

Sistemas tecnolóxicos

Unha gran cantidade de sistemas tecnolóxicos dependen da RE para o seu funcionamento, desenvolvemento, manexo ou interpretación, como é o caso dos aceleradores de partículas (sincrotróns, o LHC do CERN), a enerxía nuclear, a antimateria etc. Por tanto, ao analizar o funcionamento dun acelerador de partículas estamos a ter en conta toda unha serie de fenómenos que poden ser interpretados como consecuencias experimentais das propiedades fundamentais deducidas de forma gráfica a partir da transformación de Lorentz.

Investigación científica

A explicación da xeometría e características do Universo en expansión constitúe unha situación problemática de carácter aberto na cal os alumnos poden expor qué cuestiós son científicamente investigables e cales non, así como presentar unha considerable motivación relativa á curiosidade e os interrogantes científicos que supón coñecer a orixe e estrutura do Universo en que nos atopamos.

Explicacións científicas

Os resultados experimentais obtidos de forma continuada nos aceleradores de partículas constitúen unha das fronteiras da investigación científica, na que foron aparecendo novos interrogantes e investigacións. A descripción dos mesmos ofrece unha posibilidade de presentar ao alumnado a Teoría da Relatividade como un campo de coñecemento asentado na explicación de todos os fenómenos que se foron descubrindo nos mesmos.

A teoría do Big Bang ofrece un modelo de Universo de carácter xeométrico que pode ser visualizado mediante a representación espazotemporal de Minkowski a partir da lei do desprazamento galáctico establecida experimentalmente polo astrónomo Hubble. Deste xeito, nunha mesma actividade estamos a pór en xogo os principais tipos de elementos que conforman unha explicación científica.

Competencias matemáticas: Espazo e forma

A comprensión da relación entre os obxectos ou magnitudes físicas (que no caso dos modelos cosmolóxicos serán galaxias ou outros obxectos do ceo profundo como quasares) e a súa representación visual nos diagramas de Minkowski irá construíndo de forma paulatina unha nova intuición física de carácter visual e con toda a potencia da xeometría, capaz de explicar como ven os

astrónomos os confíns do Universo e mediante a cal poderán abordar novos ámbitos científicos por exemplo a Teoría da Relatividade Xeral, cuxos conceptos (curvatura e evolución do Universo, buracos negros etc.) comparten plenamente as características visuais anteriores.

Representación.

O modelo xeométrico do Big Bang ofrece unha interesante oportunidade de presentar ao alumnado coa necesidade de identificar obxectos e sucesos mediante as súas coordenadas (neste caso, espazotemporais), para poder establecer propiedades como a idade dunha galaxia, a distancia a que se atopa doutra, ou o tempo que tardará a luz en viaxar entre ambas.

Existen na literatura e na Internet abundantes explicacións alternativas da xeometría do Universo en expansión, e pode ser interesante contrastalas entre si para determinar as interrelacións existentes entre as mesmas.

C2.6. CONCLUSIÓNS PRELIMINARES EN RELACIÓN CO PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

No Apartado C1.4. do Capítulo 1 formulouse o problema de investigación seguinte (PI):

PI: É posible deseñar e planificar unha proposta didáctica visual para a Teoría da Relatividade Especial que permita adiantar os aspectos cualitativos da mesma a 1º de Bacharelato?

No segundo capítulo, procedeuse a realizar a revisión da literatura científica en relación coa didáctica da Teoría da Relatividade (contido académico), así como a determinación da demanda cognitiva do tema, a adaptación do mesmo ás capacidades do alumnado nesta etapa e as competencias que se pretende fomentar na mesma (problemática de aprendizaxe), despois do cal estableceronse os obxectivos xerais para unha proposta de visualización baseada no método xeométrico de Minkowski. Para poder realizar a necesaria transposición didáctica da TRE, tivemos en conta as estratexias de instrución que nos permitiron establecer unha secuencia de actividades.

Deste xeito, conseguimos ter unha proposta didáctica que pretende ser unha posible solución para o problema de investigación formulado anteriormente. Dita proposta didáctica é susceptible de ser a variable independente da seguinte fase desta investigación, conducente á validación da súa eficacia como elemento didáctico, e que se desenvolverá na aula.

Remátase este segundo capítulo presentando a continuación a mostra de alumnado coa que se fará a investigación na aula, así como o plan de traballo e o deseño experimental establecidos para a validación das hipóteses de investigación enunciadas no apartado C1.4 do Capítulo 1 para operativizar o problema de investigación alí formulado.

C2.7. SUXEITOS E CARACTERÍSTICAS DA MOSTRA

A mostra utilizada (Táboa 2.1) foi ocasional e constituída por alumnas e alumnos dun grupo de 4º da ESO e dous grupos de 1º de Bacharelato do IES Pedra da Auga de Ponteareas, Pontevedra – 4 mozas e 20 mozos de idades comprendidas entre 14 e 17 anos - dos que era profesor o propio investigador.

O número de alumnas e alumnos en cada grupo foi o seguinte:

4º da ESO: 6 alumnos

1º de Bacharelato Tecnolóxico: 10 alumnos

1º de Bacharelato Científico: 4 alumnas e 4 alumnos

Letra	A	B	C	D	E	F	G	H	I	K	L	M	N	O	P	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Curso	4	4	4	4	4	4	1C	1T	1T	1T	1T	1C	1T	1T	1T	1T	1T	1T	1C	1C	1C	1C	1C	1C
Idade	15	14	14	15	14	15	16	16	16	17	16	16	17	16	16	16	16	16	17	16	17	17	17	16
Sexo	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	M	H	H	M	M	M

Táboa 2.1. Mostra de estudiantes obxecto de investigación

Indícase na táboa a letra que se lle asignou a cada alumno e alumna na presentación dos resultados da investigación, así como a idade e sexo de cada estudiante.

Descripción das abreviaturas utilizadas:

Cursos: 4º da ESO → 4, 1º de Bacharelato → 1C (Científico) → 1T (Tecnolóxico)

Idade: en anos (no momento da intervención)

Sexos: H = mozo, M = moza

Para o estudo da hipótese correspondente á retención e esquecemento ao cabo dun certo tempo, deixamos pasar un curso praticamente enteiro, no que non se traballaron de forma explícita os contidos obxecto da investigación. Habemos de sinalar que causou baixa un alumno de 1º Bacharelato Científico (letra: M). Terase en conta esta circunstancia, así como o feito de traballar con dous niveis diferentes, 1º de Bacharelato de xeito maioritario e 4º da ESO como grupo do cal extraer algunha conclusión adicional na medida do posible.

Cómpre indicar que a vila de Ponteareas, que forma parte da área de influencia de Vigo, ten unha elevada taxa de crecemento, o que produce unha acusada presenza de poboación inmigrante. Mais debido a que este é un fenómeno relativamente recente, a composición das aulas nas que se realizou o traballo non se viu afectada polo mesmo.

A investigación centrouse na posta en práctica dunha unidade didáctica, fundamentada científica e didacticamente, en dúas clases de 1º curso de Bacharelato, así como, de xeito paralelo, nunha clase de 4º da ESO. Non buscamos que estas clases tivesen unhas características especiais senón que

foron simplemente as que lle correspondieron ao profesor na distribución da súa carga docente. É, pois, unha mostra incidental, na que non se buscou a representatividade senón unha situación natural e típica no ensino: traballar na aula con estudiantes aos que previamente non se lles aplicaron técnicas de mostraxe de ningún tipo.

En consecuencia non entramos a considerar outras posibles variables. Agora ben, isto non implica que non se caracterice a mostra de estudiantes de maneira que, na comunicación de resultados, teñamos definidas as condicións de partida. Neste sentido, delimitáronse as variables respecto das cales definimos o noso grupo.

Pareceunos útil coñecer e determinar cales son os coñecementos dos estudiantes da mostra antes da intervención, o que se fai na caracterización inicial da mostra (Capítulo 3). Cremos, ademais, que coñecer o que saben os estudiantes non é só unha esixencia que se deriva desde a perspectiva do deseño experimental, senón que nos dá unha información útil para o deseño da proposta didáctica, para a utilización destes coñecementos no propio discurso pedagóxico e para levar á práctica formulacións metodolóxicas de tipo construtivista.

Finalmente indicaremos que estes grupos de alumnos e alumnas recibiran clase en cursos anteriores polo mesmo profesor-investigador e autor desta memoria de tese. En consecuencia, o devandito profesor coñecía as características académicas, persoais e familiares dos alumnos e alumnas da mostra.

C2.8. PLAN DE TRABALLO E DESEÑO EXPERIMENTAL

Antes de proceder á descripción deste apartado, habemos de facer explícito que a nosa intención ao realizar o presente traballo é estudar a influencia da nosa proposta didáctica na aprendizaxe significativa dos estudiantes, un determinado grupo de alumnos e alumnas de 1º de Bacharelato e 4º da ESO sobre o coñecemento relacionado co campo conceptual da Teoría da Relatividade Especial. Dado o nivel en que se aplica a proposta didáctica, anticipando nun curso (ou até dous, no caso do alumnado de 4º da ESO) a presentación cuantitativa desa mesma teoría en 2º de Bacharelato, interéstanos sobre todo o coñecemento cualitativo, é dicir, aquel que é útil para explicar e xustificar determinados fenómenos e predicións da Teoría da Relatividade que polo xeral son considerados estraños, incomprensibles ou de dubidosa realidade, dado o seu carácter fortemente contraintuitivo. Deste xeito, poderanse presentar posteriormente estes mesmos contidos dun xeito cuantitativo (mediante as correspondentes fórmulas), e facer posible que o alumnado entenda o que está a facer coas mesmas.

Habemos de indicar que o obxectivo do deseño experimental non foi expor unha estrutura de investigación que permitise unha xeneralización dos resultados; isto pasaría por unhas

características da mostra determinadas, a existencia de grupos de control etc. das que non fixemos uso porque cremos que desvirtuarían a esencia deste traballo.

O que si nos pareceu importante coidar é o proceso previo á posta en práctica da proposta innovadora que queremos ensaiar. Dado que estamos a traballar contidos relacionados co espazo, o tempo, e a relatividade destes e outros conceptos como a velocidade, parécenos conveniente facer previamente unha introdución á metodoloxía de carácter xeométrico-visual que impregnará todas as actividades, como se puxo de manifesto nos capítulos anteriores. Tamén se considera como fase de iniciación o feito de ter realizado con estes mesmos alumnos unha intervención didáctica relacionada coa explicitación das ideas previas sobre repouso e movemento absolutos no marco da teoría da relatividade clásica, e que deu lugar á realización dun Traballo de Investigación Tutelado (TIT) por parte do mesmo autor.

Neste apartado pretendemos expor algunas das estratexias que imos utilizar para dar resposta aos interrogantes expostos previamente.

Como xa sinalamos, a investigación centrouse na posta en práctica dunha unidade didáctica, fundamentada científica e didacticamente, nunha clase de 4º curso da ESO e en dúas clases de 1º de Bacharelato. En consecuencia, necesitamos coñecer e determinar os coñecementos dos suxeitos da mostra, antes da aplicación da devandita unidade. Este é o obxectivo da Hipótese de investigación 1 (HI1). Formulada no apartado C1.4 do capítulo 1.

Esta hipótese céntrase na mostra experimental e estuda os coñecementos científicos previos que teñen os estudiantes sobre a materia obxecto de estudio.

Os conceptos científicos non son estruturas illadas xa que existe unha interrelación e dependencia entre os marcos teórico e metodolóxico, e as actitudes fundaméntanse en factores cognitivos e procedimentais, o que nos indica a posible contradición dunha atomización que ignore a concepción global da aprendizaxe. Por iso optamos por estruturar este coñecemento en esquemas de pensamento.

Posteriormente, a Hipótese de investigación 2 (HI2) ocúpase da posta en práctica da unidade didáctica elaborada como consecuencia das reflexións anteriores.

A avaliación da aprendizaxe faise mediante unha serie de probas escritas, entrevistas gravadas e fichas de traballo, en todos os casos prestando especial atención ao aspecto gráfico e visual, tanto na interpretación das gráficas espazotemporais que lles son ofrecidas, como nas realizadas polos propios alumnos, tanto para completar unha gráfica incompleta como para explicar as súas ideas mediante unha gráfica de xeito autónomo. Dado que as gráficas espazotemporais son totalmente xeométricas, tamén son, polo tanto, susceptibles de análises rigorosas e cunha gran riqueza interpretativa.

De xeito complementario aos resultados das sesións de avaliación, moitas das actividades realizadas durante a instrución implican a producción de materiais textuais (orais ou escritos), así como de gráficas (como foi explicado antes). Estes materiais de traballo fornecen interesante información sobre a evolución do pensamento do alumnado, así como poden ser usados para xustificar determinados resultados obtidos na avaliación.

A Hipótese de investigación 3 (HI3) céntrase na valoración final das aprendizaxes xeradas. Trataremos de avaliar estruturas de pensamento (que previamente haberá que determinar e explicitar) en lugar de items illados. É dicir, hai que incorporar ao deseño experimental a idea de que unha auténtica aprendizaxe supón o establecemento de esquemas de pensamento, que permiten unha transferencia do coñecemento.

Para operativizar a terceira hipótese de investigación formulabamos no apartado C1.4.3 as correspondentes subhipóteses de investigación SI3.1 e SI3.2.

A primeira destas subhipóteses refírese ao momento no que se remata a intervención didáctica, e coa mesma pretendemos avaliar o grao de incorporación dos contidos obxecto de aprendizaxe por parte do alumnado.

Pero, quizais, todo isto sería contraditorio coa idea da aprendizaxe significativa se nos limitásemos a unha avaliación inmediata das aprendizaxes; na devandita circunstancia, o predominio da memoria a curto prazo pode enturbar en gran medida a información colleitada. Precisamos, pois, unha estratexia que permita comprobar que é o que queda ao cabo dun certo tempo. O feito de que non existan perdas significativas pode supor unha certa estabilidade na aprendizaxe; mentres que o contrario levaríanos a considerar que só xeramos unha certa sensibilización ou introducimos ideas más ou menos anecdóticas sobre a temática. É, pois, esta a proba de lume sobre a rendibilidade académica da nosa intervención e, neste sentido, parécenos interesante que o deseño contemple unha avaliación do proceso, transcorrido un certo tempo desde a nosa intervención. Este é obxectivo da subhipótese de investigación SI3.2.

Nun deseño experimental máis ortodoxo, habería que repetir probas para posibilitar unha comparación exacta entre os distintos tempos da investigación. Con todo, a nosa idea de que o coñecemento integra conceptos, procedementos e actitudes, lévanos a incluír no deseño a idea de dimensión dentro dunha concepción global da aprendizaxe.

Para iso, a partir das respostas dos estudantes aos diferentes items, debemos identificar qué estruturas de pensamento está a utilizar ao longo das súas explicacións; a este proceso denominámolo *dimensionar a proba*. Desde esta perspectiva, non precisaremos que sexan os mesmos instrumentos porque non é necesario contrastar item a item, senón dimensión inicial e final.

O deseño experimental da investigación recóllese dun xeito sintético no Cadro 2.1. O devandito deseño podería ser considerado (Campbell e Stanley, 1979) do tipo pretest-postest-postest sen grupo de control. Ao longo das diferentes fases da investigación elaboráronse e analizáronse os esquemas de pensamento (Domínguez *et al.*, 2003; Rumelhart e Ortony, 1982) que os alumnos activan a medida que desenvolven as actividades da proposta que constitúe a variable independente da devandita investigación.

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4
Fase previa ou de acomodación da mostra á nova metodoloxía	Caracterización inicial da mostra	Implementación da proposta didáctica na aula	Caracterización final da mostra

Cadro 2.1. Deseño experimental da investigación

CAPÍTULO 3.- FASE PREVIA

Neste capítulo descríbese a fase previa, mediante a que profesor e alumnado acomodáronse á metodoloxía de visualización do espazotempo e na que se desenvolveron as unidades didácticas: Ideas previas sobre repouso e movemento relativo, visualización do espazotempo e visualización da transformación de Galileo, nas que se fomenta a adaptación á nosa dinámica de traballo que consideramos necesaria antes da aplicación da nosa proposta didáctica, ao mesmo tempo que se asegura unha comprensión axeitada dos conceptos previos necesarios.

Na primeira parte do capítulo, describense as probas realizadas e faise unha análise item por item, reflectindo os resultados aceptables (indicando as relacións activadas) e os que non o son, xunto cuns cantos exemplos ilustrativos das respuestas do alumnado en cada caso. O conxunto de respuestas do alumnado, xunto cunha mostra das fichas cubertas, preséntase no Anexo 3.

Para a análise dos resultados obtidos, procédese na segunda parte deste capítulo a un dimensionado dos mesmos de acordo co esquema de pensamento Galileo establecido no capítulo 2. Deste xeito, faise posible establecer unha serie de niveis de coñecementos previos do alumnado sobre a relatividade clásica ou galileana ao inicio da instrución. O proceso de redución dos datos realiza-se seguindo unha secuencia gradual e segundo uns criterios obxectivables, co propósito de evitar no posible a influencia das interpretacións de carácter subxectivo por parte do investigador. Procesos análogos serán seguidos nos restantes capítulos. O resultado deste proceso será o establecemento dunha serie de niveis que reflicten o grao de asimilación dos contidos por parte dos alumnos. Finalmente, descríbese cada nivel en relación ao esquema de referencia de Galileo.

Despois de resumir as principais ideas alternativas detectadas nesta fase, faise unha análise das implicacións didácticas da mesma.

C3.1 DESCRICIÓN DA FASE PREVIA.

Neste apartado realiza-se a descripción e análise da fase previa, entendida esta como o conxunto de actividades especificamente dedicadas á didáctica da relatividade clásica e ao traballo con gráficas espazotemporais antes do inicio da unidade didáctica obxecto da nosa investigación. A devandita fase vai ter unha influencia determinante no posterior desenvolvemento da unidade didáctica, pois un cambio metodolóxico como o que se propón, esixe un período de adaptación do docente e dos estudiantes.

Como indicabamos na sección anterior, o coñecemento que o profesor ten do alumnado vai facilitar o desenvolvemento das sesións de aula, ao permitir un ensino máis personalizado e enriquecedor. A este respecto habemos de lembrar que lles deu clase no curso anterior.

Consideramos tamén necesaria a aprendizaxe no campo das actitudes cara á ciencia e cara ao ensino das ciencias, aínda que non sexa obxecto de investigación nesta tese. Para conseguir este obxectivo consideramos fundamental o principio de actividade. O papel dos estudiantes na aula debe ser activo, non só respecto da componente manipulativa senón tamén ao razonamento intelectual. É necesario crear un clima de aula que os incite ao traballo e para iso é fundamental o traballo cooperativo: a interacción entre iguais e co experto.

Nesta fase previa distinguimos tres partes:

Ideas previas sobre repouso e movemento relativos (apartado C3.1.1.)

Recóllese neste apartado unha actividade de identificación de ideas previas sobre a relatividade clásica, realizada no curso anterior co mesmo alumnado, explicada no apartado C1.1.2. do Capítulo 1 como *Investigación sobre a Relatividade galileana*, e detallada no Anexo 3.

Sistemas de referencia espazotemporais (apartado C3.1.2.)

Encadramos neste apartado unha serie de actividades encamiñadas a familiarizar ao alumnado co manexo e interpretación das gráficas espazotemporais, que será a ferramenta didáctica visual que utilizaremos no resto da intervención. Corresponden coa Actividades 1 e 2 do deseño didáctico feito no Capítulo 2, apartado C2.5 do presente traballo. Corresponden, xunto coas actividades seguintes, á fase de exploración, na que se realiza a introdución á metodoloxía visual.

Relatividade clásica: transformación de Galileo (apartado C3.1.3.)

Aínda que o conxunto de actividades presentadas no apartado C2.5 constitúen unha secuencia completa, reservamos para a análise detallada as actividades encamiñadas a superar o marco da relatividade clásica ou galileana, o cal se supón que se debería construír en etapas previas.

Como isto non adoita ser o caso, fixemos co mesmo alumnado, e con carácter previo, as actividades encamiñadas a construír e interpretar dun xeito gráfico a relatividade clásica, as cales corresponden coas actividades 3, 4 e 5 explicadas no deseño da Unidade Didáctica realizado no Capítulo 2 (apartado C2.5.1), todas elas formando parte da fase de exploración e introdución á metodoloxía visual.

Dado que a forma en que se obteñen as consecuencias da relatividade clásica coincide case por completo co proceso que se seguirá na Relatividade Especial, un bo desempeño nesta etapa pode conducir a obter un bo resultado no traballo posterior.

C3.1.1. Ideas previas sobre repouso e movemento relativos

Incluímos como primeira actividade desta fase previa a que foi levada a cabo no curso anterior cos mesmos alumnos en relación coas ideas previas sobre a relatividade especial, e que deron lugar a un traballo de investigación tutelado conducente á obtención do DEA.

A intervención foi feita cando os alumnos da mostra estaban en 4º da ESO no IES Pedra da Auga de Ponteareas (Pontevedra), e aos que se lles presentou o problema auténtico sobre o solpor permanente explicado no apartado C1.1.2. do Capítulo 1, e cuxo texto e resultados se describen no apartado A3.1 do Anexo 3. O problema consiste en decidir se é posible que unha aeronave que se atope voando cara o Oeste (a unha latitude na que a velocidade de rotación da Terra equivale á velocidade coa que voa un avión) podería chegar a percibir un fenómeno que se denomina no propio texto como *solpor permanente*: conseguir que o Sol se deteña no momento do solpor de xeito que este se alongue indefinidamente.

A argumentación dos alumnos concrétese en dous esquemas igualmente válidos dende o punto de vista relativista, e que denominaremos *Terra* (T) para o modelo xeocéntrico (figura 3.1) e *Sol* (S) para o modelo heliocéntrico (figura 3.2).

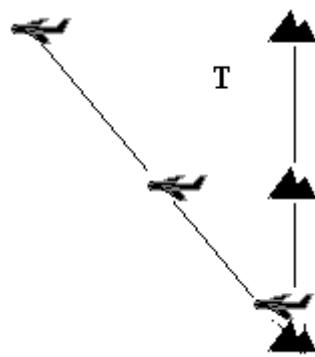


Figura 3.1: Modelo T, diagrama

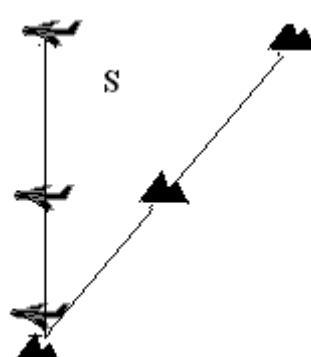


Figura 3.2: Modelo S, diagrama

O principal modelo alternativo manexado polo alumnado denominarémolo “*modelo M*” (figura 3.3), e corresponde coas ideas *tipo impetus* medievais.

O avión móvese cunha velocidade de 720 km/h cara ao Oeste, pola之力 do motor.

A superficie da Terra avanza a 720 km/h cara ao Leste (polo fenómeno aprendido da rotación).

Este conxunto de ideas adoita ir acompañado dun débil compromiso epistemolóxico (non se analizan en detalle as implicacións, non se aceptan os contraargumentos de carácter lóxico como refutacións, admítese a posibilidade de que un obxecto teña varias velocidades simultaneamente).

Os alumnos non ven polo xeral a incoherencia interna deste modelo como un motivo para abandonar o modelo, e tenden a xustificala de diversas formas.

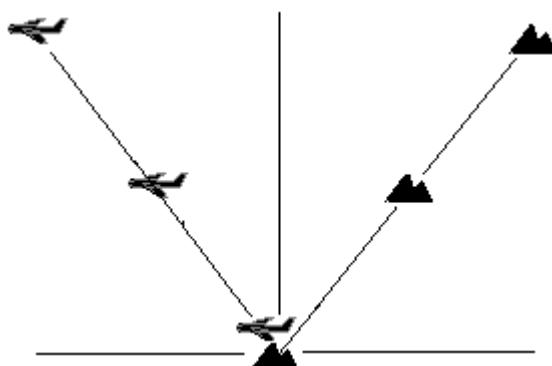


Figura 3.3: Modelo M, diagrama e/t

Un resultado decisivo desta actividade previa foi a constatación de que as gráficas espazotemporais, como vimos, permiten explicitar os diferentes modelos argumentativos do alumnado dun xeito visual, e polo tanto tamén están dotadas dun gran poder explicativo e didáctico das ideas relativistas (neste caso, clásicas).

Foi como consecuencia dos resultados e implicacións obtidas neste traballo polo que se decidiu investigar a viabilidade destas propostas no Bacharelato, traballo que é o obxecto da presente memoria.

Preséntase este antecedente como actividade previa dentro da fase de sensibilización polo feito de que os alumnos cos que se realizou a intervención foron praticamente os mesmos nos dous casos, polo que se pode considerar que mediante dita actividade preliminar tanto o profesor como os alumnos fóreronse afacendo a este xeito novo de traballar en relación cos conceptos relativistas, así como a utilizar os diagramas espazotemporais, neste caso por parte do profesor para explicitar as ideas dos alumnos.

C3.1.2. Sistemas de Referencia espazotemporais

O conxunto está constituido polas seguintes actividades::

Actividade 1 - Visor do espazotempo

Actividade 2- Sistema de Referencia Terra-Lúa (reposo)

As competencias desenvolvidas mediante este conxunto de actividades, xunto coa intención educativa de cada unha delas, detállanse no Capítulo 2, apartado C2.5.1..

Ao longo deste apartado, presentaranse algunas das manifestacións textuais do alumnado para exemplificar as apreciacións feitas. O conxunto dos resultados (tanto textuais como gráficos) obtidos na realización destas actividades describese no Anexo 3 da presente memoria do traballo de investigación. No Anexo 8 recólleñense algunas mostras orixinais das fichas cubertas polo alumnado ao longo das diversas fases da intervención.

En liñas xerais, trátase dunha actividade na que se propón ao alumnado a construcción e emprego do denominado *visor do espazotempo* para comprobar as propiedades físicas deste tipo de gráficas. O visor transforma o que aparentemente aparece ante os ollos do alumno como unha figura bidimensional estática nun espazo dunha única dimensión (a regaña do visor) que está dotada de dinamismo. Ao desprazar o visor de arriba a abaixo suceden cousas, que os alumnos deben tentar explicar e recoñecer cando de novo observen os diagramas directamente, sen visor. Os resultados que se presentan a continuación correspoden precisamente coas manifestacións do alumnado ante preguntas relativas ao que acontece nunha determinada gráfica espazotemporal. De xeito xeralizado, nunha primeira aproximación a este tipo de interpretacións aparece o erro xeralizado de

confusión destes diagramas con gráficos bidimensionais planos como os que están habituados a utilizar a cotío.

Actividade 1 – Visor do espazotempo

No Capítulo 2, apartado C2.5.1 descríbense as fichas correspondentes a dita actividade.

O obxectivo xenérico desta actividade, como xa se dixo, consiste en recoñecer a capacidade do alumno para abstraer dunha interpretación simplemente visual dos diagramas espazotemporais como figuras bidimensionais e deste xeito ser quen de recoñecer os fenómenos físicos representados nestes diagramas, o que constitúen un requisito previo para todo o traballo que se realizará posteriormente cos mesmos. A detección temprana destes erros e confusións deberá permitir ao profesor facer as oportunas consideracións e intervencións para que o alumnado non persista neste tipò de erros e poida seguir con aproveitamento o resto da secuencia didáctica.

Resultados obtidos

Preséntanse a continuación algunas mostras dos resultados obtidos ao realizar a intervención descrita con anterioridade (ao lado de cada manifestación, incorpórarse entre parénteses a letra identificadora do alumno ou alumna correspondente)

Item 1- Interpretacións da gráfica con *tres liñas verticais paralelas*

(adro 2.2 do capítulo 2, figura superior esquerda, 1)

A interpretación desexable sería a de que representa tres obxectos en repouso.

-Os seguintes alumnos deron respuestas que poden asimilarse en maior ou menor grao con dita idea aceptable: I, T, U, W, X, Y

Exemplo de resposta aceptable:

O móvil está en repouso. Non hai movemento (alumna U)

E a continuación algunas ideas que se afastan do desexable desde a ciencia escolar:

- Confusión entre o espazotempo e un espazo bidimensional

Movemento vertical dun corpo: mrua, a = g = 9,8 m/s² (alumno L)

Neste caso, observamos que para o alumno L o que ten diante dos ollos non é o espazotempo, senón un plano vertical, no cal os obxectos caen libremente atraídos pola gravidade terrestre.

- Interpretación xeométrica que escurece a realidade física subxacente

Tres rectas verticales, transcurre el tiempo y el espacio no (alumna Z)

Como feito curioso, podemos comprobar que esta última explicación non ten ningún erro formal, pois describe a situación xeométrica e a correspondencia física en relación ao espazo e ao tempo, mais a alumna Z non chega a integrar ese conxunto de datos na explicación sintética lóxica, que é a de estar ante tres obxectos en repouso.

Item 2- Interpretacións da gráfica con *tres liñas inclinadas paralelas*

(cadro 2.2 do capítulo 2, figura central esquerda, 2)

A interpretación deseñable sería a de que representa tres obxectos en movemento rectilíneo uniforme e coa mesma velocidade, polo que manteñen as distancias entre eles.

-Presentamos a continuación as respostas que poden asimilarse en maior ou menor grao con dita idea aceptable:

O móbil está en movemento. MU (alumna U)

En determinado tempo percorre un espazo determinado (alumno T)

-Confusión entre o espazotempo e un espazo bidimensional:

Movemento rectíneo uniformemente acelerado. Ten como pendente a aceleración fronte á velocidade

(alumno L)

Esta explicación , aínda que errada, é coherente coa que o mesmo alumno (L) deu anteriormente:

Agora os obxectos estarían deslizándose cara abaxo por tres planos inclinados paralelos.

-Interpretación xeométrica que escurece a realidade física subxacente.

Tres rectas perpendiculares, en las que transcurre el tiempo y el espacio (alumna Z)

Aquí compróbase que a alumna Z, a cal parecía ter descrito correctamente a situación previa dun xeito formal, non é capaz de darlle un sentido físico a esta nova situación.

Item 3- Interpretacións da gráfica con *tres liñas horizontais paralelas*

(cadro 2.2 do capítulo 2, figura inferior esquerda, 3)

Neste caso, existen varias posibilidades aceptables de describir a situación:

- obxecto que estaría ao mesmo tempo en lugares diferentes
- movementos con velocidade infinita
- acontecemento simultáneo en todo o espazo, que se repite tres veces no tempo

Ningunha das mencionadas respostas corresponde cunha situación física realista, polo que tamén se aceptarían as respostas que desen conta da irrealdade física desta gráfica.

-Preséntase a continuación a única das respostas que pode asimilarse en maior ou menor grao con algunha de ditas ideas aceptables:

Como pode un móvil andar no espazo e non no tempo, se o tempo nunca pasa? Implicaría retroceder no tempo (alumna U)

Vemos que a alumna U manifesta a súa perplexidade ante a situación descrita, aínda que finalmente establece unha conclusión incorrecta, pois na gráfica non se observa dito retroceso no tempo.

- Confusión entre o espazotempo e un espazo bidimensional

Movemento Rectilíneo Uniforme. Só hai espazo sen tempo (alumno L)

Aquí, L mantén a mesma visión que nos casos anteriores, desta vez acudindo implícitamente á 1^a Lei de Newton (Lei da Inercia). Mais cando quere incorporar o tempo, na expresión final, aparece unha incoherencia que non aparecería explicitamente nas descripcións anteriores.

- Interpretación xeométrica que escurece a realidade física subxacente

Tres lineas horizontales (alumna Z)

Aquí, Z abandona toda pretensión de dar algún significado físico a dita gráfica e describe simplemente a figura visual que ten diante dos ollos, como se dun cadro se tratase.

Item 4- Interpretacións da gráfica con *tres paráolas co mesmo eixe horizontal*

(adro 2.2 do capítulo 2, figura superior dereita, 4)

A interpretación desexable sería a de que representa tres obxectos con movemento rectilíneo uniformemente acelerado.

Esta interpretación podería completarse coas seguintes:

Os tres comezan avanzando cara á dereita en tempos distintos, e chegan ao extremo do seu avance no mesmo tempo, mais en puntos separados, para finalizar regresando cara á esquerda a intervalos regulares.

Tamén se podería expresar como a descripción dun malabarista que bota tres pelotas ao ar sucesivamente para volvelas a recoller na man. Neste caso, a dificultade reside no feito de que o espazo, nas gráficas espazotemporais, está en horizontal, mentres que o noso sentido da vista observa o movemento das pelotas en vertical.

-Presentamos en primeiro lugar as respostas que poden asimilarse en maior ou menor grao con ditas ideas aceptables:

Móbil que retrocede o espazo percorrido mais avanza no tempo (alumna U)

Movemento cara atrás e despois cara adiante (alumna Y)

-Confusión entre o espazotempo e un espazo bidimensional (alumnos I, W, Z)

Movemento parabólico (alumno I)

Item 5- Interpretacións da gráfica con *tres circunferencias concéntricas*

(adro 2.2 do capítulo 2, figura central da dereita, 5)

A interpretación desexable sería a de que representa tres pares de obxectos que aparecen e se separan, para volveren a xuntarse e desaparecer sucesivamente. Esta interpretación podería completarse coas seguintes:

Os tres comezan avanzando en direccións opostas e con velocidade infinita en tempos distintos, e chegan ao extremo do seu avance no mesmo tempo, mais en puntos separados, para finalizar regresando e xuntarse e desaparecer a intervalos regulares.

Tamén se podería expresar como a descripción de tres bucles partícula-antipartícula virtuais. Esta interpretación, que sería a habitual e case trivial nos manuais de Elecrodinámica Cuántica, é de esperar que non sexa coñecida polos alumnos destas idades.

-Respostas que poden asimilarse en maior ou menor grao con ditas ideas aceptables:

Aparecen puntos de dous en dous ata un máximo de catro, para despois xuntarse e desaparecer (coma se se fusionaran) (alumno I)

Dous puntos que se van movendo un para cada lado, saen outros dous do centro, e vanse recollendo (alumno P)

-Confusión entre o espazotempo e un espazo bidimensional: alumnos I, L, M, P, S, W, X, Y, Z

Movemento circular (alumno S)

Un movemento circular sempre á mesma distancia dun punto (alumna Y)

-Interpretación xeométrica que escurece a realidade física: alumnos H, O, R

Un tempo que volve ao principio (alumno H)

Cando aumenta o espazo diminúa o tempo, e viceversa (alumno O)

Item 6- Interpretacións da gráfica con *segmentos converxentes e diverxentes*

(cadro 2.2 do capítulo 2, figura inferior dereita, 6)

A interpretación desexable sería a de que representa varios obxectos que se xuntan nun mesmo punto e certo tempo despois sepáranse de novo. Esta interpretación podería completarse coas seguintes:

Os obxectos comezan avanzando en direccións opostas e con velocidades constantes, e coinciden todos no mesmo instante, formando durante un tempo un único obxecto, o cal despois descomponse en varias partes que se separan con movementos uniformes e direccións contrarias.

Tamén se podería expresar como a descripción de un choque inelástico múltiple, seguido dunha explosión.

-Respostas que poden asimilarse en maior ou menor grao con ditas ideas aceptables:

No mesmo tempo dous móbiles percorren o mesmo espazo (un para adiante e outro para atrás) e cando se xuntan paran. (alumno I)

Dous móbiles que parten de espazos distintos, se xuntan nun punto e seguen igual no tempo (alumno P)

Concentración nun punto (alumno O)

- Confusión entre o espazotempo e un espazo bidimensional: alumnos K, L, M, Z

Líña que se divide en dous tramos (alumno M)

Unha Y grega ao revés (alumno L)

Aquí, o alumno L xa desistiu de intentar describir nada que non fora obvio para a súa vista.

- Interpretación xeométrica que escurece a realidade física: alumnos H, R, T, X

Dous espazos xúntanse nun só co paso do tempo (alumno R)

Dous tempos nun espazo que se xuntan nun tempo (alumno T)

Como conclusión preliminar destes resultados, podemos observar as dificultades que aparecen para interpretar fisicamente os diagramas espazotemporais, en gran parte debidas á colisión co xeito habitual en que interpretamos as gráficas bidimensionais como mapas, fotografías etc.

Un aspecto positivo constitúeo o interese que esta actividade espertou no alumnado, debido ao novedoso e atractivo da mesma, na que debían pór en xogo recursos de imaxinación e interpretación visual aos que non estaban afeitos nas clases de Física.

Finalmente, despois de recoller todas as manifestacións descritas, procedeuse a utilizar o visor espazotemporal para producir unha sensación de movemento nas gráficas, e os alumnos foron poñendo en común as súas ideas e visións, até chegar a unha comprensión e interpretación aceptable das mesmas.

Actividade 2- Sistema de Referencia Terra-Lúa en reposo (Aristóteles)

No Capítulo 2, apartado C2.5.1 descríbense as fichas correspondentes a dita actividade.

Resultados obtidos

Ofrécense a continuación algunas mostras dos resultados obtidos ao realizar a intervención descrita con anterioridade. Presentaremos algunas das explicacións textuais realizadas polos alumnos, así como tamén algúns exemplos de traballo con gráficas, ben sexa na interpretación das mesmas, como mediante a producción de debuxos explicativos por parte dos propios alumnos.

As actividades da ficha sobre o Sistema de Referencia Terra-Lúa en reposo son na súa maior parte de tipo gráfico. Expoñemos a continuación algúns exemplos de resultados obtidos polos alumnos. No Anexo 8 pódense visualizar algunas das fichas orixinais cubertas polos alumnos. Neste apartado faremos debuxos que representan as figuras deles dun xeito máis claro.

Iremos describindo as preguntas na orde en que se presentan na ficha.

En primeiro lugar, faremos un debuxo do que se consideraría aceptable dende o punto de vista da ciencia escolar, indicando tamén qué alumnos fixeron debuxos análogos, e posteriormente sinalaremos algúns exemplos de debuxos alternativos.

Item “a”: Representar 2 raios de luz (Terra-Lúa e Lúa-Terra)

Figura esperada

Na figura 3.4 utilizaremos un código de grises que seguiremos ao longo de todo o traballo: Indicamos mediante liñas brancas sobre fondo escuro os trazos correctos, e mediante liñas negras sobre fondo claro os trazos incorrectos, para podelos distinguir a simple vista. Podemos ver nesta figura que os dous raios de luz corresponden coas diagonais do cadrado do SR Terra-Lúa.

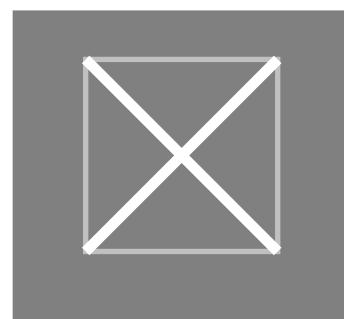


Figura 3.4

-Fixeron figuras semellantes ou equivalentes os seguintes alumnos: A, B, D, F H, I, K, L, R, S, W, X, Y, Z

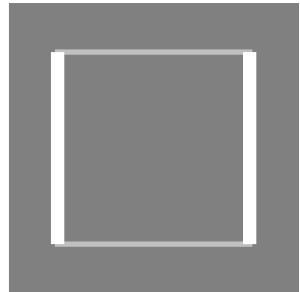
- Confusión entre o espazotempo e un espazo bidimensional: alumnos M, O, P, U

Nas figuras producidas por estes alumnos, interprétase o gráfico como unha especie de mapa, no cal a Terra está na esquina inferior esquerda, e a Lúa na superior dereita. Os dous raios de luz moveríanse por unha única liña diagonal, que representaría un *camiño* que uniría ambos astros..

Item “b”: Representa 2 átomos en repouso, na Terra e na Lúa

Figura esperada:

Podemos recoñecer na figura 3.5 os dous lados do cadrado como as liñas correspondentes aos dous átomos de Minkowskio indicados na pregunta (como xa foi dito, o nome de Minkowskio corresponde a un elemento inexistente, cun suposto tempo de vida de 1 s. O nome foi escollido para facer unha pequena homenaxe a Hermann Minkowski).



Fixeron figuras correspondentes con esta os alumnos A, B, D, F, G, M, O ,Y (os alumnos L e S tamén fan unha figura semellante, aínda que identifican os átomos mediante puntos na base das liñas, sen especificar que é tan só o instante en que aparecen, xa que nestas gráficas o propio átomo é toda a liña vertical). A alumna U presenta unha figura moi semellante, mais co punto de partida desprazado cara arriba nos dous casos, o que non é contraditorio co enunciado, pois non se especifica en qué instante son creados os dous átomos. O problema neste caso é que a lonxitude dos segmentos non é igual á altura do cadrado, como debería ser. O alumno K e a alumna X incorporan outra variante na cal redefinen a escala de tempos, co cal obteñen segmentos verticais más curtos.

Item “c”: Representa un choque entre dúas naves alieníxenas

Figura esperada:

Na figura 3.6 podemos ver as dúas naves avanzando ao encontro, que se produce no punto medio. Se fosen á metade da velocidade da luz, encontraríanse ao cabo dun segundo, é dicir, no punto medio do lado superior, mais como van algo más veloces diso, farano antes, é dicir, algo máis abaixo na figura. O trazo vertical posterior indica o feito de que permanezan unidos (choque inelástico). Fixeron debuxos correspondentes con dita figura os alumnos D, F, K, P

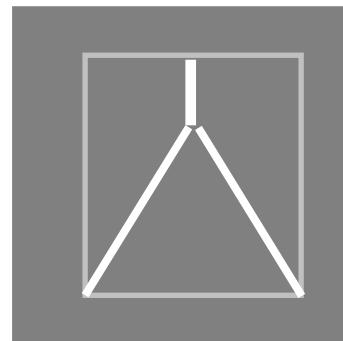


Figura 3.6

Os alumnos M e Y sitúan o punto de encontro no lado superior do cadrado, polo que implicitamente aplicaron unha velocidade de $c/2 = 150.000$ km/s para as dúas naves, e non 200.000 km/s como se indica no enunciado.

Os alumnos H, K, R e a alumna U, pola contra, sitúan o punto de colisión áinda máis abaixo, polo que están aplicando unha velocidad áinda maior que 200.000 km/s para as naves. Consideramos aceptables estes errores cuantitativos, xa que a nosa proposta se centra nos aspectos cualitativos.

- Confusión entre o espazotempo e un espazo bidimensional: alumnos I, V, W, X

Novamente, nas figuras producidas por estos alumnos, interprétese o gráfico como unha especie de mapa, no cal a Terra está na esquina inferior esquerda, e a Lúa na superior dereita. As dúas cápsulas moveríanse por unha única liña diagonal, que representaría un *camiño* que uniría ambos astros..

Resultados xerais deste conxunto de actividades: Sistemas de Referencia espazotemporais.

Despois das dificultades detectadas na interpretación dos diagramas espazotemporais na primeira das actividades, a aplicación do visor espazotemporal e a reflexión colectiva realizada permitiron obter uns resultados aceptables na segunda das probas, en que se pedía aos alumnos trazar por si mesmos as gráficas para unha serie de situacóns presentadas verbalmente.

O aspecto visual das actividades, deste xeito, vai permitindo que o alumnado incorpore (non sen dificultades, como vimos) as ideas e magnitudes físicas nos diagramas espazotemporais.

Detectáronse os seguintes tipos de ideas previas:

- Confusión entre o espazotempo e un espazo bidimensional
- Interpretación xeométrica que escurece a realidade física

Trátase, nos dous casos, dunha interferencia producida pola visión habitual da realidade espacial cando o alumno ten que realizar a interpretación dunha realidade visual de características diferentes: o espazotempo.

C3.1.3. Relatividade clásica: transformación de Galileo

As competencias desenvolvidas mediante este conxunto de actividades, xunto coa intención didáctica de cada unha delas, detállanse no Capítulo 2, apartado C2.5.1.

Como foi explicado anteriormente, encadramos estas actividades dentro da fase previa debido a que o noso obxectivo didáctico se centra na construcción da Relatividade especial e a análise das súas consecuencias, e áinda estamos nunha etapa anterior: a de superar as ideas aristotélicas para construír unha intuición galileana de carácter visual. Esta intuición galileana, posteriormente e xa dentro da secuencia didáctica obxecto da nosa investigación, deberá ser cuestionada e refutada na medida do posible, polo que o seu papel é subsidiario para o noso obxectivo principal.

Mais unha vez dito isto, debemos ter en conta que o proceso xeométrico visual mediante o cal construiremos a relatividade clásica nesta fase vai abrir un camiño de razonamento, análise e interpretación que nos vai servir de folla de ruta para avanzar cara á Relatividade Especial posteriormente. Esta é a gran vantaxe da proposta visual, e é agora cando debemos comenzar a sacarlle partido, mediante unha boa acomodación do alumnado ao xeito de traballo gráfico característico

deste enfoque didáctico visual, así como a realizar unhas análises o máis rigorosas posibles dos resultados a que se chega, a pesar da súa escasa relevancia polo feito de devolver fenómenos físicos de sentido común.

Este conxunto de actividades dedícase á presentación da teoría da Relatividade clásica como proceso mental previo necesario para unha comprensión posterior da teoría da Relatividade Especial. Debido ás súas características de proba con items nos que o alumno debe manifestar as súas ideas dun xeito textual e gráfico, realizaase a análise respecto da *Actividade 5. Sistema de Referencia Terra-Lúa (Galileo)*

Despois de realizar as actividades anteriores, nas cales se procedeu a construír a transformación de Galileo a partir dunha actividade práctica, así como dun xeito teórico en paralelo, nos dous casos de xeito cooperativo, procedeuse finalmente a realizar unha actividade individual na que se comproba o grao de validez acadado polas ideas relativistas e a súa representación gráfica.

O resultado recollido desta actividade consiste nunha serie de gráficas nas que o alumnado debe incorporar a súa visión da influencia da transformación do espazotempo sobre os catro fenómenos físicos traballados ao longo desta intervención, e que afectan aos conceptos de espazo, tempo, velocidade e enerxía. A realización da proba, en realidade, consiste nunha simple transposición gráfica das liñas representadas nun cadrado cunha trama superposta a un paralelogramo de base horizontal e lados inclinados acorde coa velocidade, no que se incorpora unha trama que permite trasladar as figuras directamente.

Podemos comprobar que as probas presentadas neste apartado corresponden praticamente coas situacións descritas nas actividades anteriores (dedicadas a introducir o espazotempo aristotélico), só que agora incorporamos o primeiro elemento relativista (da relatividade clásica): o desprazamento do observador (neste caso, para engadir algo de interese para os alumnos adolescentes, fálase dunha nave alieníxena, procurando que non provoque respostas de cienciación, para o cal o profesor debe insistir no rigor das análises xeométrico-visuais fronte a interpretacións textuais necesariamente vagas ou incompletas).

Resultados obtidos

Ao longo deste apartado, presentaranse algunas das manifestacións textuais do alumnado para exemplificar as apreciacións feitas. O conxunto dos resultados (tanto textuais como gráficos) obtidos na realización destas actividades describese no Anexo 3 da presente memoria do traballo de investigación. No Anexo 8 recólleñense algunas mostras orixinais das fichas cubertas polo alumnado ao longo das diversas fases da intervención.

A actividade comeza cun repaso ao visto no SR T-L en repouso, para comprobar se o alumnado integrou ditos coñecementos, polo que non repetiremos a análise.

Na segunda parte é onde están os resultados más interesantes, que novamente presentaremos seguindo a orde das preguntas.

Para recoller as gráficas dos alumnos, acudimos indistintamente ás diversas fichas desta parte.

Item 1: dous raios luminosos

Figura esperada:

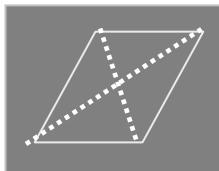


Figura 3.7

Podemos observar na figura 3.7 que agora as velocidades dos raios de luz xa non son as mesmas, senón que o raio que vai a favor da velocidade de arrastre (para a dereita) vai máis veloz, e o que vai en contra (para a esquerda) ralentízase.

Fixeron gráficas correspondentes a esta figura os alumnos A, B, D, F, G, H, L, M, N, O, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z.

Item 2: Partículas de Minkowski

Figura esperada:

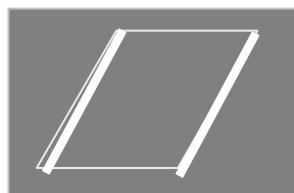


Figura 3.8

Pódese ver na figura 3.8 que os dous átomos, agora, móvense xunto coa Terra e a Lúa debido ao desprazamento do observador (nave extraterrestre). A pesar diso, os tempos de vida non se ven alterados. Realizaron gráficas destas características os alumnos A, B, D, F, L, N, S, T.

- Visión aristotélica ou pre-relativista: alumno P

O alumno P traza dúas liñas verticais, que corresponderían ao que efectivamente acontecería se o estado de repouso dun obxecto fose absoluto, é dicir, independente do estado de movemento do observador.

Item 3: Choque inelástico de dúas cápsulas

Figura esperada:

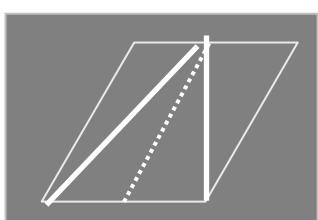


Figura 3.9

Na figura 3.9 podemos observar o seguinte:

A cápsula da dereita, agora, está en repouso (posto que o observador estase movendo igual que ela). A cápsula da esquerda, pola contra, vai a maior velocidade (de feito, iría á velocidade da luz). O centro de masas móvese de xeito tal que continua estando no medio das dúas cápsulas en todo momento (corresponde coa continuación cara atrás

da liña que segue o conxunto despois do choque). Presentan gráficas destas características os alumnos D, F, L, O , R, T, U. Unha gráfica correcta, mais sen destacar a liña do cdm, foi presentada polos alumnos A, B, H. O alumno V sitúa correctamente o cdm, aínda que cando representa a liña do conxunto despois do choque, faino en vertical.

- Visión aristotélica ou pre-relativista: alumnos W e Z

A gráfica resultante é idéntica á da situación de partida (unha Y grega vertical invertida). O movemento do observador (nave alieníxena) non afecta ao que sucede nun determinado Sistema de Referencia (o formado pola Terra e a Lúa) que é considerado absoluto.

Item 4: Tamaño dunha nave espacial

Figura esperada:

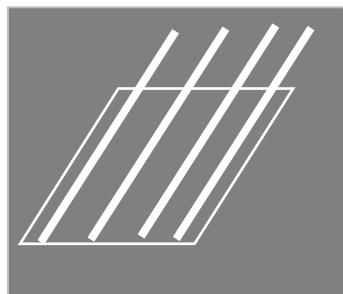


Figura 3.10

Podemos ver na figura 3.10 que os dous átomos, agora, móvense xunto coa Terra e a Lúa debido ao desprazamento do observador (nave extraterrestre). A pesar diso, os tempos de vida non se ven alterados. Realizaron gráficas destas características os alumnos B, D, F, H, L, M, N, O, S, T., U. Os alumnos A, R, V, Z presentan unha variante, na cal limitan as liñas trazadas ao interior do cadrado de referencia, que parece deste xeito ter algunha *realidade física*, como un cadro do que non se pode saír.

As alumnas X e Y presentan unha figura con tan só un par de liñas, o que pode dar lugar a confusión co que é o verdadeiro tamaño da nave. A alumna Z presenta unha gráfica na que traza as liñas en vertical. A figura resultante considérase correcta dado que, en realidade, o trazado das liñas serve tan só para indicar cómo se transforma a superficie que entre todas elas determinan.

O alumno W tamén traza liñas verticais, mais sen encher de todo a figura, polo que, aínda que o resultado de conservación da anchura da nave está implícito na figura, é a gráfica máis afastada do aceptable neste apartado.

Resultados xerais destas actividades (*Relatividade clásica: Transformación de Galileo*)

Observamos que, polo xeral, o alumnado consigue facer correctamente a trasposición gráfica requerida nesta probaentre o sistema de referencia en repouso e o sistema de referencia en movemento (que implica o paso de liñas e puntos dun cadrado a un paralelogramo), aínda que aparecen algunas dificultades debido á interferencia de ideas previas como o concepto aristotélico de repouso absoluto, ou a interpretación das gráficas espazotemporais como mapas bidimensionais, idea que apareceu frecuentemente na actividade anterior.

Tamén se detecta certa falta de rigor por parte de algúns alumnos na construcción das figuras en relación coas escalas utilizadas, o que non invalida os seus resultados nesta fase da intervención, mais pode dificultar o desenvolvemento conceptual posterior, baseado na interpretación meticolosa destas mesmas figuras.

Detectouse o seguinte tipo de erro:

- Visión aristotélica ou pre-relativista.

Unha vez que introducimos un paradigma científico como o da relatividade clásica, que a pesar da súa antigüidade continúa a presentar aspectos contraintuitivos, era de esperar que aparecesen este tipo de interferencias producidas polo aferramento das mentes ás nocións aristotélicas máis intuitivas.

Para a nosa intención educativa de presentar un paradigma que ainda vai contradecir en maior medida o sentido común, este tipo de ancoraxes en ideas clásicas ou preclásicas constitúe un evidente problema didáctico.

C3.2. RESULTADOS DA FASE PREVIA

No apartado anterior fixose a descripción da fase previa e unha análise item a item dos resultados más significativos obtidos polos alumnos na mesma, tanto de tipo textual como de tipo gráfico.

Neste apartado C3.2, descríbese o instrumento de análise que utilizaremos para dimensionar as ideas dos alumnos: os esquemas de pensamento. Na fase previa, além de acomodar ao alumnado ás estratexias e actividades que se seguirán nas fases seguintes, preténdese tamén construir a intuición visual da relatividade clásica, que deberá ser superada posteriormente polas nocións relativistas modernas. A razón para acometer a instrución de conceptos cuxo destino é ser substituídos por outros non é outra que a necesidade de contar cunha intuición galileana como base previa na que ir desenvolvendo a ZDP dos alumnos de cara á RE. E, como foi explicado no apartado C1.1.2, tense detectado a ausencia de dita intuición galileana no alumnado destes cursos, polo que é preciso proceder a construila como paso previo para a súa superación posterior. Xa que logo, será interesante poder comprobar o grao de significatividade acadado en dito proceso construtivo previo, para o cal se utiliza o instrumento referido.

No Capítulo 2 (apartado C2.1.4) estableceuse o seguinte esquema referencial dende a perspectiva da ciencia escolar: Galileo (Diagrama 3.1), no que se recollen e estruturan as ideas do alumnado sobre a relatividade clásica, que foron obxecto de instrución na mencionada fase previa. Procedemos a continuación a presentar os resultados obtidos mediante os esquemas correspondentes, previamente agrupados por niveis e subniveis.

C3.2.1. Dimensionado das probas da fase previa

Como xa foi dito, o noso obxectivo nesta fase consiste en establecer o grao de significatividade acadado polas ideas da relatividade clásica no alumnado, e para elo deberemos abstraer os resultados obtidos do contexto concreto no que se produciron. O proceso de dimensionado consiste en analizar as manifestacións do alumnado dende a perspectiva que ofrece o esquema de pensamento (neste caso, o denominado Galileo para a relatividade clásica) como referencial desexado para a ciencia escolar que se constrúe. O esquema de pensamento está constituído polas relacións que se poden activar entre os conceptos que forman o referencial, e a activación pódese producir de moitas formas ao longo da intervención. Ao encaixar todas elas nun mesmo esquema de referencia, podemos contar cunha representación das ideas do alumnado que non depende do contexto. Unha vez obtidos estes esquemas particulares para cada alumno, procédese a facer unha clasificación dos mesmos de acordo co seu grao de correspondencia co referencial. Neste proceso vanse reducindo os datos, e para evitar vises derivados da subxectividade do investigador procederemos a un proceso sistemático baseado na agrupación e categorización previa das relacións que conforman o esquema referencial.

Para iso, incorporamos no esquema unhas letras identificadoras de cada relación, rodeadas dun circuliño. Vannos servir para establecer en primeiro lugar qué relacións foron activadas por cada alumno nas diversas probas realizadas. Deste xeito, por exemplo, identificamos coa letra “c” (na parte superior do esquema) a relación establecida entre o cadrado correspondente á celdiña unitaria do espazotempo e o paralelogramo de base horizontal correspondente á transformación de Galileo da relatividade clásica. Outro exemplo desta identificación das relacións mediante letras pódese ver na parte inferior do esquema, na que a letra *p* indica a relación establecida entre o feito de que a *E_c* non despraza o centro de masas (relación *l*, visualizada na figura da relación *g*) e a conclusión clásica de que a Enerxía cinética e a masa non son magnitudes equivalentes.

Posteriormente, agruparemos as relacións afins. Lembremos que a disposición das relacións no esquema, como se indica no apartado C2.1.4 do capítulo 1, sigue unha disposición por filas (na que a medida que se descende polo esquema vaise avanzando dende a xeometría ata a física), e tamén por columnas, correspondentes ás diversas magnitudes físicas analizadas (de esquerda a dereita: tempo, espazo, velocidade e enerxía, posición que se manterá ao longo de todo o traballo e que indica tamén unha progresión na dificultade conceptual). Deste xeito, conequaremos reducir os datos e poder establecer grupos de relacións afins dun valor equivalente (dun total de 18 relacións, pásase deste xeito a 9 grupos, proceso explicado no cadro 3.10). En función do número de grupos de relacións activados significativamente, establécense 5 niveis, e dentro de cada nivel identifícanse

varios subníveis en función do número de relacións activadas na parte central do esquema, na que se recollen as relacións fundamentais da intervención, que nesta fase inicial son aquelas nas que se establece o comportamento visual das magnitudes físicas na transformación de sistema de referencia.. Presentaremos finalmente os esquemas representativos de cada subnivel, indicando os alumnos que se engloban no mesmo.

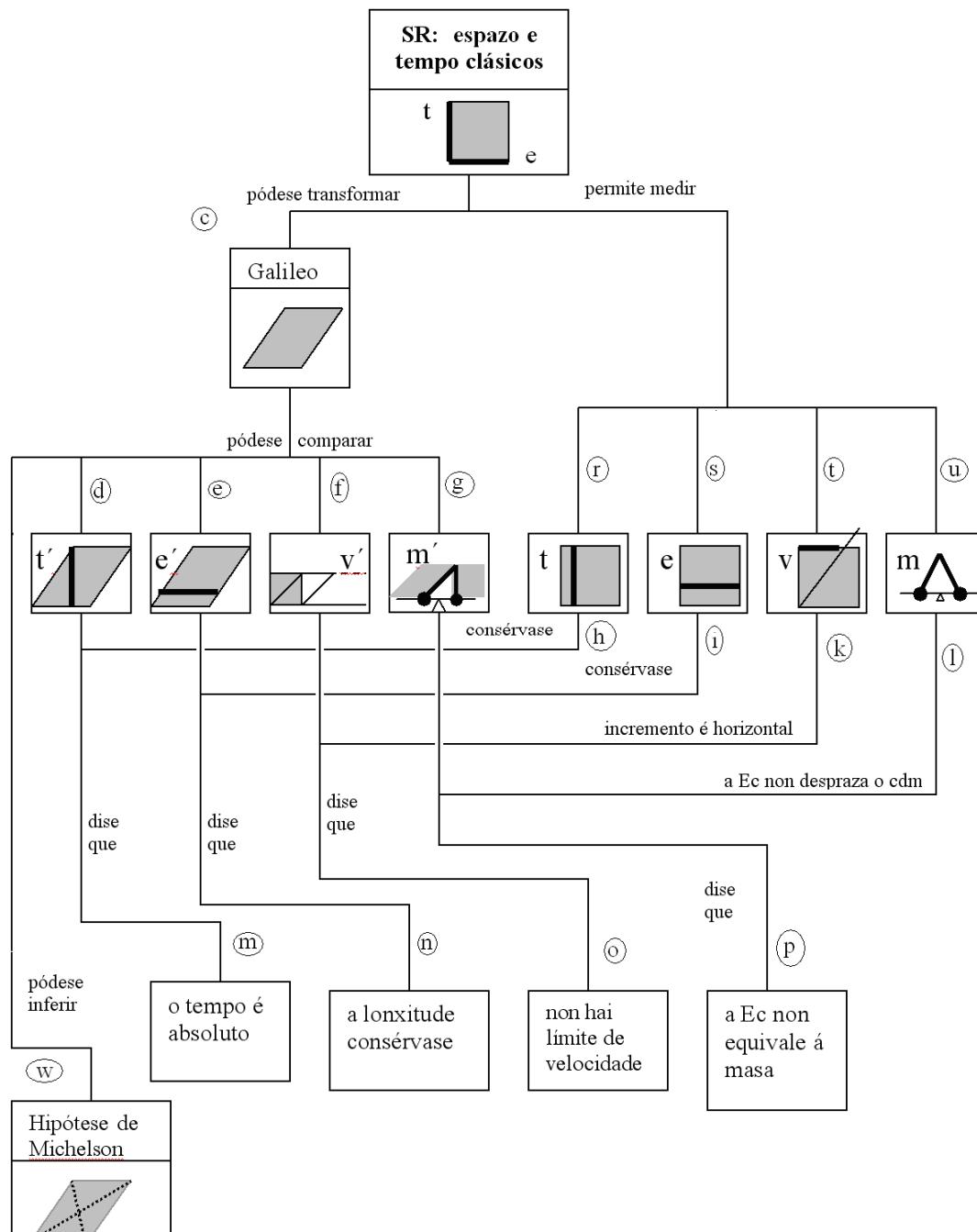


Diagrama 3.1 Esquema de referencia Galileo coas relacións sinaladas por letras

Na seguinte táboa 3.1 preséntase o conxunto de relacións do esquema Galileo que poderían ser activadas na realización das diversas probas desta fase previa. Podemos comprobar en dita táboa

cómo se efectúa un dimensionado dos resultados mediante o esquema de pensamento e as relacións que contén. Cada (x) da táboa indica a posibilidade de activación dunha relación nun certo ítem. Esta táboa non se refire a ningún alumno en particular, senón ao deseño das actividades: equilibrio e potencialidade para activar as relacións do esquema.

	Relacs / Activs Fase Previa	Activ. 1: Análise das gráficas <i>et</i>						Activ. 2: SR T-L, Aristót			Activ. 4: Constr transf de Galileo						Activ. 5: SR T-L, Galileo			f		
R	items:	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	b	c	d	e	f	g	a	b	c		
r	Gráf et: “t” mídese en vertical		x		x																2	
s	Gráf et: “e” mídese en horizontal	x																			1	
t	V no et: inclinac respecto da vertical		x	x																	2	
u	M relat: posic horiz do cdm nun choque								x					x		x					3	
c	Tr Galileo: cadrado → romboide horiz									x	x	x		x	x						5	
d	Tr. de Galil: mantén as alturas (t)							x											x		2	
e	Tr de Galil: a base permanece																	x			1	
f	Máx incl na tr de Galil: liña horiz						x											x			2	
g	Tr. de Galil: cdm sempre no medio							x										x			2	
h	$t' = t$																x	x			2	
i	$e' = e$											x									1	
k	Tr Gal: S' suma v en horizontal							x									x	x			3	
l	Choque asim (S'): Ec non despraza cdm					x															1	
m	Lóxica clásica: tempo absoluto											x									1	
n	Lóxica clásica: a lonxitude é invariante																	x			1	
o	Lóxica clásica: non hai límite de veloc																	x			1	
p	Lóx. clásica: Ec non inflúe no Eq de m																	x			1	
	Σ	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	3	1	1	1	2	9	31

Táboa 3.1: Correspondencia entre os items das probas da fase previa e as relacións do esquema de pensamento Galileo.

Na columna esquerda da táboa están situadas as relacións do esquema de Galileo, seguindo unha progresión da xeometría á física, e na fila superior sitúanse as diversas actividades desta fase previa, indicando mediante letras minúsculas os diversos items das mesmas. Deste xeito, os resultados obtidos nas diversas actividades, que son dependentes do contexto, acadan un grao de abstracción

do mesmo (mediante a expresión das relacións que se activan) que permite facer comparacións cos resultados obtidos en probas diferentes.

Na columna da dereita faise unha suma (f) da frecuencia coa que se pode activar cada relación ao longo das diversas actividades desta fase previa, e na fila inferior indícase (Σ) a suma do número de relacións distintas que poderían ser activadas en cada item.

Podemos observar unha certa disposición en diagonal das equis, o que da idea dunha progresión similar entre as actividades e a orde das relacións do esquema Galileo. É decir, na actividade 1 (a primeira que se leva a cabo) pódense activar relacións correspondentes á forma na que se representan as magnitudes no espazotempo (que se sitúan na parte superior da táboa), mentres que as conclusóns físicas sobre o comportamento das magnitudes na relatividade clásica só aparecerían na última das actividades desta fase, a actividade 5.

En relación coa columna da dereita, na que se indican coa letra f as frecuencias de activación posible para cada relación, podemos observar que ningunha relación ten frecuencia nula (o que indicaría un mal deseño das actividades, xa que de entrada non se agardaría poder observar a activación desa determinada relación), mentres que a relación con maior frecuencia (5) é a da letra c (forma xeométrica da transformación de Galileo). Esta sobrerepresentación dunha determinada relación ao longo das actividades pode ser debida ao feito da súa transversalidade, xa que é a base xeométrica na que se vai a analizar o comportamento das diversas magnitudes físicas, polo que non semella indicar un mal deseño das actividades. A maioria das relacións (excepto as da parte inferior da táboa, correspondentes a resultados case triviais ou de *sentido común*, como pode ser o de que o tempo non varíe dun SR para outro) presenta unha frecuencia de activación entre 2 e 3, o que é mostra dun reparto equilibrado nas diversas actividades.

Na fila inferior sitúanse as sumas indicativas das relacións que se poden activar nunha certa actividade, destacando o item c da actividade 5 polo número de relacións (9) que hipotéticamente poderían ser activadas na súa resolución. Un número tan elevado indica, por unha banda, unha boa potencialidade para inducir respuestas de interese por parte do alumnado, mais tamén se corre o risco de saturación, é decir, ao non estaren distribuidas en diferentes actividades, pode ser que algunas das relacións posibles non sexan activadas por un determinado alumno cando xa leva activadas unhas cantas.

A continuación, nas táboas 3.2, 3.3, 3.4 e 3.5 procédese a identificar as relacións activadas por cada alumno nos diversos items analizados.

Cada unha destas táboas, polo tanto, corresponde aos resultados obtidos cando se realizou cada unha das actividades por cada alumno. Así como a táboa anterior indicaba a potencialidade global

das actividades da fase inicial para activar as relacións do esquema Galileo, as 5 táboas seguintes constitúen a medida do grao de consecución de ditas potencialidades na intervención realizada.

En cada unha das táboas, identifícase a primeira columna coa letra *R* para indicar as relacións (que seguen a mesma notación indicada anteriormente), e na segunda columna identifícanse mediante a expresión *it* os diversos items de cada proba, os cales se explicitan na terceira columna mediante unha frase resumida. As restantes columnas corresponden coa letra identificadora de cada alumno que realizou dita proba.

Actividade 1: Análise de gráficas espazotemporais

Na táboa 3.2 pódese comprobar que nesta actividade agárdase a activación por parte do alumnado das relacións *r*, *s*, *t*, *l* (columna R). As relacións *t* e *r* pódense activar en dous items diferentes, (b,d) e (c,e) respectivamente, e as restantes relacións pódense activar nun único item desta actividade.

Tamén podemos observar na táboa 3.1 que as relacións mencionadas corresponden coa parte superior dereita do esquema de Galileo (diagrama 3.1), na que se sitúan as relacións correspondentes á visualización das magnitudes físicas nos diagramas espazotemporais.

R	it	Descripción resumida	G	H	I	K	L	M	N	O	P	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	Σ
s	a	Visión do repouso na gráfica <i>et</i>			x								x	x		x	x	x		6	
t	b	Visión do mov unif na gráfica <i>et</i>											x	x	x					3	
r	c	Interpret simult como mov imposib (gráf <i>et</i>)								x				x						2	
t	d	Gráfica <i>et</i> : Movs non unifs (parábola)				x				x	x		x	x	x			x		7	
r	e	Gráfica <i>et</i> : Movs non unifs (circ)				x														1	
I	f	Gráfica <i>et</i> : Choque inelástico (interpret.)			x				x		x		x		x		x		x	7	
		Σ	0	0	2	2	0	0	1	1	3	0	2	3	5	1	2	1	3	0	26

Táboa 3.2: Baleirado dos resultados da actividade 1

Non se obtiveron datos para a actividade 1 dos alumnos A, B, C, D, E, F.

Destácanse pola cantidade de relacións activadas a alumna U (que activa 5 relacións das 6 posibles) e, en menor medida, os alumnos P, T, Y (que activan 3 relacións cada un), fronte aos alumnos G, H, L, M, R e Z que non conseguem activar ningunha das relacións do esquema.

Os items *a*, *d*, *f* foron os máis frutíferos á hora de activar relacións, tal vez debido a que enfocan aspectos cruciais como o repouso ou a confusión co espazo bidimensional.

No conxunto de respuestas analizadas, activouse unha cuarta parte (26 de 108) de todas as posibilidades existentes, tendo en conta que se obtiveron datos de 18 alumnos e que cada un deles

podería chegar a activar 6 relacións nas súas respuestas. A actividade 1, polo tanto, non resultou ser especialmenbe produtiva en canto á activación de relacións, feito que pode ser debido a ser a primeira vez que os alumnos se confrontaban coa análise das gráficas espazotemporais. Pode ser interesante, ao respecto, comprobar no apartado C3.1.2 como nas respuestas dos alumnos se produciron bastantes confusións entre estas gráficas e as figuras bidimensionais coas que estaban familiarizados.

Actividade 2: Sistema de Referencia Terra-Lúa (Aristóteles)

Na primeira columna (R) pódese observar que nesta actividade 2 poderían ser activadas as relacións f, g, u, correspondentes aos efectos da física clásica sobre as magnitudes velocidad (ausencia de límite) e enerxía (ausencia de influencia sobre a posición do centro de masas). A activación pódese producir como resposta ás preguntas dos items a ou c.

R	it	Descripción resumida	A	B	D	F	G	H	I	K	L	M	N	O	P	R	U	V	W	X	Y	Z	Σ
f	a	Existe posib de que non se crucen no centro?				x		x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	12	
u	c	Podería conxto se desp desp do choque?	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	14	
g	c	Podería conxto se desp desp do choque?				x		x		x		x		x	x	x	x	x	x	x	x	10	
		Σ	1	1	1	1	3	1	2	1	3	2	2	2	3	2	3	1	1	2	3	1	36

Táboa 3.3: Baleirado dos resultados da actividade 2

Non se obtiveron datos para a actividade 2 dos alumnos C, E, S, T

A distribución das respuestas foi bastante regular, comprobándose a efectividade desta actividade para provocar a activación de ideas sobre a relatividade clásica, como xa foi referido no apartado C3.1.2. Nesta actividade conseguiuse activar más da metade (36 de 60) de todas as posibles en función do número de alumnos dos que se obtiveron datos.

Actividade 4: Construcción gráfica da Transformación de Galileo

Pódese ver na táboa 3.4 que nesta actividade promóvese sobre todo a activación da relación c (na que se identifica a forma xeométrica da transformación da relatividade clásica: oparalelogramo de base horizontal), a cal pódese activar nos items b, c, d, f, g como consecuencia de que o alumno produxa respuestas nas que se recoñeza a forma correcta de dita figura, total ou parcialmente.

Pola súa parte, e en contraste co anterior, a partir dun único item (e), pódense activar potencialmente as relacións n, i, h, m (nas cales se pon en xogo o sentido común da física clásica).

R	it	Descripción resumida	A	B	C	D	E	F	G	H	I	K	L	M	N	O	P	R	S	T	U	V	X	Z	Σ
c	b	Trazar a liña do orixe do SRB no SRA	x	x	x	x		x	x	x		x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	18
c	c	2 movs con = v nun SR: paralelas (trazar)	x	x		x		x	x		x	x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	16
c	d	2 movs con = vnum SR: paralelas (trazar)	x	x				x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	18
n	e	Debux paralelogr Galil a ptir da cons e t	x	x				x				x	x			x	x								7
i	e	Debux paralelogr Galil a ptir da cons e t						x																	1
h	e	Debux paralelogr Galil a ptir da cons e t	x	x													x								3
m	e	Debux paralelogr Galil a ptir da cons e t	x	x				x				x	x			x	x	x	x						9
c	f	Debux paralelogr Galil a ptir da cons e t						x	x					x								x			4
c	g	Debux paralelogr Galil a ptir da cons e t						x	x					x								x			4
	Σ		6	6	1	2	0	8	5	2	2	5	3	5	3	5	5	5	3	2	2	3	5	2	80

Táboa 3.4: Baleirado dos resultados da actividade 4

Non se obtiveron datos para a actividade 4 dos alumnos W, Y

No apartado C3.1.2 fíxose a descripción das respuestas aceptables, onde se pode ver que consisten nunha axeitada transposición gráfica das liñas do caderado ao paralelogramo, o que explica a abundancia de relacións activadas.

O alumno F (e, en menor medida, os alumnos A e B) destacan pola cantidade de relacións correctas activadas, fronte aos alumnos E e C que praticamente non activaron ningunha.

En canto aos items da proba, resultaron sumamente produtivos os tres primeiros, talvez debido a que neles se produce unha relación directa entre as relacións xeométricas das gráficas espazotemporais (como a orixe, a linealidade e o paralelismo) e as propiedades físicas que estas representan (o comezo das medidas, a uniformidade do movemento e a igualdade de velocidades). Compróbase tamén o indicado anteriormente para os items más produtivos da táboa 3.1: que non sempre son os más efectivos en inducir a activación das relacións posibles. Vemos que o item e, potencialmente capaz de inducir a activación de catro relacións (n, i, h, m), ofrece uns resultados menores que os restantes items para cada relación, ainda que en conxunto é o item desta actividade no que máis relacións se activan (20 en total).

En conxunto, a proba resultou ser bastante produtiva, ao activárense a metade (80 dun total potencialmente posible de 176 relacións para os 22 alumnos dos que se obtiveron datos)

Actividade 5: Sistema de Referencia Terra-Lúa (Galileo)

Nesta actividade pódese activar a relación k (na que se identifica a suma clásica de velocidades) nos items b, c1, c4.

Tamén se poden activar as relacións d , f , g , nas que se identifican e miden as magnitudes tempo, velocidade e o equilibrio de masas na figura xeométrica da transformación de Galileo (o paralelogramo de base horizontal antes mencionado), e que teñen unha disposición horizontal na parte esquerda do esquema de Galileo (diagrama 3.1), mediante os items c2, c1 e c3, respectivamente, así como as relacións o , u , p , nas que se efectúa a transición lóxica e visual dende a xeometría ata a física para a magnitude velocidade, e que están dispostas verticalmente na parte dereita do esquema de Galileo. (neste caso, son os items c1, c3, a os que potencialmente poden inducir a activación das anteriores relacións por parte dos alumnos).

O sistema de referencia Terra-Lúa, deste xeito, revélase como unha actividade potencialmente frutífera para a activación de relacións do esquema de Galileo.

R	it	Descripción resumida	A	B	D	F	G	H	L	M	N	O	P	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	Σ
u	a	2 cápsulas que saen simult da T e da L	x			x					x	x			x								5
k	b	nave alieníx de 300Mm lonx parada entre T e L.	x	x	x	x				x	x		x	x									8
o	c1	vs levan os 2 rs luz alieníx no noso SR.? lóx.			x			x			x	x	x										5
k	c1	vs levan os 2 rs luz alieníx no noso SR.? suma			x			x			x	x	x										5
f	c1	posibilidade de que as velocs fosen iguais?															x	x		x			3
d	c2	Cánto tardan en desint os áts no noso SR?. gráf	x	x		x	x		x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x		13
p	c3	Continúa o cdm no pto medio das cáps? Lóx.	x	x		x	x		x	x				x	x		x	x	x	x	x	x	13
g	c3	Continúa o cdm no pto medio das cáps? gráf.	x	x		x	x		x	x				x	x		x	x	x	x	x	x	13
k	c4	Cánto mide a dist entre T e L no noso SR?.gráf.		x		x	x		x	x				x	x		x						8
		Σ	5	5	1	8	4	0	6	3	2	2	4	7	7	1	5	4	1	4	2	2	73

Táboa 3.5: Baleirado dos resultados da actividade 5

Non se obtiveron datos para a actividade 5 dos alumnos C, E, I

O alumno F (e, en menor medida, R e S) destaca pola cantidade de relacións galileanas activadas, mentres que, no outro extremo, o alumno H (e, en menor medida, D, T e W) non consegue activar ningunha relación, nesta actividade.

Dimensionado da fase inicial: Relacións activadas

Na táboa 3.6 recóllese as relacións activadas polo alumnado ao longo das diversas probas da fase previa.

A táboa recolle, na columna da esquerda (identificada pola letra R), a lista ordenada de relacións do esquema de Galileo. Cada relación da columna R está indicada mediante unha letra minúscula, de

acordo ao diagrama 3.1, e na seguinte columna aparece unha breve descripción resumida de cada unha das relacións.

Na fila superior da táboa 3.6 preséntanse os alumnos, identificados mediante cadansúa letra maiúscula. A ordenación do alumnado faise por orde decrecente de relacións activadas, destacando os alumnos F, S, L e P na esquerda e D, C e E na dereita da táboa.

No corpo da táboa indícase mediante aspas o feito de que un determinado alumno activase unha determinada relación en calquera das actividades da fase inicial na que isto era posible. Neste sentido, a táboa 3.6 constitúe un baleirado das táboas 3.2, 3.3, 3.4 e 3.5, no que xa non se identifican as actividades concretas nas que se produciron as activacións detectadas.

Na columna da dereita (marcada coa letra f) reflíctese a frecuencia de activación para cada relación, e na fila inferior denótase coa letra grega Σ a suma das relacións activadas por cada alumno ao longo destas actividades, e que son as utilizadas para colocar aos alumnos en sentido decrecente.

R	Relacións / Alumnos	F	S	L	P	O	R	U	Y	A	M	B	V	X	G	I	K	N	T	W	H	Z	D	C	E	f	
r	Gráf et: “t” mídese en vertical				x		x									x										3	
s	Gráf et: “e” mídese en horizontal							x	x					x	x			x	x							6	
t	V no et: inclinac respecto da vertical	x	x	x	x			x	x				x			x	x									9	
u	M relat: posic horiz do cdm nun choque	x			x	x		x	x	x	x						x	x		x						10	
c	Tr Galileo: romboide horiz	x	x	x	x	x	x				x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	17		
d	Tr. de Galil: mantén as alturas (t)	x	x	x	x		x	x		x		x	x	x	x	x	x	x	x							13	
e	Tr de Galil: a base permanece	x	x	x		x	x	x		x	x	x		x	x		x	x						x		13	
f	Máx incl na tr de Galil: liña horiz	x	x	x		x	x		x		x					x	x									9	
g	Tr. de Galil: cdm sempre no medio	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x		17		
h	$t' = t$				x					x		x														3	
i	$e' = e$	x				x																					2
k	Tr Gal: S' suma v en horizontal	x	x	x	x		x																				5
l	Choque asim: Ec non despraza cdm		x		x			x	x							x	x	x								7	
m	Lóxica clásica: tempo absoluto	x	x	x	x	x	x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	20		
n	Lóxica clásica: a lonxitude é cte.	x	x	x		x	x			x		x					x									8	
o	Lóxica clás: non hai lím de veloc	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x									11		
p	Lóx. clás: Ec non inflúe no Eq de m	x	x	x			x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	13		
	Σ	12	12	11	11	10	10	10	9	8	8	7	7	7	7	6	6	6	6	5	5	3	3	2	1	1	166

Táboa 3.6: Dimensionado da fase previa por relacións

O carácter absoluto do tempo (relación m) resultou ser o concepto galileano cun maior grao de

activación ($f = 20$), o cal dá idea do carácter fortemente ontolóxico desta crenza de tipo clásico e intuitivo. As relacións c , g , con $f = 17$, son as seguintes en orde decrecente de activacións. A relación c refirese á forma do paralelogramo horizonteal da transformación de Galileo, e a súa omnipresencia nestas actividades fundamentalmente visuais non produce extrañeza, ao revés da relación g , na que se poñen de manifesto interesantes coñecementos físicos sobre o equilibrio de masas, que serán posteriormente necesarios para poder chegar a interpretar a equivalencia entre masa e enerxía a partir das gráficas espazotemporais na transformación de Lorentz.

A igualdade de lonxitudes entre o sistema de referencia inicial e o transformado segundo Galileo (relación i) obtivo o menor número de activacións ($f = 2$), tal vez polo seu carácter de obviedade que non precisa demostración nin require de especial atención. O mesmo acontece coa relación h , referida aos tempos.

C3.2.2. Transformación dos datos: Establecemento de niveis

A continuación, procédese a un proceso secuenciado de redución destes datos até poder caracterizar os diversos niveis de pensamento mediante os correspondentes esquemas. No comezo do apartado C3.2.1 xa foron sinalados o procedemento e a intención xerais deste proceso, polo que neste apartado procederemos a realizar os pasos indicados aplicándooos aos resultados concretos obtidos na fase inicial e recollidos na táboa 3.6.

Esta secuencia de redución será tamén seguida ao longo dos seguintes capítulos, o que permitirá dotar dun certo grao de obxectividade aos resultados obtidos. Deste xeito, tentarase minimizar a influencia do punto de vista subxectivo do investigador no proceso que leva dende o conxunto de datos recollidos en cada fase ata o establecemento de niveis nos que se estratifican os alumnos en función do grao de activación das relacións do esquema referencial

En primeiro lugar, procédese a encadrar as relacións activadas polos alumnos nunha serie de mini-táboas, nas cales se distribúen as relacións de acordo coa posición gráfica que ocupan no esquema de referencia. Para iso, na táboa seguinte pódese observar, en primeiro lugar, a posición de cada relación, indicada pola mesma letra identificativa que ten no esquema de referencia, e dita posición vaise manter nas restantes táboas, unha para cada alumno:

Relacións activadas na fase previa, recollidas en taboíñas individuais (Táboa 3.7)

No vértice inferior esquierdo de cada taboíña () indícase o alumno mediante a letra correspondente.

<table border="1"> <tr><td>r</td><td>s</td><td>t</td><td>u</td></tr> <tr><td>c</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>d</td><td>e</td><td>f</td><td>g</td></tr> <tr><td>h</td><td>i</td><td>k</td><td>l</td></tr> <tr><td>m</td><td>n</td><td>o</td><td>p</td></tr> <tr><td>W</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	r	s	t	u	c				d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p	W				<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>F</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>				X		X			X	X	X	X		X	X		X	X	X	X	F				<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>S</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>			X			X			X	X	X	X			X	X	X	X	X	X	S				<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>L</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>			X			X			X	X	X	X			X		X	X	X	X	L				<table border="1"> <tr><td>X</td><td></td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td>P</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	X		X	X		X			X			X	X		X	X	X		X		P																											
r	s	t	u																																																																																																																																																	
c																																																																																																																																																				
d	e	f	g																																																																																																																																																	
h	i	k	l																																																																																																																																																	
m	n	o	p																																																																																																																																																	
W																																																																																																																																																				
			X																																																																																																																																																	
	X																																																																																																																																																			
X	X	X	X																																																																																																																																																	
	X	X																																																																																																																																																		
X	X	X	X																																																																																																																																																	
F																																																																																																																																																				
		X																																																																																																																																																		
	X																																																																																																																																																			
X	X	X	X																																																																																																																																																	
		X	X																																																																																																																																																	
X	X	X	X																																																																																																																																																	
S																																																																																																																																																				
		X																																																																																																																																																		
	X																																																																																																																																																			
X	X	X	X																																																																																																																																																	
		X																																																																																																																																																		
X	X	X	X																																																																																																																																																	
L																																																																																																																																																				
X		X	X																																																																																																																																																	
	X																																																																																																																																																			
X			X																																																																																																																																																	
X		X	X																																																																																																																																																	
X		X																																																																																																																																																		
P																																																																																																																																																				
<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td>O</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>			X	X		X			X	X	X			X			X	X	X		O				<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>R</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>						X			X	X	X	X			X		X	X	X	X	R				<table border="1"> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td>U</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	X	X	X	X		X			X	X		X			X		U				<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>Y</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>			X	X			X	X			X	X			X	X	Y				<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td>A</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>				X		X			X			X			X		A																																							
		X	X																																																																																																																																																	
	X																																																																																																																																																			
X	X	X																																																																																																																																																		
	X																																																																																																																																																			
X	X	X																																																																																																																																																		
O																																																																																																																																																				
	X																																																																																																																																																			
X	X	X	X																																																																																																																																																	
		X																																																																																																																																																		
X	X	X	X																																																																																																																																																	
R																																																																																																																																																				
X	X	X	X																																																																																																																																																	
	X																																																																																																																																																			
X	X		X																																																																																																																																																	
		X																																																																																																																																																		
U																																																																																																																																																				
		X	X																																																																																																																																																	
		X	X																																																																																																																																																	
		X	X																																																																																																																																																	
		X	X																																																																																																																																																	
Y																																																																																																																																																				
			X																																																																																																																																																	
	X																																																																																																																																																			
X			X																																																																																																																																																	
		X																																																																																																																																																		
A																																																																																																																																																				
<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td>M</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>				X		X			X	X	X						X	X	X		M				<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td>B</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>						X			X	X	X						X	X	X		B				<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>V</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>			X			X			X			X			X	X	X			X	V				<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>G</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>			X			X			X			X			X	X	X			X	X			X	X			X	X			X	G				<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>W</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>						X			X	X	X						X			X				X				X				X	W			
			X																																																																																																																																																	
	X																																																																																																																																																			
X	X	X																																																																																																																																																		
X	X	X																																																																																																																																																		
M																																																																																																																																																				
	X																																																																																																																																																			
X	X	X																																																																																																																																																		
X	X	X																																																																																																																																																		
B																																																																																																																																																				
		X																																																																																																																																																		
	X																																																																																																																																																			
X			X																																																																																																																																																	
		X	X																																																																																																																																																	
X			X																																																																																																																																																	
V																																																																																																																																																				
		X																																																																																																																																																		
	X																																																																																																																																																			
X			X																																																																																																																																																	
		X	X																																																																																																																																																	
X			X																																																																																																																																																	
X			X																																																																																																																																																	
X			X																																																																																																																																																	
X			X																																																																																																																																																	
G																																																																																																																																																				
	X																																																																																																																																																			
X	X	X																																																																																																																																																		
X			X																																																																																																																																																	
			X																																																																																																																																																	
			X																																																																																																																																																	
			X																																																																																																																																																	
W																																																																																																																																																				
<table border="1"> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>I</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		X				X			X	X	X					X				X	I				<table border="1"> <tr><td>X</td><td></td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>K</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	X		X	X			X										X	X			K				<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>N</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>						X			X	X	X					X	X				N				<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>T</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>			X	X		X			X			X			X	X	X			X	T				<table border="1"> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>W</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		X				X			X			X				X	X			X				X				X	W																			
	X																																																																																																																																																			
	X																																																																																																																																																			
X	X	X																																																																																																																																																		
			X																																																																																																																																																	
			X																																																																																																																																																	
I																																																																																																																																																				
X		X	X																																																																																																																																																	
		X																																																																																																																																																		
X	X																																																																																																																																																			
K																																																																																																																																																				
	X																																																																																																																																																			
X	X	X																																																																																																																																																		
			X																																																																																																																																																	
X																																																																																																																																																				
N																																																																																																																																																				
		X	X																																																																																																																																																	
	X																																																																																																																																																			
X			X																																																																																																																																																	
		X	X																																																																																																																																																	
X			X																																																																																																																																																	
T																																																																																																																																																				
	X																																																																																																																																																			
	X																																																																																																																																																			
X			X																																																																																																																																																	
			X																																																																																																																																																	
X			X																																																																																																																																																	
			X																																																																																																																																																	
			X																																																																																																																																																	
W																																																																																																																																																				
<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>H</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>				X		X											X				H				<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>Z</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>				X			X										X				Z				<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>D</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>			X			X											D				<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>C</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>			X			X											C				<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>E</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>				X			X										E																																							
			X																																																																																																																																																	
	X																																																																																																																																																			
X																																																																																																																																																				
H																																																																																																																																																				
			X																																																																																																																																																	
		X																																																																																																																																																		
X																																																																																																																																																				
Z																																																																																																																																																				
		X																																																																																																																																																		
	X																																																																																																																																																			
D																																																																																																																																																				
		X																																																																																																																																																		
	X																																																																																																																																																			
C																																																																																																																																																				
			X																																																																																																																																																	
		X																																																																																																																																																		
E																																																																																																																																																				

Táboa 3.7

A continuación, procédere a identificar os grupos de relacións máis significativas, agrupando entre si aquelas relacións que teñen características semellantes. Pódese ver nas seguintes táboas cómo se fixo. A partir das 18 relacións do esquema (Táboa 3.8), agrúpanse os resultados dos alumnos por grupos de relacións (Táboa 3.9) e obtemos unha táboa 3x3 na que se recollen os 9 grupos de relacións ordenados do seguinte xeito (Táboa 3.10):

Por columnas: espazo e tempo – velocidad – masa e enerxía

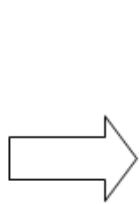
Por filas: Gráficas *et* – Transformación de Galileo – Física Clásica.

Podemos agora presentar, igual que antes, os resultados de cada alumno, en taboíñas ordenadas como foi indicado. Considerouse activado un grupo de relacións cando se activou polo menos a metade das relacións do mesmo, xa que un grao de activación menor podería ser froito da casualidade ou dunha interpretación excesivamente xenerosa por parte do investigador. Para os casos dubidosos, tivéronse en conta tamén os erros ou manifestacións incorrectas que puidesen producirse, como criterio para non considerar activado o grupo de relacións de que se trate.

Nas tres táboas seguintes descríbese dun xeito gráfico a esencia do proceso polo que se obtiveron os grupos de relacións. Na táboa 3.8 recóllense as 18 relacións ordeadas de acordo á posición das mesmas no esquema de Galileo, e na esquina inferior esquerda aparece unha figuriña humana que indica que nesa casilla vai a letra maiúscula identificativa de cada alumno, pois estas son táboas individuais.

r	s	t	u
c			
d	e	f	g
h	i	k	l
m	n	o	p
■	w		

Táboa 3.8



r, s	t	u
c, d, e, h, i	f, k	g, l
m, n	o, w	p
■		

Táboa 3.9



Visualización do espazo e o tempo nas gráficas	Visualización da velocidad nas gráficas	Visualización da masa nas gráficas
Espazo e tempo na transformación de Galileo	Velocidade na transformación de Galileo	Masa e enerxía na transformación de Galileo
Espazo e tempo clásicos	Velocidade clásica	Masa e enerxía clásicas
■: ALUMNO/A		

Táboa 3.10

O paso á táboa 3.9 faise agrupando as relacións que teñen um maior grao de afinidade, para constituir grupos de relacións que se pretende teñan unha relevancia e complexidade conceptual semellantes dende o punto de vista da intervención realizada. Por esa razón, por exemplo, agrupamos as relacións *c, d, e, h, i* nun mesmo grupo (que denominaremos *espazo e tempo na transformación de Galileo*), mentres que a relación *p* constitúe por sí mesma um grupo,

denominado *masa e enerxía clásicas*. Ese aparente desequilibrio na composición dos grupos non é tal se temos en conta a relevancia e complexidade conceptuais do concepto de masa e enerxía frente aos de espazo e tempo. Os nove grupos así formados identifícanse na táboa 3.10.

Unha vez descrito o proceso que seguiremos para reducir os datos dende as táboas de 18 relacións ata as taboíñas de nove grupos de relacións, procederemos a aplicalo no caso concreto dos resultados obtidos na análise da fase previa. Como foi dito anteriormente, consideramos activado un grupo de relacións cando se activou cando menos a metade das mesmas, matizando algúns casos dubidosos mediante a cantidade de manifestacións incorrectas ou erróneas do alumno correspondente.

A táboa xeral resultante é a seguinte (Táboa 3.11):

	<table border="1"><tr><td></td><td></td><td>x</td></tr><tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr><tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr><tr><td>F</td><td></td><td></td></tr></table>			x	x	x	x	x	x	x	F			<table border="1"><tr><td></td><td>x</td><td></td></tr><tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr><tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr><tr><td>S</td><td></td><td></td></tr></table>		x		x	x	x	x	x	x	S			<table border="1"><tr><td></td><td>x</td><td></td></tr><tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr><tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr><tr><td>L</td><td></td><td></td></tr></table>		x		x	x	x	x	x	x	L			<table border="1"><tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr><tr><td>x</td><td></td><td>x</td></tr><tr><td>x</td><td>x</td><td></td></tr><tr><td>P</td><td></td><td></td></tr></table>	x	x	x	x		x	x	x		P														
		x																																																														
x	x	x																																																														
x	x	x																																																														
F																																																																
	x																																																															
x	x	x																																																														
x	x	x																																																														
S																																																																
	x																																																															
x	x	x																																																														
x	x	x																																																														
L																																																																
x	x	x																																																														
x		x																																																														
x	x																																																															
P																																																																
<table border="1"><tr><td></td><td>x</td><td>x</td></tr><tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr><tr><td>x</td><td>x</td><td></td></tr><tr><td>O</td><td></td><td></td></tr></table>		x	x	x	x	x	x	x		O			<table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr><tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr><tr><td>R</td><td></td><td></td></tr></table>				x	x	x	x	x	x	R			<table border="1"><tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr><tr><td>x</td><td></td><td>x</td></tr><tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr><tr><td>U</td><td></td><td></td></tr></table>	x	x	x	x		x	x	x	x	U			<table border="1"><tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr><tr><td></td><td>x</td><td>x</td></tr><tr><td></td><td>x</td><td>x</td></tr><tr><td>Y</td><td></td><td></td></tr></table>	x	x	x		x	x		x	x	Y			<table border="1"><tr><td></td><td></td><td>x</td></tr><tr><td>x</td><td></td><td>x</td></tr><tr><td>x</td><td></td><td>x</td></tr><tr><td>A</td><td></td><td></td></tr></table>			x	x		x	x		x	A		
	x	x																																																														
x	x	x																																																														
x	x																																																															
O																																																																
x	x	x																																																														
x	x	x																																																														
R																																																																
x	x	x																																																														
x		x																																																														
x	x	x																																																														
U																																																																
x	x	x																																																														
	x	x																																																														
	x	x																																																														
Y																																																																
		x																																																														
x		x																																																														
x		x																																																														
A																																																																
<table border="1"><tr><td></td><td></td><td>x</td></tr><tr><td></td><td>x</td><td>x</td></tr><tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr><tr><td>M</td><td></td><td></td></tr></table>			x		x	x	x	x	x	M			<table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>x</td><td></td><td>x</td></tr><tr><td>x</td><td></td><td>x</td></tr><tr><td>B</td><td></td><td></td></tr></table>				x		x	x		x	B			<table border="1"><tr><td></td><td>x</td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>x</td></tr><tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr><tr><td>V</td><td></td><td></td></tr></table>		x				x	x	x	x	V			<table border="1"><tr><td>x</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr><tr><td>X</td><td></td><td></td></tr></table>	x						x	x	x	X			<table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>x</td><td></td><td>x</td></tr><tr><td>x</td><td></td><td>x</td></tr><tr><td>G</td><td></td><td></td></tr></table>				x		x	x		x	G		
		x																																																														
	x	x																																																														
x	x	x																																																														
M																																																																
x		x																																																														
x		x																																																														
B																																																																
	x																																																															
		x																																																														
x	x	x																																																														
V																																																																
x																																																																
x	x	x																																																														
X																																																																
x		x																																																														
x		x																																																														
G																																																																
<table border="1"><tr><td>x</td><td></td><td></td></tr><tr><td>x</td><td>x</td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>I</td><td></td><td></td></tr></table>	x			x	x					I			<table border="1"><tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>x</td><td></td><td></td></tr><tr><td>K</td><td></td><td></td></tr></table>	x	x	x				x			K			<table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr><tr><td>x</td><td></td><td></td></tr><tr><td>N</td><td></td><td></td></tr></table>				x	x	x	x			N			<table border="1"><tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>x</td><td></td><td></td></tr><tr><td>T</td><td></td><td></td></tr></table>	x	x	x				x			T			<table border="1"><tr><td>x</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td>x</td><td></td></tr><tr><td>x</td><td></td><td></td></tr><tr><td>W</td><td></td><td></td></tr></table>	x				x		x			W		
x																																																																
x	x																																																															
I																																																																
x	x	x																																																														
x																																																																
K																																																																
x	x	x																																																														
x																																																																
N																																																																
x	x	x																																																														
x																																																																
T																																																																
x																																																																
	x																																																															
x																																																																
W																																																																
<table border="1"><tr><td></td><td></td><td>x</td></tr><tr><td>x</td><td></td><td></td></tr><tr><td>x</td><td></td><td></td></tr><tr><td>H</td><td></td><td></td></tr></table>			x	x			x			H			<table border="1"><tr><td></td><td></td><td>x</td></tr><tr><td>x</td><td></td><td>x</td></tr><tr><td>x</td><td></td><td>x</td></tr><tr><td>Z</td><td></td><td></td></tr></table>			x	x		x	x		x	Z			<table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>D</td><td></td><td></td></tr></table>										D			<table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>C</td><td></td><td></td></tr></table>										C			<table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>x</td><td></td><td></td></tr><tr><td>x</td><td></td><td></td></tr><tr><td>E</td><td></td><td></td></tr></table>				x			x			E		
		x																																																														
x																																																																
x																																																																
H																																																																
		x																																																														
x		x																																																														
x		x																																																														
Z																																																																
D																																																																
C																																																																
x																																																																
x																																																																
E																																																																

Táboa 3.11

A continuación, procédere a agrupar estas taboíñas en niveis, en función do número de grupos de relacións activadas:

Para o establecemento desta serie de niveis, procuramos facer unha distribución compensada do salto conceptual entre cada nivel e o seguinte, tendo en conta que ao establecer os grupos de relacións procuramos que fosen equivalentes na súa relevancia para a investigación. Partindo desta premisa, o único que resta é decidir a cuntos grupos corresponde cada salto de nivel. Pensamos que un único grupo entre cada nivel é pouco significativo, mentres que con tres grupos fanse saltos demasiado abruptos, e os datos non se separarían dun xeito satisfactorio para facer unha análise. Por ditas razóns, pareceunos aconsellable establecer dous grupos de relacións como a medida para o salto dun nuvel ao seguinte. Dado que temos 9 grupos de relacións, e debemos contemplar o caso en que non se active significativamente ningún deles, ao aplicar a norma anterior definiremos os cinco niveis seguintes, nos que a medida que imos descendendo vai aumentando a separación do esquema do alumno co do esquema de referencia. Deste xeito, o nivel 5 correspondería a esquemas cunha coincidencia mpoi grande co esquema de referencia, mentres que o nivel 1 corresponde a esquemas nos que se activaron moi poucas das relacións do esquema referencial.

Nivel 5: Activáronse de 8 a 9 grupos de relacións

Nivel 4: Activáronse de 6 a 7 grupos de relacións

Nivel 3: Activáronse de 4 a 5 grupos de relacións

Nivel 2: Activáronse de 2 a 3 grupos de relacións

Nivel 1: Activáronse de 0 a 1 grupos de relacións

Unha vez definidos os criterios para establecer os niveis, aplicarémoslos aos resultados que fomos obtendo no proceso de redución dos datos. Para elo, xuntaremos as taboíñas que correspondan a un mesmo nivel, e dentro de cada nivel estableceríonse unha serie de subniveis.

Para o establecemento de subniveis, acudiremos a un criterio diferente do utilizado para definir os niveis, no que todos os grupos de relacións tiñan un peso semellante. Daremos prioridade, agora, a un conxunto de grupos de relacións que teñen un significado especial para a nosa intención educativa de construír posteriormente a teoría da Relatividade Especial baseándonos nos coñecementos adquiridos nesta fase previa: os que se refiren ao comportamento visual das magnitudes físicas (espazo e tempo, velocidade e masa-enerxía) na transformación de Galileo, xa que será no contraste co comportamento das mesmas magnitudes na transformación de Lorentz onde poderán os alumnos chegar a adquirir a capacidade de comprender e interiorizar os novos resultados.

O mencionado conxunto está constituído por tres grupos de relacións situados na fila central da taboíña 3x3 que recolle os nove grupos de relacións. Para destacar a súa presenza, resáltase cunha cor gris a mencionada faixa. Dentro de cada nivel, e independentemente do número de grupos de relacións activados, agruparemos as taboíñas dos alumnos que presenten un mesmo conxunto destes

grupos centrais, quer constituirán un subnivel diferenciado. O interese destes subniveis non é tanto para medir o grao de distanciamento co esquema de referencia (para iso están os niveis), senón para facilitar a caracterización dos esquemas de pensamento dos alumnos de cada subnivel mediante un esquema prototípico.

O resultado recóllese na Táboa 3.12.

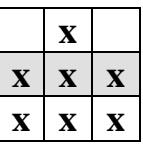
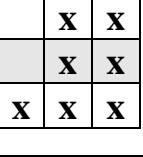
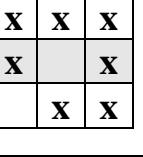
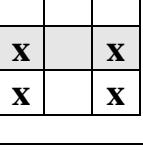
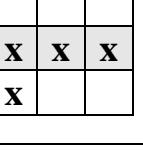
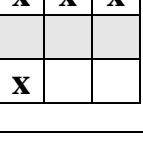
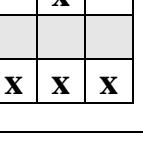
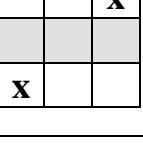
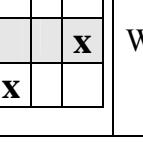
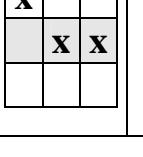
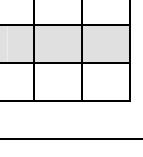
Nivel 4	Subnivel 4c				
	Subnivel 4a			Subnivel 4b	
Nivel 3	Subnivel 3c			Subnivel 3d	
	Subnivel 3a		Subnivel 3b		
Nivel 2	Subnivel 2a		Subnivel 2b		Subnivel 2c
Nivel 1					

Táboa 3.12

Pódese ver que na columna da esquerda se indica o nivel (en orde descendente de 4 a 1, xa que ningún alumno acadou o nivel 5), e as taboíñas de cada nivel sitúase horizontalmente á dereita da mesma, agrupadas de acordo aos subníveis. Par4a os niveis 3 e 4 foi preciso establecer dúas filas horizontais, pola cantidade de taboíñas que presentan. Neste caso, sitúanse na fila superior os subníveis nos que se activaron máis grupos de relacións da faixa gris central.

Posteriormente, identificase cada subnível mediante unha taboíña, procurando que sexa o máis representativa posible dos diversos casos que se agrupan no mesmo.

Temos deste xeito (Táboa 3.13) representado cada nivel mediante a taboíña 3x3 correspondente.

		i4c		F, L, O, R, S						
I4		i4a		M, Y	i4b		P, U			
		i3c		A, B, G	i3d		N			
i3		i3a		K, T	i3b		V, X			
		i2a		H	i2b		W, Z	i2c		I
		i1		C, D,E						

Táboa 3.13

O resultado anterior pódese representar novamente (Táboa 3.14), colocando cada nivel nunha columna (ordenados por orde decrecente de concordancia co esquema de referencia). Nas filas represéntanse os grupos de relacóns, de acordo coa secuencia seguida, e situando no centro (filas grises) os grupos de relacóns que son centrais para esta intervención: as relacóns que expresan a visualización do comportamento das magnitudes físicas no diagrama da transformación de Galileo.

NIVEIS	i4c	i4b	i4a	i3d	i3c	i3b	i3a	i2c	i2b	i2a	i1
ALUMNOS	F,L,O ,R,S	P, U	M, Y	N	A, B, G	V, X	K,T	I	W, Z	H	C, D,E
diagramas de Minkowski: e, t		X					X	X			
v nos diagramas e/t: inclinación	X	X	X			X	X				
M relat: posic. do cdm nun choque		X	X				X			X	
(e, t) na tr. de Galileo: compar. visual	X	X		X	X						
v na tr. de Galileo: compar. visual	X		X	X				X			
m na tr. de Galileo: compar. visual	X	X	X	X	X			X	X		
(e,t) na física clásica: conservación	X		X	X	X	X	X		X	X	
v na física clásica: suma ilimitada	X	X	X			X					
m na física clásica: indep. da E	X	X	X		X	X					

Táboa 3.14: Grupos de relacóns e alumnos ordenados por niveis

Pódese observar que 9 alumnos dun total de 24 (algo máis dun terzo da mostra) conseguén activar significativamente máis de dous terzos dos grupos das relacóns da relatividade clásica do esquema Galileo (nivel 4), mentres que 6 alumnos (a cuarta parte da mostra) non conseguén activar nin unha terceira parte das relacóns clásicas de xeito significativo (niveis 1 e 2).

Este resultado global indica, por unha banda, que a mostra non é homoxenea con respecto ao punto de partida galileano (sobre o que pretendemos construír posteriormente os conceptos da relatividade einsteniana), así como da presenza dunha cantidade significativa de alumnado que non conseguiu un nivel satisfactorio nesta fase previa. Tanto un resultado como o outro dan unha idea das dificultades que poden aparecer ao longo da intervención posterior.

C3.2.3. Descripción dos niveis para a fase previa: relatividade clásica

Finalmente, procédese a describir os diferentes niveis e subniveis que apareceron como resultado das actividades realizadas na fase previa. Para a descripción utilizase o esquema de referencia para

Galileo establecido no apartado C2.1.4 (Diagrama 2.1), e as diferenzas indícanse mediante as correspondentes supresións nas relacións ou subesquemas que non son activados.

Comezaremos polo esquema correspondente ao nivel máis achegado ao esquema de referencia (subnivel 4c), e finalizaremos polo máis afastado do mesmo (nivel 1).

Subnivel 4c

Pódese observar (diagrama 3.2) que neste subnivel aparecen activados praticamente todos os subesquemas e relacións do esquema de referencia, coa excepción da visualización directa do espazo, tempo e masa nos diagramas espazotemporais dun xeito explícito.

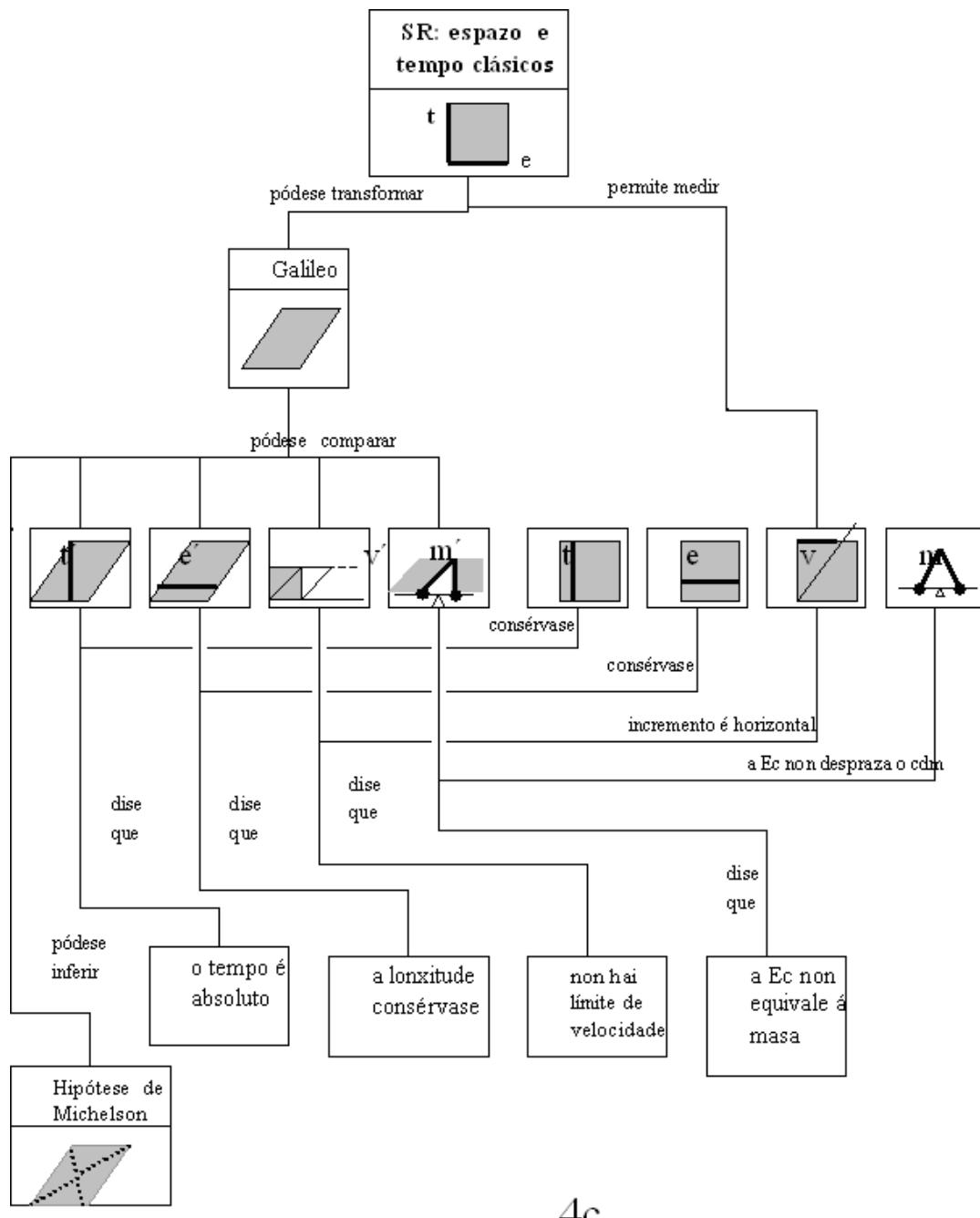


Diagrama 3.2: Esquema correspondente ao subnivel 4c

Ainda que os alumnos deste subnivel non indican explicitamente como se miden as magnitudes físicas nos diagramas espazotemporais, á hora de facer as medicións e comparacións necesarias entre o espazotempo en repouso (cadrado orixinal) e en movemento (paralelogramo de Galileo) aplican ditos coñecementos de xeito correcto. Non deberían ter dificultades para continuar a secuencia didáctica posterior.

O subnivel 4c corresponde aos esquemas de pensamento dos alumnos F, L, O, R, S

Subnivel 4b

Pódese ver no diagrama 3.3 que, neste caso, non se activaron as relacións entre a transformación de Galileo para espazo e tempo e as correspondentes consecuencias de sentido común (parte inferior esquerda da figura)

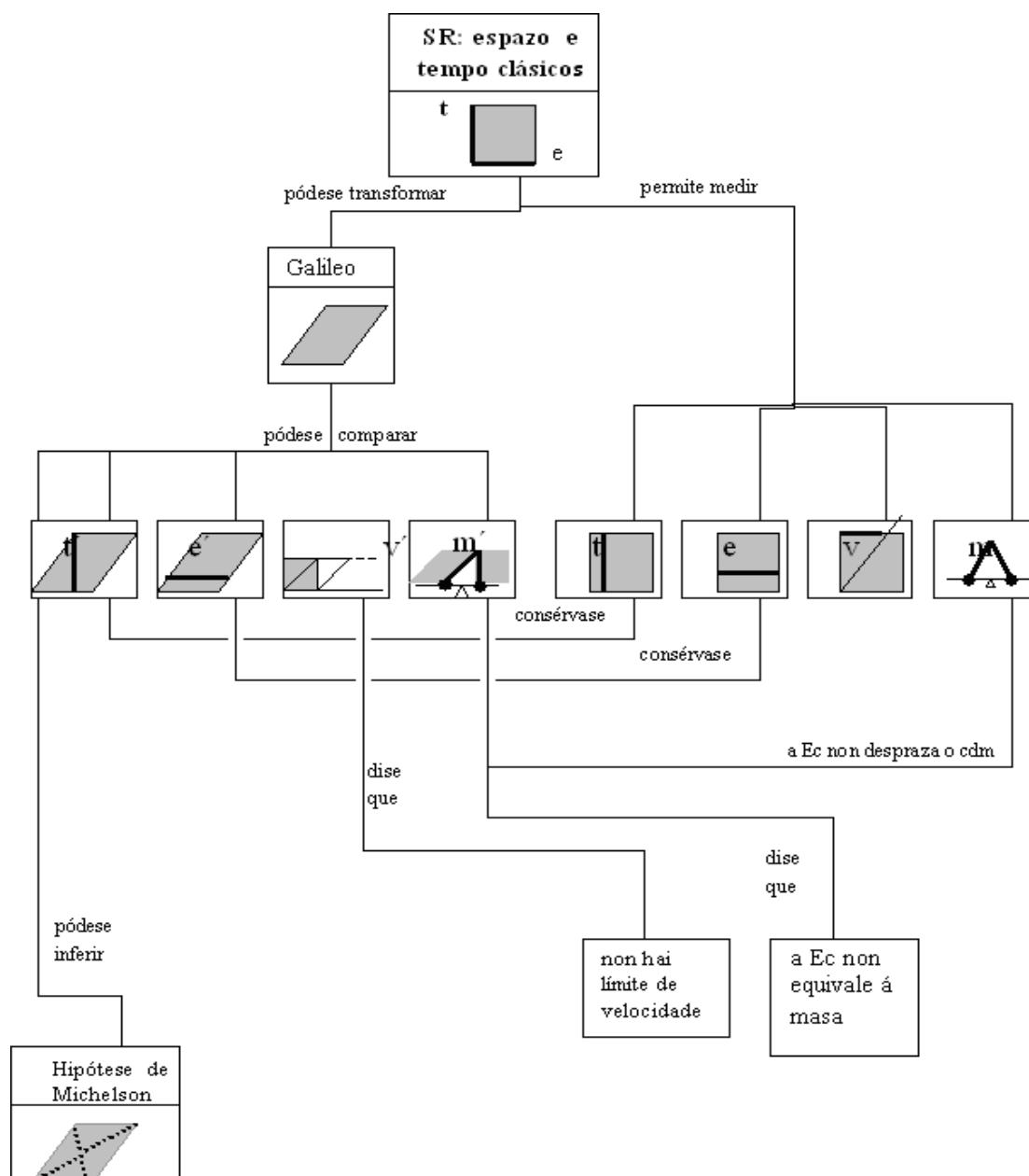


Diagrama 3.3: Esquema correspondente ao subnivel 4b

Ainda que os alumnos estableceron correctamente as relacións de comparación do espazo e o tempo entre as gráficas inicial e transformada, que implican a conservación destas magnitudes nos cambios de sistema de referencia, faltan as relacións nas que se explicita a consecuencia física correspondente. Por esta razón, poderían presentarse dificultades no seguimento da secuencia didáctica posterior, xa que para a construcción da Relatividade Especial de xeito visual será necesario poder extraer consecuencias físicas a partir dos diagramas espazotemporais.

Corresponden ao subnivel 4b o alumno P e a alumna U.

Subnivel 4a

Podemos comprobar (diagrama 3.4) a falta de activación das relacións correspondentes á lectura do tempo e da masa nos diagramas espazotemporais, así como a comparación do espazo e o tempo entre as gráficas en repouso e en movemento (liñas horizontais do centro da figura)..

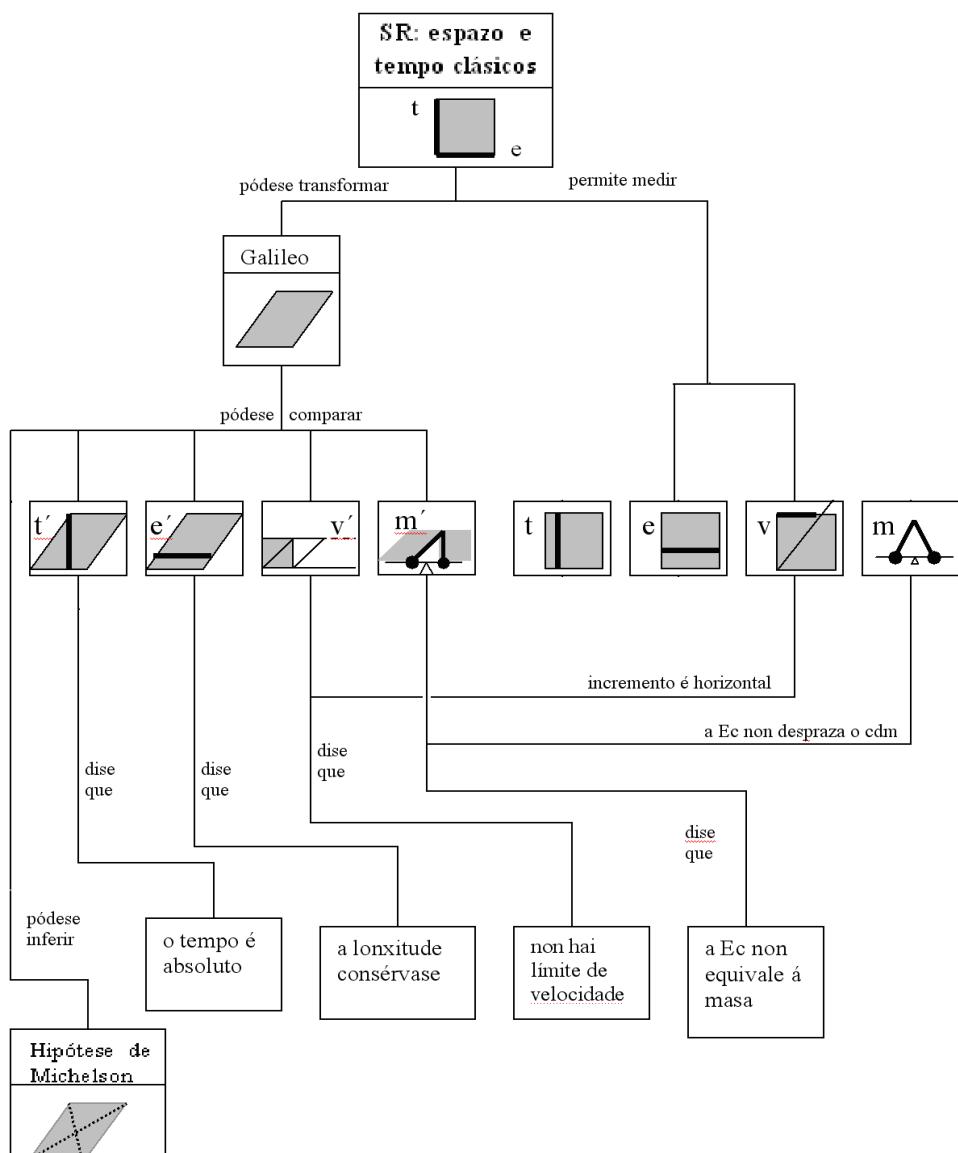


Diagrama 3.4: Esquema correspondente ao subnivel 4a

Os alumnos deste subnível presentan a seguinte dificultade didáctica para a nosa intención educativa posterior: Afirman a existencia dos efectos relativistas clásicos en relación co espazo e o tempo, que son de sentido común, sen facer a análise gráfica visual que se require para extraer estas mesmas consecuencias a partir da información gráfica visual da transformación de Galileo.

Dende o punto de vista da didáctica da relatividade clásica, isto non sería un problema didáctico importante, xa que os alumnos acadan a capacidade de expresar as ideas desexadas. Mais para a intención didáctica da nosa investigación, que consiste en fomentar e aproveitar as capacidades dos alumnos de analizar visualmente as gráficas espazotemporais e de extraer conclusións físicas para construir sobre dita capacidade o edificio conceptual visual da Relatividade especial pode constituir un problema. Será necesario, xa que logo, insistir (especialmente no caso de alumnos destas características) nas primeiras actividades da seguinte fase nas que sexa posible facelo (tales como as prácticas ou os debates) no interese que ten conseguir representar as ideas físicas mediante diagramas espazotemporais.

Corresponden con este subnível 4a o alumno M e a alumna Y

Subnivel 3d

Neste caso, obsérvase no diagrama 3.5 unha total ausencia de relacións correspondentes á lectura de magnitudes nas gráficas espazotemporais (parte superior dereita do esquema), así como á interpretación dos resultados gráficos sobre velocidade e masa como as correspondentes propiedades físicas clásicas: adición de velocidades sen límite e diferenza entre as magnitudes masa e enerxía (na parte inferior dereita da figura).

Tendo en conta que os mencionados efectos cobrarán gran interese didáctico en relación coa comprensión posterior dos efectos relativistas referidos á velocidade, á masa e á enerxía, a ausencia de activación destas relacións pode reportar dificultades para a comprensión posterior de efectos como a xeometría do Universo en expansión, a enerxía nuclear, etc.

Porén, neste subnível amósase unha estrutura de pensamento completa en relación coa visualización e interpretación das gráficas espazotemporais para as magnitudes más básicas e fundamentais, o tempo e o espazo. Xa que logo, poderemos agardar un desempeño aceptable á hora de interpretar ditas magnitudes na Relatividade Especial.

O subnível 3d corresponde aos esquemas de pensamento do alumno N

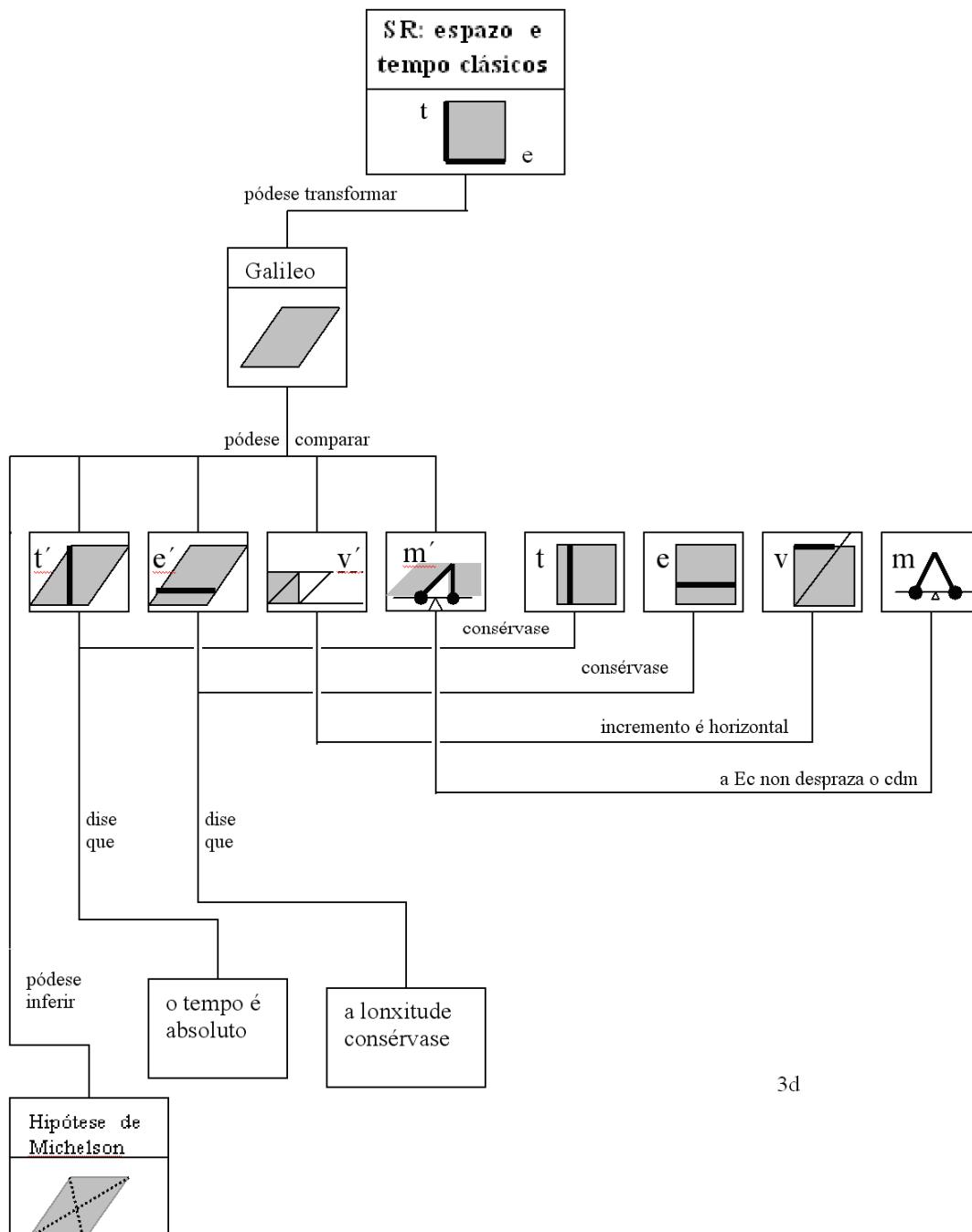


Diagrama 3.5: Esquema correspondente ao subnível 3d

Subnivel 3c

Novamente (diagrama 3.6) desaparecen as lecturas das magnitudes física nos diagramas espazotemporais (parte superior dereita do esquema), así como a comparación entre as velocidades na gráfica en repouso e a gráfica da transformación de Galileo (liña horizontal ausente na parte central da figura)..

Deste xeito, os alumnos deste subnivel chegan ás conclusóns correctas en relación co comportamento das magnitudes físicas na relatividade clásica (parte inferior da figura) a partir de

consideracións xeométricas, ainda que non explicitasen a forma na que se visualizan as mesmas magnitudes nos diagramas espazotemporais en xeral (conxunto de relacións ausentes na parte superior dereita do esquema).. Tampouco se indica cal serán o resultado esperado do experimento de Michelson de acordo coa relatividade clásica (liña vertical da esquerda).

As relacións ausentes neste diagrama, xa que logo, non se consideran especialmente significativas, ao estaren substituidas de xeito implícito polas relacións da parte esquerda, polo que é de agardar un só desempeño destes alumnos nas actividades posteriores, correspondentes á construcción visual da Relatividade Especial.

O subnivel 3c corresponde aos esquemas de pensamento dos alumnos A, B, G

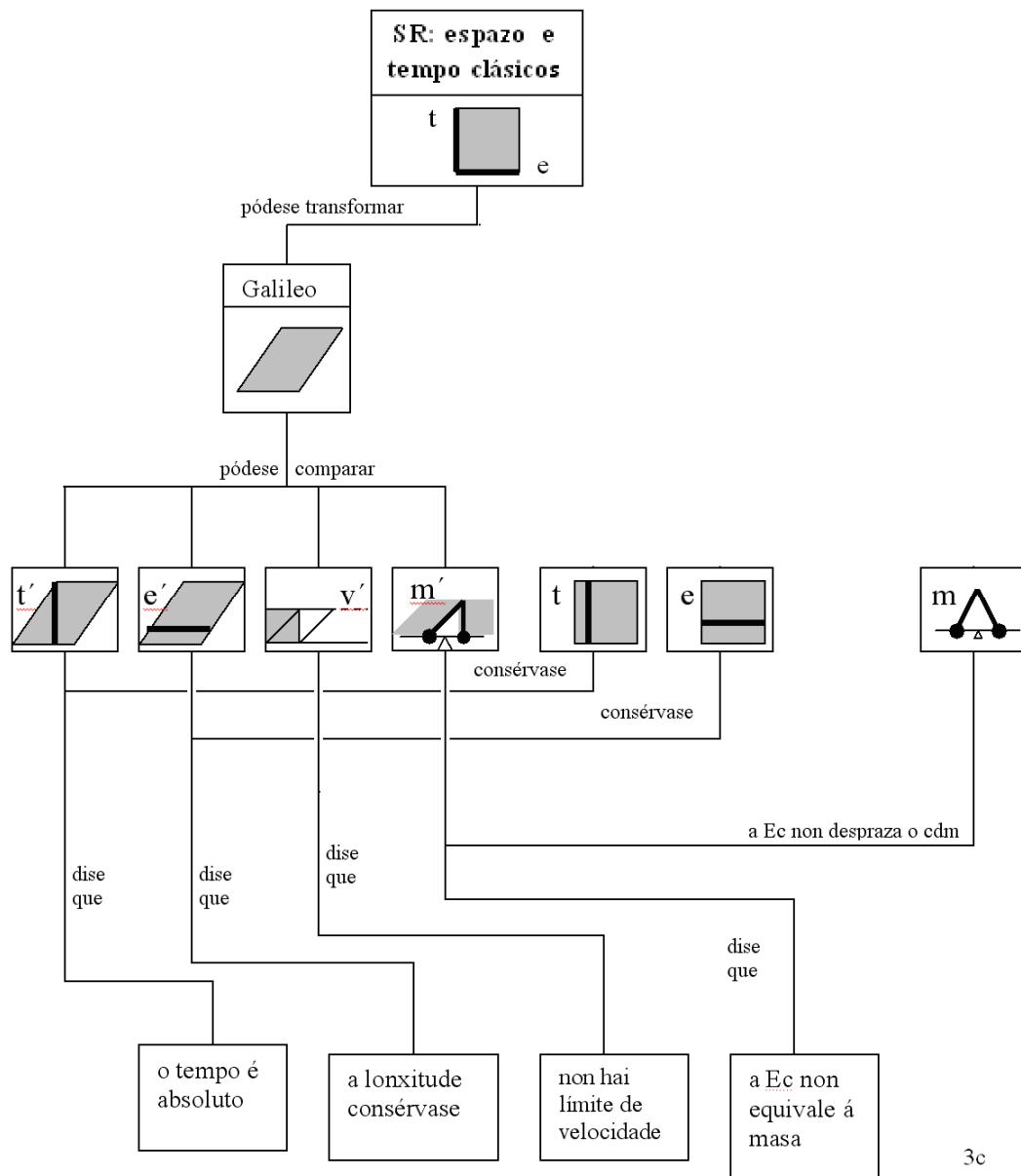


Diagrama 3.6: Esquema correspondente ao subnivel 3c

Subnivel 3b

Obsérvase no diagrama 3.7 unha falta xeralizada de activacións na parte dereita do esquema, referida á lectura e interpretación física dos diagramas espazotemporais, manténdose a parte esquerda, que corresponde coas relacións entre a transformación de Galileo e as propiedades clásicas das magnitudes físicas. Tampouco se explicita a forma xeométrica da transformación de Galileo (parte superior esquerda da figura).

A falta de visualización das magnitudes físicas nos diagramas espazotemporais pode ter como consecuencia unha asimilación incompleta das nocións relativistas adquiridas con posterioridade sobre estas mesmas magnitudes.

O subnivel 3b corresponde aos esquemas de pensamento do alumno V e a alumna X

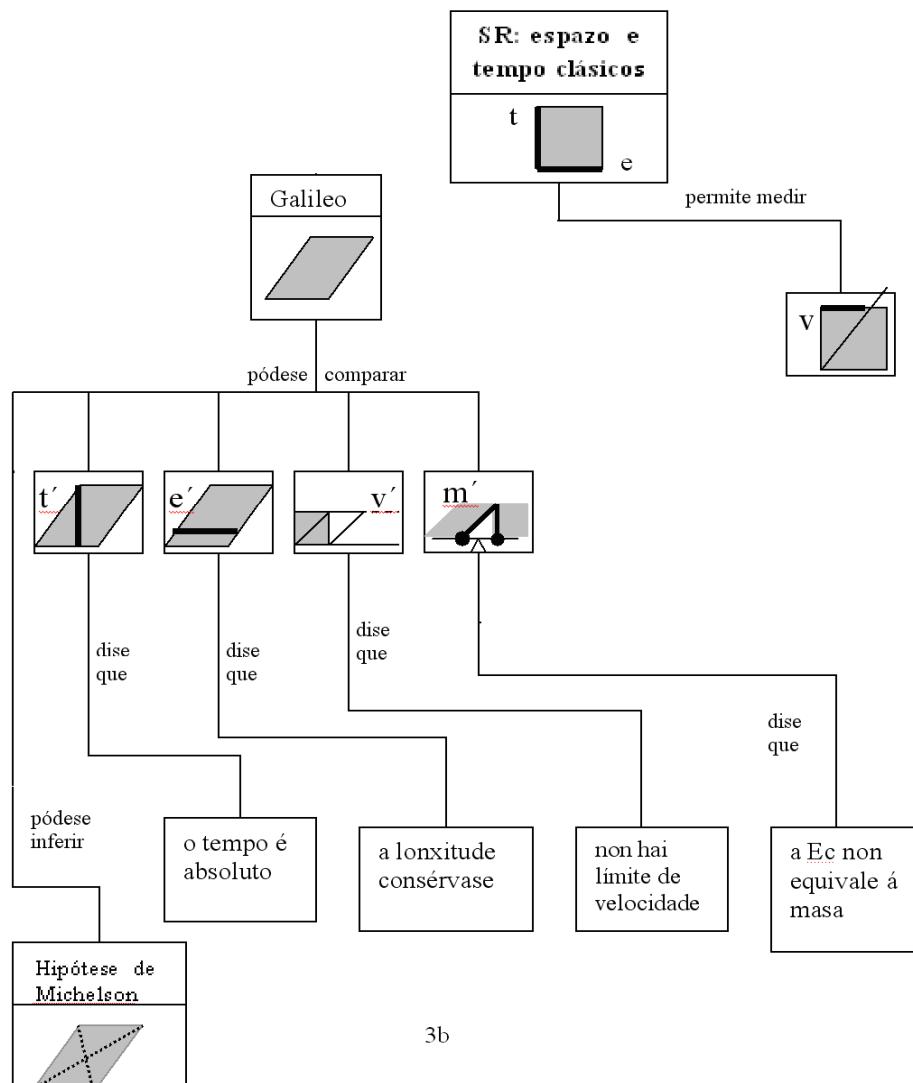


Diagrama 3.7: Esquema correspondente ao subnivel 3b

Subnivel 3a

Obsérvase no diagrama 3.8 unha desconexión entre as partes dereita e esquerda do esquema de referencia (falta o conxunto de catro liñas horizontais correspondentes ás relacións nas que se compara o comportamento das magnitudes físicas nos diagramas en repouso (fila de cadrados da parte dereita do esquema) e en movemento (paralelogramos da esquerda). A parte dereita, de interpretación visual das magnitudes físicas nos diagramas espazotemporais, aparece completa, mais a parte esquerda non contén as relacións nin os subesquemas correspondentes á velocidade e a masa. Tampouco se fai explícita a forma xeométrica da transformación de Galileo, nin se indica cal será o resultado esperado para o experimento de Michelson na relatividade clásica.

A conexión entre a parte dereita do esquema (física en repouso) e a parte esquerda (física en movemento) constitúe unha parte esencial do pensamento físico en relación coa teoría da relatividade, polo que as carencias detectadas, ainda que o sexan na fase previa (relatividade clásica), de persistiren ao longo da intervención poden provocar unha falta de significación dos coñecementos adquiridos.

O subnivel 3a corresponde aos esquemas de pensamento dos alumnos K, T

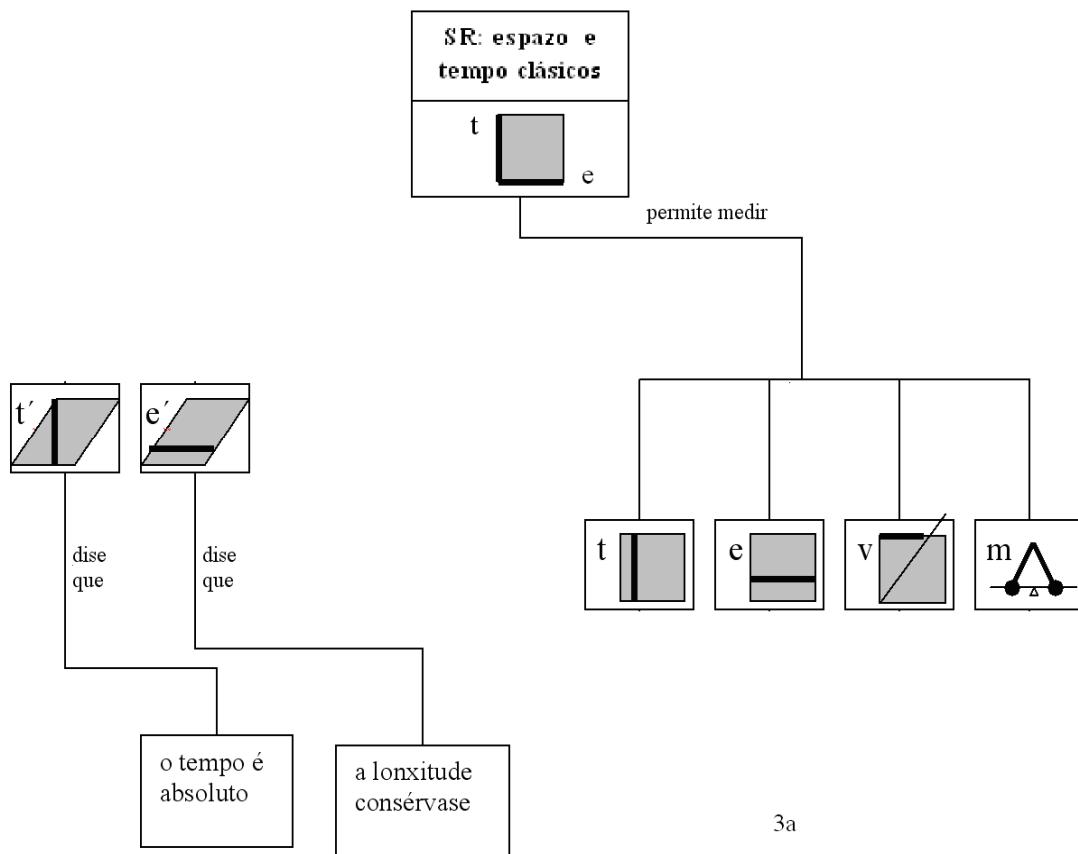


Diagrama 3.8: Esquema correspondente ao subnivel 3a

Subnivel 2c

Nesta figura (diagrama 3.9) obsérvase que as diversas partes do esquema de referencia aparecen conectadas entre si, aínda que con ausencias, como son a interpretación gráfica da velocidade ou a masa (parte dereita), a lectura gráfica das consecuencias da transformación de Galileo sobre o espazo e o tempo, e a relación entre as figuras gráficas e as consecuencias físicas clásicas das mesmas. Será preciso subsanar algunas destas deficiencias para poder conseguir unha comprensión axeitada da Teoría da Relatividade Especial con posterioridade.

O subnivel 2c corresponde aos esquemas de pensamento do alumno I

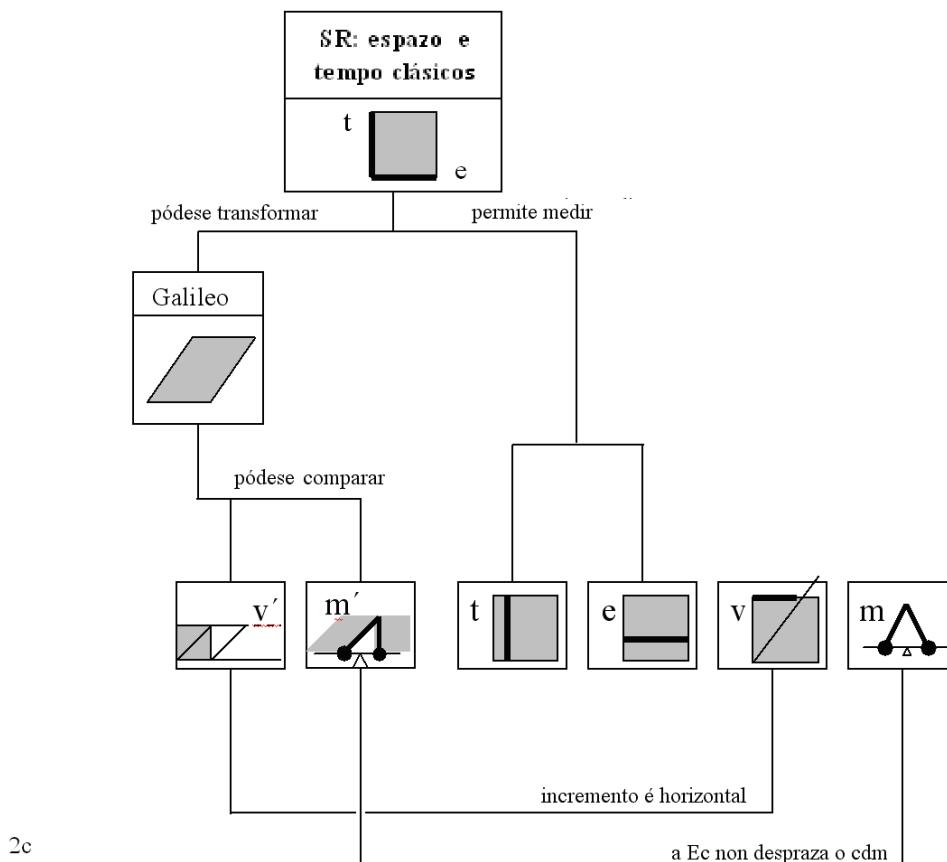


Diagrama 3.9: Esquema correspondente ao subnivel 2c

Subnivel 2b

Observamos novamente (diagrama 3.10) unha desconexión entre as partes dereita e esquerda do esquema de referencia, en cada unha das cales, á súa vez, aparecen notables ausencias:

Espazo, tempo e velocidade non son lidos de xeito visual nas gráficas espazotemporais, aínda que a análise do equilibrio de masas e a súa interpretación na transformación de Galileo están presentes. As propiedades clásicas de conservación do tempo e do espazo tamén son relacionadas coa correspondente figura na transformación de Galileo. Estes alumnos deberán esforzarse por conseguir visualizar as magnitudes físicas nos diagramas espazotemporais, así como a lectura e

interpretación das diferencias entre as situacions en repouso e en movemento (que son as que conectan en horizontal os dous lados do esquema) para poder seguir axeitadamente a intervención didáctica posterior.

O subnivel 2b corresponde aos esquemas de pensamento do alumno W e a alumna Z.

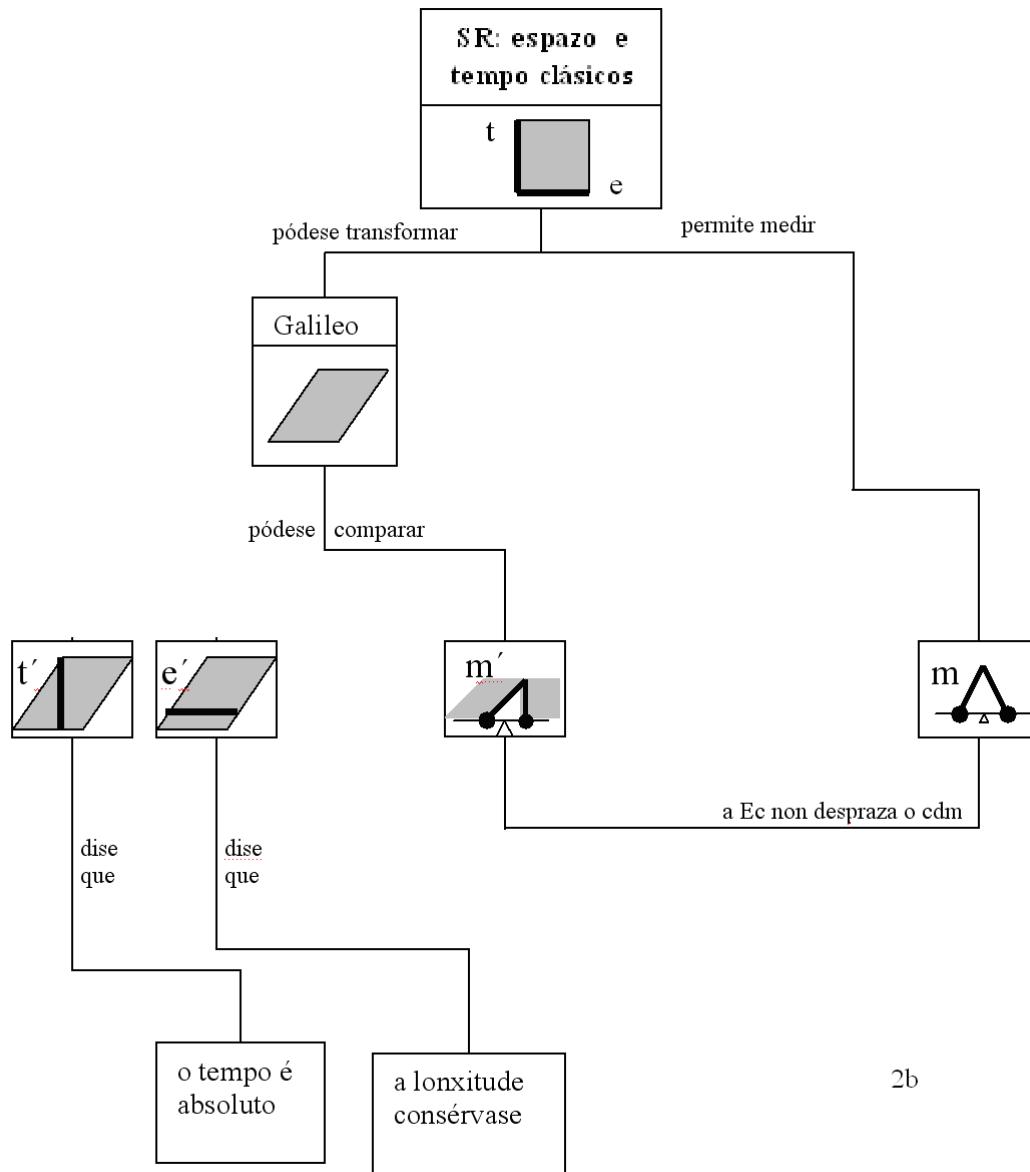


Diagrama 3.10: Esquema correspondente ao subnivel 2b

Subnivel 2a

Aparecen (diagrama 3.11) tan só a lectura gráfica do equilibrio de masas nos diagramas espazotemporais, así como a relación entre as propiedades clásicas de conservación do tempo e do espazo e a correspondente figura na transformación de Galileo.

O subnivel 2a corresponde aos esquemas de pensamento do alumno H

Ao igual que no caso anterior, estes alumnos deberán esforzarse por conseguir visualizar as magnitudes físicas nos diagramas espazotemporais, así como a lectura e interpretación das diferenzas entre as situacións en repouso e en movemento (que son as que conectan en horizontal os dous lados do esquema) para poder seguir axeitadamente a intervención didáctica posterior.

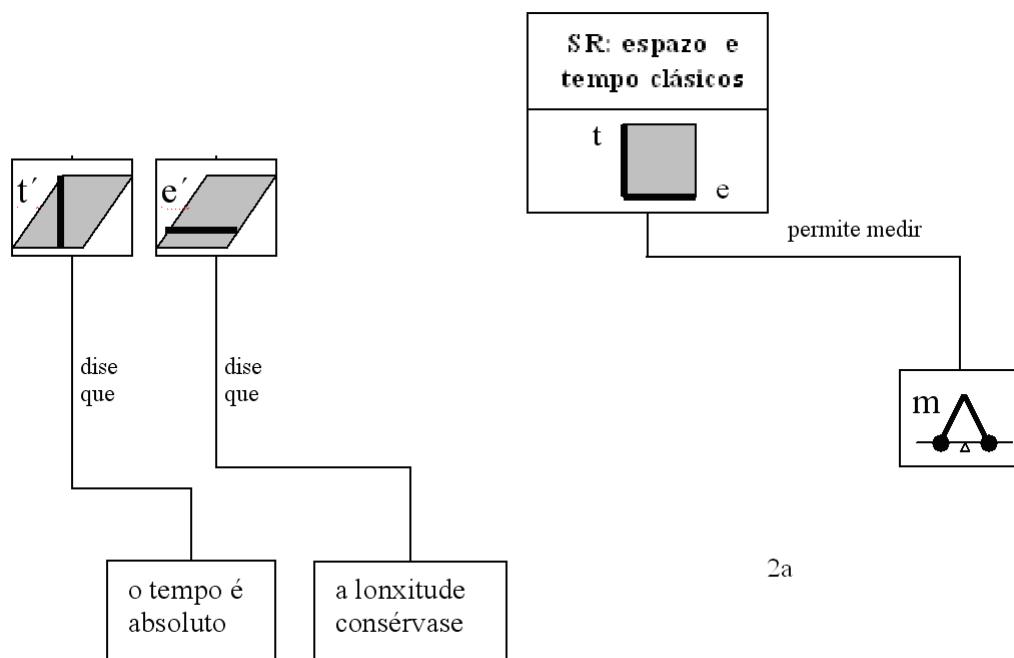


Diagrama 3.11: Esquema correspondente ao subnivel 2a

Nivel 1

Neste nivel, o máis afastado do deseñable dende a perspectiva da ciencia escolar, non se activan praticamente ningunha relación nin subesquemas do referencial, polo que non se utiliza ningunha figura para a súa representación. Estes alumnos poderán presentar grandes dificultades para asimilar os conceptos das Relatividade Especial.

O nivel 1 corresponde aos esquemas de pensamento dos alumnos C, D, E

Resumo das ideas alternativas ou erróneas detectadas ao longo da fase previa

O principal modelo alternativo manexado polo alumnado ao longo da actividade sobre repouso e movemento relativo, denominado “*modelo M*” (figura 3.3), corresponde coas ideas *tipo impetus* medievais.

Este conxunto de ideas adoita ir acompañado dun débil compromiso epistemolóxico (non se analizan en detalle as implicacións, non se aceptan os contraargumentos de carácter lóxico como refutacións, admítese a posibilidade de que un obxecto teña varias velocidades simultaneamente).

Os alumnos non ven polo xeral a incoherencia interna deste modelo como un motivo para abandonar o modelo, e tenden a xustificala de diversas formas.

Ao longo das actividades sobre os sistemas de referencia espazotemporais, detectáronse os seguintes tipos de ideas previas:

- Confusión entre o espazotempo e un espazo bidimensional
- Interpretación xeométrica que escurece a realidade física

Trátase, nos dous casos, dunha interferencia producida pola visión habitual da realidade espacial cando o alumno ten que realizar a interpretación dunha realidade visual de características diferentes: o espazotempo.

Podemos observar que aparecen dificultades para interpretar fisicamente os diagramas espazotemporais, en gran parte debidas á colisión co xeito habitual en que interpretamos as gráficas bidimensionais como mapas, fotografías etc.

Un aspecto positivo constitúeo o interese que a actividade do visor espazotemporal despertou no alumnado, debido ao novedoso e atractivo da mesma, na que debían pór en xogo recursos de imaxinación e interpretación visual aos que non estaban afeitos nas clases de Física.

Na realización das actividades sobre a transformación de Galileo, detectouse o seguinte tipo de erro:

- Visión aristotélica ou pre-relativista.

Unha vez que introducimos un paradigma científico como o da relatividade clásica, que a pesar da súa antigüidade continúa a presentar aspectos constraintuitivos, era de esperar que aparecesen este tipo de interferencias producidas polo aferramento das mentes ás nocións aristotélicas más intuitivas.

Para a nosa intención educativa de presentar un paradigma que ainda vai contradecir en maior medida o sentido común, este tipo de ancoraxes en ideas clásicas ou preclásicas constitúe un evidente problema didáctico.

C3.2.4. Implicacións didácticas da fase previa

Un resultado decisivo da actividade previa sobre repouso e movemento relativo foi a constatación de que as gráficas espazotemporais, como vimos, permiten explicitar os diferentes modelos argumentativos do alumnado dun xeito visual, e polo tanto tamén están dotadas dun gran poder explicativo e didáctico das ideas relativistas (neste caso, clásicas).

Despois das dificultades detectadas na interpretación dos diagramas espazotemporais na primeira das actividades sobre os sistemas de referencia espazotemporais, a aplicación do visor espazotemporal e a reflexión colectiva realizada permitiron obter uns resultados aceptables na

segunda das probas, en que se pedía aos alumnos trazar por si mesmos as gráficas para unha serie de situacíons presentadas verbalmente.

O aspecto visual das actividades, deste xeito, vai permitindo que o alumnado incorpore (non sen dificultades, como vimos) as ideas e magnitudes físicas nos diagramas espazotemporais.

Despois de realizar as actividades en que se procedeu a construír a transformación de Galileo a partir dunha actividade práctica, así como dun xeito teórico en paralelo, nos dous casos de xeito cooperativo, procedeuse finalmente a realizar unha actividade individual na que se comproba a eficacia dos diagramas espazotemporais para ilustrar os aspectos físicos da mecánica clásica, como paso previo para a súa posterior superación mediante a mecánica relativista usando a mesma metodoloxía visual.

Para poder facer a análise dos esquemas de pensamento do alumnado sobre a relatividade clásica (Galileo) establecemos primeiramente un criterio obxectivable para a redución dos datos, ao remate do cal pudemos identificar 4 niveis en función do grao de afastamento respecto do referencial escolar, os que á súa vez foron divididos nun total de 11 subniveis, para cada un dos cales se estableceu un esquema representativo. A distribución do alumnado por estes 11 subniveis resultou bastante regular, o que se corresponde cunha mostra bastante heteroxénea e diversa. Algunhas das carencias detectadas nos esquemas representativos indican unha defectuosa lectura física dos diagramas espazotemporais, o que pode producir resultados pobres na intervención posterior de construcción da Relatividade Especial se non se conseguisen subsanar ditas carencias mediante un reforzamento das actividades en que se realice dita conexión entre a física e a xeometría.

CAPÍTULO 4.- CARACTERIZACIÓN INICIAL

Neste capítulo centramos a nosa atención en dar resposta á Hipótese de Investigación 1 (HI1). Realízase a caracterización inicial da mostra, na que se describen e analizan os coñecementos dos estudiantes antes da nosa intervención. Para a verificación ou rexeitamento da HI1, aplicamos catro probas cuxos resultados se describen e analizan mediante dous tipos de análise cualitativa:

- a). Unha análise item a item, mediante a que se avalían as respostas dos estudiantes a cada unha das catro probas; ilústranse con xustificacións e razoamentos textuais de alumnos e alumnas da mostra.
- b). Unha análise do esquema de pensamento Einstein que activan os estudiantes para interpretar os efectos físicos derivados da forma xeométrica da transformación de Lorentz.

Despois de presentar o conxunto de ideas alternativas ou erróneas detectadas na caracterización inicial, procédese a contrastar a primeira das hipóteses da investigación, analizando a continuación as implicacións didácticas correspondentes.

C4.1. HIPÓTESE DE INVESTIGACIÓN 1: CARACTERÍSTICAS INICIAIS DA MOSTRA.

No apartado C1.4 do primeiro capítulo formulabamos o problema de investigación e as hipóteses de investigación derivadas da mesma, das cales a primeira hipótese (HI1) formulouse como segue:

HI1-Antes da aplicación da proposta didáctica obxecto de investigación os coñecementos dos estudiantes son, desde o punto de vista da ciencia escolar, inaxeitados e insuficientemente estruturados, polo que constitúen esquemas de pensamento pouco útiles para a interpretación cualitativa da Teoría da Relatividade Especial e das súas consecuencias.

Para verificar esta hipótese é necesario saber até qué punto o alumnado xa é coñecedor das ideas da Relatividade Especial antes de comenzar as actividades de instrucción. Con tal fin, e na propia fase previa, que estivo dedicada a presentar os contidos da relatividade galileana dun xeito visual (Capítulo 3), nas diversas actividades realizadas incorporábanse unha serie de items adicionais nos cales se presentaban cuestións que podían activar ditos coñecementos.

Aínda que no currículum destes cursos non figura a Teoría da Relatividade como contido, nin tampouco nos cursos previos, non sería de descartar que algúns alumnos non recibisen anteriormente algún tipo de información en relación cos mesmos, ben sexa a través de lecturas, medios de comunicación etc.

C4.2. DESCRICIÓN DAS PROBAS DE CARACTERIZACIÓN INICIAL

Para iniciar a intervención na aula sobre a didáctica visual da Teoría da Relatividade Especial, unha vez que alumnado e profesor están acostumados ao manexo e interpretación das gráficas

espazotemporais, procédese a establecer o nivel de coñecemento previo dos alumnos en relación coas ideas relativistas que se van ensinar.

En principio, cabería esperar un baixo nivel de coñecemento das mesmas, debido a que a Relatividade Especial non se introduce no currículo até o último curso do Bacharelato. Mais o feito de que moitas das formulacións e consecuencias da Teoría da Relatividade, como o papel que nela desempeña a velocidade da luz (como barreira inalcanzable, como velocidade á que se manifestan estranhos fenómenos relativistas), a enerxía nuclear, a materia e a antimateria, os viaxes no tempo etc. sexan presentadas ás veces nos medios de comunicación, xunto con programas de divulgación científica, xogos electrónicos ou novelas de ciencia ficción con viaxes espaciais que contemplan algún aspecto relativista, fan necesario escrutar a presenza de ditas ideas antes de comezar a intervención.

Para iso, nalgunhas das actividades de exploración realizadas previamente en relación co que denominamos Sistema de Referencia Terra-Lúa (SR T-L), tanto en repouso (actividade 2) como na relatividade clásica (actividade 5) xa se inclúian determinados items nos que se cuestionaban algunas das ideas clásicas traballadas, a modo *de posibilidade de que as cousas non sucedan deste xeito*. Se o alumno ou alumna coñecese a existencia do fenómeno relativista correspondente, podería mencionalo como un exemplo, por moi exótico que fose, no cal aparecería a posibilidade dun comportamento non clásico da natureza.

Para incluír o anterior dentro dunha serie de probas de caracterización inicial de xeito sistemático, denominaremos como *Proba 1 de caracterización inicial* os mencionados items da actividade 2 (SR T-L en repouso) e como *Proba 2 de caracterización inicial* os correspondentes á actividade 5 (SR T-L na relatividade clásica).

Posteriormente, aplicouse unha proba de corte clásico (*Proba 3 de caracterización inicial: Cuestións previas sobre a Teoría da Relatividade*) con varios items nos que se cuestionaba directamente ao alumno se coñecía os fenómenos relativistas. Esta proba foi sendo modificada nalgúns aspectos menores a medida que se foi aplicando nos diversos cursos, e as diferenzas explícanse ao describila. Dado que sempre se está a tentar que o alumnado exteriorice algún posible coñecemento que puidera ter en relación con ideas relativistas, todos os items van ofrecer resultados homologables entre si.

Finalmente, tamén se incorpora na caracterización inicial unha parte das actividades de indagación coas que se inicia a modo de experiencia discrepante o tratamento da Relatividade Especial: A simulación do experimento de Michelson (actividade 6) e o debate sobre as súas consecuencias (actividade 7). O conxunto de instancias en que o alumnado pode amosar algún coñecemento previo

de nocións da Relatividade Especial nestas actividades de indagación denomináse como *Proba 4 de caracterización inicial*.

Deste xeito, temos unha ampla variedade de contextos nos cales poden aflorar as posibles ideas e coñecementos relativistas existentes.

A continuación, preséntanse os items das probas de caracterización inicial (as cales se describen íntegras no Anexo 4), e da intención avaliadora dos mesmos:

Proba 1 - Sistema de referencia Terra - Lúa (repouso) (Anexo 4, apartado A4.1)

a) Existe algunha posibilidade de que (os dous raios de luz) non se crucen no centro?

Mediante esta pregunta, en realidade, preténdese saber se o alumno aplica algunha idea relativista (clásica ou einsteniana), xa que tanto nun caso como no outro, se o conxunto Terra-Lúa se estivese desprazando polo espazo, poderíamos xustificar que os raios xa non se encontrasen no punto medio entre ambos os astros.

b) Existe algunha posibilidade de que (os dous átomos de Minkowskio) non se desintegren ao mesmo tempo?

A procura dalgunha posibilidade de que isto suceda pode levar a un alumno que coñeza ou teña ouvido falar de que a simultaneidade, na Relatividade Especial, non é absoluta, a utilizarlo como argumento para xustificar unha resposta positiva.

c) Podería suceder que o conxunto (das dúas cápsulas empotradas) se desprazase despois do choque?

Mediante esta pregunta, novamente, procúrase facer aflorar algunha idea relativista, sexa esta clásica ou especial. Tanto nunha como na outra, o movemento relativo do observador pode transformar calquera situación de repouso nunha situación de movemento totalmente equivalente.

Proba 2- Sistema de referencia Terra - Lúa (Galileo) (Anexo 4, apartado A4.2)

1) Existiría algunha posibilidade de que as velocidades (dos dous raios de luz) fosen iguais?

Esta interrogante vai directamente encamiñada a saber se o alumnado coñece o feito de que a velocidade da luz, na Teoría da Relatividade, ten un carácter absoluto, e polo tanto é un invariante, é dicir, dende calquera sistema de referencia as velocidades dos dous raios de luz serían exactamente iguais. Polo tanto, non estariamos ante unha excepción, senón precisamente ante a norma.

2) Existiría algunha posibilidade de que (os dous átomos de Minkowskio) tarden más en desintegrarse no SRA que no SRB?

Pregunta encamiñada a descubrir a presenza da idea de *dilatación temporal*. Ao longo da proba, descubriuse que a formulación da mesma pode levar ao alumnado a certa confusión (debido a ter traballado pouco con diferentes sistemas de referencia, o cal constitúe un novo indicio), entre o par

SRA – SRB e outro par, SRT – SRL (Terra e Lúa, respectivamente), e comparar os tempo de vida dun átomo co outro, non do par de átomos nun SRA *co mesmo par* dende outro SRB.

3) Podería ser que o cdm (das dúas cápsulas) estivese desprazado cara á cápsula que ten Ec?

Novamente estamos ante unha pregunta dirixida a facer aflorar posibles coñecementos preexistentes sobre un dos fenómenos da Relatividade Especial, neste caso a equivalencia entre masa e enerxía.

4) Podería ser que a nave variase de tamaño polo feito de ter moita velocidade?

O cuarto dos fenómenos relativistas que serán obxecto de tratamiento didáctico ao longo da intervención aparece cuestionado nesta pregunta sen facer mención expresa do mesmo. Procúrase, polo tanto, saber se o alumno sabe que a variación de tamaño, de acordo coa TRE, é un feito, en lugar de saber unicamente que hai un fenómeno denominado *contracción espacial*.

Proba 3 - Cuestiós previas sobre a Teoría da Relatividade (Anexo 4, apartado A4.3)

A proba 3 forma parte do diagnóstico inicial previo á introdución á Relatividade de Einstein, aínda que as preguntas serven tamén para comprobar a solidez das ideas relativistas clásicas adquiridas na fase previa.

Este dobre papel das ideas relativistas clásicas aparece neste momento dun xeito claro: Dende o punto de vista da intervención realizada previamente, interesaría que o alumnado respondese dun xeito clásico, negando a posibilidade dos efectos preditos pola Relatividade Especial.

Mais no caso de que xa teñan coñecementos relativistas previos, a formulación explícita dos fenómenos relativistas nas preguntas podería facer que abandonasen algunha das ideas clásicas e aparecesen as novas ideas, ben como alternativas ou ben como ideas estruturadas.

É dicir, dado que as preguntas versan sobre as mesmas cuestiós, podemos comprobar se o alumnado elabora unha resposta clásica (e, entón, pescudar o alcance e solidez das súas ideas e argumentos galileanos), ou ben unha resposta diferente, que poida ser interpretada ora como anticipación de ideas relativistas (que contribuirían ao desenvolvemento da ZDP na dirección desexada) ora como ideas alternativas (que, pola súa persistencia, serían un obstáculo para a instrución posterior)

Proba 4 - Experiencia de Michelson (gráficas da práctica e debate) (Anexo 4, apartado A4.4)

A análise gráfica da actividade 6 ten como finalidade comprobar que se pode pescudar a velocidade de arrastre do hule a partir das diferenzas nos tempos de chegada dos raios (ou das súas velocidades a favor e en contra do arrastre do hule, se se prefire). Finalmente, preséntase unha última gráfica na que se debe pedir ao alumnado que tente explicar cómo se podería xustificar unha diferenza nula nos tempos de chegada (que é o resultado experimental obtido finalmente por Michelson).

Esta última gráfica ten aplicación para a caracterización inicial das ideas e coñecementos do alumnado en relación coa Relatividade Especial, pois no caso de posuír coñecementos sobre a mesma, poderían resolver o dilema gráfico presentado.

Polas anteriores razóns, a resposta gráfica producida polo alumnado no cadro final da ficha considerámolo como parte da proba 4 de caracterización inicial.

Tamén se tomaron en consideración as intervencións dos alumnos no debate sobre os resultados de Michelson, pois é precisamente mediante as ideas sobre Relatividade Especial cómo se poderían responder as cuestións presentadas no mesmo.

C4.3. ANÁLISE DE RESULTADOS ITEM A ITEM

Unha vez descritos os items correspondentes ás actividades de caracterización inicial, farase unha presentación explicada dos resultados máis significativos obtidos polo alumnado. Para iso, preséntanse os resultados en cada item comezando polos más achegados ao deseñable dende a perspectiva da ciencia escolar e finalizando polos más afastados dela.

Nos apartados correspondentes do Anexo 4 pódese ver o conxunto de respostas obtidas nas diversas probas de caracterización inicial, e no Anexo 8 pódense ver mostras das fichas orixinais cubertas polos alumnos, identificadas mediante a letra maiúscula correspondente ao alumno e o número correspondente á proba.

C4.3.1. Proba 1 - Sistema de referencia Terra - Lúa (repouso)

b) Existe algunha posibilidade de que [os dous átomos de Minkowskio] non se desintegren ao mesmo tempo?

- Respostas que manifestan ideas da Relatividade Especial: Ningunha
- Respostas de tipo clásico (relatividade de Galileo): alumnos G, I, L, M, O, P, R, W, X e Y

Créanse ao mesmo tempo e tardan o mesmo en desintegrarse (alumno L)

Ao crearse ao mesmo tempo, ao cabo de 1s os dous se desintegrarán (alumno W)

O tempo é igual para as dúas. O tempo non varía (alumna X)

Os alumnos argumentan a favor da que sería resposta correcta dende a relatividade clásica: *O paso do tempo é un absoluto universal, e nada pode afectarlle.*

- Respostas hiperrelativistas: alumna U, alumno V

O tempo na Lúa calcúlase doutra maneira, e as condicións ambientais inflúen no elemento (alumna U)

Se houbese distinta presión na Terra que na Lúa, algo variaría (alumno V)

Na procura dunha resposta positiva á pregunta atribúen certa influencia das condicións ambientais no paso do tempo. Deste xeito, contradín o postulado clásico dun tempo absoluto sen incorporar ningunha razón para iso, na liña do postulado hiperrelativista: *Todo é relativo, polo tanto non se pode afirmar nada con seguiridade.*

c) Podería suceder que o conxunto (das dúas cápsulas empotradas) se desprazase despois do choque?

-Respostas que manifestan ideas da Relatividade Especial: Ningunha

-Respostas de tipo clásico (relatividade de Galileo):

Quedaría en repouso ou desintegrándose (alumna X)

-Respostas incorrectas ou que reflicten ideas alternativas: alumnos R, V, Z

Chocan e coa enerxía cinética seguen de fronte (alumno R)

O alumno R confunde o repouso co avance en vertical observado nas gráficas.

Se chocan na Terra dentro da atmosfera, caerían. Se é no espazo flotarían e moveríanse por aí continuamente (alumno V)

Novamente o alumno V manifiesta a súa crenza en determinadas propiedades da atmosfera en relación cos sucesos cinematográficos: As cousas caen por estar na atmosfera, mentres que si están no espazo flotan.

Se chocan as naves desintegranse (alumna Z)

Ao propor a desintegración das cápsulas (sen explicar a que pode ser debida), a alumna Z evita dar unha resposta á pregunta c).

C4.3.2. Proba 2- Sistema de referencia Terra - Lúa (Galileo)

1. Existiría algunha posibilidade de que as velocidades (dos dous raios de luz) fosen iguais?

- Respostas que manifestan ideas da Relatividade Especial

A luz viaxa a 300.000 km/s (alumno P)

A luz ten sempre a mesma velocidad (alumno V)

- Respostas de tipo clásico (relatividade de Galileo): alumnos F, L, R, S, W, Z

Que a nave estivese parada (alumno F)

No SRB non sería posible xa que se inclinan proporcionalmente (alumnos L, R e S)

Porque abaixo está más inclinada que arriba (alumno W)

Porque varían as velocidades, sobre todo no SRB (alumna Z)

O denominador común destas respuestas é a negación da posibilidade de que as velocidades dos raios que van a favor e en contra do movemento da nave poidan ter a mesma velocidad, baseándose en razoamentos ou ideas implícitas de tipo galileano clásico.

-Respostas positivas nas que non se manifestan ideas relativistas: alumnos G, M, N, U, X

Porque saen e chegan ao mesmo tempo (alumno G)

Recorren mismo espacio en el mismo tiempo (alumno M)

Porque se inclinarán as dúas igual (alumno N)

Son iguais, xa que recorren o mesmo espacio no mesmo tempo (alumna U)

Porque se di que saen simultaneamente serán iguales (alumna X)

Nestas respuestas acéptase a posibilidade de as velocidades dos dous raios sexan iguais, mais sen xustificar a resposta ou usando razonamentos non relativistas ao facelo. Lembremos que o obxectivo destas probas de avaliación inicial é averiguar a presencia de ideas relativistas correctas antes do inicio da instrución, polo que non se consideran as respuestas anteriores como aceptables.

2. Existiría algunha posibilidade de que [os dous átomos de Minkowskio] tarden máis en desintegrarse no SRA que no SRB?

- Respostas que manifestan ideas da Relatividade Especial: Ningunha
- Respostas de tipo clásico (relatividade de Galileo): alumnos A, B, G, L, M

as medidas non varían (alumno B)

porque o tempo non se pode cambiar (alumno G)

Sempre tarda 1s en tódolos sistemas de referencia (alumnos L, R, S)

Conservación del tiempo (alumno M)

- Respostas positivas nas que non se manifestan ideas relativistas: alumnos V, W

Podería haber algunha posibilidade respecto da diferenza de gravidade (alumno V)

Porque no SRB vai más lento que no SRA (alumno W)

Nestas respuestas, acéptase a posibilidade mais non se aporta ningunha idea de carácter relativista.

3. Podería ser que o cdm [das dúas cápsulas] estivese desprazado cara a cápsula que ten Ec?

- Respostas que manifestan ideas da Relatividade Especial: Ningunha
- Respostas de tipo clásico (relatividade de Galileo): alumnos A, B, L, N, R, S, U, Y

En tódolos gráficos atópase no medio (alumno A)

Sempre está no medio das dúas cápsulas (alumna U)

Non, o cdm non cambia coa Ec (alumna Y)

4. Podería ser que a nave variase de tamaño polo feito de ter moita velocidade?

- Respostas que manifestan ideas da Relatividade Especial: Ningunha
- Respostas de tipo clásico (relatividade de Galileo): alumnos B, F, G, L, M, N, R, S, X, Y

Non pode encoller nada por moi rápido que vaia (alumno B)

Por moi inclinada que estea a liña que representa a nave, se fai unha liña paralela coa horizontal e non varía (alumno F)

Porque o tamaño dos obxectos non varía coa velocidade (alumno G)

A velocidade non afecta ao conxunto material da nave (alumno L)

C4.3.3. Proba 3- Cuestións previas sobre a Teoría da Relatividade

1. Que sabes dicir sobre a Teoría da Relatividade de Einstein?

- Respostas que manifestan ideas da Relatividade Especial: Ningunha
- Respostas de tipo clásico (relatividade de Galileo): alumnas U, W

Que o movemento é relativo, dependendo do SR dende o cal se observe ou avalié. Un mesmo obxecto pode estar en repouso ou en movemento á vez, observándoo dende diferentes SR. (alumna U)

Que o tempo non se pode modificar, non pode ir máis rápido nin más lento (alumno W)

- Respostas hiperrelativistas: alumnos B, C, E, K, N

Que todo é relativo (alumno B)

As cousas son moi relativas (alumno C)

Segundo Einstein, todo é relativo. Pero hai un erro, porque non todo é relativo. (alumno E)

Unha teoría que elaborou Einstein, que di que todo é relativo, que non hai nada absoluto. (alumno K)

Este conxunto de respostas reflicte unha crenza bastante xeralizada: a teoría da relatividade de Einstein viría a ser unha confirmación científica de que nunca podemos afirmar nada categoricamente. O perigo destas posturas consiste en que negan validez a calquera tipo de afirmación científica, actitude que pode ser bastante perniciosa nun aula de ciencias. A proposta didáctica que estamos presentando ten como finalidade basearse na forza argumentativa e a claridade expositiva da xeometría para evitar caer nesas actitudes.

2. Pensas que un reloxo en movemento pode ir más lento que un en repouso?

- Respostas que manifestan ideas da Relatividade Especial

Se vai a unha velocidade próxima á da luz, o tempo dilátase, e percorre máis espazo que se estivese parado (alumno F)

O alumno F, con dita resposta, demostra coñecer a existencia do fenómeno da dilatación temporal, aínda que o restrinxé de xeito incorrecto ao caso de velocidades achegadas á da luz.

- Respostas de tipo clásico (relatividade de Galileo): alumnos H, K, P, R, S, T, V, W, X, Y, Z

Non, porque os reloxos sempre miden o tempo da mesma maneira (alumno H)

Penso que o tempo é a única cousa que é absoluta, invariable e inalterable (alumno K)

A mecánica do reloxo non cambia (alumno R)

Non, porque as agullas sempre levan a mesma velocidade (alumno S)

Porque o tempo non se pode cambiar, non pode ir más rápido nin más lento (alumno W)

Non, porque nun reloxo o que transcorre é o tempo, e o tempo é sempre o mesmo (alumna X)

Non, porque non inflúe o movemento no reloxo (alumna Y)

Non, porque o tempo non vai variar, sempre vai á mesma velocidade (alumna Z)

As respostas anteriores evidencian a forza coa que está asentada nos alumnos a idea de tempo absoluto clásica.

- Respostas hiperrelativistas: alumnos B, O

Asegún: no espazo non ten nada que choque contra él, pero na atmosfera terrestre pode ser que se retrase pola velocidade contra o aire. (alumno O)

Novamente aparece unha xustificación baseada en estranos efectos debidos á atmosfera, como un caixón de xastre do que pode saír de todo.

- Respostas que permitiron detectar un erro no deseño da pregunta:

Un reloj en movimiento no puede ir más lento que en reposo, porque por muy lento que sea el movimiento, va avanzando, y en reposo no. (alumno M)

É imposible ir más lento que un en repouso, observando ós dous desde o mesmo SR. (alumna U)

Separamos estas dúas ideas das restantes porque nelas se evidencia un erro imprevisto no deseño da pregunta, posto que tal e como está redactada cabe facer a interpretación dada polo alumno M e a alumna U: A expresión *ir más lento*, nun reloxo, pódese referir tanto ao paso do tempo no mesmo (como se supuxo ao deseñar a pregunta), como á velocidade que ten o reloxo polo feito de estar en movemento, interpretación que debería ser evitada mediante unha reformulación do texto da pregunta (por exemplo: *Pode ser que un reloxo en movemento marque menos tempo que outro igual e en repouso?*) No caso da alumna U, introduce dun xeito moi oportuno a idea relativista de repouso absoluto: variando de SR, podemos facer que o que se move quede en repouso e viceversa.

3. Sabes en que consiste a enerxía nuclear?

Como se pode transformar masa en enerxía?

Pódese transformar algún tipo de enerxía en masa?

- Respostas que manifestan ideas da Relatividade Especial

Consiste na fisión do núcleo dun átomo ou na fusión, na que se forman átomos (alumno K)

Consiste na fusión (únense dous núcleos) ou na fisión do núcleo dun isótopo de Uranio ou Plutonio (sepáranse dous núcleos) (alumno N)

Consiste na división ou unión de núcleos de átomos (alumno P)

Consideramos aceptables as respostas que fan referencia a procesos nos que se rompen ou unen os núcleos dos átomos, e non os átomos.

- Respostas de tipo clásico: alumnos C, D, G ,H, I, K, L, M, P, R, S, T, U, V

Consiste nunha serie de reaccións nas que se consigue enerxía (alumno C)

É a enerxía que soltan os átomos ao unirse para formar moléculas (alumno D)

Se forma a partir de reaccións químicas con distintos elementos como o Uranio (alumno G)

É cando se rompen os enlaces moleculares, iso fai que desprenda enerxía (alumno V)

No Sol, a súa masa sufre reaccións químicas, que chegan á Terra en forma de enerxía (alumno G)

Nestas respostas, asóciase a idea de enerxía nuclear coa de enerxía química (reaccións, combustións, rupturas ou unións de átomos), superando as ideas preclásicas de destrución da materia ou dos átomos en reaccións como as de combustión.

Sobre a posibilidade de transformación de masa en enerxía:

-Admiten a posibilidade, mais sen argumentos relativistas: alumnos H, N, R, T, U, V, X,Y, Z

Acelerando dicha masa (alumno H)

O alumno H parece referirse ao feito correcto de que un corpo adquire enerxía cinética ao aumentar a súa velocidade, mais iste non é un proceso noque se transforme a masa en enerxía, pois a masa continúa a ser a mesma.

Cando se queima madeira, produce calor, e a madeira transfórmase en cinzas e fume (alumno V)

Mediante unha combustión (alumno X)

Mediante reaccións químicas, a masa é o combustible (alumno Y)

Nestas respuestas maniféstase a idea incorrecta dende o punto de vista clásico de que nunha reacción química (e como prototipo destas, nunha combustión), a masa desaparece ou diminúe para que poida aparecer enerxía. O curioso do caso é que as ideas anteriores, manifestamente incorrectas, poderían ser consideradas correctas no caso de que fosen formuladas por unha persoa profundamente coñecedora da relación de equivalencia entre masa e enerxía da Relatividade Especial, xa que nese caso podería argumentar que a enerxía de enlace químico, como toda enerxía potencial negativa, produce unha diminución da masa global das partículas enlazadas, diminución que debe compensarse coa liberación dalgún tipo de enerxía, frecuentemente cinética e desordeada (enerxía térmica). Non consideramos que este fose o caso nas respuestas anteriores.

Facendo que se desintegre, axitándoa, golpeándoa (alumno U)

O alumno U intenta atopar a toda costa algunha posibilidade de incumplir a lei clásica da conservación da masa.

-Respostas de tipo clásico sobre a posibilidade de transformación de enerxía en masa:

Non se pode. (alumnos G, H, I, L, M, N, R, S, T, Y, Z)

É curioso comprobar como moitos dos alumnos que acdeparam a posibilidade de transformar masa en enerxía, pola contra, negan que poida producir o mesmo proceso nun sentido inverso. Da a impresión de que, para os alumnos, a transformación de enerxía en masa equivalería a algúun proceso de características creativas, ou construtivas (usando unha terminoloxía termodinámica, sería un proceso dunha elevada entropía negativa).

Que eu saiba non, pero supono que existirá o experimento inverso da combustión (alumno K)

O alumno K, nesta resposta, semella confirmar as suposicións anteriores.

4a. Unha nave espacial acelera constantemente durante un tempo indefinido. ***Existe algúun límite para a velocidade que pode acadar? _____ A que se debería?***

Cal sería esa velocidade límite que a nave non podería rebasar por moito que acelerase?

4b-Un acelerador de partículas é un grande anel no que partículas cargadas son aceleradas continuamente por campos electromagnéticos. ***Cres que existe un límite para a velocidade a que poden ser aceleradas ditas partículas?***

- Respostas que manifestan ideas da Relatividade Especial

300.000 km/s, a velocidade da luz, sería o máximo. Porque sería o tope (alumno B)

A potencia do motor / a velocidade da luz (300.000 km/s), porque é insuperable (alumno C)

A velocidade máxima no Universo é a velocidade da luz, porque é insuperable (alumno D)

Creo que a velocidade da luz, porque é moita velocidade e sería moi difícil rebasala, porque empezaría a romperse (alumno E)

A velocidade da luz (300.000 km/s), porque tería que transformarse en luz para acadala (alumno F)

A velocidade da luz, porque non se pode superar (alumno L)

A velocidade da luz, porque é imposible que unha nave teña mais velocidade (alumno N)

A velocidade da luz. Se superas a velocidade da luz as cousas non existirían, xa que a luz non se reflectiría nelas (alumno R)

Si, a velocidade da luz, porque non se pode superar (alumno S)

Toda velocidade ten un límite, que neste momento sería a velocidade da luz. Toda partícula acelerada que non se desintegre pode chegar a unha velocidade equivalente á da luz, pero non máis, e nunca podería ir máis rápido que o tempo. (alumna U)

Podemos observar cómo a idea de velocidad límite xa forma parte do pensamento de moitos dos alumnos destas idades, posiblemente polas razóns apuntadas antes.

- Respostas de tipo clásico (relatividade de Galileo): alumnos L, Y, Z

Non, porque as partículas móvense continuamente no espazotempo (alumno L)

O alumno L interpreta dun xeito visual a razón galileana para non contemplar unha velocidad límite.

Non, porque non existe límite de velocidad, só se o paras (alumna Z)

Curiosa idea a do repouso como límite de velocidad.

- Atribución de efectos destrutivos á velocidad da luz: alumnos N, R, S

Sí. Desintegraríanse ao acadar unha certa velocidad (alumno R)

Sí, porque se non acabarían por estoupar (alumno S)

Nestas respuestas, aínda que albergan a idea de velocidad límite, non se asocia coa velocidad da luz, senón con un efecto destrutivo sobre a materia, que non ten cabida nin na relatividade clásica nin na especial.

-Hiperrelativismo (todo é posible, ningunha afirmación será xa que logo imposible)

Todo ten un límite (alumna Y)

5. Dous meteoritos impactan simultaneamente en puntos da Terra diferentes. **Pode haber algúns SRI no cal os dous meteoritos non impactasen simultaneamente?**

- Respostas que manifestan ideas da Relatividade Especial: Ningunha

- Respostas de tipo clásico (relatividade de Galileo): alumnos H, K, R, S

Non, porque o tempo sempre é o mesmo (alumno S)

Este mesmo alumno S completa a súa argumentación debuxando o paralelogramo da transformación de Galileo o que evidencia como, para el, a gráfica de Galileo completa a súa explicación textual.

6. Pode ser que un obxecto en movemento mida menos do que medida en repouso?

- Respostas que manifestan ideas da Relatividade Especial: Ningunha

- Respostas de tipo clásico (relatividade de Galileo): alumnos G, S, U, V

Non, xa que o obxecto é o mesmo e ten o mesmo tamaño estando en movemento ou en repouso (alumna U)

Creo que un corpo é imposible que se encolla. Creo que se pode estirar, algún corpo en concreto elástico (alumno V)

- Respostas hiperrelativistas: alumnos M, N, P, R, U, W, Z

Sí. porque al estar en movimiento se puede conseguir "hacer" más pequeño. (alumno M)

Sí. Si se desprenden partículas do obxecto (alumno R)

Sí. Isto daríase se se dilatase, licuase, solidificase ... (alumna U)

Sí. Porque ese obxecto, ao adquirir certa velocidade, pódese desintegrar (alumno W)

Aceptan que poida variar o tamaño dun corpo, mais mediante razonamentos incorrectos.

7. A que se debe que dúas bobinas con corrente eléctrica se atraian mutuamente?

-Respostas que manifestan ideas da Relatividade Especial: Ningunha

-Respostas de tipo clásico: alumnos C, D, H, T

A bobina é un trozo de metal rodeado de fío de cobre. Se se fai pasar corrente por ela, crea un electroimán. (alumno C)

A corrente eléctrica produce campos eléctricos con fuerza como a dun imán (alumno D)

A que unha ten un polo negativo e outra positivo (alumno H)

Ao pasar a electricidad en volta a un cravo, por exemplo, crea un campo magnético que atrae os obxectos metálicos (alumno T)

As respuestas anteriores serían aceptables dende o punto de vista da física clásica, mais o obxectivo destas probas é a detección da existencia de ideas da Relatividade Especial antes da instrución.

-Respostas incorrectas para a física clásica: alumnos B, E, F, G, I, N, O, P, S, U, X, Y

A que unha teña máis carga negativa e outra máis carga positiva. (alumno G)

Que unha teña carga positiva e outra negativa. Isto débese a que os polos opostos se atraen. (alumna U)

Dependendo das cargas, poden ser positivas ou negativas, e se hai tantas positivas como negativas, atráense (alumna X)

Nas respuestas anteriores confúndense os efectos magnéticos cos electrostáticos.

Non se atraen (alumno S)

Atraeranse as partículas en movemento desas dúas bobinas (alumna Y)

A alumna Y, na súa resposta, parece anticipar a explicación dos fenómenos electromagnéticos a partir dos efectos relativistas sobre cargas en movemento (como se fai na nosa proposta didáctica), mais non dá ningunha indicación sobre cales serían os efectos relativistas implicados.

C4.3.4. Proba 4: Experiencia de Michelson (gráficas e debate)

Na gráfica final da experiencia de Michelson, tan só as alumnas U, Y e Z trazan de xeito autónomo unha figura na cal aparece inclinada a base (figura 3.1), o que constitúe a esencia da Relatividade Especial dende un punto de vista gráfico. Lémbrese ao respecto que a diferencia fundamental entre os paralelogramos de Galileo e de Lorentz consiste precisamente na inclinación da base neste último para que a velocidade da luz poida permanecer invariable, mentres que na de Galileo a base permanece sempre horizontal (tempo e simultaneidade absolutos) Neste senso, podemos dicir que foron capaces de construír unha figura a partir da cal poderían chegar a obterse todas as consecuencias relativistas, como se viu no apartado C1.2.3 do capítulo 1.

Resulta sumamente interesante, do punto de vista didáctico, o feito de que teñan apareciido de xeito case espontáneo este tipo de construcións gráficas, xa que permite comparar a actividade intelectual

destes alumnos coa xénese das ideas de Einstein, o que reforza a autoestima e o interese do alumnado.

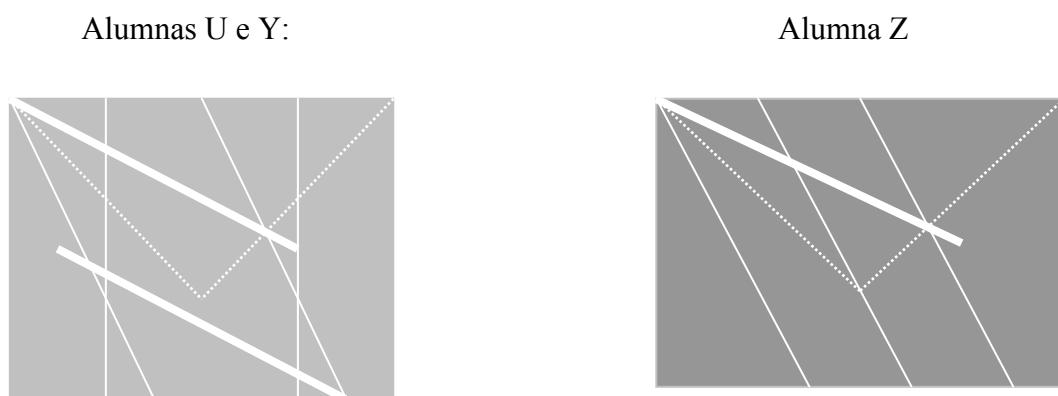


Figura 3.1

C4.4. RESULTADOS DA CARACTERIZACIÓN INICIAL

No apartado C4.3 fixose a descripción da caracterización inicial e unha análise item a item dos resultados más significativos obtidos polos alumnos na mesma, tanto de tipo textual como de tipo gráfico.

Posteriormente, neste apartado C4.4, descríbese o instrumento de análise que utilizaremos para dimensionar as ideas dos alumnos: os esquemas de pensamento. No Capítulo 2 (apartado C2.1.4, diagrama 2.2) estableceuse o esquema referencial dende a perspectiva da ciencia escolar: Einstein (que se reproduce no Diagrama 4.1 coa incorporación de letras identificativas das relacóns), no que se recollen e estruturan as posibles ideas do alumnado sobre a relatividade especial, previas ao inicio da instrucción. Procedemos a continuación a presentar os resultados obtidos mediante os esquemas correspondentes, previamente agrupados por niveis e subniveis.

C4.4.1. Dimensionado das probas de caracterización inicial

Faremos a análise dos resultados obtidos na fase de caracterización inicial a partir do esquema de pensamento de Einstein. Para iso, incorporamos no esquema unhas letras identificadoras de cada relación. Pódense observar no diagrama 4.1, e vannos servir para establecer en primeiro lugar qué relacóns foron activadas por cada alumno nas diversas probas realizadas. Posteriormente, agruparemos as relacóns afins para reducir os datos e poder establecer niveis e subniveis, e finalmente presentaremos os esquemas representativos de cada subnivel. O xeito de traballo será semellante ao seguido na redución dos datos da fase previa (Capítulo 3, apartado C3.2)

Cada relación do esquema vén indicada mediante unha letra rodeada dun circuliño. A ordenación das mesmas está feita en primeiro lugar pola situación no esquema, que indica as diversas fases na evolución da análise realizada, e en cada fase pola magnitud física implicada, segundo a seguinte

secuencia que será mantida ao longo de todo o traballo: tempo, lonxitude, velocidade e masa. Esta secuencia indica tamén unha maior orde de dificultade das ideas relativistas correspondentes.

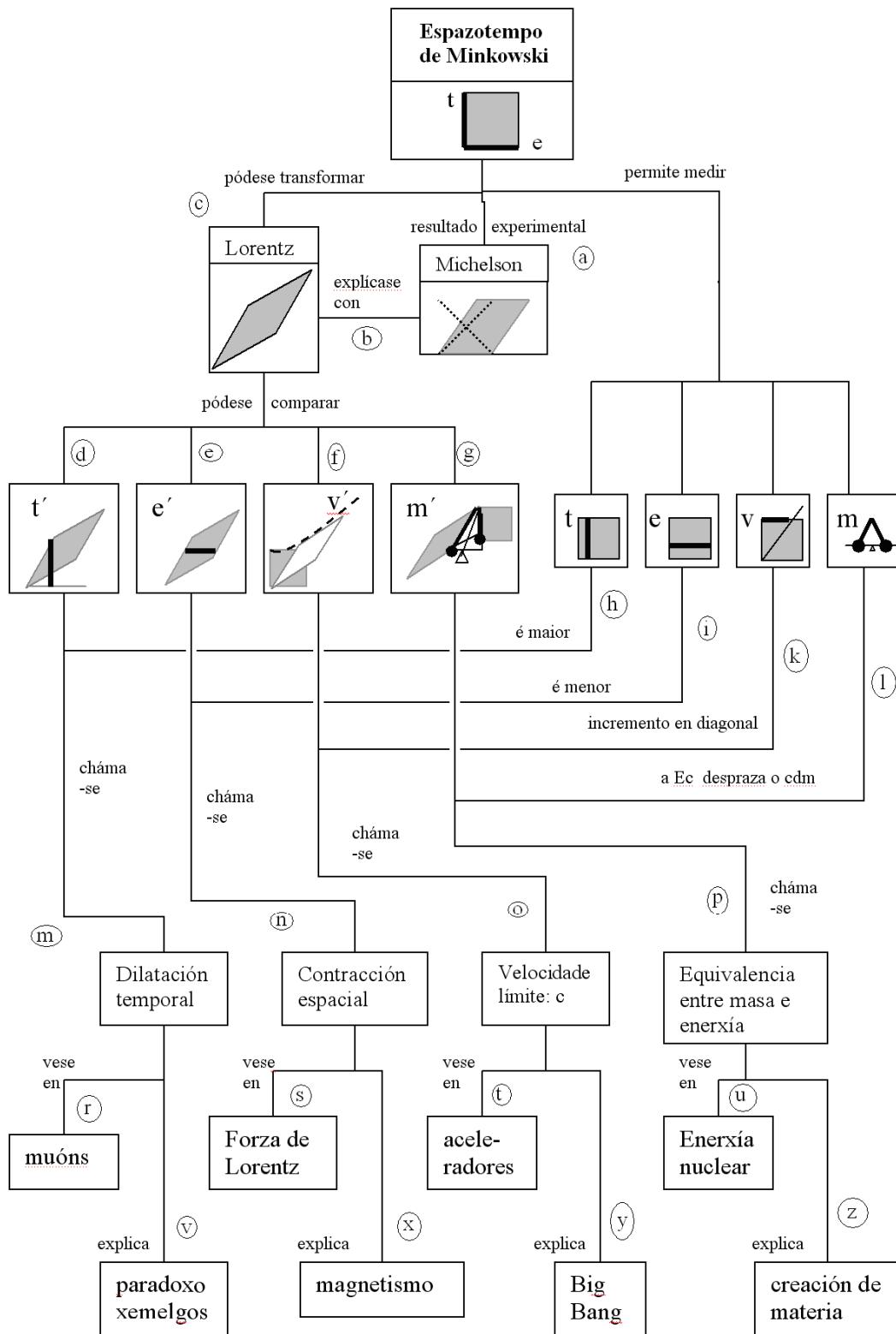


Diagrama 4.1 Esquema de referencia Einstein coas relacións sinaladas

Lembremos que as relacións no esquema, como se indica no apartado C2.1.4 do capítulo 1, seguen unha disposición por filas (na que a medida que se descende polo esquema vaise avanzando dende a xeometría ata a física), e tamén por columnas, correspondentes ás diversas magnitudes físicas analizadas (de esquerda a dereita: tempo, espazo, velocidade e enerxía, posición que xa fora utilizada anteriormente para o esquema de Galileo e que se manterá ao longo de todo o traballo, indicando tamén unha progresión na dificultade conceptual destas magnitudes físicas).

A modo de exemplo, na parte superior do esquema de Einstein sitúanse tres relacións (indicadas mediante as letras a,b,c) nas que se estruturan os conceptos que dan lugar á necesidade dunha nova transformación de sistema de referencia. Ábrese a continuación o esquema en dúas partes: á dereita sitúanse as relacións que indican a representación das magnitudes físicas tempo, espazo, velocidade e enerxía (por esa orde) nos diagramas espazotemporais en repouso, que corresponden con ideas xa incorporadas no esquema de Galileo e na parte esquerda sitúanse os correspondentes diagramas en movemento (podemos ver nas figuras que todo é igual que no esquema de Galileo, só que agora o paralelogramo xa non ten a base horizontal, senón inclinada, aparecendo un invariante diagonal en lugar do invariante horizontal da relatividade clásica). As letras d,e,f,g indican as relacións que establecen a representación de cada magnitud no diagrama espazotemporal en movemento.

A conexión entre as partes dereita (repouso) e esquerda (movemento) constitúe a esencia de calquera teoría relativista. Neste caso, as letras h,i,k,l indican as relacións establecidas para cada magnitud ao comparar a súa representación no cadrado (repouso) e no rombo de Lorentz (movemento).

Na parte central do esquema sitúanse en disposición horizontal as relacións fundamentais da intervención didáctica, nas cales como resultado da comparación xeométrica realizada anteriormente se establecen as consecuencias físicas da teoría da Relatividade Especial: dilatación temporal (letra m), contracción espacial (letra n), velocidade límite (letra o) e equivalencia masa-enerxía (letra p).

Finalmente, e xa na parte inferior do esquema, sitúanse as relacións correspondentes as experiencias físicas que permiten confirmar a teoría da RE (letras r,s,t,u) e os fenómenos reais que poden ser explicados acudindo á RE (letras v,x,y,z).

Deste xeito, ao descender polo esquema fomos avanzando dende a xeometría ata a física, como corresponde coa proposta didáctica visual realizada na presente investigación.

Proceso de reducción dos datos

Posteriormente, agrupando as relacións veciñas polo seu grao de afinidade conseguiremos reducir os datos e poder establecer grupos de relacións afins dun valor equivalente. O proceso será en todo equivalente ao seguido para a relatividade clásica no apartado C3.2.2. Como veremos nas táboas 4.8

e 4.9, agruparemos as relacións do esquema de Einstein deste xeito: Primeiramente, xuntaremos as relacións correspondentes ao tempo e ao espazo, xa que a súa demanda cognitiva e significación física son semellantes. Polas mesmas razóns, manteremos separadas as magnitudes velocidade e enerxía, xa que a súa demanda cognitiva e significación física son maiores que as do espazo e o tempo. Seguidamente, procederemos a agrupar as relacións nas que se visualizan as magnitudes anteriores na transformación de Lorentz (parte superior do esquema), establecendo tres grupos: visualización do tempo e o espazo (relacións b, c, d, e, h, i), da velocidade (relacións a, f, k) e da enerxía (relacións g, l) nun mesmo grupo.

A continuación, estableceremos os tres grupos nos que se recollen os fenómenos relativistas que son o obxecto fundamental da nosa proposta didáctica: efectos sobre o tempo e o espazo (relacións m,n), sobre a velocidade (relación o) e sobre a enerxía (relación p). O feito de que nestes grupos se recolla tan só unha relación (ou como máximo dúas) débese a que a activación destas relacións constitúe o obxectivo principal da proposta didáctica visual e cualitativa que se presenta na presente investigación para anticipar a teoría da Relatividade en cursos previos a 2º de Bacharelato.

Finalmente, establecemos tres grupos máis, nos que se recollen as relacións que fan referencia ás consecuencias dos efectos relativistas sobre as magnitudes físicas: tempo e espazo (relacións r, s, v, x), velocidade (relacións t, y) e enerxía (relacións u, z).

Deste xeito, dun total de 23 relacións, pásase a 9 grupos de relacións. Os grupos estableceríonse coa intención de que tiveran unha significatividade similar á luz da nosa proposta didáctica. Poderemos, xa que logo, usar o número de grupos de relacións activados como unha medida do achegamento do esquema dun alumno ao esquema de referencia de Einstein para a ciencia escolar. En comparación coas relacións da relatividade clásica (Galileo), estamos ante uns conceptos moi novedosos para o alumnado destas etapas, polo que consideraremos activado un grupo de relacións cando se activou polo menos unha das relacións do mesmo.

En función do número de grupos de relacións activados significativamente, establecéncense cinco niveis, e dentro de cada nivel identifícanse varios subníveis en función do número de relacións activadas na parte central do esquema, na que se recollen as relacións fundamentais da intervención, que para a formulación didáctica visual da relatividade de Einstein corresponden cos efectos relativistas sobre as magnitudes físicas. Presentaremos finalmente os esquemas representativos de cada subnivel, indicando os alumnos que se engloban no mesmo.

Conseguiremos deste xeito establecer un procedemento para a redución dos datos que pode ser utilizado en todas as fases da investigación e facilite a comparación entre os resultados dunhas e outras, é dicir, a observación do grao de aprendizaxe entre as fases inicial, final e de retención.

C4.4.1. Dimensionado das probas de caracterización inicial

Na Táboa 4.1 preséntase o conxunto de relacións do esquema Einstein que poderían ser activadas na realización das diversas probas desta fase de caracterización inicial.

R	Relacións / Probas aval inic	Proba 1: SR T-L			Proba 2: SR T-L Galil				Proba 3: Cuestions sobre Relativ Especial							Pr 4: Mic		
	item	a	b	c	1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	7	g	d	f
a	Mich: c non varía → resultado nulo				x											x	x	3
b	Explic. result. de Mich: Tr de Lorentz								x							x	x	3
c	Tr Lorentz: cadrado → rombo incl 45º	x			x	x			x							x	x	6
d	Tr. de Lz: a altura do lateral aumenta						x			x			x					3
e	Tr. de Lz: a anchura (e) é menor							x						x			x	3
f	Máx. Incl. na tr. de Lz: liña diagonal					x							x					2
g	Tr de Lz: cdm vai cara á masa con Ec			x			x											2
h	t' > t						x			x								2
i	e' < e							x						x		x		3
k	Tr. Lz: a base elévase ao sumar a v	x	x													x		3
l	Choque asim. (S'): Ec despraza o cdm			x			x											2
m	Dilatación temporal					x			x	x								3
n	Contracción espacial						x	x						x				3
o	Veloc. da luz: límite de veloc.				x				x			x					x	4
p	Equivalencia entre masa e enerxía						x		x									2
r	Comprob. da dilat. "t": muóns atmosf.	x				x											x	3
s	Comprob da contr "e": Fza de Lorentz							x										1
t	Comprob. da "v lím": aceleradores											x					x	2
u	Comprob. da equiv. m/E: E nuclear									x								1
v	Dilat. "t": explica paradoxo xemelgos								x									1
x	Contracc. "e": explica o magnetismo														x			1
y	V lím: explica xeometría Big Bang							x										1
z	Equiv. m/E: explica creac. de partícis									x								1
	Σ	2	2	2	4	5	2	3	8	4	3	3	1	3	1	4	8	55

Táboa 4.1: Correspondencia entre os items das probas de caracterización inicial e as relacións do esquema de pensamento Einstein.

Podemos comprobar en dita táboa cómo se efectúa un dimensionado dos resultados mediante o esquema de pensamento e as relacións que contén. Cada (x) da táboa indica a posibilidade de

activación dunha relación nun certo ítem. Esta táboa non se refire a ningún alumno en particular, senón ao deseño das actividades: equilibrio e potencialidade para activar as relacións do esquema.

Na columna esquerda da táboa están situadas as relacións do esquema de Einstein, seguindo unha progresión da xeometría á física, e na fila superior sitúanse as diversas actividades desta fase de caracterización inicial, indicando mediante letras minúsculas ou números os diversos ítems das mesmas. Deste xeito, os resultados obtidos nas diversas actividades, que son dependentes do contexto, acadan un grao de abstracción do mesmo (mediante a expresión das relacións que se activan) que permite facer comparacións cos resultados obtidos en probas diferentes.

Na columna da dereita faise unha suma (f) da frecuencia coa que se pode activar cada relación ao longo das diversas actividades desta fase, e na fila inferior indícase (Σ) a suma do número de relacións distintas que poderían ser activadas en cada ítem.

Da inspección desta táboa de referencia, podemos destacar que a distribución das x é bastante equilibrada e repartida dun xeito uniforme, sen grandes baleiros nin puntos de aglomeración. Isto correspondece co feito de constituír un conxunto de probas cunha finalidade avaliadora, non de instrución (pois, como vimos na táboa análoga da fase inicial, táboa 3.1, cando a finalidade é instrutiva a disposición adoita ser máis diagonal, reflectindo unha certa correlación entre a progresión dos contidos e da secuencia de instrución).

A continuación, nas táboas 4.2, 4.3 e 4.4 procédere a identificar as relacións activadas por cada alumno nos diversos ítems analizados.

En cada unha das táboas, identícase a primeira columna coa letra R para indicar as relacións (que seguen a mesma notación indicada anteriormente), e na segunda columna identifícanse mediante a letra i os diversos ítems de cada proba, os cales se explicitan na terceira columna mediante unha frase resumida. As restantes columnas corresponden coas letras de cada alumno que realizou dita proba.

Proba 1: SR T-L (repouso)

Na Táboa 4.2 recóllense os resultados obtidos nesta actividade en relación coa fase de avaliación inicial dos contidos da Relatividade Especial. Na columna da esquerda indícase mediante a letra R o conxunto de relacións do esquema de Einstein que poderían ser activados (letras c,k,r,g,l) e na seguinte columna (letra i) colócanse os ítems nos que estas se poden activar (letras a,b,c). Podemos ver que cada un destes ítems permitiría activar dúas relacións. Na fila superior sitúanse as letras maiúsculas que identifican a cada alumno participante na proba. Na columna da dereita (letra f) indícase a frecuencia coa que se activou cada unha das relacións ao longo da proba, e na fila inferior (símbolo Σ) sitúase a suma das relacións que conseguiu activar cada alumno nesta proba.

R	i	Descripción resumida	A	B	D	F	G	H	I	K	L	M	N	O	P	R	U	V	W	X	Y	Z	f
c	a	Posibl. despraz. pt. cruz.																					0
k	a	Posibl. despraz. pt. cruz..																					0
k	b	Posibl. de variar simult.																					0
r	b	Posibl. de variar simult																					0
g	c	Posib. despraz cdm																					0
l	c	Posib. despraz cdm																					0
		Σ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Táboa 4.2. Baleirado da proba 1 en relación coa RE

Non fixeron a proba 1 os alumnos C, E, S, T

A ausencia de x nesta táboa reflicte o feito de que na proba 1 ningún alumno activou ideas relacionadas coa Relatividade de Einstein.

Proba 2: SR T-L (Galileo)

Na táboa 4.3 podemos comprobar (columnas da esquerda) que ao longo de catro items (números 1,2,3,4) podería ser posible para os alumnos activar 14 relacións diferentes do esquema de Einstein. A descripción resumida dos items revela que son preguntas relativas á posibilidade de que suceda un determinado efecto ou fenómeno relativista.

R	i	Descripción resumida	A	B	D	F	G	H	L	M	N	O	P	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	f
a	1	Posib. velocs. iguais (luz)											x			x							2
c	1	Posib. velocs. iguais (luz)																					0
f	1	Posib. velocs. iguais (luz)																					0
o	1	Posib. velocs. iguais (luz)																					0
c	2	Posib. ralentiz. tempo																					0
d	2	Posib. ralentiz. tempo																					0
h	2	Posib. ralentiz. tempo																					0
m	2	Posib. ralentiz. tempo																					0
r	2	Posib. ralentiz. tempo																					0
g	3	Posib. depraz .cdm por Ec																					0
l	3	Posib. depraz .cdm por Ec																					0
e	4	Posib. variar lonx. coa v																					0
i	4	Posib. variar lonx. coa v																					0
n	4	Posib. variar lonx. coa v																					0
		Σ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	2

Táboa 4.3. Baleirado da proba 2 en relación coa RE

Non fixeron a proba 2 os alumnos C, E, I, K

Podemos ver na táboa que tan só dous alumnos (letras P e V) activaron algunha relación do esquema da Relatividade Especial de Einstein. Os resultados desta proba e da anterior correspóndense ben co agardado, xa que os contidos da Relatividade Especial non foron obxecto de tratamento en cursos previos, nem tan xiquera está previsto na programación dos cursos nos que se efectúa a intervención.

Proba 3: Cuestións sobre Relatividade Especial

R	i	Descripción resumida	B	C	D	E	F	G	H	I	K	L	M	N	O	P	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	f
b	1	Que sabes da TRE																								0
c	1	Que sabes da TRE																								0
m	1	Que sabes da TRE																								0
n	1	Que sabes da TRE																								0
o	1	Que sabes da TRE																								0
p	1	Que sabes da TRE																								0
s	1	Que sabes da TRE																								0
d	2	T pode ralentiz. co mov																								0
h	2	T pode ralentiz. co mov							x																	1
m	2	T pode ralentiz. co mov							x																	1
v	2	T pode ralentiz. co mov																								0
p	3	Explic. E.N., equiv. m/E																								0
u	3	Explic. E.N., equiv. m/E									x		x													2
z	3	Explic. E.N., equiv. m/E									x		x													2
f	4	Velocidade límite																								0
o	4	Velocidade límite	x	x	x	x	x					x	x			x	x	x							10	
t	4	Velocidade límite																	x							1
d	5	Posib. vaiar simult.																								0
e	6	Posib. contracc. espac.																								0
i	6	Posib. contracc. espac.																								0
n	6	Posib. contracc. espac.																								0
x	7	Explic. atracc. bobinas																								0
		Σ	1	1	1	1	3	0	0	0	2	1	0	3	0	0	1	1	0	2	0	0	0	0	0	17

Táboa 4.4. Baleirado da proba 3 en relación coa RE

Non fixo a proba 3 o alumno A

Podemos observar, neste caso, que o concepto de velocidade límite (relación o) aparece dun xeito significativo (alumnos B, C, D, E, F, L, N, R, S, U), aínda que sen explicar ou con explicacións incorrectas. Tamén nalgún caso (alumnos K e N) apareceu algunha idea aceptable en relación coa enerxía nuclear (relacións u, z). Si temos en conta as consideracións realizadas na táboa anterior, este resultado constitúe unha sorpresa con respecto ao agardado. Aínda que non foi obxecto de instrución en cursos anteriores, a noción da velocidade da luz como límite insuperable é coñecida dun xeito ou doutro pro case a metade dos alumnos da proba (10 de 23). Sería interesante pescudar a orixe destas ideas, xa que, como veremos posteriormente, poden constituír un elemento que entorpeza a secuencia didáctica. A razón podería ser que o alumnado recibiu algún tipo de información fragmentaria polas múltiples fontes de coñecemento extraescolar existentes na actualidade, na que apareza a existencia dunha barreira insuperable, unha nova edición da barreira do son para os avións. Os alumnos que chegan con estas ideas consideran que, ao igual que a barreira do son foi superada co advenimento dos motores a reacción, o progreso da técnica conseguirá sobrepasar no seu día esta nova barreira. Deste xeito, para ao alumno queda obscurécido dende o inicio o feito de estarmos ante unha propiedade intrínseca da Natureza, coa mesma categoría ontolóxica de imposibilidade que a que poderían ter as viaxes ao pasado.

Dimensionado da fase de caracterización inicial: Relacións activadas

Na táboa 4.5 recóllese as relacións activadas polo alumnado ao longo das diversas probas da fase de caracterización inicial. Constitúe un compendio dos datos das táboas 4.2, 4.3e 4.4, no que xa non figuran os items concretos de cada proba.

Na columna da esquerda aparecen recollidas as relacións do esquema de Einstein, ordeadas alfabeticamente. Esta orde corresponde cun descenso ao longo do esquema, é dicir, unha progresión dende a xeometría ata a física. Na columna ao seu lado aparece un breve resumo descriptivo de cada relación. Na fila superior figuran os alumnos da mostra, identificados por letras maiúsculas. Na columna da dereita indícase mediante a letra f a frecuencia de activación de cada relación ao longo de todas as probas de caracterización inicial, e na fila inferior preéntanse as sumas de todas as relacións que foron activadas por cada alumno.

As columnas dos alumnos están ordenadas de acordo ao número de relacións activadas, en secuencia descendente.

Unha primeira inspección da táboa revélanos grandes espazos baleiros, o que indica que o conxunto do alumnado era descoñecedor da maioría dos contidos que serán obxecto de instrución antes do inicio da mesma, resultado que, como xa foi dito, corresponde co agardado, xa que a Relatividade Especial está ausente dos programas educativos anteriores.

r	Relacións / Alumnos	F	K	M	U	B	C	D	E	L	N	P	R	S	V	A	G	H	I	O	T	W	X	Y	Z	f	
a	Res. nulo Mich.: c cte.											x		x												2	
b	Explic. result. Mich.: Tr. Lz																										0
c	Tr. Lz: cadrado → rombo incl. 45º																										0
d	Tr. de Lz.: altura lateral aumenta																										0
e	Tr. de Lz.: a anchura (e) é menor																										0
f	Máx. Incl. na tr. de Lz.: liña diagonal																										0
g	Tr. Lz.: cdm vai cara á masa con Ec																										0
h	t' > t	x																									1
i	e' < e																										0
k	Tr. Lz.: a base elévase ao sumar a v																										0
l	Choque asim (S'): Ec despr. o cdm																										0
m	Dilatación temporal	x																									1
n	Contracción espacial																										0
o	Veloc. da luz: límite de veloc.	x			x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x					10		
p	Equivalencia entre masa e enerxía																										0
r	Comprob. dilat "t": muóns atmosf.																										0
s	Comprob. Contr. "e": Fza. de Lorentz																										0
t	Comprob. da "v lím.": aceleradores		x																								1
u	Comprob. da equiv. m/E: E nuclear	x	x																								2
v	Dilat. "t": explica parad. xemelgos																										0
x	Contracc. "e": explica magnetismo																										0
y	V lím.: explica xeometría Big Bang																										0
z	Equiv. m/E: explica creac. de partíc.	x	x																								2
	Núm. de rels. activadas por cada alumno	3	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	19	

Táboa 4.5: Dimensionado da caracterización inicial por relacións

Se reparamos na suma total de relacións activadas ao longo da caracterización inicial (esquina inferior dereita), veremos que constitúe unha porción ínfima do total posible (a táboa ten 552 casiñas en total), polo que o conxunto de relacións activadas representa un magro 3% do total. O alumno F, que foi quen máis relacións conseguiu activar, tampouco escapa desta consideración, xa que dun total de 23 relacións posibles tan só activou 3 delas, o que fai un 15 % do total. As consideracións anteriores ainda se reforzan se reparamos en que tan só unha das relacións, a da luz

como velocidade límite (relación o) dá conta de máis da mitade das activacións, e xa explicamos antes que a activación desta relación non implica que dito concepto sexa ben comprendido.

C4.4.2. Transformación dos datos: Establecemento de niveis

A continuación, procédese a un proceso secuenciado de redución destes datos até poder caracterizar os diversos niveis de pensamento mediante os correspondentes esquemas.

Esta secuencia de redución foi explicada no apartado C4.4.1, corresponde co realizado en relación cos datos da fase inicial e será tamén seguida ao longo dos seguintes capítulos, o que permitirá dotar dun certo grao de obxectividade aos resultados obtidos.

En primeiro lugar, encádranse as relacións activadas polos alumnos nunha serie de taboíñas, nas cales se distribúen as relacións de acordo coa posición gráfica que ocupan no esquema de referencia. Temos, deste xeito, recollidas en taboíñas individuais as relacións activadas na fase inicial (Táboa 4.6),na que se pode observar, en primeiro lugar (taboíña gris da esquerda), a posición de cada relación, indicada pola mesma letra identificadora que ten no esquema de referencia, e dita posición vaise manter nas restantes táboas, unha para cada alumno:

No vértice superior derecho de cada taboíña (👤) indícase o alumno mediante a letra correspondente.

Táboa 4.6: Relacións individualizadas, avaliación inicial (continúa)

<table border="1"> <tr><td>b</td><td>c</td><td>a</td><td>👤</td></tr> <tr><td>d</td><td>e</td><td>f</td><td>g</td></tr> <tr><td>h</td><td>i</td><td>k</td><td>l</td></tr> <tr><td>m</td><td>n</td><td>o</td><td>p</td></tr> <tr><td>r</td><td>s</td><td>t</td><td>u</td></tr> <tr><td>v</td><td>x</td><td>y</td><td>z</td></tr> </table>	b	c	a	👤	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p	r	s	t	u	v	x	y	z	<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>F</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table>			F							x			x	x								<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>K</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>x</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>x</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table>			K									x			x							<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>M</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>x</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>x</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table>			M									x			x							<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>U</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>x</td></tr> <tr><td></td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table>			U									x		x							
b	c	a	👤																																																																																																													
d	e	f	g																																																																																																													
h	i	k	l																																																																																																													
m	n	o	p																																																																																																													
r	s	t	u																																																																																																													
v	x	y	z																																																																																																													
		F																																																																																																														
x																																																																																																																
x	x																																																																																																															
		K																																																																																																														
		x																																																																																																														
		x																																																																																																														
		M																																																																																																														
		x																																																																																																														
		x																																																																																																														
		U																																																																																																														
		x																																																																																																														
	x																																																																																																															
<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>B</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table>			B							x															<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>C</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table>			C							x												<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>D</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table>			D							x												<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>E</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table>			E							x												<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>L</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table>			L							x											
		B																																																																																																														
x																																																																																																																
		C																																																																																																														
x																																																																																																																
		D																																																																																																														
x																																																																																																																
		E																																																																																																														
x																																																																																																																
		L																																																																																																														
x																																																																																																																
<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>N</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table>			N							x												<table border="1"> <tr><td></td><td>x</td><td>P</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		x	P																			<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>R</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table>			R							x												<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>S</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table>			S							x												<table border="1"> <tr><td></td><td>x</td><td>V</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		x	V																					
		N																																																																																																														
x																																																																																																																
	x	P																																																																																																														
		R																																																																																																														
x																																																																																																																
		S																																																																																																														
x																																																																																																																
	x	V																																																																																																														

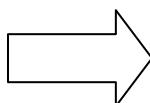
A	G	H	I	O
T	W	X	Y	Z

Táboa 4.6: Relacións individualizadas, avaliación inicial

A continuación, procédese a identificar os grupos de relacións más significativos, agrupando entre si aquellas relacións que teñen características semellantes. Pódese ver nas seguintes táboas como se fixo:

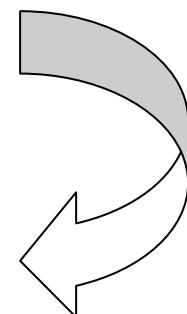
b	c	a	👤
d	e	f	g
h	i	k	l
m	n	o	p
r	s	t	u
v	x	y	z

Táboa 4.7



		👤
b, c, d, e, h, i	a, f, k	g, l
m, n	o	p
r, s, v, x	t, y	u, z

Táboa 4.8



👤 : ALUMNO/A		
Visualización do espazo e o tempo na transformación de Lorentz	Visualización da velocidad na transformación de Lorentz	Visualización da masa e enerxía na transformación de Lorentz
Efectos relativistas sobre o espazo e o tempo	Efectos relativistas sobre a velocidad	Efectos relativistas sobre a masa e a enerxía
Consecuencia dos efectos relativistas sobre o espazo e o tempo	Consecuencia dos efectos relativistas sobre a velocidad	Consecuencia dos efectos relativistas sobre a masa e a enerxía

Táboa 4.9

A partir das 23 relacións do esquema (Táboa 4.7), agrúpanse os resultados dos alumnos por grupos de relacións (Táboa 4.8) e obtemos unha táboa 3x3 na que se recollen os 9 grupos de relacións ordenados do seguinte xeito (Táboa 4.9):

Por *columnas*: espazo e tempo – velocidad – masa e enerxía

Por *filas*: Transformación de Lorentz – Efectos relativistas – Consecuencias

Podemos agora presentar, igual que antes, os resultados de cada alumno, en taboíñas ordenadas como foi indicado no apartado C4.4.1. En comparación coas relacións da relatividade clásica (Galileo), estamos ante uns conceptos moi novidosos para o alumnado destas etapas, polo que consideramremos activado un grupo de relacións cando se activou polo menos unha das relacións do mesmo.

A táboa xeral resultante é a seguinte (Táboa 4.10):

	F	K	M	U
	X X X			X X
B		C	D	E
	X		X	X
N		P	R	S
	X		X	X
A		G	H	I
				O
T		W	X	Y
				Z

Táboa 4.10: Grupos de relacións activadas na caracterización inicial

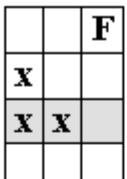
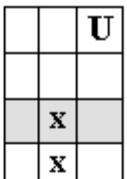
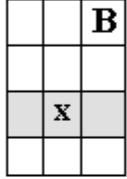
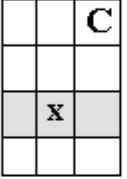
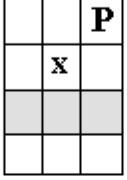
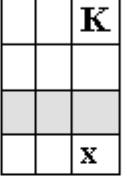
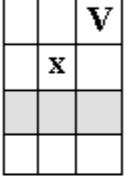
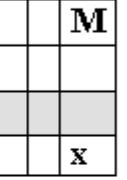
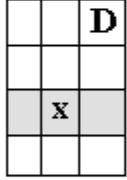
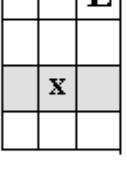
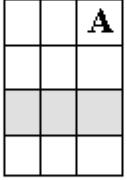
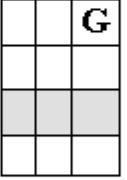
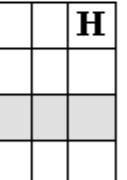
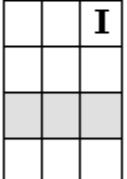
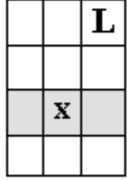
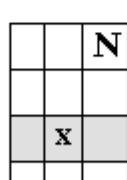
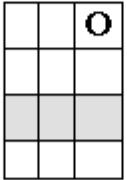
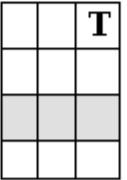
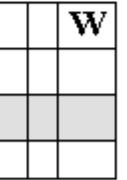
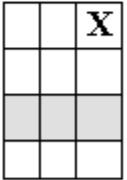
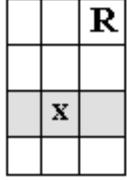
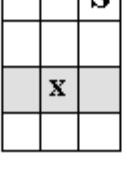
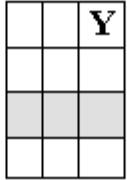
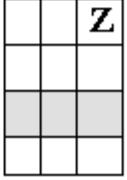
A continuación, procédease a agrupar estas taboíñas en niveis, en función do número de grupos de relacións activadas. Para establecer os niveis tívose en conta un criterio de carácter obxectivo baseado no número de grupos de relacións activadas, xa que os grupos forn diseñados para resultaren equivalentes ao respecto. Segundo o criterio establecido na fase de adaptación, cada

salto de nivel corresponderá con dous grupos de relacións. Teríamos así un total de cinco niveis posibles, mais as características particulares dos resultados obtidos nesta proba de caracterización inicial fan que tan só aparezan dous destes posibles niveis, que se presentan en orde descendente, indicando un progresivo alonxamento do esquema de referencia Einstein.

Nivel 2: Activáronse de 2 a 3 grupos de relacións

Nivel 1: Activáronse de 0 a 1 grupos de relacións

O resultado recóllese na Táboa 4.11.

Nivel 2	Subnivel 2a	Subnivel 2b
		
Nivel 1	Subnivel 1a	Subnivel 1b
	    	
	    	
	    	
	   	

Táboa 4.11: Agrupación en niveis e subniveis, caracterización inicial

O establecemento dos subniveis da táboa 4.11 está baseado no número e posición dos grupos de relacións da faixa central (de cor gris) que foron activados. Nesta faixa recóllense as relacións fundamentais para a nosa proposta didáctica, que son aquelas nas que se explicitan os fenómenos relativistas sobre as magnitudes físicas.

Posteriormente, identifícase cada subnivel mediante unha taboíña, procurando que sexa o máis representativa posible dos diversos casos que se agrupan no mesmo.

Temos deste xeito (Táboa 4.12) representado cada nivel mediante a taboíña 3x3 correspondente.

i2	i2a		F	i2b		U
i1	i1a		B, C, D, E, L, N, R, S	i1b		P, K, M, Y, A, G, H, I, O, T, W, X, Y, Z

Táboa 4.12: Niveis e subniveis iniciais

O resultado anterior pódese representar novamente (Táboa 4.13), colocando cada nivel nunha columna (ordenados por orde decrecente de concordancia co esquema de referencia).

Na citada táboa preséntanse na columna da esquerda os grupos de relacións, ordeados segundo a transición feita na nosa proposta didáctica dende a xeometría ata a física: representación xeométrica das magnitudes físicas nos diagramas espazotemporais, efectos relativistas e consecuencias dos mesmos. Resáltanse novamente cunha cor gris os grupos dos efectos relativistas, pois son estes o obxectivo central da proposta didáctica.

Podemos observar que o único grupo de relacións activadas de xeito significativo polo alumnado antes da intervención didáctica realizada corresponde coa noción relativista de velocidade límite (coñecida por 10 alumnos, o 40% da mostra). Aparece tamén o caso específico do alumno F, que demostra ter un coñecemento máis que superficial sobre a Relatividade Especial, xa que activa a terceira parte dos 9 grupos de relacións posibles.

Na fila superior sitúanse os niveis e subniveis, e debaixo dos mesmos as letras identificativas dos alumnos que os acadaron. Sinalamos mediante x o feito de que un certo grupo de relacións estea activado nun determinado nivel.

NIVEIS	i2b	i2a	i1b	i1a
ALUMNOS	F	U	B, C, D,E, L, N, R, S	P, K, M, Y, A, G, H, I, O, T, W, X, Y, Z
Transf gráfica de Lorentz: e, t	X			
Transf gráfica de Lorentz: v				
Transf gráf de Lorentz: m, E				
Dilatación temporal, contracción espacial	X			
Velocidade límite	X	X	X	
Equivalencia entre masa e enerxía				
Consecuencias dos efectos relativistas sobre e, t				
Consecuencias da velocidad límite		X		
Consecuencias da equivalencia entre masa e enerxía				

Táboa 4.13. Grupos de relacións activadas en cada nivel

A inspección da táboa 4.13 revélanos novamente o escaso nivel de coñecementos sobre Relatividade Especial da mostra de alumnos ao inicio da intervención, resultado que era agardado xa que ditos contidos non foron obxecto de instrución previamente.

C4.4.3. Descripción dos niveis iniciais

Finalmente, procédese a describir os diferentes niveis e subniveis que apareceron como resultado das actividades realizadas na fase de caracterización inicial. Para a descripción utilizase o esquema de referencia de Einstein establecido no apartado C2.1.4 (Diagrama 2.2), e as diferenzas indícanse mediante as correspondentes supresións nas relacións ou subesquemas que non son activados.

Comezaremos polo esquema correspondente ao nivel máis achegado ao esquema de referencia (subnivel 2b), e finalizaremos polo máis afastado do mesmo (subnivel 1a).

Subnivel 2b

Pódese observar (diagrama 4.1) que se activan as relacións correspondentes á interpretación visual da transformación de Lorentz en relación co espazo e o tempo (non así con respecto á velocidade ou a masa), e xustifícase mediante os mesmos os efectos relativistas de dilatación temporal e contracción espacial.

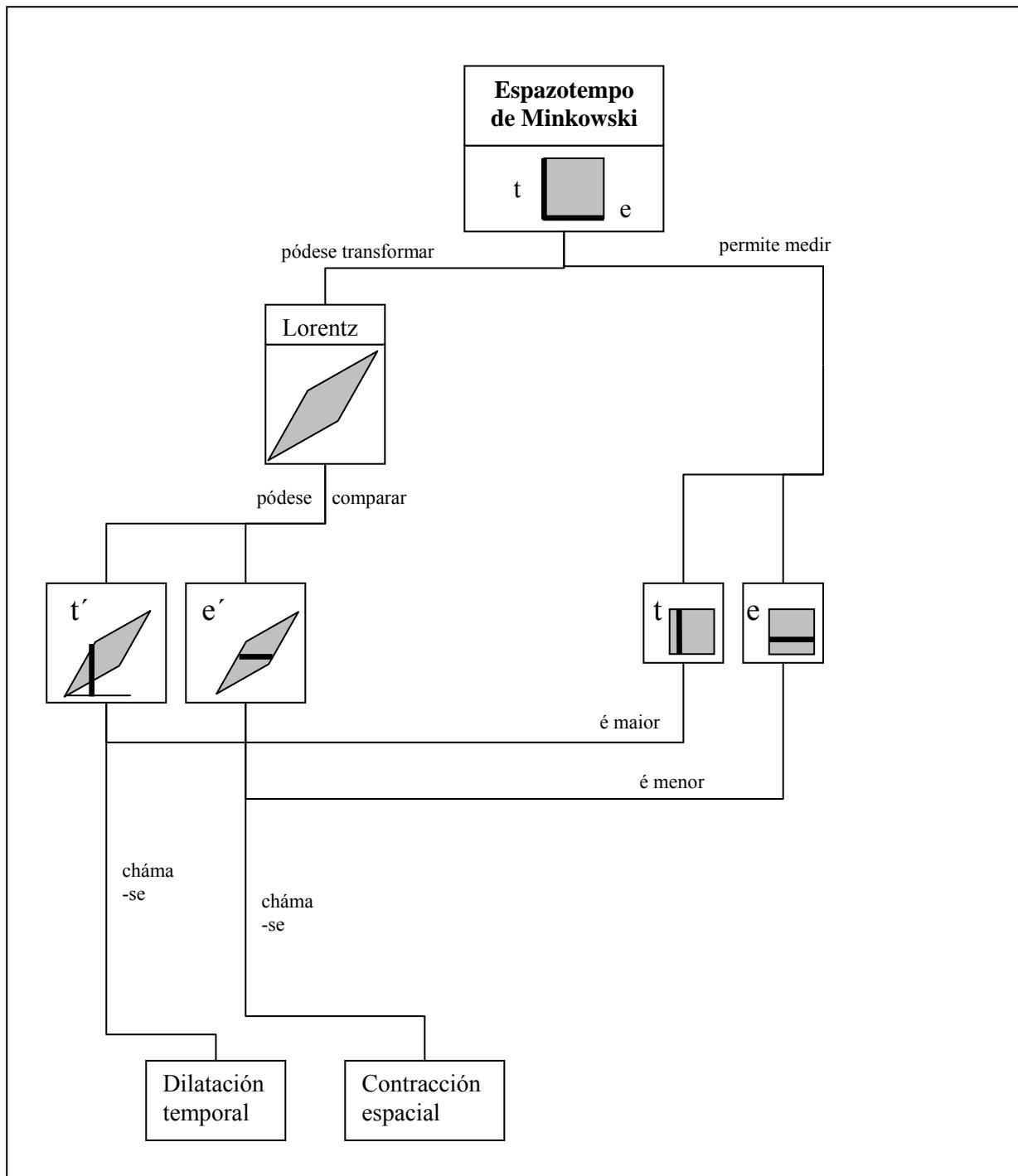


Diagrama 4.1. Esquema correspondente ao subnivel 2b

Esta figura corresponde ao esquema de pensamento do alumno F antes do comezo da intervención.

Subnivel 2a

Obsérvase no diagrama 4.2 que se activa o subesquema da velocidad límite, e que o mesmo se relaciona cunha das consecuencias, o comportamento das partículas nos aceleradores.

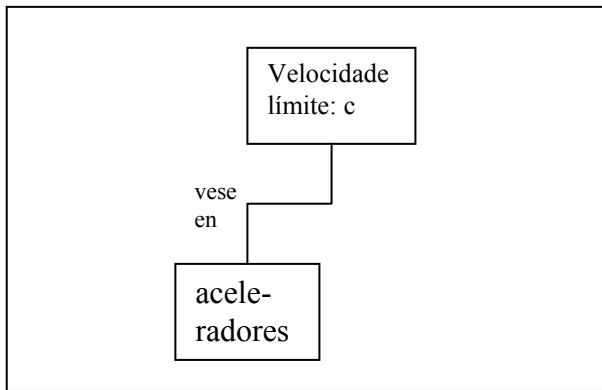


Diagrama 4.2. Esquema correspondente ao subnivel 2a

Esta figura corresponde aos esquemas de pensamento da alumna U antes do comezo da intervención.

Subnivel 1b

Obsérvase (Diagrama 4.3) que se activa unicamente o subesquema da velocidade límite.

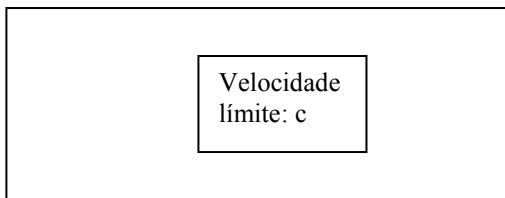


Diagrama 4.3. Esquema correspondente ao subnivel 1b

Esta figura corresponde aos esquemas de pensamento dos alumnos B, C, D, E, L, N, R, S antes do comezo da intervención.

Subnivel 1a

Neste subnivel, o máis afastado do deseñable dende a perspectiva da ciencia escolar, non se activan praticamente ningunha relación nin subesquemas do referencial, polo que non se utiliza ningunha figura para a súa representación.

Este subnivel corresponde aos esquemas de pensamento dos alumnos P, K, M, Y, A, G, H, I, O, T, W e das alumnas X, Y, Z antes do comezo da intervención.

Ideas alternativas aparecidas ao longo da caracterización inicial

Nas respostas do alumnado detectáronse as seguintes ideas alternativas aos postulados da Relatividade Especial de Einstein:

- Respostas de tipo galileano: alumnos A, B, C, D, F, G, H, I, K, L, M, N, O, P, R, S, T, W, X, Y, Z

O tempo é igual para as dúas. O tempo non varía (alumna X)

Porque varían as velocidades, sobre todo no SRB (alumna Z, en relación coa velocidade da luz)

Sempre tarda 1s en tódolos sistemas de referencia (alumnos L, R, S, en relación co tempo de desintegración dun hipotético átomo de Minkowskio en dous sistemas de referencia diferentes)

Non, o cdm non cambia coa Ec (alumna Y, sobre a posibilidade de que a Ec desprase o cdm do medio, cando unha colisión simétrica é observada dende o SR dunha das masas)

Porque o tamaño dos obxectos non varía coa velocidade (alumno G)

Penso que o tempo é a única causa que é absoluta, invariable e inalterable (alumno K)

É a enerxía que soltan os átomos ao unirse para formar moléculas (alumno D, sobre a enerxía nuclear)

Mediante reaccións químicas, a masa é o combustible (alumno Y, sobre a posibilidade de transformar masa en enerxía; os alumnos C, D, G, V, X deron respuestas semellantes)

Non se pode. (alumnos G, H, I, L, M, N, R, S, T, Y, Z, sobre a posibilidade de transformar enerxía en masa; é interesante a asimetría entre estas respuestas e as anteriores)

Non, porque as partículas móvense continuamente no espazotempo (alumno L, sobre a posibilidade de que exista un límite para a velocidade a que pode ser acelerada unha partícula)

Non, xa que o obxecto é o mesmo e ten o mesmo tamaño estando en movemento ou en repouso (alumna U, sobre a posibilidade de que un obxecto mida memos en movemento que en repouso)

- Respostas hiperrelativistas (*todo é relativo*): alumnos B,C,E,K,M,N,O,P,R,U,V,W,Z

O tempo na Lúa calcúlase doutra maneira, e as condicións ambientais inflúen no elemento (alumna U)

Unha teoría que elaborou Einstein, que di que todo é relativo, que non hai nada absoluto. (alumno K)

Asegún: no espazo non ten nada que choque contra él, pero na atmosfera terrestre pode ser que se retrase pola velocidade contra o aire. (alumno O, sobre a posibilidade de variación do tempo entre SR)
Sí. Isto daríase se se dilatase, licuase, solidificase ... (alumna U, sobre a posibilidade de que un obxecto mida memos en movemento que en repouso)

- Atribución de efectos destrutivos á velocidade da luz: alumnos N, R, S

Sí. Desintegraríanse ao acadar unha certa velocidade (alumno R, sobre a posibilidade de que exista un límite para a velocidade a que pode ser acelerada unha partícula)

Sí. Porque ese obxecto, ao adquirir certa velocidade, pódese desintegrar (alumno W, sobre a posibilidade de que un obxecto mida memos en movemento que en repouso)

Na proba 3, a partir dalgunhas respuestas do alumnado detectouse un erro de deseño na redacción do item 2: indícase a posibilidade de *ralentización do tempo* nun reloxo mediante unha expresión ambigua (*ir más lento*), na que cabe unha interpretación alternativa (*ir a menos velocidade*).

C4.5. VERIFICACIÓN DA HIPÓTESE DE INVESTIGACIÓN 1

No apartado C1.4 do primeiro capítulo formulabamos o problema de investigación e as hipóteses de investigación derivadas da mesma, das cales a primeira hipótese (HI1) formulouse como segue:

HI1-Antes da aplicación da proposta didáctica obxecto de investigación os coñecementos dos estudantes son, desde o punto de vista da ciencia escolar, inaxeitados e insuficientemente estruturados, polo que constitúen esquemas de pensamento pouco útiles para a interpretación cualitativa da Teoría da Relatividade Especial e das súas consecuencias.

Despois da análise realizada sobre a fase inicial da intervención, na que se caracterizaron as ideas previas do alumnado en relación coa Teoría da Relatividade Especial (RE) para posteriormente agrupalas por niveis en función do seu afastamento respecto do deseñable dende a perspectiva da ciencia escolar, estamos en condicións de responder do seguinte xeito á mencionada pregunta:

De acordo coa mostra analizada, os alumnos chegan ao Bacharelato praticamente sen coñecementos satisfactorios en relación coa Teoría da Relatividade Especial. Unicamente algúns manifestan certo coñecemento fragmentario en relación co concepto relativista de velocidade límite.

C4.5.1. Implicacións didácticas

O feito de que un número significativo de alumnos comecen a instrución sobre a Relatividade Especial cun certo coñecemento previo da existencia dun límite de velocidades pode ter consecuencias para o desenvolvemento da proposta didáctica que é obxecto de investigación, xa que na mesma dito límite de velocidades non ten o status de postulado previo ou punto de partida, senón que é un resultado que se obtén como consecuencia do desenvolvemento e análise das construcións gráficas da transformación de Lorentz.

Existen propostas didácticas para a RE que parten precisamente da imposibilidade de chegar á velocidade da luz para derivar os fenómenos da teoría relativista a partir do mesmo.

Ao noso entender, mediante dito enfoque acéptase como evidencia (ou punto de partida a partir da cal se constrúe unha teoría) a *imposibilidade* de acadar unha determinada velocidade.

Para moitos dos alumnos, esta imposibilidade está asociada co nivel actual de desenvolvemento da técnica, do mesmo xeito que no seu momento existía a barreira do son como límite para a velocidade dos avións, o cal foi rebasado pola aparición dos avións supersónicos. Calquera teoría que se construíse sobre a evidencia de dito límite de velocidade caería inexorablemente en canto dito límite se sobrepasase.

De se construir deste xeito a didáctica da RE, poderá quedar na mente do alumnado como unha teoría provisional ou anecdótica, que será superada en canto se consiga rebasar dita velocidade límite.

De feito, algo semellante está a acontecer acotío cada vez que aparece a noticia de que nalgún experimento se conseguiu sobrepassar a velocidade da luz: os medios de comunicación inmediatamente anuncian que a teoría de Einstein xa foi superada, cando até o momento ningunha das numerosas probas experimentais a que se ten sometido a RE conseguiu desmontar ningún dos seus fundamentos ou consecuencias.

Non é certo que a RE prediga a imposibilidade da existencia de velocidades superiores á da luz, e de feito simplemente con xirar un punteiro láser unha noite de luar, podemos facer que o punto

luminoso se desprace pola superficie da Lúa cunha velocidade moito maior que 300.000 km/s. Isto non ten nada de paradoxal, posto que de acordo coa RE o que é imposible é que dous SR teñan unha velocidade relativa entre eles superior á da luz, e o punto luminoso pola superficie da Lúa non corresponde con ningún sistema de referencia (SR).

Os experimentos máis recentes nos que se anunciou o sobrepasamento de dito límite corresponden coa transmisión a distancia dun efecto cuántico, o de correlación entre as funcións de onda de dúas partículas. Mediante dito efecto non se consegue transmitir materia, enerxía nin información, e polo tanto os resultados obtidos non afectan a ningún SR e non teñen ningunha consecuencia sobre a validez da RE.

Unha formulación didáctica da RE baseada na imposibilidade de chegar ou de rebasar a velocidade da luz tampouco corresponde co desenvolvemento histórico da teoría, e polo tanto seguiría un camiño alternativo ao mesmo. Aínda que non é estritamente necesario, si resulta interesante poder facer un paralelismo entre o desenvolvemento dunha teoría na aula e a correspondente xénese histórica, algo que si é posible se partimos da invarianza da velocidade da luz como postulado básico, e non da imposibilidade de rebasala.

Un resultado interesante obtido na proba 4 (simulación práctica da experiencia de Michelson e debate posterior) foi o feito de que as alumnas U, Y e Z trazasen de xeito autónomo unha figura na cal aparece inclinada a base (figura 3.1), o que constitúe a esencia da Relatividade Especial dende un punto de vista gráfico. Neste senso, podemos dicir que foron capaces de construír unha figura a partir da cal poderían chegar a obterse todas as consecuencias relativistas. A aparición de gráficas deste estilo pode ser usada con proveito na instrución posterior.

CAPITULO 5.- IMPLEMENTACIÓN NA AULA

Neste capítulo procédese ao contraste da Hipótese de Investigación 2 (HI2). Para iso consideramos de suma importancia o seguimento do propio proceso de construcción do coñecemento ao longo das dezasete actividades que constituíron a nosa proposta didáctica.

Despois da descripción dos instrumentos de recollida de información durante as sesións de traballo, procedemos á análise das manifestacións do alumnado, presentes nos seus cadernos de traballo e nas súas manifestacións orais, pois consideramos que estas cumpren a función de relatar a incorporación das relacións establecidas ao longo da intervención e, en consecuencia, pon de manifesto a implicación real dos estudiantes na súa propia aprendizaxe. Ilústrase, como exemplo, o seguimento de cinco deles, seleccionados como representativos da mostra, e descríbense as pautas seguidas na aplicación e desenvolvemento da proposta didáctica na aula.

Tamén se fai un seguimento da aplicación da proposta didáctica co obxecto de comprobar como foi percibida, en contraposición coa singularidade e idiosincrasia de cada un dos alumnos e alumnas seleccionados.

Despois de resumir as ideas alternativas ou erróneas detectadas ao longo da implementación destas actividades, procédese a verificar a segunda das hipóteses da investigación, e analízanse as correspondentes implicacións didácticas.

C5.1. HIPÓTESE DE INVESTIGACIÓN 2: SEGUIMENTO DA PROPOSTA NA AULA.

No apartado C1.4 do primeiro capítulo formulabamos o problema de investigación e as hipóteses de investigación derivadas da mesma, das cales a segunda hipótese de investigación (HI2) formulouse nos seguintes termos:

HI2- A aplicación na aula da metodoloxía ensaiada favorece a activación de esquemas de pensamento sobre a Teoría da Relatividade Especial acordes coa ciencia escolar.

Para verificar esta hipótese, faise un seguimento do desempeño do alumnado ao longo da intervención.

Tendo en conta que a intervención foi feita en tres grupos de composición diferente, seleccionáronse os seguintes alumnos:

Polos 6 alumnos de 4º ESO: alumno D

Polos 10 alumnos de 1º Bacharelato Tecnolóxico: alumnos L e R

Polos 3 alumnos de 1º Bacharelato Científico: alumno V

Polas 3 alumnas de 1º Bacharelato Científico: alumna U

Mediante esta selección preténdese ilustrar o efecto dos materiais didácticos sobre o alumnado, e para iso procurouse ter en conta a diversidade na composición da mostra, así como os resultados das diversas probas de avaliación realizadas.

C5.2. INSTRUMENTOS PARA A RECOLLIDA DE INFORMACIÓN

Ao longo deste apartado describense as fichas de traballo correspondentes ás fases de indagación (actividades 6 a 10) e de aplicación (actividades 11 a 15) das cales se obtivo información relevante para facer unha avaliación continuada da evolución do pensamento dos alumnos. O conxunto de fichas está recollido e explicado no apartado C2.5 do Capítulo 2, no cal se pode observar que algunas das fichas posúen un carácter fundamentalmente informativo, correspondendo coas actividades 8, 10 e 14. O obxectivo destas actividades é de carácter auxiliar e complementario da serie principal, que está dedicada a visibilizar os efectos da transformación de Lorentz sobre as magnitudes físicas do espazotempo.

Polas mencionadas razóns non se presentan resultados correspondentes á aplicación na aula das actividades de carácter informativo. Ao longo da intervención na aula fóreronse comprobando as dificultades existentes na comprensión da información, ao mesmo tempo que se intentaban explicar directamente. Os resultados positivos acadados na avaliación final en relación cos contidos correspondentes darán unha medida do grao de asimilación destes contidos, que, como xa foi dito anteriormente, non constitúen máis que complementos de reforzo para a secuencia didáctica principal.

Xa que logo, centraremos a nosa análise nas seguintes actividades:

Actividade 9: Sistema de Referencia Terra -Lúa (Lorentz) (apartado C5.2.1)

Mediante esta actividade incorpórase o conxunto de magnitudes físicas contempladas na nosa proposta didáctica no diagrama espazotemporal de Lorentz, comprobando a aparición dos fenómenos relativistas.

Actividade 11: Paradoxo dos xemelgos (debate) (apartado C5.2.2)

Actividade na que se cuestionao grau de realidade que o alumnado atribúe aos fenómenos relativistas que afloraron na actividade anterior.

Actividade 12: Electromagnetismo e Relatividade (apartado C5.2.3)

Nesta actividade preséntasae unha forte evidencia experimental da realidade dos fonómenos relativistas.

Actividade 15: Constante de Hubble e Big Bang (apartado C5.2.4)

Finalmente, compróbase o potencial da Teoría da Relatividade para explicar os últimos descubrimientos cosmolóxicos.

C5.2.1. Actividade 9: Sistema de Referencia Terra -Lúa (Lorentz)

O Sistema de Referencia Terra-Lúa xa é sobradamente coñecido polos nosos alumnos, despois de ter sido analizado en dúas ocasións na fase previa (apartado C2.5.1, actividades 2 e 5). Na actividade 2 (apartado C3.1.2) pódese comprobar como o alumnado incorpora as magnitudes físicas tempo, espazo, velocidade (con especial referencia á velocidade da luz), e masa nun diagrama espazotemporal considerado en repouso, e polo tanto con características aristotélicas. Posteriormente, na actividade 5 (apartado C3.1.3), o alumnado aplicou a transformación de Galileo ás figuras *aristotélicas* da actividade 2 para traspasar as situacóns físicas descritas dende un sistema en repouso a outro en movemento, e mediante unha análise das gráficas resultantes comprobar os resultados clásicos da relatividade de Galileo, os cales corresponden coa intuición física clásica.

Agora utilizase novamente este mesmo procedemento gráfico, case paso por paso, mais desta vez sobre unha gráfica diferente, como é o rombo inclinado que nos permitiu resolver o dilema de Michelson. Tras efectuar de novo a transposición xeométrica, os alumnos poderán comprobar visual e gráficamente a aparición dun conxunto de fenómenos desconcertantes, que son as consecuencias físicas da transformación de Lorentz da Relatividade Especial: dilatación temporal, contracción espacial, velocidade límite e equivalencia entre masa e enerxía.

No cadro 2.15 do capítulo 2 descríbese a ficha presentada ao alumnado na actividade 9 para construír as gráficas da transformación do espazotempo na Relatividade Especial para o denominado Sistema de Referencia Terra-Lúa, na cal constan unha serie de items a partir de cuxas respuestas podemos coñecer o grao de asimilación das novas ideas nesta fase da instrución.

Actividade 9: Descripción dos items

-Items “a”: corresponden coa representación gráfica dunha serie de sucesos explicados na ficha mediante gráficas espazotemporais nas que se sitúa o rombo de Lorentz ao lado do cadrado orixinal. Son os seguintes:

a1: 2 raios de luz que saen simultaneamente da Terra e da Lúa, con sentidos opostos

Nesta figura, inténtase que o alumnado comprobe a concordancia co resultado experimental de conservación da velocidade da luz en todos os sistemas de referencia.

a2: 2 átomos de Minkowski creados simultaneamente na Terra e na Lúa.

Esta figura permitirá comprobar visualmente o fenómeno relativista da dilatación temporal.

a3: 2 cápsulas que saen simultaneamente da Terra e da Lúa a 150.000km/s e se empotran cando chocan, permanecendo o cdm sempre en repouso e equidistante das cápsulas.

Esta figura servirá posteriormente para visualizar a equivalencia entre masa e enerxía.

a4: Unha nave alieníxena de 300.000 km de lonxitude parada entre a Terra e a Lúa.

Esta figura servirá para visualizar a contracción espacial.

-Items “b”: corresponden a unha serie de interrogantes relacionados coas representacións gráficas realizadas nos items “a” da mesma numeración:

b1: Que velocidades levan os 2 raios de luz da copia alieníxena no noso S.R.?

Varía a velocidad da luz ao pasar dun SR a outro? _____

Explica iso o resultado do experimento de Michelson? _____ Por que?

Preséntanse estas preguntas a modo de reflexión sobre a concordancia entre a transformación de Lorentz e o paradoxal resultado negativo obtido por Michelson.

b2: Tardan o mesmo en desintegrarse os átomos de Minkowski no SRA que no SRB? _____ En que sistema “viven” máis tempo os átomos?

Que acontecería se en lugar de átomos fosen dúas persoas xemelgas, unha na Terra e a outra na nave?

Nestas preguntas hai unha secuencia graduada, sempre en relación co mesmo fenómeno relativista da dilatación temporal: Primeiro céntrase a atención nun suceso desvinculado da experiencia vital do alumnado como é a duración de átomos e partículas, e a continuación pásase a un suceso cunha gran conexión coa súa experiencia vital, como é a comparación entre as idades de dúas persoas. Este último contexto permite posteriormente contemplar a análise do paroxo dos xemelgos mediante un debate (actividade 11).

b3: Se trazamos a liña de puntos no SRA, observamos que está desprazada cara unha das masas. Inflúe a Ec na posición do cdm? _____ De que forma?

Que consecuencias terá este feito?

Chámase a atención explícita sobre unha característica da figura que non chama demasiado a atención nun principio, mais que ten profundas implicacións, porque nos permitirá visualizar a propiedade relativista más complexa: a equivalencia entre masa e enerxía. Para unha axeitada interpretación desta gráfica, pódese acudir a comparar coa gráfica relativista clásica análoga presentada na fase previa (capítulo 4, apartado C4.3.3)

b4: Mide o mesmo a distancia (horizontal na gráfica!) entre a “Terra” e a “Lúa” do laboratorio alieníxena no noso S. de Referencia? _____ En que sistema mide menos? _____ Como variará a medida do tamaño dun corpo cando este pasa movendo a gran velocidad por diante de nós?

Neste derradeiro item, preséntase ao alumnado coa tarefa de interpretar a anchura dunha banda no espazotempo como a lonxitude dun obxecto en movemento. A definición da medida da lonxitude dun obxecto en movemento non é doada de explicar de xeito discursivo, e neste caso a gráfica permite visualizar directamente dita medida. Finalmente, o resultado servirá para obter o resultado relativista da contracción espacial.

C5.2.2. Actividade 11: Paroxo dos xemelgos (debate)

Unha vez construída a transformación de Lorentz e comprobados os sorprendentes efectos físicos que aparecen de xeito visual nas gráficas resultantes, estamos nun punto no que o alumno recibiu

unha información novedoso e impactante mais simplemente dun xeito visual, sen contraste con feitos da vida real ou da súa experiencia. A información, agora, debe ser aplicada a diferentes contextos, para ir construíndo novas experiencias e situacións que reforcen a significatividade dos contidos recentemente incorporados. Deste xeito, comézase cunha intervención de carácter prospectivo, na que se interroga ao alumnado indirectamente (nun formato de debate entre iguais) sobre a relevancia e a conexión coa realidade que poden ter as consecuencias relativistas que apareceron dun xeito tan natural nas gráficas espazotemporais coas que se veu traballando.

O profesor, aparte de organizar o debate e fomentar a participación ordenada no mesmo, procurou que o alumnado tomara consciencia da interpelación dos diferentes efectos relativistas, é dicir, ante a dúbida entre o sentido común (para quen só existe un único tempo efectivo, que transcorre igual para calquera observador) e a RE (de acordo coa cal o tempo transcorrerá de xeito diferente para os dous xemelgos), e ante a imposibilidade de presentar probas ou evidencia en favor ou en contra doa argumentos presentados, debería recoñecer que a proba pode vir dada mediante un experimento realizado sobre outro dos fenómenos descritos. Para elo, é fundamental que os alumnos comprendan a necesaria interpelación existente entre os diversos fenómenos, derivado do feito de que aparecen todos nunha mesma construcción xeométrica, que de ser certa o será con todas as consecuencias.

Actividade 11: Descripción dos items

No cadro 2.18 do capítulo 2 descríbese o texto presentado ao alumnado para fomentar o debate sobre as consecuencias do experimento de Michelson. O conxunto de explicacións e reflexións presentadas para fomentar a análise individual previa e o debate colectivo posterior resúmense nas seguintes dúas cuestións, relacionadas coa posibilidade de que o xemelgo viaxeiro regrese co seu tempo alterado en relación co propio alumno, o cal sería o xemelgo que permaneceu na Terra mentres tanto:

1-Pode ser que o teu irmán xemelgo regresase sendo máis novo ca ti?

O grao de aceptación ou rexeitamento desta posibilidade, así como a argumentación levada a cabo, pódenos subministrar interesante información en relación coas ideas do alumnado sobre o tempo na teoría relativista.

2-Pode ser que o teu irmán xemelgo regresase sendo máis novo que cando saíu?

Este item incorpórarse como un distractor mediante o cal pretendemos localizar residuos da idea errónea da relatividade como *todo é relativo, polo tanto non se pode afirmar nada absolutamente nin negar ningunha posibilidade*.

C5.2.3. Actividade 12: Electromagnetismo e Relatividade (teoría e práctica)

Nestas actividades tentarase extraer a Teoría da Relatividade do limbo das teorías estrañas, da ciencia-ficción ou do *todo vale* para asentala como unha teoría moi sólida e frutífera, capaz de

explicar fenómenos e experiencias moi variados. E procurando non perder nunca o fio condutor gráfico-visual de toda a secuencia didáctica.

Estamos tal vez ante a única posibilidade de presentar ao alumno algunha evidencia de tipo experimental (e incluso sensible) en favor de todo o edificio teórico físico e visual que vimos de construír. Aparentemente, é unha boa oportunidde para asentar os coñecementos adquiridos, mais existe unha posibilidade que pode botar ao traste a súa incorporación como evidencia en favor da RE: o feito de que as experiencias con imáns e bobinas, e o electromagnetismo en xeral, poden ser explicadas mediante a incorporación dunha serie de constructos específicos para as mesmas como son os conceptos de campo magnético, liñas e polos magnéticos, etc. Si o alumno xa dispón destes constructos para explicar as experiencias, difícilmente as vai a incorporar como evidencia en favor de fenómenos tan extraños como os que predice a RE. Por iso, dedberíase evitar a incorporación destes conceptos previamente á realización da experiencia, e en todo caso (e así se fai na ficha final da mesma), poderíanse incorporar ao final, como consecuencias dos fenómenos relativistas.

A actividade 13 (Cadros 2.20 e 2.21 do Capítulo 2) foi realizada dun xeito eminentemente práctico, para dar unha mostra de cómo as ideas relativistas (concretamente, o fenómeno da contracción espacial) permiten interpretar satisfactoriamente sucesos da vida real e comportamentos de sistemas físicos como son os electroimáns, a localización xeográfica mediante o compás magnético e os motores eléctricos.

Como paso previo a dita actividade práctica, presentouse ao alumnado unha ficha de traballo (actividade 12, Cadro 2.19 do Capítulo 2) na cal debían demostrar se eran capaces de predecir o comportamento magnético de dúas correntes paralelas achegadas entre si únicamente a partir de consideracións sobre o modelo de corrente eléctrica como sistema de cargas en movemento ao cal se incorpora a transformación de Lorentz. O efecto de contracción espacial de dita transformación xeométrica do espazotempo é o responsable directo das formas magnéticas entre as correntes eléctricas, polo que permite explicar ditas interaccións sen necesidade de recorrer a campos magnéticos intermediarios.

Actividade 12 - Forza de Lorentz: magnetismo a partir da Relatividade

No apartado C1.2.4 do capítulo 1, e no apartado A1.5.1.3 do Anexo 1 descríbese (de xeito sintético e detallado, respectivamente) a forma en que pode ser derivada a forza de Lorentz a partir do fenómeno relativista da contracción espacial e, posteriormente, como mediante dita forza de Lorentz pode ser explicado o funcionamento de imáns, compases e bobinas, e incluso de sistemas tan complexos como o acelerador de partículas existente no CERN.

No cadro 2.19 do capítulo 2 descríbese a ficha presentada ao alumnado para explicar na actividade 12 a forza electromagnética de Lorentz como unha consecuencia da contracción espacial relativista. A posibilidade de realizar unha serie de experiencias de laboratorio sobre magnetismo e electromagnetismo explicando todos os fenómenos observados mediante a Teoría da Relatividade (e máis concretamente, mediante unha das consecuencias visuais da transformación de Lorentz: a contracción espacial).

En primeiro lugar, preséntase a evidencia da atracción entre bobinas iguais cun núcleo de ferro no medio. Convén asegurarnos de que o efecto vai ser suficientemente forte para chamar a atención do alumnado, que deberá aplicar unha considerable forza para separar as bobinas (para iso, pode ser necesario acudir a tensións que requiran o manexo directo por parte do profesor, xa que ao interromper a corrente nunha bobina prodúcense correntes inducidas transitorias con picos de tensión alta).

Esta experiencia sensible contribúe a despexar numerosas dúbidas sobre a realidade da teoría que están a ver até o momento, e por tanto a afirmar a validez de todas as restantes conclusións que se obteñen dunha maneira visual análoga, debido á coherencia interna das estruturas xeométricas. Por iso, non convén falar nesta actividade de polos e de campos magnéticos para explicar as observacións, xa que perderíamos esa capacidade de relacionar este experimento (o único posible de levar a cabo nun laboratorio de secundaria) cos restantes fenómenos relativistas.

Avanzando na práctica, explícase o funcionamento dun compás como unha pequena bobina de proba, e a orientación da mesma na superficie terrestre como consecuencia de haber cargas xiratorias no núcleo metálico do noso planeta, e relacionadas coa rotación do mesmo (de aí a alineación relativa entre os polos magnéticos e xeográficos).

Ao final, aparecen as palabras *polo* e *campo* como consecuencia da nosa exploración sistemática, non como conceptos *a priori*.

5.2.4. Actividade 15 - Constante de Hubble e Big Bang

Despois de ter cuestionado a realidade dos efectos relativistas, e de dar unha resposta de carácter experimental, intentaremos incrementar a significatividade e factibilidade dos coñecementos adquiridos polo alumnado entrando nun campo sumamente atractivo para estas idades como é a Cosmoloxía, para comprobar que a Relatividade especial é quen de predecir e xustificar todo tipo de paradoxos que xurden na análise da teoría do Universo en expansión ou Big Bang, que é aceptada pola gran maioría da comunidade científica.

Coa axuda das mesmas gráficas que leva utilizando dendeo mesmo inicio destas actividades, o alumnado podrá analizar e formular en por si as respostas aos numerosos interrogantes que dita teoría formula sobre a orixe, estrutura, características e evolución do Universo no que nos

atopamos. No apartado C1.2.4 do capítulo 2 (e, de xeito máis completo, no apartado A1.6 do Anexo 1) preséntase unha análise visual da estrutura e evolución do Universo en expansión, xunto cos paradoxos que presenta.

No cadro 2.23 do capítulo 2 descríbese a ficha utilizada na actividade 15 para posibilitar a interpretación visual do Big Bang a partir dos postulados relativistas. Nesta actividade constrúese a figura resultante de aplicar unha serie de velocidades relativas crecientes a un mesmo SR.

A construcción resulta nunha gráfica curva correspondente a unha hipérbole equilátera cuxas asíntotas son as diagonais que marcan a velocidade da luz.

Actividade 15 – Descripción dos items

Utilizaremos os resultados obtidos para ter unha maior información sobre o grao de significatividade adquirido por cada fenómeno relativista.

Para iso, agruparemos as preguntas da actividade 15 do seguinte xeito:

1-Medición e comparación de tempos na gráfica (idade das galaxias, duración da viaxe dun raio luminoso).

Nas respuestas a estas preguntas pódense activar relacións correspondentes coa dilatación temporal.

2-Haberá algúin límite para o número de galaxias no Universo?

Na resposta a esta pregunta pódense activar relacións correspondentes á velocidade límite, dilatación temporal e contracción espacial.

3-Haberá galaxias cuxa luz non se poida ver?

Na resposta a esta pregunta pódense activar relacións correspondentes á velocidade límite.

4-Medición de tamaños, lonxitudes e distancias no Universo.

Nas respuestas a estas preguntas pódense activar relacións correspondentes coa contracción espacial.

5-Posibilidade de observar os instantes iniciais do nacemento do Universo.

Nas respuestas a estas preguntas pódense activar relacións correspondentes coa dilatación temporal e coa equivalencia entre masa e enerxía.

C5.3. APPLICACIÓN E DESENVOLVEMENTO DA PROPOSTA DIDÁCTICA NA AULA. DESCRICIÓN DAS MANIFESTACIÓN S ESCRITAS E ORAIS DOS ESTUDANTES.

Como se explica no apartado C5.1., o seguimento da aplicación dos materiais didácticos na aula farase en relación a unha mostra representativa de 5 alumnos:

Polos 6 alumnos de 4º ESO: alumno D

Polos 10 alumnos de 1º Bacharelato Tecnolóxico: alumnos L e R

Polos 3 alumnos de 1º Bacharelato Científico: alumno V

Polas 3 alumnas de 1º Bacharelato Científico: alumna U

Para cada unha das probas, expoñeranse os resultados agrupados de acordo coa concordancia que manifesten en relación co referencial, presentando primeiramente os resultados máis en concordancia co mesmo, e os más discordantes ao final.

A presentación dos resultados farase segundo a seguinte orde:

- [Actividade 9: Sistema de Referencia Terra -Lúa \(Lorentz\) \(apartado C5.3.1\)](#)
- [Actividade 11: Paradoxo dos xemelgos \(debate\) \(apartado C5.3.2\)](#)
- [Actividade 12: Electromagnetismo e Relatividade \(apartado C5.3.3\)](#)
- [Actividade 15: Constante de Hubble e Big Bang \(apartado C5.3.4\)](#)

Neste punto, cómpre facer unha salvidade:

Na maioría dos items, é posible para o alumnado dar unha resposta de tipo galileano. Esta resposta, dende o punto de vista do aprendido na fase de adaptación previa, sería correcta, amosando deste xeito o carácter significativo do aprendido naquela fase. Mais as características específicas desta intervención fan que, dende o punto de vista da Relatividade Especial, esta mesma resposta deba ser considerada incorrecta. A razón está en que se está a utilizar a Relatividade Clásica como ponte cognitiva entre as ideas previas aristotélicas e os contidos relativistas que son obxecto de aprendizaxe.

Esta posible interferencia, debida ao pouco tempo pasado entre as fases previa (ou de exploración), na que se consgtrúe visualmente a relatividade galileana ou clásica, e a fase de indagación, na que se repite o procedemento para a construcción da Relatividade Especial, podería ser minimizada no caso de ter incorporado a visualización da relatividade clásica (necessaria dende a perspectiva didáctica visual que estamos utilizando) en cursos previos.

O conxunto de resultados dos cales se extrae a información presentada pódese observar no Anexo 5. No Anexo 8 preséntase unha mostra representativa das fichas orixinais cubertas polo alumnado seleccionado, en que cada ficha está referenciada mediante unha letra maiúscula, correspondente á identificación do alumno ou alumna, e un número correspondente á identificación da ficha.

C5.3.1. Actividade 9 : Sistema de Referencia Terra -Lúa (Lorentz)

-Items “a”: *corresponden coa representación gráfica dunha serie de sucesos explicados na ficha mediante gráficas espazotemporais nas que se sitúa o rombo de Lorentz ao lado do cadrado orixinal.*

Dado o interese que presentan estas respostas de carácter gráfico para coñecer a evolución do pensamento dos alumnos, incorporáronse no Anexo 6 (e farase mención delas neste apartado) as fichas dos alumno K, M, T e da alumna Z, debido a que presentan algunha característica diferente das que presentaron os cinco alumnos da mostra seleccionada. O resto dos alumnos presentaron

gráficas coincidentes con algunha das da mostra seleccionada (alumnos D, L, R, V e U), o que da idea dunha boa representatividade do conxunto por parte da mesma.

a1: 2 raios de luz que saen simultaneamente da Terra e da Lúa, con sentidos opostos

Nesta figura, inténtase que o alumnado comprobe a concordancia co resultado experimental de conservación da velocidade da luz en todos os sistemas de referencia. Lémbrese que este foi o punto de partida para a nosa secuencia didáctica: a imposibilidade de explicar o resultado negativo obtido por Michelson mediante a relatividade clásica., e como a transformación de Lorentz é a única posibilidade existente para a incorporación deste resultado nunha transformación do espazotempo.

- Resultados aceptables

Na figura 5.1 obsérvase o camiño dos raios de luz que van da Terra á Lúa e viceversa, dende o

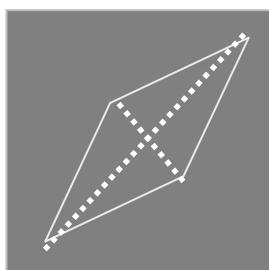


Figura 5.1

sistema de referencia dun observador situado nunha nave espacial que viaxa a gran velocidade da Lúa á Terra (de dereita a esquerda na figura)

A pesar que as liñas dos dous raios non son iguais (a do raio que ven contra o observador está alongada, mentres que a que vai a favor do seu movemento está acurtada en idéntica proporción, a inclinación das dúas liñas segue sendo a mesma da diagonal do cadrado: na liña alongada o espazo e o tempo están aumentados en igual proporción respecto da outra,

polo que a súa relación ou cociente, que é a velocidade, mantense invariante.

Fixeron gráficas semellantes os alumnos D, L, R e V, a alumna U, así como a totalidade do restante alumnado.

a2: 2 átomos de Minkowskio creados simultaneamente na Terra e na Lúa.

Esta figura permitirá comprobar visualmente o fenómeno relativista da dilatación temporal.

- Resultados aceptables

Na figura 5.2 obsérvase que o suceso previo aparentemente simple (dúas partículas iguais son creadas simultaneamente na Terra e na Lúa e desaparecen ao mesmo tempo), agora, dende o sistema de referencia en movemento, precisaría dunha descripción detallada nestes termos: Dúas partículas son creadas en momentos diferentes na Terra e na Lúa, e avanzan con ditos astros á mesma velocidade durante o mesmo tempo, polo que duran tanto na Lúa como na Terra. Acontece, ademais, que a duración é maior do que no sistema de referencia orixinal: dilatación temporal.

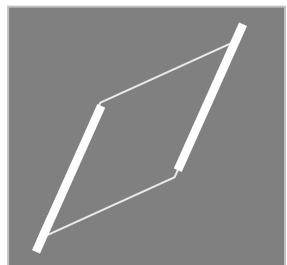


Figura 5.2

Presenta unha gráfica semellante o alumno D.

Nas gráficas dos alumnos L, R e V, e na da alumna U non se recoñecen as liñas trazadas.

No caso dos restantes alumnos, os alumnos F, S e T trazan liñas semellantes ás da figura 5.2 nas súas gráficas, e nos restantes casos están ausentes ou non se recoñecen por confundirse coas liñas trazadas na fotocopia base, o cal constitúe un erro de deseño da ficha que debería ser subsanado para o futuro.

a3: 2 cápsulas que saen simultaneamente da Terra e da Lúa a 150.000km/s e se encastran cando chocan, permanecendo o cdm sempre en repouso e equidistante das cápsulas.

Esta figura servirá posteriormente para visualizar a equivalencia entre masa e enerxía.

- Resultados aceptables

Na figura 5.3 obsérvase que a masa da dereita está en repouso (liña vertical no espazotempo), mentres que a masa da esquerda avanza cara a ela a gran velocidade. A liña de puntos representa o cdm (sería a continuación cara atrás da liña que trazaría o conxunto unido despois do choque, pois o estado de movemento do cdm non varía nun choque entre dúas masas).

Igual que no cadrado inicial, a liña de puntos diríxese dende o punto medio do lado superior (onde conflúen as masas) até o punto medio do vértice inferior, polo que

aparentemente non cambiou nada con respecto á situación simétrica (sistema de referencia do cdm), na que ambas masas se movían coa mesma velocidade en sentidos contrarios e o cdm estaba en repouso, polo tanto trazaba unha liña vertical entre os puntos medios dos lados superior e inferior do cadrado orixinal.

Figura 5.3

Todos os alumnos da mostra seleccionada (D, L, R, U e V) trazan gráficas análogas á da figura 5.3, así como os alumnos K e T de entre o resto do alumnado.

- Resultados alternativos ou incorrectos

Gráficas trazadas sen o necesario rigor: alumno M e alumna Z (ver Anexo 5, apartado A5.1)

O alumno M non conserva a proporción das escalas horizontal e vertical, e a alumna Z non traza as liñas da gráfica no rombo de Lorentz entre puntos homólogos cos do cadrado inicial. Como consecuencia, en ningún dos dous casos é posible chegar a establecer a equivalencia entre masa e enerxía de xeito gráfico.

Estas situacións revelan unha característica das gráficas e, en xeral, das interpretacións xeométricas da física: Deben ser correctas no seu conxunto, pois un erro nun dos elementos tradúcese nunha incorrección global da figura resultante. Deste xeito, a potencialidade explicativa e interpretativa do método gráfico visual para a didáctica da física pódese volver na nosa contra se non se segue un mínimo rigor nas construcións gráficas realizadas.

a4: Nave alieníxena de 300.000 km de lonxitude parada entre a Terra e a Lúa.

- Resultados aceptables

Mediante esta proba preténdese aproximar o alumnado á problemática específica da medición de lonxitudes en sistemas de referencia en movemento. Nunha figura análoga da fase previa (apartado 3.1.3, figura 3.9), podíamos comprobar que a medida da lonxitude do obxecto na transformación de Galileo non variaba polo feito de estar en movemento. A construción desta figura faise seguindo o mesmo criterio, só que adaptado á nova transformación, a de Lorentz (figura 5.4). Neste caso,



aparece unha circunstancia diferente: As liñas están más xuntas, o que dará como resultado unha lonxitude menor cando se mida a distancia horizontal entre os extremos (fenómeno relativista da contracción espacial). Novamente aparece o feito de que a realidade sexa horizontal nas gráficas espazotemporais como a razón última dos fenómenos relativistas.

Figura 5.4

Todos os alumnos da mostra seleccionada (D, L, R, U e V) trazan gráficas análogas á da figura 5.4, así como os alumnos C, E, K, M e Z

de entre o resto do alumnado.

b1: Que velocidades levan os 2 raios de luz da copia alieníxena no noso S.R.?

Varía a velocidad da luz ao pasar dun SR a outro? _____

Explica iso o resultado do experimento de Michelson? _____ Por que?

Preséntanse estas preguntas a modo de reflexión sobre a concordancia entre a transformación de Lorentz e o paradoxal resultado negativo obtido por Michelson.

- Resultados aceptables

300.000 km/s, e non varía ao pasar dun SR a outro (alumnos L e R)

A velocidad da luz non varía (alumna U e alumno V)

Sobre a posibilidade de explicar o resultado de Michelson a partir destes resultados:

Si, porque a velocidad da luz sempre é a mesma (alumno R)

Si, porque se non varía a velocidad non hai ningunha diferenza (alumno V)

- Interpretación incorrecta da velocidad da luz na gráfica de Lorentz: alumnos D e L

O que sae da Terra móvese máis rápido que a luz normal, e o outro máis despacio (alumno D)

A velocidad da luz sí varía (alumnos D e L)

Curiosamente, o alumno L contradise nestas respostas: por unha banda, establece correctamente que a velocidad da luz mantén o seu valor de 300.000 km/s, e pola outra indica que a velocidad da luz varía.

- Interpretación incorrecta dos resultados obtidos por Michelson: alumno L

Non, porque a Michelson sempre lle daba 0 (alumno L)

O alumno L non se deu conta que o resultado nulo obtido por Michelson non se refería á velocidade da luz, senón á diferenza entre as velocidades da luz medidas en direccións diferentes, ou o que é o mesmo: que a velocidade da luz non varía.

b2: Tardan o mesmo en desintegrarse os átomos de Minkowski no SRA que no SRB? ____ En que sistema “viven” máis tempo os átomos?

Que acontecería se en lugar de átomos fosen dúas persoas xemelgas, unha na Terra e a outra na nave?

Nestas preguntas hai unha secuencia graduada, sempre en relación co mesmo fenómeno relativista da dilatación temporal: Primeiro céntrase a atención nun suceso desvinculado da experiencia vital do alumnado como é a duración de átomos e partículas, e a continuación pásase a un suceso cunha gran conexión coa súa experiencia vital, como é a comparación entre as idades de dúas persoas. Este último contexto permite posteriormente contemplar a análise do paradoxo dos xemelgos mediante un debate.

- Resultados aceptables

Non tardan o mesmo. Viven máis tempo no SRB. (alumnos D, L e alumna U)

Se en lugar de átomos fosen dúas persoas xemelgas:

O da nave viviría máis tempo (envellece máis despacio) (alumno D)

Que vivirán más tempo no SRB que no SRA (alumno L)

Que unha viviría más que a outra (alumna U)

O mesmo (alumno L)

- Respostas de características galileanas:

Sí que tardan o mesmo nos dous sistemas (alumnos R e V)

b3: Se trazamos a liña de puntos no SRA, observamos que está desprazada cara a unha das masas.

Inflúe a Ec na posición do cdm? ____ De que forma?

Que consecuencias terá este feito?

Chámase a atención explícita sobre unha característica da figura que non chama demasiado a atención nun principio, mais que ten profundas implicacións, pois nos permitirá visualizar a propiedade relativista máis complexa: a equivalencia entre masa e enerxía. Para unha axeitada interpretación desta gráfica, pódese acudir a comparar coa gráfica relativista clásica análoga presentada na fase previa (ficha f, explicada no capítulo 4, apartado C4.3.3)

- Resultados aceptables

Si, desprazando o punto medio cara unha das masas (alumna U)

Consecuencias deste feito:

Desequilibrará as dúas masas (alumna U)

Si (alumno R)

- Respostas de características galileanas: alumno D

Un obxecto con moita masa terá o cdm máis preto de si que outro con menos masa. (alumno D)

Podemos observar nesta resposta que o alumno D interpreta o desprazamento do cdm como consecuencia dun aumento da masa (que sería un resultado totalmente clásico), non polo efecto da enerxía que ten unha das masas (que é onde está a novidade conceptual destas figuras).

b4: Mide o mesmo a distancia (horizontal na gráfica!) entre a “Terra” e a “Lúa” do laboratorio alieníxena no noso S. de Referencia?. ____ En qué sistema mide menos? ____ Como variará a medida do tamaño dun corpo cando este pasa movendo a gran velocidade por diante de nós?

Neste derradeiro item, preséntase ao alumnado coa tarefa de interpretar a anchura dunha banda no espazotempo como a lonxitude dun obxecto en movemento. A definición da medida da lonxitude dun obxecto en movemento non é dodata de explicar de xeito discursivo, e neste caso a gráfica permite visualizar directamente dita medida. Finalmente, o resultado servirá para obter o resultado relativista da contracción espacial.

- Resultados aceptables

En que sistema mide menos a distancia T-L?

No SRB (dos alieníxenas) (alumnos D, L e V)

Como varía o tamaño dun corpo que se move a gran velocidade?

A más velocidade menor tamaño (alumno L)

- Confusión de Sistema de Referencia: alumnos R e U

Aumenta de tamaño (alumno V)

Nesta resposta, o alumno V manifesta unha incoherencia co expresado anteriormente. Ao igual que o alumno L, indicou correctamente que a distancia entre a Terra e a Lúa era menor dende o SR B, mais agora interpreta o resultado incorrectamente. Esta confusión entre sistemas de referencia é un dos problemas característicos da teoría da relatividade, tanto clásica como especial, e debería ser obxecto de tratamiento específico en cursos anteriores.

- Expresión errónea dun efecto relativista: alumnos R e V

Varía proporcionalmente o tempo co espazo (alumno R)

O emprego incorrecto de expresións como *proporcionalidade, correspondencia, equivalencia* e similares ébastante frecuente por parte de alumnos que intentan xustificar un feito relativista de forma textual. Unha análise gráfica meticolosa permite clarificar ditas incorreccións.

- Carácter aparente dun efecto relativista: alumno D

Cando un obxecto móvese a gran velocidade parece máis pequeno (alumno D)

Para evitar o choque conceptual entre as consecuencias relativistas e o sentido común, algúns alumnos adoitan asignar un carácter simplemente aparente aos mencionados fenómenos.

C5.3.2. Actividade 11: Paradoxo dos xemelgos (debate)

O conxunto de explicacións e reflexións presentadas para fomentar a análise individual previa e o debate colectivo posterior, resúmense na seguintes cuestión:

Pode ser que o teu irmán xemelgo regresara sendo máis novo ca ti?

O grao de aceptación ou rexitamento desta posibilidade, así como a argumentación levada a cabo, pode subministrarnos interesante información en relación coas ideas do alumnado sobre o tempo na teoría relativista.

- Resultados aceptables

Cando o tempo e o espazo se inclinan, o tempo pasa más lento que no SR terrestre, polo tanto podería ser que chegase máis novo pero non a metade dos anos. (alumno D)

- Respostas de características galileanas: alumnos U e V

Que más da donde estés, cumplen los dos los mismos años. (alumno V)

Conclusión final do seu grupo: *O tempo non se pode ralentizar.*

Cumpriría os mesmos anos, xa que o tempo non pode ir cara atrás, nin más lento. Pero o aspecto sí podería ser dunha persoa máis xoven, xa que no espazo o sistema de referencia do tempo varía e as condicións que o rodean tamén. É como a influencia da auga, do calor, ... (alumna U)

A primeira parte do texto da alumna U, de características galileanas, é matizada por ela mesma posteriormente mediante afirmacións hiperrelativistas (*todo é posible*), ao mesmo tempo que atribúe un carácter aparente aos efectos relativistas.

- Os efectos relativistas acontecen ao viaxar á velocidade da luz: alumno L

Se viaxa á velocidade da luz, o tempo deformaríase e podería chegar con menos anos na apariencia física. (alumno L)

- Os efectos relativistas son prácticamente imperceptibles: alumno V

Pode ser que ao cambiar de SR exista unha pequena diferencia de tempo. (alumno V)

O alumno U manifesta unha contradición coa súa afirmación anterior de tipo galileano, que agora matiza atribuíndo unhas características de imperceptibilidade aos efectos relativistas, nun novo intento de conciliación entre estes e o sentido común.

C5.3.3. Actividade 12: Electromagnetismo e Relatividade (teoría e práctica)

Estas actividades foron realizadas dun xeito eminentemente práctico, para dar unha mostra de cómo as ideas relativistas (concretamente, o fenómeno da contracción espacial) permiten interpretar satisfactoriamente sucesos da vida real e comportamentos de sistemas físicos como son os electroimáns, a localización xeográfica mediante o compás magnético e os motores eléctricos.

Como paso previo á actividade práctica 13, presentouse ao alumnado unha ficha de traballo (actividade 12) na cal debían demostrar se eran capaces de predecir o comportamento magnético de dúas correntes paralelas achegadas entre si únicamente a partir de consideracións sobre o modelo de corrente eléctrica como sistema de cargas en movemento ao cal se incorpora a transformación de Lorentz. O efecto de contracción espacial de dita transformación xeométrica do espazotempo é o

responsable directo das formas magnéticas entre as correntes eléctricas, polo que permite explicar ditas interaccións sen necesidade de recorrer a campos magnéticos intermediarios.

- Resultados aceptables

Co movemento dos electróns prodúcese a forza magnética. (alumno D)

Interpretan correctamente as forzas atractivas e repulsivas nos catro casos presentados nas gráficas: alumnos L, R, V e alumna U.

O traballo realizado posteriormente na práctica con imáns e motores eléctricos serviu para confirmar no alumnado participante a noción da contracción espacial como causante dos efectos observados. Esta aceptación dun efecto relativista explicado anteriormente como consecuencia dunha transformación xeométrica contribuí tamén a dotar dunha maior credibilidade aos restantes efectos, malia non poderen realizar ningunha experiencia de laboratorio cos mesmos. O feito de que a construción da transformación xeométrica de Lorentz é común para todos os efectos deducidos contribúe a este traslado de confianza para os demais efectos relativistas.

C5.3.4. Actividade 15 - Constante de Hubble e Big Bang

Como xa foi explicado na descripción da actividade, na mesma realiza unha síntese dos fenómenos relativistas vistos até o momento nunha única situación real, o que permitirá dar unha idea de conxunto aos conceptos aprendidos. Isto é posible debido ao carácter xeométrico da proposta didáctica, na cal se obteñen os catro fenómenos relativistas como consecuencias parciais dunha mesma transformación xeométrica, permitindo incorporar de xeito natural este tipo de interpretacións conxuntas a sistemas complexos.

Neste caso, utilizaremos os resultados obtidos para ter unha maior información sobre o grao de significatividade adquirido por cada fenómeno relativista.

1-Medición e comparación de tempos na gráfica (idade das galaxias, duración da viaxe dun raio luminoso).

Nas respostas a estas preguntas pódense activar relacións correspondentes coa dilatación temporal.

- Resultados aceptables

Miden correctamente as idades e tempos nas gráficas: alumnos D, V e alumna U.

2-Haberá algúñ límite para o número de galaxias no Universo?

Na resposta a esta pregunta pódense activar relacións correspondentes á velocidade límite, dilatación temporal e contracción espacial.

- Resultados aceptables: alumno V e alumna U.

3-Haberá galaxias cuxa luz non se poida ver?

Na resposta a esta pregunta pódense activar relacións correspondentes á velocidade límite.

- Resultados de características galileanas: alumnos D e V, alumna U

Sí (alumno D e alumna U)

Se ao expandirse superan a velocidade da luz, non podemos ver a súa luz. (alumno V)

A alumna V admite a posibilidade da existencia de galaxias que se separan de nós a velocidades maiores que a da luz.

4-Medición de tamaños, lonxitudes e distancias no Universo.

Nas respuestas a estas preguntas pódense activar relacións correspondentes coa contracción espacial.

- Resultados aceptables

15 GaL (alumna U, alumnos D e V)

5-Possibilidade de observar os instantes iniciais do nacemento do Universo.

Nas respuestas a estas preguntas pódense activar relacións correspondentes coa dilatación temporal e coa equivalencia entre masa e enerxía.

- Resultados de características galileanas: alumnos D e V, alumna U

Non. Poderíanse observar os seus efectos, pero o Big Bang xa rematou. (alumno D)

Non, foi algo que sucedeu hai moitísimos anos (alumna U)

Creo que non, é pasado. (alumno V)

Nestas respuestas obsérvase que o alumnado non deu integrado o concepto de dilatación temporal das galaxias más distantes dun xeito operativo, quedando coa noción de *viaxe ao pasado* asociada coa posibilidade de observar os instantes mesmos do nacemento do Universo.

Unha correcta interpretación deste fenómeno requiriría un maior grao de análise, talvez facendo medidas de tempos para sucesivas medicións de obxectos no Universo profundo, e comprobar que nos podemos achegar tanto queiramos ao momento mesmo en que o Universo comezou a expandirse. Non se está regresando ao pasado porque as observacións fanse sobre obxectos moi afastados, non sobre o noso propio contorno, o pasado do cal si sería inobservable.

C5.4. RESULTADOS DA IMPLEMENTACIÓN NA AULA

Na Táboa 5.1 preséntase o conxunto de relacións do esquema de Einstein que poderían ser activadas na realización das diversas probas desta fase de traballo na aula.

Na columna da esquerda preséntanse as relacións, identificadas por letras minúsculas de acordo ao que se especifica no diagrama 4.1 do capítulo 4. Na seguinte columna se incorpora unha expresión abreviada de cada relación. Na fila superior preséntanse as catro actividades xunto cos seus items, na orde na que foron realizadas. A columna da dereita incorpora as frecuencias de activación posibles para cada relación ao longo das actividades (letra f), e na fila inferior represéntase mediante a letra grega Σ o número de relacións que poderían ser activadas nun determinado item.

No corpo da táboa indícase mediante unha (x) o feito de que unha determinada relación poida ser activada nun certo item dunha determinada actividad nesta fase de implementación na aula da proposta didáctica obxecto de investigación.

R	Relacións / Activs Aula	Activ 9: SR T-L Lorentz								Ac 11 pdx xems	Ac12 Práct magn	Ac 15 Hub e BB	f
	items	a1	a2	a3	a4	b1	b2	b3	b4				
a	Mich: c non varía → resultado nulo					x							1
b	Explic. do result de Mich: Tr de Lorentz					x							1
c	Tr Lorentz: cadrado → rombo incl 45º	x	x	x	x								4
d	Tr de Lz: a altura do lateral aumenta		x			x				x		x	4
e	Tr. de Lz: a anchura (e) é menor				x			x				x	3
f	Máx. Incl. na tr. de Lz: liña diagonal	x				x						x	3
g	Tr. de Lz: cdm vai cara á masa con Ec			x			x						2
h	t' > t					x				x			2
i	e' < e						x				x		2
k	Tr. Lz: a base elévase ao sumar a v					x							2
l	Choque asim. (S'): Ec despraza o cdm			x		x							2
m	Dilatación temporal					x				x		x	3
n	Contracción espacial							x			x	x	3
o	Veloc. da luz: límite de veloc.											x	1
p	Equivalencia entre masa e enerxía						x						1
r	Comprob. da dilat .“t”: muóns atmosf.					x							1
s	Comprob. da contr. “e”: Fza. de Lorentz									x			1
u	Comprob. da equiv. m/E: E nuclear					x							1
v	Dilat. “t”: explica paradoxa dos xemelgos					x				x			2
x	Contracc. “e”: explica o magnetismo										x		1
y	V lím.: explica a xeometría do Big Bang											x	1
z	Equiv. m/E: explica a creación de partíc.					x							1
	Σ	2	2	3	2	4	5	6	3	4	4	7	42

Táboa 5.1 Correspondencia entre os items das probas de traballo na aula e as relacións do esquema de pensamento de Einstein.

Nesta táboa faise unha exposición de conxunto do posible grao de activación das diversas relacións do esquema de Einstein por parte dos alumnos, independentemente das características particulares e a especificidade de cada unha das actividades realizadas na aula. Podemos observar que as x teñen unha distribución bastante equilibrada, cunha certa disposición en diagonal, debido a que se trata de actividades de instrución, que siguen unha secuencia didáctica, e unha menor densidade de x na parte inferior, na que se atopan as relacións de carácter comprobatorio dos efectos relativistas.

Destas relacións, as situadas na parte esquerda da táboa (actividade 9) corresponden coa posibilidade de que algún alumno as exteriorice espontaneamente. O feito de que non sexan activadas non implica dificultades de comprensión dos items, xa que nestes non son requeridas.

A continuación, nas táboas 5.2, 5.3, 5.4, 5.5 e 5.6 procédere a identificar as relacións activadas por cada alumno nos diversos items analizados. Utilizaremos para iso a mesma táboa xeral 5.1, na cal reflectiremos mediante **x** as relacións activadas polo alumno en cuestión, e mediante **0** as outras relacións posibles da táboa 5.1, mais que o alumno non deu activado.

C5.4.1. Relacións activadas por cada alumno no traballo de aula

Alumno D

R	Relacións / Activs Aula	Activ 9: SR T-L Lorentz								Ac 11 pdx xems	Ac 12 Práct magn	Ac 15 Hub e BB	f
		a1	a2	a3	a4	b1	b2	b3	b4				
a	Mich.: c non varía → resultado nulo					0							0
b	Explic. do res. de Mich: Tr de Lorentz					0							0
c	Tr. Lorentz: cadrado → rombo incl 45º	x	x	x	x								4
d	Tr. de Lz: a altura do lateral aumenta		x				0			x		x	3
e	Tr. de Lz: a anchura (e) é menor				x			x				x	3
f	Máx. incl na tr. de Lz: liña diagonal	x				0						0	1
g	Tr. de Lz: cdm vai cara a masa con Ec				0								0
h	t' > t					x			x				2
i	e' < e							x			x		2
k	Tr. Lz: a base elévase ao sumar a v					0		0					0
l	Choque asim (S'): Ec despraza o cdm				0		0						0
m	Dilatación temporal					x				x		0	2
n	Contracción espacial							0		x		0	1
o	Veloc. da luz: límite de veloc.											0	0
p	Equivalencia entre masa e enerxía						0						0
r	Comprob. da dilat "t": muóns atmosf.						0						0
s	Comprob. da contr. "e": Fza de Lorentz									x			1
u	Comprob. da equiv. m/E: E nuclear							0					0
v	Dilat "t": explica parad. xemelgos					x				x			2
x	Contracc. "e": explica o magnetismo									x		x	1
y	V lím.: explica a xeometría do Big Bang											0	0
z	Equiv. m/E: explica creac. de partíc.							0					0
	Σ	2	2	1	2	0	3	0	2	4	4	2	22

Táboa 5.2 Relacións activadas polo alumno D nos diversos items do traballo na aula.

Podemos comprobar na táboa 5.2 que o alumno D consegui activar algo máis da metade de todas as relacións posibles (22 dun total de 42 posibles). Tendo en conta o carácter aberto de moitos dos items, mediante este resultado o alumno D amosa un elevado grao de participación e de respuestas correctas.

As relacións activadas correctamente (x) están distribuídas de xeito uniforme ao longo da táboa, o cal denota que non hai grandes carencias nalgunha parte específica dos contidos obxecto de instrución. Pola súa parte, as relacións que poderían ter sido activadas nalgún item e non o foron producen ausencias significativas nas relacións referentes á xustificación do experimento de Michelson (relacións a,b,k) e nas que se refiren á equivalencia entre masa e enerxía (relacións l, p, u, z).

Nalgunhas das súas respuestas, o alumno D amosa unha boa integración dos contidos relativistas.

Non tardan o mesmo. Viven más tempo no SR B. (sobre o tempo de desintegración de dous átomos de Minkowskio en SR diferentes, no item b2 da actividade 9)

O da nave viviría más tempo (envellece más despacio) (sobre o paradoxo dos xemelgos, no item b2 da actividade 9)

A más velocidade menor tamaño (sobre a variación da lonxitude de obxectos en movemento, item b4 da actividade 9)

Cando o tempo e o espazo se inclinan, o tempo pasa más lento que no SR terrestre, polo tanto podería ser que chegase máis novo pero non a metade dos anos. (sobre o paradoxo dos xemelgos, actividade 11)

Algunhas das manifestacións incorrectas do alumno D expresan a permanencia de ideas galileanas no seu pensamento,

Un obxecto con moita masa terá o cdm máis preto de si que outro con menos masa. (sobre o desprazamento do cdm na transformación de Lorentz dun choque asimétrico, item b3 da actividade 9)

Non. Poderíanse observar os seus efectos, pero o Big Bang xa rematou. (sobre a posibilidade de observar o Big Bang,no item 5 da actividade 15)

así como certa inconsistencia na interpretación das gráficas espazotemporais

O que sae da Terra móvese más rápido que a luz normal, e o outro más despacio (sobre os dous raios de luz no Sistema de Referencia Terra-Lúa, no item b1 da actividade 9)

ou a atribución dun carácter de mera apariencia a algún dos efectos relativistas.

Cando un obxecto móvese a gran velocidade parece máis pequeno (sobre a contracción espacial, no item b4 da actividade 9, matizando a súa resposta correcta anterior neste mesmo item)

O grao de comprensión dos materiais didácticos por parte do alumno D, pódese dicir que foi bó nas actividades 9, 11 e 12, xa que activa a maioría das relacións dos mesmos, mentres que para a actividade 15 foi tan só regular. A dificultade conceptual da actividade 15, referida á xeometría do modelo de Universo en expansión, é bastantemente maior que a das restantes actividades, polo que non é extraño que resulte máis difícil de comprender e interpretar.

Alumno L

O alumno L, durante a implementación da proposta didáctica na aula, case activa a metade das relacións posibles (20 de 42). A distribución das relacións activadas (x) é bastante uniforme ao longo da táboa 5.3, mentres que a distribución dos 0 (relacións posibles que non activou nalgún dos items), amosa ausencias en relación á derivación da transformación de Lorentz como consecuencia da experiencia de Michelson (relacións b, k), e tamén da equivalencia entre masa e enerxía (relacións p, u, z),

R	Relacións / Activs Aula	Activ 9: SR T-L Lorentz								Ac 11 pdx xems	Ac 12 Práct magn	Ac 15 Hub e BB	f
	item	a1	a2	a3	a4	b1	b2	b3	b4				
a	Mich.: c non varía → resultado nulo					x							1
b	Explic. do res. de Mich: Tr de Lorentz					0							0
c	Tr. Lorentz: cadrado → rombo incl 45º	x	0	x	x								3
d	Tr. de Lz: a altura do lateral aumenta		0				0			x		0	1
e	Tr. de Lz: a anchura (e) é menor				x			x				0	2
f	Máx. incl na tr. de Lz: liña diagonal	x				0						0	1
g	Tr. de Lz: cdm vai cara a masa con Ec			x			0						1
h	t' > t						x			x			2
i	e' < e							x			x		2
k	Tr. Lz: a base elévase ao sumar a v					0		0					0
l	Choque asim (S'): Ec despraza o cdm			x			0						1
m	Dilatación temporal					x				0		0	1
n	Contracción espacial						x			x		0	2
o	Veloc. da luz: límite de veloc.											0	0
p	Equivalencia entre masa e enerxía						0						0
r	Comprob. da dilat "t": muóns atmosf.						0						0
s	Comprob. da contr. "e": Fza de Lorentz									x			1
u	Comprob. da equiv. m/E: E nuclear							0					0
v	Dilat "t": explica parad. xemelgos					x				0			1
x	Contracc. "e": explica o magnetismo										x		1
y	V lím.: explica a xeometría do Big Bang											0	0
z	Equiv. m/E: explica creac. de partíc.							0					0
	Σ	2	0	3	2	1	3	0	3	2	4	0	20

Táboa 5.3 Relacións activadas polo alumno L nos diversos items do traballo na aula.

Respostas acertadas do alumno L:

300.000 km/s, e non varía ao pasar dun SR a outro (sobre a velocidade dos raios de luz no SRB, item b1 da actividade 9)

Non tardan o mesmo. Viven máis tempo no SR B. (sobre o tempo de desintegración de dúas partículas en SR diferentes, item b2 da actividade 9)

Que vivirán más tempo no SR B que no SR A (sobre o paradoxo dos xemelgos, item b2 da actividade 9)

A más velocidad menor tamaño (sobre a contracción espacial, item b4 da actividade 9)

Aínda que no mesmo item afirma todo o contrario:

A velocidad da luz sí varía.

O alumno L realiza algunha interpretación incorrecta dos resultados que obtén, tanto ao explicar o experimento de Michelson

Non, porque a Michelson sempre lle daba 0 (no item b1 da actividade 9, o alumno L non se deu conta que o resultado nulo obtido por Michelson non se refería á velocidad da luz, senón á diferenza entre as velocidades da luz medidas en direccións diferentes)

como ao considerar que os efectos relativistas se producen como consecuencia de viaxar á velocidad da luz.

Se viaxa á velocidad da luz, o tempo deformaríase e podería chegar con menos anos na apariencia física. (no debate sobre o paradoxo dos xemelgos, actividade 11)

O grao de comprensión polo alumno L das actividades 9 e 12 foi bó, regular para a actividade 11 (debate sobre o paradoxo dos xemelgos) e escaso para a actividade 15 (Big Bang)

Alumno R

Na táboa 5.4 podemos comprobar que o alumno R tan só activa un terzo das relacións posibles (14de 42).

Na inspección da distribución das x (relacións activadas) obsérvase unha importante concentración na actividade 12 (práctica sobre electromagnetismo), o que significa que o alumno R aproveitou ben a posibilidade de interpretar de xeito relativista dita experiencia, e probablemente a partir da mesma integre os conceptos relativistas dun xeito significativo na súa mente.

Pola súa parte, a distribución das 0 (relacións posibles que non foron activados nalgún item), obsérvanse baleiros importantes na parte inferior esquerda da táboa, que corresponde coa explicitación das consecuencias relativistas na actividade 9 (sistema de referencia Terra-Lúa), así como na parte superior dereita (correspondente á visualización das magnitudes físicas nas restantes actividades). Novamente podemos interpretar ditos resultados como unha constatación de que para o alumno R a realización da práctica sobre electromagnetismo constituíu unha experiencia sumamente relevante de cara á construcción conceptual da Teoría da Relatividade Especial.

Respostas correctas do alumno R:

300.000 km/s, e non varía ao pasar dun SR a outro (sobre a velocidade da luz en distintos STR, item b1, actividade 9)

Si, porque a velocidad da luz sempre é a mesma (sobre a posibilidade de que a transformación de Lorentz explique o experimento de Michelson, item b1 da actividade 9)

R	Relacións / Activs Aula	Activ 9: SR T-L Lorentz								Ac 11 pdx xems	Ac 12 Práct magn	Ac 15 Hub e BB	
	item	a1	a2	a3	a4	b1	b2	b3	b4				f
a	Mich.: c non varía → resultado nulo					x							1
b	Explic. do res. de Mich: Tr de Lorentz					x							1
c	Tr. Lorentz: cadrado → rombo incl 45º	x	0	x	x								3
d	Tr. de Lz: a altura do lateral aumenta		0				0			0		0	0
e	Tr. de Lz: a anchura (e) é menor			x				x				0	2
f	Máx. incl na tr. de Lz: liña diagonal	x				0						0	1
g	Tr. de Lz: cdm vai cara a masa con Ec			0			x						1
h	t' > t					0				0			0
i	e' < e							0			x		1
k	Tr. Lz: a base elévase ao sumar a v					0	0						0
l	Choque asim (S'): Ec despraza o cdm			0				x					1
m	Dilatación temporal					0				0		0	0
n	Contracción espacial									0	x	0	1
o	Veloc. da luz: límite de veloc.											0	0
p	Equivalencia entre masa e enerxía							0					0
r	Comprob. da dilat "t": muóns atmosf.					0							0
s	Comprob. da contr. "e": Fza de Lorentz										x		1
u	Comprob. da equiv. m/E: E nuclear						0						0
v	Dilat "t": explica parad. xemelgos					0				0			0
x	Contracc. "e": explica o magnetismo										x		1
y	V lím.: explica a xeometría do Big Bang											0	0
z	Equiv. m/E: explica creac. de partícis.								0				0
	Σ	2	0	1	2	2	0	2	1	0	4	0	14

Táboa 5.4 Relacións activadas polo alumno R nos diversos items do traballo na aula.

Nalgúns das súas respostas, o alumno R manifesta a permanencia de ideas galileanas no seu pensamento,

Sí que tardan o mesmo nos dous sistemas (sobre o tempo de desintegración de partículas en SR diferentes, item b2 da actividade 9)

ou expresando de xeito erróneo un efecto relativista mediante . palabras como *proporción*

Varía proporcionalmente o tempo co espazo (sobre a contracción espacial na transformación de Lorentz, item b4 da actividade 9)

O grao de comprensión dos materiais didácticos por parte do alumno R foi bó na actividade 12 (práctica sobre electromagnetismo), regular na actividade 9, e escaso nas actividades 11 (paradoxo dos xemelgos) e 15 (xeometría do Universo en expansión).

Alumna U

A alumna U (táboa 5.5) consigue activar 18 das 42 posibles relacións (un 40% do total) durante a implementación das actividades da Relatividade Especial, a cal é unha cantidade bastante apreciable para actividades abertas como as realizadas.

R	Relacións / Activs Aula	Activ 9: SR T-L Lorentz								Ac 11 pdx xems	Ac 12 Práct magn	Ac 15 Hub e BB	f	
	item	a1	a2	a3	a4	b1	b2	b3	b4					
a	Mich.: c non varía → resultado nulo					x								1
b	Explic. do res. de Mich: Tr de Lorentz					0								0
c	Tr. Lorentz: cadrado → rombo incl 45º	x	0	x	x									3
d	Tr. de Lz: a altura do lateral aumenta		0				0			x			x	2
e	Tr. de Lz: a anchura (e) é menor				0					x			x	2
f	Máx. incl na tr. de Lz: liña diagonal	x				0								1
g	Tr. de Lz: cdm vai cara a masa con Ec			0				x						1
h	t' > t						x				0			1
i	e' < e								0			x		1
k	Tr. Lz: a base elévase ao sumar a v					0		0						0
l	Choque asim (S'): Ec despraza o cdm			0				x						1
m	Dilatación temporal						x			0			0	1
n	Contracción espacial							0			x		0	1
o	Veloc. da luz: límite de veloc.												0	0
p	Equivalencia entre masa e enerxía						0							0
r	Comprob. da dilat "t": muóns atmosf.					0								0
s	Comprob. da contr. "e": Fza de Lorentz										x			1
u	Comprob. da equiv. m/E: E nuclear						0							0
v	Dilat "t": explica parad. xemelgos					x			0					1
x	Contracc. "e": explica o magnetismo										x			1
y	V lím.: explica a xeometría do Big Bang												0	0
z	Equiv. m/E: explica creac. de partíc.						0							0
	Σ	2	0	1	1	1	3	2	1	1	4	2	18	

Táboa 5.5 Relacións activadas pola alumna U nos diversos items do traballo na aula.

Na distribución das relacións activadas (letras x da táboa).obsérvase un reparto equilibrado, e nas ausencias de activación (relacións b, o, p, r, y, z) destacan as correspondentes aos efectos relativistas sobre a masa e a enerxía, ao igual que no caso dos alumnos anteriormente vistos. As respuestas aceptables da alumna U

Non tardan o mesmo. Viven más tempo no SR B. (item b2 da actividade 9, referido ao tempo de vida de dúas partículas en ST diferentes)

Que unha viviría más que a outra (no mesmo item, mais desta vez referido a dúas persoas xemelgas)

Sí, desprazando o punto medio cara unha das masas (sobre o efecto da enerxía cinética na transformación de Lorentz do equilibrio entre masas, item b3 da actividade 9)

Desequilibrará as dúas masas (consecuencia do feito descrito anteriormente, no mesmo item)

A alumna U reflicte nalgunhas das súas respuestas a permanencia de ideas galileanas no seu pensamento,

Cumpriría os mesmos anos, xa que o tempo non pode ir cara atrás, nin más lento. Pero o aspecto sí podería ser dunha persoa máis xoven, xa que no espazo o sistema de referencia do tempo varía e as condicións que o rodean tamén. É como a influencia da auga, do calor, ... (debate sobre o paradoxo dos xemelgos, actividade 11)

Non, foi algo que sucedeu hai moitísimos anos (sobre a posibilidade de chegar a ver o Big Bang, item 5 da actividade 15)

En xeral, nas respuestas anteriores a alumna U manifesta unha boa capacidade de análise e interpretación das gráficas espazotemporais.

O grao de comprensión da actividade 12 (práctica sobre electromagnetismo) por parte da alumna U foi bó, mentres que na actividade 9 semella ter dificultades nos items a2 e b1, e nas actividade 11 e 15 (debate sobre os xemelgos e xeometría do Big Bang) a comprensión foi regular.

Alumno V

Na táboa 5.6 podemos comprobar que o alumno V tan só consigue activar 15 das 42 relacións posibles (un terzo do total). A distribución das relacións activadas (letras x na tábosa) resulat bastante desequilibrada, concentrándose a maioría delas na parte superior (correspondente á visualización das magnitudes físicas no espazotempo e na transformación de Lorentz), coa excepción da columna correspondente á actividade práctica sobre elecgtnagnetismo (actividade 12) na que conseguiu activar a totalidade das relacións posibles, e das relacións posibles que non conseguiu activar (letras 0) observamos que ocupan prácticamente a totalidade da parte inferior da táboa, correspondente aos efectos relativistas e ás súas consecuencias e comprobacións experimentais, ausencias importantes para que os coñecementos relativistas adquiran a significatividade necesaria.

R	Relacións / Activs Aula	Activ 9: SR T-L Lorentz								Ac 11 pdx xems	Ac 12 Práct magn	Ac 15 Hub e BB	
	item	a1	a2	a3	a4	b1	b2	b3	b4				f
a	Mich.: c non varía → resultado nulo					x							1
b	Explic. do res. de Mich: Tr de Lorentz					x							1
c	Tr. Lorentz: cadrado → rombo incl 45º	x	0	x	x								3
d	Tr. de Lz: a altura do lateral aumenta		0				0			0		x	1
e	Tr. de Lz: a anchura (e) é menor				x			x				x	3
f	Máx. incl na tr. de Lz: liña diagonal	x				0						0	1
g	Tr. de Lz: cdm vai cara a masa con Ec			0			0						0
h	t' > t					0				0			0
i	e' < e						x			x			2
k	Tr. Lz: a base elévase ao sumar a v				0		0						0
l	Choque asim (S'): Ec despraza o cdm		0				0						0
m	Dilatación temporal					0				0		0	0
n	Contracción espacial						0			x		0	1
o	Veloc. da luz: límite de veloc.											0	0
p	Equivalencia entre masa e enerxía						0						0
r	Comprob. da dilat "t": muóns atmosf.					0							0
s	Comprob. da contr. "e": Fza de Lorentz										x		1
u	Comprob. da equiv. m/E: E nuclear						0						0
v	Dilat "t": explica parad. xemelgos					0				0			0
x	Contracc. "e": explica o magnetismo									x			1
y	V lím.: explica a xeometría do Big Bang											0	0
z	Equiv. m/E: explica creac. de partíc.						0						0
	Σ	2	0	1	2	2	0	0	2	0	4	2	15

Táboa 5.6 Relacións activadas polo alumno V nos diversos items do traballo na aula.

Respostas aceptables do alumno V:

A velocidad da luz non varía (no item b1 da actividade 9, sobre dous raios de luzno SR Terra-Lúa)*Si, porque se non varía a velocidad non hai ningunha diferenza* (no mesmo item, sobre a posibilidade de que o resultado anterior explique o experimento de Michelson)*No SRB (dos alieníxenas)* (ante a pregunta, no item b4 da actividade 9, de en qué SR mediría menos a distancia entre a Terra e a Lúa)

O alumno V exterioriza pensamentos de tipo galileano nalgúns das súas respostas,

Sí que tardan o mesmo nos dous sistemas (sobre o paradoxo dos xemelgos, no item b2 da actividade 9)

Que más da donde estés, cumplen los dos los mismos años. (no debatre sobre o paradoxo dos xemelgos, actividade 11)

Se ao expandirse superan a velocidade da luz, non podemos ver a súa luz. (sobre a existencia de galaxias cuxa luz non poidamos ver, item 3 da actividade 15)

Creo que non, é pasado. (sobre a posibilidade de ver o Big Bang, item 5 da acxtividade 15)

e confunde os sistemas de referencia nas comparacións entre eles.

Aumenta de tamaño (sobre a variación da lonxitude no item b4 da actividade 9, despois de responder correctamente que no SRB a lonxitude era menor, chega a unha conclusión errónea por confundir os sistemas de referencia)

O grao de comprensión dos materiais por parte do alumno V foi bó na actividade 12 (práctica sobre electromagnetismo), regular na actividade 15 (xeometría do Big Bang), e escaso nas actividades 9 e 11 (sistema de referencia Terra-Lúa e debate sobre oparadoxo dos xemelgos, respectivamente).

C5.4.2. Esquemas de pensamento de cada alumno

Unha vez establecidas as relacións activadas por cada alumno ao longo das diversas etapas da fase de traballo na aula, procédese a establecer os esquemas correspondentes a cada alumno a partir do esquema de referencia desexable dende a ciencia escolar.

Farase un comentario xeral sobre as características de cada esquema individual, tendo en conta a disposición das relacións no mesmo:

Na parte superior, encóntranse os subesquemas correspondentes á derivación da transformación de Lorentz como consecuencia experimental dos resultados obtidos por Michelson.

A continuación, na parte central do esquema, aparecen os subesquemas correspondentes á visualización das magnitudes físicas (tempo, espazo, velocidad e masa) nos diagramas espazotemporais (parte dereita do esquema), así como as consecuencias visuais sobre a transformación de Lorentz (parte esquerda).

As conexións entre a parte dereita (magnitudes físicas no espazotempo) e a parte esquerda (transformación de Lorentz do espazotempo) sinálanse mediante as oportunas relacións, que darán lugar aos subesquemas correspondentes aos efectos relativistas (dilatación temporal, contracción espacial, velocidad límite e equivalencia entre masa e enerxía).

Finalmente, na parte inferior do esquema, explicítanse os subesquemas e relacións correspondentes ás consecuencias reais dos mencionados efectos relativistas.

Esquema de pensamento do alumno D

No diagrama 5.1 represéntase o esquema de pensamento elaborado a partir das relacións activadas polo alumno D durante a fase de implementación das actividsades didácticas de construcción e análise visuais da Relaçtividade Especial na aula. Obsérvase que o alumno D non activou o subesquema de Michelson nin as relacións correspondentes, tampouco a visualización gráfica da velocidad límite e a equivalencia masa-enerxía, nin as consecuencias destes efectos.

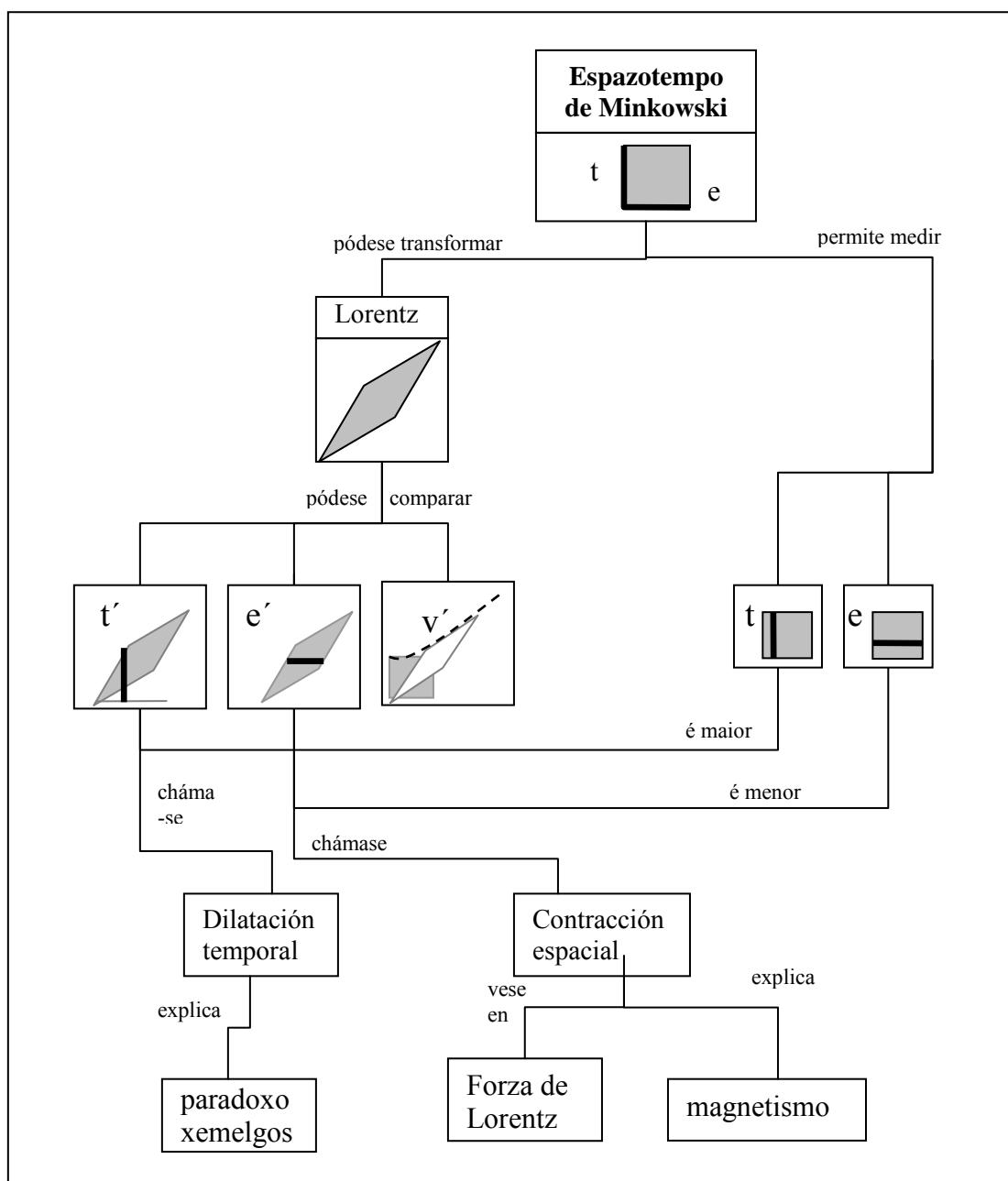


Diagrama 5.1: Esquema de pensamento do alumno D na fase de traballo de aula

O esquema do alumno D é completo no que se refire ás magnitudes fundamentais do tempo e o espazo, tanto na súa visualización no espazotempo en repouso (parte superior dereita da táboa), como en movemento dacordo coa transformación de Lorentz (parte esquerda), como na conexión entre ambas (liñas horizontais do centro) e as consecuencias físicas destes feitos (parte inferior), o que contrasta co baixo desempeño do mesmo alumno durante as probas da fase previa, nas que quedara no nivel 1. Este cambio pode ser positivo para obter uns bons resultados cando se avalíen os coñecementos finais e de retención, xa que mediante a participación nas actividades e a produción de respostas correctas o alumno está dotando de significatividade ao que está aprendendo en

relación coa RE. Será de agardar, xa que logo, que a alumno D presente certas dificultades na conexión da física clásica (na que na fase previa obtivera un mal resultado) e a relativista (xa que a conexión é a experiencia de Michelson), así como nos aspectos relativos á equivalencia entre masa e enerxía (enerxía nuclear, etc).

Esquema de pensamento do alumno L

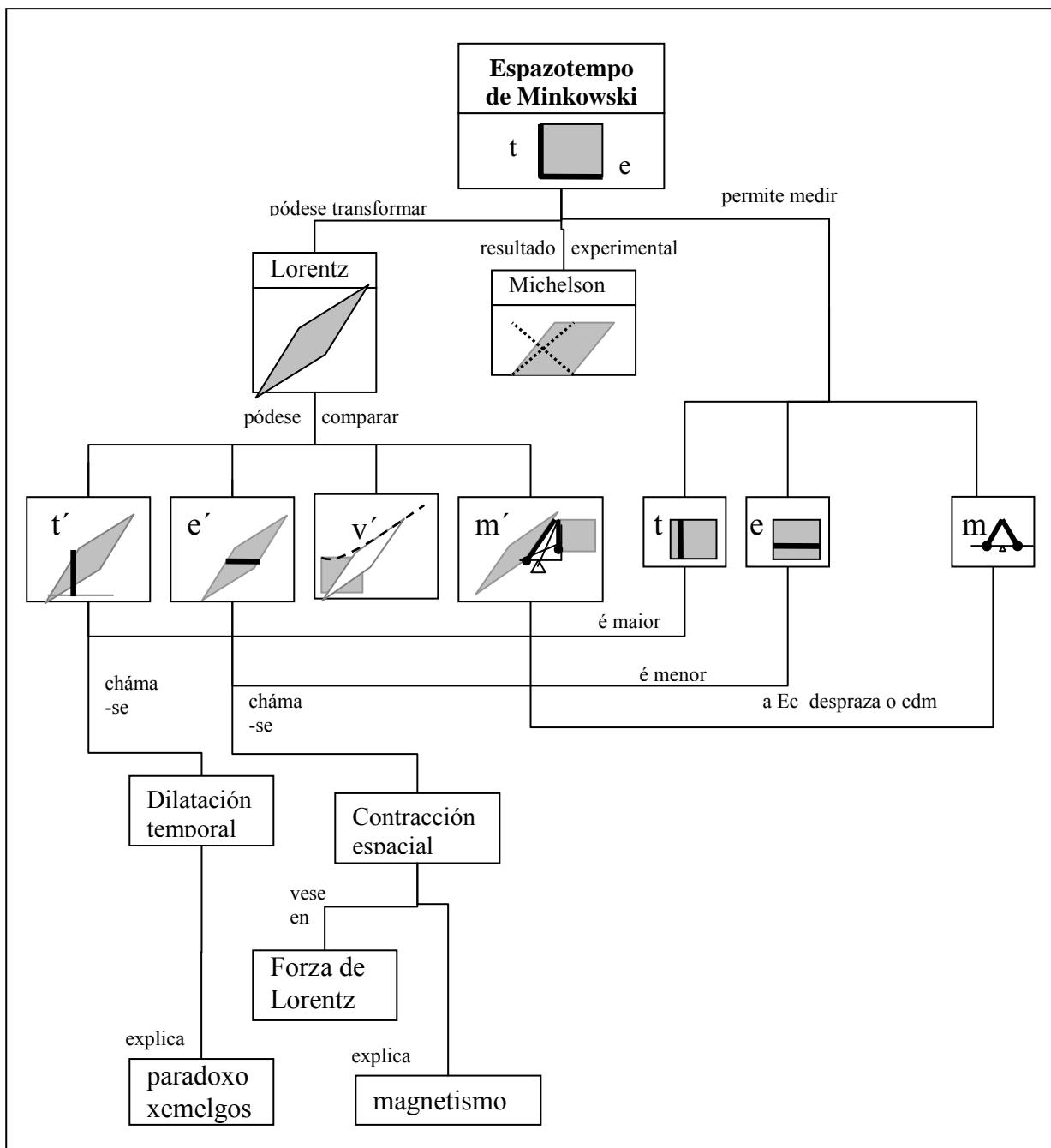


Diagrama 5.2: Esquema de pensamento do alumno L na fase de traballo de aula

O alumno L tivera un desempeño bo na fase previa sobre a relatividade clásica, chegando ao nivel 4, e agora novamente manifesta un seguimento axeitado das probas de instrución sobre a

Relatividade Especial, xa que podemos elaborar un esquema de pensamento bastante completo a partir das relacións activadas durante dita fase, a pesar das lagoas conceptuais existentes en relación coa derivación da transformación de Lorentz a partir da experiencia de Michelson, así como en relación coa equivalencia entre a masa e a enerxía, polo que serán de agardar bons resultados nas probas de avaliación, xunto con certas dificultades en relación cos mencionados conceptos.

Esquema de pensamento do alumno R

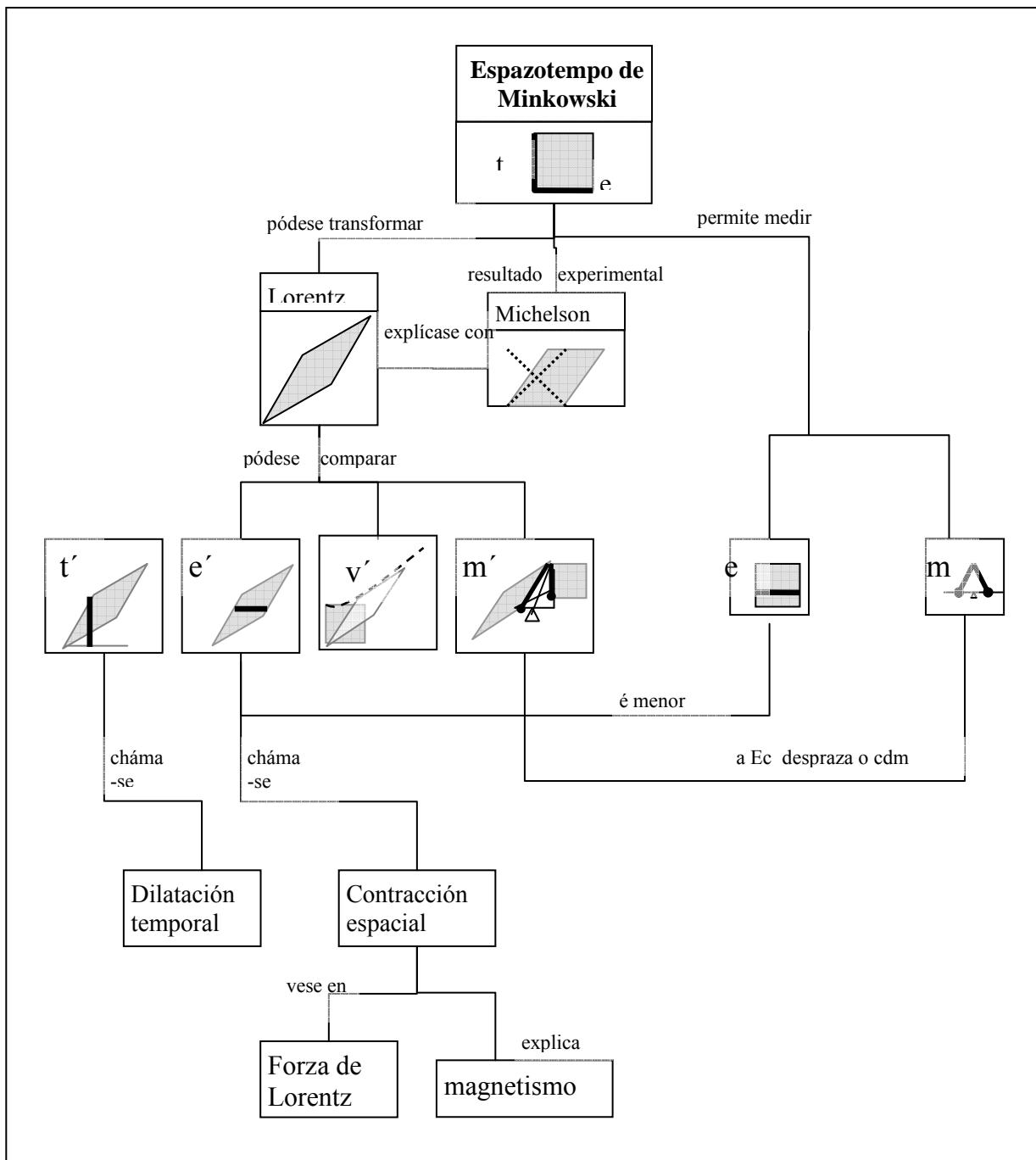


Diagrama 5.3: Esquema de pensamento do alumno R na fase de traballo de aula

Obsérvase no diagrama 5.3 unha falta de visualización da dilatación temporal e da velocidade límite, así como dos efectos relativistas correspondentes á velocidad límite e á equivalencia entre masa e enerxía.

Na parte visual do esquema aparece unha maior coherencia nos subesquemas referidos á contracción espacial, xa que o alumno R activa todas as relacións referidas ao espazo, tanto na visualización en repouso (parte superior dereita) como en movemento (parte superior esquerda), a conexión entre as dúas (mediante a relación de comparación que transcorre horizontalmente) e as consecuencias físicas reais (relacións descendentes), mentres que para o tempo falta a relación de comparación (estando todas as restantes presentes), para a enerxía, a pesar de presentar o subesquema completo na parte superior (visualización en repouso e en movemento e comparación entre as dúas), faltan todas as relacións referidas ás consecuencias reais, e para a velocidad faltan case todas as relacións.

Na fase previa, o alumno R conseguiu chegar ata o nivel 4, polo que parte dunha boa base en canto aos coñecementos e visualización da relatividade clásica.

Nesta fase de implementación das actividades na aula, o esquema de pensamento resultante para o alumno R fainos agardar que consiga tamén bós resultados nas fase de avaliación.

Esquema de pensamento da alumna U

No diagrama 5.4 podemos observar un subesquema visual (parte superior dereita) bastante completo, con excepción da visualización da velocidad límite. Tamén está completo todo o referido ao tempo e ao espazo, dende a visualización en repouso e en movemento, pasando pola comparación entre as dúas (relacións horizontais entre as partes esquerda e dereita do esquema), ata as consecuencias e comprobacións reais destes fenómenos (relacións descendentes na parte inferior esquerda do esquema). A velocidad e as relacións correspondentes á mesma case non aparecen no esquema de pensamento da alumna U, mentres que as relacións correspondentes á masa e a enerxía están completas na parte superior do esquema (visualización en repouso e movemento e comparación entre as dúas), mentres que son inexistentes as relacións correspondentes ás consecuencias reais e comprobacións experimentais da equivalencia entre a masa e a enerxía. No que se refire ás consecuencias dos efectos relativistas (parte inferior do esquema), non se activan as correspondentes á velocidad límite nin á equivalencia entre masa e enerxía.

A alumna U, nas probas da fase previa, chegou ata o nivel 4, un resultado notable que, unido ao feito de que o seu esquema de pensamento durante a realización das actividades de aula sexa tan completo, permite augurar bós resultados na fase de avaliación.

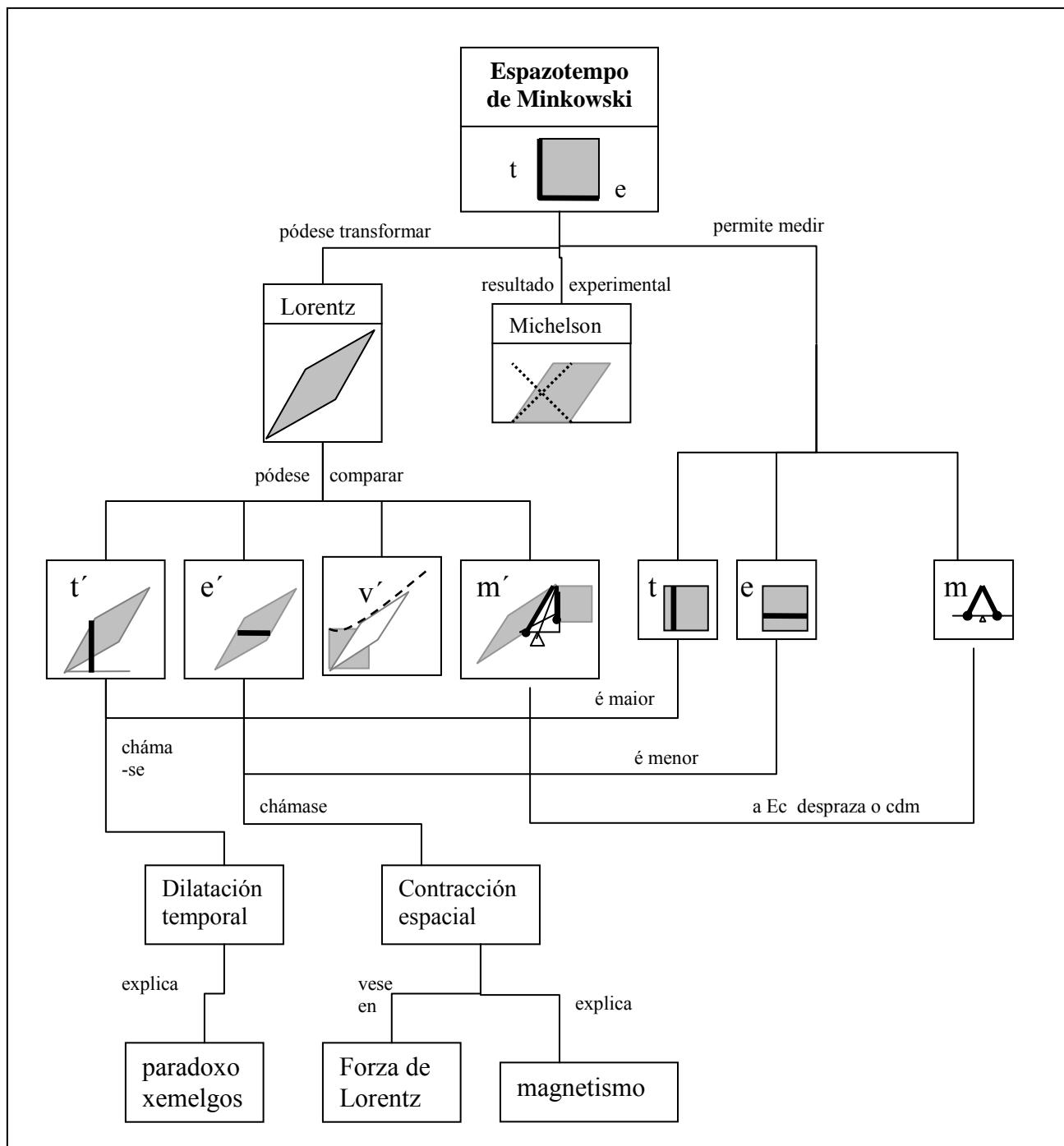


Diagrama 5.4: Esquema de pensamento da alumna U na fase de traballo de aula

Esquema de pensamento do alumno V

Na parte visual do diagrama 5.4 (correspondente ás relacións e subesquemas situados na parte superior do mesmo), non se activaron os subesquemas correspondentes á visualización do tempo, a velocidade e a masa nas gráficas espazotemporais, nin as súas relacións coa forma da transformación de Lorentz. Tampouco aparecen as consecuencias da velocidade límite nin da equivalencia entre masa e enerxía. Pódese dicir que o esquema de pensamento do alumno V tan só é completo no que se refire a unha magnitud: o espazo. O alumno V acadou o nivel 3 na fase previa

sobre a relatividade galileana, e un esquema de pensamento incompleto na fase de implementación na aula, polo que é de agardar un resultado mediocre nas probas de avaliación.

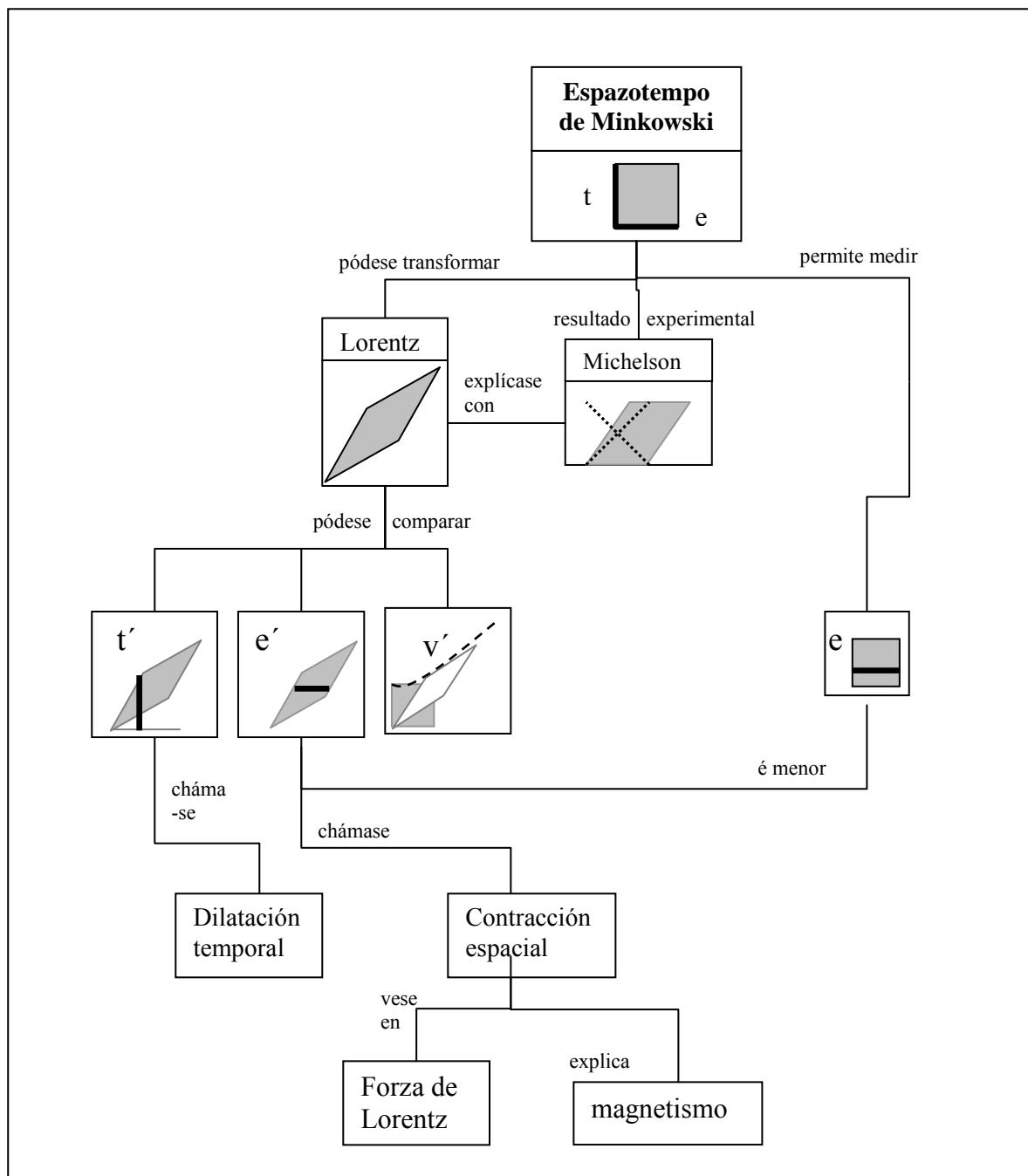


Diagrama 5.5: Esquema de pensamento do alumno V na fase de traballo de aula

Principais ideas alternativas aparecidas ao longo da intervención na aula

- Gráficas trazadas sen o necesario rigor: alumno M e alumna Z
- Interpretación incorrecta da velocidade da luz na gráfica de Lorentz: alumnos D e L

O que sae da Terra móvese más rápido que a luz normal, e o outro más despacio (sobre os dous raios de luz no Sistema de Referencia Terra-Lúa, no item b1 da actividade 9)

- Interpretación incorrecta dos resultados obtidos por Michelson: alumno L

Non, porque a Michelson sempre lle daba 0 (no item b1 da actividade 9, o alumno L non se deu conta que o resultado nulo obtido por Michelson non se refería á velocidade da luz, senón á diferenza entre as velocidades da luz medidas en direccións diferentes)

- Respostas de características galileanas: alumnos D, R, U e V

En relación co tempo e a posibilidade de dilatación temporal:

Sí que tardan o mesmo nos dous sistemas (alumno R, sobre o tempo de desintegración de partículas en SR diferentes, item b2 da actividade 9)

Cumpriría os mesmos anos, xa que o tempo non pode ir cara atrás, nin más lento. Pero o aspecto sí podería ser dunha persoa máis xoven, xa que no espazo o sistema de referencia do tempo varía e as condicións que o rodean tamén. É como a influencia da auga, do calor, ... (alumna U, no debate sobre o paradoxo dos xemelgos, actividade 11)

Sí que tardan o mesmo nos dous sistemas (sobre o paradoxo dos xemelgos, no item b2 da actividade 9)

Que más da donde estés, cumplen los dos los mismos años. (alumno V, no debatre sobre o paradoxo dos xemelgos, actividade 11)

En relación coa enerxía e a posibilidade de que inflúa no equilibrio entre masas:

Un obxecto con moita masa terá o cdm máis preto de si que outro con menos masa. (alumno D, sobre o desprazamento do cdm na transformación de Lorentz dun choque asimétrico, item b3 da actividade 9)

En relación cos paradoxos da teoría do Universo en expansión ou Big Bang

Non. Poderíanse observar os seus efectos, pero o Big Bang xa rematou. (alumno D, sobre a posibilidade de observar o Big Bang,no item 5 da actividade 15)

Non, foi algo que sucedeu hai moitísimos anos (alumna U, sobre a posibilidade de chegar a ver o Big Bang, item 5 da actividade 15)

Se ao expandirse superan a velocidade da luz, non podemos ver a súa luz. (alumno V, sobre a existencia de galaxias cuxa luz non poidamos ver, item 3 da actividade 15)

Creo que non, é pasado. Alumno V, (sobre a posibilidade de ver o Big Bang, item 5 da acxtividade 15)

- Expresión errónea dun efecto relativista: alumnos R e V

Varía proporcionalmente o tempo co espazo (alumno R)

O emprego incorrecto de expresións como *proporcionalidade, correspondencia, equivalencia* e similares ébastante frecuente por parte de alumnos que intentan xustificar un feito relativista de forma textual. Unha análise gráfica meticolosa permite clarificar ditas incorreccións.

- Carácter aparente dun efecto relativista: alumno D

Cando un obxecto móvese a gran velocidade parece máis pequeno (alumno D)

Para evitar o choque conceptual entre as consecuencias relativistas e o sentido común, algúns alumnos adoitan asignar un carácter simplemente aparente aos mencionados fenómenos.

- Os efectos relativistas acontecen ao viaxar á velocidade da luz: alumno L

Se viaxa á velocidade da luz, o tempo deformaríase e podería chegar con menos anos na apariencia física. (no debate sobre o paradoxo dosa xemelgos, actividade 11)

Nalgunhas respuestas da actividade 15 (item 5) obsérvase que os alumnos D, U, V non deron integrado o concepto de dilatación temporal das galaxias más distantes dun xeito operativo, quedando coa noción de *vaxe ao pasado* asociada coa posibilidade de observar os instantes mesmos do nacemento do Universo.

Non. Poderíanse observar os seus efectos, pero o Big Bang xa rematou. (alumno D)

Non, foi algo que sucedeu hai moitísimos anos (alumna U)

Creo que non, é pasado. (alumno V)

Unha correcta interpretación deste fenómeno requiriría un maior grao de análise, talvez facendo medidas de tempos para sucesivas medicións de obxectos no Universo profundo, e comprobar que nos podemos achegar canto queiramos ao momento mesmo en que o Universo comezou a expandirse. Non se está regresando ao pasado porque as observacións fanse sobre obxectos moi afastados, non sobre o noso propio entorno, o pasado do cal si sería inobservable.

Grao de comprensión dos materiais didácticos

Alumno D: Bo nas actividades 9, 11 e 12 - Regular na actividade 15

Alumno L: Bo nas actividades 9, 12 – Regular na actividade 11 - Escaso na actividade 15

Alumno R: Bo na actividade 12- Regular na actividade 9 - Escaso 11,15

Alumna U: Bo nas actividades 9, 12 – Regular nas actividades 11, 15

Alumno V: Bo 12 na actividade - Regular na actividade 15 – Escaso nas actividades 9, 11

Xa que logo, o nivel de comprensión da actividade 9 foi bo para 3 alumnos, regular para 1 alumno e escaso para 1 alumno.

O da actividade 11 foi bo para 2 alumnos, regular para 2 alumnos e escaso para 1 alumno.

O da actividade 12 foi bo para 5 alumnos

O da actividade 15 foi regular para 3 alumnos e escaso para 2 alumnos.

A partir dos resultados anteriores, poderíase dicir que os materiais mellor comprendidos foron os da actividade 15 (práctica sobre electromagnetismo). A actividade 11 (debate sobre o paradoxo dos xemelgos) e a actividade 9 (sistema de referencia Terra-Lúa) tiveron un certo grao de dificultade, e a actividade 15 (xeometría do Universo en expansión) foi a que presentou maiores dificultades para a súa comprensión por parte dos alumnos.

O carácter eminentemente práctico da actividade 15 xustifica a facilidade de comprensión por parte do alumnado. Os debates como o da actividade 11 adoitan ser mellor comprendidos que as fichas teóricas como a da actividade 9, mais neste caso pensamos que as características visuais e o feito de tratarse dunha actividade xa coñecida axudaron a que a súa forte carga teórica conseguise ser bastante ben comprendida polo alumnado. Pola súa parte a actividade 15, a pesar de ser tamén gráfica, presenta un grao de complexidade conceptual moito maior que as anteriores, ademais de ser

a primeira vez que realizaban algo semellante, polo que non é de estrañar que houbese dificultades para a súa comprensión. A posibilidade de que algúns alumnos chegasen a entender os contidos que nela se presentan xustifica, ao noso parecer, a súa inclusión na secuencia didáctica seguida, polo seu gran potencial de dotar de significatividade aos contidos relativistas.

Resultados globais da implementación das actividades na aula

A visualización das magnitudes físicas nos diagramas espazotemporais relativistas en repouso e en movemento (parte superior dereita e esquerda dos esquemas, respectivamente) foi activada axeitadamente pola maioría dos alumnos analizados, o que implica unha boa adaptación da metodoloxía didáctica visual baseada na formulación xeométrica de Minkowski para as edades do alumnado da mostra.

A parte física dos esquemas corresponde coa comparación da visualización das magnitudes en repouso e en movemento na transformación de Lorentz para extraer as conclusíons físicas pertinentes na forma dos fenómenos relativistas da dilatación temporal, contracción espacial velocidade límite e equivalencia entre masa e enerxía. Este apartado constitúe o principal obxectivo didáctico da intervención realizada, e podemos constatar que a dificultade é diferente en función da magnitude de que se trate: Sen maiores dificultades en relación co espazo (xa que todos os alumnos analizados estableceron as relacións e a conclusión correctamente), aparece algunha dificultade no caso do tempo e da enerxía (algúns alumnos non as conseguiron conceptualizar por completo), e a maior dificultade preséntase no caso da velocidade, xa que ningún dos alumnos vistos conseguiu establecer as relacións que permiten conectar a visión xeométrica coas conclusíons en forma do fenómeno relativista, neste caso o da velocidade límite.

En relación coas dificultades específicas que presentan os fenómenos relativistas correspondentes ás catro magnitudes físicas traballadas nesta proposta didáctica (tempo, espazo, velocidade e enerxía), distínguense dous niveis de dificultade: Os fenómenos relativistas relacionados coas magnitudes más básicos e fundamentais (tempo e espazo) resultan más doados de interpretar e de comprender, mentres que os relacionados coa velocidade e a enerxía presentan unha dificultade conceptual maior.

Resulta rechamante a dificultade detectada na comprensión do fenómeno da velocidade límite, se temos en conta que era un dos poucos conceptos relativistas (por non dicir o único) dos cales o alumnado manifestou ter certo coñecemento antes da intervención. De feito, na caracterización inicial, catro dos alumnos analizados (todos excepto V) activaron a relación correspondente ao fenómeno relativista da velocidade límite, sen dar unha xustificación aceptable do mesmo. Talvez o coñecemento previo do alumnado en relación coa existencia dunha velocidade límite, de carácter

fenomenolóxico e desestruturado, non dea encaixado coa presentación visual que se fai do concepto de velocidade nesta intervención, polo que non se deu aproveitado como elemento inclusor.

As dificultades para visualizar as magnitudes de masa e enerxía eran esperables, e ao respecto resulta interesante o feito de que algúns alumnos conseguén manexar ditos conceptos dunha forma visual e chegar a conclusións correctas sobre os mesmos, tendo en conta a súa idade.

A relación dos efectos relativistas coas súas consecuencias reais e prácticas non era obxecto fundamental desta intervención, senón unha forma de dotar de significatividade aos resultados visuais e físicos obtidos. Neste senso, as actividades realizadas (debate sobre o paradoxo dos xemelgos e práctica sobre magnetismo) deron interesantes resultados, non así a actividade sobre a estrutura e evolución do Universo, que presenta un grao de complexidade superior, a pesar do cal o alumnado foi quen de interpretar os diagramas nos seus elementos constitutivos, faltando talvez unha integración dos mesmos para conseguir unha visión de conxunto deste tema tan relevante e interesante para o alumnado.

As actividades realizadas co denominado Sistema de Referencia Terra-Lúa permiten encaixar as novas ideas da RE nun marco de características realistas, no cal as figuras xeométricas trazadas teñen unha inmediata posibilidade de interpretación física e sensible.

No item a2 desta activide detectouse un posible erro de deseño que dificulta a interpretación das liñas trazadas polo alumnado debido ao seu solapamento coas liñas auxiliares da ficha.

O visor espazotempo pode ser unha ferramenta auxiliar para a interpretación física do todos os diagramas utilizados ou xerados ao longo da instrución, e debería usarse de xeito sistemático para evitar errores de interpretación das figuras.

A práctica sobre electromagnetismo resultou unha das actividades más interesantes para dotar de significatividade ao aprendido de xeito gráfico e visual.

C5.5. VERIFICACIÓN DA HIPÓTESE DE INVESTIGACIÓN 2

No capítulo 1 (apartado C1.4.3) formulamos a segunda hipótese de investigación nos seguintes termos:

H2- A aplicación na aula da metodoloxía ensaiada favorece a activación de esquemas de pensamento sobre a Teoría da Relatividade Especial acordes coa ciencia escolar.

Despois da análise feita sobre unha mostra representativa de cinco alumnos do total de 24, a partir das producións escritas e visuais dos mesmos, e tendo en conta o observado durante a realización das prácticas e debates, estableceronse as relacóns activadas por cada un destes alumnos ao longo da fase de traballo na aula, a partir das cales se elaboraron os correspondentes esquemas de pensamento.

A partir da visión de conxunto destas análises, podemos establecer como resposta á pregunta formulada que, en xeral, o manexo dos materiais non presentou obstáculos de comprensión por parte do alumnado, aínda que a dificultade de certos items resultou maior que a de outros, especialmente no caso dos que corresponden coa xeometría do Universo en expansión.

C5.5.1. Implicacións didácticas

O coñecemento previo do alumnado en relación coa existencia dunha velocidade límite, de carácter fenomenolóxico e desestruturado, semella que non da encaixado coa presentación visual que se fai do concepto de velocidade nesta intervención, polo que non se deu aproveitado como elemento inclusor. Sería deseable ter en conta este aspecto para o futuro, mediante actividades nas que se relacione o coñecemento previo do alumnado sobre a velocidade límite coa visualización do mesmo nas gráficas espazotemporais.

Na actividade sobre a estrutura e evolución do Universo, que algúns alumnos foron quen de interpretar axeitadamente nos seus elementos constitutivos a pesar de que presenta un grao de complexidade elevado, faltaría talvez unha integración dos mesmos para conseguir unha visión de conxunto deste tema tan relevante e interesante para o alumnado. Para o futuro, poderíanse deseñar actividades en relación con estes conceptos nas cales se presentasen animacións gráficas por ordenador para destacar as relacións e significado entre as diferentes partes da gráfica do Big Bang. Sería interesante investigar sobre as posibilidades didácticas doutros sistemas de referencia análogos ao sistema Terra-Lúa, nos que a velocidade da luz sexa a unidade e que poidan ser interpretados dun xeito realista. Posibles candidatos serían o sistema dos satélites Galileo (30.000 km e 0,1 s), coa vantaxe de que se poden usar como experiencia discrepante que provoca a ruptura coa teoría de Galileo, un acelerador lineal de 300 m (con $T = 1 \mu\text{s}$), no que se poden simular colisións de partículas, ou o sistema Sol-Marte (300 millóns de km e 1.000s), no que se poden proponer efectos sobre viaxes espaciais a Marte.

Debería usarse de xeito sistemático o visor espazotempo como unha ferramenta auxiliar para a interpretación física do todos os diagramas utilizados ou xerados ao longo da instrución, e para evitar errores de interpretación das figuras.

Deberíase tamén insistir en procurar trazar as liñas nas figuras de Lorentz coa maior precisión posible, seguindo as liñas auxiliares, para evitar interpretacións e medidas erróneas.

A práctica sobre electromagnetismo debería ir precedida dunha análise e debate concienciudos verbo do efecto da contracción espacial sobre correntes eléctricas, para intentar demostrar o máis claramente posible a existencia dun fenómeno de atracción que non existiría no caso de que a transformación fose galileana. Tamén é interesante, dende o punto de vista da didáctica da TRE, que os alumnos non teñan recibido anteriormente como explicación a estes fenómenos a existencia e propiedades dos campos magnéticos.

CAPÍTULO 6.- AVALIACIÓN FINAL

Nos capítulos 6 e 7, abórdase a Hipótese de investigación 3 (HI3), que foi formulada deste xeito no apartado C.1.4.3 do capítulo 1:

HI3- Despois da aplicación da proposta didáctica obxecto de investigación, os estudiantes activaron esquemas de pensamento útiles para a interpretación cualitativa da Teoría da Relatividade Especial e as súas consecuencias físicas e acordes co punto de vista da ciencia escolar. Hai progresos significativos nos esquemas de pensamento dos estudiantes, respecto da situación inicial, e existen permanencias significativas dos esquemas de pensamento ao cabo dun certo tempo desde a intervención.

Como foi explicado no mesmo apartado, consideramos necesario operativizar a hipótese anterior en dúas subhipóteses, en relación coa avaliación a curto e a medio prazo, respectivamente.

Neste capítulo 6 centramos a atención na primeira das dúas subhipóteses, referida á avaliación final dos coñecementos que xerou a metodoloxía ensaiada, inmediatamente despois da aplicación da proposta didáctica. Para iso realizanse dous tipos de análises:

- a). Unha análise item a item, mediante o que se avalían os razoamentos xustificativos e as estratexias de acción, utilizados polos estudiantes nas súas respostas a cada unha das sete probas de avaliación final; como na caracterización inicial, ilústranse con respostas textuais de estudiantes representativos da mostra.
- b). Unha análise dos esquemas de pensamento que activan os estudiantes para interpretar os efectos físicos derivados da forma xeométrica das transformacións de Lorentz.

Despois de resumir as ideas alternativas ou erróneas detectadas nas probas de avaliación final, procédese a verificar a primeira das dúas subhipóteses da investigación,e analízanse as implicacións diácticas correspondentes.

C6.1. SUBHIPÓTESE DE INVESTIGACIÓN 3.1: RESULTADOS FINAIS DA INTERVENCIÓN.

No apartado C1.4.3 do primeiro capítulo formulabamos deste xeito a primeira das subhipóteses nas que se operativiza a terceira hipótese de investigación:

SI3.1- Despois da aplicación da proposta didáctica obxecto de investigación, os estudiantes activaron esquemas de pensamento útiles para a interpretación cualitativa da Teoría da Relatividade Especial e as súas consecuencias físicas e acordes co punto de vista da ciencia escolar. Hai progresos significativos nos esquemas de pensamento dos estudiantes, respecto da situación inicial.

Para verificar esta subhipótese é necesario saber até qué punto o alumnado foi quen de integrar as ideas da Relatividade Especial nas diversas probas realizadas ao final da instrución.

C6.2. DESCRICIÓN DAS PROBAS DE CARACTERIZACIÓN FINAL

O conxunto de probas está formado por tres actividades. A continuación explícase a intención avaliadora de cada item destas probas, as cales se presentan no seu formato orixinal no Anexo 6.

Proba 1- Resumo visual da Teoría da Relatividade

Proba 2- Entrevistas individuais

Proba 3- Preguntas de avaliación final

Proba 1- Resumo visual da Teoría da Relatividade

A proba 1 é unha especie de *mapa mudo* no que se poden ir colocando os termos en branco para comprobar o nivel de adquisición da terminoloxía relativista.

Foi usada tamén na segunda parte das entrevistas individuais gravadas en vídeo, como elemento de soporte para as explicacións dos alumnos.

A ficha da proba 1 divídese en tres franxes separadas por liñas horizontais:

-Primeira franxa (na parte superior da ficha): Relatividade Clásica (UD Galileo)

Barra horizontal raiada: Ruptura experimental (Michelson) e teórica (Maxwell).

-Segunda franxa: Relatividade Especial (UD Lorentz)

-Terceira franxa: Consecuencias físicas da Teoría da Relatividade (UD Einstein e Hubble).

Os contidos de cada franxa estrutúranse en catro columnas, correspondentes a outros tantos efectos relativistas:

-1^a Columna: Dilatación temporal (paradoxo dos xemelgos, muóns atmosféricos)

-2^a Columna: Contracción espacial (electromagnetismo, leis de Lorentz e Ampére)

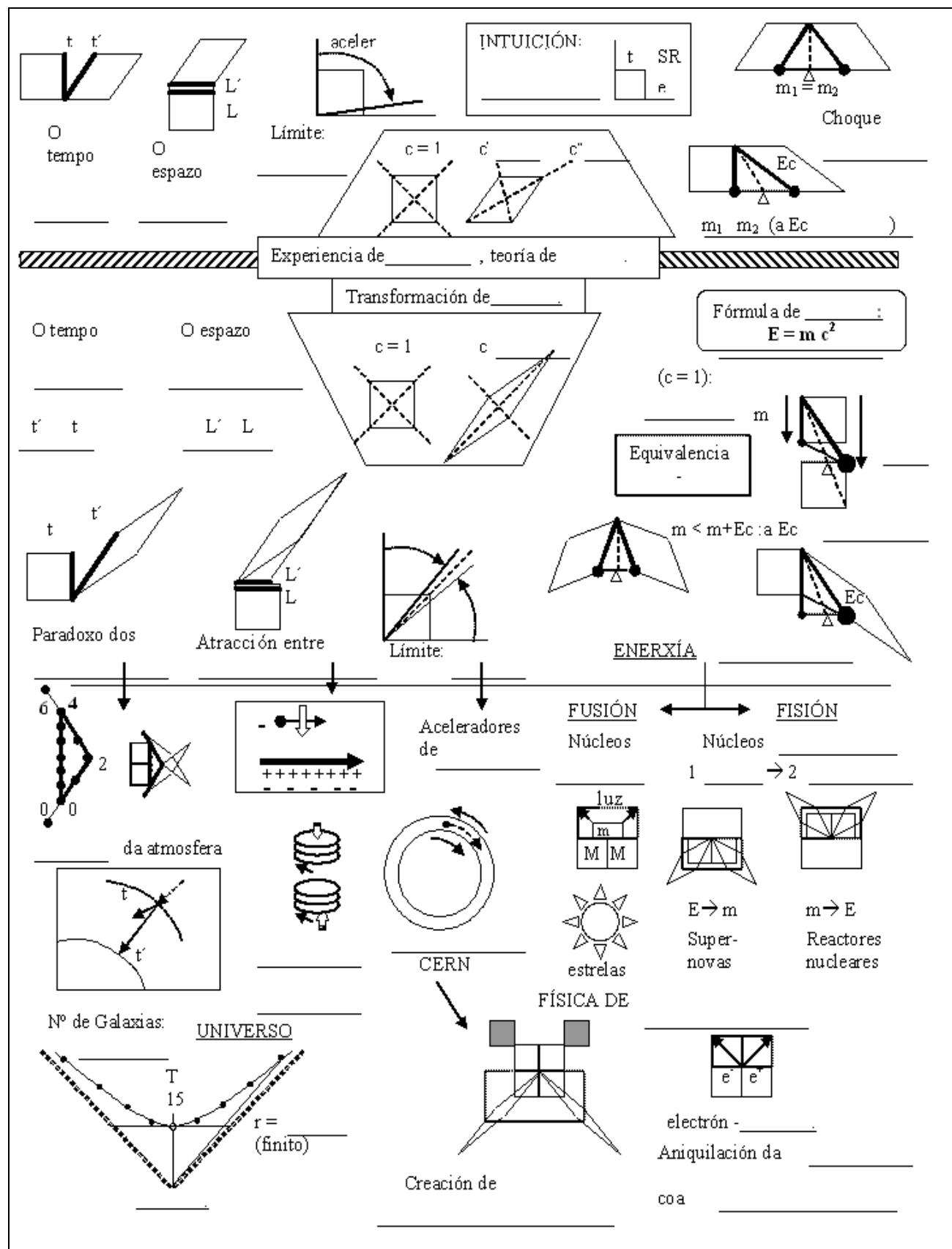
-3^a Columna: Velocidade límite (aceleradores de partículas)

-4^a Columna: Equivalencia entre masa e enerxía (enerxía nuclear, física de partículas)

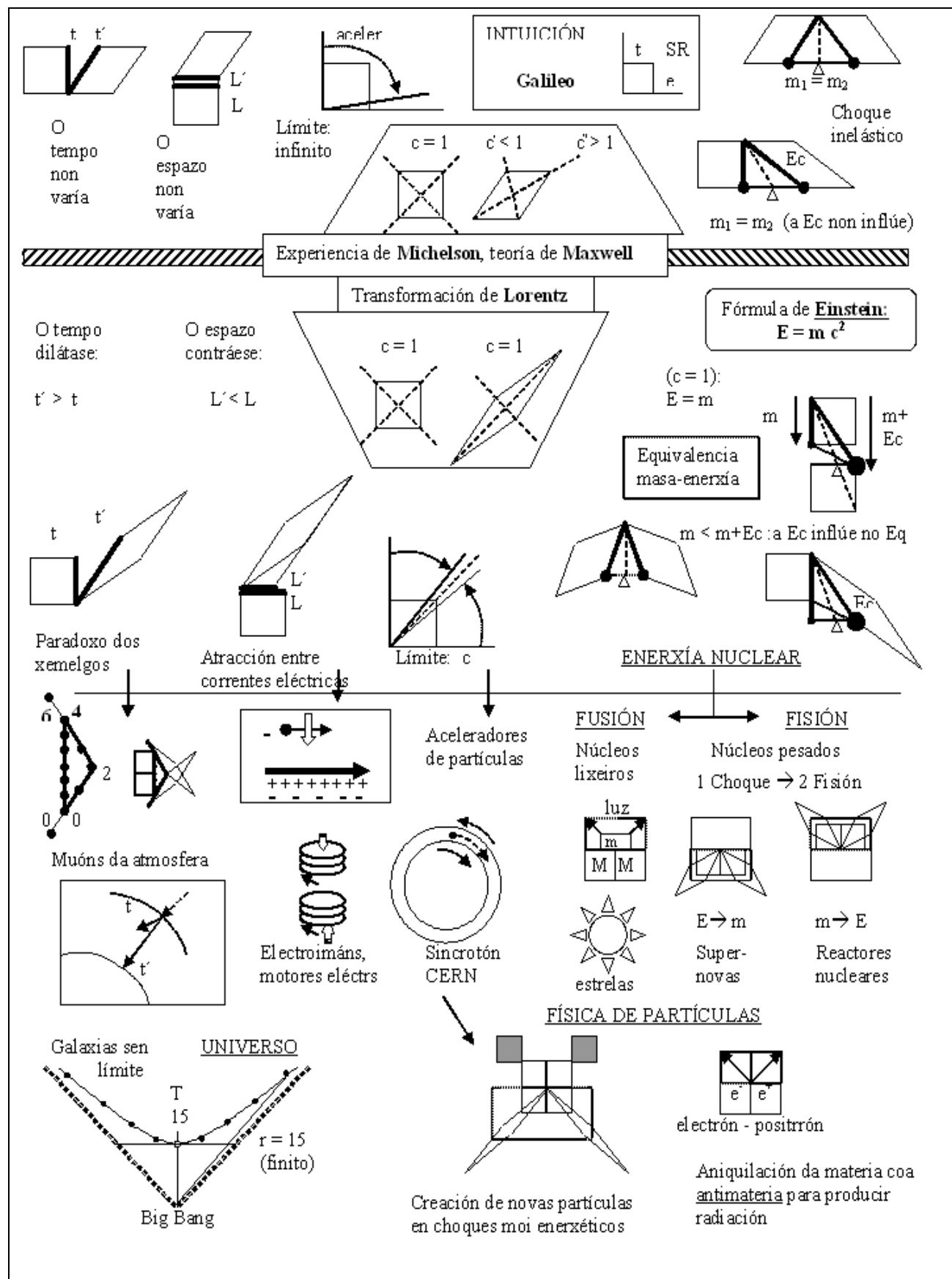
Lembremos que esta disposición espacial corresponde novamente coa seguida nos esquemas de pensamento: de arriba a abaixo vaise progresando na construcción dos contidos relativistas (e tamén na intervención didáctica), e de esquerda a dereita aparecen as catro magnitudes físicas que son obxecto de análise, secuenciadas de acordo ao seu maior grao de complexidade.

Inclúese abaixoa á esquerda a gráfica do Big Bang porque participa dos contidos das tres primeiras columnas.

Preséntanse a continuación, nos cadros 6.1 e 6.2, as fichas utilizadas (a primeira cos espazos en branco para que os cubran os alumnos, e a segunda cuberta coas respuestas agardadas).



Cadro 6.1: Proba 1- Resumo visual da Teoría da Relatividade (ficha en branco)



Cadro 6.2: Proba 1- Resumo visual da Teoría da Relatividade (ficha cuberta)

A distribución en franxas e columnas é meramente orientativa, para situar cada item nun contexto espacial determinado, cunha distribución parella á das relacións nos esquemas de pensamento correspondentes (Galileo para a primeira das franxas, e Einstein para as dúas seguintes). Deste xeito, a disposición dos contidos en franxas horizontais permite seguir unha secuencia temporal de arriba a abaixo na que se reproduce a evolución do pensamento en relación co espazotempo, tanto ao longo da historia (Galileo- Lorentz-Einstein) como na secuencia de aprendizaxe seguida (Relatividade clásica, Relatividade Especial e Consecuencias reais da mesma). O feito de agrupar os contidos de cada franxa horizontal en catro columnas permite, á súa vez, seguir a evolución dun único concepto físico, para o cal deberemos centrar a atención na correspondente columna e seguir a súa evolución de arriba a abaixo (a modo de exemplo, na primeira columna poderíamos comprobar a evolución das ideas sobre a conservación do tempo ao pasar da relatividade clásica á especial, e as consecuencias físicas desta última en relación co tempo en diferentes SR). Se o que desexamos é contrastar as visións dos diferentes conceptos físicos nun determinado paradigma ou estadio de pensamento, deberemos centrar a nosa atención nunha única franxa horizontal (así, por exemplo, na franxa central poderíamos contrastar as ideas sobre tempo, espazo, velocidade e enerxía correspondentes á transformación de Lorentz).

A ficha de información posterior (cadro 6.2) constitúe unha especie de *folla de ruta* visual de toda a secuencia didáctica, na que mediante as gráficas correspondentes se van recapitulando os pasos dados na construcción da teoría da Relatividade e a análise das súas consecuencias. Esta ficha foi presentada posteriormente á resolución polos alumnos da proba 1. Deste xeito, dispoñen dunha información completa visual e resumida dos contidos relativistas vistos durante a intervención.

Proba 2- Entrevistas individuais.

Con posterioridade á explicación realizada sobre os contidos visuais da proba 1, e co obxectivo de saber até qué punto esta aprendizaxe era verdadeiramente significativa, procedeuse a facer entrevistas individualizadas por parte do profesor-investigador, nas que nun tempo aproximado duns cinco minutos por alumno, se intentaban recoller aquelas ideas que manifestaba con maior claridade.

O formato das entrevistas tiña dúas partes.

Na primeira parte, pedíase ao alumno simplemente que explicase coas súas propias palabras en que consistía a Teoría da Relatividade e os fenómenos da mesma que era capaz de lembrar (se non conseguía comezar a explicarse, indicábaselle que pensase de que xeito lle explicaría a un amigo seu en que consistía dita teoría).

Posteriormente, o profesor preséntalle unha copia da ficha utilizada na proba 1, na que aparecen unha serie de figuras xeométricas sen explicacións, e pídeselle ao alumno que vaia explicando coas súas propias palabras o significado daquelas figuras nas que recoñece algún efecto relativista ou físico en xeral.

O profesor, a medida que ía transcorrendo a entrevista, ía recollendo a información máis significativa nunha ficha preparada especialmente para tal efecto, cunha táboa coas seguintes casiñas (táboa 6.1) : En cada casiña preéntase unha letra minúscula identificativa da relación do esquema de Einstein. No diagrama 3.1 do capítulo 3 preéntase o esquema de Einstein coas letras superpostas ás rrelacións. Na táboa 6.1, ao lado de cadra letra sitúase unha palabra representativa da correspondente relación. Na ficha real, as casiñas son más grandes e teñen un amplio espazo en branco en cada unha, para as anotacións do entrevistador.

b -Lz explica Mich.	c - Lz: Rombo	a - exper. Mich.	ALUMNO/A
d - tempo	e - espazo	f - velocidad	g – masa / E
h - maior	i - menor	k - diagonal	l – despraz. cdm
m - dilatación	n - contracción	o - V límite	p - equivalencia
r - muóns	s - Fz Lorentz	t -aceleradores	u - En Nuclear
v - xemelgos	x - magnetismo	y - Big Bang	z - creac mat ^a

Táboa 6.1- Casiñas da ficha de recollida de datos nas entrevistas individuais

Podemos observar que a disposición das casiñas corresponde aproximadamente coa situación das relacóns no esquema Einstein, así como na ficha-resumo visual da proba 1 (cadros 6.1 e 6.2), o cal facilita a anotación das ideas do alumnado por parte do entrevistador.

Finalmente, contrastouse a información recollida coas gravacións de imaxe e son realizadas das entrevistas.

Proba 3 - Avaliación final

Despois das actividades de avaliación formativa realizadas mediante a proba 1 e as entrevistas da proba 2, procedeuse a realizar unha proba de avaliación de corte máis clásico, baseada en items nos que se pregunta sobre determinados aspectos da teoría da relatividade.

Esta actividade constitúe unha proba escrita que se presenta ao final da secuencia didáctica para comprobar o grao de adquisición dos principais conceptos e terminoloxía relativistas.

Pídense de forma explícita ao alumnado que, na medida do posible, xustifique as súas respuestas mediante diagramas ou debuxos explicativos. Deste xeito, poderemos comprobar até qué punto a metodoloxía visual seguida durante toda a intervención produciu resultados visuais significativos no alumnado. Cada gráfico que un alumno realice de forma autónoma nos subministrará unha información sumamente valiosa sobre as características do seu pensamento.

O feito de realizar a intervención en varios cursos e en momentos diferentes provocou a realización de dúas versións distintas para esta mesma proba de avaliación final, unha para os cursos de 4º da ESO e 1º de Bacharelato Tecnolóxico, e outra para o 1º de Bacharelato Científico, co obxectivo de evitar que foran coñecedores do contido das preguntas. Dado que as preguntas dunha e outra versión inciden nos mesmos aspectos da Teoría da Relatividade e dun xeito semellante, os resultados destas probas poderán ser usados para contrastar a caracterización do pensamento do alumnado dos diferentes cursos sen as distorsións que derivarían dun coñecemento previo polo alumnado dun curso do contido da mesma.

Para poder contrastar os resultados destas dúas versións da proba 3, procederemos a agrupalos en 5 ítems, de acordo cos aspectos da Teoría da Relatividade que contemplan:

Item 1-Preguntas abertas sobre aspectos xerais da RE

4C /IBT: preguntas 1, 2, 3, 10:

- 1- Describe en poucas palabras a Teoría da Relatividade:
- 2-Que experiencia levou ao establecemento desta teoría, e por que?
- 3-Que efectos relativistas coñeces? A que son debidos?
- 10-Coñeces algunha outra consecuencia da Teoría da Relatividade? Cal/es?

1BC:: preguntas 1, 2, 10:

- 1- Describe en poucas palabras a Teoría da Relatividade:
- 2-Que experiencia levou ao establecemento desta teoría, e por que?
- 10-Que di a teoría do Big Bang, e en que se basea?

Item 2-Dilatación temporal e consecuencias desta

4C /IBT: pregunta 4:

- 4-Como varía a medida do tempo ao pasar dun SR a outro que se move con respecto do anterior? Por que (fai un debuxo se podes)?

1BC: preguntas 3 e 4:

- 3-Que acontece se 2 reloxos dan a volta á Terra en direccións opostas, e por que? Como inflúe a resposta anterior na discusión sobre o solpor permanente?
- 4-Como explicas que os muóns producidos na alta atmosfera cheguen á superficie da Terra?

Item 3-Contracción espacial e consecuencias desta

4C /IBT: pregunta 5:

- 5-Como varía a medida de distancias e tamaños ao pasar dun SR a outro en movemento? Por que (fai un debuxo se podes)?

1BC: implícito na pregunta 9:

- 9-Explica o funcionamento dun electroimán.

Item 4-Velocidade límite e consecuencias desta

4C /IBT: pregunta 6:

- 6-De acordo coa Teoría da Relatividade, existe algunha velocidade límite? Cal é? A que é debido (fai un debuxo se podes)?

1BC: preguntas 5 e 6:

- 5-Como funciona un sincrotrón?
- 6-Cal é a máxima velocidade á que se poden acelerar as partículas nun sincrotrón? Por que?

Item 5-Equivalencia entre masa e enerxía e consecuencias desta

4C /IBT: preguntas 7 e 8:

7-Que relación se establece na Teoría da Relatividade entre masa e enerxía?

Por que? A que se debe (fai un debuxo se podes)?

8- Como explica a Teoría da Relatividade a Enerxía Nuclear?

IBC: preguntas 7 e 8:

7-Pódese transformar enerxía en masa? Pon algúun exemplo:

8- Explica a enerxía nuclear de fisión.

O feito de que a intervención didáctica se centre na visualización e interpretación gráfica dos catro fenómenos relativistas (dilatación temporal, contracción espacial, velocidade límite e equivalencia entre masa e enerxía) fai que poidamos utilizar diversas consecuencias dos mesmos como elemento motivador para a explicitación destas ideas.

Así como as probas 1 e 2 facían especial fincapé nos aspectos gráficos, visuais e demostrativos da secuencia didáctica realizada, nesta proba 3 incídese dun xeito especial nas consecuencias de tipo real ou práctico da teoría explicada. Complementase deste xeito a información obtida nas probas anteriores (de reflexión teórica e visual sobre os conceptos físicos relativistas) nun contexto diferente, de xustificación polo alumnado dunha serie de feitos mediante as oportunas argumentacións ou construcións gráficas.

O dimensionado posterior a partir das relacións activadas permitirá incorporar os resultados de contextos tan dispares nun mesmo diagrama ilustrativo das ideas do alumnado, o esquema de pensamento de Einstein.

C6.3. ANÁLISE DE RESULTADOS ITEM A ITEM

Unha vez descritas as fichas correspondentes ás actividades de caracterización final, farase unha presentación explicada dos resultados más significativos obtidos polo alumnado. Para iso, en cada item detállase a intención avaliadora do mesmo, e a continuación preséntanse os resultados, comezando polos más achegados ao deseñable dende a perspectiva da ciencia escolar e finalizando polos más afastados dela.

No Anexo 6 pódense ver copias orixinais das fichas cubertas polos alumnos, identificadas mediante a letra maiúscula correspondente ao alumno e o número correspondente á proba.

A presentación dos resultados realizañase dacordo coa seguinte orde:

Proba 1: Resumo visual da Teoría da Relatividade (apartado C6.3.1.)

Proba 2: Entrevistas individuais (apartado C6.3.2.)

Proba 3: Preguntas de avaliación final (apartado C6.3.3.)

Ideas alternativas ou incorrectas detectadas (apartado C6.3.4.)

Os resultados da proba 1 preséntanse agrupados nunha táboa conxunta debido a que constitúe unha actividade pechada, na que o alumnado ten que incorporar unha palabra ou unha expresión que complete a información presentada na ficha.

Os resultados obtidos nas entrevistas individuais (proba 2) preséntanse agrupados directamente por relacións, dado o seu carácter totalmente aberto.

Na presentación dos resultados da proba 3 (avaliación final) procédese a unha análise item a item, presentando os resultados agrupados por orde decrecente de concordancia co desexable dende a perspectiva da ciencia escolar. Os resultados da proba 3 son tanto textuais como gráficos, sendo estes últimos especialmente significativos debido a que son gráficas realizadas integralmente polo alumnado como resposta, explicación ou aclaración das súas ideas.

Procédese finalmente a presentar e caracterizar as principais ideas alternativas ou incorrectas que foron detectadas ao longo das diversas probas de avaliação final.

C6.3.1. Proba 1 (Resumo visual da Teoría da Relatividade): Resultados obtidos

A táboa 6.2 recolle o resultado da análise das respostas do alumnado ás preguntas da proba 1 (no apartado A6.1 do Anexo 6 amplíase ista información). Na columna *R* indícanse as relacións, e na *i* os items nos que se poden activar. Na terceira columna (*resp. agard.*) preséntase unha abreviatura da resposta agardada, de acordo co Cadro 6.2. Nas restantes columnas aparecen marcadas con *x* as respostas de cada alumno nas que se considera activada a relación correspondente.

Podemos observar que a correspondencia entre os items e as relacións non é totalmente biunívoca (así, por exemplo, a relación *u* pode ser activada nos items 19 e 23, mentres que no item 10 pódense activar as relacións *c, k*). Ainda así, a secuencia de items e a secuencia de relacións transcorren bastante parellas, o cal era de agardar dada a correspondencia que se estableceu entre a distribución espacial na ficha da proba 1 e no esquema de pensamento de Einstein.

Na columna da dereita e marcadas coa letra *f*, recóllense as frecuencias ou sumas das relacións activadas para cada item polo conxunto de alumnos da mostra, e na fila inferior (marcadas coa letra grega Σ) recóllense as sumas de todas as relacións activadas por cada alumno,.

Na esquina inferior dereita preséntase a suma de todas as relacións activadas polo alumnado ao realizar a proba 1 de avaliação final. O total de relacións que poderían ter sido activadas corresponde co número de casiñas desta táboa de 36 columnas e 24 filas, é dicir, 864. Na probha realizada co alumnado participante acadouse un total de 349 activacións, o que representa un 40% do total, Esta cantidade é indicativa dun bo desempeño por parte da mostra nesta proba, con grandes diferenzas individuais que van dende o 80 % de activacións do alumno Y: 29 relacións activadas de 36 posibles) ao 8 % do alumno E, tan só con 3 relacións activadas.

R	i	resp. agard.	A	B	C	D	E	F	G	H	I	K	L	M	N	O	P	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	f	
a	8	Michelson	x	x					x				x							x	x		x	x	x		9	
b	9	Lorentz			x	x		x	x			x					x	x		x	x	x	x	x		12		
c	10	c=1					x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x				x				9		
k	10	c=1					x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x				x				9		
p	11	Einstein	x	x	x	x	x	x	x				x			x		x		x	x	x	x	x		13		
m	12	T dilátase			x	x		x	x			x	x				x	x		x	x	x	x	x		14		
d	13	t' > t	x	x	x	x		x	x			x	x							x	x	x	x	x		13		
h	13	t' > t	x	x	x	x		x	x			x	x							x	x	x	x	x		13		
v	14	xemelgos	x	x	x		x	x														x					6	
n	15	Contrac. e			x	x		x	x	x	x	x	x			x	x	x	x	x	x	x	x	x		18		
e	16	L' < L	x	x	x	x		x	x	x		x	x							x	x	x	x	x		15		
i	16	L' < L	x	x	x	x		x	x	x		x	x							x	x	x	x	x		15		
x	17	Atrac. magn.			x		x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x		14			
f	18	C: vel. lím.	x	x	x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x		21		
o	18	C: vel lím	x	x	x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x		21		
u	19	E = m			x			x	x		x	x	x			x				x	x					10		
p	20	Equiv. m/E					x	x		x	x	x			x			x	x	x	x					10		
g	21	m + Ec > m	x	x				x	x											x							5	
l	22	E infl. eq.			x		x														x						3	
u	23	En. Nuclear	x	x			x	x	x		x	x	x		x		x	x	x	x						13		
r	24	muóns	x	x			x			x			x							x		x					6	
s	25	Fz. atracc.	x	x			x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x							13		
x	26	Motores els	x	x	x		x	x		x						x	x		x	x	x	x	x	x		14		
y	27	Gxs. sen lim.					x													x	x	x	x				5	
y	28	R=15 (finito)					x	x			x								x	x	x	x				7		
y	29	Big Bang	x	x			x	x											x	x	x	x	x			9		
t	30	Fis. partíc.	x	x	x	x	x	x												x							7	
g	31	creación part.	x	x			x			x		x			x			x	x	x	x	x	x			10		
z	32	e^- / p^+	x	x	x		x		x										x	x		x					7	
z	33	mat./ antimat.	x	x	x		x	x											x	x	x	x	x			10		
u	34	Núcl. lix./pes.					x			x	x		x		x		x		x		x	x				7		
g	35	choque					x	x											x		x						4	
u	36	fusión					x	x	x				x			x		x		x		x				7		
			Σ	19	19	13	14	3	24	27	9	7	4	17	20	12	6	7	14	8	7	21	24	10	21	29	14	349

Táboa 6.2: Relacións activadas polo alumnado na proba 1: Resumo visual da Teoría da Relatividade Especial

Podemos observar que os alumnos F, G, U, V, X e Y (e en menor medida A, B e M) destacan pola cantidade de relacións activadas, mentres que no extremo contrario sitúanse os alumnos E e K (e en menor medida O), quen activaron unha fracción moi pequena das relacións posibles.

Pódese comprobar tamén que as relacións o (velocidade límite) e n (contracción espacial) foron activadas en maior proporción que as restantes. As causas poden ser diferentes: Para a velocidade límite, o feito de que era a única relación activada significativamente ao inicio da intervención, e para a contracción espacial, pudo ser motivo de peso o feito de xustificar coa mesma a única

experiencia de laboratorio non simulada que se efectúa nas actividades realizadas (magnetismo e contracción espacial). Esta inferencia confírmase polo elevado índice de activación producido nos items correspondentes: 17, 25 e 26.

Aínda que unha proba destas características non permite valorar o grao de significatividade dos coñecementos recollidos, o feito de conter praticamente toda a información visual dun xeito resumido, permite comprobar até que punto o alumnado é quen de recoñecer as ideas implícitas en cada diagrama ou gráfica. Deste xeito, constitúe unha medición da eficacia da simboloxía gráfica e visual para incorporar os conceptos físicos fundamentais da Teoría da Relatividade Especial.

C6.3.2. Proba 2 (Entrevistas individuais): Resultados obtidos

Indícase primeiro o conxunto de relacións activadas por cada alumno a xuízo do entrevistador (no Anexo 6, apartado A6.2, preséntase a transcripción das manifestacións correspondentes por parte do alumnado), seguido das manifestacións que revelan algúns errores ou ideas alternativas.

Alumno: A Relacións activadas: *m, n, o, r, v*

Manifestacións erradas:

denomina dilatación temporal e contracción espacial ás inclinacións dos eixes respectivos.

Alumno: B Relacións activadas: *d, e, g, h, i, l, m, n, p, u, v*

Manifestacións erradas:

na RE non interesa a lóxica, as galaxias poden expandirse canto queiran no Universo, que non ten límites

Alumno: C Relacións activadas: *c, n, o, p, v*

Manifestacións erradas:

a forza da velocidade comprime a regra en movemento.

Alumno: D Relacións activadas: *c, d, e, f, g, h, i, k, l, m, n, o, p, t, u, v, y*

Alumno: E Relacións activadas: *o*

Manifestacións erradas:

na enerxía nuclear, masa e enerxía van á mesma velocidade e cando chocan convértense nunha soa cousa, porque o cdm está sempre no medio.

Alumno: F Relacións activadas: *c, e, g, l, m, n, o, p, x, y*

Manifestacións erradas:

Michelson atopou que a velocidade da luz era insuperable.

Para chegar á diagonal do rombo de Lorentz terías que facerte luz.

Alumno: G Relacións activadas: *l, m, n, o, p, u, v, z*

Manifestacións erradas:

Para que haxa dilatación espacial ten que haber unha velocidade negativa.

Magnetismo: a carga externa positiva atráese aínda que haxa tantas cargas positivas como negativas no condutor.

Alumno: H Relacións activadas: *f, g, h, k, l, o, p, s, u, x*

Manifestacións erradas:

Para Galileo, o espazo non se move, e para Michelson si que o fai.

Alumno: I Relacións activadas: *f, m, n, o, p, s, v*

Alumno: K Relacións activadas: *a, b, c, d, f, g, h, k, l, m, o, p, r, t, z*

Manifestacións erradas:

Non da encaixado que o tempo poida cambiar, pero di que o entende.

O espazo tamén se dilata.

Alumno: L Relacións activadas: *a, b, c, d, e, f, g, h, i, k, l, m, n, o, p, r, u*

Alumno: M Relacións activadas: *b, c, l, m, n, o, p, r, u*

Manifestacións erradas:

confunde o espazo co tempo na gráfica de Lorentz

Alumno: N Relacións activadas: *c, d, e, f, h, i, k, m, n, o, p, r, z*

Manifestacións erradas:

Michelson quería medir a velocidade da luz.

As dúas gráficas do choque inelástico (unha simétrica e outra asimétrica) *representan dous experimentos diferentes.*

A fusión nuclear prodúcese cando se xuntan dous átomos.

Alumno: O Relacións activadas: *d, e, f, h, i, k, m, n, o, r, x*

Manifestacións erradas:

Chámalle *dilatación espacial* á inclinación da base no rombo de Lorentz.

Chámalle *aceleración* á inclinación do eixe temporal.

O cdm desprázase porque cambia o SR (non identifica a Ec como a causa dese desprazamento)

Alumno: P Relacións activadas: *c, d, e, f, g, h, i, k, l, m, n, o, p, s, x*

Manifestacións erradas:

Michelson dixo que non se podía facer que a velocidad da luz cambie.

Para Galileo, o tempo variaba (referíndose á inclinación do eixe temporal)

Alumno: R Relacións activadas: *d, e, h, i, k, l, m, n, o, r, s, u, x*

Alumno: S Relacións activadas: *a, b, c, d, e, f, g, h, i, k, l, m, n, o, p, r, z*

Manifestacións erradas:

nos aceleradores de partículas prodúcese enerxía.

Alumno: T Relacións activadas: *a, c, d, e, f, h, i, k, l, m, n, o, p, r, u, v*

Manifestacións erradas:

A contracción espacial será proporcional á velocidade.

Na fórmula de Einstein, E é o espazo.

Na fusión nuclear, dous núcleos pesados producen un máis lixeiro.

Alumna: U Relacións activadas: *a, b, c, m, n, o, p, t, z*

Manifestaciós erradas:

As partículas nos aceleradores, ao achegárense á velocidade da luz desintégranse.

Os fenómenos electromagnéticos débense ao desequilibrio entre cargas.

Alumno: V Relacións activadas: *e, f, m, n, o, p, s, x*

Manifestaciós erradas:

A contracción das cargas negativas débese á atracción das cargas positivas pola carga móbil.

A velocidade da luz é o límite polo de agora.

Alumno: W Relacións activadas: *m, n, p*

Manifestaciós erradas:

A velocidade da luz é infinita.

Alumna: X Relacións activadas: *c, f, g, k, l, m, n, o, p, y*

Alumna: Y Relacións activadas: *b, c, e, f, g, h, i, k, l, m, n, o, p, r, s, u, v, x*

Alumna: Z Relacións activadas: *m, n, o, p, y*

Os resultados das entrevistas individuais recóllense na Táboa 6.3.

Na columna **r** preséntase o conxunto de relacións do esquema de pensamento Einstein, identificadas mediante a letra minúscula correspondente.

Nas restantes columnas indícanse mediante x as relacións activadas polos alumnos, identificados por letras maiúsculas na fila superior.

Na columna da dereita, ao igual que na táboa anterior, represéntase mediante a letra f a frecuencia de activación de cada relación por parte do conxunto de alumnos entrevistados. Na fila inferior indicamos de novo mediante a letra Σ a suma das relacións activadas por cada alumno ao longo da entrevista. Na esquina inferior dereita colócase a suma de todas as relacións activadas por todos os alumnos: 252. Tendo en conta que se trata dunha táboa de 23 filas e 24 columnas, o total de relacións posibles sería de 552, o que resulta nunha porcentaxe de activación do 45%, o cal é bastante semellante ao da proba 1. Novamente os alumnos E (cunha única relación activada, o 4% do total posible), e Y (con 18 relacións activadas de 23, un 80 %) constitúen os extremos e reflicten a ampla disparidade da mostra nesta proba.

Unha inspección previa da distribución da nube de puntos permite observar que a concentración é maior na parte cdentral da táboa, o que contrasta coa baixa densidade de x rexistrada na parte inferior. Este é un resultado positivo, xa que nas bandas centrais recóllense as relacións correspondentes aos fenómenos relativistas que son o obxecto da intervención realizada, mentres

que as relacións situadas na parte inferior corresponden coa evidencia experimental en favor dos mesmos fenómenos, e que se presentan tan só para reforzar a súa significatividade.

r	A	B	C	D	E	F	G	H	I	K	L	M	N	O	P	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	f
a									x	x						x	x	x							5
b									x	x	x					x	x	x			x				7
c		x	x		x				x	x	x	x			x		x	x	x		x	x			13
d	x		x						x	x		x	x	x	x	x	x	x							10
e	x		x	x					x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x			x		12
f		x					x	x	x	x				x	x		x	x		x	x		x	x	12
g	x		x	x			x		x	x				x		x				x	x				10
h	x		x				x		x	x		x	x	x	x	x	x	x		x			x		12
i	x		x						x		x	x	x	x	x	x	x	x				x			10
k		x				x		x	x		x	x	x	x	x	x	x	x		x	x				12
l	x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x		14
m	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	22
n	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	21
o	x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	22
p	x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	19
r	x							x	x	x	x	x			x	x	x	x	x	x	x	x	x		10
s							x	x					x	x						x					5
t		x					x									x									3
u	x		x			x	x		x	x					x		x				x				9
v	x	x	x	x		x		x								x				x					8
x					x		x					x	x	x				x		x		x			7
y			x	x															x		x				4
z						x		x		x				x		x		x							5
Σ	5	11	5	17	1	10	8	10	7	15	17	9	12	11	15	13	17	17	9	7	3	10	18	5	252

Táboa 6.3 - Relacións activadas polo alumnado na proba 2: Entrevistas individuais sobre a Teoría da Relatividade Especial

A observación da táboa 6.3 permite destacar o elevado índice de activación de relacións aceptables por parte dos alumnos D, L, S, T e Y (e en menor medida, K, P e R), en contraste cos alumnos E e W (e en menor medida A, C e Z), quen non conseguiron activar correctamente case ningunha das relacións posibles.

Dentro das relacións, como vimos na inspección visual realizada anteriormente, destacan polo elevado número de activacións as referidas aos conceptos relativistas que son obxecto central da presente investigación (dilatación temporal, contracción espacial, velocidade límite e equivalencia entre masa e enerxía, identificadas respectivamente mediante as letras *m*, *n*, *o*, *p*). De xedito bastante homoxéneo, estas relacións foron activadas por unha media de 21 dos 24 alumnos da mostra, un 90 % da mesma. Este é un interesante resultado, xa que as relacións (*m*, *n*, *o*, *p*) recollen a parte esencial da nosa intención didáctica (que non é outra que adiantar información sobre a existencia dos fenómenos relativistas, presentándoos de xeito cualitativo e visual en cursos previos a 2º de Bacharelato). As relacións previas (na parte superior da táboa, correspondentes ás consideracións xeométricas e visuais que levan ao establecemento dos fenómenos relativistas) e as posteriores (parte inferior da táboa 6.3, que recollen a evidencia experimental en favor da realidade destes efectos) foron incorporadas por razóns didácticas para asegurar unha aprendizaxe máis significativa das mencionadas relacións centrais.

C6.3.3. Proba 3 (Preguntas de avaliación final): Resultados obtidos

O conxunto de respostas do alumnado preséntase no Anexo 6, apartado A6.3.

As respostas do alumnado preséntanse a continuación agrupadas de acordo aos items en que se clasifican as preguntas de cada versión da proba, e separando as respostas cun formato textual das que teñen un formato gráfico.

En cada caso, comézase polas respostas más achegadas ao desexable dende a ciencia escolar, e remátase polas más afastadas da mesma, deixando no medio, cando se produciron, aquelas respostas en que se evidencie unha persistencia de ideas relativistas clásicas ou galileanas.

Finalmente, realiza unha táboa-resumo que recolle as relacións activadas por cada alumno e alumna ao longo das súas respostas.

Item 1-Preguntas abertas sobre aspectos xerais da RE

Respostas aceptables: alumnos F, G, H, M, P, R, S, U, V, W, X, Y,

Respostas gráficas aceptables: alumnos B, D, L, N, P, R, V, W, X, Y

Ideas alternativas:

Michelson pretendía averiguar a velocidade da luz: alumna X

Michelson demostrou que a velocidade máxima era a da luz: alumno M

Michelson estaba en desacordo con Galileo: alumna Z

Identifica a inclinación dos eixes como contracción ou dilatación: alumnos H, K

Hiperrelativismo (*nada é o que parece*): alumno M

Erros nas respostas gráficas:

Traza un arco (e non unha liña horizontal) para comparar tempos: alumno P

Non se conserva a superficie espazotemporal no rombo de Lorentz: alumno R

Item 2-Dilatación temporal e consecuencias desta

Respostas aceptables: alumnos A, F, K, L, N, O, R, S, T, U, X, Y

Respostas gráficas aceptables: alumnos B, D, F, L, O, P, R, S, T

Ideas alternativas:

A dilatación do tempo débese á influencia da atmosfera nos muóns: alumnos G, V

A dilatación temporal débese á enerxía cinética e o cdm: alumna Z

Erros nas respuestas gráficas:

Dilatación temporal como inclinación do eixe na gráfica de Galileo: alumnos A, K

Non se conserva a superficie espazotemporal no rombo de Lorentz: alumno C

Item 3-Contracción espacial e consecuencias desta

Respostas aceptables: alumnos A, F, G, M, P, R, S, Y

Respostas gráficas aceptables: alumnos B, C, L, R, S, V

Ideas alternativas:

Contracción espacial como inclinación do eixe na gráfica de Galileo: alumno C

Os efectos relativistas prodúcense ao acalar a velocidade da luz: alumno O

Ao contraerse, as cargas exercen menos forza: alumno H

Erros nas respuestas gráficas:

Non se conserva o paralelismo na figura transformada: alumnos A, T

Non se conserva a superficie espazotemporal no rombo de Lorentz: alumno N

Item 4-Velocidade límite e consecuencias desta

Respostas aceptables: alumnos A, F, K, L, N, O, U, W, Z

Respostas gráficas aceptables: alumnos O, P, R, S, T

Ideas alternativas:

A velocidad da luz non é un límite absoluto: alumno G

Os corpos desintégranse con velocidades superiores á da luz: alumno B

Erros nas respuestas gráficas:

Intenta xustificar o límite de velocidad nunha gráfica galileana: alumno A

Item 5-Equivalencia entre masa e enerxía e consecuencias desta

Respostas aceptables: alumnos A, B, F, K, R, S, T, U, V, Y

Respostas gráficas aceptables: alumnos L, R, T, Y

Ideas alternativas:

A fisión é a rotura dun núcleo lixeiro: alumno T

Erros nas respuestas gráficas:

Non se conservan as proporcións nas gráficas dos choques de partículas: alumna X

Resultados globais da proba 3 de avaliación final

Na táboa 6.4 preséntase o conxunto de relacións (identificadas mediante letras minúsculas) activadas polo alumnado ao longo da proba de avaliación final. Na primeira columna (letra "i") indícanse os items da proba, e na segunda (letra f) se o formato da resposta foi textual (t) ou gráfico (g), dado o especial interese destas últimas.

i	A	B	C	D	E	F	G	H	I	K	L	M	N	O	P	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	
1	t					m n y	y	h v				z		r	c r	r v		y	a y	o	a b n o p	a h i k y			
	g		c		c h					b c i u		u		c h	c i			u	y	y	b c y	b h i k y			
2	t	m				m	r		m	h m		m	m	m	m	h m	m	m	m	r	m	m	r		
	g	d	c h	c		c d h m			d	c h			c d h m		c h	c h	c d h m								
3	t	x				n s x	n x	n			n			n x	n x	n s x							n x		
	g	e	c e	c e						c e		c e n		c e	c e	c e i n	c e i n	e		n	s				
4	t	o	o			f k o	o t	o	o	c k o	o	o	c o					o		o					
	g			f									c f k o	c k o	f k o	c k o	f k o								
5	t	g l p	g l p			g l p u			p					p u	u	u	p	p				p u	o t		
	g								u					u	u	u					u	u z			

Táboa 6.4. Relacións activadas na proba de avaliación final

A táboa 6.5 diferénciase en varios aspectos das vistas anteriormente: non se indica mediante unha x o feito de que unha determinada relación sexa activada por un alumno, senón que isto se fai escribindo na casiña correspondente a letra identificativa da relación ou relacóns activadas. A razón para facer isto é de carácter práctico, pois de facelo igual que nas táboas anteriores obteríamos unha táboa difícilmente manexable. Outra diferenza, xa sinalada, consiste no feito de que para cada item se separan dúas filas, unha superior indicada coa letra t (respostas textuais) e outra debaixo dela, sinalada cunha letra g nun cadriño negro, para poder identificar as respostas nas que o alumnado traza unha gráfica de xeito autónomo para clarificar a súa resposta. Dadas as características profundamente gráficas e visuais da nosa proposta didáctica, cando un alumno acude a unha gráfica para clarificar unha resposta de tipo físico está reafirmando a intención coa que acudimos á formulación xeométrica de Minkowski como base para a comprensión da Relatividade Especial.

Podemos comprobar na táboa 6.5 que, coa excepción do item 5, o número de relacóns activadas de xeito gráfico é prácticamente igual (e, incluso, nalgúns casos algo superior) ao número de respostas textuais, o cal confirma o dito anteriormente.

C6.4. RESULTADOS DA AVALIACIÓN FINAL

Unha vez descritos os items correspondentes ás actividades de caracterización inicial, farase unha presentación explicada dos resultados más significativos obtidos polo alumnado. Para iso, agrúpanse os resultados en cada item comezando polos más achegados ao desexable dende a perspectiva da ciencia escolar e finalizando polos más afastados dela.

No Anexo 6 pódese ver o conxunto de respostas obtidas nas diversas probas de caracterización inicial, e no Anexo 8 pódense ver mostras das fichas orixinais cubertas polos alumnos, identificadas mediante a letra maiúscula correspondente ao alumno e o número correspondente á proba.

A partir do esquema de pensamento de Einstein descrito no capítulo 2 (apartado C2.1.4., diagrama 2.2), analizaranse os resultados obtidos na fase de caracterización final. Para iso, incorporamos no esquema unhas letras identificadoras de cada relación. Pódense observar no diagrama 4.1 (Capítulo 4, apartado C4.4), e vannos servir para establecer en primeiro lugar qué relacóns foron activadas por cada alumno nas diversas probas realizadas. Cada relación do esquema ven indicada mediante unha letra rodeada dun circuliño. A ordenación das mesmas está feita en primeiro lugar pola situación no esquema, que indica as diversas fases na evolución da análise realizada, e en cada fase pola magnitud física implicada, seguindo a seguinte secuencia que será mantida ao longo de todo o traballo: tempo, lonxitude, velocidade e masa. Esta secuencia indica tamén unha maior orde de dificultade das ideas relativistas correspondentes.

Posteriormente, agruparemos as relacións afins para reducir os datos e poder establecer niveis e subniveis, e finalmente presentaremos os esquemas representativos de cada subnivel. O xeito de traballo será semellante ao seguido na redución dos datos da fase inicial (Capítulo 4, apartado C4.4.2)

C6.4.1. Dimensionado das probas de caracterización final

Na Táboa 6.5 preséntase o conxunto de relacións do esquema de Einstein que poderían ser activadas na realización das probas desta fase de caracterización final.

R	Relacións / Probas de Avaliación Final (items)	1: resumo visual da RE	2: entrevistas	3: Preguntas sobre R. E.
a	Mich: c non varía → resultado nulo	8	a	1
b	Explic do result de Mich: Tr de Lorentz	9	b	1
c	Tr Lorentz: cadrado → rombo incl 45º	10	c	1, 2, 3, 4
d	Tr de Lz: a altura do lateral aumenta	13	d	1, 2
e	Tr de Lz: a anchura (e) é menor	16	e	1, 3
f	Máx incl na tr de Lz: liña diagonal	18	f	1, 4
g	Tr de Lz: cdm vai cara a masa con Ec	21, 31, 35	g	1, 5
h	$t' > t$	13	h	1, 2
i	$e' < e$	16	i	1, 3
k	Tr Lz: a base elévase ao sumar a v	10	k	1, 4
l	Choque asim (S'): Ec despraza o cdm	22	l	1, 5
m	Dilatación temporal	12	m	1, 2
n	Contracción espacial	15	n	1, 3
o	Veloc da luz: límite de veloc	18	o	1, 4, 5
p	Equivalencia entre masa e enerxía	11, 20	p	1, 5
r	Comprob da dilat “t”: muóns atmosf	24	r	1, 2
s	Comprob da contr “e”: Fza de Lorentz	25	s	1, 3
t	Comprob da “v lím”: aceleradores	30	t	1, 4, 5
u	Comprob da equiv m/E: E nuclear	19, 23, 34, 36	u	1, 5
v	Dilat “t”: explica paradoxa dos xemelgos	14	v	1, 2
x	Contracc “e”: explica o magnetismo	17, 26	x	1, 3
y	V lím: explica a xeometría do Big Bang	27, 28, 29	y	1, 3, 4
z	Equiv m/E: explica a creación de partícis	32, 33	z	1, 5

Táboa 6.5 items das probas de caracterización final nos que se poden activar as relacións do esquema de pensamento Einstein.

Na columna da esquerda (letra R) preséntase a lista de relacións do esquema de Einstein, explicadas abreviadamente na columna seguinte. Nas restantes columnas preéntanse as tres probas realizadas na avaliación final. En cada casilla da táboa indícase mediante números os items de cada proba nos que sería posible activas cada unha das relacións. Na columna correspondente ás entrevistas (proba 2), o item representase mediante unha letra que é idéntica á da relación.

O obxectivo desta táboa é o de dar unha visión global das relacións que se poden activar nos diversos items das probas de caracterización final.

Podemos comprobar en dita táboa cómo se efectúa un dimensionado dos resultados mediante o esquema de pensamento e as relacións que contén. Deste xeito, os resultados obtidos nas diversas probas de caracterización final acadan un grao de abstracción do mesmo que permite facer comparacións cos resultados obtidos en probas diferentes.

A continuación, nas táboas 6.6 e 6.7 procédese a identificar as relacións activadas polo conxunto do alumnado nos diversos items das probas realizadas na caracterización final.

En cada unha das táboas, identifícase a primeira columna coa letra *R* para indicar as relacións (que seguen a mesma notación indicada anteriormente), e na segunda columna identifícanse mediante a letra *i* os diversos items de cada proba, os cales se explicitan na terceira columna mediante unha frase resumida. As restantes columnas corresponden coas letras de cada alumno.

Relacións activadas polo alumnado nas probas 1 e 2 de caracterización final: Táboa xeral

A táboa 6.6 recolle os resultados das táboas 6.2 e 6.3 presentadas anteriormente neste mesmo capítulo, coa salvaguarda de que agora desaparece a columna que contiña os items da proba 1. O dimensionado realizado mediante relacións permite efectuar dita redución sen perder información significativa para os nosos propósitos.

Para establecer a táboa 6.6 tivemos en conta o seguinte feito: Algunhas activacións das relacións nas dúas primeiras probas de avaliación final poden ser froito dunha simple cita textual sen maior significación, e polo tanto, para asegurar dalgún xeito un nivel de significación aceptable, non consideraremos activadas, no conxunto das dúas primeiras probas, as relacións que fosen activadas tan só nunha delas, salvo que estea claro o contrario. Mediante o criterio anterior pretendemos garantir a significatividade dos datos cos que traballaremos posteriormente.

Pódese comprobar por comparación das táboas 6.2 e 6.3 que existen 108 x na táboa da proba 1 que non teñen correspondencia na táboa 2. Destas, 82 corresponden con meras citas, e 26 mostran algunha significatividade. Pola súa parte, das 70 x na táboa 2 sen correspondencia na táboa 1, 21 son meras citas, mentres que as restantes 49 mostran algunha significatividade.

Na táboa 6.6 indícanse mediante un 1 as relacións que foron activadas significativamente tan só na proba 1, e mediante un 2 as relacións que o foron na proba 2. As letras x indican as relacións que foron activadas tanto na proba 1 como na proba 2.

r		A	B	C	D	E	F	G	H	I	K	L	M	N	O	P	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	f
a	result nulo Mich: c cte									2	2						2		x	x		x	x			7
b	Explic result Mich: Tr Lz									2		x						x	2			x	x			6
c	Tr Lz: cadrado → rombo incl 45º					x	1			2	x	x	x	x	x				2				x		10	
d	Tr de Lz: altura lateral aumenta	x	x	x	x	x					x						2	2								7
e	Tr de Lz: a anchura (e) é menor	x	x	x	x	x				x	1				2			x	x			x				11
f	Máx incl na tr de Lz: liña diagonal			x		x			x	x	x		1	x	x	x	x	x	x	x	1	x			14	
g	Tr Lz: cdm vai cara a masa con Ec	x	x		2	x	1				2						2			1	x	x			10	
h	$t' > t$		x	1	x	x				x	1											1	x		8	
i	$e' < e$	x	x	x			1	1		x								x			1	x			9	
k	Tr Lz: a base élévase ao sumar a v					x		2		2	x		x	x	x							x			8	
l	Choque asim (S'): Ec despr o cdm			x		x	2	2		2	2	2				2	2	2	2				2	x		13
m	Dilatación temporal	2	x	x		x	x		2	x	x				2	x	x		x	x	x	x	x	x		17
n	Contracción espacial	2		x	x	x	x	x	x	x	x				x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	19	
o	Veloc da luz: límite de veloc	x	x	x	2		x	x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	22	
p	Equivalencia entre masa e enerxía	x	x		x	x	x	2		x	x	x			x		2	x	x	x	x	2			18	
r	Comprob dilat “t”: muóns atmosf	x				x			2	2	x	2	2					2				x				9
s	Comprob contr “e”: Fza de Lorentz						1	2	x						x	x	x						2			7
t	Comprob da “v lím”: aceleradores			x						2								2								3
u	Comprob da equiv m/E: E nuclear	x		x		x	x	x			x	x	x		x		x	1	x	x	x				13	
v	Dilat “t”: explica parad xemelgos	x	x	x	2			2	2								2				x				8	
x	Contracc “e”: explica magnetismo	x	1		1	x	x	2		1		x	x	x	x	1	1	x		x					15	
y	V lím: explica xeometría Big Bang		1		2	x	x											x	x	x	x				9	
z	Equiv m/E: explica creac de partícias	1	1			1	x		2		2		2			2		x	1	1	1	x			12	
-	Σ	10	13	8	15	0	16	15	8	7	10	17	11	8	6	10	10	12	10	12	12	6	13	21	5	255

Táboa 6.6: Relacións activadas polo alumnado nas probas 1 e 2

Na esquina inferior dereita preséntase a suma de todas as relacións activadas de xeito significativo polo alumnado nestas dúas probas: 255 dun total de 552 posibilidades, o que fai algomenos da metade do potencial de activacións. As relacións activadas tanto na proba 1 como na 2 (letras x) suman un total de 180, é dicir, o 70 % do total de relacións activadas, o que representa unha boa concordancia entre os resultados das dúas probas.

Podemos observar que os alumnos L e Y (e en menor medida D, F e G) destacan pola cantidade de relacións activadas, mentres que no extremo contrario sitúase o alumno E (que non deu activado significativamente ningunha relación nestas probas), e en menor medida O, W e Z, quen activaron unha fracción pequena das relacións posibles.

Pódese comprobar tamén que as relacións *m* (dilatación temporal), *n* (contracción espacial), *o* (velocidade límite) e *p* (equivalencia masa-enerxía) foron activadas en maior proporción que as restantes. Dado que nesas catro relacións concéñtranse a intención educativa da nosa proposta, o resultado é sumamente interesante. Para a velocidade límite, o feito de que era a única relación activada significativamente ao inicio da intervención puido ter algunha influencia nesa elevada taxa de activacións, e para a contracción espacial, puido ser motivo de peso o feito de xustificar coa mesma a única experiencia de laboratorio non simulada que se efectúa nas actividades realizadas (magnetismo e contracción espacial).

Relacións activadas polo alumnado na proba 3 de caracterización final: Táboa xeral

Na táboa 6.7 recóllese o conxunto de relacións activadas na proba 3 de avaliación final, segundo un formato idéntico ao caso anterior:

Desaparece a menciónaos items da proba, e sitúanse as relacións activadas na columna da esquerda, deixando a fila superior para a identificación de cada alumno mediante unha letra maiúscula, en orde alfabética ascendente.

Na columna da dereita indícase mediante unha letra f a frecuencia de activación de cada relación do esquema de Einstein polo conxunto do alumnado da mostra, mentres que na fila inferior a letra grega Σ sírvenos para identificar a suma de relacións activadas por cada alumno nesta terceira proba de avaliación final. Na casiña inferior dereita sitúase a suma de todas as relacións activadas polo conxunto do alumnado, 160, o que representa algo máis dun terzo do total potencialmente posible de 552.

Destacan novamente polo elevado grao de activacións as relacións da faixa central da táboa, coa incorporación da relación c, referente á forma xeométrica da transformación de Lorentz. Tal vez esta relación sexa o mellor resumo da parte xeométrica da nosa proposta didáctica, polo que dito resultado ven a complementar o indicado na revisión da táboa anterior en canto ao interese destes

resultados parciais dende o punto de vista da opción xeométrica e visual que tomamos ao establecer a nosa proposta didáctica.

r		A	B	C	D	E	F	G	H	I	K	L	M	N	O	P	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	f
a	result nulo Mich: c cte																				x	x	x		3	
b	Explic result Mich: Tr Lz										x											x			2	
c	Tr Lz: cadrado → rombo incl 45º		x	x	x		x				x		x	x	x	x	x	x	x			x	x		13	
d	Tr de Lz: altura lateral aumenta	x				x				x			x			x			x							5
e	Tr de Lz: a anchura (e) é menor	x	x	x							x		x	x		x	x	x								9
f	Máx incl na tr de Lz: liña diagonal			x		x							x		x	x	x	x								5
g	Tr Lz: cdm vai cara a masa con Ec	x	x				x																			3
h	t' > t		x		x	x		x	x		x		x	x	x	x	x	x				x			11	
i	e' < e		x	x							x			x	x							x			6	
k	Tr Lz: a base elévase ao sumar a v					x				x			x		x	x	x	x	x				x			8
l	Choque asim (S'): Ec despr o cdm	x	x				x																			3
m	Dilatación temporal	x				x				x	x		x	x		x	x	x	x	x		x	x		12	
n	Contracción espacial		x	x			x	x	x		x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x		14	
o	Veloc da luz: límite de veloc	x	x				x	x	x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	18	
p	Equivalencia entre masa e enerxía	x	x				x			x					x		x	x		x	x		x	x		9
r	Comprob dilat "t": muóns atmosf						x								x	x	x		x		x	x				7
s	Comprob contr "e": Fza de Lorentz															x		x								2
t	Comprob da "v lím": aceleradores							x														x			2	
u	Comprob da equiv m/E: E nuclear						x				x	x	x			x	x	x	x			x	x		10	
v	Dilat "t": explica parad xemelgos							x								x										2
x	Contracc "e": explica magnetismo	x					x	x								x	x	x					x			7
y	V lím: explica xeometría Big Bang						x	x											x	x	x	x	x			7
z	Equiv m/E: explica creac de partícias										x										x				2	
	Σ	8	9	5	2	0	14	6	4	0	4	10	3	6	8	7	13	13	10	6	5	2	10	13	2	160

Táboa 6.7: Relacións activadas polo alumnado na proba 3

Os alumnos F, R, S e Y (e, en menor medida, L, T e X) destacan polo número de relacóns que conseguiron activar, en contraposición a E e I (que non deron activado ningunha relación) e, en menor medida, D, W e Z.

Dimensionado da fase de caracterización final: Relacóns activadas

Na táboa 6.8 recóllese as relacóns activadas polo alumnado ao longo das diversas probas da fase de caracterización final.

As columnas dos alumnos están ordenadas de acordo ao número de relacóns activadas, en secuencia descendente.

r	Relacóns / Alumnos	Y	S	L	D	F	G	R	T	B	X	K	U	V	A	M	H	N	P	O	C	I	W	Z	E	f
a	result nulo Mich: c cte	x	x	x							x	x	x	x												7
b	Explic result Mich: Tr Lz	x	x	x							x	x	x			x										7
c	Tr Lz: cadrado → rombo incl 45°	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x		x		x	x	x	x					17	
d	Tr de Lz: altura lateral aumenta		x	x	x	x		x	x	x	x		x		x				x							10
e	Tr de Lz: a anchura (e) é menor	x	x	x	x	x		x	x	x				x	x	x	x	x	x							14
f	Máx incl na tr de Lz: liña diagonal	x	x	x		x		x	x		x		x			x	x	x	x	x	x					14
g	Tr Lz: cdm vai cara a masa con Ec	x	x	x	x	x	x			x	x			x	x											10
h	t' > t	x	x	x	x	x		x	x	x	x				x	x		x	x	x						14
i	e' < e	x	x	x	x		x	x	x	x					x			x								11
k	Tr Lz: a base elévase ao sumar a v	x	x	x		x		x	x		x				x	x	x	x								11
l	Choque asim (S'): Ec despr o cdm	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x		x	x	x	x								15
m	Dilatación temporal	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	22	
n	Contracción espacial	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	21	
o	Veloc da luz: límite de veloc	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	23	
p	Equivalencia entre masa e enerxía	x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x				19	
r	Comprob dilat "t": muóns atmosf	x	x	x			x	x	x		x	x	x		x	x		x	x	x						14
s	Comprob contr "e": Fz de Lorentz	x	x				x	x					x		x		x		x		x					8
t	Comprob da "v lím": aceleradores				x		x				x	x									x					5
u	Comprob da equiv m/E: E nuclear	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x						15
v	Dilat "t": explica parad xemelgos	x	x		x		x		x	x				x	x		x	x	x	x		x	x			10
x	Contracc "e": explica magnetismo	x	x	x	x	x	x	x	x	x				x	x	x	x	x	x	x						15
y	V lím: explica xeometría Big Bang	x			x	x	x			x	x		x	x							x	x				10
z	Equiv m/E: explica creac de partícias	x	x			x	x			x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x			13	
	Nº de relacs. activadas por cada alumno	21	20	18	16	16	16	16	16	16	15	13	13	13	12	12	11	11	11	10	9	7	7	6	0	305

Táboa 6.8: Dimensionado da caracterización final por relacóns

A táboa 6.8 recolle dun xeito conxunto os resultados das táboas 6.6 e 6.7, coa diferenza de que na fila superior se presentan os alumnos ordenados polo número de relacións activadas na fase de caracterización final, en orde descendente. Xa que logo, a distribución da nube de x tórnase máis compacta do lado esquierdo da táboa (onde están colocados os alumnos con maior número de relacións activadas) e vaise clarificando a medida que imos cara a dereita, polo descenso no número de activacións. Na esquina inferior dereita pódese verificar que o total de relacións do esquema de Einstein activadas nas probas de caracterización final (306) representa máis da metade do total, o que indica un resultado de conxunto aceptable, aínda que a heteroxeneidade da mostra reflíctese na disparidade entre os extremos da táboa (alumnos Y e E, que activan case a totalidade das relacións e ningunha, respectivamente).

Observamos tamén de novo como as relacións centrais (m , n , o , p) resultan ser as más activadas, resultado desexable xa que nelas recóllese o fundamental da nosa intención educativa.

C6.4.2. Transformación dos datos: establecemento de niveis

A continuación, procédese a un proceso secuenciado de redución destes datos até poder caracterizar os diversos niveis de pensamento mediante os correspondentes esquemas.

Esta secuencia de redución foi tamén seguida nos outros capítulos.

En primeiro lugar, encádranse as relacións activadas polos alumnos nunha serie de taboíñas, nas cales se distribúen as relacións de acordo coa posición gráfica que ocupan no esquema de referencia. Para iso, na táboa 6.9 pódese observar, en primeiro lugar, a posición de cada relación, indicada pola mesma letra identificadora que ten no esquema de referencia, e dita posición vaise manter nas restantes táboas, unha para cada alumno:

Os pasos seguidos para a redución dos datos neste apartado corresponden exactamente cos mesmos pasos seguidos no apartado C4.4.2 do capítulo 4, dedicado á fase de caracterización inicial. Deste xeito, procuramos evitar a introdución de vieses debidos a utilizar diferentes criterios na redución dos datos nas diferentes fases de caracterización (inicial, final e retención).

A continuación, na táboa 6.9, recóllense as relacións activadas na fase final, agrupadas en taboíñas individuais. A información desta táboa aínda é a mesma que a contida na táboa xeral de resultados da caracterización final (táboa 6.8), só que ordenada de diferente xeito.

Lembremos que, ao igual que se fixo na táboa 4.6 (apartado C4.4.2 do capítulo 4), cada taboíña individual recolle o conxunto de relacións activadas por cada alumno e ordenadas de acordo á disposición das mesmas no esquema de referencia de Einstein (diagrama 4.1 do apartado C4.4.1, capítulo 4). A orde resultante pódese observar na taboíña xenérica situada arriba á esquerda, e resaltada en cor gris. Pódese dicir, dun xeito sintético, que ao descender pola taboíña imos avanzando dende a xeometría ata a física, mentres que ao avanzar de esquerda a dereita o que

facemos é un percorrido polas tres magnitudes físicas contempladas, nunha orde de complexidade crecente (t, e, v, m)

No vértice superior dereito de cada taboíña (👤) indícase o alumno mediante a letra correspondente.

<table border="1"> <tr><td>b</td><td>c</td><td>a</td><td>i</td></tr> <tr><td>d</td><td>e</td><td>f</td><td>g</td></tr> <tr><td>h</td><td>i</td><td>k</td><td>l</td></tr> <tr><td>m</td><td>n</td><td>o</td><td>p</td></tr> <tr><td>r</td><td>s</td><td>t</td><td>u</td></tr> <tr><td>v</td><td>x</td><td>y</td><td>z</td></tr> </table>	b	c	a	i	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p	r	s	t	u	v	x	y	z	<table border="1"> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>Y</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> </table>	X	X	X	Y		X		X	X	X		X	X	X	X	X	<table border="1"> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>S</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> </table>	X	X	X	S	X		X	X	X		X	X	X	X	X	<table border="1"> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>L</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> </table>	X	X	X	L	X			X	X			X				X	<table border="1"> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td>D</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> </table>		X		D	X	X		X	X	X		X	X	X	X	X				X				X	X	X	X	X																																					
b	c	a	i																																																																																																																																									
d	e	f	g																																																																																																																																									
h	i	k	l																																																																																																																																									
m	n	o	p																																																																																																																																									
r	s	t	u																																																																																																																																									
v	x	y	z																																																																																																																																									
X	X	X	Y																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
X	X	X	X																																																																																																																																									
X	X	X	X																																																																																																																																									
X	X		X																																																																																																																																									
X	X		X																																																																																																																																									
X	X	X	X																																																																																																																																									
X	X	X	S																																																																																																																																									
X	X	X	X																																																																																																																																									
X	X	X	X																																																																																																																																									
X	X	X	X																																																																																																																																									
X	X		X																																																																																																																																									
X	X		X																																																																																																																																									
X	X	X	X																																																																																																																																									
X	X	X	L																																																																																																																																									
X	X	X	X																																																																																																																																									
X	X	X	X																																																																																																																																									
X	X	X	X																																																																																																																																									
X			X																																																																																																																																									
X			X																																																																																																																																									
			X																																																																																																																																									
	X		D																																																																																																																																									
X	X		X																																																																																																																																									
X	X		X																																																																																																																																									
X	X	X	X																																																																																																																																									
			X																																																																																																																																									
			X																																																																																																																																									
X	X	X	X																																																																																																																																									
<table border="1"> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td>F</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> </table>		X		F	X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X			X			X	X	X	<table border="1"> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td>G</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> </table>		X		G				X		X		X		X	X	X		X	X	X		X	X	X		X	X	X	<table border="1"> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td>R</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> </table>		X		R		X	X	X		X	X	X		X	X	X	<table border="1"> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td>T</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td>X</td></tr> </table>		X		T		X	X	X		X	X	X		X	X	X		X	X	X		X		X		X		X	<table border="1"> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td>B</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> </table>		X		B		X	X	X		X	X	X		X	X	X		X	X	X		X	X	X		X	X	X												
	X		F																																																																																																																																									
X	X	X	X																																																																																																																																									
X		X	X																																																																																																																																									
X	X	X	X																																																																																																																																									
		X																																																																																																																																										
	X	X	X																																																																																																																																									
	X		G																																																																																																																																									
			X																																																																																																																																									
	X		X																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X		R																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X		T																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X		X																																																																																																																																									
	X		X																																																																																																																																									
	X		B																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
<table border="1"> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td>X</td></tr> </table>	X	X	X	X			X		X	X		X	X	X	X	X	X		X				X	X	<table border="1"> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>K</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td>X</td></tr> </table>	X	X	X	K		X					X	X		X	X	X		X	X	X		X		X		X		X	<table border="1"> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>U</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> </table>	X	X	X	U										X	X	X		X	X	X		X	X	X		X	X	X	<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td>V</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> </table>			X	V		X	X	X		X	X	X		X	X	X		X		X		X		X		X	X	X	<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td></td><td>A</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> </table>				A		X	X	X				X		X	X	X		X		X		X		X		X	X	X
X	X	X	X																																																																																																																																									
		X																																																																																																																																										
X	X		X																																																																																																																																									
X	X	X	X																																																																																																																																									
X		X																																																																																																																																										
		X	X																																																																																																																																									
X	X	X	K																																																																																																																																									
	X																																																																																																																																											
		X	X																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X		X																																																																																																																																									
	X		X																																																																																																																																									
X	X	X	U																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
		X	V																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X		X																																																																																																																																									
	X		X																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
			A																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
			X																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X		X																																																																																																																																									
	X		X																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
<table border="1"> <tr><td>X</td><td>X</td><td></td><td>M</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td></td></tr> </table>	X	X		M		X			X		X		X	X	X	X	X		X				X		<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td></td><td>H</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td>X</td></tr> </table>				H					X	X	X	X		X	X	X		X	X	X		X		X		X		X	<table border="1"> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td>N</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td>X</td></tr> </table>		X		N			X				X			X	X	X		X	X	X		X		X		X		X	<table border="1"> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td>P</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td>X</td></tr> </table>		X		P			X				X			X	X	X		X	X	X		X		X		X		X	<table border="1"> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td>O</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> </table>		X		O		X	X	X			X			X		X		X		X				X				X
X	X		M																																																																																																																																									
	X																																																																																																																																											
X		X																																																																																																																																										
X	X	X	X																																																																																																																																									
X		X																																																																																																																																										
		X																																																																																																																																										
			H																																																																																																																																									
X	X	X	X																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X		X																																																																																																																																									
	X		X																																																																																																																																									
	X		N																																																																																																																																									
		X																																																																																																																																										
		X																																																																																																																																										
	X	X	X																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X		X																																																																																																																																									
	X		X																																																																																																																																									
	X		P																																																																																																																																									
		X																																																																																																																																										
		X																																																																																																																																										
	X	X	X																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X		X																																																																																																																																									
	X		X																																																																																																																																									
	X		O																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
		X																																																																																																																																										
	X		X																																																																																																																																									
	X		X																																																																																																																																									
			X																																																																																																																																									
			X																																																																																																																																									
<table border="1"> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td>C</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		X		C		X	X		X	X			X	X	X		X								<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td>I</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>			X	I						X	X	X					<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td>W</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>			X	W						X	X	X					<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td></td><td>Z</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>				Z						X	X	X				X				X					<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td></td><td>E</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>				E																																																				
	X		C																																																																																																																																									
	X	X																																																																																																																																										
X	X																																																																																																																																											
X	X	X																																																																																																																																										
X																																																																																																																																												
		X	I																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X		X																																																																																																																																									
	X		X																																																																																																																																									
		X	W																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
	X		X																																																																																																																																									
	X		X																																																																																																																																									
			Z																																																																																																																																									
	X	X	X																																																																																																																																									
			X																																																																																																																																									
			X																																																																																																																																									
			E																																																																																																																																									

Táboa 6.9: Relacións individualizadas, avaliación final

A continuación, procédere a identificar os grupos de relacións más significativas, agrupando entre si aquellas relacións que teñen características semellantes. Pódese ver nas seguintes táboas como se fixo:

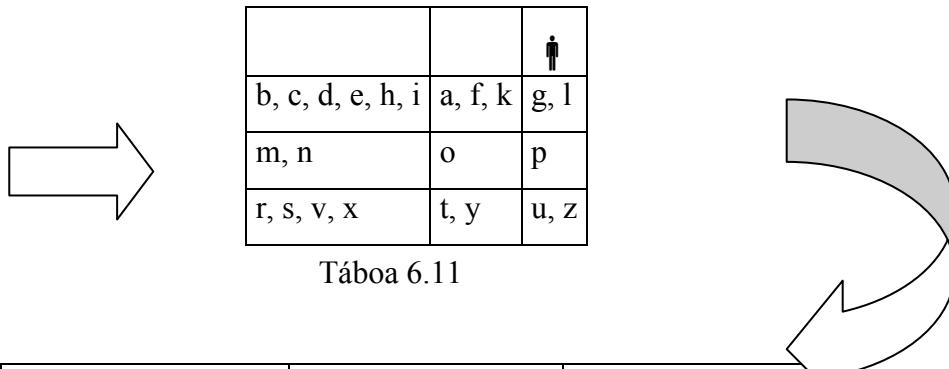
A partir das 23 relacións do esquema (Táboa 6.10), agrúpanse os resultados dos alumnos por grupos de relacións (Táboa 6.11) e obtemos unha táboa 3x3 na que se recollen os 9 grupos de relacións ordenados do seguinte xeito (Táboa 6.12):

Por *columnas*: espazo e tempo – velocidad – masa e enerxía

Por *filas*: Transformación de Lorentz – Efectos relativistas – Consecuencias

b	c	a	👤
d	e	f	g
h	i	k	l
m	n	o	p
r	s	t	u
v	x	y	z

Táboa 6.10



Táboa 6.11

		👤 : ALUMNO/A
Visualización do espazo e o tempo na transformación de Lorentz	Visualización da velocidad na transformación de Lorentz	Visualización da masa e enerxía na transformación de Lorentz
Efectos relativistas sobre o espazo e o tempo	Efectos relativistas sobre a velocidad	Efectos relativistas sobre a masa e a enerxía
Consecuencia dos efectos relativistas sobre o espazo e o tempo	Consecuencia dos efectos relativistas sobre a velocidad	Consecuencia dos efectos relativistas sobre a masa e a enerxía

Táboa 6.12

Podemos agora presentar, igual que antes, os resultados de cada alumno, en taboíñas ordenadas como foi indicado. En contraposición co criterio seguido na fase de caracterización inicial (apartado C4.4.2 do capítulo 4), en que considerabamos activado un grupo de relacións cando se activaba tan só unha das relacións que constitúen (argumentando a previsible novidade que representarían estes contidos para o alumnado, xa que non foran obxecto de instrución nas etapas previas do ensino), na redución dos datos seguidos neste capítulo e no seguinte para verificar o grao de aprendizaxe do alumnado usaremos un criterio máis restritivo: considerouse activado un grupo de relacións cando se activou polo menos a metade das relacións do mesmo. A razón para esta mudança consiste en que, agora, o alumnado xa recibiu unha instrución específica sobre o tema da Relatividade Especial, e o noso interese é calibrar a significatividade da aprendizaxe realizada. Para elo, ao descartar os

casos nos que non se chegou a activar a metade das relacións dun certo grupo, estamos limitando a nosa análise aos casos nos que o alumnado manifestou unha maior solidez nas súas respuestas arredor dun determinado concepto relativista.

A táboa xeral resultante é a seguinte (Táboa 6.13):

	Y	S	L	D
	X X X	X X X	X X X	X X
	X X X	X X	X X X	X X X
	X X X	X X	X X	X X X
	F	G	R	T
	X X X	X	X X X	X X
	X X X	X X X	X X X	X X X
	X X X	X X X	X X	X X X
	X X	K	U	V
	X X X	X X X	X X X	X
	X X X	X X X	X X X	X X X
	X X X	X X X	X X X	X X X
	M	H	N	P
	X X	X	X	X X
	X X X	X X X	X X X	X X
	X X	X X X	X X X	X
	C	I	W	Z
	X		X X X	X
	X X	X X X	X X X	X

Táboa 6.13: Grupos de relacións activadas na avaliación final

A continuación, procédere a agrupar estas taboíñas de acordo a 5 niveis, en función do número de grupos de relacións activadas, e do mesmo xeito que se fixo no apartado C4.4.2 do capítulo 4: Esatablécese unsalto de nivel para cada par de grupos de relacións activados, que se ordenan deste xeito (dende o máis achegado ao esquema de referencia ata o máis afastado do mesmo):

Nivel 5: Activáronse de 8 a 9 grupos de relacións activados

Nivel 4: Activáronse de 6 a 7 grupos de relacións activados

Nivel 3: Activáronse de 4 a 5 grupos de relacións activados

Nivel 2: Activáronse de 2 a 3 grupos de relacións activados

Nivel 1: Activáronse de 0 a 1 grupos de relacións activados

O resultado recóllese na Táboa 6.15. Dentro de cada nivel estableceronse unha serie de subniveis, tendo en conta a fila central (faixa de cor gris), na que se encontran os grupos de relacións más significativos para esta fase final: que son onde están recollidos os efectos relativistas obxecto da proposta didáctica (dilatación temporal, contracción espacial, velocidade límite e equivalencia entre masa e enerxía).

Niveis								
5	B	D	F	K	L	R	Y	
Subnivel f 4 a							Subnivel f 4 b	
4	A	G	H	M	S			
	T	V	X					
Subnivel f 3 b								
3	I	N	U	O	P			
	W	Z						
2	C							
1			E					

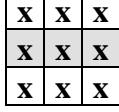
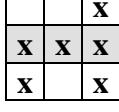
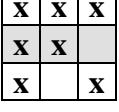
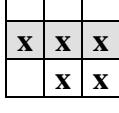
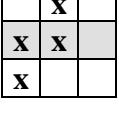
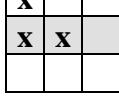
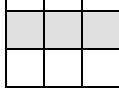
Táboa 6.15: Agrupación en niveis e subniveis, avaliación final

Como se pode observar, na parte superior da táboa 6.15 sitúanse os 7 alumnos (B, D, F, K, L, R, Y) que acadaron o nivel 5 (o máis achegado ao esquema de referencia de Einstein), mentres que na parte inferior sitúase o único alumno (E) que non conseguiu rebasar o nivel 1.

Para o establecemento dos subniveis tívose en conta a disposición das x na faixa central (que, lembremos, recolle a parte esencial da nosa intención educativa: os fenómenos físicos da Relatividade Especial).

Posteriormente, identifícase cada subnivel mediante unha taboíña, procurando que sexa o máis representativa posible dos diversos casos que se agrupan no mesmo. Temos deste xeito (Táboa 6.16) representado cada nivel e subnivel mediante a taboíña 3x3 correspondente.

A representación na táboa 6.16 dos alumnos de cada subnivel constitúe un paso máis no proceso de redución dos datos, xa que das 24 táboas 3x3 representativas de cada alumno pásase a 7 táboas 3x3 representativas de cada subnivel. Cada nivel é indicado mediante a letra f e o número correspondente (sendo o f5 o máis achegado ao referencial da ciencia escolar, e o f1 o máis afastado), acompañados da táboa 3x3 representativa e das letras identificativas dos alumnos que o acadaron. Os subniveis indícanse mediante unha letra minúscula (a,b).

f5		B, D, F, K, L, R, Y				
f4	f 4a		A, G, H, M, T, V, X	f 4b		S
f3	f 3a		I, N, U, W, Z	f 3b		O, P
f2			C			
f1			E			

Táboa 6.16: Niveis e subniveis finais

Na parte superior da táboa 6.16 pódese recoñecer como o nivel f5 (no que se sitúan os alumnos B, D, F, K, L, R, Y) é representado mediante unha táboa 3x3 na que aparecen activados os seus 9 grupos de relacións, mentres que na parte inferior, represéntase o nivel f1 mediante unha táboa baleira.

O resultado anterior pódese representar novamente (Táboa 6.17), colocando cada nivel nunha columna (ordenados por orde decrecente de concordancia co esquema de referencia).

Deste xeito, obtense unha táboa bidimensional clásica, na que xa non aparecen as taboíñas 3x3e de xeito explícito, aínda que na columna esquerda pódense recoñecer sen dificultade os 9 grupos de relacións que as constitúen, de acordo coa secuencia seguida, e situando no centro (filas grises) os grupos de relacións que son centrais para esta intervención: as relacións que expresan a visualización do comportamento das magnitudes físicas no diagrama da transformación de Lorentz.

Na fila superior colócanse os niveis e subniveis, e debaixo dos mesmos as letras identificativas dos alumnos que os acadaron.

NIVEIS	f 5	f 4a	f 4b	f 3a	f 3b	f 2	f 1
ALUMNOS	B, D, F, K, L, R, Y	A, G, H, M, T, V, X	S	I, N, U, W, Z	O, P	C	E
Transf. gráfica de Lorentz: e, t	X		X			X	
Transf. gráfica de Lorentz: v	X		X		X		
Transf. gráf. de Lorentz: m, E	X	X	X				
Dilatación temporal, contracción espacial	X	X	X	X	X	X	
Velocidade límite	X	X	X	X	X	X	
Equivalencia entre masa e enerxía	X	X		X			
Consecuencias dos efectos relativistas sobre e, t	X	X	X		X		
Consecuencias da velocidad límite	X			X			
Consecuencias da equivalencia entre masa e enerxía	X	X	X	X			

Táboa 6.17. Grupos de relacións activadas en cada nivel

Poderíamos dicir que a táboa 6.17 constitúe un *destilado* da táboa 6.8 despois dun proceso de redución dos datos: en lugar dos 24 alumnos e 23 relacións, aparecen agora os 7 niveis e subniveis e os 9 grupos de relacións. Pásase deste xeito dunha táboa 6.8 con 552 casiñas á táboa 6.17 con 56 casiñas. Mediante un proceso en fases sucesivas e estandarizadas conseguimos reducir nun 90 % o

volume de información manexado, procurando preservar a información máis significativa dun xeito contrastable entre as diversas fases da intervención realizada.

C6.4.3. Descripción dos niveis finais

Finalmente, procédese a describir os diferentes niveis e subniveis que apareceron como resultado das actividades realizadas na fase de caracterización final. Para a descripción utilizase o esquema de referencia de Einstein establecido no apartado C2.1.4 do Capítulo 2 (Diagrama 2.2), e as diferenzas indícanse mediante as correspondentes supresións nas relacións ou subesquemas que non son activados.

Comezaremos polo esquema correspondente ao nivel máis achegado ao esquema de referencia (nivel f 5), e finalizaremos polo máis afastado do mesmo (subnivel f 2b).

Nivel f 5

Agrúpanse neste nivel (diagrama 6.1), que é o máis achegado ao deseñable dende a perspectiva da ciencia escolar en relación coa didáctica visual da Teoría da Relatividade, aqueles esquemas de pensamento dos alumnos que activaron de xeito significativo todos os grupos de relacións.

Estes alumnos amosan, deste xeito, un elevado grao de integración dos coñecementos adquiridos ao longo da instrución, e é interesante comprobar que a metade dos alumnos de 4º da ESO (B, D, F) chegaron até o mesmo.

Na parte central do esquema sitúanse os conceptos fundamentais que foron obxecto de ensino: os fenómenos relativistas de dilatación temporal, contracción espacial, velocidade límite e equivalencia entre masa e enerxía, que aparecen todos activados.

Na parte superior tamén se activaron as relacións e subesquemas correspondentes aos fundamentos xeométricos e físicos da transformación de Lorentz, o cal dálle solidez argumentativa e gráfica ás ideas relativistas do alumnado, e na parte inferior aparecen activados os subesquemas e relacións correspondentes ás consecuencias e aplicacións dos catro fenómenos relativistas da parte central. Esta parte final, no nivel cualitativo en que se abordou o ensino da Relatividade nestes cursos, aparece simplemente como reforzo das ideas introducidas, debido ao carácter contraintuitivo e aparentemente irreal das mesmas. En cursos posteriores, a potencialidade xeométrica do método visual, que permite establecer resultados cuantitativos, posibilitará dotar de significatividade á análise destes subesquemas de pensamento.

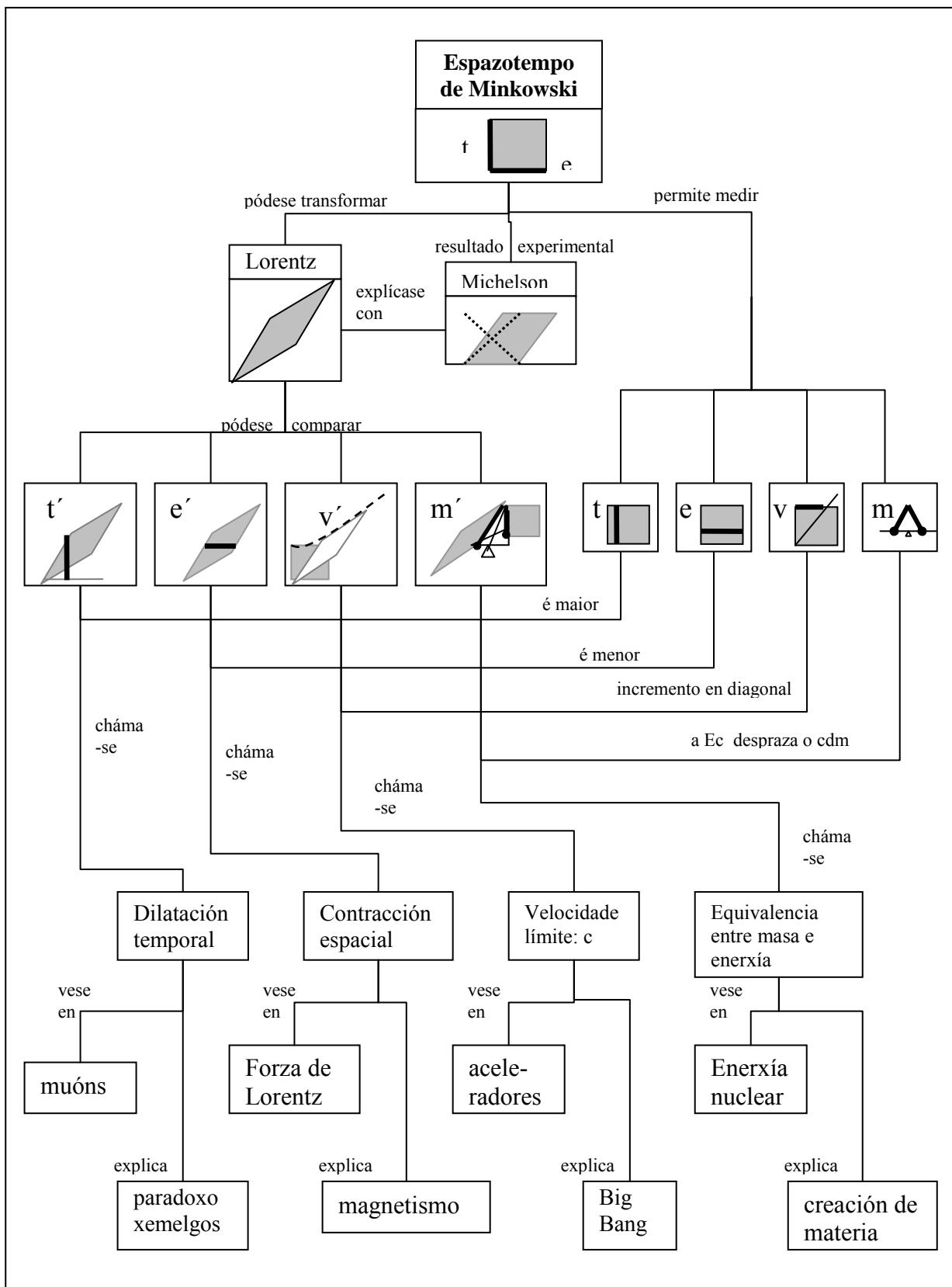


Diagrama 6.1. Esquema de pensamento de Einstein, nivel **f5**

Nivel f4, subnivel f4a

O esquema de pensamento correspondente ao subnível 4a ilústrase no diagrama 6.2.

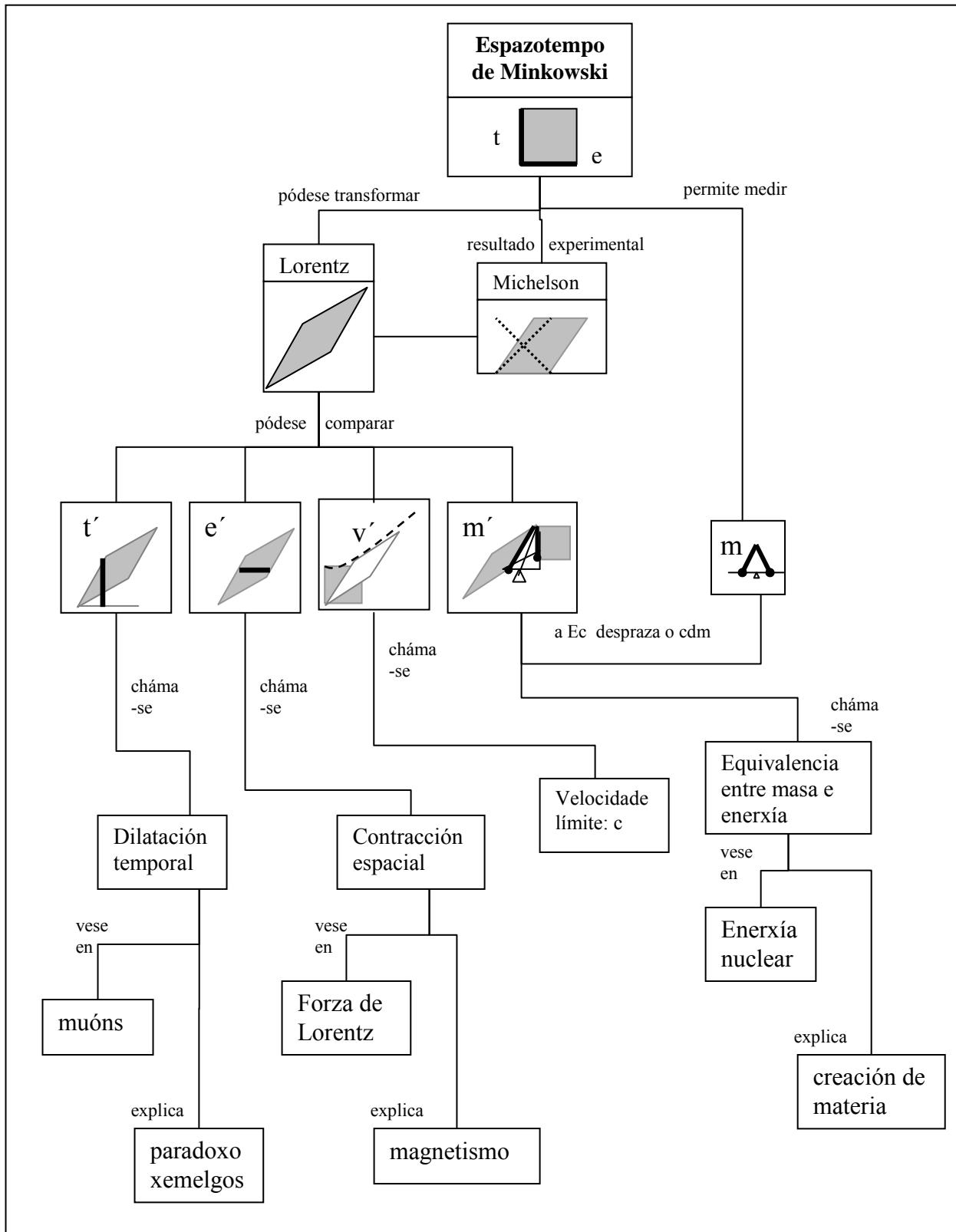


Diagrama 6.2. Esquema de pensamento de Einstein, subnivel f4a

Aparecen activadas de xeito significativo praticamente todas as relacións e subesquemas de pensamento, con excepción do grupo de relacións correspondentes ás aplicacións e consecuencias da velocidade límite (no medio da parte inferior do esquema).

Os alumnos cun esquema de pensamento correspondente a este subnivel **f 4a** activaron os subesquemas de pensamento correspondentes aos fenómenos relativistas (parte central do esquema), dotando dun elevado grao de significatividade e integración aos conceptos adquiridos en relación co espazo e o tempo no marco da Teoría da Relatividade (parte esquerda do esquema), tanto no que respecta á incorporación dos mesmos nos diagramas espazotemporais e a análise das consecuencias que exerce sobre ditas magnitudes a transformación de Lorentz (parte superior esquerda do esquema), como ás consecuencias e aplicacións dos efectos relativistas de dilatación temporal e contracción espacial (parte inferior esquerda).

No que se refire aos fenómenos relativistas asociados coa masa e a velocidade (parte dereita do esquema), de carácter e interpretación más complexos que o espazo e o tempo, o alumnado neste subnivel manifesta unha comprensión dos fundamentos visuais e físicos da súa incorporación aos diagramas espazotemporais e a transformación de Lorentz, que teñen como consecuencia os efectos relativistas de velocidad límite e equivalencia entre masa e enerxía, aínda que posteriormente non activan a análise das aplicacións prácticas destes efectos.

Nivel f 4, subnivel f 4b

Un alumno (S) presenta unha lixeira variante do nivel 4 (subnivel 4b, diagrama 6.3), que se diferencia do subnivel f 4a na desconexión existente entre o subesquema de pensamento *masa e enerxía* do resto do esquema, é dicir, aínda que coñece a equivalencia entre masa e enerxía e as principais consecuencias e aplicacións da mesma, non activa as razóns físico-xeométricas que levan á mesma.

Aparecen activadas de xeito significativo praticamente todas as relacións e subesquemas de pensamento, con excepción do grupo de relacións correspondentes ás aplicacións e consecuencias da velocidad límite (no medio da parte inferior do esquema).

Actívanse os subesquemas de pensamento correspondentes aos fenómenos relativistas (parte central do esquema), dotando dun elevado grao de significatividade e integración aos conceptos adquiridos en relación co espazo e o tempo no marco da Teoría da Relatividade (parte esquerda do esquema), tanto no que respecta á incorporación dos mesmos nos diagramas espazotemporais e a análise das consecuencias que exerce sobre ditas magnitudes a transformación de Lorentz (parte superior esquerda do esquema), como ás consecuencias e aplicacións dos efectos relativistas de dilatación temporal e contracción espacial (parte inferior esquerda).

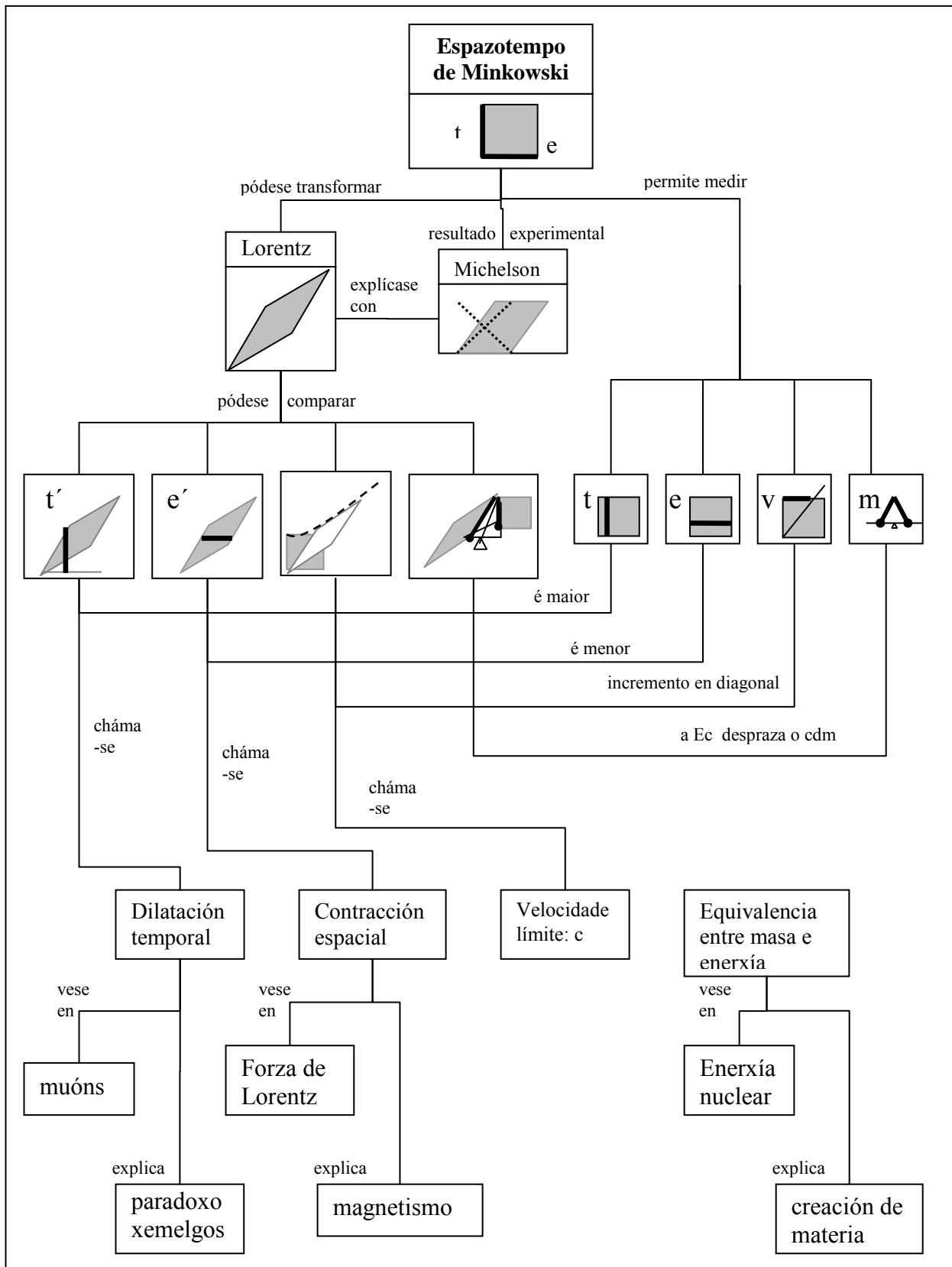


Diagrama 6.3. Esquema de pensamento de Einstein, subnivel **f 4b**

Nivel f3, subnivel f3a

Un grupo de 5 alumnos presentan esquemas de pensamento en relación coa Teoría da Relatividade Especial como o representado no diagrama 6.4.

Estes alumnos activan as relacións da parte central do esquema, correspondentes aos fenómenos relativistas (dilatación temporal, contracción espacial, velocidad límite e equivalencia entre masa e enerxía), mais non presentan unha estrutura de pensamento gráfico – visual coherente en relación con estes fenómenos.

Os fenómenos conceptualmente máis complexos (velocidade límite e equivalencia entre masa e enerxía) aparecen relacionados coas súas consecuencias e aplicacións (parte inferior dereita do diagrama), mentres que a dilatación temporal e a contracción espacial non se relacionan con consecuencias ou aplicacións prácticas.

As declaracíons destes alumnos de coñecer os fenómenos relativistas que afectan a espazo e tempo, polo tano, son simples frases sen contido físico ou xeométrico.

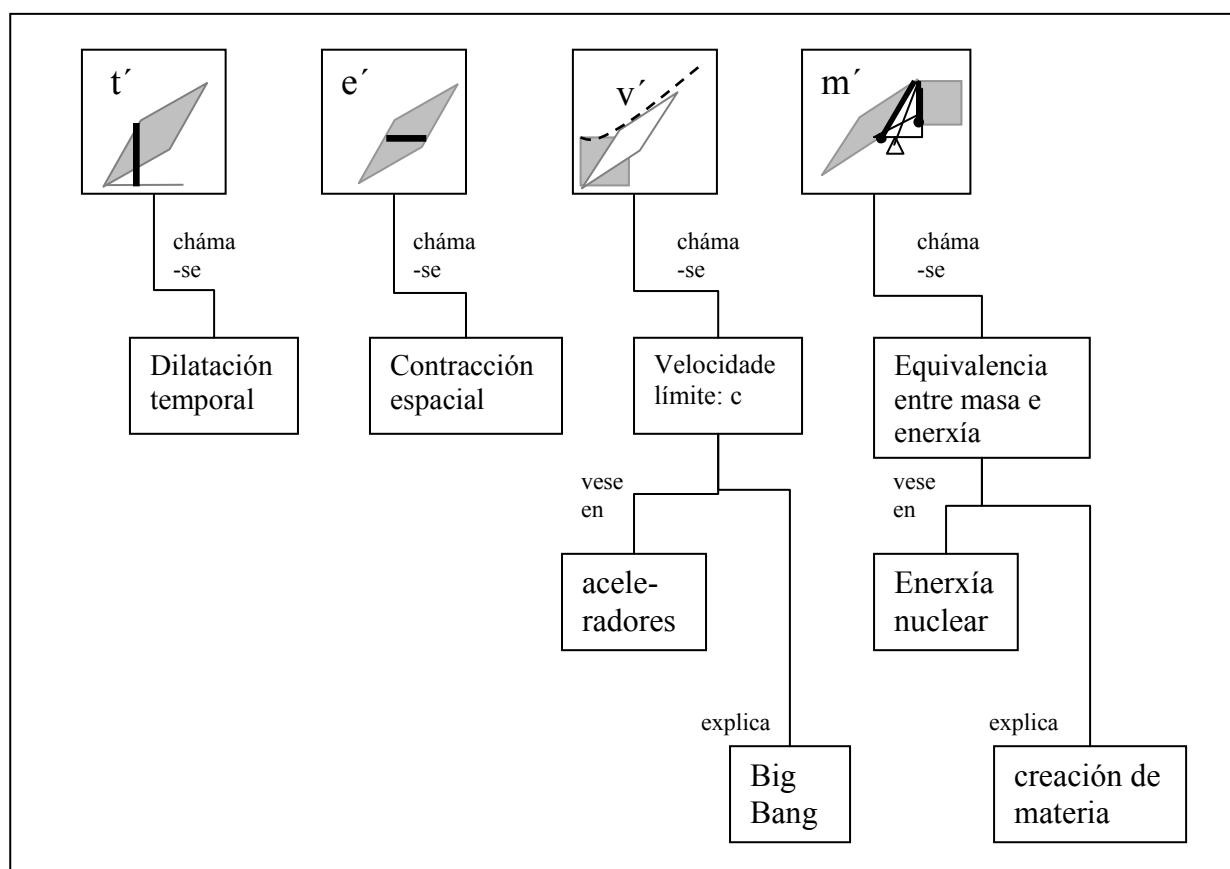
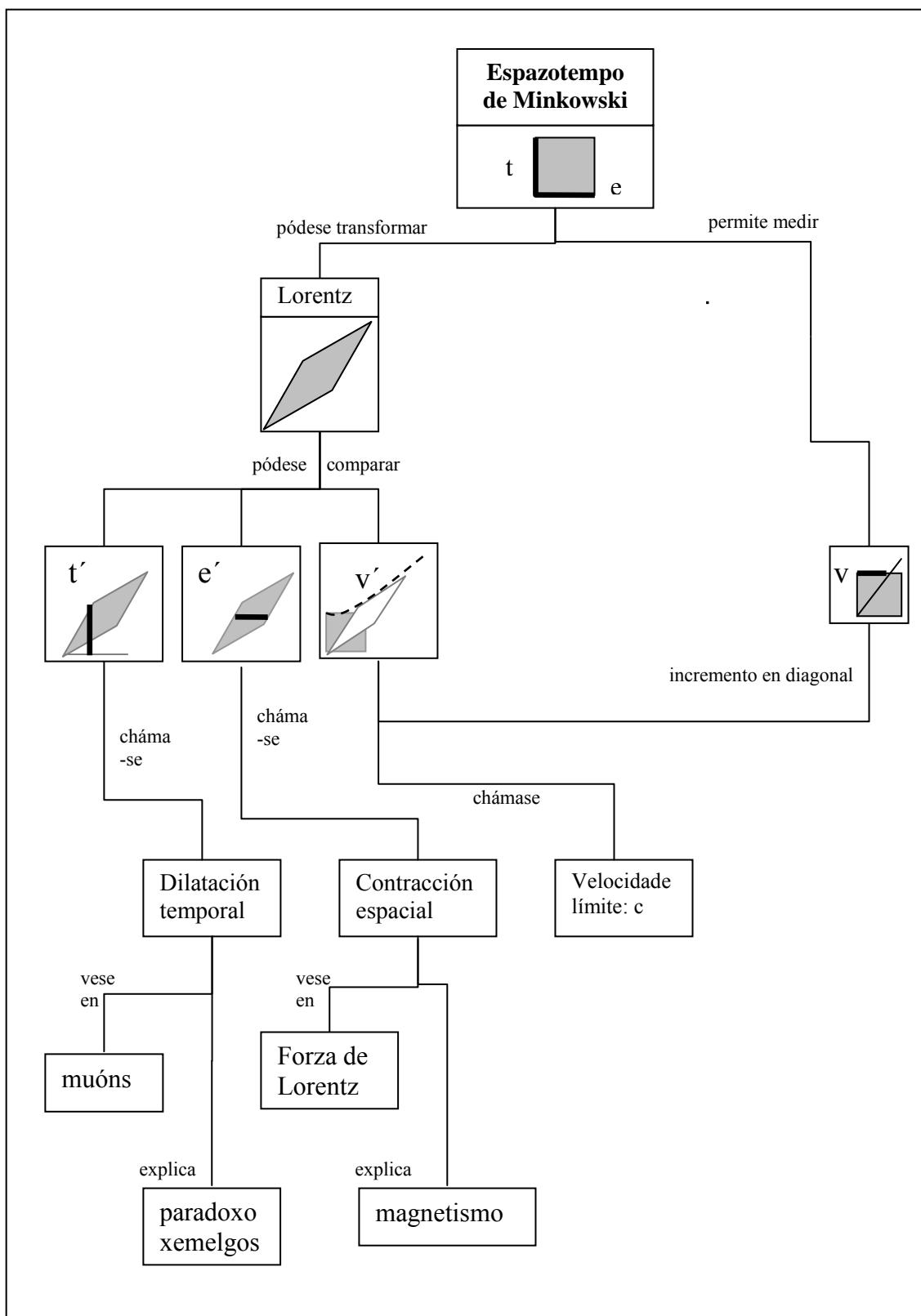


Diagrama 6.4. Esquema de pensamento de Einstein, subnivel **f 3a**

Nivel f3, subnivel f3b

Neste esquema (diagrama 6.5) obsérvase unha estrutura coherente en relación coas magnitudes más simples (espazo e tempo), situadas na parte esquerda do diagrama.

Diagrama 6.5. Esquema de pensamento de Einstein, subnivel **f 3b**

Actívanse os fenómenos relativistas correspondentes (dilatación temporal e contracción espacial, no centro da figura), e as consecuencias e aplicacións que teñen (parte inferior esquerda). Mais non a xustificación xeométrica e visual dos mesmos (parte superior esquerda).

Pola contra, en relación coas magnitudes velocidad e masa/enerxía, tan só aparece activada a relación correspondente ao fenómeno relativista da velocidad límite, xunto coa correspondente xustificación xeométrica (baseada na imposibilidade de estirar o rombo de Lorentz máis aló da diagonal), estando ausentes as consecuencias e aplicacións da mesma, así como todo o relacionado coa masa e a enerxía, tanto na súa fundamentación gráfica e visual como no efecto de equivalencia entre ambas magnitudes como nas aplicacións do mesmo.

Nivel f2

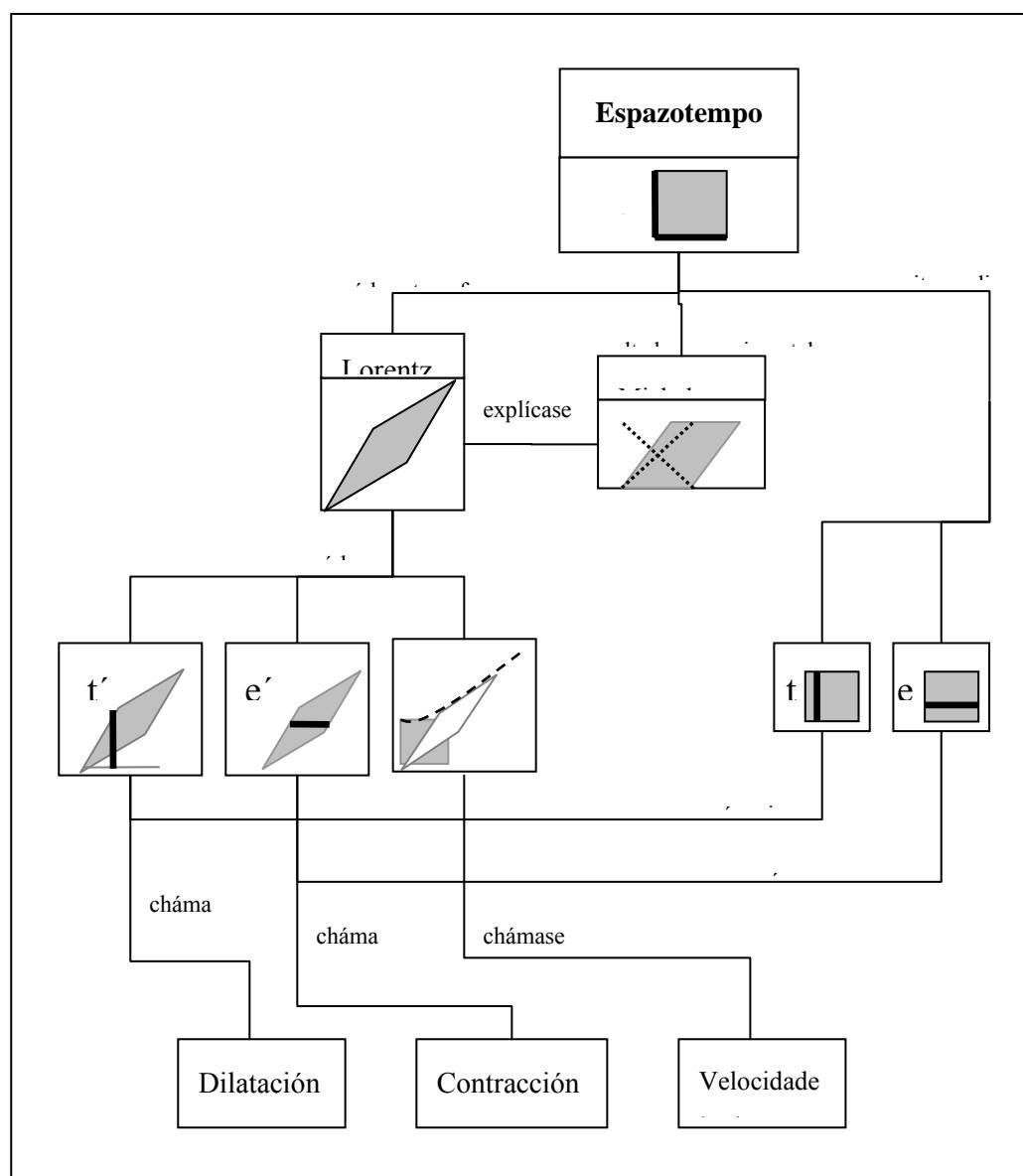


Diagrama 6.6. Esquema de pensamento de Einstein, subnivel f2a

Neste nivel (diagrama 6.6) xustificanxe xeometricamente a transformación de Lorentz e os fenómenos relativistas asociados co espazo e co tempo. A velocidade límite actívase sen xustificación xeométrico-visual, e a equivalencia entre masa e enerxía non aparece activada. Tampouco se activan as consecuencias ou aplicacións dos fenómenos relativistas.

Nivel f1

Neste nivel non se activa de forma significativa ningunha das relacións ou subesquemas do esquema de pensamento de Einstein.

Neste grupo inclúese só un alumno (E), quen xunto cos 3 alumnos do (I, N, W) e 2 alumnas (U, Z) do subnivel f 3a conforman un total de 6 alumnos (ningún deles de 4º da ESO) os cales parece que non integraron de forma minimamente satisfactoria os contidos físicos de carácter xeométrico-visual propios da proposta didáctica obxecto de investigación, é dicir, un 25 % do total.

C6.4.4. Ideas alternativas detectadas na avaliación final

-Ideas sobre os efectos referidos ao espazo e o tempo:

Obsérvase unha frecuente confusión terminolóxica entre o concepto xeométrico de *inclinación* que, referida aos eixes do espazotempo, ten consecuencias físicas (pois a inclinación do eixe do tempo non é outra cousa que a velocidade relativa entre Sistemas de Referencia, que é o fundamento de calquera teoría relativista, e a inclinación do eixe do espazo é a relatividade da simultaneidade, que está na base de toda a Relatividade Especial), e os conceptos medibles de *contracción* e *dilatación*, que indican variación nas escalas espacial e temporal, respectivamente.

-Denomina *dilatación temporal* e *contracción espacial* ás inclinacións dos eixes respectivos. Alumno: A, proba 2

-Chámalle *dilatación espacial* á inclinación da base no rombo de Lorentz. Alumno: O, proba 2

-Chámalle *aceleración* á inclinación do eixe temporal. Alumno: O, proba 2

-Identifica a inclinación dos eixes como *contracción ou dilatación*: alumnos H, K, proba 3

-Dilatación temporal como inclinación do eixe na gráfica de Galileo: alumnos A, K, proba 3

-Contracción espacial como inclinación do eixe na gráfica de Galileo: alumno C, proba 3

-*O espazo tamén se dilata*. Alumno: K, proba 2

Na discusión dalgúns dos efectos relativistas (como a dilatación do tempo nos muóns atmosféricos), certos alumnos recorren a explicacións fenomenolóxicas baseadas na atmosfera terrestre, dun xeito análogo á xustificación do peso dos corpos polo efecto da atmosfera sobre eles.

Tamén aparecen xustificacións de carácter fenomenolóxico para a contracción espacial (pola compresión debida á forza da velocidade), ou da velocidade límite (porque ao achegarse á velocidade da luz a forza é tan grande que os obxectos se desintegran), ideas que parecen estar relacionadas entre si. Estas ideas son remanentes do *impetus* aristotélico, polo tanto deberían ter sido resoltas na parte galileana da intervención.

-A forza da velocidade comprime a regra en movemento. Alumno: C, proba 2

-A contracción espacial será proporcional á velocidade. Alumno: T, proba 2

-A dilatación temporal débese á enerxía cinética e o cdm: alumna Z, proba 3

Tamén apareceu a idea da posibilidade de conseguir unha dilatación espacial con velocidades negativas, posiblemente debida a unha proporcionalidade implícita na mente do alumno.

-Para que haxa dilatación espacial *ten que haber unha velocidade negativa*. Alumno: G, proba 2

Algúns alumnos, para conseguir un efecto claro de dilatación temporal ou de contracción espacial nas súas gráficas explicativas, modifican o tamaño do rombo de Lorentz (fano maior para a dilatación e menor para a contracción).

Outras ideas que apareceron en relación co espazo e o tempo:

-*Para Galileo, o tempo variaba* (referíndose á inclinación do eixe temporal) Alumno: P, proba 2

-*Para Galileo, o espazo non se move, e para Michelson si que o fai.* Alumno: H, proba 2

-Trazu un arco (e non unha liña horizontal) para comparar tempos: alumno P, proba 3

-Ideas sobre os efectos referidos á velocidade da luz:

Algúns alumnos non dan asignado un carácter fundamental ao concepto de velocidade límite

-A velocidade da luz é o límite polo de agora. Alumno: V, proba 2

-A velocidade da luz non é un límite absoluto: alumno G, proba 3

Aparecen explicacións nas que se asignan as propiedades relativistas ao feito de viaxar coa velocidade da luz, algo que non é certo, pois aparecen para calquera velocidade, aínda que cunha magnitud pequena.

-As partículas nos aceleradores, ao achegárense á velocidade da luz desintégranse.

Alumna: U, proba 2

-Os efectos relativistas prodúcense ao acadar a velocidade da luz: alumno O, proba 3

-Os corpos desintégranse con velocidades superiores á da luz: alumno B, proba 3

Outras ideas aparecidas en relación coa velocidade da luz:

-Para chegar á diagonal do rombo de Lorentz terías que *facerte luz*. Alumno: F, proba 2

-A velocidade da luz é infinita. Alumno: W, proba 2

-Ideas sobre os efectos referidos á masa e á enerxía:

Na interpretación das gráficas para a equivalencia entre masa e enerxía, aparecen unha serie de errores que tamén eran previsibles en vista da demanda cognitiva das mesmas: Implica o manexo de oito SR, catro para Galileo e outros tantos para Lorentz. En cada caso, hai dúas parellas de SR, unha delas simétrica e a outra que non o é.

-O cdm desprázase porque cambia o SR (Alumno O, non identifica a Ec como a causa do desprazamento)

-Non se conservan as proporcións nas gráficas dos choques de partículas: alumna X, proba 3

-As dúas gráficas do choque inelástico (unha simétrica e outra asimétrica) *representan dous experimentos diferentes*. Alumno: N, proba 2

Outras ideas en relación coa masa e a enerxía:

-Na fusión nuclear, dous núcleos pesados producen un máis lixeiro. Alumno: T, proba 2

-A fusión nuclear prodúcese cando se xuntan dous átomos. Alumno: N, proba 2

-A fisión é a rotura dun núcleo lixeiro: alumno T, proba 3

-Na fórmula de Einstein, $E = mc^2$ é o espazo. Alumno: T, proba 2

-Nos aceleradores de partículas prodúcese enerxía. Alumno: S, proba 2

-Na enerxía nuclear, masa e enerxía van á mesma velocidade e cando chocan convértense nunha soa cousa, porque o cdm está sempre no medio. Alumno: E, proba 2

-Ideas en relación cos efectos relativistas en xeral:

Aparecen algúns erros na construcción e propiedades das figuras xeométricas

-Non se conserva a superficie espazotemporal no rombo de Lorentz: alumnos C, N, R, proba 3

-Non se conserva o paralelismo na figura transformada: alumnos A, T, proba 3

-Confunde o espazo co tempo na gráfica de Lorentz Alumno: M, proba 2

En relación coa xeometría do Big Bang, aparecen unha serie de dificultades derivadas da elevada demanda cognitiva destes conceptos, tanto que en realidade o sorprendente é que algúns alumnos, incluso de 4º da ESO, os deran manexado con soltura.

-As galaxias poden expandirse tanto queiran no Universo, que non ten límites Alumno: B, proba 2

Os fenómenos magnéticos, que varios alumnos explican sen problemas a partir da contracción espacial, presentan dificultades para outros.

-Ao contraérense, as cargas exercen menos forza: alumno H, proba 3

-Os fenómenos electromagnéticos débese ao desequilibrio entre cargas. Alumna: U, proba 2

-A contracción das cargas negativas débese á atracción das cargas positivas pola carga móvil. Alumno: V, proba 2

-Magnetismo: a carga externa positiva atráese áinda que haxa tantas cargas positivas como negativas no condutor. Alumno: G, proba 2

-Ideas de tipo clásico:

Apareceron ideas hiperrelativistas do estilo *todo é relativo, polo tanto na ciencia non se pode afirmar nada con seguridade, que constitúen un distractor para o desenvolvemento normal da aprendizaxe*. Estas ideas adoitan aparecer xunto con xustificacións dos fenómenos relativistas baseadas en factores alleos e aleatorios (a atmosfera, factores ambientais, a gravidade, etc)

-Hiperrelativismo (*nada es lo que parece*): alumno M, proba 3

-A dilatación do tempo débese á influencia da atmosfera nos muóns: alumnos G, V, proba 3

Relacionada coa anterior está a idea de que na Teoría da Relatividade non intervén a lóxica, confundindo esta co *sentido común*.

-Na RE non interesa a lóxica. Alumno: B, proba 2

Outras ideas de características galileanas

-Non dá encaixado que o tempo poida cambiar, pero di que o entende. Alumno: K, proba 2

-Intenta xustificar o límite de velocidade nunha gráfica galileana: alumno A, proba 3

É interesante comprobar que a proporción de respostas de tipo clásico presenta unha diminución considerable, dada a cercanía da intervención didáctica realizada na fase previa para construir a relatividade clásica, e que, unha vez construída, debe ser superada pola Relatividade Especial O alumnado, en xeral, parece que consigue realizar dita superación aceptablemente.

-Erros conceptuais:

Apareceron confusións sobre o papel de científicos como Galileo, Michelson, Lorentz ou Einstein no desenvolvemento das teorías relativistas.

- Michelson atopou que a velocidade da luz era insuperable.* Alumno: F, proba 2
- Michelson quería medir a velocidad da luz.* Alumno: N, proba 2
- Michelson dixo que non se podía facer que a velocidad da luz cambie.* Alumno: P, proba 2
- Michelson pretendía coñecer a velocidad da luz:* alumna X, proba 3
- Michelson demostrou que a velocidad máxima era a da luz:* alumno M, proba 3
- Michelson estaba en desacordo con Galileo:* alumna Z, proba 3

C6.5. VERIFICACIÓN DA SUBHIPÓTESE DE INVESTIGACIÓN 3.1

No apartado C1.4.3 do primeiro capítulo formulabamos deste xeito a primeira das subhipóteses nas que se operativiza a terceira hipótese de investigación:

SI3.1- Despois da aplicación da proposta didáctica obxecto de investigación, os estudiantes activaron esquemas de pensamento útiles para a interpretación cualitativa da Teoría da Relatividade Especial e as súas consecuencias físicas e acordes co punto de vista da ciencia escolar. Hai progresos significativos nos esquemas de pensamento dos estudiantes, respecto da situación inicial.

Despois da análise realizada sobre a fase final da intervención, na que se caracterizaron as ideas adquiridas polo alumnado en relación coa Teoría da Relatividade para posteriormente agrupalas por niveis en función do seu afastamento respecto do deseable dende a perspectiva da ciencia escolar, estamos en condicións de responder do seguinte xeito en relación coa verificación da mencionada subhipótese:

Unha fracción considerable dos alumnos (7 de 24, é dicir, case un 30 %) foron quen de activar praticamente a totalidade das relacións deseables dende a perspectiva da ciencia escolar en relación coa visualización e aplicacións cualitativas da Teoría da Relatividade Especial (nivel f5).

Inclúense neste grupo tamén a metade dos alumnos de 4º da ESO participantes na proba, o que dá idea das posibilidades que se abren para presentar propostas de introdución cualitativa á Relatividade de Einstein e os efectos da mesma ao conxunto da poboación nesta idade escolar.

C6.5.1. Implicacións didácticas

Un reforzo do compromiso epistemolóxico na derivación de consecuencias físicas, reais e predicibles a partir das gráficas espazotemporais podería contribuír a reducir a aparición de ideas hiperrelativistas do estilo *todo é relativo, polo tanto na ciencia non se pode afirmar nada con seguridade, que* constitúen un distractor para o desenvolvemento normal da aprendizaxe.

Convén tamén enfatizar as características radicalmente lóxicas da TRE, especialmente na visión xeométrica utilizada, para diferencialas do feito de que, como consecuencia precisamente de dita lóxica (baseada en probas experimentais), aparecen unha serie de consecuencias que ao sentido común cástalle aceptar. O que en todo caso non funciona de xeito lóxico, nese caso, sería o sentido común! Evitaríamos deste xeito a idea de que na Teoría da Relatividade non intervén a lóxica, confundindo esta co *sentido común*.

O feito de que un número significativo do alumnado nesta etapa (aproximadamente a metade da mostra, resultado que foi obtido na fase de caracterización inicial), xa sexan coñecedores da existencia dun límite para as velocidades que é o da velocidad da luz, debería ser tido en conta para futuras implementacións desta proposta didáctica.

En relación co carácter epistemolóxico do límite de velocidades na TRE, pódese engadir o seguinte:

Aínda que existe evidencia experimental tanto da imposibilidade de rebasar a velocidad da luz entre dous SRI (aceleradores de partículas, por exemplo) como da conservación da velocidad da luz no baleiro para todos os SRI (experiencia de Michelson ou funcionamento do GPS, por exemplo), o seu carácter para servir de punto de partida na construcción didáctica da RE non é o mesmo. Vimos xa que existen experimentos nos que se rebasa a velocidad da luz, e non é doado comezar a distinguir entre uns e outros antes de iniciar a construcción das pezas de pensamento da TRE, coas cales se pode facer dita distinción.

A forma elegante e simple en que aparece a transformación de Lorentz como resultado gráfico necesario da conservación da velocidad da luz en todos os SRI constitúe un elemento didáctico moi interesante, pois a partir do mesmo o alumnado pode comezar a desenvolver todo tipo de consecuencias físicas a partir da análise das gráficas resultantes. Porén, se partimos da imposibilidade de rebasar a velocidad da luz mediante unha transformación de SRI, non aparece como única opción gráfica no espazotempo a da transformación de Lorentz. Poderíamos contemplar unha transformación na que, a medida que se ía inclinando o lateral, fose encolléndose a base sen deixar de estar horizontal (contracción de Fitz-Gerald) de xeito que cando se chegase á velocidad da luz a medida da base fose nula. Nesta transformación non se podería rebasar a velocidad da luz

e aparecen a contracción espacial e dilatación temporal, todos eles efectos relativistas correctos, mais non corresponde coa transformación de Lorentz, nin poderíamos xustificar mediante a mesma a equivalencia entre masa e enerxía, que depende directamente da inclinación do eixe espacial. Tampouco sería posible, nese caso, incorporar a explicación da xeometría do Big Bang do xeito en que se fai na presente proposta didáctica.

Para evitar as explicacións fenomenolóxicas baseadas na atmosfera terrestre dalgúns dos efectos relativistas (como a dilatación do tempo nos muóns atmosféricos), convén resaltar o feito de que nesa experiencia tanto os muóns en repouso como os muóns en movemento están na atmosfera.

Para evitar a idea da posibilidade de conseguir unha dilatación espacial con velocidades negativas, (posiblemente debida a unha proporcionalidade implícita na mente dos alumnos), sería interesante presentar nalgún momento da intervención a forma xeométrica da transformación inversa da de Lorentz (invertendo a velocidad), na que se observa novamente unha contracción, non unha dilatación. Pódese aproveitar para relacionar con outras funcións como a cuadrática (a enerxía cinética clásica, por exemplo, que sempre é positiva) na que non existe proporcionalidade. A transformación inversa tamén interesaría para xustificar a necesidade de conservación da superficie espazotemporal, polo que poderían xuntarse as dúas explicacións.

Sería deseable conseguir incorporar con maior relevancia na proposta didáctica a discusión sobre as razóns para que a superficie do espazotempo non poida variar na transformación de SRI.. Entre outras razóns, deste xeito poderíase afrontar o erro cometido por algúns alumnos cando recorren a modificar o tamaño do rombo de Lorentz para conseguir un efecto claro de dilatación temporal ou de contracción espacial nas súas gráficas explicativas (fano maior para a dilatación e menor para a contracción). Poderíase confrontar unha explicación coa outra para amosar a incoherencia das mesmas.

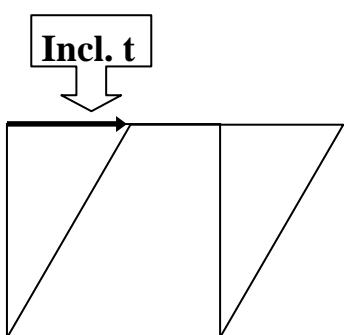
Insistir tamén na necesidade de que toda figura que faga o alumno para explicar ideas relativistas mediante unha transformación espazotemporal (ben sexa galileana ou einsteniana) debe ser un paralelogramo, xa que en caso contrario non estaría representando unha transformación de SRI acorde cos principios físicos fundamentais de relatividade e de inercia. Evitaríanse deste xeira errores como os cometidos polos alumnos cando deforman o rombo de Lorentz para conseguir unha contracción espacial acorde co que pretenden explicar ou xustificar (e que ás veces confunden con inclinación do eixe, ou miden ao longo do lateral, non en horizontal, polo que a figura correcta non lles serve para explicalo e entón acoden a deformala).

Tal vez a utilización didáctica dunha gráfica como a 6.1 podería contribuír a aclarar a distinción entre os conceptos xeométrico de *inclinación* que, referida aos eixes do espazotempo, ten consecuencias físicas (pois a inclinación do eixe do tempo non é outra cousa que a velocidade relativa entre Sistemas de Referencia, que é o fundamento de calquera teoría relativista, e a inclinación do eixe do espazo é a relatividade da simultaneidade, que está na base de toda a Relatividade Especial), e os conceptos medibles de *contracción* e *dilatación*, que indican variación nas escalas espacial e temporal, respectivamente.

Corresponde coa transformación de Lorentz, e nela vense reflectidos gráficamente os seguintes conceptos:

- Incl. t** (inclinación do eixe do tempo)
- Incl. e** (inclinación do eixe do espazo)
- Δt (dilatación temporal)
- Δe (contracción espacial)

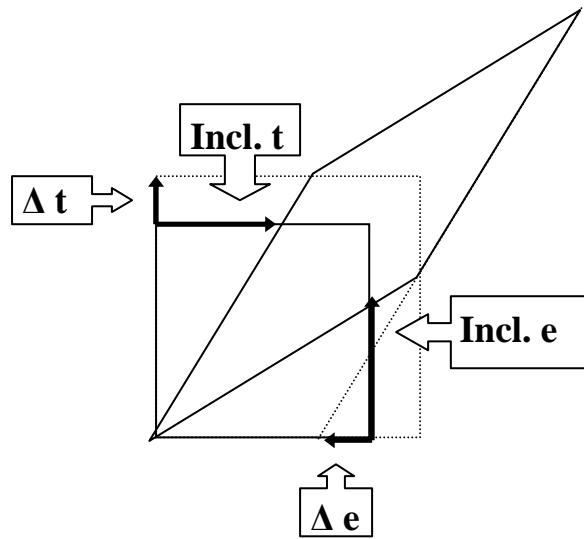
A modo de comparación, pódese ver na gráfica 6.2 que na transformación de Galileo tan só ten sentido falar da inclinación do eixe temporal, o cal non deixa de ser un sinónimo gráfico pouco afortunado para o concepto físico da velocidade relativa entre SR.



Gráfica 6.2

Aínda que se introduce no inicio das explicacións didácticas, como unha versión simplificada da experiencia de Michelson, un efecto relativista claro e que aparece a velocidades pequenas comparadas coa da luz constitúeo o funcionamento do sistema GPS de posicionamento por satélites, e podería ser retomado na fase de análise das consecuencias da transformación de Lorentz, enfatizando o feito de que acontece para unha velocidade de 30 km/s (a de translación terrestre), a cal é tan só unha dez milésima

parte da velocidade da luz, e non obstante sería responsable dun erro posicional de 3 quilómetros, efecto nada desprezable para un GPS. Dificultaríase deste xeito que os alumnos acudisen a explicacións nas que se asignan as propiedades relativistas ao feito de viaxar coa velocidade da luz, algo que non é certo, pois como vimos aparecen para calquera velocidade, aínda que cunha magnitud pequena.



Gráfica 6.1

Dous momentos son esenciais para unha correcta integración dos fenómenos magnéticos a partir da contracción espacial: a construcción previa da forza de Lorentz como unha consecuencia da contracción espacial (para Galileo, non existiría magnetismo), e unha explicación sistemática mediante a contracción espacial dos fenómenos magnéticos observados na práctica con bobinas.

Débese evitar que os alumnos entanden que ao contraerse as cargas fan un efecto menor (como si se debilitasen debido á compresión que están a *sufrir*), falando de densidade lineal se fose necesario.

O efecto central que se pretende explicar coa presentación ao alumnado da actividade sobre o Big Bang é a existencia dun límite para a expansión, que nos dará o tamaño do Universo actual de 15 GaL, límite que é consecuencia directa do límite de velocidades da TRE, e que pode presentarse como unha evidencia adicional do mesmo, para enfatizar o seu carácter de *límite estrutural da Natureza*, non dunha barreira que polo de agora non se conseguiu aínda superar. A maioría do alumnado da mostra conseguiu integrar este efecto na explicación do Big Bang.

Os restantes efectos e paradoxos (número ilimitado de galaxias nun Universo limitado, o feito de que se poida ver até o instante mesmo do Big Bang e como se vería o Universo dende un quasar preto do bordo do mesmo) deberían ser tratados con cautela, para evitar crear confusión nos alumnos cos mesmos, aínda que algúns demostraron ser capaces de entendelos e resolver os paradoxos, co cal afianzaron aínda moito más os coñecementos relativistas adquiridos.

En relación coa interpretación das gráficas para a equivalencia entre masa e enerxía

-Na comparación entre o caso galileano e o einsteniano, é necesario centrar a atención na posición do cdm na base da figura, non no feito de que a súa liña se incline ao variar de SR, para deste xeito evitar a atribución ao caso galileano dun efecto de desprazamento do cdm, e polo tanto de influencia da Ec no equilibrio das masas.

-Na comparación entre a situación simétrica e a asimétrica, sería interesante facer unha práctica de choque inelástico e representalo dende diferentes SR. Para algúns alumnos, representan situacions diferentes, e polo tanto non se pode chegar a unha conclusión ao comparalas. A realización dunha actividade práctica, aparte de clarificar estes aspectos, axudaría tamén a evitar o erro do caso anterior.:

-Na comparación entre o SR dunha masa e o da outra non se teñen observado confusíons, o que dá idea dunha axeitada interpretación polo alumnado das figuras do cadrado inicial e dos paralelogramos de Galileo ou de Lorentz, respectivamente.

Sería interesante reforzar a visión histórica da formación da RE como un exemplo de cambios de paradigma ao estilo da revolución copernicana (e que ten puntos en común coa mesma), coa interesante particularidade de que neste caso podemos asistir a unha concatenación de tales cambios: do pensamento aristotélico ao galileano, e deste último ao de Einstein. Deste xeito tamén

se evitarían confusións como as que teñen aparecido sobre o papel de científicos como Galileo, Michelson, Lorentz ou Einstein no desenvolvemento das teorías relativistas.

Un resultado interesante constitúeo o feito de que o número de veces nas que o alumnado activa relacións na proba 3 da caracterización final mediante respuestas de tipo gráfico equivale praticamente ao número de veces que o fai textualmente. Dado que o fundamento da nosa proposta didáctica para anticipar a presentación da Teoría da Relatividade de xeito visual o constitúe a formulación xeométrica de Minkowski, que nos permitiu realizar unha secuencia explicativa totalmente visual dende a xeometría até a física, resulta alentador o feito de que o alumnado, unha vez chega a coñecer os fenómenos relativistas que son o obxectivo inmediato da proposta didáctica, non abandona o uso das gráficas, senón que recorre a elles para explicar as súas ideas físicas.

Tamén aparecen xustificacións de carácter fenomenolóxico para a contracción espacial (pola compresión debida á forza da velocidade), ou da velocidade límite (porque ao achegarse á velocidade da luz a forza é tan grande que os obxectos se desintegran), ideas que parecen estar relacionadas entre si. Estas ideas son remanentes do *impetus* aristotélico, polo tanto deberían ter sido resoltas na parte galileana da intervención. Se non o foron entón, é moi probable que o alumno non consiga integrar as novas ideas dun xeito coherente.

O feito de que en numerosas ocasións os alumnos e alumnas teñan utilizado gráficas e diagramas espazotemporais para xustificar e explicar as súas ideas constitúe unha mostra da eficacia das mesmas como recurso didáctico, así como da potencialidade que teñen para ofrecer un recurso explicativo sintético e claro ao alumnado.

Tamén apareceron novos interrogantes, como os referidos a problemas producidos polo enfoque visual debido á utilización dunhas gráficas que afectan aos conceptos fundamentais da nosa experiencia sensible (espazo e tempo), algo ao que non están acostumados os alumnos de Secundaria.

CAPITULO 7.- RETENCIÓN A MEDIO PRAZO

Nos capítulos 6 e 7, abórdase a Hipótese de investigación 3 (HI3), que foi formulada deste xeito no apartado C.1.4.3 do capítulo 1:

HI3- Despois da aplicación da proposta didáctica obxecto de investigación, os estudiantes activaron esquemas de pensamento útiles para a interpretación cualitativa da Teoría da Relatividade Especial e as súas consecuencias físicas e acordes co punto de vista da ciencia escolar. Hai progresos significativos nos esquemas de pensamento dos estudiantes, respecto da situación inicial, e existen permanencias significativas dos esquemas de pensamento ao cabo dun certo tempo desde a intervención.

Como foi explicado no mesmo apartado, consideramos necesario operativizar a hipótese anterior en dúas subhipóteses, en relación coa avaliación a curto e a medio prazo, respectivamente.

No capítulo anterior procedeuse ao contraste da primeira das subhipóteses (SI3.1), relacionada coa avaliación dos resultados a curto prazo.

Neste capítulo 7, contrástase a Subhipótese de investigación 3.2 (SI3.2) da presente investigación. Estúdanse os resultados obtidos nas probas de retención respecto dos coñecementos que xerou a metodoloxía ensaiada, máis dun ano despois de terminar a mesma, para comprobar se as aprendizaxes son estables ao cabo dun certo tempo. Do mesmo xeito que na caracterización final procederemos a realizar tres tipos de análises:

- a). Unha análise item a item, mediante o que se avalia o razonamento xustificativo e as estratexias de acción, utilizados polos estudiantes para explicar cada un dos items que se lles expuxeron nas probas de retención, indicando exemplos textuais de respostas dos estudiantes.
- b). Unha análise dos esquemas de pensamento que activan os estudiantes para interpretar os efectos físicos derivados da forma xeométrica da transformación de Lorentz.
- c). Unha comparación entre os resultados iniciais, finais e de retención dun número representativo dos alumnos e alumnas que realizaron a experiencia.

Despois de resumir as ideas alternativas ou erróneas detectadas nas probas de retención, procédese a verificar a segunda das dúas subhipóteses da investigación, rematando coa análise das implicacións didácticas correspondentes.

C7.1. SUBHIPÓTESE DE INVESTIGACIÓN 3.2: RESULTADOS FINAIS DA INTERVENCIÓN: RETENCIÓN.

No apartado C1.4.3 do primeiro capítulo formulabamos deste xeito a segunda das subhipóteses en que se operativiza a terceira hipótese de investigación:

SI3.2- Despois dun certo tempo de ter aplicado a proposta didáctica obxecto de investigación, os estudantes seguen a activar esquemas de pensamento útiles para a interpretación cualitativa da Teoría da Relatividade Especial e as súas consecuencias físicas e acordes co punto de vista da ciencia escolar. Existen permanencias significativas dos esquemas de pensamento ao cabo dun certo tempo desde a intervención.

Para verificar esta subhipótese é necesario saber até qué punto as ideas da Relatividade Especial integradas polo alumnado durante a fase de instrución continúan a aparecer cun carácter significativo nunha serie de probas realizadas varios meses despois.

Deste xeito elimínanse as compoñentes de memoria a curto prazo e detéctanse aquelas ideas que permanecen na memoria a medio prazo, o cal será indicio dunha integración significativa das mesmas nos esquemas de pensamento do alumnado.

C7.2. DESCRICIÓN DAS PROBAS DE RETENCIÓN

Despois de transcorrer máis dun ano dende o fin da intervención didáctica descrita nos apartados anteriores, e para comprobar o grao de significatividade dos conceptos aprendidos (a partir da persistencia dos mesmos na memoria a medio prazo), procedeuse a presentar ao alumnado participante unha batería de probas nas cales se pedía que explicasen as súas ideas sobre Relatividade Especial.

O conxunto de probas está formado por nove actividades. A continuación explícase a intención avaliadora de cada item destas probas, as cales se presentan no seu formato orixinal no Anexo 7.

Proba 1 de Retención - Conservación da velocidade da luz

Item a) Explica cómo se deriva a teoría da Relatividade a partir dos resultados experimentais de Michelson ou da teoría de Maxwell.

Neste caso, estamos propoñendo ao alumnado simplemente realizar unha xustificación da transformación de Lorentz sobre un par de gráficas mudas adxuntas na ficha e que resumen toda a información manexada durante a UD.

Unha resposta correcta debería explicitar a intención de Michelson de coñecer a velocidade coa que se move o Sol polo espazo absoluto, para o cal aplicou a teoría de Galileo, de acordo coa cal a velocidade da luz variaría segundo se movese a favor ou en contra de dito desprazamento absoluto.

O feito de que non atopase ningunha diferenza de velocidades a pesar de que a precisión do experimento debería permitirlle, polo menos, detectar a velocidade de translación terrestre, foi o que provocou a proposta por Lorentz dunha transformación alternativa á de Galileo, e na que a velocidade da luz non variaba.

Proba 2 de retención- Dilatación temporal

Item a) Explica o fenómeno relativista da dilatación temporal e as súas consecuencias de carácter práctico ou experimental.

A actividade presenta unha gráfica muda coa transformación de Lorentz, e intenta comprobar até que punto se entendeu a xustificación da dilatación temporal e as súas consecuencias.

Proba 3 de retención - Contracción espacial

Item a) Explica o fenómeno da contracción espacial e qué consecuencias ten.

Nesta actividade preténdese comprobar até que punto o alumnado entendeu a xustificación dos fenómenos físicos asociados coa transformación de Lorentz (neste caso a contracción espacial e naquel a dilatación temporal) e as súas consecuencias. Preséntase ao alumno unha gráfica muda que pode usar para clarificar as súas ideas.

Aquí é onde se poderá esperar que o alumnado falase da atracción magnética ou da Lei de Lorentz como unha consecuencia da contracción espacial. Tamén poderá entender a razón pola que se dá o nome de Lorentz a este efecto electromagnético.

Proba 4 de retención - Muóns e dilatación do tempo

Item a) Como se explica que na superficie da Terra se poidan detectar moitos muóns procedentes da alta atmosfera?

Adxúntase na proba unha descripción previa do fenómeno observado experimentalmente, xunto cunha gráfica que subministra unha información básica de apoio para a explicación do alumnado.

Malia ser a dilatación temporal unha das consecuencias más claras da transformación de Lorentz, a conservación do tempo é algo tan evidente e de características ontolóxicas tan profundas que unha análise superficial non asegura o cambio conceptual do mesmo. É de esperar que despois da intervención didáctica realizada as mentes do alumnado teñan unha maior disposición a abordar esta colisión dunha imaxe visual cunha idea tan arrraigada como é a noción do tempo.

Proba 5 de retención - Aceleradores e velocidad límite

Item a) Cal sería o límite de velocidad nun acelerador de partículas, en caso de que existise algúin?

Adxúntanse unhas fotografías ilustrativas dun acelerador lineal, así como unha breve descripción do seu funcionamento. Nesta actividade de avaliación (con características de aplicación) exponse o caso dun acelerador lineal, conceptualmente más simple que o acelerador circular, para cuestionar a operatividade do concepto de velocidad límite.

Proba 6 de retención - Invarianza da velocidad da luz

Unha nave espacial afástase da Terra cunha velocidad de 0'5 c (c = velocidad da luz). Dende a Terra mándase un sinal luminoso e a tripulación mide a velocidad do sinal, obtendo o valor:

- a. 0'5 c b. c c. 1'5 c*

Complétase a proba cunha figura representativa da situación, así como dunha gráfica de Lorentz que o alumno pode completar para explicar mellor a súa resposta.

Nesta proba inténtase comprobar até que punto os alumnos son capaces de aplicar o diagrama espazotempo relativista para resolver unha situación problemática novedosa.

Constitúe unha avaliación da persistencia da seguinte idea previa: que as velocidades se suman ou restan ao pasar dun sistema de referencia a outro.

Proba 7 de retención - Realidade da contracción espacial

Item a) Pode ser que unha variña que mide 1m en repouso mida menos cando se move?

Item b) E pode ser que mida máis dun metro?

Adxúntanse unhas figuras aclaratorias. Nesta proba pregúntase sobre a posibilidade de que unha variña de 1 metro mida realmente menos ao moverse que ao estar parada.

Con esta pregunta inténtase pescudar a solidez das noções adquiridas en relación coa contracción espacial, nun contexto que cuestiona a propia definición da unidade de medida de lonxitudes.

Pregúntase tamén se a variña puidese medir máis, buscando provocar respostas do tipo *todo é posible* que complican a aprendizaxe duns conceptos relativistas firmes.

Proba 8 de retención - Equivalencia entre masa e enerxía

Item a) ¿Que nos di a ecuación $E = mc^2$? Pon V ou F segundo as respostas sexan verdadeiras ou falsas.

- a. A masa e a enerxía son dúas formas da mesma magnitud.
- b. A masa convértese en enerxía cando viaxa á velocidade da luz.
- c. A masa convértese en enerxía cando se despraza á velocidade da luz ao cadrado.
- d. Unha determinada masa m necesita unha enerxía E para poñerse en movemento.
- e. E é a enerxía equivalente a unha determinada masa.

Item b) Como se escribe a fórmula anterior nun sistema de referencia como os que usamos na representación gráfica da transformación de Lorentz? Por que?

Utiliza esta nova expresión para xustificar as túas respostas anteriores.

Esta proba presenta previamente unhas viñetas cunha visión cómica do descubrimento da soada fórmula de Einstein, como unha especie de fórmula misteriosa que xa estaba aí para ser descuberta.

A continuación ponse en cuestión o significado da mesma mediante un test de varias preguntas que van dirixidas sobre todo a pescudar até que punto o alumnado asigna propiedades *máxicas* aos compoñentes de devandita fórmula. É dicir, coma se a fórmula de Einstein se explicase a si mesma mediante os diferentes elementos que a componen, en especial a velocidade da luz que aparece de forma explícita.

A segunda parte da ficha intenta axudar ao alumno a desmarcarse de devanditas interpretacións, presentando o SR que se usou ao longo de toda a secuencia didáctica visual, e no que a c desaparece da fórmula.

Proba 9 de retención - Big Bang e xeometría do Universo

Item a) Como pode ser que o Universo (que de acordo coa teoría do Big Bang é unha esfera de tamaño limitado) poida conter un número ilimitado de galaxias?

Nesta proba preséntase unha breve explicación da teoría do Universo en expansión ou Big Bang, a que é aceptada maioritariamente pola comunidade científica.

Coa axuda dun par de gráficas, pídense ao alumnado que dea resposta a unha serie de interrogantes que se lle expoñen sobre esta teoría:

-Como podemos dicir que o tamaño do Universo é limitado?

Este feito é evidente na construción visual realizada, e para explicalo pódese acudir á imposibilidade de que unha galaxia se separe de nós a velocidades superiores á da luz.

-Como pode ser que neste Universo de tamaño limitado exista un número ilimitado de galaxias?

Novamente a figura dá unha explicación visual baseada na tendencia asintótica (por tanto, de extensión ilimitada) da liña que conecta todas as galaxias nun mesmo instante da súa evolución a partir do Big Bang. Doutra banda, tamén se pode dar unha explicación textual acudindo á contracción espacial preto dos *bordos* do Universo.

C7.3. ANÁLISE DE RESULTADOS ITEM A ITEM

Unha vez descritos os items das fichas correspondentes á proba de retención, farase unha presentación explicada dos resultados más significativos obtidos polo alumnado.

Para iso, en cada item preséntanse os resultados comezando polos más achegados ao desexable dende a perspectiva da ciencia escolar e finalizando polos más afastados dela. Preséntanse algúns exemplos ilustrativos das respostas dos alumnos. O conxunto das respostas significativas recóllese no Anexo 7 (no caso das gráficas, axúntase unha reproducción simplificada e interpretada das mesmas), e no Anexo 8 pódense ver copias orixinais das fichas cubertas polos alumnos, etiquetadas mediante a letra maiúscula correspondente ao alumno e o número identificador da proba de retención.

A presentación realiza de acordo coa seguinte orde:

Resultados da proba 1- Conservación da velocidade da luz (apartado C7.3.1)

Resultados da proba 2- Dilatación temporal (apartado C7.3.2)

Resultados da proba 3- Contracción espacial (apartado C7.3.3)

Resultados da proba 4- Muóns e dilatación do tempo (apartado C7.3.4)

Resultados da proba 5- Aceleradores e velocidade límite (apartado C7.3.5)

Resultados da proba 6- Invarianza da velocidad da luz (apartado C7.3.6)

Resultados da proba 7- Realidade da contracción espacial (apartado C7.3.7)

Resultados da proba 8- Equivalencia entre masa e enerxía (apartado C7.3.8)

C7.3.1: resultados da proba 1- Conservación da velocidade da luz

Item a) Explica cómo se deriva a teoría da Relatividade a partir dos resultados experimentais de Michelson ou da teoría de Maxwell.

- Respostas aceptables: alumnos L, B, C, D, F, G, H

Michelson quería averiguar a velocidade coa que se despraza a Terra (... a continuación describe o experimento ...), pero obtivo que a velocidade da luz era sempre a mesma medira os raios donde os medira. Isto desmantelou a teoría de Galileo. (alumno L)

- Gráficas aceptables: alumnos B, C, D, F, H, L, X

Ideas alternativas:

- Resultado de Michelson: a velocidad da luz é límite: alumnos B, C, F, G

Michelson explicou que a velocidad da luz non se pode superar, polo tanto a teoría de Galileo onde mudaba a velocidad quedaba desbotada. Polo tanto ao non cambiar a velocidad a transformación cambia por completo. (alumno B)

O alumno B manifiesta incorrectamente que o resultado do experimento de Michelson era a imposibilidade de superar a velocidad da luz, aínda que o resto da resposta é correcta (incluso na última frase está implícito o verdadeiro cariz do resultado de Lorentz: a conservación da velocidad da luz en todos os sistemas de referencia). Esta confusión é bastante xeral, posiblemente asociada ao feito de que antes do inicio da intervención, o único aspecto da Relatividade que coñecían algúns dos alumnos (entre eles os alumnos B e C) era a imposibilidade de superar a velocidad da luz.

- Na transformación de Lorentz non se aplica a lóxica.

Agora o que se mantén é a velocidad (figura 2, parella dereita), e a figura transfórmase dunha forma ilólica mudando a velocidad e o espacio dun modo que agora observaremos. A figura 1 (parella esquerda) sería a de Galileo, que quedou desbotada como xa dicimos co que experimentou Michelson. (alumno B)

A expresión de *ilólica* en relación coa transformación de Lorentz refirese ao feito de que vai contra o sentido común.

- Aplicación incorrecta do concepto de aceleración.

Na transformación de Galileo a aceleración é infinita, pero na de Lorentz o máximo é a velocidad da luz. (alumno D)

Resposta aceptable, aínda que atribúe a expresión *aceleración* ao que sería más correcto denominar *incremento de velocidad posible*.

- Efectos relativistas como relacións causa-efecto sen xustificación.

Este descubrimento serviuille a Lorentz para establecer a transformación real dun SR en repouso a un en movemento. No cal o tempo dilatábase e o espazo contráese como consecuencia de estar en movemento. (alumno L)

- A velocidade da luz tamén é límite na transformación de Galileo: alumnos C, L

Esta é a transformación de Galileo e a luz está no límite nos dous.

Nesta transformación (de Lorentz) a velocidad tamén é o límite xa que non se pode contraer máis
(alumno C)

Na transformación de Galileo, a luz non está no límite, xa que non existe límite para a inclinación que se pode dar á figura. Posiblemente para o alumno C a propiedade de velocidad límite da luz sexa algo consubstancial á natureza, independentemente da transformación de SR utilizada. Este alumno, como se viu na caracterización inicial, xa coñecía esta propiedade antes da intervención didáctica realizada.

- Contracción e dilatación referidas á inclinación dos eixes: alumnos G, H, U, V, Y

A primeira figura representa o espazo e o tempo, os cales están en repouso, e na segunda (Galileo) o espazo está en repouso e o tempo en movemento, o cal se dilata. (Lorentz): prodúcese a dilatación do espazo e a contracción do tempo (alumna U)

Ao aplicar esta idea alternativa, os alumnos atribúen propiedades de dilatación e de contracción ao espazo e ao tempo (aínda que non sempre acertando nesta asignación, como lle ocorre á alumna U, debido posiblemente á simetría da gráfica de Lorentz), e poden cometer o erro adicional de atribuír ao tempo unha destas propiedades na transformación de Galileo. Ao longo destas probas tense detectado a aparición recorrente das expresións *dilatación* e *contracción* para referirse de xeito incorrecto ás *inclinacións* dos eixes temporal e espacial, respectivamente.

C7.3.2: resultados da proba 2- Dilatación temporal

Item a) Explica o fenómeno relativista da dilatación temporal e as súas consecuencias de carácter práctico ou experimental.

Respostas aceptables alumnos B, D, F, G, L (axuntan gráficas correctas)

Según isto e vendo a transformación de Lorentz observamos que o tempo dilátase. (alumno B)

Ideas alternativas:

- Efectos relativistas debidos a unha velocidad absoluta: alumnos D, F

Segundo a teoría da relatividade, canto más velocidade teñas, o tempo pasa más lento (dilátase), vese isto na transformación de Lorentz. Con isto explícase que os muóns cheguen á terra, porque aumentan o seu tempo de existencia. (alumno D)

Nunha expresión correcta en xeral, o alumno D parece facer corresponder a dilatación temporal cunha velocidad *propia* do obxecto (neste caso, nós mesmos), o que lembra a idea aristotélica de *impetus*, ou velocidade impresa nun corpo. En realidade, a dilatación temporal é un efecto relativo, que sería medido por un observador externo ao noso Sistema de Referencia debido á velocidad relativa existente entre o seu SR e o noso, e que polo tanto nós mesmos nunca percibiríamos (a non ser que nos puidéramos comparar co outro observador en dous instantes diferentes, por ter feito

unha viaxe de ida e volta, como no paradoxo dos xemelgos).

Gráficas incorrectas:

- Dilatación temporal como inclinación do eixe horizontal: alumno R
- Dilatación temporal como medida do lado do rombo de Lorentz: alumno R

Gráfica do alumno R figura 7.10 do Anexo 7

C7.3.3: resultados da proba 3- Contracción espacial

Item a) *Explica o fenómeno da contracción espacial e qué consecuencias ten.*

Respostas aceptables alumnos D, F, L

A contracción espacial é, igual que a dilatación temporal, unha consecuencia da necesidade de adaptar o espazo e o tempo a unha velocidade da luz constante. Cando facemos o gráfico de Lorentz e inclinamos a liña vertical, se non queremos modificar a velocidad da luz, por simple necesidade (necesitamos manter a velocidad da luz xusto á mesma inclinación e debe continuar estando no medio) temos que inclinar a liña horizontal (alumno F)

O alumno F resume nas frases anteriores case por completo as razóns físico-xeométricos que levan ao establecemento da transformación de Lorentz no espazotempo de Minkowski.

Respostas gráficas aceptables: alumnos D, F, L, R

Ideas alternativas:

- Efectos relativistas como relacións causa-efecto sen xustificación:

Soamente por aceptar que o tempo se dilata, aceptamos que o espazo se contrae. Se para todos os sistemas de referencia saímos ó mesmo tempo e chegamos ó mesmo tempo, a explicación para chegar antes do estimado (contracción espacial) para o de dentro da nave é que o espazo se contraeu o que fai posible a dilatación temporal. (alumno F)

O alumno F intenta buscar algún tipo de explicación alternativa para os fenómenos relativistas, ideando relacións de causa-efecto entre os mesmos sen conseguir chegar a explicitalas de xeito coherente.

C7.3.4: resultados da proba 4- Muóns e dilatación do tempo

Item a) *Como se explica que na superficie da Terra se poidan detectar moitos muóns procedentes da alta atmosfera?*

Respostas aceptables: alumnos D, G, I, K, L, O, R

Isto sucede porque os muóns van a moita velocidade, o que provoca a dilatación temporal, facendo que duren máis, e dándolle tempo a chegar á terra antes de desintegrarse. (alumno I)

Respostas gráficas aceptables: alumnos D, F, G

Ideas alternativas:

- Os efectos relativistas prodúcense ao acadar a velocidad da luz: alumnos K, S, T

Ao ter a velocidad da luz o seu espazo contráese, co que teñen máis tempo de vida (alumno T)

Ademais da mencionada atribución dun efecto relativista ao feito de ir á velocidad da luz, o

alumno T semella estar confundindo a contracción espacial coa inclinación da base do paralelogramo, erro bastante frecuente e que xa foi comentado na proba 1.

- Confusión entre Sistemas de Referencia: alumnos K, O

Pola teoría da relatividade, a partícula, ao alcanzar a velocidad da luz, o seu tempo de vida, que antes era de 2ms, dilátase, e o espazo que pode percorrer nese tempo contráese. Como consecuencia, a partícula pode percorrer os 20 km, que para ela serán 600m, en 80 ms que para ela serán 2 ms. (alumno K)

A resposta considérase aceptable debido á descripción completa que fai do fenómeno, a pesar de que contén dous errores: Indica que os efectos relativistas (dilatación temporal e contracción espacial) suceden cando a partícula acada a velocidad da luz (erro xa comentado), e aplica os dous efectos a unha mesma partícula. Tal e como expón os feitos o alumno K, dende o SR da partícula, o efecto de contracción espacial aplícase correctamente ao SR da Terra e a atmosfera, que para a partícula pasa a medir 600 m, os cales recorre nos 2 μ s (que é o seu tempo de vida sen dilatación, pois estamos no seu mesmo SR) a unha velocidad moi achegada á da luz. Se queremos xustificar o efecto mediante a dilatación temporal, debemos mudar de SR, e situarnos no SR da Terra. Neste caso, o tempo de vida dos muóns dilátase, e pasa a ser de 80 μ s, tempo dabondo para atravesar a distancia de 20 km que mide a atmosfera no SR da Terra (polo tanto, sen contracción). Os efectos relativistas dependen do SR, non son efectos innatos ás partículas cando van a moita velocidad.

- Efectos relativistas debidos a unha velocidad absoluta: alumno G

Porque ó ir tan rápido, ó entrar en contacto coa atmosfera como a súa velocidad acércase á velocidad da luz o tempo pasa máis lento para eles, pero cando se crean en repouso pois duran moito menos ó non ter velocidad. (alumno G).

O alumno G indica que a experiencia dos muóns pode ser explicada mediante a dilatación temporal, o cal é correcto, aínda que incorre no erro de considerar que este é un fenómeno propio da partícula, que leva impreso dende o momento en que se crea e en función da velocidad con que é creada. Aínda que o resultado final é correcto, pasa por alto a dependencia do fenómeno do SR (dende un SR que acompaña ao muón veloz, este tería a mesma duración que o muón en repouso para un observador terrestre, o cal pasaría entón a ter o seu tempo dilatado)

- Efectos relativistas debidos á influencia da atmosfera: alumna X

Pódese explicar porque aínda que teñan pouca duración, os muóns cando chegan á atmosfera sufren unha dilatación temporal e por iso chegan á terra (alumna X)

Aínda que asocia correctamente a explicación da experiencia dos muóns co fenómeno da dilatación temporal, a alumna X fai derivar este fenómeno do feito de entrar na atmosfera, co cal non sae dun punto de vista fenomenolóxico que atribúe á atmosfera todo tipo de efectos sobre os obxectos que contén.

Gráficas incorrectas:

- Confusión entre os eixes espacial e temporal: alumna X

A alumna X sitúa o espazo en vertical e o tempo en horizontal. Este erro ten dúas posibles orixes: o feito de que sexa a disposición habitual nas gráficas espazo/tempo utilizadas nas explicacións de cinemática en cursos previos, e a elevada simetría da transformación de Lorentz, na que non se distingue visualmente o comportamento do eixe temporal do espacial (lembremos que na de Galileo o eixe temporal inclínase mentres que o espacial permanece sempre horizontal).

C7.3.5: resultados da proba 5- Aceleradores e velocidad límite

Nun acelerador lineal, aplícanse campos eléctricos cada vez más intensos para facer que as partículas cargadas vaian cada vez más rápido. Existe algún límite para a velocidad que as partículas poden chegar a acadar por este procedemento?

Item a) Cal sería este límite, no caso de que existise? Por que?

Respostas aceptables: alumnos C, D, F, G, H, L, O, R, T, U, W

Sí, a velocidad da luz (alumno D)

Sí. A velocidad da luz. Porque ese é o punto de máxima dilatación temporal e máxima contracción espacial. (alumno H)

O alumno H recorre novamente a denominar dilatación temporal e contracción espacial ás inclinacións dos eixes respectivos.

Respostas gráficas aceptables: alumnos C, D, F, G, H, L, O, R, T, U,

Ideas alternativas:

- O límite de velocidad non é absoluto: alumnos A, C, G

A velocidad da luz, que todavía non se acadou, e que é de 300.000 kn/s.

Porque ata agora non se conoce nada que poda superar esa velocidad, e polo tanto, por agora, esa é a meta a alcanzar, repito. (alumno A)

Para este alumno, a existencia dun límite de velocidad é algo totalmente convencional, ata que a técnica se desenvolva o suficiente para superalo.

- A velocidad da luz é un límite alcanzable: alumnos O, R

A velocidad da luz. Porque é a velocidad máxima alcanzable. (alumno O)

Na expresión anterior, o alumno deixa aberta a posibilidade de interpretar que o límite sexa alcanzable.

- Sobrepasar a velocidad da luz implicaría retroceder no tempo: alumna U

O límite é a velocidad da luz, xa que do contrario se afirmaría a existencia do retroceso no tempo. (alumna U)

Nesta resposta a alumna U alude a unha comparación feita ao longo da intervención didáctica entre o carácter da imposibilidade de superar a velocidad da luz na teoría de Einstein co carácter de imposibilidade que ten falar de viaxes ao pasado na teoría de Galileo. Para elo, fixose unha

comparación entre os límites de velocidades nas gráficas de Galileo e de Lorentz, vendo que a razón de que non se puidera chegar ao límite (a diagonal para Lorentz e a horizontal para Galileo) residía na necesidade de conservar a superficie espazotemporal. A alumna U identifica estes conceptos na súa resposta textual,

Gráficas incorrectas:

- Aplica a transformación de Galileo na Relatividade Especial: alumnos A, B

Nas súas gráficas, estes alumnos manteñen o eixe espacial en horizontal e indican de xeito textual (e incorrecto para ditas gráficas) a imposibilidade de acadar a velocidade da luz nas mesmas.

C7.3.6: resultados da proba 6- Invarianza da velocidade da luz

Item a) Unha nave espacial afástase da Terra cunha velocidade de $0'5\text{ c}$ ($c = \text{velocidade da luz}$).

Dende a Terra mándase un sinal luminoso e a tripulación mide a velocidade do sinal, obtendo o valor:

Respostas aceitáveis: alunos A, B, D, F, I, L

Velocidade: c. Porque a velocidade da luz non varía. Tamén se pode demostrar pola transformación de Lorentz. (alumno I)

Respostas gráficas aceptables: alumnos A, F

A velocidade da luz non se ve afectada pola velocidade da nave. (alumno F):

Ideas alternativas:

- Velocidade da luz variable para observadores en movemento: alumnos K, T, U, W, Z

Velocidade: $0'5\text{ c}$. Porque a nave se está movendo, e o sinal luminoso tamén, entón a velocidade da nave é $0'5\text{ c}$ e a da luz é c . O valor que rexistran é $c - 0'5\text{ c} = 0'5\text{ c}$. (alumno K)

Velocidade: $1'5\text{ c}$, porque ó ir no mesmo sentido súmanse as velocidades (alumno T)

Velocidade: 1'5 c. Como nós vamos a esa velocidade (0'5c), para nós o sinal iría a 1,5c, xa que pensaríamos que nós estamos en repouso e o que se move é o sinal (alumna U)

Velocidade: $1'5\text{ c}$. Se a nave espacial afástase a $0'5\text{ c}$, o sinal luminoso terá que ir mais rápido (alumna W)

Velocidade: $0'5c$. Escollín este xa que non varía a velocidade (alumna Z)

En todas estas respostas maniféstase dun xeito ou doutro a persistencia da crenza galileana na suma de velocidades.

Gráficas incorrectas:

- Dificultade en incorporar o repouso relativo nas gráficas: alumno B
 - Transporte incorrecto das liñas dunha gráfica á outra: alumnos B, L, Z

C7.3.7: resultados da proba 7- Realidade da contracción espacial

Item a) Pode ser que unha variña que mide 1m en repouso mida menos cando se move?

Respostas aceptables: alumnos B, C, D, F, G, L, W, X

Sí, dende o noso punto de vista sí, xa que según a figura de Lorentz o espazo contraeríase. (alumno B)

Sí. Pola contracción do espazo dun SR en movemento (alumno L)

Respostas gráficas aceptables: alumnos B, D, L, R

Ideas alternativas:

- Os efectos relativistas son aparentes: alumnos C, G

Sí. Porque a miras pasar a unha velocidade maior que no repouso (porque está quieta) e paréceche menor a simple vista. O tema da contracción espacial (alumno G)

Dá a impresión de que ao alumno G o tema da contracción espacial non acaba de parecerlle un efecto de todo claro.

- Os efectos relativistas débense a unha velocidade absoluta do obxecto.

Sí. Pola contracción espacial de Michelson pero o que eu creo é que nos parece a nós que mide menos, pero en realidade mide o mesmo, porque non pode ser que un obxecto mida menos cando se move e cando para que recupere o seu estado orixinal. (alumno C)

O alumno C manifesta as súas dúbidas na realidade da contracción espacial, que entendeu como debida a unha velocidade propia do obxecto, independentemente do SR, o cal non da aceptado. Cando indica que *nos parece a nós*, achégase á resposta correcta, aínda que matizada por unha connotación de *falsa impresión de realidade* que non é correcta. O efecto, dende un SR en movemento respecto da regra, é real.

Proba 7, item b) E pode ser que mida más dun metro?

Respostas aceptables: alumnos B, F, G, L, R, X

Non. Porque o espazo contráese, non se dilata nun SR en movemento (alumno L)

Non, Porque se o espazo se contrae, medirá menos e non pode dilatarse (alumna X)

Ideas alternativas:

- Ao diminuir a velocidade, o espazo pódese dilatar: alumno F

Non. Porque se dá a contracción espacial, non dilatación. Se se dilata o espazo, se contraería o tempo.

Tal vez se o que facemos é ir más despacio só. (alumno F).

A procura de relacións causa-efecto entre os fenómenos relativistas que realiza continuamente o alumno F xógalle unha mala pasada nesta caso, xa que parece levalo a facer a seguinte inferencia:

Se ao aumentar a velocidade o espazo contráese, ao diminuir a velocidade o espazo pódese dilatar.
E as cousas non son exactamente así. *Se vamos indo cada vez más despoko o máximo que podemos facer é chegar ao repouso.*

- Os efectos relativistas son aparentes.

Non. Pola velocidade xa que fai que pareza máis pequeno e non máis grande. (alumno C)

O alumno C non argumenta nada en favor desta resposta apriorística.

C7.3.8: resultados da proba 8- Equivalencia entre masa e enerxía

Item a) ¿Que nos di a ecuación $E = mc^2$? Pon V ou F segundo as respostas sexan verdadeiras ou falsas.

- a. A masa e a enerxía son dúas formas da mesma magnitude.

- b. A masa convértese en enerxía cando viaxa á velocidade da luz.
- c. A masa convértese en enerxía cando se despraza á velocidade da luz ao cadrado.
- d. Unha determinada masa m necesita unha enerxía E para poñerse en movemento.
- e. E é a enerxía equivalente a unha determinada masa.

As únicas afirmacións verdadeiras para a TRE son a primeira (letra a) e a última (letra e). As restantes afirmacións son distractores:

As afirmacións b e c incorporan a velocidade da luz como o elemento decisivo para converter masa e enerxía, conectando deste xeito con posibles ideas sobre a Teoría da Relatividade nas que os fenómenos relativistas son efectos que aparecen cando se viaxa á velocidade da luz (na afirmación c incorpórase o cadrado para facela corresponder áinda máis coa fórmula de Einstein dun punto de vista puramente formal)

A afirmación d busca activar ideas clásicas ou galileanas sobre a enerxía (en particular a enerxía cinética), que non son apropiadas como explicación da equivalencia relativista entre masa e enerxía.

Respostas aceptables: alumnos F, L, R

Alumno F: 4 acertos (a,c,d,e) e 1 erro (b).

O alumno xustifica as respuestas acertadas deste xeito:

- a: Canto máis masa máis enerxía e viceversa
- c: Non pode desprazarse a máis de c
- d: Non ten sentido
- e: c é sempre igual, así que m terá unha E determinada

Xustificación que dá para a resposta errada (b) : *Como $c = 1$, $E = m$, é todo o mesmo.* Vemos que a posible razón para facer esta única escolla equivocada reside nunha mala interpretación do seu enunciado, xa que a xustificación sería correcta.

Alumno L: 3 acertos (b,d,e) e 2 errores (a,c)

Xustifica as respuestas deste xeito: *En que c é un valor constante polo que se lle da o valor 1 polo tanto $E = m$.*

Consideramos aceptables estes resultados tanto pola xustificación correcta que fai como pola gráfica que traza na segunda parte da proba. Aínda así, ao alumno L cástalle incorporar plenamente o sentido da fórmula de Einstein ao seu pensamento (a pesar da fórmula $E = m$, resístese a consideralas dúas formas da mesma magnitude), e parece aceptar que a velocidade da luz poida introducir unha diferenza cualitativa entre ambas magnitudes, áinda que aparentemente desapareza cando facemos $c = 1 \rightarrow c^2 = 1$.

Alumno R: 4 respuestas acertadas (a,b,d,e) e 1 errada (c).

Xustifica a súa escolla nun argumento perigoso cando se trata da TRE: *a lóxica*

Possiblemente esta lóxica sexa a culpable do erro cometido na pregunta c, xa que aparentemente é a

frase máis achegada ao contido explícito da fórmula de Einstein, aínda que tamén poderíamos dicir que é a expresión máis claramente incorrecta de todas, dende calquera punto de vista físico.

Respostas gráficas aceptables: alumnos F, L

Ideas alternativas:

- Fórmula de Einstein como a da enerxía cinética clásica: alumnos D, X

Alumna X: 2 acertos (c,e) , 3 errores (a,b,d).

Xustificación da escolla: *A masa non se converte en enerxía, porque son equivalentes. E a masa e a enerxía non son da mesma magnitude.*

A segunda parte é unha afirmación de tipo clásico que, unida co erro en *d* (visión da E na fórmula de Einstein como a Ec clásica) permiten catalogar esta parte das respostas como derivadas dunha visión galileana). A primeira parte pódese referir tanto á resposta correcta dada en *c* como á resposta errada dada en *b*, polo que ten características de incoherencia ou de falta de atención.

Proba 8, item b) *Como se escribe a fórmula anterior nun sistema de referencia como os que usamos na representación gráfica da transformación de Lorentz?*

Utiliza esta nova expresión para xustificar as túas respostas anteriores.

Respostas aceptables: alumnos A, D

E = m. Esto es debido a que la energía desplaza al centro de masas cuando está bajo los efectos relativistas. Isto indica a igualdad entre masa e enerxía. (alumno A)

E = m . Porque a c dámoslle o valor 1. (alumno D)

C7.3.9: resultados da proba 9- Big Bang e xeometría do Universo

Item a) *A teoría determina que as galaxias más afastadas estarán actualmente a unha distancia de nós de 15 GaL. A que se debe isto? Como pode ser que esta esfera de tamaño limitado poida conter un número ilimitado de galaxias?*

Respostas que incorporan ideas relativistas: alumnos B, D, X

A que se van separando progresivamente. Actualmente ata aí chega a esfera, eu creo que co paso dos anos iranse separando máis xa que o universo non ten infinito. (alumno B)

Aínda que non entra a discutir o dilema que se presenta na proba, o alumno B razoa acertadamente en relación coa expansión do Universo, e completa o texto cunha gráfica na segunda parte da proba na que xustifica visualmente o extremo da expansión mediante o límite relativista para as velocidades.

Débese a que levan 15 Ga separándose de nós a velocidades cercanas á da luz. Eu non creo que haxa un número ilimitado de galaxias, pode haber miles de millóns, millóns de millóns, pero non hai ilimitadas, e polo tanto todas entran dentro desa esfera autocontenido. (alumno D)

O alumno D dá a súa opinión en relación co punto polémico do texto, e na primeira parte da mesma incorpora correctamente a idea de velocidade límite. Discutir a fondo a segunda parte implicaría utilizar a Teoría da Relatividade Xeral, o cal está fora do alcance deste traballo.

Débese a que o número de galaxias é infinito porque forman unha parábola. E estarán actualmente a unha distancia de nós de 15 GaL pola dilatación temporal (alumna X, primeira parte do item)

Sí, o Universo é finito, pero o número de galaxias non. O universo ten un límite que coincide coa velocidade da luz pero o número de galaxias é infinito porque forma unha parábola e nunca chegará a tocar o límite do universo polo tanto terá infinitas. (alumna X, segunda parte do item)

Coa salvedade de que denomina *parábola* á liña hiperbólica da figura que acompaña o texto, a alumna X razoa de xeito coherente sobre a estrutura e evolución do Universo de acordo co modelo do Big Bang e utilizando conceptos relativistas explícitos (velocidade da luz como límite, dilatación temporal) ou implícitos (contracción espacial e dilatación temporal como responsables da forma hiperbólica da figura).

C7.4. RESULTADOS DA FASE DE RETENCIÓN

A partir do esquema de pensamento de Einstein descrito no apartado C2.1.4 do capítulo 2 (diagrama 2.2), analizaranse os resultados obtidos na proba de retención. Para iso, incorporamos no esquema unhas letras identificadoras de cada relación. Pódense observar no diagrama 4.1 (Capítulo 4, apartado C4.4), e vannos servir para establecer en primeiro lugar qué relacións foron activadas por cada alumno nas diversas probas realizadas. Posteriormente, agruparemos as relacións afins para reducir os datos e poder establecer niveis e subniveis, e finalmente presentaremos os esquemas representativos de cada subnivel. O xeito de traballo será semellante ao seguido na redución dos datos das fases inicial (Capítulo 4, apartado C4.4) e final (Capítulo 6, apartado C6.4).

Cada relación do esquema ven indicada mediante unha letra rodeada dun circuliño. A ordenación das mesmas está feita en primeiro lugar pola situación no esquema, que indica as diversas fases na evolución da análise realizada, e en cada fase pola magnitud física implicada, seguindo a seguinte secuencia que será mantida ao longo de todo o traballo: tempo, lonxitude, velocidad e masa. Esta secuencia indica tamén unha maior orde de dificultade das ideas relativistas correspondentes.

C7.4.1. Dimensionado das probas de retención

Na Táboa 7.1 preséntase o conxunto de relacións do esquema de Einstein que poderían ser activadas na realización das probas desta fase de caracterización final.

Esta táboa ten características similares ás das táboas 4.1 do capítulo 4, 5.1 do capítulo 5 e 6.5 do capítulo 6. Na columna da esquerda preséntanse as relacións, identificadas por letras minúsculas. Na seguinte columna se incorpora unha expresión abreviada de cada relación. Na fila superior preséntanse as nove actividades xunto cos seus items, na orde na que foron realizadas. A columna da dereita incorpora as frecuencias de activación posibles para cada relación ao longo das actividades (letra f), e na fila inferior represéntase mediante a letra grega Σ o número de relacións que poderían ser activadas nun determinado ítem.

R	Relacións / Probas	Proba 1	Proba 2	Proba 3	Proba 4	Proba 5	Proba 6	Proba 7	Proba 8	Proba 9	f										
	items	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	c	a	b	a	b					
a	Mich.: c non varía → resultado nulo	x								x							2				
b	Explic. do result. de Mich: Tr de Lorentz	x								x							2				
c	Tr Lorentz: cadrado → rombo incl. 45º		x	x		x	x	x		x		x			x		8				
d	Tr. de Lz: a altura do lateral aumenta			x		x	x										3				
e	Tr. de Lz: a anchura (e) é menor				x							x					2				
f	Máx. Incl. na tr. de Lz: liña diagonal							x						x	x		3				
g	Tr. de Lz.: cdm vai cara á masa con Ec												x	x			2				
h	$t' > t$			x	x			x									3				
i	$e' < e$				x	x					x	x	x				5				
k	Tr. Lz: a base élvase ao sumar a veloc. relat.							x	x						x		3				
l	Choque asim. (S'): Ec despraza o cdm												x	x			2				
m	Dilatación temporal		x	x		x									x		4				
n	Contracción espacial			x	x	x				x	x	x		x	x		8				
o	Veloc. da luz: límite de veloc.						x	x	x					x	x		5				
p	Equivalecia entre masa e enerxía												x	x			2				
r	Comprob. da dilat. “t”: muóns atmosf.		x			x											2				
s	Comprob. da contr. “e”: Fza de Lorentz				x												1				
t	Comprob. da v lím.: aceleradores							x									1				
u	Comprob. da equiv m/E: E nuclear												x	x			2				
v	Dilat “t”: explica paradoxo dos xemelgos			x													1				
x	Contrace. “e”: explic o magnetismo					x											1				
y	V lím.: explica a xeometría do Big Bang													x	x		2				
z	Equiv. m/E: explica a creación de partícias.												x	x			2				
	Σ	2	1	4	4	4	4	4	3	3	4	3	1	2	2	4	5	5	4	7	66

Táboa 7.1 items das probas de retención nos que se poden activar as relacións do esquema de pensamento Einstein.

No corpo da táboa indícase mediante unha (x) o feito de que unha determinada relación poida ser activada nun certo item dunha das actividades desta fase de retención.

Podemos comprobar en dita táboa cómo se efectúa un dimensionado dos resultados mediante o esquema de pensamento e as relacións que contén. Deste xeito, os resultados obtidos nas diversas probas de retención, que son dependentes do contexto, acadan un grao de abstracción do mesmo que permite facer comparacións cos resultados obtidos en probas diferentes.

A inspección visual da táboa 6.1 revela unha distribución uniforme das x ao longo da mesma, indicando a posibilidade de activar relacións variadas nas diversas actividades. A distribución intensíficase algo na parte central e rarifícase algo na parte inferior da táboa (o cal pódese comprobar tamén analizando os valores da columna f da dereita). Este feito explícarse pola importancia relativa das relacións correspondentes dende o punto de vista da nosa proposta didáctica de iniciación cualitativa visual á RE: na parte central sitúanse as relacións fundamentais, nas cales se expresan os fenómenos relativistas asociados ás magnitudes físicas (tempo, espazo, velocidade e masa.enerxía, por esta orde), e na parte inferior sitúanse as consecuencias e comprobacións reais das mesmas.

A inspección da fila inferior revélanos a capacidade potencial de cada actividade para activar un certo número de relacións. Pódese comprobar que o número oscila entre unha sóa relación (items b das probas 1 e 2) e as 7 relacións potencialmente activables no item b da proba 9.

A continuación, nas táboas 7.2 a 7.10 procédese a identificar as relacións activadas polo conxunto do alumnado nos diversos items das probas realizadas.

En cada unha das táboas, identifícase a primeira columna coa letra *r* para indicar as relacións (que seguen a mesma notación indicada anteriormente), as cales se explicitan na segunda columna mediante unha frase resumida. As restantes columnas corresponden coas letras de cada alumno que realizou dita proba (o alumno M causou baixa nesta fase de retención, polo que só aparecen 23 alumnos en total)

Na táboa 7.2 preséntase o conxunto de relacións activadas polo alumnado na realización da proba 1 de retención, referida á conservación da velocidade da luz. Do montante global de 276 posibilidades (12 relacións activables e 23 alumnos), pódese comprobar na esquina inferior dereita que se conseguiron activar 44, o que significa un 16% do total potencialmente posible.

Na táboa 7.2 pódese comprobar que o alumno F destaca pola cantidade de relacións activadas (prcticamente a totalidade das posibles), en contraste cos alumnos A, E, I, K, N, O, P, S, T, W, Z que non foron quen de activar ningunha relación aceptable.

Nesta proba 1 produciuse tamén unha considerable activación de ideas alternativas (ata un total de 7) por parte de 10 alumnos.

r		A	B	C	D	E	F	G	H	I	K	L	N	O	P	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	f	
a	Result. nulo Mich.: c cte.		x	x	x		x					x													5	
b	Explic. result. Mich.: Tr Lz		x		x	x	x	x				x								x					7	
c	Tr. Lz: cadrado → rombo incl. 45º			x	x		x		x			x									x				6	
d	Tr. de Lz: altura lateral aumenta						x																			1
e	Tr. de Lz: a anchura (e) é menor							x																		1
f	Máx. Incl. na tr. de Lz: liña diagonal		x				x																			2
h	t' > t						x																			1
i	e' < e					x																				1
k	Tr. Lz: a base elévase ao sumar a v		x			x																				2
m	Dilatación temporal					x				x			x		x		x	x		x					6	
n	Contracción espacial					x				x			x		x		x	x		x					6	
o	Veloc. da luz: límite de veloc.		x	x	x	x					x									x					6	
	Σ	0	2	5	4	0	12	2	2	0	0	6	0	0	0	2	0	0	2	2	0	3	2	0	44	

Táboa 7.2: Relacións activadas polo alumnado na proba 1 de retención

Dous grupos de relacións destacan por resultaren activadas en maior proporción que as restantes: As relacións correspondentes coa interpretación do experimento de Michelson (parte superior da táboa) e as que implican que o alumno coñece a existencia dun determinado fenómeno relativista (parte inferior da táboa 7.1)

Na táboa 7.3 preséntase o conxunto de relacións activadas polo alumnado na realización da proba 2 de retención, referida ao fenómeno relativista da dilatación temporal. Do montante global de 184 posibilidades (8 relacións activables e 23 alumnos), pódese comprobar na esquina inferior dereita que se conseguiron activar 22, o que significa un 12% do total potencialmente posible.

Os alumnos B, D, F e L conseguiron activar a metade das relacións posibles na proba 2 (Táboa 7.3), mentres que para a práctica totalidade dos demais alumnos non lles foi posible activar ningunha relación aceptable. Os alumnos D e F tamén activaron ideas alternativas, igual que o alumno R. As relacións d, h, m foron as que acadaron un maior grao de activación (foron activadas por 5 alumnos da mostra), mentres que as relacións a, o, r, v tan só conseguiron ser activadas por un alumno da mostra.

r		A	B	C	D	E	F	G	H	I	K	L	N	O	P	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	f
a	Result. nulo Mich: c cte						x																		1
c	Tr. Lz: cadrado → rombo incl 45°		x	x								x													3
d	Tr. de Lz: altura lateral aumenta		x	x	x	x					x														5
h	t' > t		x	x	x	x					x														5
m	Dilatación temporal		x	x	x	x					x														5
o	Veloc. da luz: límite de veloc.					x																			1
r	Comprob. Dilat. “t”: muóns atmosf.				x																				1
v	Dilat. “t”: explica parad. xemelgos										x														1
	Σ	0	4	0	5	0	5	3	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	22

Táboa 7.3: Relacións activadas polo alumnado na proba 2 de retención

Na táboa 7.4 preséntase o conxunto de relacións activadas polo alumnado na realización da proba 3 de retención. Do montante global de 207 posibilidades (9 relacións activables e 23 alumnos), pódese comprobar na esquina inferior dereita que se conseguiron activar 14, o que significa un 7% do total potencialmente posible.

r		A	B	C	D	E	F	G	H	I	K	L	N	O	P	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	f
a	Result. nulo Mich: c cte						x																		1
c	Tr. Lz: cadrado → rombo incl. 45°				x	x					x														3
e	Tr. de Lz: a anchura (e) é menor				x	x																			2
i	e' < e				x																				1
k	Tr. Lz: a base elévase ao sumar a v						x																		1
m	Dilatación temporal						x																		1
n	Contracción espacial				x	x					x			x											4
s	Comprob. Contr. “e”: Fza. de Lorentz										x														1
x	Contracc. “e”: explica magnetismo																								0
	Σ	0	0	0	4	0	6	0	0	0	0	3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	14

Táboa 7.4: Relacións activadas polo alumnado na proba 3 de retención

Pódese observar que o alumno F, novamente, destaca pola cantidade de relacións activadas, aínda que tamén foi o único que activou unha idea alternativa. Coa excepción dos alumnos D e L (e, en

menor medida, R) o resto do alumnado da mostra non foi quen de activar nin unha soa das relacións posibles nesta proba 3.

Na táboa 7.5 preséntase o conxunto de relacións activadas polo alumnado na realización da proba 4 de retención. Do montante global de 138 posibilidades (6 relacións activables e 23 alumnos), pódese comprobar na esquina inferior dereita que se conseguiron activar 33, o que significa un 24% do total potencialmente posible.

r		A	B	C	D	E	F	G	H	I	K	L	N	O	P	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	f
c	Tr. Lz: cadrado → rombo incl. 45º				x	x	x				x										x			5	
d	Tr. de Lz: altura lateral aumenta				x	x	x																	3	
h	t' > t				x	x	x																	3	
m	Dilatación temporal				x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x			x			10		
n	Contracción espacial									x		x			x		x			x				3	
r	Comprob. dilat. “t”: muóns atmosf.				x		x			x	x	x	x	x	x	x	x	x	0	0	0	0	x	9	
	Σ	0	0	0	5	0	4	5	0	1	3	3	0	3	0	2	2	2	0	0	0	3	0	0	33

Táboa 7.5: Relacións activadas polo alumnado na proba 4 de retención

Podemos comprobar novamente como o alumno F (e, en menor medida, os alumnos D e G) consegue activar praticamente a totalidade das relacións posibles. Neste caso, a diferenza dos anteriores, houbo unha fracción significativa de alumnado (K,L,O,S,T,X) que obtiveron resultados intermedios (activando 2 ou 3 relacións das 6 posibles). Como feito curioso, tamén resultou ser este grupo de alumnos (G,K,L,O,S,T,X) os que produciron a maior parte das ideas alternativas nesta proba.

O coñecemento da existencia do fenómeno relativista da dilatación temporal (letra m) foi con diferenza a relación activada en maior grao nesta proba.

Na táboa 7.6 preséntase o conxunto de relacións activadas polo alumnado na realización da proba 5 de retención. Do montante global de 184 posibilidades (8 relacións activables e 23 alumnos), pódese comprobar na esquina inferior dereita que se conseguiron activar 53, o que significa un 29% do total potencialmente posible.

Pódese comprobar tamén que para unha fracción considerable do alumnado (9 alumnos, o 40% dun total de 23), foi posible activar a metade ou máis das relacións aceptables, destacando neste caso o alumno H con 7 relacións activadas das 8 posibles. 8 alumnos non foron quen de activar ningunha destas relacións.

r		A	B	C	D	E	F	G	H	I	K	L	N	O	P	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	f	
c	Tr. Lz: cadrado → rombo incl. 45°			x	x		x	x	x						x			x							7	
d	Tr. de Lz: altura lateral aumenta																		x							1
f	Máx. Incl. na tr. de Lz: liña diagonal			x	x		x	x	x			x		x		x			x						9	
k	Tr. Lz: a base élvase ao sumar a v			x	x		x	x	x		x		x												7	
m	Dilatación temporal								x																	1
n	Contracción espacial								x																	1
o	Veloc. da luz: límite de veloc.	x		x	x		x	x	x	x		x		x		x		x	x		x	x			14	
t	Comprob. da "v lím": aceleradores	x	x	x	x		x	x	x			x		x		x		x	x		x				13	
	Σ	2	1	5	5	0	5	5	7	1	0	4	0	4	0	4	0	2	5	0	1	2	0	0	53	

Táboa 7.6: Relacións activadas polo alumnado na proba 5 de retención

Na táboa 7.7 preséntase o conxunto de relacións activadas polo alumnado na realización da proba 6 de retención. Do montante global de 92 posibilidades (4 relacións activables e 23 alumnos), pódese comprobar na esquina inferior dereita que se conseguiron activar 13, o que significa un 28% do total potencialmente posible.

r		A	B	C	D	E	F	G	H	I	K	L	N	O	P	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	f	
a	Result. nulo Mich.: c cte.		x		x		x			x		x													5	
b	Explic. result. Mich.: Tr. Lz																								0	
c	Tr. Lz: cadrado → rombo incl. 45°	x	x				x			x		x											x		6	
o	Veloc. da luz: límite de veloc.	x	x																							2
	Σ	2	3	0	1	0	2	0	0	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	13	

Táboa 7.7: Relacións activadas polo alumnado na proba 6 de retención

Podemos comprobar que para 5 alumnos (A, B, F, I, L) foi posible activar a metade das relacións, mentres que para 16 alumnos non foi posible activar ningunha delas.

Na táboa 7.8 preséntase o conxunto de relacións activadas polo alumnado na realización da proba 7 de retención. Do montante global de 92 posibilidades (4 relacións activables e 23 alumnos), pódese comprobar na esquina inferior dereita que se conseguiron activar 26, o que significa un 28% do total potencialmente posible.

r		A	B	C	D	E	F	G	H	I	K	L	N	O	P	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	f
c	Tr. Lz: cadrado → rombo incl. 45°		x	x	x		x	x			x				x						x			8	
e	Tr. de Lz: a anchura (e) é menor		x		x		x	x			x				x		x							6	
i	e' < e		x		x		x				x													4	
n	Contracción espacial		x	x	x		x	x			x										x	x		8	
	Σ	0	4	2	4	0	4	3	0	0	0	4	0	0	0	2	0	0	0	0	1	2	0	0	26

Táboa 7.8: Relacións activadas polo alumnado na proba 7 de retención

Obsérvase novamente que 8 alumnos (B, C, D, F, G, L, R, X, un terzo do total) foron quen de activar polo menos a metade das relacións posibles, mentres que 14 alumnos non deron activado ningunha.

Na táboa 7.9 preséntase o conxunto de relacións activadas polo alumnado na realización da proba 8 de retención. Do montante global de 138 posibilidades (6 relacións activables e 23 alumnos), pódese comprobar na esquina inferior dereita que se conseguiron activar 11, o que significa un 8% do total potencialmente posible.

r		A	B	C	D	E	F	G	H	I	K	L	N	O	P	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	f
c	Tr. Lz: cadrado → rombo incl. 45°						x																		1
g	Tr. Lz: cdm vai cara á masa con Ec						x																		1
l	Choque asim. (S'): Ec despr. o cdm	x					x				x														3
p	Equivalencia entre masa e enerxía	x			x	x					x				x					x					6
u	Comprob. da equiv. m/E: E nuclear																								0
z	Equiv. m/E: explica creac. de partíc.																								0
	Σ	2	0	0	1	0	4	0	0	0	0	2	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	11	

Táboa 7.9: Relacións activadas polo alumnado na proba 8 de retención

Tan só o alumno F foi quen de activar a metade das relacións posibles na proba 8, mentres que para 17 alumnos (as tres cuartas partes da mostra) foi imposible activar ningunha das relacións aceptables. Isto dá idea dunha seria dificultade relativa desta proba en comparación coas demás, o cal resulta lóxico ao ter en conta que se trata dun dos conceptos más complexos da RE, o da equivalencia entre masa e enerxía.

Na táboa 7.10 preséntase o conxunto de relacións activadas polo alumnado na realización da proba 9 de retención.

r		A	B	C	D	E	F	G	H	I	K	L	N	O	P	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	f
c	Tr. Lz: cadrado → rombo incl. 45º																								0
f	Máx. incl. na tr. de Lz: liña diagonal																				x				1
k	Tr. Lz: a base élavase ao sumar a v																				x				1
m	Dilatación temporal																			x					1
n	Contracción espacial																								0
o	Veloc., da luz: límite de veloc.		x		x															x					3
y	V lím.: explica xeometría Big Bang		x		x															x					3
	Σ	0	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	9

Táboa 7.10: Relacións activadas polo alumnado na proba 9 de retención

Do montante global de 161 posibilidades (9 relacións activables e 23 alumnos), pódese comprobar na esquina inferior dereita que se conseguiron activar 9, o que significa un 6% do total potencialmente posible. Do mesmo xeito que a anterior, a proba 9 de retención, referida á xeometría do Universo en expansión ou Big Bang, ofreceu uns resultados moi inferiores aos das demáis probas. Cómpre destacar o feito de que a alumna X conseguiu activar nesta proba case a totalidade das relacións posibles.

Consideracións xerais sobre o conxunto das probas de retención

Unha primeira comparación entre os resultados globais das nove probas realizadas (baseada nas porcentaxes de activación polo conxunto da mostra das relacións potencialmente posibles), revela que as probas 5, 6 e 7 foron as máis frutíferas, cun índice de activacións achegado ao 30%, mentres que no outro extremo sitúanse as probas 3, 8 e 9, nas que o alumnado non conseguiu chegar a activar o 10% das relacións posibles. Unha posible explicación radica no feito de que as probas 5, 6 e 7 presentan actividades que poden gardar certa relación coa experiencia inmediata ou suscitar o interese do alumnado (aceleradores de partículas, naves espaciais, variñas en movemento), mentres que as probas 3, 8 e 9 non o fan na mesma medida (a proba 3 fala do espazo en abstracto, a proba 8 da enerxía nuclear e a 9 da cosmoloxía do Big Bang, que constitúen conceptos moito más afastados da experiencia e intereses do alumnado nestas idades).

En relación co recurso ás gráficas espazotemporais para xustificar as ideas, destaca o alumno F, quen produciu gráficas correctas nun total de 7 das 9 probas de retención, seguido dos alumnos D e

L (gráficas correctas en 5 probas), B e R (en 3 probas), C, G, H e X (en 2 probas) e A, O, T e U (que trazaron gráficas correctas nunha das probas de retención). O conxunto de alumnos que acudiu nalgunha das probas á realización dunha gráfica correcta para xustificar as súas ideas ascende a 13, é dicir, máis da metade dos 23 alumnos que realizaron as probas de retención. Tendo en conta as características xeométrico-visuais da proposta didáctica obxecto da presente investigación, así como o transcurso de máis dun ano entre a finalización da instrución e a realización das probas de retención, consideramos que este resultado indica un interesante grao de significatividade da metodoloxía gráfica utilizada.

Dimensionado da fase de retención: Relacións activadas

Na táboa 7.11 recóllense as relacións activadas polo alumnado ao longo das diversas probas da fase de retención.

A estrutura desta táboa é moi similar á das táboas 4.5 e 6.8 dos capítulos 4 e 6, respectivamente. Ao igual que naquelas, as columnas dos alumnos están ordenadas de acordo ao número de relacións activadas, en secuencia descendente.

Na columna da esquerda aparecen recollidas as relacións do esquema de Einstein, ordeadas alfabeticamente. Esta orde corresponde cun descenso ao longo do esquema, é dicir, unha progresión dende a xeometría ata a física. Na columna ao seu lado aparece un breve resumo descriptivo de cada relación. Na fila superior figuran os alumnos da mostra, identificados por letras maiúsculas. Na columna da dereita indícase mediante a letra f a frecuencia de activación de cada relación ao longo de todas as probas de caracterización inicial, e na fila inferior preéntanse as sumas de todas as relacións que foron activadas por cada alumno.

A táboa 7.11 recolle dun xeito conxunto os resultados das táboas 7.2, 7.3, 7.4, 7.5, 7.6, 7.7, 7.8, 7.9 e 7.10, coa diferenza de que na fila superior se presentan os alumnos ordenados polo número de relacións activadas na fase de caracterización final, en orde descendente. Xa que logo, a distribución da nube de x tornase más compacta do lado esquierdo da táboa (onde están colocados os alumnos con maior número de relacións activadas) e vaise clarificando a medida que imos cara a dereita, polo descenso no número de activacións. Na esquina inferior dereita pódese verificar que o total de relacións do esquema de Einstein activadas nas probas de retención (153) representa un 28% do total, o que indica un resultado de conxunto aceptable, se compararmos co 3% obtido nas probas de caracterización inicial (táboa 4.5), e incluso co 50 % obtido nas probas de caracterización final (táboa 6.8), se temos en conta o transcurso de máis dun ano entre as dúas. aínda que a heteroxeneidade da mostra reflíctese na disparidade entre os extremos da táboa (alumnos D e E, que activan o 70 % das relacións e ningunha, respectivamente).

Ao igual que na táboa 6.8, as relacións centrais resultan ser de novo as más activadas, resultado deseable xa que nelas recóllese o fundamental da nosa intención educativa. Aparece unha diferenza a este respecto, xa que a relación *p* non consegue o mesmo grao de activación que as outras tres (*m*, *n*, *o*), tal vez debido ao seu maior grao de dificultade conceptual.

r	Relacións / Alumnos	D	L	F	G	B	X	C	H	R	O	U	A	E	I	K	T	P	S	V	W	Y	Z	N	f
a	Mich.: c non varía → resultado nulo	x	x	x		x		x					x	x											7
b	Explic. do result. de Mich: Tr de Lorentz	x	x	x	x	x	x	x		x															7
c	Tr Lorentz: cadrado → rombo incl. 45º	x	x	x	x	x	x	x	x				x	x	x		x					x		13	
d	Tr. de Lz: a altura do lateral aumenta	x		x	x																				3
e	Tr. de Lz: a anchura (e) é menor	x	x	x	x	x		x		x				x											8
f	Máx. Incl. na tr. de Lz: liña diagonal	x	x	x	x		x	x	x	x	x	x													10
g	Tr. de Lz.: cdm vai cara á masa con Ec																								0
h	$t' > t$	x	x	x	x	x																			5
i	$e' < e$	x	x	x		x		x																	5
k	Tr. Lz: a base elévase ao sumar a veloc. relat.	x	x	x	x		x	x	x		x			x											9
l	Choque asim. (S'): Ec despraza o cdm		x	x									x												3
m	Dilatación temporal	x	x	x	x	x	x		x	x	x	x	x	x	x		x	x	x	x	x	x		16	
n	Contracción espacial	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x		18	
o	Veloc. da luz: límite de veloc.	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x				15	
p	Equivalencia entre masa e enerxía	x	x	x			x			x			x												6
r	Comprob. da dilat. “t”: muóns atmosf.	x	x		x		x			x	x				x	x	x	x							10
s	Comprob. da contr. “e” Fza de Lorentz													x											1
t	Comprob. da v lím.: aceleradores	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x						13	
u	Comprob. da equiv m/E : E nuclear																								0
v	Dilat “t”: explica paradoxo dos xemelgos		x																						1
x	Contracc. “e”: explica o magnetismo																								0
y	V lím.: explica a xeometría do Big Bang	x				x	x																		3
z	Equiv. m/E : explica a creación de partíc.																								0
	Número de relacións activadas por cada alumno	16	16	15	12	11	11	9	8	8	7	6	5	5	5	4	4	2	2	2	2	2	1	0	153

Táboa 7.11: Dimensionado da proba de retención por relacións

C7.4.2. Transformación dos datos: Establecemento de niveis

A continuación, procédese a un proceso secuenciado de redución destes datos até poder caracterizar os diversos niveis de pensamento mediante os correspondentes esquemas. Esta secuencia de redución foi tamén seguida nos outros capítulos (C4.4.2 e C6.4.2), o que permitirá dotar dun certo grao de obxectividade aos resultados obtidos, reflexados na Táboa 7.12.

<table border="1"> <tr><td>b</td><td>c</td><td>a</td><td>!</td></tr> <tr><td>d</td><td>e</td><td>f</td><td>g</td></tr> <tr><td>h</td><td>i</td><td>k</td><td>l</td></tr> <tr><td>m</td><td>n</td><td>o</td><td>p</td></tr> <tr><td>r</td><td>s</td><td>t</td><td>u</td></tr> <tr><td>v</td><td>x</td><td>y</td><td>z</td></tr> </table>	b	c	a	!	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p	r	s	t	u	v	x	y	z	<table border="1"> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td>D</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td></td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>x</td><td></td></tr> </table>	x	x	x	D	x	x	x		x	x	x		x	x	x	x	x	x	x	x	x		x				x		<table border="1"> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td>L</td></tr> <tr><td></td><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td></td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>x</td><td></td></tr> </table>	x	x	x	L		x	x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x		x				x		<table border="1"> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td>F</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	x	x	x	F	x	x	x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x			x						<table border="1"> <tr><td>x</td><td>x</td><td></td><td>G</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td></td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td></td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	x	x		G	x	x	x		x		x		x	x	x		x		x																																					
b	c	a	!																																																																																																																																																																									
d	e	f	g																																																																																																																																																																									
h	i	k	l																																																																																																																																																																									
m	n	o	p																																																																																																																																																																									
r	s	t	u																																																																																																																																																																									
v	x	y	z																																																																																																																																																																									
x	x	x	D																																																																																																																																																																									
x	x	x																																																																																																																																																																										
x	x	x																																																																																																																																																																										
x	x	x	x																																																																																																																																																																									
x	x	x	x																																																																																																																																																																									
x		x																																																																																																																																																																										
		x																																																																																																																																																																										
x	x	x	L																																																																																																																																																																									
	x	x																																																																																																																																																																										
x	x	x	x																																																																																																																																																																									
x	x	x	x																																																																																																																																																																									
x	x	x	x																																																																																																																																																																									
x	x	x	x																																																																																																																																																																									
x		x																																																																																																																																																																										
		x																																																																																																																																																																										
x	x	x	F																																																																																																																																																																									
x	x	x																																																																																																																																																																										
x	x	x	x																																																																																																																																																																									
x	x	x	x																																																																																																																																																																									
x	x	x	x																																																																																																																																																																									
		x																																																																																																																																																																										
x	x		G																																																																																																																																																																									
x	x	x																																																																																																																																																																										
x		x																																																																																																																																																																										
x	x	x																																																																																																																																																																										
x		x																																																																																																																																																																										
<table border="1"> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td>B</td></tr> <tr><td></td><td>x</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>x</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>x</td><td></td></tr> </table>	x	x	x	B		x			x	x			x	x	x				x			x					x		<table border="1"> <tr><td>x</td><td>x</td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> </table>	x	x		X			x				x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	<table border="1"> <tr><td></td><td>x</td><td>x</td><td>C</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> </table>		x	x	C			x			x	x			x	x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	<table border="1"> <tr><td>x</td><td>x</td><td></td><td>H</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> </table>	x	x		H			x				x		x	x	x		x	x	x		x	x	x		x	x	x		x	x	x		x	x	x		<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td></td><td>R</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> </table>				R			x	x									x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
x	x	x	B																																																																																																																																																																									
	x																																																																																																																																																																											
x	x																																																																																																																																																																											
x	x	x																																																																																																																																																																										
		x																																																																																																																																																																										
	x																																																																																																																																																																											
		x																																																																																																																																																																										
x	x		X																																																																																																																																																																									
		x																																																																																																																																																																										
		x																																																																																																																																																																										
x	x	x	x																																																																																																																																																																									
x	x	x	x																																																																																																																																																																									
x	x	x	x																																																																																																																																																																									
x	x	x	x																																																																																																																																																																									
x	x	x	x																																																																																																																																																																									
	x	x	C																																																																																																																																																																									
		x																																																																																																																																																																										
	x	x																																																																																																																																																																										
	x	x																																																																																																																																																																										
x	x	x	x																																																																																																																																																																									
x	x	x	x																																																																																																																																																																									
x	x	x	x																																																																																																																																																																									
x	x	x	x																																																																																																																																																																									
x	x	x	x																																																																																																																																																																									
x	x		H																																																																																																																																																																									
		x																																																																																																																																																																										
		x																																																																																																																																																																										
x	x	x																																																																																																																																																																										
x	x	x																																																																																																																																																																										
x	x	x																																																																																																																																																																										
x	x	x																																																																																																																																																																										
x	x	x																																																																																																																																																																										
x	x	x																																																																																																																																																																										
			R																																																																																																																																																																									
		x	x																																																																																																																																																																									
x	x	x	x																																																																																																																																																																									
x	x	x	x																																																																																																																																																																									
x	x	x	x																																																																																																																																																																									
x	x	x	x																																																																																																																																																																									
x	x	x	x																																																																																																																																																																									
<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>O</td></tr> <tr><td></td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table>			O		x			x		x	x	x	x	x	x	x	x	x				<table border="1"> <tr><td></td><td>x</td><td></td><td>U</td></tr> <tr><td></td><td>x</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> </table>		x		U		x							x	x	x		x	x	x		x	x	x		x	x	x		x	x	x		<table border="1"> <tr><td>x</td><td></td><td>A</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>x</td></tr> <tr><td></td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td></td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td></td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> </table>	x		A						x		x	x		x	x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	<table border="1"> <tr><td></td><td>x</td><td></td><td>E</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>x</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td></td><td></td></tr> </table>		x		E			x			x			x	x			x	x			x	x			x	x			x	x			<table border="1"> <tr><td></td><td>x</td><td>x</td><td>I</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> </table>		x	x	I									x	x	x		x	x	x		x	x	x		x	x	x		x	x	x																									
		O																																																																																																																																																																										
	x																																																																																																																																																																											
	x																																																																																																																																																																											
x	x	x																																																																																																																																																																										
x	x	x																																																																																																																																																																										
x	x	x																																																																																																																																																																										
	x		U																																																																																																																																																																									
	x																																																																																																																																																																											
x	x	x																																																																																																																																																																										
x	x	x																																																																																																																																																																										
x	x	x																																																																																																																																																																										
x	x	x																																																																																																																																																																										
x	x	x																																																																																																																																																																										
x		A																																																																																																																																																																										
		x																																																																																																																																																																										
	x	x																																																																																																																																																																										
	x	x																																																																																																																																																																										
	x	x																																																																																																																																																																										
x	x	x																																																																																																																																																																										
x	x	x																																																																																																																																																																										
x	x	x																																																																																																																																																																										
	x		E																																																																																																																																																																									
		x																																																																																																																																																																										
	x																																																																																																																																																																											
x	x																																																																																																																																																																											
x	x																																																																																																																																																																											
x	x																																																																																																																																																																											
x	x																																																																																																																																																																											
x	x																																																																																																																																																																											
	x	x	I																																																																																																																																																																									
x	x	x																																																																																																																																																																										
x	x	x																																																																																																																																																																										
x	x	x																																																																																																																																																																										
x	x	x																																																																																																																																																																										
x	x	x																																																																																																																																																																										
<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>K</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table>			K							x	x		x	x		x	x					<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>T</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> </table>			T							x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	<table border="1"> <tr><td>x</td><td></td><td>P</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr> </table>	x		P					x			x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>S</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td></td><td></td></tr> </table>			S				x			x			x			x			x			x			<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>V</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td><td></td></tr> </table>			V							x	x		x	x		x	x		x	x		x	x																																																				
		K																																																																																																																																																																										
x	x																																																																																																																																																																											
x	x																																																																																																																																																																											
x	x																																																																																																																																																																											
		T																																																																																																																																																																										
x	x	x																																																																																																																																																																										
x	x	x																																																																																																																																																																										
x	x	x																																																																																																																																																																										
x	x	x																																																																																																																																																																										
x	x	x																																																																																																																																																																										
x		P																																																																																																																																																																										
	x																																																																																																																																																																											
	x																																																																																																																																																																											
x	x	x																																																																																																																																																																										
x	x	x																																																																																																																																																																										
x	x	x																																																																																																																																																																										
x	x	x																																																																																																																																																																										
		S																																																																																																																																																																										
x																																																																																																																																																																												
x																																																																																																																																																																												
x																																																																																																																																																																												
x																																																																																																																																																																												
x																																																																																																																																																																												
x																																																																																																																																																																												
		V																																																																																																																																																																										
x	x																																																																																																																																																																											
x	x																																																																																																																																																																											
x	x																																																																																																																																																																											
x	x																																																																																																																																																																											
x	x																																																																																																																																																																											

Táboa 7.12: Relacións individualizadas, fase de retención

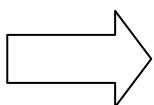
En primeiro lugar, na Táboa 7.12 encádranse na taboíña superior esquerda as relacións activadas polos alumnos de acordo coa posición gráfica que ocupan no esquema de referencia Einstein (diagrama 4.1).

As relacións activadas na fase de retención recóllese en taboíñas individuais que se presentan todas xuntas. No vértice superior dereito de cada taboíña (!) indícase o alumno mediante a letra correspondente.

Os pasos seguidos para a redución dos datos neste apartado corresponden exactamente cos mesmos pasos seguidos no apartado C4.4.2 do capítulo 4, dedicado á fase de caracterización inicial, e no apartado C6.4.2 do capítulo 6, dedicado á fase de caracterización final. Deste xeito, procuramos evitar a introdución de vieses debidos a utilizar diferentes criterios na redución dos datos nas diferentes fases de caracterización (inicial, final e retención).

A continuación, procédese a identificar os grupos de relacións máis significativos, agrupando entre si aquelas relacións que teñen características semellantes. Pódese ver nas seguintes táboas cómo se fixo:

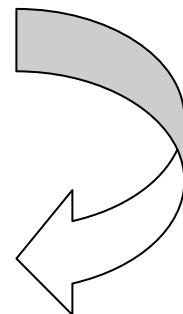
b	c	a	👤
d	e	f	g
h	i	k	l
m	n	o	p
r	s	t	u
v	x	y	z



		👤
b, c, d, e, h, i	a, f, k	g, l
m, n	o	p
r, s, v, x	t, y	u, z

Táboa 7.14

Táboa 7.13



		👤 : ALUMNO/A
Visualización do espazo e o tempo na transformación de Lorentz	Visualización da velocidad na transformación de Lorentz	Visualización da masa e enerxía na transformación de Lorentz
Efectos relativistas sobre o espazo e o tempo	Efectos relativistas sobre a velocidad	Efectos relativistas sobre a masa e a enerxía
Consecuencia dos efectos relativistas sobre o espazo e o tempo	Consecuencia dos efectos relativistas sobre a velocidad	Consecuencia dos efectos relativistas sobre a masa e a enerxía

Táboa 7.15

A partir das 23 relacións do esquema (Táboa 7.13), agrúpanse os resultados dos alumnos por grupos de relacións (Táboa 7.14) e obtemos unha táboa 3x3 na que se recollen os 9 grupos de relacións ordenados do seguinte xeito (Táboa 7.15):

Por *columnas*: espazo e tempo – velocidad – masa e enerxía

Por *filas*: Transformación de Lorentz – Efectos relativistas – Consecuencias

Podemos agora presentar, igual que antes, os resultados de cada alumno, en taboíñas ordenadas como foi indicado. Ao igual que se fixo no capítulo 6 en relación cos datos da caracterización final, considerouse activado un grupo de relacións cando se activou polo menos a metade das relacións do mesmo.

A táboa xeral resultante é a seguinte (Táboa 7.16):

	D	L	F	G
	X X	X X X	X X X	X X
	X X X	X X X	X X X	X X
	X	X X	X	X
B		C	H	R
X		X	X	
X X	X X X	X X	X X	X X X
X	X	X	X	X
O	U	A	E	I
X		X	X	
X X	X X	X X	X X	X X
X	X	X		
K	T	P	S	V
X		X	X	X
X	X X	X		
X	X			
W	Y	Z	N	
X X	X X			
X X	X X			
X X				

Táboa 7.16: Grupos de relacóns activadas na proba de retención

Na táboa 7.16 preséntase o conxunto das taboíñas 3x3 para cada alumno, aas cales están colocadas de acordo ao número decrecente de grupos de relacións activadas A continuación, procédese a agrupar estas taboíñas de acordo a 5 niveis, en función do número de grupos de relacións activadas. O criterio seguido é de novo idéntico aos dos capítulos 4 e 6, deste xeito podemos contrastar os resultados das probas de retención :cos obtidos en primeiro lugar nas probas de caracterización inicial, e posteriormente nas probas de caracterización final .

Nivel 5: Activáronse de 8 a 9 grupos de relaciones

Nivel 4: Activáronse de 6 a 7 grupos de relaciones

Nivel 3: Activáronse de 4 a 5 grupos de relaciones

Nivel 2: Activáronse de 2 a 3 grupos de relaciones

Nivel 1: Activáronse de 0 a 1 grupos de relaciones

O resultado recóllese na Táboa 7.17, agrupando as taboíñas individuais en niveis.

N	a			b																																																																								
5	<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>L</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td></td></tr> </table>					L	X	X	X	X	X	X	X	X																																																														
		L																																																																										
X	X	X																																																																										
X	X	X																																																																										
X	X																																																																											
4	<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>D</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>F</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td></tr> </table>					D	X	X		X	X	X	X					F	X	X	X	X	X	X	X																																																			
		D																																																																										
X	X																																																																											
X	X	X																																																																										
X																																																																												
		F																																																																										
X	X	X																																																																										
X	X	X																																																																										
X																																																																												
3	<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>R</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td></tr> </table>					X	X			X	X	X	X					R				X	X	X	X			<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>G</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>B</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>C</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td></tr> </table>			G	X	X		X	X		X					B	X			X	X		X					C	X	X		X	X		X														
		X																																																																										
X																																																																												
X	X	X																																																																										
X																																																																												
		R																																																																										
X	X	X																																																																										
X																																																																												
		G																																																																										
X	X																																																																											
X	X																																																																											
X																																																																												
		B																																																																										
X																																																																												
X	X																																																																											
X																																																																												
		C																																																																										
X	X																																																																											
X	X																																																																											
X																																																																												
2	<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>U</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>I</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>T</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td></tr> </table>					U				X	X		X					I				X	X		X					T				X	X		X			<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>H</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>O</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>A</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>X</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table>			H	X			X	X		X					O				X	X		X					A					X				
		U																																																																										
X	X																																																																											
X																																																																												
		I																																																																										
X	X																																																																											
X																																																																												
		T																																																																										
X	X																																																																											
X																																																																												
		H																																																																										
X																																																																												
X	X																																																																											
X																																																																												
		O																																																																										
X	X																																																																											
X																																																																												
		A																																																																										
	X																																																																											
1	<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>P</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>S</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>V</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table>					P				X								S				X								V				X						<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>Z</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>N</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table>			Z												N																					
		P																																																																										
X																																																																												
		S																																																																										
X																																																																												
		V																																																																										
X																																																																												
		Z																																																																										
		N																																																																										

Táboa 7.17: Agrupación en niveis e subniveis, proba de retención

Na columna esquerda da táboa 7.17 indícase o nivel mediante o seu número, e cada nivel divídese horizontalmente en subniveis, para o establecemento dos cales tivérонse en conta as activacións na fila central (faixa de cor gris), na que se encontran os grupos de relacións más significativos, que son onde están recollidos os efectos relativistas obxecto da proposta didáctica (dilatación temporal, contracción espacial, velocidade límite e equivalencia entre masa e enerxía).

Posteriormente, identifícase cada subnivel mediante unha taboíña, procurando que sexa o máis representativa posible dos diversos casos que se agrupan no mesmo.

Temos deste xeito (Táboa 7.18) representado cada nivel mediante a taboíña 3x3 correspondente.

<u>r 5</u>			L		
<u>r 4</u>			D, F		
<u>r 3</u>	<u>r 3a</u>		X, R	<u>r 3b</u>	A, B, C, G, H, O
<u>r 2</u>	<u>r 2a</u>		I, T, U, W, Y	<u>r 2b</u>	E, K
<u>r 1</u>	<u>r 1a</u>		P, S, V	<u>r 1b</u>	N, Z

Táboa 7.18: Niveis e subniveis da proba de retención

Podemos comprobar na táboa 7.18 que agora aparecen tan só 8 taboíñas en lugar das 23 anteriores, xa que non se representan os alumnos senón os niveis e subniveis, nun paso máis na redución dos datos.

O resultado anterior pódese representar novamente (Táboa 7.19), colocando cada nivel nunha columna (ordenados por orde decrecente de concordancia co esquema de referencia). Nas filas represéntanse os grupos de relacións, de acordo coa secuencia seguida, e situando no centro (filas grises) os grupos de relacións que son centrais para esta intervención: as relacións que expresan a visualización do comportamento das magnitudes físicas no diagrama da transformación de Lorentz.

Deste xeito, obtense unha táboa bidimensional clásica (equivalente á táboa 6.17 do capítulo 6, que recolle os resultados das probas de caracterización final), na que xa non aparecen as taboíñas 3x3 de xeito explícito, aínda que na columna esquerda pódense recoñecer sen dificultade os 9 grupos de relacións que as constitúen, de acordo coa secuencia seguida, e situando no centro (filas grises) os grupos de relacións que son centrais para esta intervención: as relacións que expresan a visualización do comportamento das magnitudes físicas no diagrama da transformación de Lorentz.

Na fila superior colócanse os niveis e subniveis, e debaixo dos mesmos as letras identificativas dos alumnos que os acadaron.

IVEIS	r 5	r 4	r 3a	r 3b	r 2a	r 2b	r 1a	r 1b
ALUMNOS	L	D, F	X, R	A, B, C, G, H, O	I, T, U, W, Y	E, K	P, S, V	N, Z
Transf. gráfica de Lorentz: e, t	x	x						
Transf. gráfica de Lorentz: v	x	x	x	x				
Transf. gráf de Lorentz: m, E	x							
Dilatación temporal, contracción espacial	x	x	x	x	x	x	x	
Velocidade límite	x	x	x	x	x			
Equivalencia entre masa e enerxía	x	x	x					
Consecuencias dos efectos relativistas sobre e, t	x					x		
Consecuencias da velocidad límite	x	x	x	x				
Consecuencias da equivalencia entre masa e enerxía								

Táboa 7.19. Grupos de relacións activadas en cada nivel

Poderíamos dicir que a táboa 7.19 constitúe un *destilado* da táboa 7.11 despois dun proceso de redución dos datos: en lugar dos 23 alumnos e 23 relacións, aparecen agora os 8 niveis e subniveis e os 9 grupos de relacións. Pásase deste xeito dunha táboa 7.11 con 529 casiñas á táboa 7.19 con 72 casiñas. Mediante un proceso en fases sucesivas e estandarizadas conseguimos reducir nun 85% o volume de información manexado, procurando preservar a información máis significativa dun xeito contrastable entre as diversas fases da intervención realizada.

C7.4.3. Descripción dos niveis de retención

Finalmente, procédese a describir os diferentes niveis e subniveis que apareceron como resultado das actividades realizadas na proba de retención. Para a descripción utilizase o esquema de referencia de Einstein establecido no apartado C2.1.4 do Capítulo 2 (Diagrama 2.2), e as diferenzas indícanse mediante as correspondentes supresións nas relacións ou subesquemas que non son activados. Comezaremos polo esquema correspondente ao nivel máis achegado ao esquema de referencia (nivel r 5), e finalizaremos polo máis afastado do mesmo (subnivel r 1b).

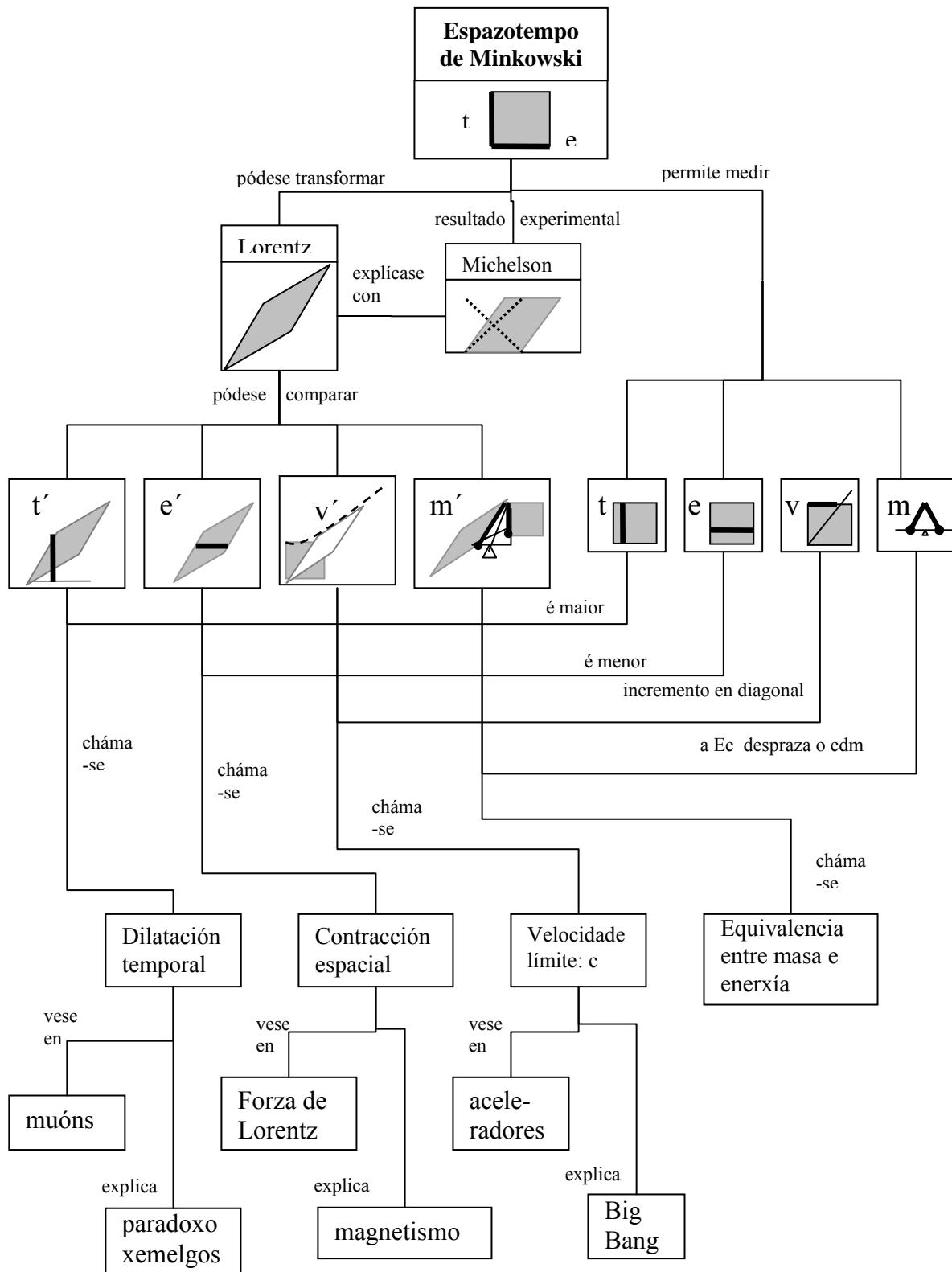


Diagrama 7.1: Esquema de Einstein para o Nivel r 5

Descripción do nivel r5 de retención

No diagrama 7.1 recóllese o esquema correspondente ao nivel r5, o máis achegado ao esquema de referencia de Einstein.

O nivel r5 recolle o esquema de pensamento do alumno L en torno á Relatividade Especial nas probas de retención.

Pódese comprobar que no pensamento correspondente con este esquema actívanse praticamente a totalidade das relacións e subesquemas do esquema Einstein.

Tanto na parte superior do esquema, na que se recollen a visualización das magnitudes físicas nos diagramas espazotemporais, como na parte central, na que se recollen os fenómenos relativistas, ou na parte inferior, que engloba as consecuencias reais e a comprobación experimental destes fenómenos, o esquema do nivel r5 presenta activadas todas as relacións, polo que praticamente coincide co desexado dende a perspectiva da ciencia escolar.

O feito de que, ainda despois de máis dun ano de finalizada a intervención didáctica realizada, haxa alumnos capaces de activar as relacións do esquema de Einstein dunha forma tan completa constitúe unha mostra da potencialidade didáctica da metodoloxía viausl seguida, así como da posibilidade de que os coñecementos adquiridos teñan un elevado grao de significativade.

Descripción do nivel r4 de retención

O nivel r4 presenta unha estrutura completa en relación á magnitude *velocidade*, xa que se activan as relacións de visualización desta magnitude nas gráficas espazotemporais (parte superior dereita), a representación da velocidade na gráfica da transformación de Lorentz (parte superior esquerda), e a relación fundamental desta parte visual: a comparación destas dúas representacións (relación horizontal no centro do esquema) e o establecemento do fenómeno relativista correspondente (velocidade límite) a partir da mesma. Finalmente, e xa na parte inferior da gráfica, actívanse as relacións de comprobación experimental e de explicación de feitos reais.

As magnitudes más básicas (tempo e espazo) presentan unha estrutura completa nas partes visual e dedutiva (zonas superior e central do esquema, respectivamente), aínda que na parte inferior podemos comprobar que, aínda que se activen axeitadamente os subesquemas dos fenómenos relativistas (dilatación temporal e contracción espacial), non se dan extraído as consecuencias correspondentes de carácter real (comprobación experimental e xustificación de feitos).

Finalmente, a magnitude masa-enerxía praticamente desaparece do conxunto de relacións activadas, xa que, aínda que se activa o subesquema máis importante para esta magnitude, o cal é o fenómeno relativista da equivalencia entre masa e enerxía, non se activan a visualización destas magnitudes, nin a comparación entre a situación en repouso e en movemento para establecer a equivalencia nin as consecuencias reais derivadas do fenómeno.

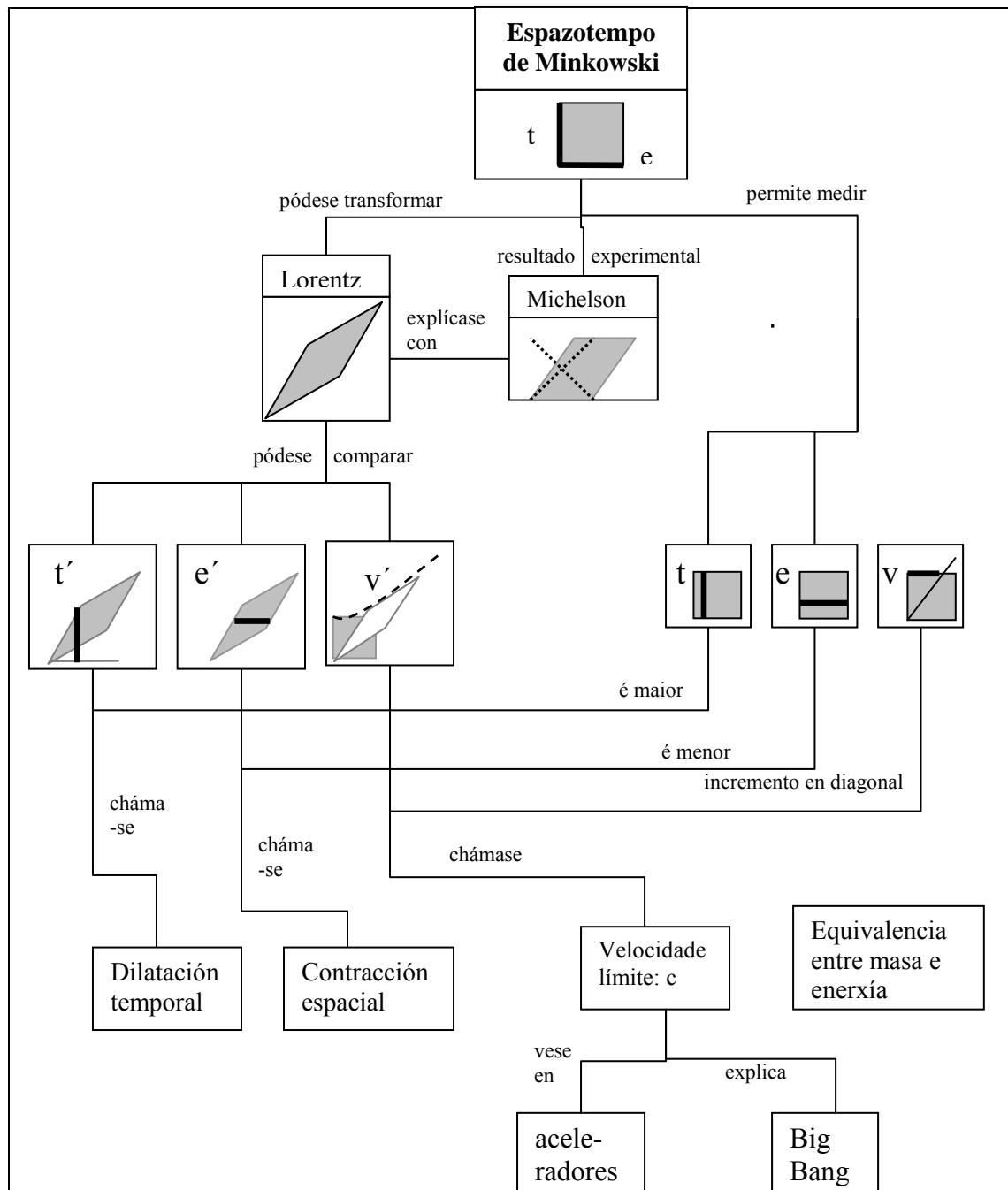


Diagrama 7.2: Esquema de Einstein para o Nivel r4

O nivel r4 recolle o esquema de pensamento dos alumnos D, F en torno á Relatividade Especial nas probas de retención.

O feito de que dous alumnos, despois de máis dun ano de rematada a intervención, aínda consigan activar un esquema tan completo e estruturado como o do nivel r4 constitúe, ao noso entender, unha boa mostra da significatividade da intervención didáctica realizada.

Descripción do subnivel r3a de retención

O subnivel r3a presenta unha estrutura completa en relación á magnitud *velocidade*, xa que se activan as relacións de visualización desta magnitude nas gráficas espazotemporais (parte superior dereita), a representación da velocidad na gráfica da transformación de Lorentz (parte superior esquerda), e a relación fundamental desta parte visual: a comparación destas dúas representacións (relación horizontal no centro do esquema) e o establecemento do fenómeno relativista correspondente (velocidade límite) a partir da mesma. Finalmente, e xa na parte inferior da gráfica, activávanse as relacións de comprobación experimental e de explicación de feitos reais.

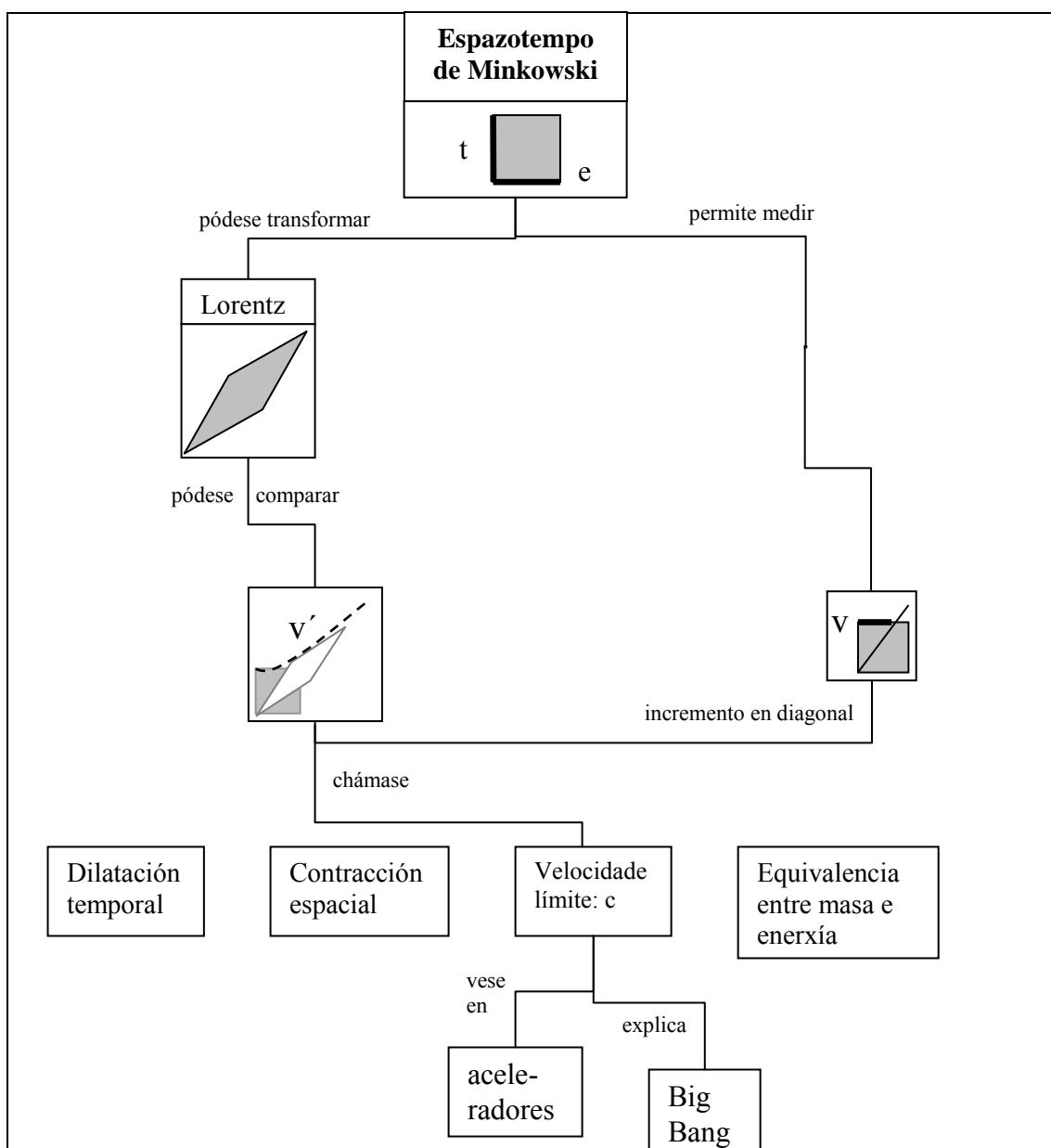


Diagrama 7.3: Esquema de Einstein para o subnivel r 3a

As restantes magnitudes (espazo, tempo e masa-enerxía) actívanse nos seus subesquemas fundamentais, os dos fenómenos relativistas situados no centro do esquema, áun que non se dan activado as relacións visuais nin a dedución previa da parte superior nin as consecuencias reais da parte inferior. Novamente resulta ser a magnitude da velocidade a máis estruturada das catro que foron obxecto da intervención didáctica.

O subnivel r3a recolle os esquemas de pensamento dos alumnos X, R en torno á Relatividade Especial nas probas de retención.

Descripción do subnivel r3b de retención

O subnivel r3b comparte praticamente todas as características do subnivel r3a visto anteriormente, coa excepción da masa-enerxía, magnitude para a que non se da activado o subesquema fundamental do fenómeno relativista (equivalencia entre masa e enerxía).

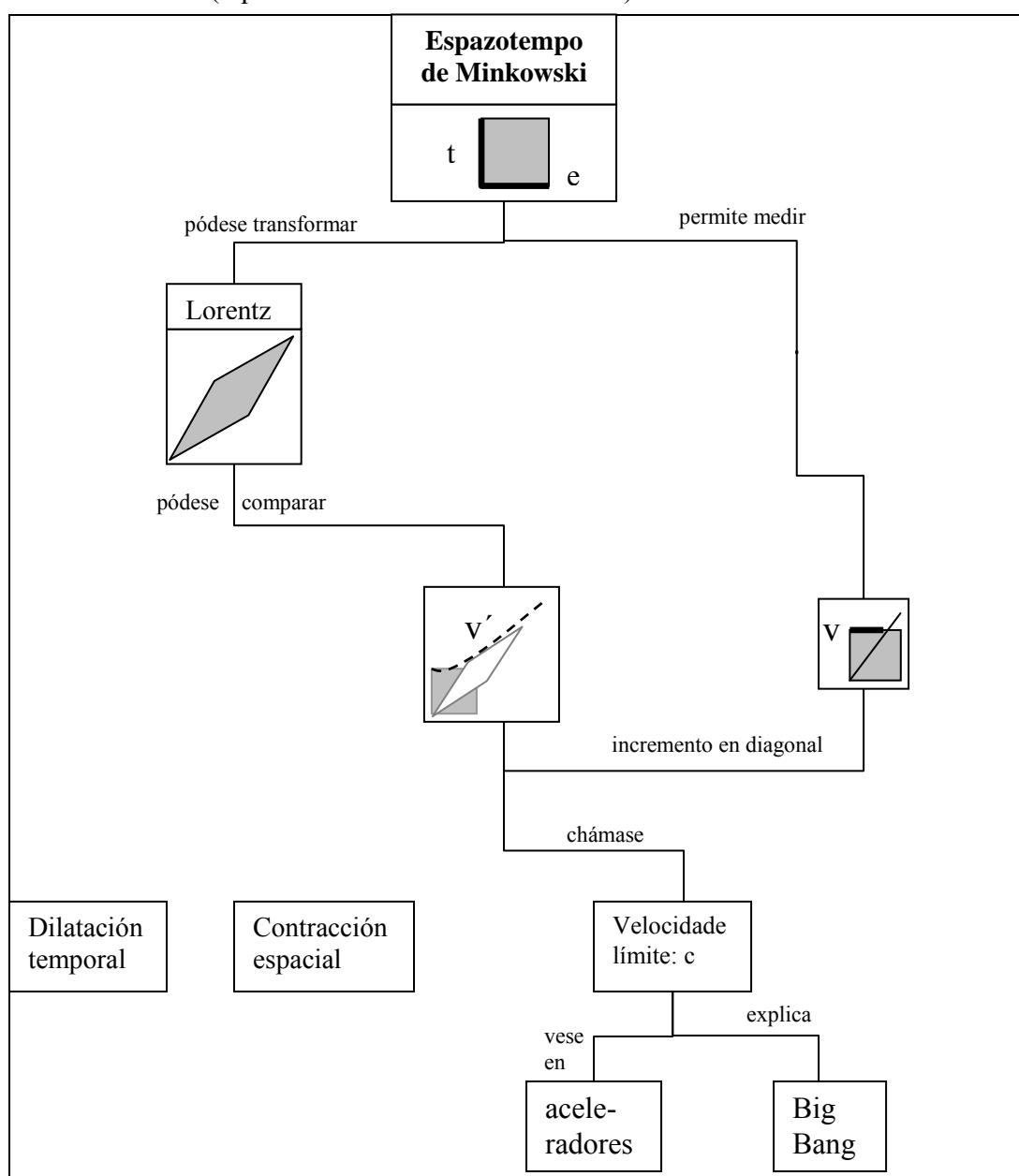


Diagrama 7.4: Esquema de Einstein para o subnivel **r 3b**

O esquema r3b recolle o pensamento dos alumnos A, B, C, G, H, O en torno á Relatividade Especial nas probas de retención.

A abundancia de alumnos que corresponden a este esquema por non dar activado o fenómeno da equivalencia entre masa e enerxía (en comparación cos dous deste nivel 3 que sí o fixeron no subesquema 3a) é un indicador das dificultades conceptuais desta magnitude en comparación coas restantes, o cal é un resultado agardado.

Descripción do subnivel r2a de retención

O subnivel r2a activa os mesmos subesquemas fundamentais (tempo, espazo e velocidade) que o visto anteriormente, mais non presenta ningunha estrutura conceptual previa nin posterior aos mesmos. Xa que logo, a riqueza e significatividade do aprendido descende dabondo como para xustificar a súa inclusión nun nivel inferior. Porén, non debemos esquecer que estamos a anticipar cando menos nun ano a presentación didáctica dun dos temas máis exixentes conceptualmente do curso de 2º de Bacharelato, e dende esta perspectiva o feito de que estes alumnos, despois dun ano da intervención, ánda conserven dun xeito significativo as nocións relativistas de contracción espacial, dilatación temporal e equivalencia entre masa e enerxía non se debería considerar un resultado negativo.

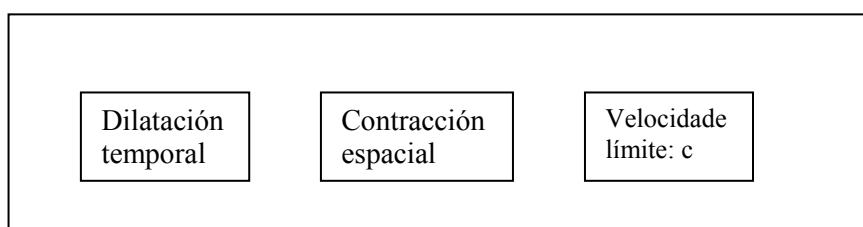


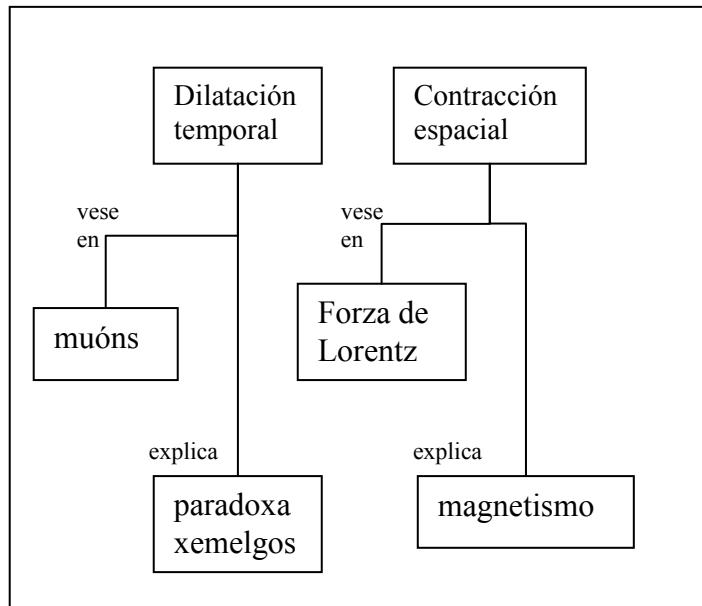
Diagrama 7.5: Esquema de Einstein para o subnivel **r 2 a**

O esquema r2a recolle o pensamento dos alumnos I, T, U, W, Y en torno á Relatividade Especial nas probas de retención.

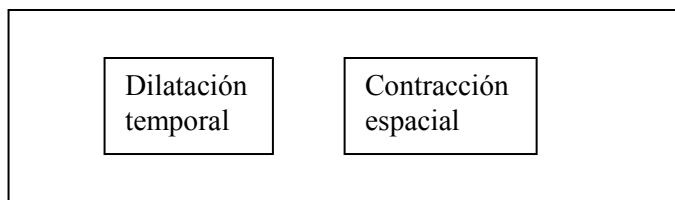
Descripción do subnivel r2b de retención

Neste subnivel activanse soamente os subesquemas fundamentais dos fenómenos relativistas correspondentes ás magnitudes básicas (tempo e espazo), situados na parte esquerda do centro da figura, xunto coas relacións derivadas dos mesmos (comprobación experimental e explicación de feitos). Xa que logo, desapareceu a magnitude da velocidade, substituída polas consecuencias das outras magnitudes.

O esquema r2b recolle o pensamento dos alumnos E, K en torno á Relatividade Especial nas probas de retención.

Diagrama 7.6: Esquema de Einstein para o subnivel **r 2b*****Descripción do subnivel r1a de retención***

O subnivel r1a activa os mesmos subesquemas fundamentais que o anterior (os dos fenómenos relativistas sobre o tempo e o espazo), ainda que agora o fai dun xeito aillado, xa que non se activan as consecuencias físicas dos mesmos. Neste sentido, constitúe unha versión empobrecida do esquema visto anteriormente, o que xustifica a súa colocación nun nivel inferior.

Diagrama 7.7: Esquema de Einstein para o subnivel **r 1a**

O esquema r1a recolle o pensamento dos alumnos P, S, V en torno á Relatividade Especial nas probas de retención.

Descripción do subnivel r1b de retención

No subnivel r1b non se activa ningunha relación nin subesquema do esquema de Einstein, e recolle o pensamento dos alumnos N, Z en torno á Relatividade Especial nas probas de retención.

C.7.4.4. Ideas alternativas detectadas nas probas de retención

As ideas alternativas que foron aparecendo ao longo da realización das probas de retención polo alumnado pódense clasificar do seguinte xeito:

Ideas alternativas sobre os fenómenos relativos ao espazo e o tempo

-Contracción e dilatación referidas á inclinación dos eixes: alumnos G, H, U, V, Y

A primeira figura representa o espazo e o tempo, os cales están en repouso, e na segunda (Galileo) o espazo está en repouso e o tempo en movemento, o cal se dilata. (Lorentz): prodúcese a dilatación do espazo e a contracción do tempo (alumna U, proba 1)

Mantense nalgúns casos a confusión entre *dilatación temporal* e *contracción espacial* coas inclinacións dos correspondentes eixes. Ao aplicar esta idea alternativa, os alumnos atribúen propiedades de dilatación e de contracción ao espazo e ao tempo (áinda que non sempre acertando nesta asignación, debido posiblemente á simetría da gráfica de Lorentz), e poden cometer o erro adicional de atribuír ao tempo unha destas propiedades na transformación de Galileo. Na raíz destas confusións está unha dificultade na atribución de magnitudes físicas ás gráficas espazotemporais, aspecto que debería ser contemplado para futuras implementacións desta didáctica visual da TRE.

-Dilatación temporal como inclinación do eixe horizontal, ou como medida do lado do rombo de Lorentz: alumno R (figura 7.10, Anexo 7)

-Ao diminuir a velocidade, o espazo pódese dilatar: alumno F

Non. Porque se dá a contracción espacial, non dilatación. Se se dilata o espazo, se contraería o tempo.

Tal vez se o que facemos é ir más despacio sí. (alumno F, proba 7).

A procura de relacións causa-efecto entre os fenómenos relativistas, xunto coa atribución dos mesmos a unha velocidade propia dos obxectos, levou ao alumno a facer a seguinte inferencia errada: *Se ao aumentar a velocidade o espazo contráese, ao diminuir a velocidade o espazo pódese dilatar.*

Ideas alternativas sobre a velocidade da luz

-Resultado de Michelson: a velocidad da luz é límite: alumnos B,C, F, G

Michelson explicou que a velocidad da luz non se pode superar ...(alumno B, proba 1)

Algúns alumnos continúan a asociar a xénese da RE coa imposibilidade de superar a velocidade da luz, facendo incluso referencia a que este fose o resultado obtido por Michelson.

-A velocidad da luz tamén é límite na transformación de Galileo: alumnos C, D, L

Esta é a transformación de Galileo e a luz está no límite nos dous. (alumno C, proba 1)

Posiblemente para estes alumnos a propiedade de velocidade límite da luz sexa algo consustancial á natureza, independentemente da transformación de SR utilizada.

-Os efectos relativistas prodúcense ao acadar a velocidad da luz: alumnos K, S, T

Ao ter a velocidad da luz o seu espazo contráese, co que teñen máis tempo de vida (alumno T, proba 4)

-Límite de velocidad non é absoluto: alumnos A, C, G

Porque ata agora non se conoce nada que pode superar esa velocidade, e polo tanto, por agora, esa é a meta a alacular, repito. (alumno A, proba 5)

Para estes alumnos, a existencia dun límite de velocidade é algo totalmente convencional, ata que a técnica se desenvolva o suficiente para superalo.

-*Velocidade da luz: límite alcanzable:* alumnos O, R

A velocidad da luz. Porque é a velocidad máxima alcanzable. (alumno O, proha 5)

-*Sobrepasar a velocidad da luz implicaría retroceder no tempo*

O límite é a velocidad da luz, xa que do contrario se afirmaría a existencia do retroceso no tempo.

(alumna U, proha 5)

A imposibilidade de superar a velocidad da luz na teoría de Einstein relacionouse na intervención didáctica co carácter de imposibilidade que ten falar de viaxes ao pasado na teoría de Galileo. Para elo, fixose unha comparación entre os límites de velocidades nas gráficas de Galileo e de Lorentz, vendo que a razón de que non se puidera chegar ao límite (a diagonal para Lorentz e a horizontal para Galileo) residía na necesidade de conservar a superficie espaciotemporal. A alumna U identifica excesivamente estes conceptos na súa resposta textual.

Ideas alternativas sobre a masa e a enerxía

-*A masa transfórmase en enerxía ao chegar á velocidad da luz:* alumno R, proba 8

-*Fórmula de Einstein como a da enerxía cinética clásica:* alumnos D, X (proba 8)

Ideas galileanas

-*Velocidade da luz variable para observadores en movemento:* alumnos K, T, U, W, Z

Velocidade: 1'5 c, porque ó ir no mesmo sentido súmanse as velocidades (alumno T, proha 6)

En todas estas respostas maniféstase dun xeito ou doutro a persistencia da crenza galileana na suma de velocidades.

-*Aplica a transformación de Galileo na Relatividade Especial:* alumnos A, B (proba 5)

Nas súas gráficas (figuras 7.28 e 7.30 do Anexo 7), estes alumnos manteñen o eixe espacial en horizontal e indican de xeito textual (e incorrecto para ditas gráficas) a imposibilidade de acadar a velocidad da luz nas mesmas.

Ideas pre-galileanas

-*Dificultade en incorporar o repouso relativo nas gráficas:* alumno B, proba 6 (figura 7.32, Anexo 7)

-*Efectos relativistas debidos a unha velocidad absoluta:* alumnos D, F, G

Porque ó ir tan rápido, ó entrar en contacto coa atmosfera como a súa velocidad acércase á velocidad da luz o tempo pasa máis lento para eles, pero cando se crean en repouso pois duran moito menos ó non ter velocidad. (alumno G, proha 4).

Incúrrese no erro de considerar que este é un fenómeno propio da partícula, que leva impreso dende o momento en que se crea e en función da velocidad con que é creada. Ainda que o resultado final é correcto, pásase por alto a dependencia do fenómeno do SR (dende un SR que acompañase ao muón veloz, este tería a mesma duración que o muón en repouso para un observador terrestre, o cal pasaría entón a ter o seu tempo dilatado)

As ideas previas de tipo galileano (suma clásica de velocidades, provisionalidade do límite de velocidades) ou aristotélico (carácter absoluto do repouso, efectos da velocidad sobre os corpos) adoitan resistir co paso do tempo.

Ideas alternativas sobre a ontoloxía dos efectos relativistas

-Efectos relativistas debidos á influencia da atmosfera

Pódese explicar porque áinda que teñan poucoa duración, os muóns cando chegan á atmosfera sufren unha dilatación temporal e por iso chegan á terra (alumna X, proba 4)

A alumna X fai derivar a dilatación temporal do feito de entrar na atmosfera, cun punto de vista fenomenolóxico que atribúe á atmosfera todo tipo de efectos sobre os obxectos que contén.

-Os efectos relativistas son aparentes: alumnos C, G

Sí. Porque a miras pasar a unha velocidad maior que no repouso (poque está quieta) e paréceche menor a simple vista. (alumno G, proha 7)

-Os efectos relativistas débense a unha velocidad absoluta do obxecto: alumno C

Sí. Pola contracción espacial de Michelson pero o que eu creo é que nos parece a nós que mide menos, pero en realidade mide o mesmo, porque non pode ser que un obxecto mida menos cando se move e cando para que recupere o seu estado orixinal. (alumno C, proha 7)

O alumno C manifesta as suas dúbidas na realidade da contracción espacial, que entendeu como debida a unha velocidad propia do obxecto, independentemente do SR, o cal non dá aceptado

-Efectos relativistas como relacións causa-efecto sen xustificación: alumnos F, L

Este descubrimento serviu a Lorentz para establecer a transformación real dun SR en repouso a un en movement. No cal o tempo dilatábase e o espazo contraiuse como consecuencia de estar en movemento. (alumno L)

Nestas ideas obsérvase, por exemplo, o establecemento de relacións causa-efecto entre os diferentes fenómenos ou magnitudes relativistas sen xustificación aparente para os mesmos. Expresións como *proporcionalidade* ou *equivalencia* tamén son utilizadas neste mesmo contexto de xustificación tan só aparente dos fenómenos relativistas. Tamén persisten interpretacións de tipo fenomenolóxico destes fenómenos (influencia da atmosfera na dilatación temporal, por exemplo).

Interpretacións erróneas ou confusas

-Na transformación de Lorentz non se aplica a lóxica

Agora o que se mantén é a velocidad (figura 2, parella dereita), e a figura transfórmase dunha forma ilóxica mudando a velocidad e o espacio dun modo que agora observaremos. A figura 1 (parella esquerda) sería a de Galileo, que quedou desbotada como xa diciamos co que experimentou Michelson. (alumno B, proha 1)

Conceptualización da RE como un conxunto de ideas que non obedecen á lóxica (referíndose mediante esta expresión ao sentido común, que ás veces non ten nada de lóxico).

-Aplicación incorrecta do concepto de aceleración

Na transformación de Galileo a aceleración é infinita, pero na de Lorentz o máximo é a velocidad da luz. (alumno D, proha 1)

Atribúsee a expresión *aceleración* ao que sería máis correcto denominar *incremento de velocidad posible*.

-*Confusión entre Sistemas de Referencia:* alumnos K, L, O

Pola teoría da relatividade, a partícula, ao alcanzar a velocidad da luz, o seu tempo de vida, que antes era de 2ms, dilátase, e o espazo que pode percorrer nese tempo contráese. Como consecuencia, a partícula pode percorrer os 20 km, que para ela serán 600m, en 80 ms que para ela serán 2 ms. (alumno K, proha 4)

No experimento dos muóns, o tempo de vida é o dos muóns, mais a distancia percorrida mídese na Terra. Sendo dous SR diferentes, non podemos atribuír os dous efectos simultaneamente sen incurrir nun erro. Dende o SR da Terra, o tempo de vida dos muóns dilátase, e a distancia percorrida non, mentres que dende o SR dos muóns é a distancia percorrida a que se contráe, e o seu tempo de vida non. Nos dous casos, o resultado final é o mesmo: os muóns chegan á Terra. Os efectos relativistas dependen do SR, non son efectos innatos ás partículas cando van a moita velocidade.

-*Transporte incorrecto das liñas dunha gráfica á outra:* alumnos B, L, Z, proba 6

-*Confusión entre os eixes espacial e temporal*

Este erro ten dúas posibles orixes: o feito de que sexa a disposición habitual nas gráficas espazo/tempo utilizadas nas explicacións de cinemática en cursos previso, e a elevada simetría da transformación de Lorentz, na que non se distingue visualmente o comportamento do eixe temporal do espacial (lembremos que na de Galileo o eixe temporal inclínase mentres que o espacial permanece sempre horizontal).

Pódense incluír estas confusións nun conxunto máis amplio de errores de tipo terminolóxico ou conceptual (tempo con espazo, aceleración con velocidad etc.). A simetría xeométrica da transformación de Lorentz pode dificultar a distinción física entre os dous eixes, e deste xeito contribuír a provocar resultados incorrectos como os anteriores.

Utilización de gráficas espazotemporais por parte do alumnado

Cando os alumnos utilizan gráficas para xustificar as súas ideas, non adoitan aparecer incorreccións como as vistas anteriormente. Nalgúns casos incluso son usadas polo propio alumno para matizar as súas manifestacións erróneas.

Algúns alumnos chegan a realizar medicións nas gráficas realizadas por eles mesmos. Tendo en conta que durante a instrución non se enfatizou este aspecto cuantitativo das gráficas, este é un interesante resultado, pois evidencia que nalgúns casos o propio alumno acode a esta propiedade

cuantitativa das gráficas para asentar e explicitar as súas ideas dun xeito autónomo ao cabo do tempo.

Varios alumnos incluso continúan despois dun ano a realizar unha xustificación gráfica esencialmente correcta da equivalencia entre masa e enerxía mediante o desprazamento do cdm pola enerxía cinética, en gráficas realizadas por eles mesmos.

A noción de velocidade límite utilízase para xustificar correctamente o feito de que a expansión do Universo teña un límite. Algúns alumnos incluso van máis aló e explican o paradoxo entre este límite e a infinitade de galaxias existentes a partir da forma hiperbólica da figura do Big Bang.

En relación co recurso ás gráficas espazotemporais para xustificar as ideas, destaca o alumno F, quen produciu gráficas correctas nun total de 7 das 9 probas de retención, seguido dos alumnos D e L (gráficas correctas en 5 probas), B e R (en 3 probas), C, G, H e X (en 2 probas) e A, O, T e U (que trazaron gráficas correctas nunha das probas de retención). O conxunto de alumnos que acudiu nalgunha das probas á realización dunha gráfica correcta para xustificar as súas ideas ascende a 13, é dicir, máis da metade dos 23 alumnos que realizaron as probas de retención. Tendo en conta as características xeométrico-visuais da proposta didáctica obxecto da presente investigación, así como o transcurso de máis dun ano entre a finalización da instrución e a realización das probas de retención, consideramos que este resultado indica un interesante grao de significatividade da metodoloxía gráfica utilizada.

C7.5. VERIFICACIÓN DA SUBHIPÓTESE DE INVESTIGACIÓN 3.2

No apartado C1.4.3 do primeiro capítulo formulabamos deste xeito a segunda das dúas subhipóteses en que se operativiza a terceira hipótese de investigación:

SI3.2- Despois dun certo tempo de ter aplicado a proposta didáctica obxecto de investigación, os estudantes seguen a activar esquemas de pensamento útiles para a interpretación cualitativa da Teoría da Relatividade Especial e as súas consecuencias físicas e acordes co punto de vista da ciencia escolar. Existen permanencias significativas dos esquemas de pensamento ao cabo dun certo tempo desde a intervención.

Despois da análise realizada sobre os resultados da proba de retención, na que se caracterizaron as ideas adquiridas dun xeito significativo na memoria a medio prazo polo alumnado en relación coa Teoría da Relatividade, para posteriormente agrupalas por niveis en función do seu afastamento respecto do deseable dende a perspectiva da ciencia escolar, estamos en condicións de afirmar o seguinte en relación coa mencionada subhipótese:

Aínda que se observa un descenso nas relacións activadas polo conxunto do alumnado, considérase aceptable o nivel de retención que se produce, tanto na comparación co nivel inicial (practicamente

a totalidade do alumnado adquiriu uns coñecementos significativos sobre a RE en relación co seu coñecemento ao comezo da instrución), como co nivel final (o descenso no número de relacóns significativas activadas ao cabo de máis dun ano de rematada a intervención enta dentro do aceptable).

C7.5.1. Implicacións didácticas

Merece destacarse o feito de que, máis dun ano despois de ter introducido na aula a Teoría da Relatividade dun xeito cualitativo e visual, praticamente a metade do alumnado (11 de 24) son capaces de activar máis da metade das relacóns significativas (nivel 3 ou superiores). Dentro deste grupo atópanse 5 dos 6 alumnos do grupo de 4º da ESO (o 80% do mesmo), o cal é un sinal evidente da adecuación desta metodoloxía para o citado curso. Este resultado debe ser matizado tendo en conta o reducido tamaño da mostra, mais abre a posibilidade de realizar investigacións posteriores dirixidas específicamente a este nivel. O feito de poder anticipar o ensino cualitativo da Teoría da Relatividade ao último curso do Ensino Secundario Obrigatorio constituiría unha innovación de profundo calado no ensino da Física en niveis preuniversitarios, xa que permitiría acceder ao conxunto da poboación á intelixibilidade dun dos elementos fundamentais para a comprensión do mundo actual.

Mantense nalgúns casos a confusión entre *dilatación temporal* e *contracción espacial* coas inclinacións dos correspondentes eixes. Ao aplicar esta idea alternativa, os alumnos atribúen propiedades de dilatación e de contracción ao espazo e ao tempo (aínda que non sempre acertando nesta asignación, debido posiblemente á simetría da gráfica de Lorentz), e poden cometer o erro adicional de atribuír ao tempo unha destas propiedades na transformación de Galileo. Na raíz destas confusións está unha dificultade na atribución de magnitudes físicas ás gráficas espazotemporais, aspecto que debería ser contemplado para futuras implementacións desta didáctica visual da TRE.

A imposibilidade de superar a velocidade da luz na teoría de Einstein relacionouse na intervención didáctica co carácter de imposibilidade que ten falar de viaxes ao pasado na teoría de Galileo. Para elo, fixose unha comparación entre os límites de velocidades nas gráficas de Galileo e de Lorentz, vendo que a razón de que non se puidera chegar ao límite (a diagonal para Lorentz e a horizontal para Galileo) residía na necesidade de conservar a superficie espaciotemporal. A alumna U identifica excesivamente estes conceptos na súa resposta textual.

As ideas previas de tipo galileano (suma clásica de velocidades, provisionalidade do límite de velocidades) ou aristotélico (carácter absoluto do repouso, efectos da velocidade sobre os corpos) adoitan resistir co paso do tempo.

Obsérvase o establecemento de relacións causa-efecto entre os diferentes fenómenos ou magnitudes relativistas sen xustificación aparente para os mesmos. Expresións como *proporcionalidade* ou *equivalencia* tamén son utilizadas neste mesmo contexto de xustificación tan só aparente dos fenómenos relativistas. Tamén persisten interpretacións de tipo fenomenolóxico destes fenómenos (influencia da atmosfera na dilatación temporal, por exemplo), así como conceptualización da RE como un conxunto de ideas que non obedecen á *lóxica* (referíndose mediante esta expresión ao sentido común, que ás veces non ten nada de lóxico).

No experimento dos muóns, o tempo de vida é o dos muóns, mais a distancia percorrida mídese na Terra. Sendo dous SR diferentes, non podemos atribuír os dous efectos simultaneamente sen incurrir nun erro. Dende o SR da Terra, o tempo de vida dos muóns dilátase, e a distancia percorrida non, mentres que dende o SR dos muóns é a distancia percorrida a que se contráe, e o seu tempo de vida non. Nos dous casos, o resultado final é o mesmo: os muóns chegan á Terra. Os efectos relativistas dependen do SR, non son efectos innatos ás partículas cando van a moita velocidade.

Obsérvanse errores de tipo terminolóxico ou conceptual (tempo con espazo, aceleración con velocidade etc.). A simetría xeométrica da transformación de Lorentz pode dificultar a distinción física entre os dous eixes, e deste xeito contribuír a provocar resultados incorrectos como os anteriores.

Cando os alumnos utilizan gráficas para xustificar as súas ideas, non adoitan aparecer incorreccións como as vistas anteriormente. Nalgúns casos incluso son usadas polo propio alumno para matizar as súas manifestacións erróneas. Tendo en conta as características xeométrico-visuais da proposta didáctica obxecto da presente investigación, así como o transcurso de máis dun ano entre a finalización da instrución e a realización das probas de retención, consideramos que este resultado indica un interesante grao de significatividade da metodoloxía gráfica utilizada.

C7.6. VERIFICACIÓN DA HIPÓTESE DE INVESTIGACIÓN 3

No apartado C.1.4.3 do capítulo 1: formulábase deste xeito a Hipótese de investigación 3 (HI3):

HI3- Despois da aplicación da proposta didáctica obxecto de investigación, os estudiantes activaron esquemas de pensamento útiles para a interpretación cualitativa da Teoría da Relatividade Especial e as súas consecuencias físicas e acordes co punto de vista da ciencia escolar. Hai progresos significativos nos esquemas de pensamento dos estudiantes, respecto da situación inicial, e existen permanencias significativas dos esquemas de pensamento ao cabo dun certo tempo desde a intervención.

Como foi explicado no mesmo apartado, consideramos necesario operativizar a hipótese anterior en dúas subhipóteses, en relación coa avaliación a curto e a medio prazo, respectivamente.

Unha vez realizada a análise das mencionadas subhipóteses nos capítulos 6 e 7, procédese neste apartado a sintetizar os resultados obtidos e a comparalos cos resultados da caracterización inicial, na búsqueda de evidencia en favor dunha aprendizaxe significativa por parte do alumnado.

Na táboa 7.20 preséntanse conxuntamente os resultados das fases de caracterización inicial (táboa 4.13), avaliación final (táboa 6.17) e probas de retención (táboa 7.19).

Na columna esquerda sitúanse os niveis g ou globais para o conxunto das probas, mentres que nas restantes columnas se presentan os niveis i (iniciais), f (finais) e r (de retención), e á dereita dos mesmos as letras identificadoras dos alumnos que foron caracterizados no nivel correspondente.

Niveis g	Niveis i	Alumnado N = 24	Niveis f	Alumnado N = 24	Niveis r	Alumnado N = 23
g5			f5	B, D, F, K, L, R, Y	r5	L
g4			f4b, f4a	A, G, H, M,S,T, V, X	r4	D,F
g3			f3b, f3a	I,N,O,P,U, W, Z	r3b, r3a	A, B, C, G, H, O, R, X
g2	i2b, i2a	F , U	f2	C	r2b, r2a	E, I, K, T, U, W, Y
g1	i1b, i1a	A,B,C,D,E ,G,H,I,K,L ,M,N,O,P ,R,S,T,V,W ,X,Y Z	f1	E	r1b, r1a	N, P, S, V, Z

Táboa 7.20

Unha primeira inspección visual das nubes de datos (letras maiúsculas identificadoras de cada alumno) permite comprobar que na caracterización inicial os coñecementos relativistas foron moi baixos (todos os alumnos sitúanse no nivel 1, coa excepción de F e U que o fan no nivel 2), mentres que na fase final a situación mellorou considerablemente, xa que máis da metade dos alumnos están nos dous niveis superiores (4 e 5). Nas probas de retención, realizadas un ano despois, obsérvase un descenso de conxunto, xa que agora a maioría dos alumnos sitúanse entre os niveis 2 e 3. Este resultado non é sorprendente, xa que as probas de retención fanse precisamente para comprobar a magnitud do esquecemento que se produce a medio prazo. O interesante é comprobar que, ao comparar os resultados da retención cos da fase inicial, obsérvase unha melloría apreciable nos coñecementos relativistas. A memoria a medio prazo, deste xeito, conserva un conxunto significativo de contidos relativistas.

Coa finalidade de establecer a significatividade da aprendizaxe realizada entre as tres fases da intervención, procedeuse á aplicación do test de Wilcoxon de rangos sinalados, que corresponde coa proba *t de Student* cando os datos non son paramétricos, como é o noso caso.

O estatístico presenta tres valores:

W+ (suma de rangos positivos, indicadores de aprendizaxe)

W- (suma de rangos negativos, indicadores de perda ou retroceso na aprendizaxe)

p (grao de confianza na significatividade das diferenzas entre ambos)

Unha diferenza elevada entre W+ e W- indica que os cambios producidos (que poden ser de aprendizaxe, cando $W+ > W-$, ou de esquecemento, cando $W+ < W-$) foron significativos, e un valor de p baixo (tómase habitualmente o valor de $p = 0,05$, ou do 5%, como límite superior) permite razoablemente considerar que as diferenzas non son froito do azar).

Obtívérонse os seguintes valores:

Entre a fase de caracterización inicial e a de avaliación final:

$W+ = 276$, $W- = 0$, $p = 0,000$

Este resultado indica que houbo unha aprendizaxe ($W+ > W-$) significativa entre a fase inicial e final, cun grao de confianza moi elevado ($p < 5\%$).

Entre a fase de caracterización final e a de retención:

$W+ = 12$, $W- = 219$, $p = 0,000$

Este resultado indica que houbo un esquecemento significativo ($W+ < W-$) entre a fase final e a de retención, cun elevado grao de significatividade. ($p < 5\%$).

Entre a fase inicial e a de retención:

$W+ = 171$, $W- = 0$, $p = 0,000$

Este resultado indica que houbo unha aprendizaxe ($W+ > W-$) significativa entre a fase inicial e a de retención, cun grao de confianza moi elevado ($p < 5\%$).

O feito de que, aínda despois de máis dun ano de realizada a intervención didáctica, permaneza unha aprendizaxe significativa no conxunto da mostra do alumnado, representa un resultado moi positivo en favor da potencialidade didáctica do tratamento visual baseado na formulación xeométrica de Minkowski para a Teoría da Relatividade Especial.

Xa que no conxunto da mostra están incluídos seis alumnos do curso de 4º da ESO, e tendo en conta o interesante que sería poder avanzar coa presentación cualitativa e visual da RE nesta curso (xa que é o último da etapa de ensino obligatorio) para propiciar o coñecemento da mesma polo conxunto da sociedade, presentamos a continuación na táboa 7.21 os resultados obtidos polo subgrupo destes seis alumnos nas probas inicial, final e de retención:

Unha primeira inspección visual permite comprobar que a nube de puntos se despraza cara arriba (indicando unha aprendizaxe positiva) entre as fases inicial e final (observándose tamén unha certa dispersión na fase final, con alumnos que aprenderon moi pouco e outros que aprenderon moito), mentres que entre a fase final e a de retención parece haber unha concentración dos datos na parte central (os alumnos que máis aprenderon descenderon algo, e os que tiñan aprendido moi pouco, curiosamente, melloraron algo o seu rendemento despois dun ano). A comparación entre a fase inicial e a de retención amosa novamente unha certa aprendizaxe.

Niveis g	Niveis i	Alumnado N = 24	Niveis f	Alumnado N = 24	Niveis r	Alumnado N = 23
g5			f5	B, D, F	r5	
g4			f4b, f4a	A	r4	D, F
g3			f3b, f3a		r3b, r3a	A, B, C
g2	i2b, i2a	F	f2	C	r2b, r2a	E
g1	i1b, i1a	A,B,C,D,E	f1	E	r1b, r1a	

Táboa 7.21

Dado o pequeno tamaño deste subconjunto de seis alumnos, aplicaremos novamente o estatístico de Wilcoxon para establecer o grao de significatividade destas conclusóns visuais preliminares.

Obtivéronse os seguintes valores:

Entre a fase de caracterización inicial e a de avaliación final:

$$W+ = 15, W- = 0, p = 0.063 \text{ (6,3 %)}$$

Este resultado indica que houbo unha aprendizaxe ($W+ > W-$) entre a fase inicial e final, ainda que non se pode considerar estatisticamente significativa, xa que o grao de confianza é lixeiramente maior do que consideramos aceptable ($p > 5\%$).

Entre a fase de caracterización final e a de retención:

$$W+ = 6, W- = 15, p = 0,438 \text{ (43,4 %)}$$

Este resultado indica que houbo un esquecemento ($W+ < W-$) entre a fase final e a de retención, o cal tampouco se pode considerar estatisticamente significativo dende o criterio adoptado, xa que $p > 5\%.$

Entre a fase inicial e a de retención:

$$W+ = 21, W- = 0, p = 0,031 \text{ (3,1 %)}$$

Este resultado indica que houbo unha aprendizaxe ($W+ > W-$) entre a fase inicial e a de retención, cun grao de confianza ($p < 5\%$).que nos permite considerar dito resultado como contrastado estatisticamente.

O feito de que, áinda despois de máis dun ano de realizada a intervención didáctica, permaneza unha aprendizaxe significativa no subconxunto dos alumnos de 4º da ESO, representa un resultado moi alentador sobre as posibilidades de incorporar de xeito cualitativo e visual a Teoría da Relatividade Especial no último curso do ensino obligatorio, aproveitando a potencialidade didáctica do tratamento visual baseado na formulación xeométrica de Minkowski..

CONCLUSIÓNS

Aplicación didáctica da formulación xeométrica de Minkowski para a RE

Ao longo do primeiro capítulo tivemos en conta a nosa experiencia docente en relación co ensino da Teoría da Relatividade Especial (RE) en 2º de Bacharelato, para establecer o interese de introducir os aspectos cualitativos da mesma en cursos previos. Forma parte esencial desta proposta, dende o seu inicio, a utilización didáctica sistemática da formulación xeométrica de Minkowski para a Relatividade Especial. Tras facer unha proposta metodolóxica previa, a modo de proba-piloto, e no marco dos cursos de doutoramento, puidemos establecer unha serie de obstáculos na aprendizaxe que cómpre evitar, así como avanzar algunhas ideas para facelo. Como resultado dunha investigación de aula en 4º da ESO en relación coa didáctica da Relatividade Clásica, obtivéronse interesantes implicacións didácticas en relación co paso gradual ao longo do ensino secundario dende as ideas previas aristotélicas até as ideas relativistas.

Considerando as características da presentación visual da Teoría da Relatividade e a revisión da literatura científica en relación con dita teoría -ao longo da cal puidemos comprobar a gran cantidade e variedade de propostas didácticas existentes para a RE (o cal dá tamén unha idea da relevancia do tema)- así como a efectividade dos diagramas espazotemporais para dar resposta e explicar os interrogantes, dilemas e paradoxos da RE, o obxectivo principal da nosa investigación consistiu en aplicar a metodoloxía xeométrica do espazotempo de Minkowski para deseñar unha proposta didáctica de carácter totalmente visual da Teoría da Relatividade Especial coa que anticipar o ensino da mesma dun xeito cualitativo nos cursos previos a 2º de Bacharelato, así como a aplicación, seguimento e avaliación da mesma no curso de 1º de Bacharelato (e de forma adicional en 4º da ESO, dado o carácter universal de dita etapa formativa obligatoria).

A constatación das potencialidades explicativas da metodoloxía visual de Minkowski fixo que considerásemos interesante e factible basearnos na mesma para o deseño dunha proposta didáctica sistemática de características cualitativas e visuais para a Relatividade Especial, e a súa avaliación posterior en situación de aula real. Ditas consideracións leváronnos a formular no apartado C1.4 o problema de investigación (PI), o cal se operativiza mediante as hipóteses (HI) e subhipóteses (SI) correspondentes.

Deseño e planificación da proposta de ensinanza

No segundo capítulo, procedeuse a realizar a revisión da literatura científica en relación coa didáctica da Teoría da Relatividade (contido académico), así como a determinación da demanda cognitiva do tema, a adaptación do mesmo ás capacidades do alumnado nesta etapa e as

competencias que se pretenden fomentar na mesma (problemática de aprendizaxe), despois do cal estableceronse os obxectivos xerais para unha proposta de visualización baseada no método xeométrico de Minkowski. Para poder realizar a necesaria transposición didáctica da RE, tivemos en conta as estratexias de instrución que nos permitiron establecer unha secuencia de actividades.

Na análise das actividades dende o punto de vista das competencias realizada no apartado C2.5 do Capítulo 2, constatamos que nas tres fases nas que se estrutura a proposta didáctica acádase unha aprendizaxe aceptable de diversas competencias científicas e matemáticas que se recollen na Táboa C1.

	Exploración	Indagación	Aplicación
Competencias Científicas			
Competencia científica básica	X		X
Compet. en relación co mundo físico	X	X	X
Identificar asuntos científicos	X	X	X
Explicar científicamente os fenómenos			X
Usar a evidencia científica	X	X	X
Sistemas físicos (mecánica)	X	X	X
Sistemas físicos (enerxía)			X
Sistemas da Terra e o espazo	X	X	X
Sistemas tecnolóxicos		X	X
Investigación científica	X	X	X
Explicacións científicas	X		X
Competencias Matemáticas			
Espazo e forma (xeometría)	X	X	X
Construcción de modelos	X	X	
Representación (gráficas)	X	X	X

Táboa C1: Competencias promovidas nas diversas fases da proposta didáctica

Deste xeito, a proposta didáctica contribuíu a resolver o problema de investigación formulado anteriormente.

A ausencia actual da Teoría da Relatividade de Einstein nas programacións de referencia tanto en 1º de Bacharelato como en 4º da ESO supuxo que tanto a proposta didáctica como a intervención realizadas tiveran un determinado e inevitable carácter de provisionalidade e improvisación, os cales semellan aceptables á vista de que a proposta didáctica realizada pretende constituir un punto de partida para levar a cabo investigacións posteriores mediante as cales se poida chegar a facer posible a incorporación didáctica da Teoría da Relatividade de xeito cualitativo e visual nos programas didácticos de cursos previos a 2º de Bacharelato. Do mesmo xeito, a incorporación de novas tecnoloxías, recursos *on-line* e prácticas adaptadas (coa dotación dos materiais correspondentes), xunto coa anticipación didáctica en cursos ainda máis temperáns de elementos

conceptuais como o manexo de gráficas espazotemporais cos seus correspondentes visores, os cambios de orixe á par dos cambios de unidades, ou a introdución cualitativa e visual a xeometrías non euclídeas, poderán mellorar a eficacia e os resultados conseguidos coa proposta pioneira realizada e analizada na presente memoria de investigación.

Metodoloxía de investigación

Dita proposta didáctica fconstituíu a variable independente da seguinte fase desta investigación, desenvolvida na aula e conducente á validación da súa eficacia como elemento didáctico. Os capítulos 3, 4, 5, 6 e 7 recollen os resultados obtidos nas fases previa, inicial, de aula, final e de retención, respectivamente, de dito proceso de implementación e avaliación.

Ao remate de cada un dos anteriores capítulos estableceronse as correspondentes implicacións didácticas, a partir das cales se formularon as conclusións que serán presentadas a continuación de xeito resumido e sistemático.

Conseguimos establecer un criterio obxectivable para a redución dos datos (explicado nos apartados C3.2.2 para a relatividade clásica e C4.4.2 para a Relatividade Especial), ao remate do cal puidemos identificar catro niveis para os esquemas do alumnado sobre a relatividade clásica (Galileu) e cinco niveis para os da Relatividade Especial (Einstein) en función do grao de afastamento respecto do referencial escolar, os que á súa vez foron divididos en subniveis, para cada un dos cales se estableceu un esquema representativo. A aplicación deste criterio obxectivo foi posible porque previamente se estableceu un marco de referencia visual para os contidos da teoría, no cal ao descender en vertical progrésase do visual ao real (ou da xeometría á física), e ao desprazarnos de esquerda a dereita progresamos na complexidade das magnitudes analizadas. Deste xeito, ao ir reducindo o número de ítems (por agrupación dos que están situados en lugares próximos), mantívose sempre a mesma disposición espacial dos mesmos, o que facilitou a análise e interpretaciómn dos resultados e o contraste entre todas as fases da análise.

Elementos da proposta didáctica

Formulación visual mediante gráficas espazotemporais

O aspecto visual das actividades foi permitindo que o alumnado incorporase as ideas e magnitudes físicas nos diagramas espazotemporais. Despois das dificultades detectadas na interpretación dos diagramas espazotemporais na primeira das actividades sobre os sistemas de referencia espazotemporais realizada na fase previa, observamos que a aplicación do visor espazotemporal e a reflexión colectiva realizada permitiron obter uns resultados aceptables na segunda das probas, en que se pedía aos alumnos trazar por si mesmos as gráficas para unha serie de situacións presentadas verbalmente. A aplicación do visor espazotemporal constitúe, xa que logo, un elemento sinxelo mais

eficaz para distinguir a realidade física e dinámica subxacente nunhas gráficas aparentemente estáticas.

Tense constatado que as gráficas espazotemporais permiten explicitar os diferentes modelos argumentativos do alumnado dun xeito visual, o que as dota dun gran poder explicativo e didáctico das ideas relativistas (neste caso, clásicas), como se puido comprobar na actividade sobre repouso e movemento relativo realizada na fase previa

Comprobouse igualmente (na actividade teórica individual realizada na fase previa despois de construír a transformación de Galileo a partir dunha actividade práctica) a eficacia dos diagramas espazotemporais para ilustrar os aspectos físicos da mecánica clásica, como paso previo para a súa posterior superación mediante a mecánica relativista usando a mesma metodoloxía visual.

Algunhas das carencias detectadas nos esquemas representativos das ideas do alumnado na fase previa indican unha defectuosa lectura física dos diagramas espazotemporais, o que pode producir resultados pobres na intervención posterior de construcción da Relatividade Especial se non se conseguisen subsanar ditas carencias mediante un reforzamento das actividades en que se realice dita conexión entre a física e a xeometría.

Un resultado interesante constitúeo o feito de que o número de veces en que o alumnado activa relacións mediante respuestas de tipo gráfico na proba 3 da caracterización final equivale praticamente ao número de veces que o fai textualmente. Dado que o fundamento da nosa proposta didáctica para anticipar a presentación da Teoría da Relatividade de xeito visual o constitúe a formulación xeométrica de Minkowski, que nos permitiu realizar unha secuencia explicativa totalmente visual dende a xeometría até a física, resulta alentador o feito de que o alumnado, unha vez chega a coñecer os fenómenos relativistas que son o obxectivo inmediato da proposta didáctica, non abandona o uso das gráficas, senón que recorre a elas para explicar as súas ideas físicas.

Redundando no anterior, o feito de que os alumnos e alumnas teñan utilizado ao longo da avaliación final en numerosas ocasións gráficas e diagramas espazotemporais para xustificar e explicar as súas ideas constitúe unha mostra da eficacia das mesmas como recurso didáctico, así como da potencialidade que teñen para ofreceren un recurso explicativo sintético e claro ao alumnado.

Cando os alumnos utilizan gráficas nas probas de retención para xustificaren as súas ideas, non adoitan aparecer incorreccións de tipo terminolóxico ou epistemolóxico. Nalgúns casos mesmo son usadas polo propio alumno para matizar as súas manifestacións erróneas. Tendo en conta as características xeométrico-visuais da proposta didáctica obxecto da presente investigación, así como o transcurso de máis dun ano entre a finalización da instrución e a realización das probas de

retención, consideramos que este resultado indica un interesante grao de significatividade da metodoloxía gráfica utilizada.

Tamén apareceron novos interrogantes referidos a problemas producidos polo enfoque visual debido á utilización dunhas gráficas que afectan aos conceptos fundamentais da nosa experiencia sensible (espazo e tempo), algo ao que non están afeitos os alumnos de Secundaria.

Sistemas de Referencia

Sería interesante investigar sobre as posibilidades didácticas doutros sistemas de referencia análogos ao sistema Terra-Lúa (utilizado durante a implementación na aula, e cuxas dimensións espacial e temporal son de 300.000 km e 1s, respectivamente), nos que a velocidade da luz sexa a unidade e que poidan ser interpretados dun xeito realista. Posibles candidatos serían o sistema dos satélites Galileo (30.000 km e 0,1 s), coa vantaxe de que se poden usar como experiencia discrepante que provoca a ruptura coa teoría de Galileo, un acelerador lineal de 300 m (con $T = 1 \mu\text{s}$), no que se poden simular colisións de partículas, a propia mesa do alumno (30 cm e 1 ns), na que se poden visualizar directamente e dun xeito realista os fenómenos explicados, ou o sistema Sol-Marte (300 millóns de km e 1.000s), no que se poden proponer efectos sobre viaxes espaciais a Marte.

Debería usarse de xeito sistemático o visor espazotempo como unha ferramenta auxiliar para a interpretación física do todos os diagramas utilizados ou xerados ao longo da instrución, e para evitar errores de interpretación das figuras como os detectados ao longo da implementación na aula.

Deberíase tamén insistir en procurar trazar as liñas nas figuras de Lorentz coa maior precisión posible, seguindo as liñas auxiliares, para evitar interpretacións e medidas erróneas.

Un resultado interesante foi o feito de que tres alumnas trazasen de xeito autónomo na proba 4 da caracterización inicial (simulación da experiencia de Michelson) unha figura na cal aparece inclinada a base, o que constitúe a esencia da Relatividade Especial dende un punto de vista gráfico. Neste senso, podemos dicir que foron capaces de construír unha figura a partir da cal poderían chegar a obterse todas as consecuencias relativistas. A aparición de gráficas deste estilo pode ser usada con proveito na instrución posterior.

A realización de actividades prácticas (preferiblemente cando se incorpore a relatividade clásica en cursos anteriores) permitiría evitar a confusión do alumnado en relación co manexo de diversos sistemas de referencia. No experimento dos muóns analizado nas probas de retención, o tempo de vida é o dos muóns, mais a distancia percorrida mídese na Terra. Sendo dous SR diferentes, non podemos atribuír os dous efectos simultaneamente sen incorrer nun erro. Dende o SR da Terra, o tempo de vida dos muóns dilátase, e a distancia percorrida non, mentres que dende o SR dos muóns é a distancia percorrida a que se contrae, e o seu tempo de vida non. Nos dous casos, o resultado

final é o mesmo: os muóns chegan á Terra. Os efectos relativistas dependen do SR, non son efectos innatos ás partículas cando van a moita velocidade.

Características dos sistemas de referencia (SR)

Consideramos que se debería presentar nalgún momento da intervención a forma xeométrica da transformación inversa da de Lorentz (invertendo a velocidad), para evitar a idea da posibilidade de conseguir unha dilatación espacial con velocidades negativas, (posiblemente debida a unha proporcionalidade implícita na mente dos alumnos), xa que na transformación inversa se observa novamente unha contracción, non unha dilatación. Pódese aproveitar para relacionar con outras funcións como a cuadrática (a enerxía cinética clásica, por exemplo, que sempre é positiva) nas que non existe proporcionalidade. A transformación inversa tamén interesaría para xustificar a necesidade de conservación da superficie espazotemporal, polo que poderían xuntarse as dúas explicacións.

En relación co anterior, sería deseable incorporar con maior relevancia na proposta didáctica a discusión sobre as razóns para que a superficie do espazotempo non poida variar na transformación de SRI. Deste xeito poderíase afrontar o erro cometido por algúns alumnos na avaliación final cando recorren a modificar o tamaño do rombo de Lorentz para conseguir un efecto claro de dilatación temporal ou de contracción espacial nas súas gráficas explicativas (fano maior para a dilatación e menor para a contracción). Poderíase confrontar unha explicación coa outra para amosar a incoherencia das mesmas.

Cómpre insistir tamén na necesidade de que toda figura que faga o alumno para explicar ideas relativistas mediante unha transformación espazotemporal (ben sexa galileana ou einsteniana) debe ser un paralelogramo, xa que en caso contrario non estaría representando unha transformación de SRI acorde cos principios físicos fundamentais de relatividade e de inercia. Evitaríanse deste xeito errores como os cometidos polos alumnos na avaliación final cando deforman o rombo de Lorentz para conseguir unha contracción espacial acorde co que pretenden explicar ou xustificar (e que ás veces confunden con inclinación do eixe, ou miden ao longo do lateral, non en horizontal, polo que a figura correcta non lles serve para explicalo e daquela acoden a deformala).

Experiencia discrepante coa relatividade clásica

Aínda que se introduce no inicio das explicacións didácticas como unha versión simplificada da experiencia de Michelson, un efecto relativista claro e que aparece a velocidades pequenas comparadas coa da luz constitúeo o funcionamento do sistema GPS de posicionamento por satélites, e podería ser retomado na fase de análise das consecuencias da transformación de Lorentz, enfatizando o feito de que acontece para unha velocidad de 30 km/s (a de translación terrestre), a

cal é tan só unha dez milésima parte da velocidade da luz, e non obstante sería responsable dun erro posicional de 3 quilómetros, efecto nada desprezable para un GPS. Dificultaríase deste xeito que os alumnos acudisen a explicacións como as detectadas na avaliación final e nas que se asignan as propiedades relativistas ao feito de viaxar coa velocidade da luz, algo que non é certo, pois, como vimos, aparecen para calquera velocidad, áinda que cunha magnitud pequena.

Velocidade límite

O feito de que un número significativo de alumnos comezasen a instrución sobre a Relatividade Especial cun certo coñecemento previo da existencia dun límite de velocidades, como se constatou na caracterización inicial, puido ter consecuencias para o desenvolvemento da proposta didáctica que foi obxecto de investigación, xa que na mesma dito límite de velocidades non ten o status de postulado previo ou punto de partida, senón que é un resultado que se obtén como consecuencia do desenvolvemento e análise das construcións gráficas da transformación de Lorentz.

Existen propostas didácticas para a RE que parten precisamente da imposibilidade de chegar á velocidad da luz para derivar os fenómenos da teoría relativista a partir do mesmo. Ao noso entender, mediante dito enfoque aceptase como evidencia (ou punto de partida a partir da cal se constrúe unha teoría) a *imposibilidade* de acadar unha determinada velocidad. Unha formulación didáctica da RE baseada na imposibilidade de chegar ou de rebasar a velocidad da luz tampouco corresponde co desenvolvemento histórico da teoría, e xa que logo seguiría un camiño alternativo ao mesmo. Aínda que non é estritamente necesario, si resulta interesante poder facer un paralelismo entre o desenvolvemento dunha teoría na aula e a correspondente xénese histórica, algo que si é posible se partimos da invarianza da velocidad da luz como postulado básico, e non da imposibilidade de rebasala.

Relacionado co anterior, semella que o coñecemento previo do alumnado en relación coa existencia dunha velocidad límite, de carácter fenomenolóxico e desestruturado, non dá encaixado coa presentación visual que se fai do concepto de velocidad nesta intervención, polo que non se deu aproveitado como elemento inclusor durante a implementación na aula. Sería deseñable ter en conta este aspecto para o futuro, mediante actividades nas que se relacione o coñecemento previo do alumnado sobre a velocidad límite coa visualización do mesmo nas gráficas espazotemporais.

A imposibilidade de superar a velocidad da luz na teoría de Einstein relacionouse verbalmente polo profesor na intervención didáctica co carácter de imposibilidade que ten falar de viaxes ao pasado na teoría de Galileo. Para iso, fixose unha comparación entre os límites de velocidades nas gráficas de Galileo e de Lorentz, vendo que a razón de que non se puidera chegar ao límite (a diagonal para Lorentz e a horizontal para Galileo) residía na necesidade de conservar a superficie espazotemporal. A alumna U identifica excesivamente estes conceptos na súa resposta textual nas

probas de retención. A aplicación do visor espazotemporal a unha serie de gráficas que tomen en consideración os conceptos de viaxe ao pasado, velocidade infinita, velocidade da luz e velocidade límite pode axudar a evitar as confusións entre estes conceptos.

Electromagnetismo e contracción espacial

A práctica sobre electromagnetismo debería ir precedida dunha análise e debate concienciados verbo do efecto da contracción espacial sobre correntes eléctricas, para intentar demostrar o máis claramente posible a existencia dun fenómeno de atracción que non existiría no caso de que a transformación fose galileana. Tamén é interesante, dende o punto de vista da didáctica da TRE, que os alumnos non recibisen anteriormente como explicación a estos fenómenos a existencia e propiedades dos campos magnéticos.

Dous momentos son esenciais para unha correcta integración dos fenómenos magnéticos a partir da contracción espacial: a construcción previa da forza de Lorentz como unha consecuencia da contracción espacial (para Galileo, non existiría magnetismo), e unha explicación sistemática mediante a contracción espacial dos fenómenos magnéticos observados na práctica con bobinas.

Débese evitar que os alumnos entanden que ao contraerse as cargas fan un efecto menor (coma se se debilitasen debido á compresión que están a *sufrir*), falando de densidade lineal se fose necesario.

Interpretación das gráficas para a equivalencia entre masa e enerxía

Na comparación entre as gráficas do choque para o caso galileano e o einsteniano, é necesario centrar a atención na posición do cdm na base da figura, non no feito de que a súa liña se incline ao variar de SR, para deste xeito evitar a atribución ao caso galileano dun efecto de desprazamento do centro de masas, e xa que logo de influencia da enerxía cinética no equilibrio das masas.

Na comparación entre a situación simétrica e a asimétrica, sería interesante facer unha práctica de choque inelástico e representalo dende diferentes SR. Vimos na avaliación final que para algúns alumnos as representacións dende diferentes SR representan situacións reais tamén diferentes, e xa que logo non se pode chegar a unha conclusión ao comparalas. A realización dunha actividade práctica, á parte de clarificar estes aspectos, axudaría tamén a evitar o erro do caso anterior.

Cosmoloxía do Big Bang

Na actividade sobre a estrutura e evolución do Universo, que algúns alumnos, durante a implementación na aula e malia presentar un grao de complexidade elevado, foron quen de interpretar axeitadamente nos seus elementos constitutivos, faltaría talvez unha integración dos mesmos para conseguir unha visión de conxunto deste tema tan relevante e interesante para o alumnado. Para o futuro, poderíanse deseñar actividades en relación con estes conceptos nas cales

se presentasen animacións gráficas por computador para destacar as relacións e significado entre as diferentes partes da gráfica do Big Bang.

O efecto central que se pretende explicar coa presentación ao alumnado da actividade sobre o Big Bang é a existencia dun límite para a expansión, que nos dará o tamaño do Universo actual de 15 GaL, límite que é consecuencia directa do límite de velocidades da TRE, e que pode presentarse como unha evidencia adicional do mesmo, para enfatizar o seu carácter de *límite estrutural da Natureza*, non dunha barreira que polo de agora non se conseguiu aínda superar.

Os restantes efectos e paradoxos (número ilimitado de galaxias nun Universo limitado, o feito de que se poida ver até o instante mesmo do Big Bang e como se vería o Universo dende un quasar preto do bordo do mesmo) deberían ser tratados con cautela, para evitar crear confusión nos alumnos cos mesmos, aínda que algúns demostraron ser quen de entendelos e resolver os paradoxos, co cal afianzaron aínda moito máis os coñecementos relativistas adquiridos.

Aspectos epistemolóxicos

Un reforzo do compromiso epistemolóxico na derivación de consecuencias físicas, reais e predicibles a partir das gráficas espazotemporais podería contribuír a reducir a aparición de ideas hiperrelativistas do estilo *todo é relativo, e xa que logo na ciencia non se pode afirmar nada con seguridade*, detectadas na avaliación final e que constitúen un distractor para o desenvolvemento normal da aprendizaxe.

Convén tamén enfatizar as características radicalmente lóxicas da TRE, especialmente na visión xeométrica utilizada, para diferencialas do feito de que, como consecuencia precisamente de dita lóxica (baseada en probas experimentais), aparecen unha serie de consecuencias que ao sentido común cástalle aceptar. O que en todo caso non funciona de xeito lóxico, nese caso, sería o sentido común! Evitariamos deste xeito a idea detectada na avaliación final de que na Teoría da Relatividade non intervén a lóxica, confundindo esta co *sentido común*.

Observouse nas probas de retención o establecemento de relacións causa-efecto entre os diferentes fenómenos ou magnitudes relativistas sen xustificación aparente para os mesmos. Expresións como *proporcionalidade* ou *equivalencia* tamén son utilizadas neste mesmo contexto de xustificación tan só aparente dos fenómenos relativistas. Tamén persisten interpretacións de tipo fenomenolóxico destes fenómenos (influencia da atmosfera na dilatación temporal, por exemplo), así como conceptualización da RE como un conxunto de ideas que non obedecen á *lógica* (referíndose mediante esta expresión ao sentido común, que ás veces non ten nada de lóxico). Será necesario un compromiso epistemolóxico forte por parte do alumnado para evitar ditas confusión terminolóxicas e conceptuais.

En relación co carácter epistemolóxico do límite de velocidades na TRE, pódese engadir o seguinte: aínda que existe evidencia experimental tanto da imposibilidade de superar a velocidad da luz entre dous SRI (aceleradores de partículas, por exemplo) como da conservación da velocidad da luz no baleiro para todos os SRI (experiencia de Michelson ou funcionamento do GPS, por exemplo), o seu carácter para servir de punto de partida na construcción didáctica da RE non é o mesmo. Vimos xa que existen experimentos nos que se sobrepasa a velocidad da luz, e non é doadoo comezar a distinguir entre uns e outros antes de iniciar a construcción das pezas de pensamento da TRE, coas cales se pode facer dita distinción.

A forma elegante e simple en que aparece a transformación de Lorentz como resultado gráfico necesario da conservación da velocidad da luz en todos os SRI constitúe un elemento didáctico moi interesante, pois a partir do mesmo o alumnado pode comezar a desenvolver todo tipo de consecuencias físicas mediante a análise das gráficas resultantes. Porén, se partimos da imposibilidade de rebasar a velocidad da luz mediante unha transformación de SRI, non aparece como única opción gráfica no espazotempo a da transformación de Lorentz.

Para evitar explicacións fenomenolóxicas como as aparecidas na avaliación final, e nas cales se baseaba na atmosfera terrestre a explicación dalgúns dos efectos relativistas (como a dilatación do tempo nos muóns atmosféricos), convén resaltar o feito de que nesa experiencia tanto os muóns en repouso como os muóns en movemento están na atmosfera.

Terminoloxía

Mantense nalgúns casos a confusión entre *dilatación temporal* e *contracción espacial* coas inclinacións dos correspondentes eixes. Ao aplicar esta idea alternativa, os alumnos atribúen propiedades de dilatación e de contracción ao espazo e ao tempo (aínda que non sempre acertando nesta asignación, debido posiblemente á simetría da gráfica de Lorentz), e poden cometer o erro adicional de atribuír ao tempo unha destas propiedades na transformación de Galileo. Na raíz destas confusións está unha dificultade na atribución de magnitudes físicas ás gráficas espazotemporais, aspecto que debería ser contemplado para futuras implementacións desta didáctica visual da TRE.

Talvez a utilización didáctica de figuras como as gráficas 6.1 e 6.2 do capítulo 6 podería contribuír a aclarar a distinción entre os seguintes conceptos:

-O concepto xeométrico de *inclinación* que, referida aos eixes do espazotempo, ten consecuencias físicas (pois a inclinación do eixe do tempo non é outra cousa que a velocidad relativa entre Sistemas de Referencia, que é o fundamento de calquera teoría relativista, e a inclinación do eixe do espazo é a relatividade da simultaneidade, que está na base de toda a Relatividade Especial), e

-Os conceptos medibles de *contracción* e *dilatación*, que indican tan só unha variación nas escalas espacial e temporal, respectivamente.

Nas probas de retención obsérvanse errores de tipo terminológico ou conceptual (tempo con espazo, aceleración con velocidad etc.). A simetría xeométrica da transformación de Lorentz pode dificultar a distinción física entre os dous eixes, e deste xeito contribuír a provocar resultados incorrectos como os anteriores. O manexo habitual do visor espazotemporal para a análise e interpretación das gráficas pode contribuír a evitar nas mesmas a confusión entre tempo e espazo.

Historia da Relatividade

Sería comenente reforzar a visión histórica da formación da RE como un exemplo de cambios de paradigma ao estilo da revolución copernicana (e que ten puntos en común coa mesma), coa interesante particularidade de que neste caso podemos asistir a unha concatenación de tales cambios: do pensamento aristotélico ao galileano, e deste último ao de Einstein. Deste xeito tamén se evitarían confusións como as que teñen aparecido na avaliación final sobre o papel de científicos como Galileo, Michelson, Lorentz ou Einstein no desenvolvemento das teorías relativistas.

Ideas clásicas

Na avaliación final apareceron algunas xustificacións de carácter fenomenológico para a contracción espacial (pola compresión debida á forza da velocidad), ou da velocidad límite (porque ao achegarse á velocidad da luz a forza é tan grande que os obxectos se desintegran), ideas que parecen estar relacionadas entre si. Estas ideas son remanentes do *impetus* aristotélico, e xa que logo deberían ser resoltas na parte galileana da intervención. Se non o foron entón, é moi probable que o alumno non consiga integrar as novas ideas dun xeito coherente.

As ideas previas de tipo galileano (suma clásica de velocidades, provisionalidade do límite de velocidades) ou aristotélico (carácter absoluto do repouso, efectos da velocidad sobre os corpos) adoitan resistir co paso do tempo, aspecto que tamén foi comprobado nas probas de retención.

Significatividade da aprendizaxe

Merece destacarse o feito de que, máis dun ano despois de ter introducido na aula a Teoría da Relatividade dun xeito cualitativo e visual, a metade dos alumnos fosen capaces de activar nas probas de retención más da metade das relacións significativas. Dentro deste grupo atópanse 5 dos 6 alumnos do grupo de 4º da ESO (o 80 % do mesmo), o cal é un sinal evidente da adecuación desta metodoloxía para o citado curso. Este resultado debe ser matizado tendo en conta o reducido tamaño da mostra, mais abre a posibilidade de realizar investigacións posteriores dirixidas específicamente a este nivel. O feito de poder anticipar o ensino cualitativo da Teoría da Relatividade ao último curso do Ensino Secundario Obrigatorio constituiría unha innovación de profundo calado no ensino da Física en niveis preuniversitarios, xa que permitiría acceder ao

conxunto da poboación á intelixibilidade dun dos elementos fundamentais para a comprensión do mundo actual.

Na análise de conxunto realizada no apartado C7.6 (táboas 7.20 e 7.21), fixose unha valoración da significatividade da aprendizaxe realizada entre as fases inicial, final e de retención, tanto para o conxunto da mostra como para o subconxunto dos alumnos de 4º da ESO.

A inspección visual das nubes de datos da táboa 7.20 (conxunto do alumnado) permitiu comprobar que na caracterización inicial os coñecementos relativistas foron moi baixos (como era de agardar), mentres que na fase final a situación mellorou considerablemente. Nas probas de retención, realizadas un ano despois, obsérvase un descenso de conxunto. Este resultado non é sorprendente, xa que as probas de retención fanse precisamente para comprobar a magnitud do esquecemento que se produce a medio prazo. O interesante foi comprobar que, ao comparar os resultados da retención cos da fase inicial, obsérvase unha melloría apreciable nos coñecementos relativistas. A memoria a medio prazo, deste xeito, conserva un conxunto significativo de contidos relativistas. A análise estatística permitiu outorgar un elevado grao de confianza a este resultado.

A inspección visual da táboa 7.21, correspondente ao subconxunto de 4ºda ESO, pola súa parte, permite comprobar que a nube de puntos se despraza cara arriba (indicando unha aprendizaxe positiva) entre as fases inicial e final (observándose tamén unha certa dispersión na fase final, con alumnos que aprenderon moi pouco e outros que aprenderon moito), mentres que entre a fase final e a de retención parece haber unha concentración dos datos na parte central (os alumnos que máis aprenderon descenderon algo, e os que aprenderan moi pouco, curiosamente, melloraron algo o seu rendemento despois dun ano). A comparación entre a fase inicial e a de retención amosa novamente unha certa aprendizaxe, que foi confirmada na análise estatística.

O feito de que, aínda despois de máis dun ano de realizada a intervención didáctica, permaneza unha aprendizaxe significativa no subconxunto dos alumnos de 4º da ESO, representa un resultado moi alentador sobre as posibilidades de incorporar de xeito cualitativo e visual a Teoría da Relatividade Especial no último curso do ensino obligatorio, aproveitando a potencialidade didáctica do tratamento visual baseado na formulación xeométrica de Minkowski

BIBLIOGRAFÍA

- Abiko, S. (2005).** “The Light-Velocity Postulate”. *Science & Education*, vol. **14**, 353-0365
- Adler, C. G. (1987).** “Does mass really depend on velocity, dad?”. *American Journal of Physics*, vol. **55** (8), 739-743
- Afonso, R., Bazo, C., López, M., Macau, M., Rodríguez, M. (1995).** “Una aproximación a las representaciones del alumnado sobre el Universo”. *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **13** (3), 327-335
- Akridge, R. (2001),** “A simple cosmology: General relativity not required”. *American Journal of Physics*, vol. **69**, 195-200
- Alemañ, R. A. (1997).** “Errores comunes sobre la Relatividad entre los profesores de enseñanza secundaria”. *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **15** (3), 301-307
- Alemañ, R. A. (2009).** “Una aproximación geométrica a la equivalencia masa-energía en relatividad”. *Latin American Journal of Physics Education*, vol. **3** (1), 121-126
- Alemañ, R. A. e Perez, J. F.(2000).** “Enseñanza por cambio conceptual: De la física clásica a la relatividad”. *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **18** (3), 463-471
- Alemañ, R. A. e Pérez, J. F. (2001).** “Una nueva propuesta didáctica para la enseñanza de la Relatividad en el bachillerato”. *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **19** (2), 335-343
- Alonso, M. (2000).** “Diagramas posición-tiempo para enseñar Relatividad en el bachillerato”. *Alambique*, vol. **23**, 109-117
- Alonso, M. e Soler, V. (2006a).** “Materiales didácticos para enseñar y aprender Relatividad en el bachillerato”. *Alambique*, vol. **50**, 106-115
- Alonso, M. e Soler, V. (2006b).** “La Relatividad en el bachillerato. Una propuesta de unidad didáctica”. *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **24** (3), 439-454
- Álvarez, V. M., Bernal, M. e García-Rodeja, E., 1998.** “Destrezas argumentativas en física: un estudio de caso utilizando problemas sobre flotación”, en Banet, E. y Pro, A. (coords.). Investigación e Innovación en la enseñanza de las ciencias, pp. 30-42
- Amelino-Camelia, G. (2007).** “Still Special”. *Nature*, vol. **450**, 6 Dec, 801-0802
- Angotti, J. A., Caldas, I. L., Delizoicov, D., Rüdinger, D., Pernambuco, M. (1978).** “Teaching relativity with a different phylosophy”. *American Journal of Physics*, vol. **46** (12) 1258-1262
- Aoki, K. e Mitsui T. (2008).** “A tabletop experiment for the direct measurement of the speed of Light”. *American Journal of Physics*, vol. **76** (9), 812-815
- Aranda i Oliveras, J. (1984).** “Sobre el movimiento de un conductor en un campo magnético”. *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **2**, 43- 48

- Arriassecq, I. e Greca, I. (2002).** “Algunas consideraciones históricas, epistemológicas y didácticas para el abordaje de la teoría de la Relatividad especial en el nivel medio y polimodal”. *Ciencia & Educação*, vol. 8 (1), 55 - 69
- Arriassecq, I. e Greca, I. (2004).** “Enseñanza de la teoría de la Relatividad especial en el ciclo polimodal: dificultades manifestadas por los docentes y textos de uso habitual”. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias* vol. 3 , num 2
- Arriassecq, I. e Greca, I. (2007).** “Approaches to the Teaching of Special Relativity Theory in High School and University Textbooks of Argentina”. *Science & Education*, vol. 16, 65-86
- Aubrecht, G. J. (1989).** “Redesigning courses and textbooks for the twenty-first century”. *American Journal of Physics*, vol. 57 (4), 352 - 359
- Azcarate, C. (1984).** “La nueva ciencia del movimiento de Galileo: una génesis difícil”. *Enseñanza de las Ciencias*, vol. 2, 203- 208
- Baez, J. C., Bunn, E. F. (2005).** “The meaning of Einstein’s equation”. *American Journal of Physics*, vol. 73 (7), 644 - 652
- Baierlein, R. (1991).** “Teaching $E = mc^2$ ”. *The Physics Teacher*, vol. 29, 170-175
- Baierlein, R. (2006).** “Two myths about special relativity”. *American Journal of Physics*, vol. 74 (3), 193-195
- Baierlein, R. (2007).** “Does nature convert mass into energy?”. *American Journal of Physics*, vol. 75 (4), 320-325
- Barlow, R. (1992).** “Particle physics: from school to university”. *Physics Education*, vol. 27 92- 95
- Barrett, J. E., Clements, D. H., Klanderman, D., Pennissi, S. J., Polaki, M. V. (2006).** “Students’ Coordination of Geometric Reasoning and Measuring Strategies on a Fixed Perimeter Task: Developing Mathematical Understanding of Linear Measurement”. *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 37 (3), 187- 221
- Bates, H. E. (1983).** “Measuring the speed of light by independent frequency and wavelength determination”. *American Journal of Physics*, vol. 51, 1003
- Bauman, R. P. (1994).** “Mass and Energy: The Lower-Energy limit”. *The Physics Teacher*, vol. 32, 340-342
- Beaver, J. E. (2000).** “The Speed of Light with a Shortwave Radio”. *The Physics Teacher*, vol. 38, 172- 174
- Bell, A. (1986).** “Enseñanza por diagnóstico. Algunos problemas sobre números enteros”. *Enseñanza de las Ciencias*, vol. 4 (3), 199-208
- Belloni, M., Christian, W., Dancy, M. H. (2004).** “Teaching Special Relativity Using Phyzlets”. *The Physics Teacher*, vol. 42, 284- 290

- Bertozzi, W. (1964).** "Speed and Kinetic energy of relativistic electrons". *American Journal of Physics*, vol. **32** (7), 551-555
- Bertschinger, E. e Taylor, E. (2008).** "General relativity for sophomores". *American Journal of Physics*, vol. **76** (2), 103-105
- Black, D., Gopi, M., Wessel, F., Pajarola, R. , Kuester, F. (2007).** "Visualizing flat spacetime: Viewing optical versus special relativistic effects". *American Journal of Physics*, vol. **75** (6), 540-545
- Blackman, E. G. (1998).** "Astrophysical Perspective in Teaching Special Relativity". *The Physics Teacher*, vol. **36**, 176- 177
- Blatter, H. e Greber, T. (1988).** "Aberration and Doppler shift: An uncommon way to relativity". *American Journal of Physics*, vol. **56** (4), 333-338
- Boozer, A. D. (2008).** "Time asymmetry in a dynamical model of the one-dimensional ideal gas". *American Journal of Physics*, vol. **76** (11), 1026-1030
- Boozer, A. D. (2009).** "Simulating a toy model of electrodynamics in (1+1) dimensions". *American Journal of Physics*, vol. **77** (3), 262- 269
- Boughn, S. P. (1989).** "The case of identically accelerated twins". *American Journal of Physics*, vol. **57** (9) , 791-793
- Brehme, R. W. (1962).** "A geometric representation of Galilean and Lorentz transformations". *American Journal of Physics*, vol. **30** (7) , 489-496
- Brehme, R. W. e Moore, W. E. (1969).** "Gravitation and Two-Dimensional Curved Surfaces". *American Journal of Physics*, vol. **37** (7), 683-692
- Brody, B. (2003).** "The Speed of Light: Making an Easy Time of It". *The Physics Teacher*, vol. **41**, 276- 277
- Bromme, R. (1988).** "Conocimientos Profesionales de los Profesores". *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **6** (1), 19-29
- Brown, J. S., Collins, A., e Duguid, P. (1989).** "Situated cognition and the culture of learning". *Educational Researcher*, vol. **18**, 32-42
- Bunge, M. (1961).** "Laws of physical laws". *American Journal of Physics*, vol. **29**, 518-522
- Callaghan, J. J. (2000).** *The Geometry of Spacetime*. Springer, New York
- Campbell, D. e Stanley, J., 1979.** *Diseños experimentales y cuasi experimentales en la investigación social*. Buenos Aires: Amorrortu.
- Carson, S. R. (1998a).** "Relativity on a spreadsheet". *Physics Education*, vol. **33** (1), 13-19
- Carson, S. R. (1998b).** "Relativistic mass". *Physics Education*, vol. **33** (6), 343-345

- Casadella, J. e Bibiloni, L. (1985).** “La construcción histórica del concepto de fuerza centrípeta en relación con las dificultades de su aprendizaje”. *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **3** (3), 217-224
- Cavalleri G. e Tonni, E. (2000).** “Comment on ‘Čerenkov effect and the Lorentz contraction’ ”. *Physics Review, A* **61**, 026101-1-2
- Cerf, R. (2006).** “Dismissing renewed attempts to deny Einstein the discovery of special relativity”. *American Journal of Physics*, vol. **74** (9), 818- 824
- Chodorowski, M. J. (2005).** “Superluminal apparent motions in distant radio sources”. *American Journal of Physics*, vol. **73** (7), 639- 643
- Cid, R. (2006).** “Cálculos sencillos para la máquina más compleja. Aprendiendo física en la Secundaria desde el LHC (CERN)”. *Revista Española de Física*, **1**, 48- 57
- Claxton, G., 1991.** *Educating the inquiring mind. The challenge for school science*. Londres: Harvester. Trad. cast. (1994). *Educar mentes curiosas. El reto de la ciencia en la escuela*. Madrid: Visor
- Clement, J., Brown, D. E. e Ziesman, A. (1989).** “Not all preconceptions are misconceptions: finding ‘anchoring conceptions’ for grounding instruction on students’ intuitions”. *International Journal of Science Education*, vol. **11** (sp. iss.), 554-565
- Colombo, J., Salinas, J., Pesa M. (1991).** “La generación autónoma de ‘conflictos cognitivos’ para favorecer cambios de paradigmas en el aprendizaje de las ciencias”. *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **9** (3), 237-242
- Colombo, L. (1995).** “Distintos tipos de constantes en física y aprendizaje significativo de la disciplina”. *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **13** (2), 237-248
- Consellería de Educación e Ordenación Universitaria, 1993.** *Desenvolvimento Curricular da asignatura de Física e Química no Bacharelato*
- Cortel, A. (2000).** “Demonstrating the Relationship between the Energy and Frequency of Light”. *The Physics Teacher*, vol. **38**, p. 152
- Couch J. G. e Dorries, T. K. (1982).** “Measuring relativistic electrons in the undergraduate laboratory”. *American Journal of Physics*, vol. **50**, 917-921
- Cowley, E.R. (1989).** “A classroom exercise to determine the Earth- Moon distance”. *American Journal of Physics*, vol. **57** (4), 351- 352
- Cranor, M. B., Heider, E. M. and Price, R. H. (2000).** “A circular twin paradox”. *American Journal of Physics*, vol. **68**, 1016-1020
- Criado, C. e Alamo, N. (2007).** “Round an expanding world: A simple model to illustrate the kinematical effects of the cosmological expansion”. *American Journal of Physics*, vol. **75** (4), 331-335

- Daniel, M. (2006).** “Particles, Feynman diagrams and all that”. *Physics Education*, vol. **41**, 119-129
- Debs T. A. e Redhead, M. L. G (1996).** “The ‘twin paradox’ and the conventionality of simultaneity”. *American Journal of Physics*, vol. **64** (4), 384-392
- Deissler, R. J. (2005).** “The appearance, apparent speed, and removal of optical effects for relativistically moving objects”. *American Journal of Physics*, vol. **73** (7), 663-669
- Deser. S. (2005).** “How special relativity determines the signs of the nonrelativistic Coulomb and Newtonian forces”. *American Journal of Physics*, vol. **73** (8), 752-755
- Desloge, E. A. e Philpott, R. J. (1987).** “Uniformly accelerated reference frames in special relativity”. *American Journal of Physics*, vol. **55** (3), 252-261
- Dewan, E. M. (1963).** “Stress effects due to Lorentz contraction”. *American Journal of Physics*, vol. **31** (5), 383-386
- Diaz, A. D., Herrera, W. J., Manjarrés, D. A. (2009).** “Work and energy in inertial and noninertial reference frames”. *American Journal of Physics*, vol. **77** (3), 270-273
- Dibble, W. E., Hart, G. W., Stokes, H. T. (1999).** “A Pedagogical Note on the Relativistic Velocity Addition Formula”. *The Physics Teacher*, vol. **37**, p. 369
- Disy, E., Garner, J. (1999).** “Hypothetical Pre-Classical Equations of Motion”. *The Physics Teacher*, vol. **37**, 42- 45
- Dobson, K., Lawrence, I. e Britton, P. (2000).** “The A to B of quantum physics”. *Physics Education*, vol. **35** (6), 400- 405
- Dolby C. E. e Gull, S. F (2001).** “On radar time and the twin ‘paradox’ ”. *American Journal of Physics*, vol. **69** (12), 1257-1261
- Doménech, A. (1998).** “El debate sobre la masa relativista: El problema definicional y otros aspectos epistemológicos”. *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **16** (2), 331-339
- Doménech, A., Doménech, T., Cassasus, M. e Bella, T. (1985).** “El espacio tiempo clásicos y el espacio tiempo de la Relatividad especial”. *Enseñanza de las Ciencias*, Num. Extra, p. 72
- Domínguez, J. M. (2000).** *Evolución de las formas de hacer y de pensar sobre un sistema material, en el marco de la termodinámica y del modelo de partículas. Estudio mediante esquemas de acción y de razonamiento*. Tesis Doctoral, Universidade de Santiago.
- Domínguez, J. M., García-Rodeja, E., Pro, A. de, Illobre, M. L. (2001a).** “Fundamentos para la planificación de una propuesta de enseñanza en la ESO: Cambios en un sistema material”. *Adaxe*, vol. **17**, 311-336
- Domínguez, J. M., García-Rodeja, E., Pro, A. de, Illobre, M. L. (2001b).** “Propuesta de enseñanza para el estudio de los cambios producidos en un sistema material, desde la termodinámica y el modelo cinético de partículas”. *Adaxe*, vol. **17**, 337-361

- Domínguez, J. M., García-Rodeja, E. e Pro, A. (2003).** “Esquemas de razonamiento y de acción de estudiantes de ESO en la interpretación de los cambios producidos en un sistema material”. *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **21** (2), 199-214
- Domínguez, J. M., Odetti, H., García, S., Cajaraville, J.A., Falicoff, Cl. B., Ortolani, A. E., (2007).** *Actividades para la enseñanza en el aula de ciencias. Fundamentos y planificación.* Universidad Nacional del Litoral. Argentina: Santa Fe
- Doran, C., Lasenby, A. (2003).** *Geometric Algebra for Physicists*, Cambridge University Press
- Dray, T. (1989).** “The twin paradox revisited”. *American Journal of Physics*, vol. **58** (9), 822-825
- Driver, R. (1986).** “Psicología cognoscitiva y esquemas conceptuales de los alumnos”. *Enseñanza de las Ciencias*, vol. vol. **4** (1), 3-15
- Driver, R. (1988).** “Un enfoque constructivista para el desarrollo del currículo en ciencias”. *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **6** (2), 109-119
- Driver, R., Newton, P., Osborne, J. (2000).** “Establishing the norms of scientific argumentation in classrooms”. *Science Education*, vol. **84**, 287-312
- Driver, R. e Warrington, L. (1985).** “Students’ use of the principle of energy conservation in problem situations”. *Physics Education*, vol. **20**, 171-176
- Drummond, I. T., Hathrell, S. J. (1980).** “QED vacuum polarization in a background gravitational field and its effects on the velocity of photons”. *Physics Review D* **22** (2) , 343
- Dryzek, J. e Singleton, D. (2007).** “Test of the second postulate of special relativity using positron annihilation”. *American Journal of Physics*, vol. **75** (8), 713-717
- Dryzek, J., Singleton, D., Suzuki, T. e Yu, R. (2006).** “An undergraduate experiment to test relativistic kinematics using in flight positron annihilation”. *American Journal of Physics*, vol. **74**, 49-53
- Duit, R. (1984).** “Learning the energy concept in school-empirical results from The Philippines and West Germany”, *Physics Education*, vol. **19**, 59-66
- Duit R. (1987).** “Should energy be illustrated as something quasi-material?” *International Journal of Science Education*, vol. **9** (2), 139-145
- Dunne, P. (1995).** “A symmetry approach to time dilation”. *Physics Education*, vol. **30** (3) , 171-177
- Dunne, P. (2001).** “Looking for consistency in the construction and use of Feynman diagrams”. *Physics Education*, vol. **36**, 366- 374
- Duschl, R. A. (1990).** *Restructuring Science Education*. Nueva York: Teachers College Press. Trad. de Álvarez, V., 1997. *Renovar la enseñanza de las ciencias. Importancia de las teorías y su desarrollo*. Madrid: Narcea

- Duschl, R. A. (1995).** “Más allá del conocimiento: Los desafíos epistemológicos y sociales de la enseñanza mediante el cambio conceptual”. *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **13** (1), 3-14
- Dyson, F. J. (1990).** “Feynman’s proof of the Maxwell equations”. *American Journal of Physics*, vol. **58**, 209-211
- Easwar N. e MacIntire, D. A. (1991).** “Study of the effect of relativistic time dilation on cosmic ray muón flux-An undergraduate modern physics experiment”. *American Journal of Physics*, vol. **59**, 589-592
- Ebel, M. F. (1979).** “A student’s experiment for the determination of the rest energy E_0 of electrons”. *American Journal of Physics*, vol. **47**, 96-98
- Eisenberg, L. J. (1967).** “Necessity of the Linearity of Relativistic Transformations between Inertial Systems”. *American Journal of Physics*, vol. **35**, p. 649
- Ellis, J. (2007).** “Beyond the standard model with the LHC”. *Nature*, vol. **448**, 297 - 301
- Erlichson, H. (2000).** “Instantaneous Impulses”. *The Physics Teacher*, vol. **38**, p. 289
- Evett, A. A. (1972).** “A relativistic rocket discussion problem”. *American Journal of Physics*, vol. **40** (8), 1170-1171
- Evett A. A. e Wangsness, R. K. (1960).** “Note on the separation of relativistically moving rockets”. *American Journal of Physics*, vol. **28** (6), 566
- Fadner, W. L. (1988).** “Did Einstein really discover ‘ $E=mc^2$ ’?”, *American Journal of Physics*, vol. **56** (2), 114-122
- Fernández-Dorado, J., Hernández-Andrés, J., Valero, E. M., Nieves, J. L., e Romero, J. (2008).** “A simple experiment to distinguish between replicated and duplicated compact discs using Fraunhofer diffraction”. *American Journal of Physics*, vol. **76** (12), 1137-1140
- Field, J. H. (2001).** “Spacetime exchange invariance: Special relativity as a symmetry principle”. *American Journal of Physics*, vol. **69** (5), 569- 575
- Fiore, G. (2000).** “An Out-of-Math Experience: Einstein, Relativity and the Developmental Mathematics Student”. *The Mathematics Teacher*, vol. **93** (3), 194- 199
- Flores, F. (2005).** “Bell’s spaceships: a useful relativistic paradox”. *Physics Education*, vol. **40**, 500- 503
- Fort, J. (2005).** “Energy conservation can predict intervals of time”. *Physics Education*, vol. **40**, 321- 322
- Freudenrich, C. C. (2000).** “Sci-Fi Science”. *The Science Teacher*, Nov, 42-45
- Galili, I. e Bar, V. (1992).** “Motion implies force: where to expect vestiges of the misconception?”. *International Journal of Science Education*, vol. **14** (1), 63-81
- Galili, I. e Kaplan, D. (1997).** “Extending the application of the relativity principle: Some pedagogical advantages”. *American Journal of Physics*, vol. **65** (4), 328-335

- Gallegos, J. A. (1992).** "Errores conceptuales en geología: los conceptos de isotropía, anisotropía y propiedad escalar - propiedad vectorial". *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **10** (2), 159-164
- García, S., Domínguez, J. M., García- Rodeja, E. (2002).** "Razonamiento y argumentación en ciencias. Diferentes puntos de vista en el currículo oficial". *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **20** (2), 217-228
- García Cifuentes, A. (2003).** "Cinemática relativista. Una propuesta didáctica para 2º de bachillerato". *Alambique*, vol. **38**, 93-103
- García-Salcedo, R e Moreno, C (2007).** "Descripción de la evolución del Universo: una presentación para alumnos preuniversitarios". *Latin American Journal of Physics Education*, vol. **1** (1), 95- 100
- Giannetto, E. R. A. (2007).** "The Electromagnetic Conception of Nature at the Root of the Special and General Relativity Theories and its Revolutionary Meaning". *Science & Education*, DOI 10.1007/s11191-007-9121-7
- Giannoni, C. e Gron, O. (1979).** "Rigidly connected accelerated clocks". *American Journal of Physics*, vol. **47**, 431-435
- Giere, R. N. (1994).** "The cognitive struture of scientific theories". *Philosophy of Science*, vol. **61**, 276-296
- Gil, D. (1986).** "La metodología científica y la enseñanza de las ciencias: unas relaciones controvertidas". *Enseñanza de las ciencias*, vol. **4** (2), 111-122
- Gil, D. (1987).** "La introducción a la física moderna: Un ejemplo paradigmático de cambio conceptual". *Enseñanza de las Ciencias*, Nº extra, 209-210
- Gil, D. (1994).** "Diez años de investigación en didáctica de las ciencias: realizaciones y perspectivas". *Enseñanza de las Ciencias*, **12** (2). 154-164
- Gil, D. e Solbes, J. (1993).** "The introduction of modern physics: overcoming a deformed vision of science". *International Journal of Science Education*, vol. **15** (3), 255-260
- Godino, J. D., Contreras, A. e Font, V. (2006).** "Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática". *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, vol. **26** (1), 39-88
- Goldberg, S. (1967).** "Henri Poincare and Einstein's Theory of Relativity". *American Journal of Physics*, vol. **35**, 934-944
- Good, R. H. (1982).** "Uniformly accelerated reference frame and twin paradox". *American Journal of Physics*, vol. **50** (3), 232-238

- Greber, T. e Blatter, H. (1990).** “Aberration and Doppler shift: The cosmic background radiation and its rest frame”. *American Journal of Physics*, vol. **58** (10), 942-945
- Greca, I. e Moreira M. A. (1996).** “Un Estudio Piloto sobre Representaciones Mentales, Imágenes, Proposiciones y Modelos Mentales respecto al Concepto de Campo Electromagnético en Alumnos de Física General, Estudiantes de Postgrado y Físicos Profesionales”. *Investigações en Ensino de Ciências*, vol. **1** (1), 95-108. En línea en: www.if.ufrgs.br/public/ensino/revista.htm
- Gron, O. e Elgaroy, O. (2007).** “Is space expanding in the Friedmann universe models? ”. *American Journal of Physics*, vol. **75** (2), 151-157
- Gruber, R. P., Gruber, A. D., Hamilton, R. e Matthews, S. M. (1991).** “Space Curvature and the “Heavy Banana ‘Paradox’”. *The Physics Teacher*, vol. March, 147- 149
- Gülmez, E. (1997).** “Measuring the speed of Light with a fiber optic kit: An undergraduate experiment”. *American Journal of Physics*, vol. **65**, 614- 618
- Gutiérrez, R. (2004).** “Polisemia actual del concepto ‘modelo mental’. Consecuencias para la investigación didáctica”. *Ponencia dictada en el II Encuentro Iberoamericano sobre Investigación Básica en Educación en Ciencias*. Universidad de Burgos. España
- Hafele, J. C. (1972).** “Relativistic Time for Terrestrial Circumnavigations”. *American Journal of Physics*, vol. **40**, 81- 85
- Hanc, J., Tuleja, S. e Hancova, M. (2003).** “Simple derivation of Newtonian mechanics from the principle of least action”. *American Journal of Physics*, vol. **71**, 386-391
- Harpaz, A. (1997).** “More on Superluminal velocities”. *The Physics Teacher*, vol. March, pp. 147- 149
- Hartle, J. B. (2006)** “General relativity in the undergraduate physics curriculum”. *American Journal of Physics*, vol. **74** (1), 14-21
- Hellstrand, A. e Ott, A. (1995).** “The utilization of fiction when teaching the theory of relativity”. *Physics Education*, vol. **30**, (5), 284-286
- Heras, J. A. (2007).** “Can Maxwell’s equations be obtained from the continuity equation? ”. *American Journal of Physics*, vol. **75** (7), 652-657
- Hestenes, D. (1986).** *New Foundations for Classical Mechanics*. Dordrecht: Ed. Kluwer Academic Publishers
- Hestenes, D., Wells, M. e Swackhamer, G. (1992).** “Force concept inventory”. *The Physics Teacher*, vol. **30** (3), 141-158
- Hewson, P. W. (1982).** “A case study of conceptual change in special relativity: The influence of prior knowledge in learning”. *European Journal of Research in Science Education*, vol. **4** (1), 61-78

- Hewson, P. W. (1985).** “Epistemological commitments in the learning of science: Examples from dynamics”. *European Journal of Science Education*, vol. **7**, 163-172
- Hewson, P. W. (1990).** “La enseñanza de ‘Fuerza y Movimiento’ como cambio conceptual”. *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **8** (2), 157-171
- Hewson, P. W., Beeth, M. E. (1995).** “Enseñanza para un cambio conceptual: ejemplos de fuerza y movimiento”. *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **13** (1), 25-35
- Hewson, P. W., Thorley, N.R. (1989).** “The conditions of conceptual change in the classroom”. *International Journal of Science Education*, vol. **11** (sp.iss), 541-553
- Hickey, F. R. (1979).** “Two-dimensional appearance of a relativistic cube”. *American Journal of Physics*, **47**, 711-714
- Hierrezuelo, J., (1993).** *Ciencias de la Naturaleza: Física y Química, Educación Secundaria 3º y 4º, comentarios*. Elzevir: Vélez-Málaga
- Hobson, A. (2005).** “Teaching $E=mc^2$: Mass without mass”, *The Physics Teacher*, vol. **43** (2), 80-82
- Hobson, A. (2006a).** “Millikan Award Lecture, 2006: Physics For All”. *American Journal of Physics*, vol. **74** (12), 1048-1054
- Hobson, A. (2006b).** “General Relativity for all college students”. *American Journal of Physics*, vol. **76** (7), p. 607
- Hodson, D. (1994).** “Hacia un enfoque más crítico del trabajo de laboratorio”. *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **12** (3), 299-313
- Hoffmann, B. (1985) .** *La relatividad y sus orígenes*. Barcelona: Ed Labor
- Hoffmann, M. J. H. (1989).** “The Compton effect as an experimental approach toward relativistic mass”. *American Journal of Physics*, vol. **57** (9), 822- 825
- Hollenbach, D. (1976).** “Appearance of a rapidly moving sphere: A problem for undergraduates”. *American Journal of Physics*, vol. **44** (1), 91-93
- Holstein, B. R. e Swift, A. R. (1972).** “The Relativity Twins in Free Fall”. *American Journal of Physics*, vol. **40**, 746-750
- Holton, G. (1962).** “Resource letter SRT 1 on special relativity theory”. *American Journal of Physics*, vol. **30**, 462-469
- Ireson, G. (1996).** “Relativity at A- level: a looking glass approach”. *Physics Education*, vol. **31**, 356 - 361
- Ireson, G. (1998).** “Introducing relativistic mass : the ‘ultimate speed experiment’ of William Bertozzi revisited”. *Physics Education*, vol. **33** (3), 182-186

- Jiménez, M. P., Solano, I., Marín, N. (1994).** "Problemas de terminología en estudios realizados acerca de 'lo que el alumno sabe' sobre ciencias". *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **12** (2), 235-245
- Jiménez, M. P. (1998).** "Diseño curricular: Indagación y razonamiento con el lenguaje de las ciencias". *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **16** (2), 203-216
- Johansson, K. E., Kozma, C. e Nilsson, Ch. (2006).** "Einstein for schools and the general public". *Physics Education*, vol. **41**, 328-333
- Jolivette P. L. e Rouze, N. (1994).** "Compton scattering, the electron mass, and relativity: A laboratory experiment". *American Journal of Physics*, vol. **62**, 266-271
- Jones, B. L. e Lynch, P. P. (1987).** "Childrens' conceptions of the earth, sun and moon". *International Journal of Science Education*, vol. **9** (1), 43-53
- Jones, G. T. (1992).** "A quite extraordinary demonstration of Quantum ElectroDynamics! ". *Physics Education*, vol. **27**, 81-86
- Jones, G. T. (1999).** "Positron annihilation in flight". *Physics Education*, vol. **34**, 276-86
- Jones, R. T. (1961).** "Conformal coordinates associated with uniformly accelerated motion". *American Journal of Physics*, vol. **29** (3), 124-125
- Jonsson, R. (2005).** "Visualizing curved spacetime". *American Journal of Physics*, vol. **73** (3), 248-260
- Jonsson, R. (2007).** "Gyroscope precession in special and general relativity from basic principles". *American Journal of Physics*, vol. **75** (5), 463-471
- Jordan, T. (2005).** "Cosmology calculations almost without general relativity". *American Journal of Physics*, vol. **73**, 653-662
- Junquera, J. L., Gallego, A. (2007).** "La paradoja del gusano relativista en levitación". *Revista Española de Física*, vol. **21**, 51- 52
- Kalmus, P. (1992).** "Particle physics at A - level - the universities' viewpoint". *Physics Education*, vol. **27** (2), 62 - 64
- Kenny, P. (2006).** "Time dilation in special relativity: an alternative derivation". *Physics Education*, vol. **41**, 334- 336
- Kohler, R. H. (1966).** "Graphical Aids in the Teaching of Special Relativity". *American Journal of Physics*, vol. **34** , 1128-1133
- Komar, A. (1965).** "Foundations of special relativity and the shape of the big dipper". *American Journal of Physics*, vol. **33** (12), 1024-1027
- Kowen, M., Mathur, H. (2003).** "On Feynman's analysis of the geometry of Keplerian orbits". *American Journal of Physics*, vol. **71**, 397- 401
- Kraus, U. (2000).** "Brightness and color of rapidly moving objects: The visual appearance of a large sphere revisited". *American Journal of Physics*, vol. **68** (1), 56-60

- Krauss, L. M. (2003).** “The History and Fate of the Universe”. *The Physics Teacher*, vol. **41**, 146-147
- Lanciano, N. (1989).** “Ver y hablar como Tolomeo y pensar como Copérnico”. *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **7** (2), 173-182
- Lass, H. (1963).** “Accelerating frames of reference and the clock paradox”. *American Journal of Physics*, vol. **31** (4) , 274-276
- Lee, A. R. Kalotas, T. M. (1975).** “Lorentz transformation from the first postulate”. *American Journal of Physics*, vol. **43** (5), 434-437
- Lemke, J. L. (1990).** *Talking science : language, learning, and values*. Norwood (New Jersey): Ablex. Edición en español: Lemke, J. L. (1997). *Aprender a hablar ciencia : lenguaje, aprendizaje y valores*. Barcelona: Paidós Ibérica
- Lemons, D. S. (1988).** “A newtonian cosmology Newton would understand”. *American Journal of Physics*, **56**, 502-504
- Levrini, O. (2002a).** “Reconstructing the basic-concepts of General Relativity from an Educational and Cultural Point of View”. *Science & Education*, vol. **11**, 263- 278
- Levrini, O. (2002b).** “The Substantivalist View of Spacetime Proposed by Minkowski and its Educational Implications”. *Science & Education*, vol. **11** (6), 601-617
- Levy-Leblond, J. M. (1976).** “One more derivation of the Lorentz transformation”. *American Journal of Physics* ,**44**, 271 - 277
- Levy-Leblond, J. M. (1980).** “Speed(s) ”. *American Journal of Physics*, ,**48** (5) , 345-347
- Levy-Leblond, J. M. (2007).** “A simple derivation of the Lorentz transformation and of the accompanying velocity and acceleration changes”. *American Journal of Physics*, vol. **75** (7), 615-618
- Levy-Leblond, J. M. Provost, J. P. (1979).** “Additivity, rapidity, relativity”. *American Journal of Physics*, vol. **47**, 1045 - 1049
- Lo Presto, M. C., Meroueh, R. (2001).** “How Dense is a Black Hole?”. *The Physics Teacher*, vol. **39**, 84- 86
- Luetzelschwab, J. W. (2003).** “Apparatus to measure relativistic mass increase”. *American Journal of Physics*, vol. **71**, 878-884
- Mallinckrodt, A. J. (1993).** “Relativity theory versus the Lorentz transformations”. *American Journal of Physics*, vol. **61** , p. 760
- Marsh, L. M. (1965).** “Relativistic accelerated systems”. *American Journal of Physics*, vol. **33** (11) , 934-938

- Martinez, A. (2005).** “Conventions and inertial reference frames”. *American Journal of Physics*, vol. **73** (5), 452 - 458
- Martins, A. F. P, Zanetic, J. (2002).** “O tempo na mecânica: De coadjuvante a protagonista”. *Caderno Brasileiro de Ensino da Física*, vol. **19** (2), 149- 175
- Maurines, L. (1992).** “Los estudiantes y la propagación de las señales mecánicas: Dificultades de una situación de varias variables y procedimientos de simplificación”. *Enseñanza de las ciencias*, vol. **10**, 49-57
- McClelland, J. A. G. (1985).** “Misconceptions in mechanics and how to avoid them”. *Physics Education*, vol. **20**, 159-162
- McDermott, L. C. (1993).** “How we teach and how students learn-A mismatch?” *American Journal of Physics*, vol. **61** (4), 295-298
- McKinley J. M. e Doherty, P. (1979).** “Relativistic transformations of light power”, *American Journal of Physics*, vol. **47** (7), 602-605
- McKinley, J. M. (1979)** “In search of the starbow: The appearance of the starfield from a relativistic spaceship” , *American Journal of Physics*, vol. **47** (4), 309-316
- MEC (Ministerio de Educación y Ciencia) 2007.** *REAL DECRETO 1467/2007, de 2 de noviembre, por el que se establece la estructura del bachillerato y se fijan sus enseñanzas mínimas.*. BOE núm. 266, Martes 6 noviembre
- Mermin, N. D. (1983).** “Relativistic addition of velocities directly from the constancy of the velocity of Light”. *American Journal of Physics*, vol. **51** (12), 1130-1131
- Mermin, N. D. (1984).** “Relativity without Light”. *American Journal of Physics*, vol. **52**, 119-124
- Mermin, N. D. (1994).** “Lapses in relativistic pedagogy”. *American Journal of Physics*, vol. **62**, p. 11
- Mermin, N. D. (1997).** “An introduction to spacetime diagrams”. *American Journal of Physics*, vol. **65** (6), 476- 486
- Mermin, N. D. (1998).** “Spacetime Intervals as Light Rectangles”. *American Journal of Physics*, vol. **66** , 1077- 1080,
- Michelini, M., Ragazzon, L., Santi, L. e Stefanei, A. (2000).** “Proposal for quantum physics in secondary school”. *Physics Education*, vol. **35** (6), 406-410
- Miguel, O. (1986).** “Análisis comportamental de las leyes de Newton”. *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **4** (1), 51-55
- Minguzzi, E. (2005a).** “Differential aging from acceleration: An explicit formula”. *American Journal of Physics*, vol. **73** (9), 876-880
- Minguzzi, E. (2005b).** “The Minkowski metric in non-inertial observer radar coordinates”. *American Journal of Physics*, vol. **73** (12), 1117-1121

- Minstrell, J. (1982).** "Explaining the 'at rest' condition of an object". *Physics Teacher*, vol. 20, 10-14
- Mitvalsky, V. (1966).** "Special Relativity without the Postulate of Constancy of Light". *American Journal of Physics*, vol. 34 (9), p. 825
- Monaghan, J. M. e Clement, J. (1999).** "Use of a computer simulation to develop mental simulations for understanding relative motion concepts". *International Journal of Science Education*, vol. 21 (9), 921-944
- Montigny, M. , Rousseaux, G. (2007).** "On some applications of Galilean electrodynamics of moving bodies". *American Journal of Physics*, vol. 75 (11), 984-992
- Müller, I. (2000).** "The Ether Wind and the Global Positioning System". *The Physics Teacher*, vol. 38, 243-246
- Muller, R. A. (1978).** "The twin paradox in special relativity". *American Journal of Physics*, vol. 40, 966-969
- Muller, R. A. (1992).** "Thomas precession: Where is the torque? ". *American Journal of Physics*, vol. 60, 313-317
- Müller, T. (2004).** "Visual appearance of a Morris-Thorne-wormhole". *American Journal of Physics*, vol. 72 (8), 1045-1050
- Mungan, C. E. (2006).** "Relativistic Effects on Clocks Aboard GPS Satellites". *The Physics Teacher*, vol. 44, 424- 425
- Murphy, G. L. (1997).** "Einstein + Newton +Bohr = Quantum Cosmology". *The Physics Teacher*, vol. 35, 480- 481
- Navarro-Salas, J. (2008).** "Sobre la enseñanza de la Relatividad general en el grado de fisica". *Revista Española de Física*, num. abril-junio, pp. 2-3
- Newburgh, R. (2007).** "Inertial forces, absolute space, and Mach's principle: The genesis of relativity". *American Journal of Physics*, vol. 75 (5), 427-430
- Norsen, T. (2005).** "Einstein's Boxes". *American Journal of Physics*, vol. 73 (2), 164-176
- OCDE (2006a).** *El programa PISA de la OCDE. Qué es y para qué sirve*. Santillana, Madrid
- OCDE (2006b).** *PISA 2006. Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos de la OCDE. INFORME ESPAÑOL*. Santillana, Madrid
- OCDE (2006c).** *PISA 2006. Marco de la Evaluación. Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura*. Santillana, Madrid
- Ogborn, J., Kress, G., Martins, I., Mc-Gillicudy, K. (1996).** *Explaining science in the classroom*. Buckingham: Open University Press. Edición en español: Ogborn J., Kress G., Martins I., Mc-

- Gillicudy K. (1998). *Formas de explicar. La enseñanza de las ciencias en secundaria*. Aula XXI.. Madrid: Santillana
- Ogborn, J. (2005).** “Introducing relativity: less may be more”. *Physics Education*, vol. **40** (3), 213 - 222
- Ogborn, J., Taylor, E. F (2005).** “Quantum physics explains Newton’s laws of motion”. *Physics Education*, vol. **40** , 26 - 34
- Ohanian, H. C. (2004).** “The role of dynamics in the synchronization problem”. *American Journal of Physics*, vol. **72**, 141 - 14
- Oliva, J. M. (1999).** “Structural patterns in students’ conceptions in mechanics”. *International Journal of Science Education*, vol. **21** (9), 903-920
- Ostermann, F. e Moreira M. A. (2000).** “Física contemporánea en la escuela secundaria: una experiencia en el aula involucrando formación de profesores”. *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **18** (3), 391-400
- Ostermann, F. e Rici, T. (2002),** “Relatividade Restrita no Ensino Medio: Contração de Lorentz – Fitzgerald e Aparência Visual de Objetos Relativísticos em Livros Didácticos de Física”. *Caderno Brasileiro de Ensino da Física*, vol. **19** (2), 176-190
- Page D. N. and Geilker, C. D. (1972).** “Measuring the speed of Light with a laser and pockels cell”. *American Journal of Physics*, vol. **40**, p. 86
- Parasnus, A.S. (1998).** “Motion, Matter, Mass, Laws of Motion, Newton and Einstein”. *Physics Education*. July-September, pp. 109-116
- Peres, A. (1987).** “Relativistic telemetry”. *American Journal of Physics*, vol. **55** (6), 516-519
- Pérez Hernández, (2005).** “Algunas actividades problemáticas para la enseñanza de la Relatividad Especial en el bachillerato”. *Alambique*, vol. **45**, 90- 98
- Pérez, M. P. e Pozo, J. I. (1994).** *Aprender a resolver problemas y resolver problemas para aprender*, en Pozo, J.I. (ed.), Solución de problemas. Madrid: Santillana
- Pérez, H. (2003).** *La teoría de la relatividad y su didáctica en el Bachillerato: análisis de dificultades y una propuesta de tratamiento*. Tesis doctoral, Universitat de Valencia
- Pérez, H. e Solbes, J. (2003).** “Algunos problemas en la enseñanza de la relatividad”. *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **21** (1), 135-146
- Pérez, H. e Solbes, J. (2006).** “Una propuesta sobre enseñanza de la Relatividad en el bachillerato como motivación para el aprendizaje de la física”. *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **24** (2), 269-284
- Piconi, R. G. (2007).** “Special Relativity and Magnetism in an Introductory Physics Course”. *The Physics Teacher*, vol. **45**, 152- 15

- Pierce, E. (2007).** “The lock and key paradox and the limits of rigidity in special relativity”. *American Journal of Physics*, vol. **75** (7), 610-614
- Prado, X. (2005).** “Modelo visual para o ensino da Relatividade”. En: *XXX Reunión Bienal de la RSEF, Resúmenes de las comunicaciones, pp.343-344*. Carballo, E. (Ed.), Dep. de Física Aplicada, Fac. de Ciencias de Ourense, Univ de Vigo.
- Prado, X., Domínguez, J. M. (2006).** “Ideas sobre movemento relativo no ensino secundario”. *Boletin das Ciencias*, vol. **61**, 163-166. Edita: ENCIGA
- Prentis, J. J. (2005).** “Why is the energy of motion proportional to the square of the velocity?”. *American Journal of Physics*, vol. **73** (8), 701-707
- Preti, G. e Felice, F. (2008).** “Light cones and repulsive gravity”. *American Journal of Physics*, vol. **76** (7), 671-676
- Price, R. H. (2005).** “Proyectiles, pendula and special relativity”. *American Journal of Physics*, vol. **73** (5), 433- 438
- Pro, A. (1998).** “¿Se pueden enseñar contenidos procedimentales en las clases de ciencias?”. *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **16** (1), 21-41
- Rainville, S., Thompson, J. K., Myers, E. G., Brown, J. M., Dewey, M. S., Kessler, E. G., Deslattes, R. D., Börner, H. G., Jentschel, M., Mutti, P., Pritchard, P. E. (2005).** “A direct test of $E = mc^2$ ”. *Nature*, vol. **438**, 1.096-1.097
- Reigosa, C. E., Jiménez, M. P. (2000).** “La cultura científica en la resolución de problemas en el laboratorio”. *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **18** (2), 275-284
- Rhodes, J. A. Semon, M. D. (2004).** “Relativistic velocity space, Wigner rotation, and Thomas precession”. *American Journal of Physics*, vol. **72**, p. 943
- Rindler, W. (1961).** “Length contraction paradox”. *American Journal of Physics*, vol. **29** (6), 365-366
- Rindler, W. (1976).** “Kruskal Space and the Uniformly Accelerated Frame”. *American Journal of Physics*, vol. **34**, 1174- 1178
- Robinetti, R. W. (2003).** “It’s, Like, Relative Motion at the Mall”. *The Physics Teacher*, vol. **41**, 140- 142
- Rojas, R., Fuster, G. (2007).** “Graphical Representation of the Doppler Shift: Classical and Relativistic”. *The Physics Teacher*, vol. **45**, 306- 309
- Romain, J. E. (1963).** “A geometrical approach to relativistic paradoxes”. *American Journal of Physics*, vol. **31** (8), 576-85
- Romain, J. E. (1964).** “Remarks on a coordinate transformation to an accelerated frame of reference”. *American Journal of Physics*, vol. **32** (4), 279-285

- Romero, C. (1996).** “Una investigación sobre los esquemas conceptuales del continuo”. *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **14** (1), 1-14
- Rose, M. (2007).** “A Good Diagram is Worth One Hundred Words”. *Mathematics in School*, September, 29-32
- Rumelhart, D. E. e Ortony, A. (1982).** “La representación del conocimiento en la memoria”. *Infancia y Aprendizaje*, vol. 19-20, 115-118.
- Salart, D. , Baas, A., Branciard , C., Gisin, N. e Zbinden, H. (2008).** “Testing the speed of ‘spooky action at a distance’ ”. *Nature*, vol. **454**, 861- 864
- Saletan, E. (1997).** “Minkowski diagrams in momentum space”. *American Journal of Physics*, vol. **65** (8), 799-800
- Saltiel, E. e Malgrane, J. L. (1980).** “Spontaneous ways of reasoning in elementary kinematics”. *European Journal of Physics*, vol. **2**, 73-80
- Saltiel, E. e Viennot, L. (1985).** “¿Qué aprendemos de las semejanzas entre las ideas históricas y el razonamiento espontáneo de los estudiantes?”. *Enseñanza de las Ciencias* vol. **3** (2), 137-144
- Sánchez, J. L. (2000).** “El concepto relativista de *masa inerte* en los textos de física del nuevo bachillerato”. *Revista Española de Física*, vol. **14**, 4
- Sandin, T. R. (1991).** “In defense of relativistic mass”. *American Journal of Physics*, vol. **59** (11), 1032-1036
- Sanmartí, N. e Casadella, J. (1987).** “Semejanzas y diferencias entre las concepciones infantiles y la evolución histórica de las ciencias: el ejemplo del concepto de fuerza y especialmente del de fuerza de gravedad”. *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **5** (1), 53-58
- Savage, C. M., Searle, A. e McCalman L.(2007).** “Real Time Relativity: Exploratory learning of special relativity”. *American Journal of Physics*, vol. **75** (9), 791-798
- Sawicki, M. (1996).** “What’s Wrong in the Nine Most Popular Texts”. *The Physics Teacher*, vol. **34**, 147-149
- Sazánov, A. A. (1988).** *El universo tetradimensional de Minkowski*. Moscú: Editorial Mir
- Scherr, R. E. (2007).** “Modeling student thinking: An example from special relativity”. *American Journal of Physics*, vol. **75** (3), 272-0280
- Scherr, E. R. Shaffer, P. S. and Vokos, S. (2001).** “Student understanding of time in special relativity: Simultaneity and reference frames”. *American Journal of Physics*, vol. **69**, 24-35
- Scherr, R. E., Shaffer, P. S. e Vokos, S. (2002).** “The challenge of changing deeply held student beliefs about the relativity of simultaneity”. *American Journal of Physics*, vol. **70** (12), 1.238-1.248
- Schwartz, H. M. (1962).** “Axiomatic Deduction of the General Lorentz Transformations”. *American Journal of Physics*, vol. **30**, 697- 707

- Scott G. D. e Viner, M. R. (1965).** “The geometrical appearance of large objects moving at relativistic speeds”. *American Journal of Physics*, vol. **33** (7), 534-536
- Sen, A. (1994).** “How Galileo could have derived the Special Theory of Relativity”, *American Journal of Physics*, vol. **62**, 157-162
- Shayer, M. e Adey, P. (1986).** *La Ciencia de Enseñar Ciencias*. Madrid: Narcea
- Siegel, D. (2006).** “Cinematographic metaphors for the relativistic revolution”. *American Journal of Physics*, vol. **74** (3), 173-175
- Silagadze, Z. K. (2008).** “Relativity without tears”. *Acta Physica Polonica B*, vol. **39** (4), 811 - 885
- Singh, S. (1986).** “Lorentz Transformations in Mermin’s ‘Relativity without Light’ ”. *American Journal of Physics*, vol. **54**, 183-184
- Solaz, J. e Sanjosé, V. (1992).** “El papel del péndulo en la construcción del paradigma newtoniano”. *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **10** (1), 95-100
- Solomon, J. (1983).** “Learning about energy: how pupils think in two domains”. *European Journal of Science Education*, vol. **5** (1), 49-59
- Srivasta, A. M. (1980).** “Invariant speed in special relativity”. *American Journal of Physics*, vol. **49** (5), 504- 505
- Stachel, J. (2005).** “1905 and all that”. *Nature*, vol. 433 (Jan), 215- 217
- Stannard, R. (1990).** “Modern Physics for the young”. *Physics Education*, vol. **25** (3), p. 133
- Stansbury, P. (2000).** “The equivalence of mass and energy”. *Physics Education*, vol. **35** (6). 378-379
- Stauffer, R. H.(1997).** “Finding the Speed of Light with Marshmallows- A Take Home Lab”. *The Physics Teacher*, vol. **35**, p. 231
- Steffanell, I., Molina, U., Ruz, L. (2006).** “Consecuencias didácticas del Primer Postulado de la Relatividad Especial”. *Revista Colombiana de Física*, vol. **38** (3), 1202 – 1205
- Steib, M. L. (1976).** “Extraction of Relativistic Concepts”. *American Journal of Physics*, vol. **44** (1), 60- 62
- Steinberg, M. S., Brown, D. E. e Clement, J. (1990).** “Genius is not immune to permanent misconceptions: conceptual difficulties impeding Isaac Newton and contemporary physics students”. *International Journal of Science Education*, **12** (3), 265-273
- Strandberg, M. (1986).** “Special relativity completed: The source of some 2s in the magnitude of physical phenomena”. *American Journal of Physics*, vol. **54** (4), 321-331
- Stuckey, W. M.(1992).** “Can galaxies exist within our particle horizon with Hubble recessional velocities greater than c ?”. *American Journal of Physics*, vol. **60** (2), 142-146

- Styer, D. F. (2007).** "How do two moving clocks fall out of sync? A tale of trucks, threads, and twins". *American Journal of Physics*, vol. **75** (9), 805-814
- Suffern, K. G. (1988).** "The apparent shape of a rapidly moving sphere". *American Journal of Physics*, vol. **56**, 729-733
- Swartz, C. (1989).** "Reference frames and Relativity". *The Physics Teacher*, vol. **27** (6), 437-274
- Swinbank, E. (1992).** "Particle Physics: a new course for schools and colleges". *Physics Education*, vol. **27** (2), 87 - 91
- Taber, K. S, (2005).** "Lessons for Physics teachers based on Einstein's wisdom". *Physics Education*, vol. **40**, 202-203
- Taylor, E. F. (1989).** "Spacetime software: computer graphics utilities in special relativity". *American Journal of Physics*, vol. **57** (6), 508-514
- Taylor E. F. e French, A. P. (1983).** "Limitation on proper length in special relativity". *American Journal of Physics*, vol. **51** (10) , 889-893
- Taylor, J. L, (2001).** "Physics, Philosophy and the nature of space and time". *Physics Education*, **36** (3), 207-211
- Tefft, B. J., Tefft, J. A. (2007).** "Galilean Relativity and the Work-Kinetic Energy Theorem". *The Physics Teacher*, vol. **45**, 218- 220
- Teitelboim, C. (1982).** "Quantum mechanics of the gravitational field". *Physics Review*, **D 25** (12), 3159- 3179
- Teixeira, J. S. (2001).** *A verbalização do espaço: modelos mentais de frente/trás*. Centro de Estudos Humanísticos, Universidade do Minho. Colecção Poliedro
- Terrell, J. (1959).** "Invisibility of the Lorentz contraction". *Physics Review*, vol. **116** (4), 1041-1045
- Toledo, B., Arriasseco, I. e Santos, G. (1997).** "Análisis de la transición de la física clásica a la relativista desde la perspectiva del cambio conceptual". *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **15** (1), 79-80
- Topper, D. , Vincent, D.E. (2000).** "Posing Einstein's Question: Questioning Einstein's Pose". *The Physics Teacher*, vol. **38**, 278- 288
- Topper, D., Vincent, D. (2007).** "Einstein's 1934 two-blackboard derivation of energy-mass equivalence". *American Journal of Physics*, vol. **75** (11), 978-983
- Unruh, W. G. (1981).** "Parallax Distance, Time, and the Twin Paradox". *American Journal of Physics*, vol. **49**, 589-592
- Valentzas, A., Halkia, K., Scordoulis, C. (2007).** "Thought Experiments in the Theory of Relativity and in Quantum Mechanics: Their Presence in Textbooks and in Popular Science Books". *Science & Education*, vol. **16**, 353- 370

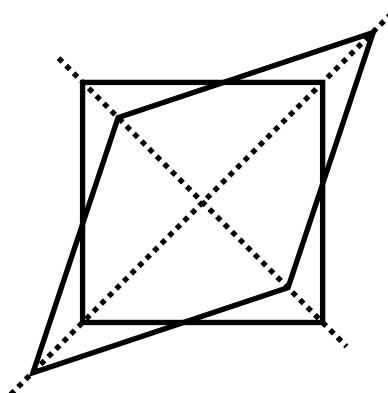
- Vázquez, A. e Manasero, M. A. (1995).** "Actitudes relacionadas con la ciencia: una revisión conceptual". *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **13** (3), 337-346
- Velázquez, F. (2006).** "La geometría, una enseñanza imprescindible". *UNO*, vol. **42**, 5- 10
- Vergnaud, G. (1997).** *El niño, las matemáticas y la realidad*. México: Trillas
- Viennot, L. (1982).** "L'implicite en physique: les étudiants et les constantes". *European Journal of Physics*, vol. **3**, 174-180.
- Vilaseñor, M.I. (2005).** "Teoría de la Relatividad Especial". *Colegio de Bachilleres*. Mexico
- Villani, A. e Arruda, S. (1998).** "Special Theory of Relativity, conceptual change and history of science". *Science and Education*, vol. **7** (1), 85-100
- Villani, A. e Pacca, J. (1987).** "Students' Spontaneous Ideas about the Speed of Light". *International Journal of Science Education*, vol. **9** (1), 55-65
- Watts, D.M. e Zylbersztajn, A. (1981).** "A survey of some children's ideas about force". *Physics Education*, vol. **16**, 360-365
- Weinstock, R. (1963).** "Derivation of the Lorentz-Transformation Equations without a Linearity Assumption". *American Journal of Physics*, vol. **31**, 260-0264
- Weinstock, R. (1967).** "Comment on "Special Relativity without the Postulate of Constancy of Light". *American Journal of Physics*, vol. **35** (9), 802- 803
- Weinstock, R. (1978).** "A Useful Form of the Minkowski Diagrams". *American Journal of Physics*, vol. **38** (11), 1298-1302
- Wertsch, J. (1993).** *Voces de la Mente*. Madrid: Ed. Visor
- Whitaker, M. A. B. (1976).** "Definitions of mass in special relativity". *Physics Education*. vol. **11**, 55-57
- Wilczek, F. (2004).** "Analysis and Synthesis IV: Limits and Supplements". *Physics Today*, vol. **57**, 10- 11
- Williams, G. (2005).** "Antimatter and 20th century science". *Physics Education*, vol. **40** (3), 238-244
- Wilson, A.T. (2007).** "Using ordinary multiplication to do relativistic velocity addition". *American Journal of Physics*, vol. **75** (9), 799-804
- Wilson, B. (1992).** "Particle physics at A - level - a teacher's viewpoint". *Physics Education*, vol. **27** (2), 64 - 65
- Woolner, P. (2004).** "Words or pictures? Comparing a visual and a verbal approach to some year 7 mathematics". *Mathematics in School*, January, pp. 18- 22
- Wortel, S., Malin, S., Semon, M.D. (2007).** "Two examples of circular motion for introductory courses in relativity". *American Journal of Physics*, vol. **75** (12), 1123- 1133

XUGA (Xunta de Galicia), 2007. *Decreto 133/2007, do 5 de xullo, polo que se regulan as ensinanzas da Educación Secundaria Obrigatoria na Comunidade Autónoma de Galicia.* D.O.G. nº 136

XUGA, (Xunta de Galicia), 2008. *Decreto 126/2008, do 19 de xuño, polo que se establece a ordenación e ou currículo de bacharelato na Comunidade Autónoma de Galicia.* DOG 120 de 23/06/2008

Zalamea, E. e París, R. (1992). “¿Es la masa la medida de la inercia?”. *Enseñanza de las Ciencias*, vol. **10** (2), 212-215

ANEXO 1. DESCRICIÓN VISUAL DA TEORÍA DA RELATIVIDADE ESPECIAL



A1.i. INTRODUCIÓN:

Nestas páxinas, imos tentar explicar o significado dos seguintes diagramas e as implicacións físicas dos mesmos, pois son a base fundamental da proposta didáctica presentada. Esta explicación constitúe unha ampliación da introdución realizada no Capítulo 1.

A explicación estrutúrase en tres partes, cada unha delas ilustrada mediante dúas figuras asociadas ao nome dun científico:

- **MECÁNICA CLÁSICA** Aristóteles Galileo
- **RELATIVIDADE ESPECIAL** Michelson Lorentz
- **FÍSICA RELATIVISTA** Einstein Hubble

O feito de asociar cada figura co nome dun científico ten unha finalidade meramente didáctica e de claridade expositiva. Non temos a pretensión de explicar as ideas de cada científico mediante o diagrama correspondente, nin tampouco asegurar que o mesmo tivese en conta o devandito diagrama no seu pensamento.

Estes diagramas foron introducidos de xeito paulatino ao longo da historia da ciencia, culminando nunha combinación xeométrica entre o espazo e o tempo, establecida polo matemático alemán Minkowski nos inicios do século XX , para dar cabida a todo o contido físico da Teoría da Relatividade.

A intención destas páxinas é utilizar estes diagramas para ofrecer unha visión o máis clara e sintética posible das ideas xeométrico-visuais que, aplicadas ao espazo e ao tempo (unidos nunha nova entidade física denominada “espazotempo”), permiten entender a xénese da Teoría da Relatividade e comprender as súas consecuencias físicas.

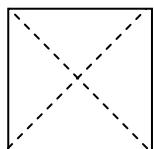
Dado que neste camiño quedarán aspectos que precisen dunha maior reflexión, optamos por deixalos ao carón do discurso narrativo, a modo de notas aclaratorias para cada unha das súas epígrafes.

Deste xeito, o lector pode facer primeiro unha lectura completa da exposición principal, intentando captar a coherencia lóxica e visual das súas diferentes partes, para despois, nunha segunda lectura, profundar nos aspectos que deseñe, acudindo ás respectivas notas aclaratorias.

Antes de comezar a lectura da exposición principal, de todos os xeitos, recomendamos ver a explicación moi breve e sintética das figuras ilustrativas que se dá a continuación, a modo dunha viaxe rápida a través da visualización da Teoría da Relatividade, seguido dunhas breves notas históricas sobre a xénese de devanditas ideas científicas ao longo do tempo.

MECÁNICA CLÁSICA

A1.i.1. Espazotempo-Sistema de Referencia (Aristóteles)

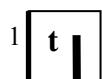


Desde o comezo da Física xurdiu a necesidade de medir e representar as magnitudes que describen os fenómenos observados.

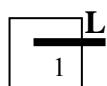
A figura representa as magnitudes físicas fundamentais para a Mecánica, en horizontal o espazo e en vertical o tempo.

Os lados do cadrado indican as unidades seleccionadas para cada unha destas magnitudes, tendo en conta as escalas dos fenómenos que queremos representar. Neste caso, a escala debe ser tal que a velocidade da luz teña un valor 1. As dúas diagonais de puntos indican a velocidade da luz, correspondendo a dous pulsos luminosos, un cara á dereita e o outro cara á esquerda.

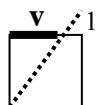
As figuras da dereita ilustran a forma en que se realizan medicións de magnitudes físicas nos diagramas espazotemporais, evidenciando deste xeito unha das súas propiedades más útiles: a de servir para representar as leis fundamentais da Física:



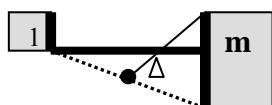
Medida de tempos: en vertical (**t**)



Medida de lonxitudes: en horizontal (**L**)



Medida de velocidades: espazo percorrido para $t = 1$ (**v**)



Medida de masas: desprazamento do cdm cunha masa unidade (**m**)

A1.i.2. Transformación clásica de Sistema de Referencia Inercial (Galileo)

A Teoría da Relatividade parte de que non existen sistemas de referencia absolutos, e que podemos expresar as leis físicas por igual en calquera deles. A figura representa a forma dunha transformación de Galileo, que é a dun paralelogramo de base horizontal (a mesma do cadrado) e os laterais inclinados, mantendo a altura orixinal e con iso a superficie.

Podemos ver como a velocidad da luz (liñas de puntos) xa non é a mesma que antes: É maior a favor do movemento relativo (cara á dereita) e menor en contra (cara á esquerda).

Nas figuras da dereita podemos comprobar que:

Os tempos non cambian ($t' = t$)

As lonxitudes non cambian ($L' = L$)

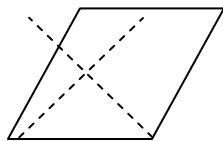
A velocidad relativa (V_r) non ten límite, pois podemos inclinar a figura canto queiramos. O límite xeométrico da inclinación sería a liña horizontal, que correspondería cunha velocidad infinita, e polo tanto ilimitada.

Coas figuras anteriores ilustramos o estado de cousas existente antes da chegada da revolución de paradigma científico que supuxo a Teoría da Relatividade.

Veremos a continuación a forma en que se produce o devandito cambio de paradigma, primeiro mediante a exposición das discrepancias entre a Mecánica e o Electromagnetismo (Michelson), e despois mediante a presentación visual da transformación de sistema de referencia que establece unha nova síntese entre ambos campos de coñecemento tan frutíferos (Lorentz).

RELATIVIDADE ESPECIAL

A1.i.3. Discrepancias entre Mecánica e Electromagnetismo (Michelson)



Diversas experiencias realizadas coa luz e as ondas electromagnéticas demostraron que a velocidade da luz no baleiro é a mesma en calquera sistema de referencia.

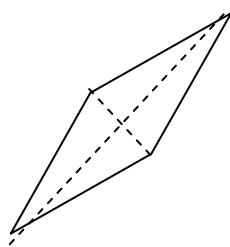
Esta é unha propiedade fundamental da teoría electromagnética de Maxwell, e foi comprobada experimentalmente por Michelson moi ao seu pesar.

A figura mostra este resultado mediante as dúas liñas de puntos que manteñen a súa inclinación (velocidade da luz constante), e a discrepancia coa Mecánica (representada pola transformación de Galileo) na que, como vimos na figura anterior, todas as velocidades variarían ao cambiar de sistema de referencia.

As liñas de puntos, que antes eran as diagonais do cadrado, agora xa non son as diagonais do paralelogramo.

A Mecánica clásica non é capaz de acoller os resultados do electromagnetismo.

A1.i.4. Transformación de Sistema de Referencia Inercial relativista (Lorentz)



A figura amosa unha nova forma xeométrica para a transformación de SRI que resolve o dilema anterior.

Trátase dun rombo inclinado 45° , que se obtén a partir do cadrado estirando unha das diagonais (e encollendo en igual proporción a outra, de forma que se conserve a superficie da figura), ata que a inclinación dos laterais corresponde coa velocidade relativa.

Pódese comprobar que nesta figura a velocidade da luz (inclinación das diagonais) non varía.

Nas figuras da dereita podemos comprobar que agora aparecen as seguintes propiedades físicas que poden parecer sorprendentes para o noso sentido común:

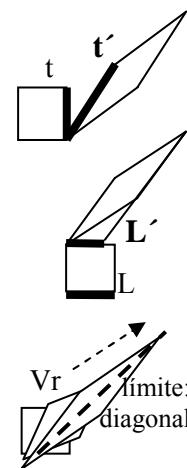
O tempo dilátase ($t' > t$).

O espazo contráese. ($L' < L$)

A velocidad da luz é un límite inalcanzable para as velocidades relativas, pois o rombo vaise estirando ao longo da diagonal sen que os laterais a rebasen nunca.

Equivalencia entre masa e enerxía.

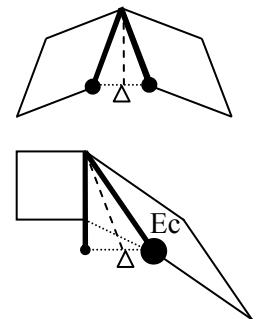
Esta é unha das consecuencias más profundas da teoría da Relatividade Especial, e pódese entender observando as figuras da dereita:



Na figura superior vemos un choque inelástico entre dúas masas iguais, co centro de masas no medio de ambas. Represéntase o sistema de referencia asociado a cada masa para ver que a figura é perfectamente simétrica.

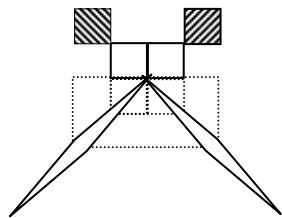
Na figura inferior obsérvase o mesmo choque desde o SR da masa da esquerda (SR cadrado). Vemos que agora o cdm está desprazado cara á masa da dereita, polo que algunha causa rompeu o equilibrio da anterior situación. Pódese demostrar tamén graficamente que o desprazamento do cdm é debido á Enerxía cinética da masa en movemento (que é igual ao estiramento en vertical do lateral do seu SR).

Nas figuras seguintes veremos algunas consecuencias deste novo paradigma.



FÍSICA RELATIVISTA

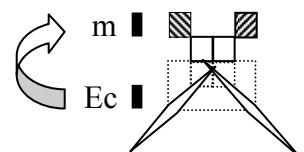
A1.i.5. Conversión de enerxía en masa (Einstein)



As figuras anteriores demostran que masa e enerxía son dúas formas dunha mesma magnitud, e que é posible converter unha na outra.

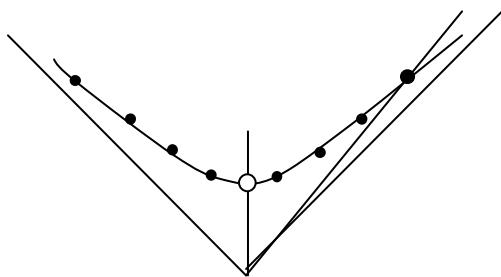
Isto é a base da enerxía nuclear, en que unha pequena perda de masa por parte de núcleos radiactivos se transforma nunha gran cantidade de calor (que non é outra cousa que a enerxía cinética desordenada das partículas que componen a materia).

Nesta figura visibilízase un proceso máis sorprendente, como é a conversión de enerxía cinética en masa. Neste caso, dúas partículas (cadrados pequenos da parte inferior) son aceleradas ata unhas velocidades relativas tan grandes que a altura dos laterais é o dobre da orixinal. Ao colisionar as partículas, perden de vez toda a súa enerxía cinética, que se transforma en masa mediante a creación de dúas novas partículas idénticas ás orixinais (cadrados raiados da parte superior). Isto é algo que se realiza habitualmente nos grandes aceleradores de partículas. Vemos na figura que podemos escribir $E = mc^2$.



Nas unidades que utilizamos, $c = 1$. Noutras unidades, a mesma expresión escríbese $E = mc^2$.

A1.i.6. Universo en expansión (Hubble)



A figura representa a xeometría espazotemporal do Universo segundo a teoría da Gran Expansión ou Big Bang:

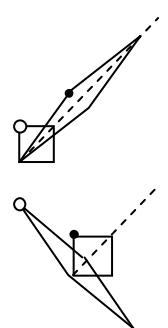
A partir dun punto inicial, en que estaba concentrada toda a masa e enerxía do Universo hai quince mil millóns de anos (15 Ga), este foise expandindo, de forma que canto máis afastadas entre si están dúas galaxias, a máis velocidade se separan. Desta forma, o Universo expandiuse ata constituir na actualidade unha esfera de 15 GaL (Giga anos-luz) de radio, polo tanto de tamaño limitado.

Tamén se pode entender o feito de que neste Universo limitado en tamaño poida existir un número ilimitado de galaxias: Están dispostas de forma uniforme sobre a liña de puntos que relaciona todas as galaxias de igual idade. Esta liña, pola dilatación temporal e a contracción espacial combinadas, ten a forma dunha hipérbole cujas asíntotas son os bordos do Universo (que se expanden á velocidade da luz), e nela cabe un número ilimitado de galaxias.

Nas figuras da dereita podemos ver cómo a nosa posición no centro da expansión do Universo é soamente aparente.

Na figura superior, o cadrado representa o Universo desde un sistema de referencia centrado na nosa Galaxia, a Vía Láctea (círculo branco). O punto negro representa un quasar situado moi preto do bordo do Universo, cara á nosa dereita.

Na figura inferior vemos cómo, para un observador situado no quasar, e desde o seu sistema de referencia, seríamos nós os que estamos preto do bordo do Universo, e cara á súa esquerda.



A1.0. ESPAZO, TEMPO E ÉTER: HISTORIA DA CIENCIA.

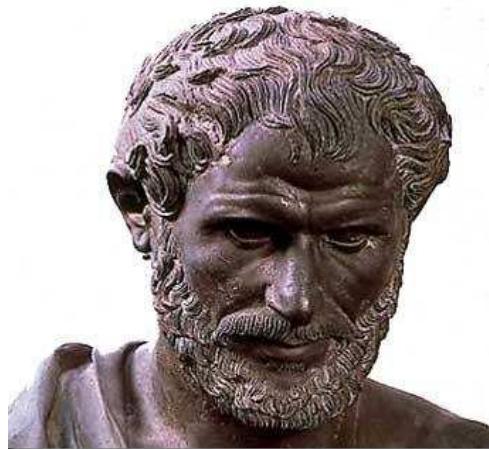
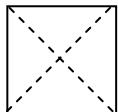
Ao longo das páxinas anteriores, presentáronse unha serie de diagramas espazotemporais, asociando cada un deles cunha figura da Historia da Ciencia. O feito de facelo así ten meramente unha finalidade didáctica e de claridade expositiva. É imposible encadrar as ideas de personaxes tan distanciados na historia das ideas científicas nunha mesma presentación de carácter visual, e xa dixemos que non é este o noso obxectivo.

Nas páxinas seguintes, e de xeito moi breve, explicaremos algunas das ideas e contribucións dos científicos mencionados (ealgúns máis) en relación coa construcción dos conceptos manexados neste traballo.

Do mesmo xeito que se fixo no resumo visto, agruparemos as explicacións históricas en tres grupos:

PARADIGMA CLÁSICO

A1.0.1.- Aristóteles



A figura de Aristóteles asóciase aquí coa representación dun espazotempo de carácter absoluto, no que cada corpo material ten un lugar natural determinado e as leis do movemento poñen de manifesto unha tendencia a ocupar o devandito lugar.

Todo corpo sensible está pola súa natureza nalgún lugar (Física, Libro 3, 205a:10)

Este concepto permite acomodar as ideas de Aristóteles sobre a materia, que estaría formada por catro elementos

sublunares (terra, auga, aire e lume), e un elemento supralunar, o éter, elemento más sutil e más lixeiro, más perfecto que os outros catro e, sobre todo, o seu movemento natural é circular (arrastrando aos astros ao redor da Terra), a diferenza do movemento natural dos outros catro, que é rectilíneo e vertical (de caída para a terra e a auga, e de ascensión para o lume, o que se relacionaría posteriormente co peso negativo proposto por Stahl para o seu floxisto ata que Lomonosov e Lavoisier descubriron a súa inexistencia).

Trala recuperación da filosofía aristotélica, o termo *éter*, xustamente por ser o quinto elemento material recoñecido por Aristóteles, comezou a ser chamado así (quinto elemento) de onde vén a palabra *quintaesencia* (usada na cosmoloxía actual para referirse á enerxía escura).

Doutra banda, Aristóteles introduce un concepto de tempo de carácter numérico, asociado á idea de cambio e a súa medida.

O tempo é a numeración do movemento continuo (Física, Libro 4, 223b:1)

Aristóteles introduciu unha certa noción de continuidade no tempo para responder aos paradoxos de Zenón, un dos cales, en palabras do propio Aristóteles, di que

Non hai movemento porque aquilo que se move debe chegar á metade do seu camiño antes de chegar ao final, e así sucesivamente.

A resposta de Aristóteles é que

... o tempo non está composto de indivisibles 'agoras', non más que esta ou calquera outra magnitud. (Física, Libro 9, 238b:14)

Con todo, o espazo aristotélico carecía da propiedade que se lle asigna actualmente de ser isótropo, é dicir, presentar as mesmas propiedades en calquera dirección: Para Aristóteles, era evidente que a dirección vertical (arriba-abaixo, onde se realizan os movementos naturais dos catro elementos) era diferente nas súas propiedades da horizontal (onde calquera movemento non será natural, senón forzado, é dicir, produto dun desprazamento).

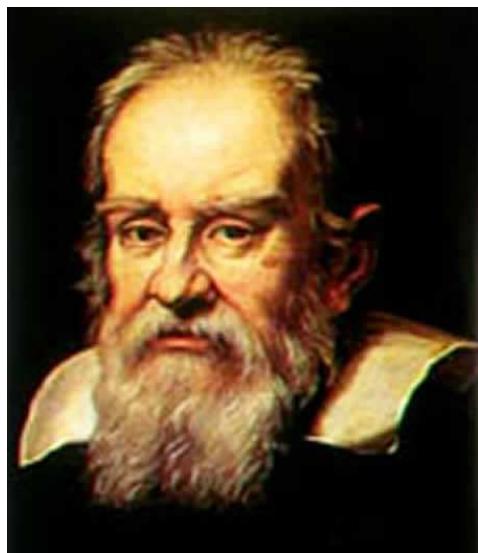
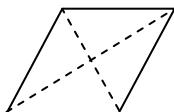
Doutra banda, o concepto dinámico de Aristóteles non diferencia entre velocidade (ou taxa de cambio) e aceleración (ou taxa de cambio do cambio), e desta forma asegura que os corpos de maior masa caerán con maior rapidez, sen considerar necesario comprobalo experimentalmente.

Os escolásticos medievais perfeccionaron o tratamento aristotélico do movemento mediante unha serie de postulados, introducindo o concepto de velocidade como relación entre espazo e tempo:

“A proporción nos movementos dos puntos é tal cal a das liñas trazadas no mesmo tempo.” (7º Postulado, segundo Fernández et al., 08)

RUPTURA CO ESPAZO ABSOLUTO: RELATIVIDADE CLÁSICA

A1.0.2.- Galileo



Galileo comezou realizando gráficas cinemáticas nas que comparaba entre si dous espazos: o espazo percorrido por un móvil ao acelerar nun plano inclinado e o espazo vertical (a altura) da súa caída. Chegou deste xeito a unha primeira relación errónea entre a velocidade adquirida e o espazo percorrido. Só máis tarde, cando substituíu a altura por unha nova dimensión que representaba o tempo (que media ás veces cantando), puido chegar á formulación correcta do movemento uniformemente acelerado: A velocidade é proporcional ao tempo (non ao espazo percorrido). É a partir de entón cando se usan os diagramas “espazo fronte a tempo” para describir os movementos.

Asóciase a figura de Galileo coa transformación do mesmo nome no espazotempo debido a que foi este científico o primeiro en formular o Principio de Relatividade:

Encerrádevos cun amigo na cabina principal baixo a cuberta dun barco grande... colgade unha botella que se baleire pinga a pinga nun amplo recipiente colocado por baixo da mesma... facede que o barco vaia coa velocidade que queirades, sempre que o movemento sexa uniforme.... As

pingas caerán... no recipiente inferior sen desviarse á popa, aínda que o barco avance mentres as pingas están no aire... Non poderedes dicir, polo tanto, se o barco se move ou está quedo.

Galileo Galilei, Diálogos relacionados cos dous grandes sistemas do mundo (febreiro 1632)

Tamén foi Galileo o primeiro en enunciar o Principio de Inercia, que sería coñecido posteriormente como a Primeira Lei de Newton:

Simplicio: –Non podo ver causa ningunha de aceleración ou desaceleración, non habendo pendente cara arriba ou cara abaixo.

Salviati: –... entón, ata que distancia continuará movéndose a bóla?

Simplicio: –Tanto como continúe a superficie sen subir nin baixar.

Salviati: –Entón, se o devandito espazo fose ilimitado, o movemento nel sería analogamente ilimitado? É dicir, perpetuo?

Simplicio: –Así mo parece, se o corpo móbil fose de material duradeiro.

O enunciado de ambos principios fundamentais por parte de Galileo refírese a movementos horizontais. Nunha primeira aproximación, as liñas horizontais son rectas, mais en realidade son círculos máximos sobre a superficie terrestre.

O feito de que tanto a rotación como a translación terrestres sexan en realidade movementos circulares non constituía un problema para Galileo:

Ao enunciar o seu principio de inercia en relación a planos horizontais xa estaba supoñendo que os movementos naturais eran circulares (posto que unha gran superficie horizontal como é a dos océanos ten unha forma circular).

Descartes formulou dito principio nunha forma más parecida á actual, introducindo as liñas rectas no canto das horizontais como traxectorias naturais:

“cando unha parte da materia comezou a moverse, non hai razón ningunha para pensar que deixará de facelo coa mesma forza, se non atopa nada que retarde ou deteña o seu movemento. Todo corpo que se move tende a continuar o seu movemento en liña recta.”

Foi Newton quen enunciou o Principio de Inercia nunha forma que considera o movemento rectilíneo uniforme (MRU) como o estado natural de movemento dos corpos:

Calquera obxecto en movemento, abandonado completamente á súa sorte, se moverá á mesma velocidade e en liña recta indefinidamente.



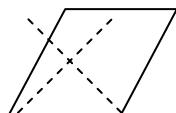
Descartes



Newton

RUPTURA DO PARADIGMA CLÁSICO

A1.0.3.-Michelson



Remitímonos á figura de Albert Michelson para representar a aparición de discrepancias coa transformación de Galileo porque o experimento que realizou xunto con Edward Morley pode ser presentado nunha forma simplificada para entender o seu significado, así como porque na interpretación do seu resultado interviñeron científicos como Fitzgerald, Lorentz ou Poincaré.

A influencia desta experiencia sobre as ideas de Einstein, en cambio, foi nula ou moi escasa, posto que o seu desenvolvimento da Teoría da Relatividade Especial se produciu como consecuencia do establecemento por Maxwell das súas leis do electromagnetismo, que predicían a existencia de ondas electromagnéticas cunha velocidade fixa, independente do sistema de referencia.

Non deixa de ser curioso que unha mesma letra (M) sirva para identificar os nomes dos tres científicos cuxos resultados provocaron a aparición da Teoría da Relatividade (Michelson, Morley e Maxwell).

Convén ter en conta que o experimento de Michelson foi realizado comparando os tempos de chegada de dous raios de luz enviados en direccións perpendiculares, o cal é máis difícil de interpretar de forma gráfica que a versión simplificada na cal os raios de luz se moven en sentidos opostos sobre unha mesma dirección.

Michelson non realizou o seu experimento nesta forma simplificada porque necesitaría comparar soamente os tempos de ida (posto que calquera atraso á ida se cancelaría cun adianto igual no regreso pola mesma dirección, algo que non sucede se as direccións son perpendiculares). O que sucede é que os tempos de percorrido son demasiado pequenos para poder ser medidos nin sequera co reloxo máis preciso dispoñible na actualidade, mentres que el mediou o efecto dun dos raios ao superpoñerse sobre o outro, co que as súas frecuencias servían de reloxo interno.



Morley

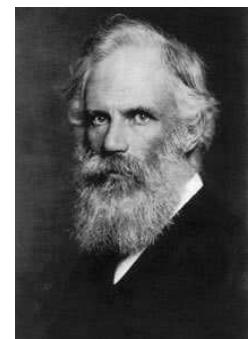


Maxwell

A explicación que deron inicialmente Michelson e Morley do seu experimento consistía en postular que a Terra arrastraba ao éter no seu movemento, polo que non se debería detectar ningún fenómeno de arrastre no mesmo.

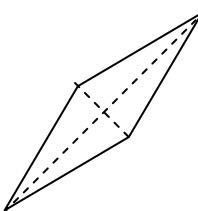
Esta solución non resultaba satisfactoria posto que implicaba que o éter debería ter unhas propiedades mecánicas moi estrañas. Debido a que a velocidade da luz depende da densidade do medio, sendo en xeral máis lenta en medios más densos, o éter habería de ter unha densidade ínfima e un gran coeficiente de elasticidade, e doutra banda debería seguir aos planetas no seu movemento (incluída a rotación dos mesmos).

O científico irlandés George Fitzgerald propuxo inicialmente unha contracción espacial da materia (no sentido de avance do movemento polo éter, que quedaba así liberado de seguir aos planetas) que xustificaba o resultado de Michelson. Con todo, esta contracción espacial non conseguía acomodar os resultados da teoría electromagnética de Maxwell. Doutra banda, e aínda que esta é unha obxección máis teórica, se producía unha transformación do Sistema de Referencia insatisfactoria, posto que non conservaba a área espazotemporal nin a transformación inversa resultaba na velocidade oposta (que son propiedades que debe cumplir toda transformación de SRI).

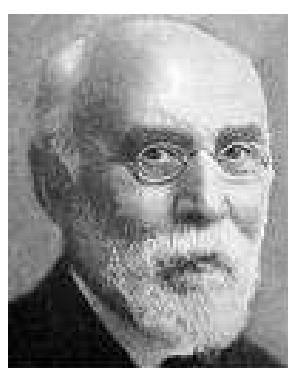


FitzGerald

SÍNTESE DA MECÁNICA E O ELECTROMAGNETISMO



A1.0.4.-Lorentz

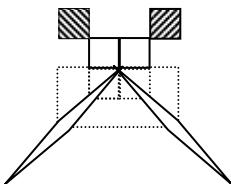


Pouco despois de que Fitzgerald propuxese a contracción espacial, o científico holandés Lorentz incorporou un novo concepto, o de “tempo propio” (referido ao que marca un reloxo en repouso co observador), e un efecto asociado, o de dilatación temporal (para reloxos en movemento con respecto ao observador), cos cales se resolvía o problema de xustificar os resultados de Maxwell (é dicir, a constancia da velocidade das ondas electromagnéticas en todos os sistemas de referencia).

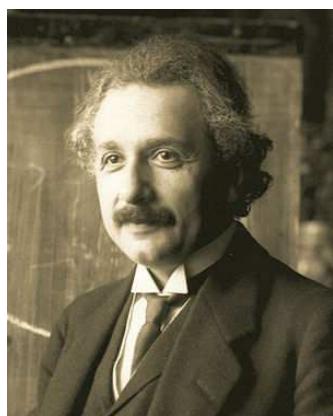
Lorentz, con todo, non foi capaz de extraer as profundas consecuencias que a súa transformación impoñía ao espazo e ao tempo, e limitouse a aplicala ao éter no cal se supuña que se desprazaba a luz e as restantes ondas electromagnéticas. Posteriormente, resistiuse a aceptar a validez do camiño seguido por Einstein para deducir a forma da súa transformación a partir de postulados fundamentais sobre o espazotempo e a velocidade da luz.

O científico francés Poincaré propuxo unha formulación das ecuacións de Lorentz en forma de transformación de Sistema de Referencia Inercial, demostrando que cumplían todas as propiedades necesarias para constituir unha transformación alternativa á de Galileo, mais sen abandonar por completo a idea dun éter no cal desprazábanse as ondas electromagnéticas. O éter de Poincaré correspondía co sistema de referencia propio de cada observador, con respecto ao cal se desprazaban os demás. En realidade, a formulación de Poincaré viña ser praticamente equivalente á posterior de Einstein e Minkowski, só que, ao manter o recurso a un hipotético éter, non puxo en cuestión os conceptos fundamentais de espazo, tempo e toda a Mecánica no seu conxunto (o que realizou Einstein pouco despois), polo que era praticamente imposible proponer probas experimentais que verificasen ou refutasen a validez da súa teoría.

NOVO PARADIGMA



A1.0.5.-Einstein



Corresponde a Einstein o mérito de relegar ao esquecemento o concepto de éter, e con el todas as súas propiedades “ad hoc” que permitían manter incuestionables os conceptos clásicos e intuitivos de espazo e tempo (nos que se sostén todo o edificio da *Mecánica newtoniana*). Unha consecuencia do devandito enfoque é que agora todas as propiedades xeométricas da transformación de Lorentz van poder ser interpretadas de forma mecánica, permitindo ademais realizar numerosas predicións de efectos novos sen correspondencia na mecánica clásica, podendo polo tanto ser obxecto de contraste e refutación experimentais.

Aínda que a figura de Albert Einstein debería estar asociada coa derivación das propiedades do espazo, o tempo, a velocidade da luz e a equivalencia entre masa e enerxía, posto que foi el quen as



Poincaré

suscitou como consecuencias necesarias da transformación de Lorentz, así como os resultados numéricos e a cosmoloxía do Universo (á que a súa Teoría da Relatividade Especial deu o impulso fundamental), limitámonos a asociar a súa figura coas consecuencias de carácter práctico que se derivan da Teoría da Relatividade. Desde un punto de vista didáctico, estas consecuencias fan que o alumno perciba a TRE como algo real, non meramente teórico, e sinta a forza da intuición de Einstein que lle levou a predecir todas estas consecuencias antes de que fosen comprobadas experimentalmente. Desta forma, promóvense valores e actitudes favorables a determinadas características do traballo científico e da implicación entre Ciencia, Tecnoloxía e Sociedade (CTS). O matemático alemán Hermann Minkowski (que fora profesor de Einstein en Zurich) foi o primeiro en decatarse da posibilidade de encaixar todas as propiedades e predicións da Relatividade Especial nun diagrama espazotemporal tetradimensional no que o espazo e o tempo perdían a súa individualidade e se fusionaban nunha nova entidade física: o espazotempo. Usando as súas propias palabras:

As ideas sobre o espazo e o tempo que desexo mostrarlles hoxe descansan no chan firme da física experimental, na cal xace a súa forza. Son ideas radicais. Polo tanto, o espazo e o tempo por separado están destinados a desvanecerse entre as sombras e tan só unha unión de ambos pode representar a realidade. (discurso ante a Asemblea alemana de físicos, en 1908)

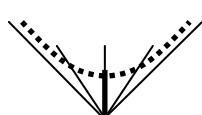
O propio Einstein, nun principio, non aceptou esta interpretación xeométrica da súa teoría. Con todo, cando anos máis tarde comezou a desenvolver as súas ideas sobre a gravitación como unha curvatura intrínseca do espazotempo, fixoo acudindo precisamente á imaxe proposta por Minkowski.



Minkowski

NOVA VISIÓN DO UNIVERSO

A1.0.6.-Hubble



O astrónomo escocés Edwin Hubble, traballando no Observatorio de Mount Wilson, descubriu a existencia de estrelas fóra da nosa galaxia, concretamente na nebulosa de Andrómeda (visible a primeira vista con boas condicións de observación). A partir de medidas de brillo e luminosidade, puido establecer que dita nebulosa era en realidade unha galaxia como a nosa Vía Láctea, situada a case un millón de anos-Luz de distancia. Con

este descubrimento alterou profundamente o concepto de Universo existente ata entón. A enorme cantidade de estrelas que formaban a Vía Láctea, así como a inmensidaxe da mesma, cun tamaño de cen mil anos-Luz, facían supoñer que estabamos nun Universo-illa, bastante parecido á bóveda celeste dos antigos.

Hubble abriu deste xeito a posibilidade de que existisen outras galaxias, nun Universo ilimitado.

Con todo, nas súas observacións foi máis aló:

A partir de medicións da desviación na cor da luz procedente de galaxias afastadas, constatou que as galaxias (excepto as más próximas á Vía Láctea, denominadas Grupo Local) parecían estarse afastando todas de nós, o que denominou *recesión galáctica*.

E a devandita recesión, ademais, era tal que aumentaba de velocidade en proporción ao seu afastamento, de forma que tanto máis arredada estaba unha galaxia máis velozmente se separaba de nós.

Se prolongamos cara atrás no tempo os movementos de todas as galaxias, resulta que houbo un momento, hai algo menos de quince mil millóns de anos (cifra que aínda non está firmemente establecida) en que todas elas coincidirían nun mesmo punto.

Deste xeito, deu nacemento á que se coñecería como *Teoría da Gran Explosión ou Big Bang*.

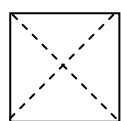
O científico británico Stephen Hawking realizou achegas fundamentais no desenvolvemento da devandita teoría así como na predición da existencia e propiedades dos buracos negros.



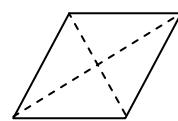
Hawking

PERCORRIDO VISUAL POLA TEORÍA DA RELATIVIDADE

MECÁNICA CLÁSICA

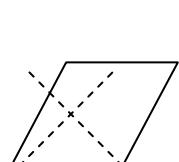


Aristóteles

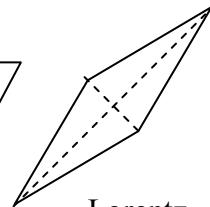


Galileo

RELATIVIDADE ESPECIAL

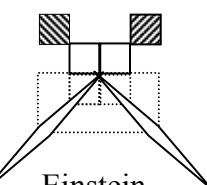


Michelson

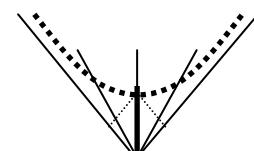


Lorentz

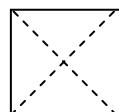
FÍSICA RELATIVISTA



Einstein



Hubble



A1.1. ARISTÓTELES

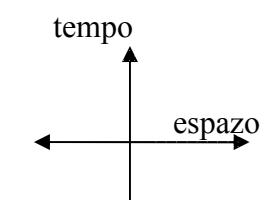
A1.1.0. Medida do espazo e o tempo:sistema de referencia

O noso punto de partida vai ser a posibilidade de **medir o espazo e o tempo**.

A medición do espazo foi resolta xa en tempos dos exipcios, e a posibilidade de medir o tempo foi establecida por Aristóteles, quen así mesmo estableceu a forma esférica da Terra ao observar que a sombra da Terra sobre a superficie lunar nos eclipses de Lúa era sempre circular. Por consideracións filosóficas, con todo, supuxo que esta Terra esférica estaba en repouso e que as estrelas viraban como unha enorme esfera ao seu arredor dando unha volta cada día.

A medida do espazo pódese realizar mediante regras (reais ou figuradas), e a do tempo mediante reloxos.

Introducimos o concepto de *Sistema de Referencia* como a construción gráfica que nos permite visualizar un conxunto de reloxos e regras mediante os cales podemos saber en todo momento cal é a separación espacial entre dous puntos e o intervalo temporal entre dous sucesos, así como o movemento dos obxectos descrito polas medidas realizadas coas mesmas.



Para iso, colocamos dous eixes perpendiculares, un horizontal no que representamos o espazo, e outro vertical no que representamos as medidas temporais.

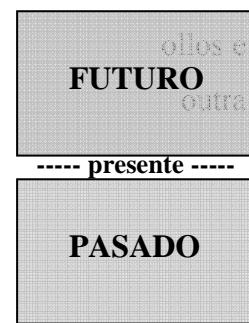
Este convenio é o seguido habitualmente nos textos relativistas, en contra doutro que é máis corrente nos manuais escolares de cinemática, en que o espazo se situa en vertical e o tempo en horizontal.

Estes diagramas teñen un carácter dinámico que se pon de manifesto se os facemos esvarar de arriba abajo por baixo dun papel cunha fisgoa horizontal.

Podemos ver na figura da dereita que o “**presente**” que ven os nosos perciben tanto os nosos sentidos como os nosos instrumentos non é cousa que unha “fiestra” entre dous semiplanos.

Un dos semiplanos (o inferior) oculta a parte do espazotempo que xa aconteceu (o PASADO, que únicamente permanece en rexistros fragmentarios como a memoria, as imaxes, os restos fosilizados etc).

O outro semiplano (o superior) oculta a parte que áinda non se realizou ante nós (FUTURO, o cal podemos, dalgunha forma, anticipar, algo que, por exemplo, é fundamental para o científico: a capacidade de realizar predicións e que estas se cumpran).



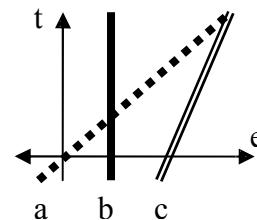
É importante recoñecer que *as liñas no espazotempo son en realidad puntos que se moven no espazo a medida que pasa o tempo* (é dicir, a medida que se despraza o diagrama cara abajo).

No SR da dereita podemos recoñecer o seguinte:

Punto en repouso (liña b)

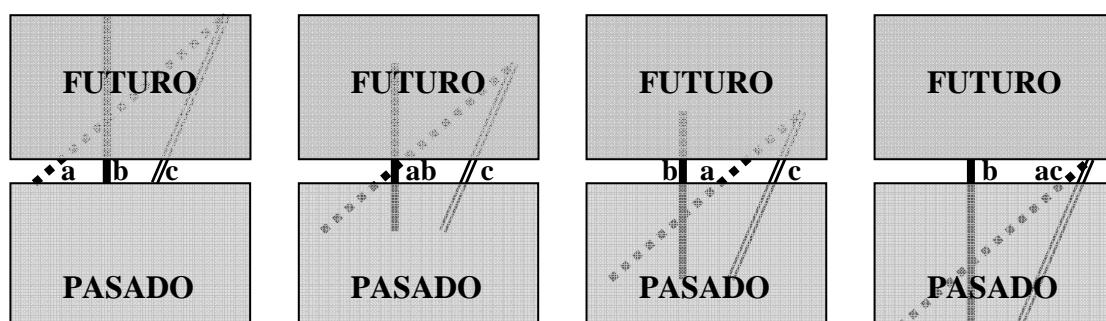
Puntos en movemento (liñas a,c)

Vemos que o punto *b* describe unha liña vertical, a cal non se despraza no espazo a medida que flúe o tempo. Da mesma forma, os puntos *a* e *c* describen as súas respectivas liñas no espazotempo, sendo máis inclinada a do punto *a*, o que quere dicir que se despraza un espazo maior que o *c* no mesmo tempo.



Podemos observar isto mesmo nunha superposición dos planos “pasado” e “futuro” sobre o diagrama anterior, que se despraza cara abajo a medida que o tempo flúe.

De forma equivalente, o “presente” (fisgoa horizontal entre o pasado e o futuro) vai esvarando cara arriba polo diagrama espazotemporal.



Vemos que o punto *b* se atopa sempre na mesma posición, mentres que o *c* vaise afastando lentamente del cara á dereita, e o punto *a*, que comeza á esquerda de todo, alcanza ao *b* na segunda figura, para sobrepasalo na terceira e alcanzar finalmente o *c* na cuarta.

Se representamos unicamente a secuencia destes “presentes”, teríamos as seguintes figuras:

a b c

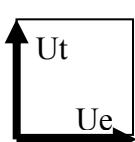
. ab c

. b a c

. b ac

MEDIDAS DE MAGNITUDES FÍSICAS NOS DIAGRAMAS ESPAZOTEMPORAIS

Veremos a continuación cómo se poden realizar unha serie de medidas directamente nestes diagramas:



Para iso, definimos previamente o “cadrado unitario”, que ten por lado horizontal a unidade de medida espacial (*Ue*), e por lado vertical a unidade de medida temporal (*Ut*). Da mesma forma en que podemos representar moitas das propiedades dunha rede cristalina recorrendo simplemente á súa “celdiña unidade”, tamén podemos representar gran parte das propiedades dun Sistema de Referencia acudindo ao cadrado unitario.

É importante recalcar que o Sistema de Referencia non se limita ao interior deste cadrado, do mesmo xeito que unha parede cuberta de baldosas non se limita a unha soa delas.

A1.1.1. Medidas de tempo

As medidas de tempo realizanse sobre a escala do eixe vertical. Para iso, como podemos ver na figura, é necesario usar unha serie de liñas horizontais de referencia.

Este conxunto de liñas equivale a un sistema de reloxos sincronizados distribuídos por todo o espazo.

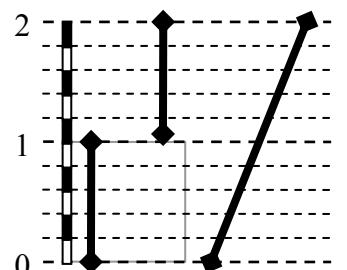
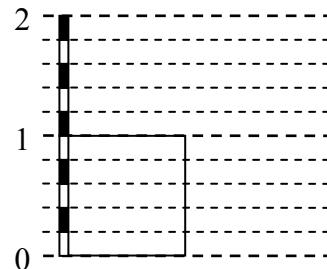
Cada liña horizontal une entre si todos os reloxos no momento en que marcan a mesma hora. Denomínanse liñas de “simultaneidade”.

Vemos na seguinte figura cómo se miden os intervalos temporais:

Podemos ver que o primeiro segmento vertical corresponde a un punto en repouso entre os instantes $t = 0$ e $t = 1$, polo que a súa duración temporal é de 1 Ut.

O segundo segmento vertical, entre $t = 1$ e $t = 2$, ten a mesma duración temporal de 1 Ut

O terceiro segmento, oblicuo, representa un punto en movemento, entre os instantes $t = 0$ e $t = 2$, polo que a súa duración é de 2 Ut.



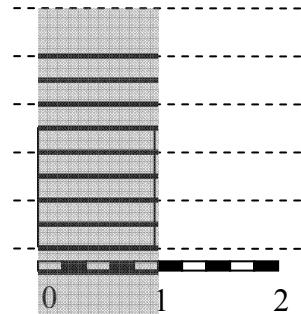
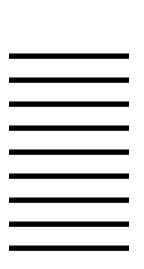
A1.1.2. Medidas de separación espacial

A medida da distancia espacial implica usar novamente o mesmo conxunto de liñas simultáneas, combinándoas cunha escala espacial no eixe horizontal.

Imos realizar en primeiro lugar a medida do tamaño dunha variña en repouso:

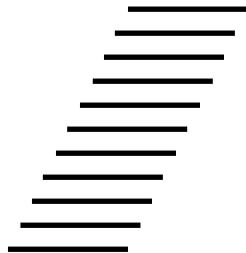
A variña aparecerá en todo momento (en cada “presente”) como un segmento con dous extremos separados por unha mesma distancia.

Unindo todos estes “presentes” obtemos unha “cinta vertical” (sinalada cunha cor gris na figura)



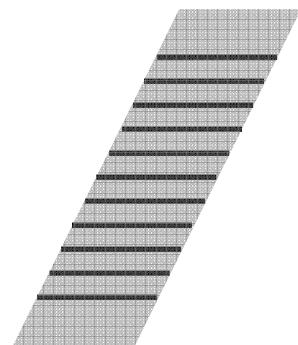
cuxa anchura é a medida do tamaño da variña en cada instante (se a variña é ríxida, esta medida non variará).

A continuación, incluiremos a figura que representa a variña no diagrama espazotemporal preparado para medir distancias: Podemos comprobar que os extremos da variña están en todo momento sobre os puntos da escala horizontal de valores 0 e 1, polo que o tamaño da variña é igual a 1 Ue.

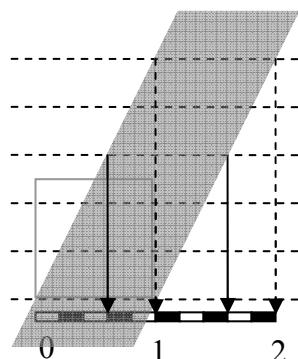


Se a variña se move, construiremos de novo a “faixa” que engloba todas as posicións polas que vai pasando en cada instante (en gris), e vemos que agora os extremos non coincidirán en

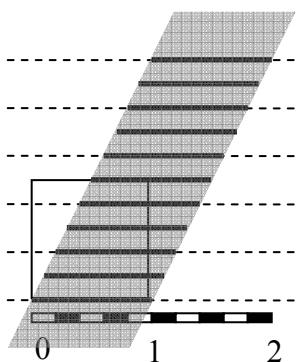
todo momento sobre os mesmos puntos da escala horizontal, polo que teremos que acudir ás liñas de simultaneidade para localizar ambos extremos no mesmo instante e poder saber así cal é a distancia que os separa e polo tanto o tamaño da variña.



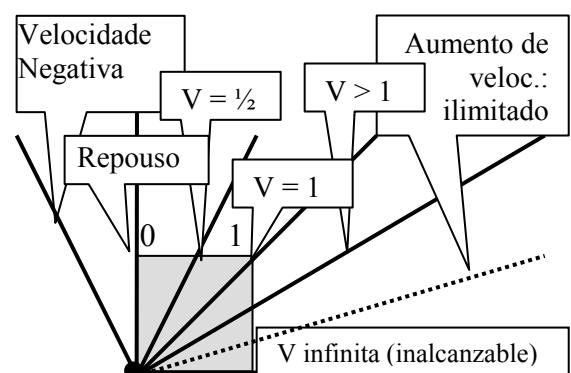
Observando a figura, podemos ver que os extremos da variña, no instante inicial, están sobre os puntos 0 e 1 da escala, polo que o tamaño da variña nese momento é de 1 Ue.



Nun instante posterior, os extremos da variña atópanse sobre os puntos 0'6 e 1'6 da escala horizontal (frechas enteiras), sendo a súa diferenza 1 Ue. Se volvemos realizar a medición noutro instante (frechas de puntos), observamos que agora os extremos da variña coinciden sobre os puntos 1 e 2 da escala horizontal.



En todos estos casos a medida da lonxitude da variña dá o mesmo valor de 1 Ue.



A1.1.3. Medidas de velocidade

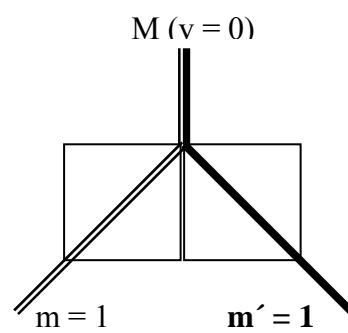
Xa vimos anteriormente que o concepto intuitivo de velocidade, nestas gráficas, corresponde co de inclinación, é dicir: canto más “tombada” está unha liña, maior é a velocidade da partícula que representa. Unha liña vertical corresponde cunha partícula en repouso, é dicir, a súa velocidade será $v = 0$.

Para movementos uniformes defíñese a velocidade como a distancia percorrida na unidade de tempo, é dicir, para movementos uniformes que pasen pola orixe, a velocidade será directamente a medida do espazo en que se atopan ao cabo dunha unidade de tempo, ou sexa, a medida no lado superior do cadrado unitario.

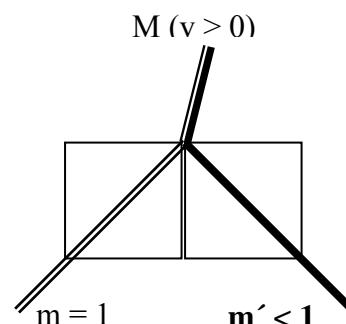
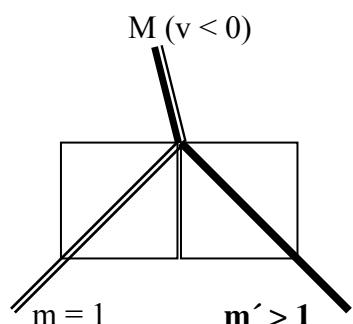
A1.1.4. Medidas de masa

Podemos realizar medidas de masa directamente sobre as gráficas espazotemporais. Para iso, debemos ter unha masa de proba (m) de valor 1 Um.

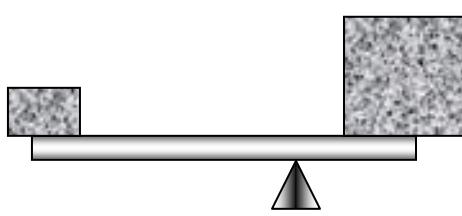
Faremos que a masa de proba e a masa descoñecida (m') se acheguen unha á outra á mesma velocidade, para colisionaren de xeito que queden unidas (choque inelástico). Se ambas masas fosen iguais (é dicir, a masa descoñecida valería tamén 1Um), o conxunto (M) quedaría en repouso despois do choque, como se pode ver na primeira figura.



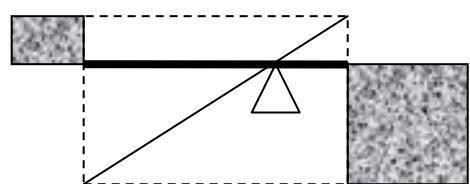
Se ambas as masas son distintas, o conxunto moverase despois do choque na dirección da masa maior, co que podemos saber se a masa descoñecida é maior ou menor que 1 Um (como podemos ver nas dúas figuras seguintes).



Debemos ter en conta a relación entre masas e brazos establecida por Arquímedes como “lei das pancas”): O producto de cada masa pola súa distancia ao centro de masas (brazo) é constante.



Podemos visualizar o anterior mediante a figura dunha panca:
A distancia (b_2) da masa maior (m_2 , á dereita) ao



fulcro triangular é menor que a correspondente distancia (b_1) para a masa da esquerda (m_1). Masas e Brazos son inversamente proporcionais. Isto pódese representar graficamente da seguinte forma:

Para que a construcción gráfica produza un resultado correcto, debemos dar a cada bloque unha altura proporcional á súa masa.

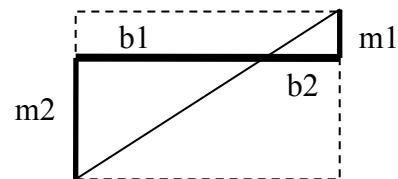
Comparando triángulos na gráfica inferior, podemos ver

que

$$m_1 / b_2 = m_2 / b_1,$$

ou o que é o mesmo:

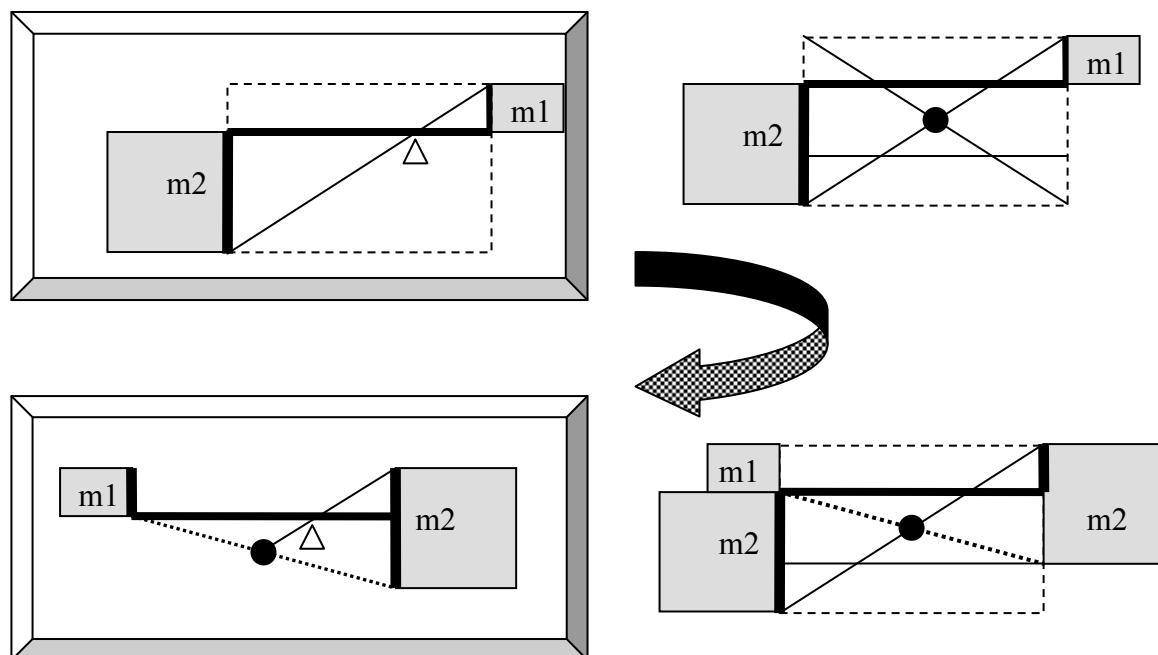
$$m_1 \cdot b_1 = m_2 \cdot b_2$$



Podemos utilizar esta construcción para obtermos outra equivalente e que nos será máis útil.

Podemos ver que a figura se pode completar con outra liña diagonal para obter un centro de simetría (punto negro).

Utilizamos o devandito centro de simetría para construír a figura alternativa.

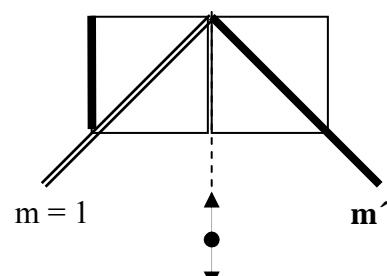


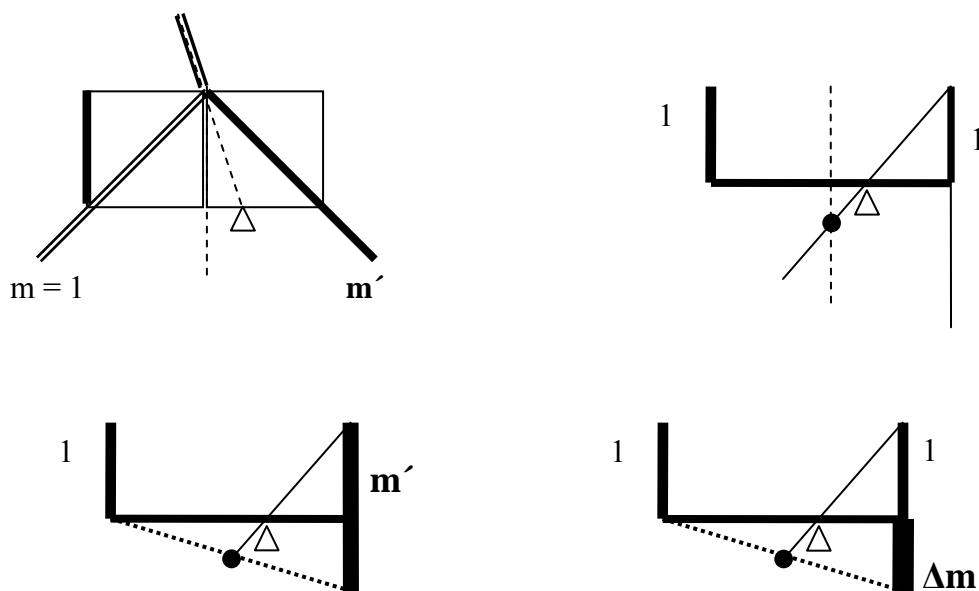
Vemos que nesta nova construcción se obtén o cdm como un desequilibrio a partir dun centro xeométrico (punto negro).

Podemos usar agora esta figura para medir masas directamente nun diagrama espazotemporal dun choque inelástico (como vimos antes).

Na figura do choque inelástico situamos unha liña vertical central que nos servirá para situar o centro xeométrico do equilibrio (punto negro).

Para determinar a posición do triángulo (cdm) prolongamos cara atrás a liña do conxunto despois do choque (estamos aplicando a lei de conservación do movemento do cdm).





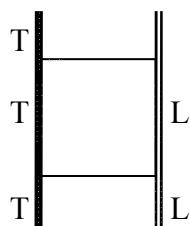
Podemos interpretar as figuras inferiores de dúas formas: Medición da masa en movemento (m' , figura da esquerda), ou diferenza entre as dúas masas (Δm , figura da dereita), sendo esta a que máis nos interesará en adiante.

A1.1.5. Sistema de Referencia Terra-Lúa (SR T-L)

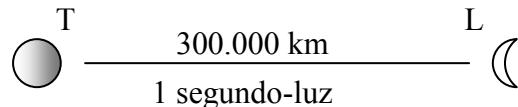
A teoría da Relatividade xorde a partir de experiencias realizadas coa luz e outras ondas electromagnéticas, que viaxan todas a unha mesma velocidade de 300.000 km/s.

Non é fácil representar esta velocidade tan grande nun diagrama espazotemporal que se poida relacionar coa experiencia das persoas, posto que o noso planeta lles queda pequeno: Se trazamos unha recta de 3.000 km, a luz percorrería en tan só unha centésima de segundo. E se queremos medir o tempo en horas, necesitariamos un espazo maior que o sistema solar para que a luz non se saíse do mesmo nese tempo.

Por sorte, existe a posibilidade de facer un compromiso entre estes tempos tan pequenos e estas distancias tan grandes: A distancia entre a Terra e a Lúa é duns 380.000 km, que é a distancia percorrida pola luz en algo máis dun segundo.



Podemos encaixar desta forma nun mesmo diagrama unha distancia habitual (calquera pode observar a Lúa pola noite) e un intervalo temporal que os nosos sentidos poden percibir (equivale aproximadamente ao latido do noso corazón).



Estableceremos como eixe espacial do noso SR T-L a liña que une a Terra coa Lúa (tomando como unidade de medida 300.000 km), e como eixe temporal o tempo medido en segundos.

L

Temos, xa que logo, as seguintes unidades nas nosas escalas:

Unidade de espazo: $U_e = 300.000 \text{ km}$

Unidade de tempo: $U_t = 1 \text{ s}$

Velocidade da luz: $c = 1 U_e / U_t$

Non é necesario ter en conta os problemas derivados do feito de que tanto a Terra como a Lúa non están fixas no espazo, posto que o movemento destes astros nun segundo (tempo de duración dos experimentos realizados no SR T-L) é praticamente nulo.

Neste Sistema de Referencia tan especial suceden tamén procesos moi particulares:

1-Partículas de Minkowski. Supoñamos que existe unha partícula cuxa duración é exactamente de 1s (un segundo), é dicir, que unha vez creada tarda exactamente un segundo en desintegrarse. Chamaremos a estas hipotéticas partículas co nome de Minkowski en honor a este matemático alemán quen foi o primeiro en formular o espazotempo tal e como o estamos analizando e utilizando.

Representación no SR T-L de dúas partículas de Minkowski producidas simultaneamente (unha na Terra e a outra na Lúa): segmentos verticais negros.

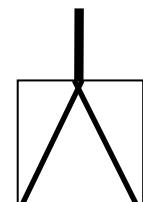
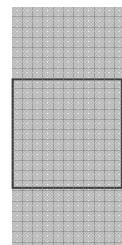
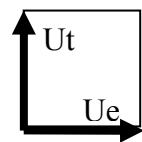
2-Cable espacial. Supoñamos tamén que existe a posibilidade de producir un cable de 300.000 km de lonxitude e situalo entre a Terra e a Lúa (talvez para usalo como xeito de enviar paquetes de forma barata ao noso satélite, mediante pequenas cápsulas que esvaran polo cable).

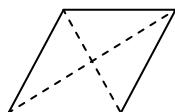
A representación deste cable será mediante a franxa gris da figura.

3-Raios de luz opostos. Nun momento dado, diriximos un feixe de luz (posiblemente un raio láser) da Terra á Lúa, e ao mesmo tempo desde unha nave situada na Lúa enviamos un raio semellante cara á Terra. Ambos raios crúzanse á metade do camiño.

A figura da dereita corresponde coa situación suscitada, e foi a figura seleccionada para representar toda esta parte da secuencia didáctica.

4-Choque de cápsulas. Desde a Lúa envíase unha cápsula espacial cara á Terra a unha velocidade de 150.000 km/s (a metade da velocidade da luz, é dicir, $v = \frac{1}{2}$, nas nosas unidades). Ao mesmo tempo, desde a Terra envíase unha cápsula idéntica e á mesma velocidade cara á Terra. As cápsulas chocan a metade de camiño e quedan encaixadas (choque inelástico).





A1.2.GALILEO

TRANSFORMACIÓN DE SISTEMA DE REFERENCIA INERCIAL CLÁSICA

Vimos que a cosmoloxía aristotélica estaba baseada nunha Terra inmóbil ao redor da cal se movían todos os astros en esferas circulares (xeocentrismo).

No século IV a. C. apareceu unha alternativa ao sistema xeocéntrico de Aristóteles:

Heráclito estableceu que o xiro conxunto das estrelas ao redor da Terra era debido a que a Terra rotaba unha volta completa ao redor do seu eixe cada día, e Aristarco (que calculara por triangulación que o Sol era polo menos 300 veces maior que a Terra), propuxo que a Terra e todos os demais planetas viraban ao redor do Sol no centro dunha “bóveda estelar” de tamaño moito maior (heliocentrismo).

Esta nova proposta, con todo, non explicaba como era que uns movementos tan veloces como os que supoñía (duns 1000 km/h para a rotación e moito maiores para a translación) non se notaban nos obxectos da superficie terrestre. Estas e outras razóns fixeron que o heliocentrismo caese en descrédito durante moitos séculos, ata que foi recuperado por Copérnico.

O científico italiano Galileo estaba convencido da validez do sistema heliocéntrico copernicano, mais tamén era consciente de que difícilmente sería aceptado se non se conseguía explicar por que non se notaban estes movementos terrestres.

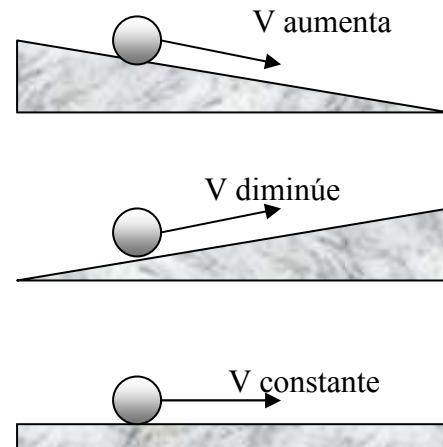
Dedicou por iso grandes esforzos a determinar as leis do movemento dos corpos usando unha metodoloxía dedutivo-experimental.

A partir dos seus experimentos con planos inclinados chegou á conclusión de que a velocidade dun corpo abandonado nun plano inclinado aumentaba en proporción ao tempo.

Aplicou despois o razonamento dedutivo seguinte: Se a velocidade aumenta cando o obxecto se move cara abaixo polo plano inclinado, e diminúe na mesma proporción cando se move polo plano cara arriba, a velocidade deberá necesariamente manterse constante cando o plano é horizontal.

A partir deste tipo de experiencias e consideracións, estableceu os dous principios en que se basea a teoría da relatividade:

O principio de inercia e o principio de relatividade.



Polo ***principio de inercia***, todo corpo que se movea nunha superficie horizontal sen outra causa que o free manterá a súa velocidade.

Polo ***principio de relatividade***, as leis mecánicas non cambiarán polo feito de que esteamos nun compartimento que se movea uniformemente.

Deste xeito, conseguiu superar as obxeccións á teoría heliocéntrica de carácter mecánico (aínda que non as de carácter teolóxico, como é ben coñecido):

A Terra é un ***compartimento que se move uniformemente*** a través do espazo, tanto rotando sobre si mesma como circulando ao redor do Sol. Polo tanto, de acordo co principio de relatividade, non se notará ningún efecto de carácter mecánico debido ás velocidades que poidan ter estes movementos.

Aplicaremos a continuación estes principios aos sistemas de referencia espazotemporais vistos no apartado anterior. Dado que tanto o principio de inercia como o de Relatividade se enuncian en relación con movementos uniformes, analizaremos soamente Sistemas de Referencia Inerciais (SRI), é dicir, aqueles SR que se moven uniformemente entre si (con Movemento Rectilíneo Uniforme, MRU, nos términos de Newton). Convén ter claro que o repouso non é máis que unha clase particular de MRU con velocidade $v = 0$.

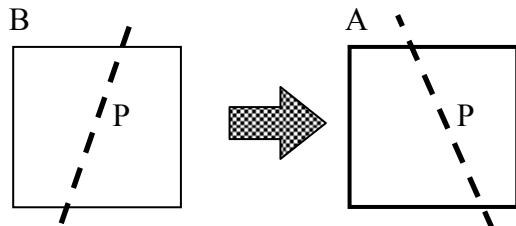
Partimos dun determinado sistema de referencia, caracterizado polo seu correspondente “cadrado unitario”, que denominaremos “Sistema de Referencia A” (SRA).

Consideremos un segundo Sistema de Referencia, o SRB, cuxa orixe se move de xeito uniforme con respecto ao SRA.

Podemos representar a situación na seguinte figura:

En ausencia de forzas, calquera obxecto P que se movea no SRB farao con MRU (polo principio de inercia), e farao tamén con MRU no SRA (polo principio de relatividade, posto que en caso contrario os dous sistemas terían propiedades

mecánicas diferentes).



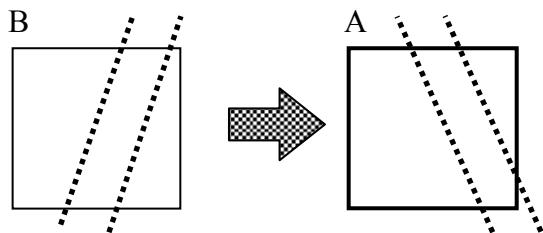
Isto, traducido a linguaxe gráfica, quere dicir que as liñas rectas do SRB se transforman en liñas rectas ao representalas no SRA. Dito doutro xeito:

A linearidade consérvase nas transformacións de SRI.

Pensemos agora en dous obxectos que se moven coa mesma velocidade no SRB (é dicir, que nunca se chegarán a atopar, pois as súas liñas espazotemporais son rectas paralelas).

Aplicando novamente o principio de relatividade, os devanditos obxectos tampouco se poderán atopar ao representalos no SRA (posto que o feito de que dous móbiles cheguen a atoparse nun mesmo punto é unha propiedade mecánica, a colisión, e se non colisionan no SRB tampouco o farán no SRA).

Traducido á linguaxe xeométrica das gráficas espazotemporais:



A transformación do SRB ao SRA debe transformar as rectas paralelas en rectas que tamén sexan paralelas.

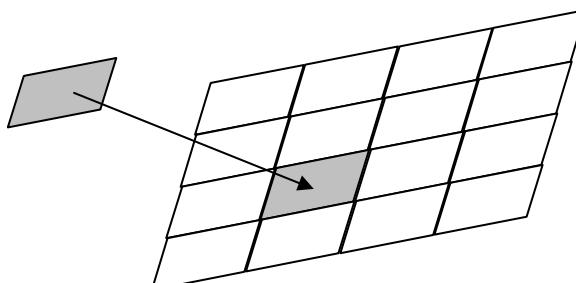
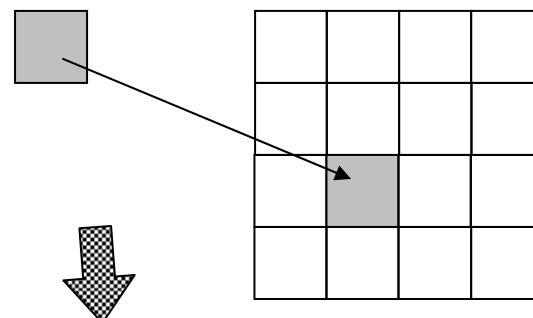
Expresado en termos de conservación:

As transformacións de SRI conservan o paralelismo.

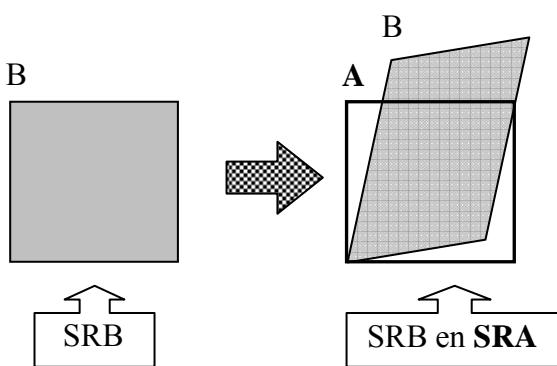
As transformacións xeométricas que conservan o paralelismo denomínanse transformacións lineais, e pódense caracterizar totalmente a partir da figura resultante de transformar o cadrado unitario.

A devandita figura será en xeral un paralelogramo.

Dado que o espazo inicial pode ser recuberto dunha infinidade de “cadrados base”, da mesma forma o espazo transformado pode ser cuberto por unha infinidade dos devanditos paralelogramos transformados. Como se conservan o paralelismo e a proporción entre as distancias dos segmentos, podemos reconstruír todos os puntos do espazo inicial no novo espazo resultante da transformación a partir de dita figura base.



Agora non só estamos en condicións de representar as liñas de diversos obxectos do SRB no SRA, senón que podemos dar un paso máis:



Podemos representar “o sistema de referencia B con todas as súas propiedades” no SRA, e isto será o que permita realizar as análises posteriores.

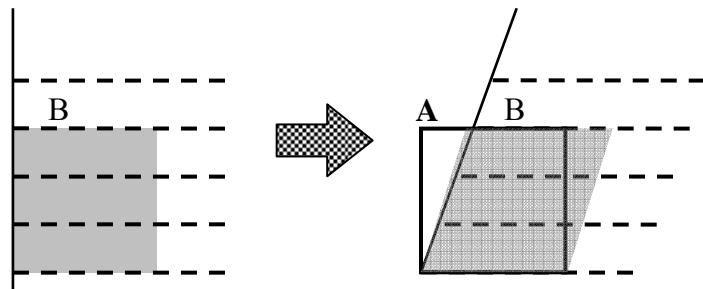
Sabemos xa que esta representación do SRB no SRA se realizará, en xeral, mediante un paralelogramo. A forma deste paralelogramo determina as propiedades xeométricas da transformación lineal e a partir das mesmas as propiedades físicas da transformación de SRI, que son as que nos interesan.

A1.2.1. Transformación de Galileo

Para poder establecer a forma definitiva da transformación de SRI necesitamos saber algo máis sobre este paralelogramo, e para iso deberemos aplicar algún principio físico adicional. Isto fixoo Galileo apelando á intuición (ou ao sentido común):

O tempo é un referente de carácter absoluto, que non cambia ao pasar dun SRI a outro.

En linguaxe xeométrica, isto quere dicir que as liñas horizontais no SRB (que representaban os puntos en que a hora era a mesma) continuarán sendo horizontais e marcando a mesma hora. Na figura da dereita, podemos ver como as liñas horizontais de puntos non cambian de posición, senón que simplemente esvaran horizontalmente



(e isto, sobre unha liña recta horizontal, non cambia nada na mesma).

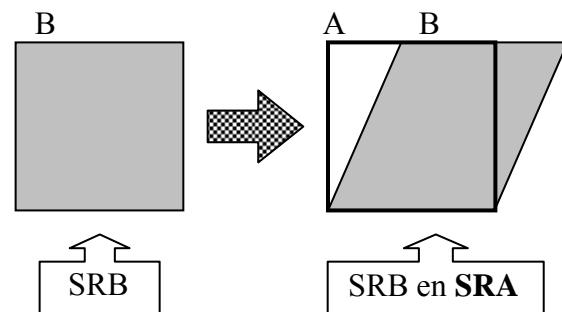
Aínda que non é estritamente necesario, este principio se complementa con outro semellante:

A escala espacial non varía ao cambiar de SRI.

Na figura, isto equivale a manter inalterada a base do paralelogramo.

Temos así a forma definitiva da transformación de SRI para Galileo:

Podemos ver que equivale a un “esvaramento” das liñas horizontais seguindo a inclinación dada pola velocidade de B no SRA (esta velocidade denomínase *velocidade relativa*, e determina completamente a transformación de SRI para Galileo).

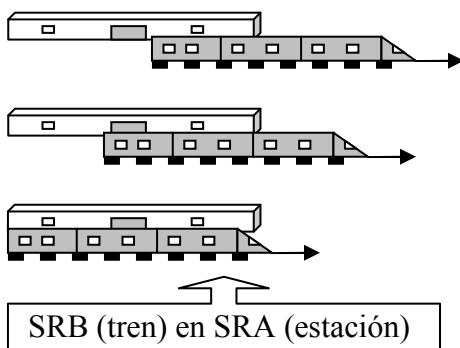


Para diferentes velocidades, haberá diferentes inclinacións, e a figura será distinta, aínda que manterá sempre a base e as horizontais inalteradas.

Podemos visualizar tamén esta transformación coma se o espazotempo se comportase igual que unha baralla de naipes que esvaran uns sobre os outros.

Podemos visualizar esta transformación mediante unha imaxe más realista:

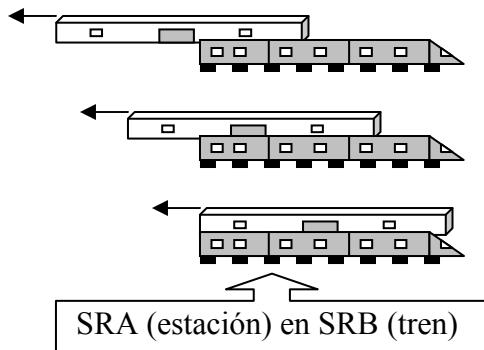
Supoñamos que o SRA é unha estación , e que o SRB é un tren  que pasa pola vía diante da mesma a gran velocidade cara á dereita. Entón, a figura móstranos que cando representamos o SRB (tren) no SRA (estación), estamos dicindo que o tren se move a gran velocidade cara á dereita pasando por diante dunha estación que non se move.



É importante recoñecer tamén a posibilidade (totalmente equivalente desde o principio de relatividade) de representar A no sistema de referencia B (posto que xa non hai distinción entre movemento uniforme e repouso).

A figura sería a seguinte:

Acudindo á mesma analogía do tren e a estación, neste caso estariamos describindo o que se observa desde o tren:

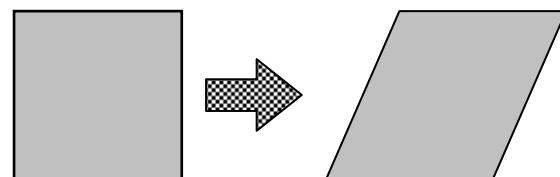
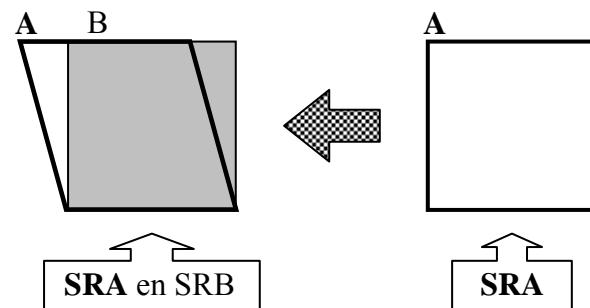


contrario.

Dunha forma sintética, tamén podemos representar a transformación simplemente pola figura do paralelogramo transformado. Con todo, non debemos esquecer que non se transforma o espazotempo, como parece suxerir a figura, senón tan só a súa representación ao cambiar de sistema de referencia inercial. É dicir, o que cambia non é o sistema de referencia “en si”, senón só cómo se observa e mide desde outro sistema de referencia.

O importante é que ao cambiar as medidas do espazo e do tempo, non só cambia o “aspecto” das cousas, senón a súa “esencia”, posto que todas as propiedades mecánicas dos obxectos dependen en última instancia do espazo e do tempo.

Dito doutra forma: Se temos unha variña sólida dun metro, é porque o espazo entre todas as partículas que a componen (átomos, compostos á súa vez de núcleos e electróns que se moven no



espazo e o tempo) mide un metro en total. Se por algunha razón, desde un sistema de referencia diferente, o espazo se acurtase, acortaríanse tamén todas as distancias entre as súas partículas, co que a variña, para esoutro sistema de referencia, xa non mediría un metro, senón menos.

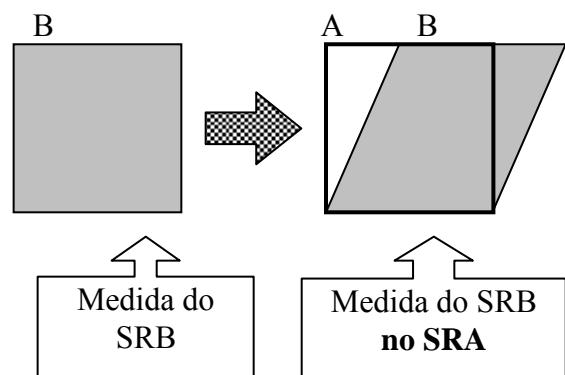
Esa sería a medida REAL (e non aparente) da variña no novo sistema de referencia.

A1.2.2. Medición de magnitudes físicas na Transformación de Galileo.

Acudiremos ás figuras presentadas na parte “A” (Aristóteles) para explicar o establecemento de escalas de medida de tempo, lonxitude, velocidade e masa, e aplicarémolas ao caso particular da transformación de Galileo:

Concretando máis: Procederemos a establecer unha medida M no SRB (gris) para posteriormente comprobar como se modifica dita medida do SRB ao ser realizada desde o SRA.

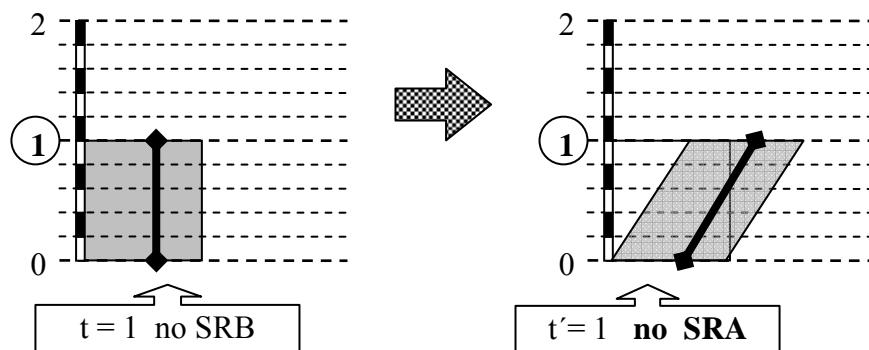
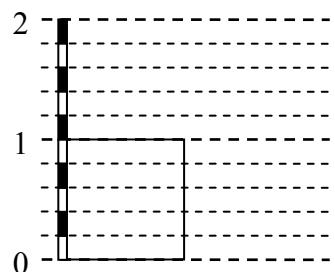
Denotaremos esta medida realizada nun sistema de referencia diferente por M' , para distinguila da medida realizada no sistema de referencia orixinal (M).



I: Medida de tempos

Xa vimos que a medición de tempos nun sistema de referencia se realizaba usando a escala vertical da figura. Aplicaremos esta escala á seguinte situación:

Un intervalo temporal de duración 1 Ut no SRA. Pode ser, por exemplo, unha lampadiña en repouso que se acende durante 1 hora (se esta fose a unidade de medida)



Podemos ver que nas transformacións de Galileo o tempo non varía. Isto era de esperar, posto que xa vimos que Galileo incorporou precisamente o carácter absoluto do tempo para establecer a forma definitiva da transformación de SRI que leva o seu nome.

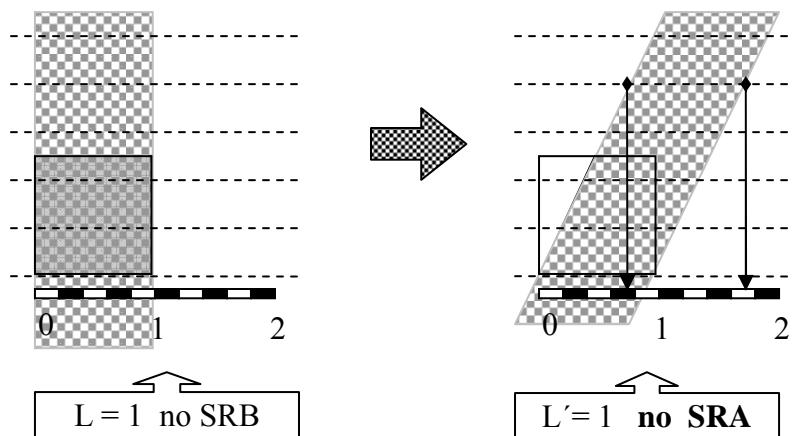
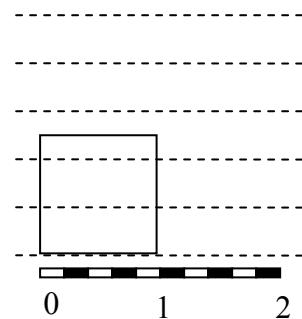
Nota: non confundir o “tempo” (altura) coa lonxitude da liña negra, que carece de significado no espazotempo.

2: Medida de lonxitudes

Vimos anteriormente que para medir lonxitudes é necesario utilizar unha escala horizontal combinada cunha serie de liñas de simultaneidade (liñas de puntos da figura).

Aplicaremos esta escala á seguinte situación: Unha variña que, estando en repouso no SRB, mide 1 Ue de lonxitude (vemos que no SRB está situada permanentemente entre os puntos de coordenadas espaciais 0 e

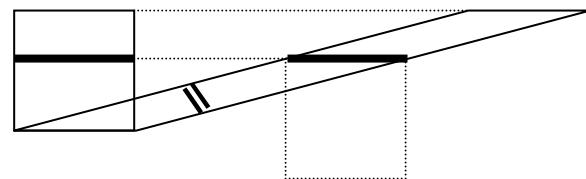
1)



Ao realizar a medida de lonxitude da variña no SRA, vemos que esta se move. Con todo, ao medir a lonxitude cando $t = 0$ (primeira liña horizontal de puntos), vemos que mide 1 Ue, e ao realizar novamente a medida en calquera outro instante (por exemplo, na quinta liña horizontal de puntos), vemos que agora os seus extremos están nas posicións de coordenada espacial $0'75$ e $1'75$, co que a lonxitude da variña segue sendo de 1 Ue.

Novamente atopámonos cun resultado esperado, posto que xa dixemos que Galileo supuxo que as escalas de lonxitude non variaban ao pasar dun SRI a outro.

Do mesmo xeito que a nota anterior en relación á medida do tempo, non debemos confundir tampouco agora a idea de “lonxitude espacial” (visión espazotemporal) coa de “largura da faixa gris” (visión plana espacial).



A “simple vista”, a faixa inclinada parece ser más estreita que a faixa vertical, mais isto provén de considerar a “largura” como unha medida transversal (perpendicular) á lonxitude da faixa, non en horizontal.

Na figura, esaxerando o efecto á mantenta, vemos que, aínda que a faixa parece más delgada que o cadrado orixinal (liña dobre), a súa “largura espacial” no espazotempo é a mesma (liña negra grosa). Debemos, polo tanto, ter coidado ao usar a nosa “visión espacial” para analizar gráficos “espazotemporais”.

3: Medida de velocidades

Neste caso, supoñemos coñecida a velocidade dun obxecto no SRB (V), e queremos establecer cal será a súa velocidade no SRA, sabendo a velocidade relativa coa que se move SRB respecto do SRA (V_r).

Podemos dicir que na transformación de Galileo a velocidad relativa se sumara ás velocidades do SR inicial:

$$V' = V + V_r$$

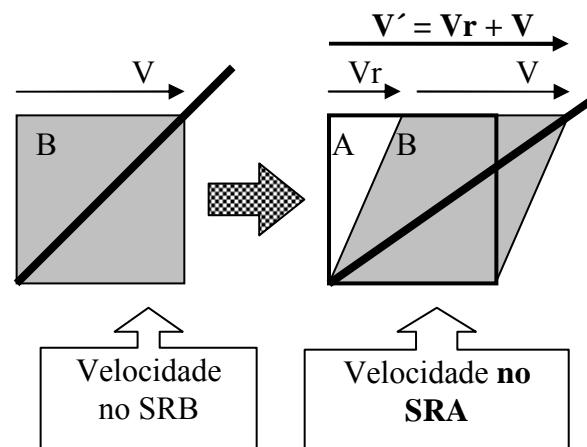
Pódese chegar á devandita conclusión directamente a partir desta figura, posto que, como vemos, as velocidades se miden directamente na liña horizontal

$t = 1$, e na transformación de Galileo o único

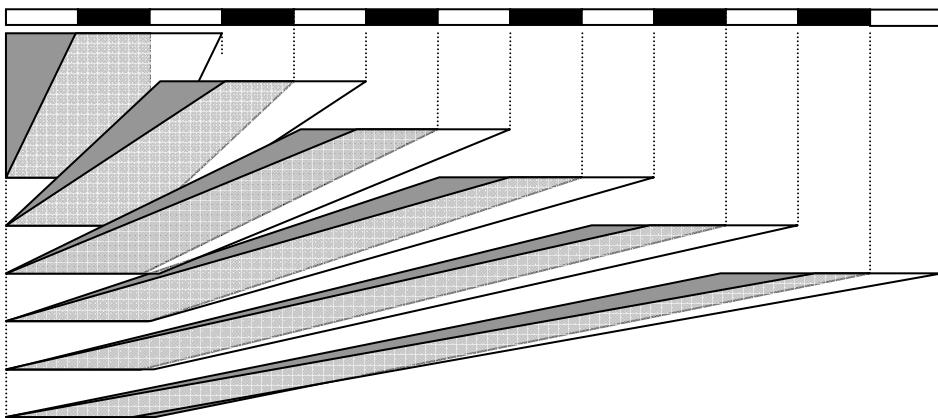
que fai esta liña é desprazarse cara á dereita unha distancia V_r .

Unha consecuencia do anterior é que, de acordo á transformación de Galileo, non haberá ningunha limitación para a velocidad máxima que se poida chegar a alcanzar mediante transformacións de SRI sucesivas (é dicir, superpoñendo unha serie ilimitada de sistemas de referencia inerciais nos que cada un ten a mesma velocidad respecto do outro (isto equivale ao concepto de aceleración, aínda que non imos entrar no mesmo).

Podemos observar na figura unha serie de sistemas de referencia nos que cada un ten unha velocidad de $\frac{1}{2}$ con respecto ao anterior, como sucede co sistema branco respecto do gris na seguinte figura:

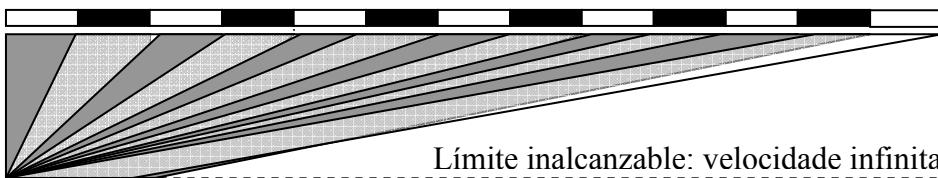


Se imos incorporando cada vez un sistema de referencia novo, cuxa velocidade é de $\frac{1}{2}$ con respecto ao último, a serie vai tendo o aspecto seguinte (amósanse os diferentes sistemas separados entre si, para observar a súa forma):



A serie de todos os sistemas incorporados sucesivamente no mesmo sistema inicial presenta a seguinte forma.

Podemos ver que dita serie pode continuar indefinidamente. Os paralelogramos van adquirindo cada vez unha inclinación maior, mais sempre chegando ata a liña horizontal superior (escala branca e negra). Existe un límite para a inclinación máxima que se pode chegar a alcanzar nesta serie, que sería a liña basee horizontal. Esta liña corresponde cunha velocidade infinita.



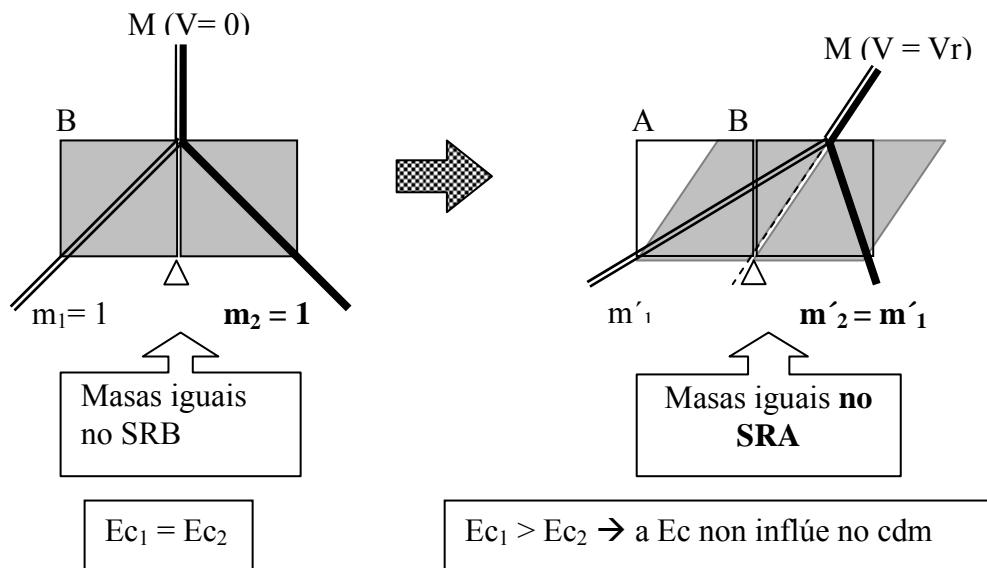
4: Medida de masas

Vimos que nun sistema de referencia poden medirse masas por comparación cunha masa patrón unidade nun choque inelástico

Na figura seguinte podemos ver, á esquerda, un choque inelástico totalmente simétrico, no que a masa de proba e a masa patrón son iguais no SRB.

Intentaremos ver se esta igualdade se conserva nun sistema de referencia distinto, SRA. (figura da dereita)

Do mesmo xeito que no caso anterior, polas características particulares da transformación de Galileo non fai falla usar o instrumento de medida de masas para decatarnos de que o centro de masas (triángulo) segue estando no centro da liña horizontal que une ambas masas, polo que se no SRB se cumpre que $m_1 = m_2$, a mesma igualdade hase cumplir no SRA: $m'_1 = m'_2$



Podemos ver tamén que a enerxía cinética de ambas as partículas (que depende da masa e a velocidade) é igual na figura esquerda mais non na dereita, mais que esta variación non inflúa para nada na posición do cdm: Masa e Enerxía cinética son magnitudes distintas.

O resultado que obtivemos permitenos dicir que nunha transformación de Galileo non se alteran as relacións entre masas. Dito doutra forma, as masas non se ven modificadas nunha transformación de Galileo, algo que tampouco nos sorprende demasiado, posto que a transformación de Galileo resulta de aplicar consideracións de “sentido común” ao concepto xeral de transformación de SRI. Deste xeito, obtemos tamén resultados de “sentido común” como este e os anteriores.

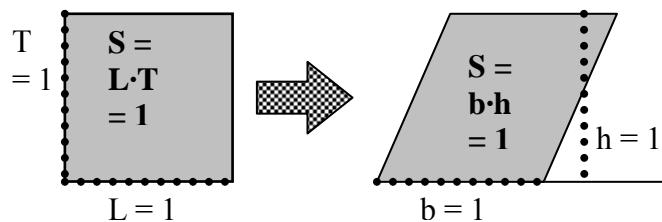
A1.2.3. Conservación da superficie espazotemporal (Set)

Unha propiedade da transformación de Galileo é que ao transformar o cadrado unitario a área do paralelogramo continúa sendo a unidade, é dicir, a superficie do espazotempo non cambia ao realizar unha transformación de Galileo.

Isto pódese comprobar directamente nas figuras da dereita, nas que se aplica a fórmula da área dun paralelogramo ($S = b \cdot h$)

Aínda que neste caso deducimos a conservación da Set a partir da forma xeométrica particular da transformación de Galileo, en realidade tense que cumplir para calquera transformación se queremos que o espazo siga sendo isótropo, é dicir, coas mesmas propiedades en calquera dirección. De non ser así, ao variar a Set para un SRI que se move nunha dirección (supoñamos que aumentase), tería que diminuír ao moverse no sentido contrario. Deste xeito, as propiedades do espazo xa non serían as mesmas en calquera dirección, e o espazo xa non sería isótropo.

Veremos máis adiante que esta é unha propiedade moi importante e interesante das transformacións de SRI.



De momento, bástenos con saber que dita conservación é unha consecuencia directa dos principios de Relatividade e isotropía, é dicir, non depende do tipo de consideracións adicionais que fagamos para establecer a forma definitiva da transformación de SRI. Calquera que sexa a forma do paralelogramo resultante, a superficie do mesmo ten que seguir sendo a unidade.

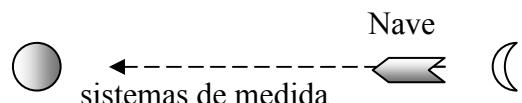
A1.2.4. Sistema de referencia Terra-Lúa: Transformación de Galileo

Na parte dedicada á presentación dos sistemas de referencia (“Aristóteles”) explicáronse as características dun sistema moi especial, deseñado especificamente para a comprensión dos pasos conducentes á Teoría da Relatividade de Einstein, ao que denominamos “sistema de referencia Terra-Lúa”, SR T-L.

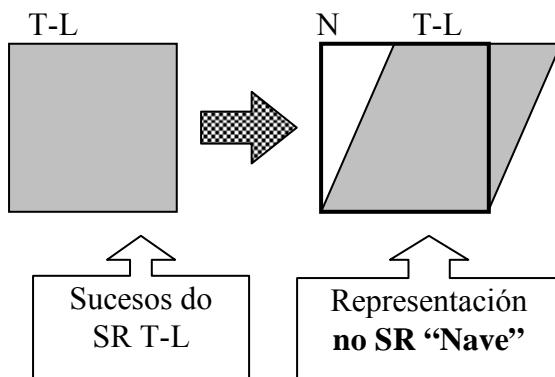
$$\text{---} \begin{matrix} \text{T} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{matrix} \frac{300.000 \text{ km}}{1 \text{ segundo-luz}} \begin{matrix} \text{L} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{matrix} \text{---}$$

Imos agora comprobar unha vez máis o efecto dun cambio de sistema de referencia sobre as propiedades que definimos no SR T-L, neste caso aplicando a Transformación de Galileo.

Para iso, debemos previamente identificar o SRA, no cal queremos representar o que sucede no SRT-L (que será o noso SRB).



Supoñeremos que unha civilización extraterrestre foi capaz de construír un sistema de medir o espazo e o tempo en diferentes puntos situados a distancias fixas dunha nave espacial capaz de viaxar a unha velocidade moi grande (de 150.000 km/s, é dicir, a metade da velocidade da luz). Transportando o devandito sistema de medición, viaxan coa súa nave polo Sistema Solar, visitando os diversos planetas e os seus satélites.



Consideraremos como SRA o paso da devandita nave (cos seus sistemas de medición axustados a longas distancias) ao longo da liña que une a Lúa coa Terra. Interésanos saber a forma en que se rexistran no devandito SRA os sucesos que describirímos para o SRB (SR T-L).

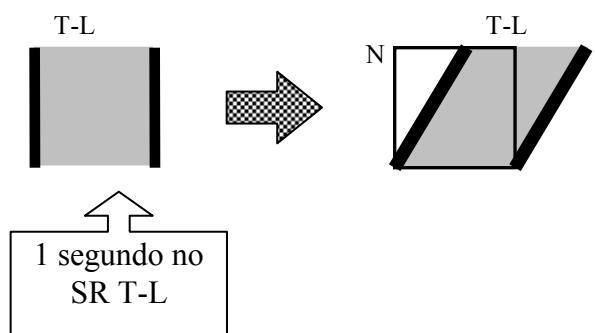
Recordemos unha vez máis que, aínda que tal e como se describe a situación, parece que é a nave a que se move cara á esquerda e o noso SR T-L o que está en repouso, podemos perfectamente considerar que somos nós os que nos movemos coa Terra e a Lúa cara á dereita atopándonos coa nave no noso camiño.

A continuación analizamos os diferentes sucesos descritos para o SR T-L:

1-Partículas de Minkowski.

Os segmentos verticais negros son dúas partículas de Minkowski producidas simultaneamente na Terra e na Lúa, cada unha das cales ten unha vida de 1 segundo.

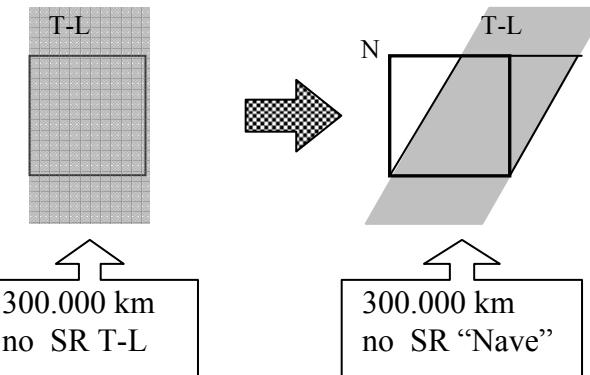
Vemos que a duración das devanditas partículas é a mesma no sistema de referencia da nave (N), no que se desprazan a 150.000 km/s cara á dereita.



2-Cable espacial.

A franxa vertical gris representa un cable de 300.000 km de lonxitude situado entre a Terra e a Lúa (para enviar paquetes de forma barata ao noso satélite).

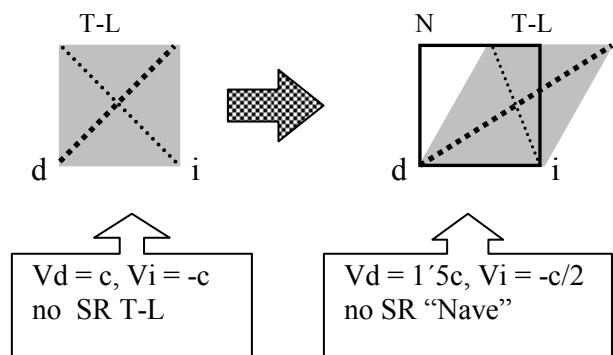
Nas figuras da dereita, vemos que o cable, aínda que se move a unha velocidade de 150.000 km/s cara á dereita con respecto á nave, segue medindo os mesmos 300.000 km que media no SR T-L en que estaba en repouso.



3-Raios de luz opostos.

A liña grosa de puntos (*d*) corresponde a un pulso láser enviado da Terra cara á Lúa, e a liña de puntos fina (*i*) é un pulso semellante enviado ao mesmo tempo. Ambos raios viaxan á velocidade da luz ($c = 300.000 \text{ km/s}$), e crúzanse á metade do camiño.

Podemos ver que a velocidade dos pulsos de luz é distinta para a nave, pois o raio *d* vai a $1/5 c = 450.000 \text{ km/s}$, e o *i* a $c/2 = 150.000 \text{ km/s}$.



Xa que logo, **a velocidade da luz non é a mesma** para todos os sistemas de referencia, na transformación de Galileo. Esta vai ser en definitiva a característica máis importante para nós da transformación de Galileo (porque vai resultar incorrecta experimentalmente), por iso utilizamos a

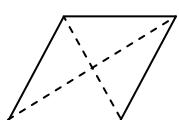
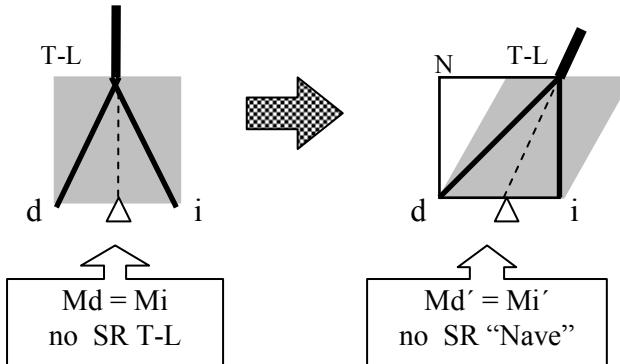


figura da esquerda para representar toda esta parte referida á relatividade clásica ou galileana..

4-Choque de cápsulas.

As cápsulas d e i son enviadas ao mesmo tempo desde a Terra e a Lúa a 150.000 km/s en direccións opostas, chocando no medio e quedando o conxunto parado, o que significa que ambas cápsulas tiñan masas iguais. Pola simetría da figura, podemos ver que as enerxías cinéticas de ambas cápsulas antes do choque eran iguais.



Desde o sistema de referencia da nave, a colisión efectúase entre unha nave en repouso (i) e outra que vén a 300.000 km/s cara á dereita. O conxunto, logo da colisión, móvese a 150.000 km/s cara á dereita. Isto quere dicir que o centro de masas estaba xustamente no centro de ambas cápsulas, ou o que é o mesmo, que o cdm non se desprazou cara a ningunha delas. As masas continúan sendo iguais, mais o resultado máis importante é que agora a situación xa non é simétrica respecto das enerxías cinéticas: A nave i non ten agora enerxía cinética, mentres que a nave d si que a ten.

Xa que logo, a enerxía cinética non inflúe no equilibrio de masas.

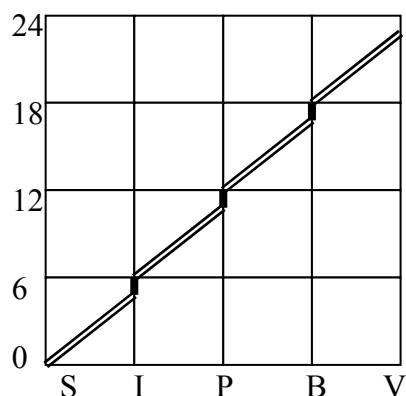
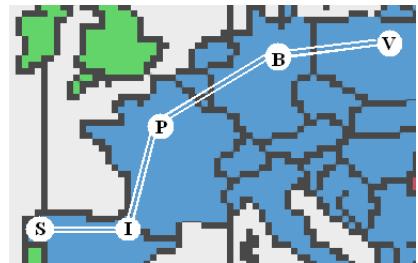
E_c e m son magnitudes diferentes (novamente unha conclusión aparentemente obvia).

EXEMPLOS DE SISTEMA DE REFERENCIA

A1.2.5. Exemplo de sistema de referencia aristotélico: Camiño de Santiago

Podemos visualizar un Sistema de Referencia real, por exemplo, situándonos nunha vía férrea que percorra o camiño de Santiago en sentido inverso: Santiago de Compostela (Galicia), Irún (Euskadi), París (Francia), Berlín (Alemaña) ata Varsovia (Polonia).

Dado que en todos estes países rexe a mesma hora oficial, teremos as condicións para representar o traxecto nun gráfico espazotemporal como o seguinte:

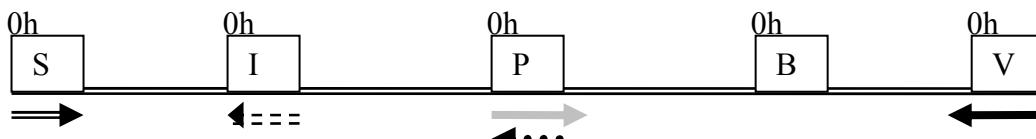
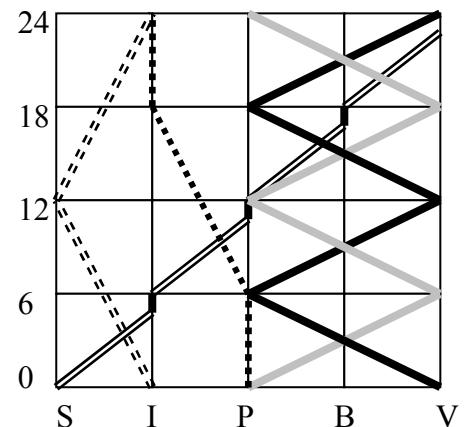


como a seguinte:

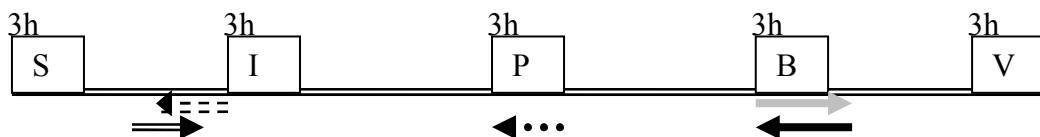
Nela podemos distinguir un tren (liña dobre descontinua) que sae de Irún cara a Santiago ás 0 h, chega a Santiago ao mediodía (12 h) e regresa a Irún no mesmo día (24 h).

Tamén podemos ver outro tren (liña de puntos) parado en París ata as 6 h de onde sae cara a Irún e permanece alí parado desde as 18 h ata a fin do día. Finalmente, á dereita do diagrama podemos ver un par de trens-bala (liñas negras) que cobren o traxecto París-Varsovia (ida e volta) dúas veces ao día, cruzándose en Berlín cada 6h a partir das 3h.

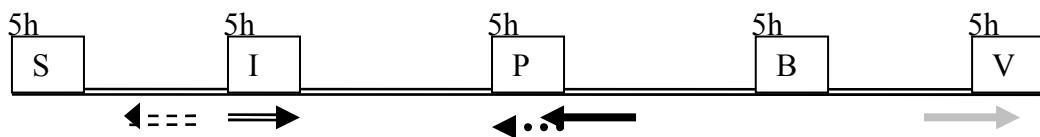
Se quixésemos representar a situación real que observaríamos en cada momento, deberíamos acudir a unha imaxe como a seguinte (que reflicte a situación sobre a vía férrea ás 0 horas):



Mentres que ás 3 horas, a situación dos trens sería a seguinte:



Ás 5 horas, teríamos a seguinte situación na vía férrea:



E así sucesivamente, a medida que o tempo vai pasando.

Podemos tamén observar que os reloxos das estacións marcan todos a mesma hora en cada momento.

Na figura esquerda, vemos como cando en Santiago son as 6 da mañá, tamén marcan a mesma hora nese mesmo instante os reloxos das restantes estacións. Isto é así porque, como dixemos, en todos os países polos que pasa a mencionada vía férrea rexe a mesma hora oficial (malia abracer o percorrido completo catro fusos horarios).

	S	I	P	B	V
7h	7	7	7	7	7
6h	S 6 h	6	6	6	6
5h	5	5	5	5	5
4h	4	4	4	4	4
3h	3	3	3	3	3
	0	1	2	3	4 Mm

	S	I	P	B	V
8h	8	8	8	8	8
7h	7	7	7	7	7
6h	6	6	6	6	6
5h	5	5	5	5	5
4h	4	4	4	4	4
	0	1	2	3	4 Mm

Con todo, aínda que as persoas se ergan á mesma hora oficial, non o fan da mesma forma con respecto ao Sol (véxanse os tres círculos na figura da dereita): Unha persoa que se erga ás 6 en Santiago (Galiza) faino cando aínda é de noite (o cadro está negro), e en cambio se nos erguemos ás 6 en Varsovia haberá xa algún tempo que loce o Sol (cadro branco). Soamente en París coincidirá o amencer coas 6 horas (cadro gris).

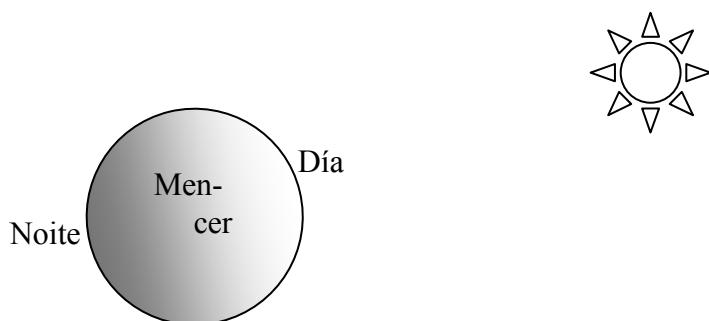
Visto doutro xeito (horas subliñadas): Unha persoa que se queira erguer ao amencer, farao ás 6 horas en París, ás 4 horas en Varsovia e ás 8 horas en Santiago. É moi posible que as persoas de Varsovia teñan fama de madrugadoras, e as de Santiago de durmiñonas, aínda que todas elas se ergan en realidade á mesma “hora solar”.

A1.2.6. Exemplo de sistema de referencia galileano:Ferrocarril transiberiano

O ferrocarril Transiberiano, que enlaza Moscova con Vladivostok, percorre sete fusos horarios (letras C a K no mapa) nos cales a hora oficial vai cambiando.

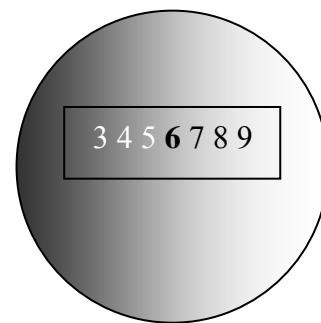


En cada fuso horario identificamos unha estación, nesta orde: Moscova (M), Kazán (K), Sverdlovsk (S), Omsk (Ou), Novosibirsk (N), Irkutsk (I), Chita (C) e Vladivostok (V), xa nas beiras do Océano Pacífico.



Estamos agora en condicións de dar un paso máis e comprobar que o sistema de referencia transiberiano resulta de representar no sistema de referencia terrestre (SRA, xeocéntrico) as diferentes luminosidades do día e a noite, cuxo sistema de referencia “natural” é o que ten ao Sol como orixe (SRB, heliocéntrico).

Podemos considerar que este sistema de referencia



“luminoso” (B) permanece inmóbil con respecto ao Sol, sendo a Terra unha esfera que rota no seu interior dando unha volta completa nun día.

3	4	5	6	7	8	9
Noite	Men-			Día		

Na esfera inferior, marcamos un rectángulo que corresponde a unha franxa de 7 fusos horarios ao redor do amencer, (que denominaremos mediante a marca horaria de “6h”). A devandita franxa está representada por separado debaixo destas liñas:

Podemos ver á dereita a representación espazotemporal do sistema de referencia “luminoso” (B) correspondente á devandita franxa horaria. Vemos que as marcas horarias indican “luminosidade” e non varían a medida que pasa o tempo.

Como xa dixemos, queremos representar esta situación nun sistema de referencia distinto, o da superficie terrestre, e máis concretamente a franxa da mesma pola que discorre o ferrocarril transiberiano.

Para iso, debemos ter en conta a velocidade relativa.

Dado que a esas latitudes se pode considerar que cada fuso horario mide aproximadamente 1000 km = 1 Mm, podemos calcular a velocidad de rotación:

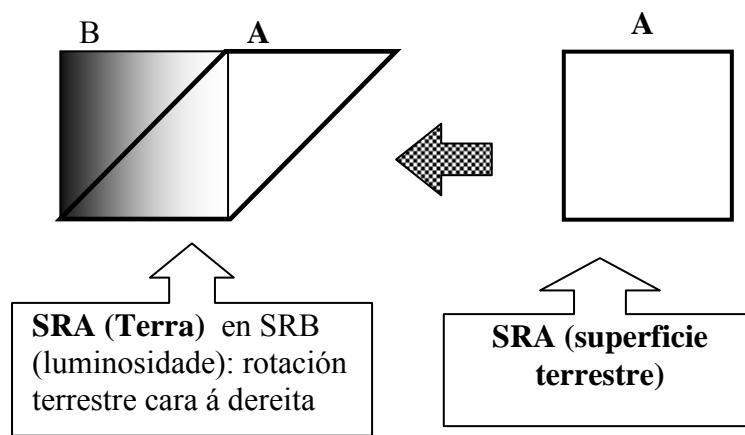
$$v = e / t = 1 \text{ Mm} / 1 \text{ h.}$$

É dicir, que a Terra (SRA) inclinaríase en diagonal cara á dereita ao representala no sistema “luminoso”, posto que as liñas de velocidade 1 son diagonais.

Podemos ver o anterior nas seguintes figuras, nas que o cadrado da dereita representa o espazotempo da superficie terrestre por onde pasa o transiberiano (SRA), e á esquerda vemos a súa representación desde o sistema de referencia da luminosidade (SRB). Vemos que o SRB (a liña do ferrocarril transiberiano) desprázase a unha velocidad de 1 Mm/h cara á dereita (arrastrado pola rotación terrestre de O a E).

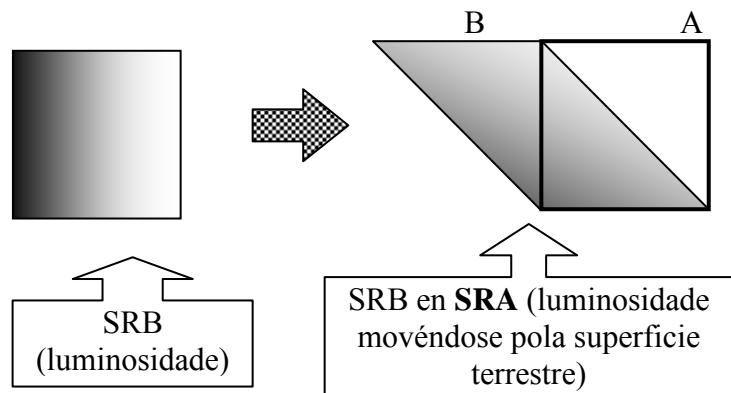
3	4	5	6	7	8	9
3	4	5	6	7	8	9
3	4	5	6	7	8	9
3	4	5	6	7	8	9
3	4	5	6	7	8	9
3	4	5	6	7	8	9
3	4	5	6	7	8	9

SR heliocéntrico B (“luminosidade”)



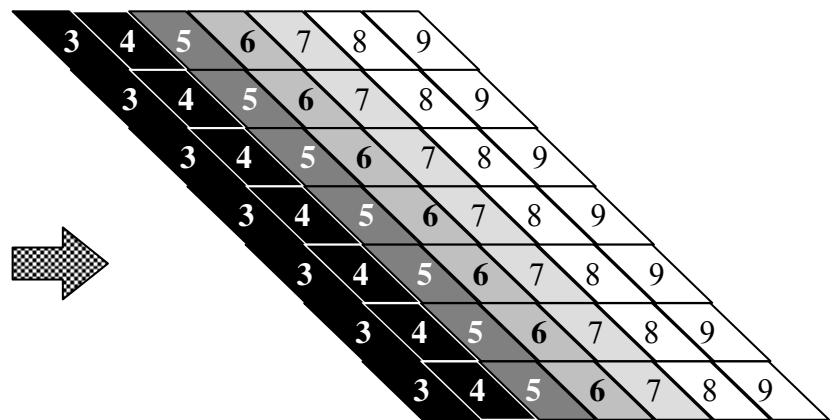
Como o que nos interesa é a representación do SRA (luminosidade) no SRB (superficie terrestre), supoñeremos que é A a que se move con respecto de B á mesma velocidade mais cara á esquerda (xa vimos algo parecido ao considerar os sistemas de referencia do tren e a estación).

Vemos nas figuras, á esquerda, o SRB (luminosidade), e á dereita como se despraza sobre a superficie terrestre a medida que pasa o tempo.



3	4	5	6	7	8	9
3	4	5	6	7	8	9
3	4	5	6	7	8	9
3	4	5	6	7	8	9
3	4	5	6	7	8	9
3	4	5	6	7	8	9
3	4	5	6	7	8	9

SR heliocéntrico B (“luminosidade”, ou “tempo solar”, que permanece inalterado co paso do tempo.



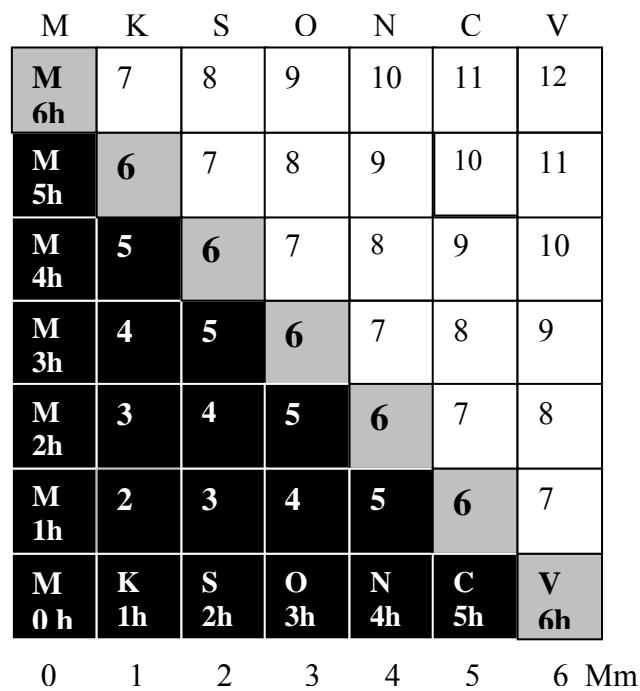
SRB (luminosidade) desprazándose pola superficie terrestre. Podemos ver columnas verticais (fusos) nas que “parece” pasar o tempo solar: a cada unha se lle asigna unha hora oficial.

Podemos entender, entón, de onde saen os fusos horarios: Son franxas da Terra polas que van pasando as diversas zonas de luminosidade que forman o sistema de referencia heliocéntrico B (amencer, mediodía, anoitecer, medianoite e así sucesivamente). A cada unha destas zonas de luminosidade asignaselles unha hora (práctica que vén da época en que o tempo se media con reloxos solares), aínda que desde unha perspectiva heliocéntrica estas “horas” non representan tempo, senón espazo (situación respecto ao Sol). É ao desprazarse o SRB de luminosidade pola superficie terrestre cara ao Oeste a unha velocidade duns 1000 km/h (varía coa latitude), cando se crea a impresión de que esas “horas oficiais” miden o tempo real.

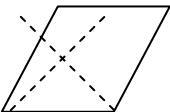
Ao representar o SR espazotemporal resultante, podemos observar que cando en Moscova son as 0h, non é a mesma hora nas demais estacións (fila horizontal inferior): En Kazán é a 1, en Svierdlovsk son as 2, e así sucesivamente, ata Vladivostok, onde nese mesmo instante xa son as 6h. Tamén podemos ver unha liña diagonal na cal sempre son as 6h, que é tamén a liña que une os puntos en que está amencendo. Deste xeito, aínda que as persoas de Moscova se ergan 6 horas máis

tarde que as de Vladivostok, en realidade fano á mesma “hora solar”, é dicir, tanto en Moscova como en Vladivostok as persoas que se ergan ás 6 da mañá verán amencer o Sol.

Pode ser interesante comparar estes diagramas e as explicacións dos mesmos coas correspondentes ao ferrocarril que percorre o Camiño de Santiago (sistema de referencia aristotélico).



RELATIVIDADE ESPECIAL



A1.3. MICHELSON

DISCREPANCIAS ENTRE A MECÁNICA E O ELECTROMAGNETISMO

Galileo elaborou a súa teoría da Relatividade para dar unha explicación que fixese posible o encaixe das ideas heliocéntricas de Copérnico coas leis da física, e neste sentido realizou unha importante contribución para o advenimiento da que se deu en chamar “revolución copernicana”.

Por esta mesma razón, a súa teoría estaba ancorada á Terra nun sentido: consideraba como movementos naturais os circulares ao redor dun astro, como o eran a rotación terrestre, a órbita lunar ao redor da Terra, así como a órbita terrestre e dos demais planetas ao redor do Sol.

A formulación posterior por parte de Newton da Relatividade galileana liberou a teoría das devanditas ancoraxes, xa que considerou como natural o movemento rectilíneo uniforme, sen alusión a ningún corpo celeste. Combinado coa definición de forza e a lei de acción-reacción, estableceu as bases para a análise detallada do movemento de calquera corpo. Ao incorporar a lei de gravitación a estas tres leis da Dinámica puido xustificar á perfección o movemento de todos os astros, non xa en círculos senón en elipses, o cal estaba totalmente de acordo coas observacións astronómicas realizadas por Kepler.

A Mecánica de Newton foi perfeccionada polos seus seguidores ata conseguir dar conta de todos os fenómenos observables, desde as propiedades microscópicas da materia (mecánica estatística aplicada aos átomos e moléculas) ata a estrutura do Universo (todos os astros, incluídas as galaxias, obedecen a unha única lei: a lei de Gravitación Universal de Newton).

Con todo, había dous campos nos cales as ideas newtonianas atopaban certas dificultades: ***A teoría da luz e os fenómenos electromagnéticos.***

A luz presenta un comportamento que pode ser explicado supoñendo que é unha onda (refracción, espectro de cores, difracción, interferencia) ou ben que é unha partícula (propagación rectilínea polo baleiro, reflexión). O propio Newton propuxo unha teoría corpuscular, que con todo foi superada pola teoría ondulatoria de Huyguens.

No campo da electricidade e o magnetismo, a medida que se foron descubrindo novos efectos, íase intentando encaixalos nas leis da mecánica newtoniana (a lei de Coulomb é moi semellante á de gravitación).

Con todo, as experiencias de Ampére e Faraday descubriron que a electricidade e o magnetismo estaban intimamente conectados entre si, dunha forma totalmente novedosa.

Finalmente, foi Maxwell quen conseguiu sintetizar todos os fenómenos electromagnéticos nun conxunto de catro leis. Usando magnitudes mecánicas (forza, campo etc.), as leis de Maxwell equiparáronse en importancia ás catro leis de Newton na súa capacidade de explicar e predecir todo

tipo de fenómenos electromagnéticos, propiciando avances técnicos dunha importancia tal que hoxe en día sería inconcible un mundo sen os mesmos.

Unha das predicións da teoría de Maxwell, que resulta de combinar entre si as catro ecuacións, era a posibilidade de producir ondas electromagnéticas, o que foi comprobado por Hertz.

A velocidade das devanditas ondas podía ser calculada a partir de magnitudes eléctricas e magnéticas, resultando un valor idéntico ao da velocidade da luz no baleiro (medida experimentalmente por Roemer e Fizeau): 300.000 km/s. Isto constituía unha evidencia de que a luz era unha clase particular de onda electromagnética.

Aquí había un punto de ***contradicción entre o Electromagnetismo e a Mecánica***:

A velocidade das ondas electromagnéticas calculada a partir das ecuacións de Maxwell é independente de calquera sistema de referencia, co que ***a luz semella violar o principio de relatividade*** (que está na base de toda a mecánica newtoniana).

Para evitar esta contradicción, recuperouse un concepto dos tempos de Aristóteles: o ***éter*** (recordemos que era o quinto elemento, propio do mundo supralunar e con propiedades totalmente diferentes dos catro elementos terrestres). Agora, o éter sería o medio en que se propagan as ondas electromagnéticas a unha mesma velocidade invariable, e do mesmo xeito que o éter aristotélico ocuparía todo o espazo, posto que podemos ver a luz procedente das estrelas más afastadas.

Desta forma, producíase unha separación entre a mecánica e o electromagnetismo, asignando de xeito implícito ao éter o papel de xustificar todas as discrepancias entre ambas as teorías.

Ata que, a finais do século XIX, o científico polaco-norteamericano Michelson, xunto co seu compatriota Morley, deseñaron un experimento co que pretendían unificar novamente ambos mundos.

O experimento de Michelson e Morley envolvía dúas direccións espaciais, polo que a súa representación visual requirirá un espazotempo tridimensional (dúas dimensíons para o espazo e unha para o tempo).

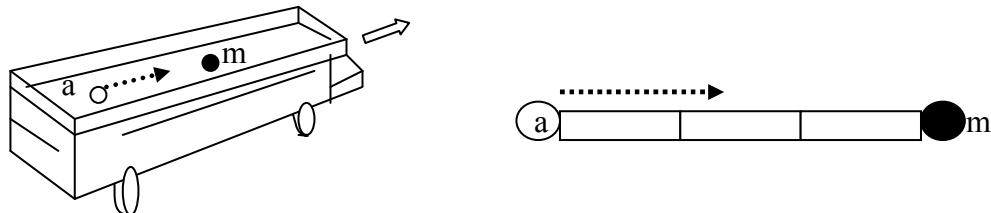
Con todo, é posible explicar o obxectivo do experimento e os principais resultados obtidos mediante unha versión simplificada, na cal se realiza un deseño experimental análogo nunha única dirección espacial, polo que a súa representación visual poderá efectuarse mediante gráficas bidimensionais como as que vimos ata agora.

A1.3.1. Medición cun sinal acústico da velocidade dun autobús descuberto.

Analogía da experiencia de Michelson nunha dimensión espacial.

Supoñamos que queremos medir a velocidade nun autobús de plataforma aberta (como os que fan percorridos turísticos polas cidades). Para iso, poderíamos situar un altofalante (a) no chan e máis adiante un micrófono (m) de forma que poidamos medir o tempo que tarda o son en ir de a a m.

Cando o autobús está en marcha, o son tardará máis tempo en chegar ao micrófono que cando está parado, debido ao "vento" cara atrás causado polo avance do bus (e que tamén notamos nos nosos cabelos).



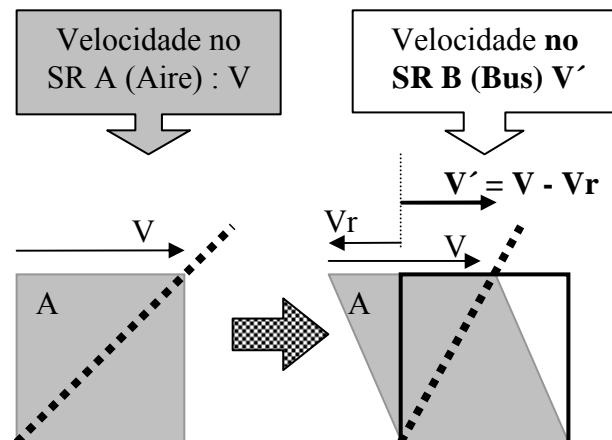
A partir do aumento no tempo de chegada, podemos pescar a velocidade á que viaxa o autobús. Isto é así porque aplicamos a lei de composición de velocidades que vimos para a transformación de Galileo:

$$V' = V - V_r$$

(sendo V_r a velocidad relativa, que é a velocidad do autobús).

Neste caso, ten signo negativo porque consideramos a velocidad do "vento" producido polo movemento do autobús.

A precisión deste experimento vén limitada polo feito de que debemos medir dúas cantidades grandes (a velocidad do son no autobús parado e movéndose), para pescar por diferencia a cantidad pequena que nos interesa (a velocidad do autobús).



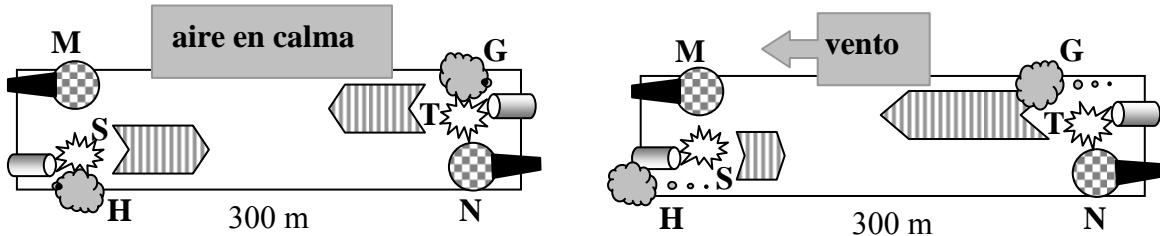
Ao restar dúas cantidades experimentais moi próximas, estamos aumentando moito o erro relativo do resultado. Por exemplo, se realizamos dúas medidas experimentais cun erro relativo do 0'1 %, e obtemos os valores 1.000 e 1002, quere dicir que hai unha imprecisión dunha unidade en cada medida, o cal pode ser aceptable para cada unha delas. Con todo, ao restalas, obtemos un resultado de 2. Dado que os errores absolutos se suman, o resultado de 2 virá afectado por unha imprecisión de dúas unidades, polo que teremos un erro relativo do 100%.

A1.3.2. Medición da velocidad do vento mediante dous sinais acústicos

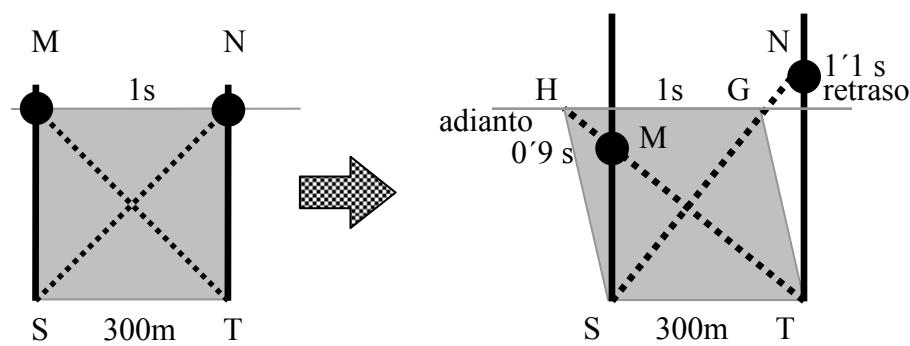
Para evitar o problema de ter que restar dous números grandes para obter un resultado pequeno, usaremos dous impulsos acústicos en lugar dun só.

Neste caso, no canto de medir a velocidad dun autobús mediremos directamente a velocidad do vento desde o chan, porque é más fácil de visualizar (aínda que a situación é totalmente equivalente de acordo coa teoría da Relatividade clásica).

Para iso, enviamos dous impulsos sonoros (S e T)  simultáneos (cunha velocidade aproximada de 300 m/s) desde dous puntos separados 300m entre si. No mesmo instante en que se produce cada impulso sonoro, xérase un pouco de fume (H e G) que queda no aire (pode ser, por exemplo, mediante un par de bengalas de sinalización  que deixen un sinal de fume  ao mesmo tempo que estalan ). Os impulsos sonoros cubrirán a distancia de 300m ao cabo de 1s se non hai vento (aproximadamente), e serán recollidos por dous micrófonos (M e N) situados nos extremos opostos (figura inferior dereita) A imprecisión desta medida, polo que dixemos, xa non nos preocupa.



Supoñendo a continuación que existe un vento de 30 m/s cara á esquerda (figura da dereita), o cal produce, en principio, dous cambios: As marcas de fume (H e G), desprazaranse co aire en movemento cara á esquerda, e a velocidade dos pulsos sonoros variará. O pulso S (que vai contra o vento) terá unha velocidade menor, e o pulso T (que vai a favor do vento) terá máis velocidade, polo que é de esperar que chegue antes o son de T ao micrófono M que o son de S ao micrófono N.



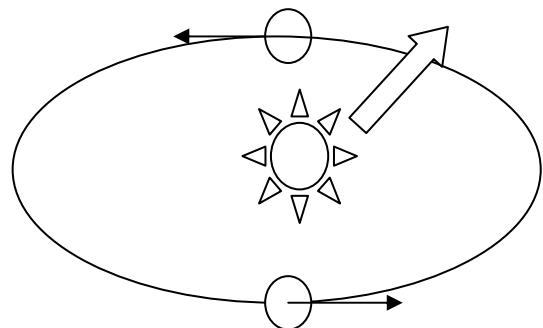
Representamos mediante o paralelogramo gris da dereita o arrastre que produce o vento sobre o son en ambas direccións, e podemos ver que o impulso que vai contra o vento (de S a N) sofre un atraso de 0,1s, e o que vai a favor (de T a M) un adianto de 0,1s, polo que se apreciará unha diferenza de 0,2 s entre a chegada de ambos impulsos (●). Se somos capaces de medir esta diferenza, resolveríamos o noso problema.

A1.3.3. Medición da velocidade do “vento de éter” mediante dous sinais luminosos

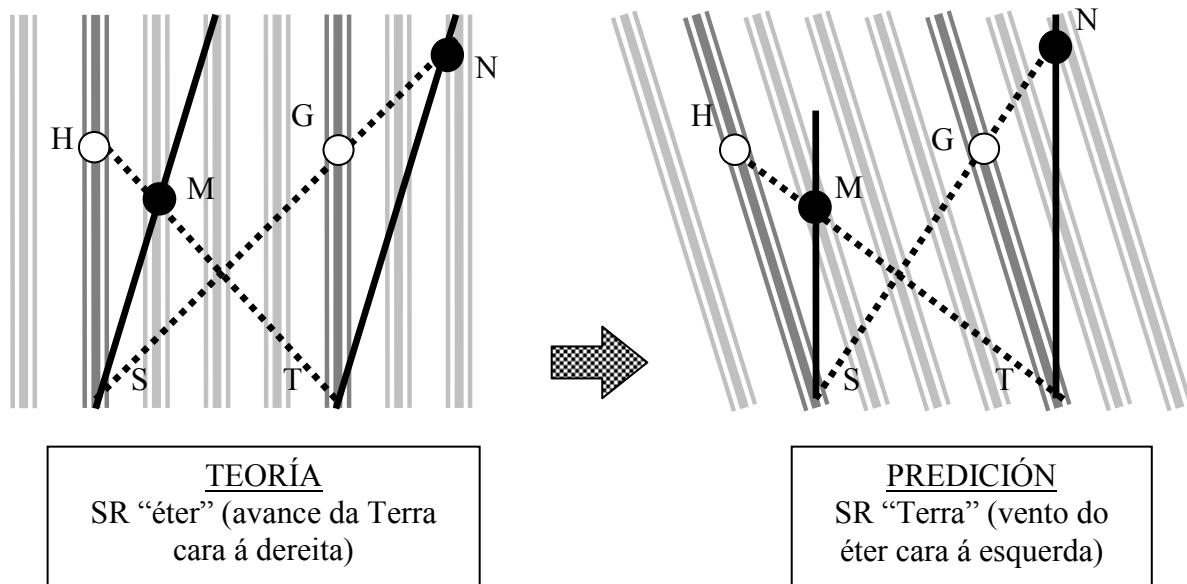
Deseño experimental (versión simplificada nunha única dirección)

Michelson intentou aplicar as ideas anteriores para pescudar a velocidade absoluta do noso Sistema Solar a través do espazo usando a luz en lugar do son.

Ao avanzar no seu xiro ao redor do Sol a través do medio polo que se propaga a luz, o “éter” (que debía abrancar todo o Universo, xa que podemos ver as estrelas más distantes), de acordo coa Relatividade Clásica (Galileo), haberá un “vento” en contra igual á velocidade con que avanzamos, o cal producirá un atraso nos tempos de chegada da luz na dirección do avance. Comparando as velocidades de sinais luminosos iguais viaxando en direccións distintas, apreciaremos unha diferenza nos seus tempos de chegada, a partir da cal poderá pescudarse a velocidade absoluta da Terra a través do éter.



O aparello deseñado por Michelson (interferómetro) era capaz de detectar o atraso debido ao movemento orbital da Terra. Calquera atraso maior que este sería debido ao movemento do Sistema Solar a través do espazo absoluto, que era o seu obxectivo.



Estas figuras reflecten a situación desde dous sistemas de referencia:

-Á esquerda, desde o éter en repouso (sistema de referencia absoluto proposto para as ondas electromagnéticas)

Esta imaxe corresponde coa estrutura teórica da Física a finais do século XIX, é dicir, a existencia dun éter en repouso absoluto que ocupa todo o Universo (liñas grises verticais), no cal se despraza o aparello de medida de Michelson (liñas negras inclinadas cara á dereita), que está situado nun laboratorio do cal se sabía, desde a época de Galileo, que avanza coa Terra a través do espazo.

-Á dereita, desde o laboratorio de Michelson, no que se notará un “vento de éter” cara á esquerda, indicado polos “puntos escuros” H e N (puntos de referencia hipotéticos no SR do éter semellantes aos sinais de fume no aire que faciamos na analogía sonora).

Esta figura corresponde coa situación experimental de Michelson (el non podía evitar moverse co seu laboratorio pegado á Terra), e é o resultado de aplicar a transformación de Galileo á situación da esquerda.

Xa que logo, se a teoría do éter (electromagnetismo) e a Relatividade de Galileo (Mecánica clásica) son correctas, a figura da dereita reflicte o resultado que cabe esperar. A única incógnita neste caso é coñecer a medida do atraso de ambos sinais luminosos (M e N) para calcular a partir de dita diferenza a velocidade relativa entre ambos SRI (a Terra e o éter).

É interesante observar o papel dos puntos brancos H e G en ambas figuras.

Recordemos que na analogía sonora, correspondían con sinais de fume que se producían nos mesmos lugares onde se producían e despois detectaríanse os sinais. Supoñiamos que o fume acompañaba ao aire no seu movemento, polo que constituían unha especie de “marcas de referencia” no aire.

No caso de que non houbase vento, ditas marcas permanecían no mesmo lugar, pegadas aos detectores M e N, polo que os sinais chegarían a elas no mesmo instante en que o facían aos detectores M e N, é dicir, en tempos iguais.

Cando hai vento, as marcas de fume son arrastradas polo aire da mesma forma que o fan os sinais acústicos, polo que todo o conxunto aire-son-fume se transforma por igual. Dado que na transformación de Galileo os tempos non cambian, os sons chegarán aos sinais de fume (S a N e T a M, círculos brancos) no mesmo tempo que antes. Podemos recoñecer isto no feito de que ambos círculos brancos están á mesma altura (tempo).

Vemos tamén nas figuras que os puntos S, G e N están alineados (o mesmo que T, M e H). Isto reflicte o feito de que o son se despraza con MRU (liñas rectas nos diagramas espazotemporais)

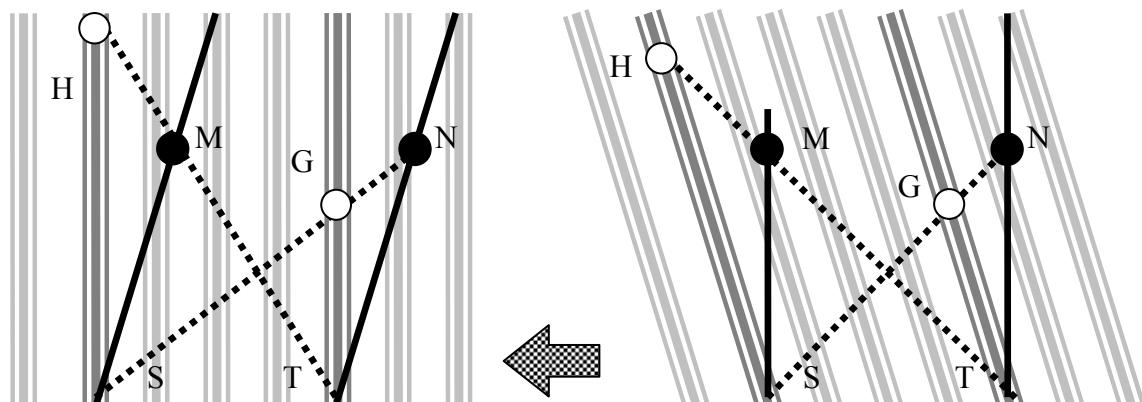
Para a súa sorpresa, Michelson obtivo un resultado nulo.

É dicir, ao comparar entre si os tempos de chegada de ambos sinais luminosos, non detectou ningunha diferenza.

Vemos nas figuras seguintes o que isto significa de forma visual: Os puntos negros M e N representan os instantes de chegada dos sinais luminosos S e T aos detectores situados nos respectivos puntos de partida. Vemos que ambos puntos negros están á mesma altura (tempo), o que significa que non hai diferenza entre os tempos de chegada. Á dereita temos a situación desde o punto de vista experimental.

Incorporando o marco teórico (teoría do éter e transformación de Galileo), podemos realizar a transformación inversa para establecer unha consecuencia absurda: Que a velocidade da luz no seu

medio natural (liñas de puntos) non só non é constante, senón que varía de acordo coa dirección en que se move un observador.



CONSECUENCIA TEÓRICA

A luz non viaxa á velocidade da luz polo éter (absurdo)

RESULTADO EXPERIMENTAL

Tempos de chegada iguais
(M e N)

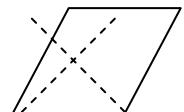
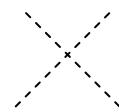
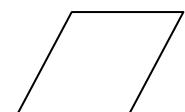
É agora cando podemos entender o significado da figura coa que representamos esta parte da secuencia explicativa.

Podemos ver na mesma os aspectos esenciais das dúas grandes teorías da Física a finais do século XIX, teorías sobre as cales se construíron senllas estruturas de razonamento, cálculo e predición e que contaban cunha enorme evidencia experimental:

A Mecánica Clásica (Newton), un de cuxos alicerces básicos era a Relatividade de Galileo.

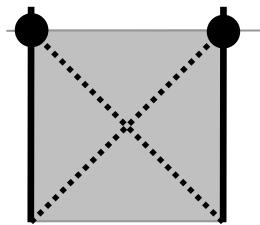
A teoría electromagnética (Maxwell), base de enormes avances técnicos (motores e xeradores de electricidade, ondas electromagnéticas, electrónica etc.), unha de cuxas premisas fundamentais era a constancia da velocidade da luz.

A unión de ambos principios fundamentais nun mesmo experimento (Michelson) revelou a existencia dunha contradición, que se pode observar na figura:



A1.3.4. Explicacións propostas para o resultado nulo do experimento de Michelson e Morley nas que o sistema de referencia está en repouso co éter

Para estas explicacións, Michelson estaría traballando nun sistema de referencia en repouso co éter, polo que non sairíamos do cadrado unitario, no que o resultado nulo é o esperado, como se pode ver na figura da dereita. Se queremos manter a forma da transformación de Galileo, este tipo de explicacións son as únicas posibles.

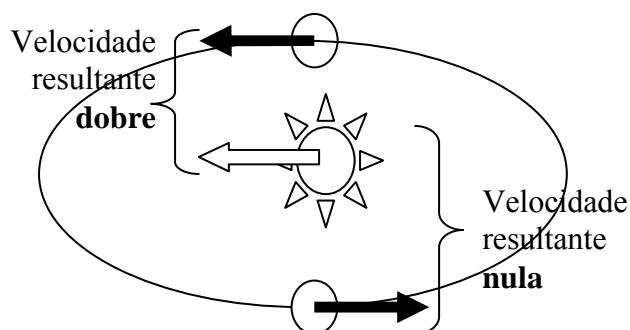


-Cancelación casual de movementos

Que o movemento de translación estivese cancelado polo de desprazamento do Sol (con igual velocidade e sentido contrarios)

Se o movemento do Sol fose contrario ao da Terra nunha época do ano, de forma que a velocidade de conxunto fose nula, medio ano despois as velocidades sumaríanse.

Michelson repetiu o experimento seis meses despois co mesmo resultado negativo, polo que esta explicación foi refutada por el mesmo.



-Inmobilidade terrestre

Inclúese esta explicación aínda que ninguén a propuxo, porque sería correcta desde o punto de vista de Aristóteles: Non habería que esperar outro resultado que o obtido por Michelson se estivésemos nunha Terra que non se move. Desde a época de Newton, con todo, estas ideas xeocéntricas xa non formaban parte do pensamento científico.

-Arrastre do éter

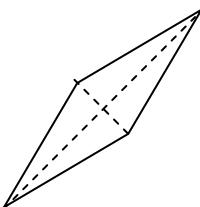
Esta explicación foi proposta polo propio Michelson como primeira reacción ao resultado nulo que obtivo.

Se pensamos no que pasaría ao facer o experimento de medida da velocidade nun autobús pechado, pódese utilizar o devanditorazoamento para elaborar un similar co que xustificar o resultado nulo obtido por Michelson: que a Terra arrastraría ao éter luminoso no seu camiño da mesma forma que o autobús pechado arrasta o aire do seu interior.

É evidente que o autobús precisa dunhas paredes para arrastrar o aire que contén, mentres que na Terra non existe nada semellante. A atmosfera terrestre está retida pola gravidade, mais o “éter”, se

existise, estaría por todo o espazo baleiro, áínda en ausencia de gravidade (pois se non, non se poderían ver as estrelas), co que se presenta unha contradición nesa xustificación.

Dado que ningunha destas explicacións está libre de obxeccións, teremos necesariamente que acudir a modificar algúns aspectos da transformación de Galileo. Xa sabemos que isto é posible sempre que manteñamos a forma dun paralelogramo, posto que Galileo recorreu a un par de hipóteses “de sentido común” para establecer a súa transformación de SRI. No seguinte apartado veremos algunhas das propostas que foron realizadas neste sentido.



A1.4. LORENTZ

SÍNTESE RELATIVISTA: NOVA TRANSFORMACIÓN DE SISTEMA DE REFERENCIA INERCIAL

Vimos anteriormente cómo a experiencia de Michelson constituíu un punto de ruptura para o desenvolvemento por separado da Física clásica nos seus dous ámbitos principais, a Mecánica e o Electromagnetismo.

Os primeiros intentos de explicación trataron de contornar o dilema. Para iso buscaban algúna forma en que xustificar o resultado nulo do experimento mediante unha situación de inmobilidade da Terra con respecto ao éter, como vimos.

Pronto se viu que o intento era en van.

A partir de entón, era imposible conciliar as bases teóricas de ambos edificios conceptuais. A parte máis débil de toda a andamiaxe conceptual cuestionada era a transformación de Galileo, posto que temos visto que a partir de postulados fundamentais chégase únicamente a unha forma denominada “transformación lineal”, cuxa representación gráfica é un paralelogramo.

Para establecer a forma da transformación que leva o seu nome, Galileo incorporou un par de suposicións adicionais de “sentido común” mais sen xustificación experimental:

Primeira suposición: O tempo é absoluto

Segunda suposición: A escala espacial non varía

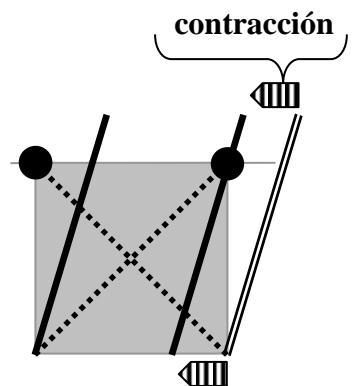
Os sucesivos intentos de resolver esta problemática foron precisamente cuestionar estas dúas suposicións, como veremos.

Tamén é interesante facer notar que unha aplicación a fondo dos postulados físicos usados por Galileo (Principios de inercia e relatividade, xunto coa isotropía espacial) permiten establecer unha forma para a transformación de SRI na cal xa están implícitas todas as modificacións que resultaron ser necesarias e que veremos a continuación.

A1.4.1. Explicacións do resultado nulo da experiencia de Michelson nas cales se altera a forma da transformación de Galileo.

a-Contracción da materia

O científico irlandés *FitzGerald* dixo que o resultado nulo do experimento de Michelson podería explicarse se todos os obxectos materiais se contraen na dirección en que avanzan polo éter (sendo o éter o medio polo que se desprazan as ondas luminosas).



Deste xeito, o interferómetro de Michelson tamén se contraería, mais só no brazo que se move con respecto ao éter. O brazo perpendicular permanecerá sen contracción, polo que agora a luz terá que tardar un pouco máis en atravesar este brazo, o xusto para compensar o atraso que esperaba Michelson e non puido atopar.

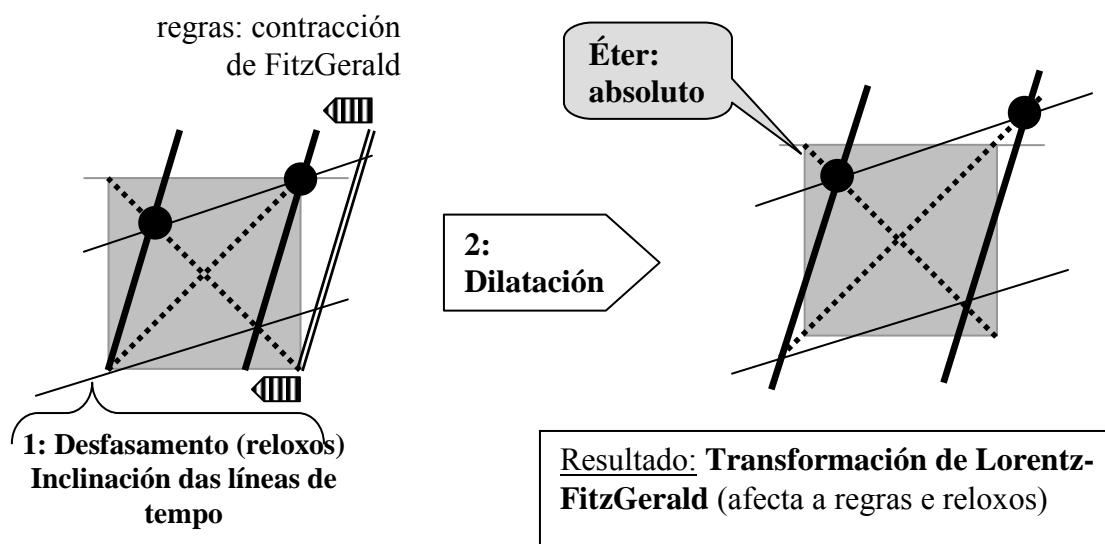
Podemos ver que FitzGerald está desmontando a *segunda suposición de Galileo*, a de *conservación da escala espacial*.

Esta contracción só servía para o experimento de Michelson, pois non explica a conservación da velocidade da luz (teoría de Maxwell).

b-Desfasamento e ralentización dos reloxos

Lorentz incorporou un efecto adicional nos reloxos (e en todo mecanismo medidor do tempo), de forma que se desfasarían e se ralentizarían ao estaren en movemento respecto do éter (desfasamento e dilatación temporais).

Vemos que agora o que se pon en cuestión, ademais, é a *primeira suposición de Galileo*, a dun *tempo absoluto*.

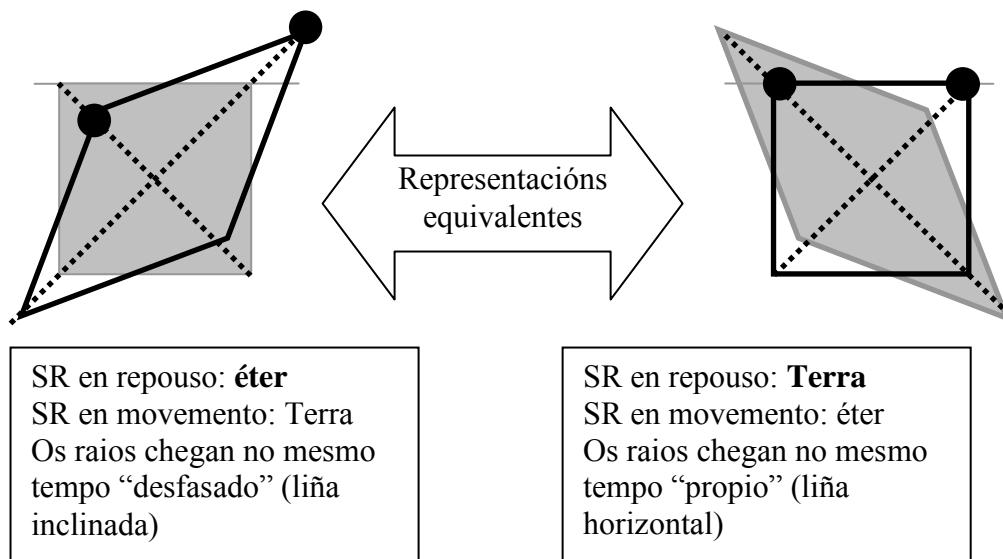


Desta forma, para calquera observador que medise a velocidade da luz coas súas regras e reloxos, esta sería sempre a mesma, o cal servía tamén para xustificar a teoría de Maxwell.

Con todo, isto non constituía un principio de relatividade, posto que o espazo e o tempo “reais” serían os dun observador que estivese en repouso co éter (que mantén así as características dun sistema de referencia absoluto), e os restantes observadores medirían espazos e tempos “ficticios” coas súas regras e reloxos alterados.

c-Nova forma da transformación entre sistemas de referencia

Poincaré dixo que os efectos establecidos por Lorentz debían ser interpretados como unha deformación do espazo e do tempo, e non soamente dos obxectos materiais (regras ou reloxos). Polo tanto, cada observador media o seu propio tempo e espazo “reais”, non ficticios. Todos os sistemas de referencia eran polo tanto equivalentes desde o punto de vista mecánico, como para Galileo. Deste xeito, restableceu novamente o principio de relatividade, só que nunha nova forma, que o propio Poincaré denominou “**Transformación de Lorentz**”.



Para que esta transformación puidese corresponder a un cambio de SRI, tería que conservarse a superficie espazotemporal (Set), como vimos ao estudar a transformación de Galileo.

A transformación de Lorentz equivale a un estiramento na dirección dunha diagonal e un acurtamento na mesma proporción na diagonal contraria. Dado que a superficie dun rombo vén dada pola metade do produto das súas diagonais, ao seren estas inversamente proporcionais, o seu producto é constante, e con iso tamén a Set.

Polo tanto, a transformación de Lorentz cumpre os requisitos para ser unha transformación de SRI alternativa á de Galileo.

Con todo, para Poincaré seguía existindo o éter como o “soporte” das ondas electromagnéticas (aínda que xa non tiña unha realidade material, senón tan só en forma de campos eléctricos e magnéticos). Como consecuencia, había un sistema de referencia especial: aquel que estivese en repouso con respecto a devandito éter inmaterial (mais tan só para os aspectos electromagnéticos da Física).

Desta forma, mantíñase a separación entre a Mecánica e o Electromagnetismo. Para xustificar outros resultados experimentais nos que ía aparecendo evidencia de interconexión problemática entre ambas estruturas da Física (a interacción da materia coas ondas electromagnéticas evidenciaba que estas posuían propiedades mecánicas equivalentes á enerxía e a cantidade de movemento, e que afectaban ao centro de masas coma se tivesen unha masa adicional), Poincaré foi engadindo propiedades mecánicas a este éter coas que salvaba as novas contradicións.

Con iso conseguía acomodar a teoría cos experimentos, mais este éter cujas propiedades se ían adaptando aos novos requisitos non permitía establecer predicións sobre o mesmo que fosen comprobables ou refutables experimentalmente, o que era altamente insatisfactorio desde o punto de vista científico.

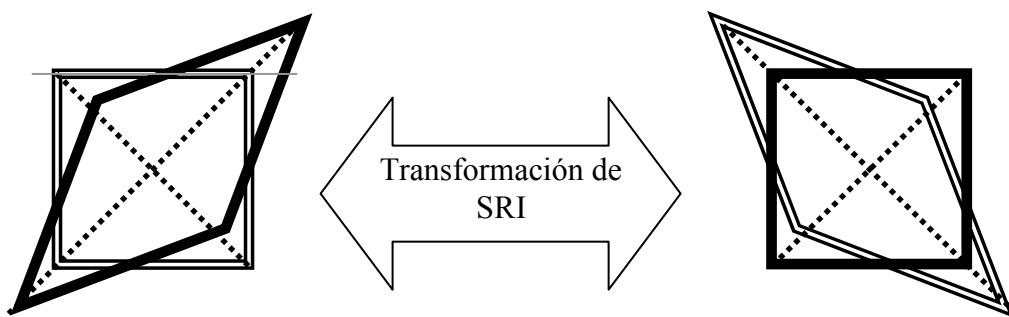
A1.4.2. Transformación de Lorentz para o espazotempo en Sistemas de Referencia Iniciais

Foi finalmente Albert Einstein, no seu famoso traballo publicado en 1905 sobre a “electrodinámica dos corpos en movemento” quen primeiro estableceu unha nova forma para a transformación entre sistemas de referencia iniciais totalmente equivalentes a partir de dúas postulados:

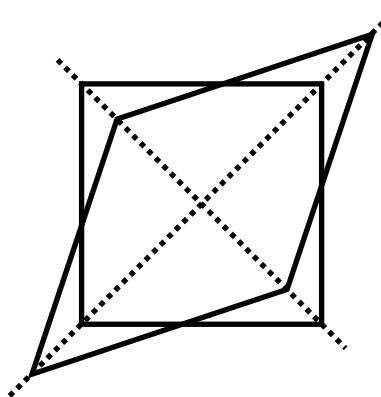
-**Principio de Relatividade** (equivalente ao de Galileo-Newton, incluído o concepto de isotropía espacial). Mediante este principio, incorporou todos os postulados da Mecánica que eran necesarios e imprescindibles para calquera nova teoría conxunta da Física. Xa sabemos que a consecuencia xeométrica dos devanditos postulados é que o cambio na representación dun SRI a outro transforma o cadrado unitario nun paralelogramo de área unidade.

-**Conservación da velocidade da luz** como un invariante para todos os sistemas de referencia iniciais (equivalente á síntese das ecuacións de Maxwell). Con este segundo postulado, incorpora igualmente o que era necesario e imprescindible ter en conta para acomodar a nova teoría ás evidencias experimentais do electromagnetismo. Vimos tamén que a única forma posible en que un paralelogramo pode conservar a inclinación de ambas diagonais e a superficie dun cadrado é mediante un estiramento ao longo dunha delas e un acurtamento inversamente proporcional ao longo da outra. Isto dá como resultado un rombo virado 45° , que corresponde coa forma da transformación de Lorentz.

Foi Minkowski, en 1909, quen estableceu a equivalencia entre esta representación xeométrica e a formulación alxébrica de Einstein.



Podemos ver nestas figuras que desapareceu o concepto de “éter” (que estaba representado ata agora por un cuadrilátero recheo de cor gris), polo que agora todos os SRI son equivalentes entre si. A seguinte figura resume as características principais da Relatividade Especial, e por esa razón úsase para encabezar este traballo.



Veremos a continuación algunas consecuencias físicas derivadas da forma xeométrica da transformación de SRI. Estas consecuencias físicas, agora si, podían ser postas a proba mediante experimentos, e o recoñecemento final da teoría de Einstein produciuse cando a experiencia veu dar a razón a todas e cada unha destas consecuencias, moitas delas de carácter contraintuitivo.

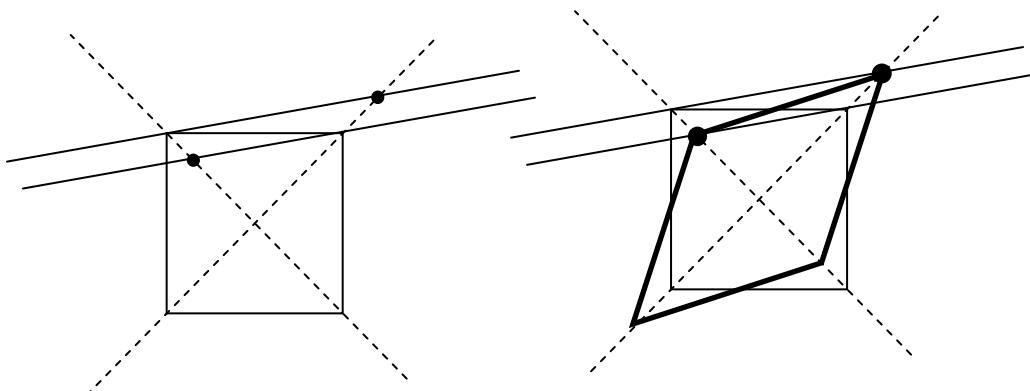
A1.4.3. Obtención gráfica da transformación de Lorentz

Para poder obter graficamente a figura resultante da transformación de Lorentz, debemos transformar en propiedades xeométricas os seguintes principios físicos:

- Conservación da velocidade da luz
- Conservación da superficie espazotemporal (Set)

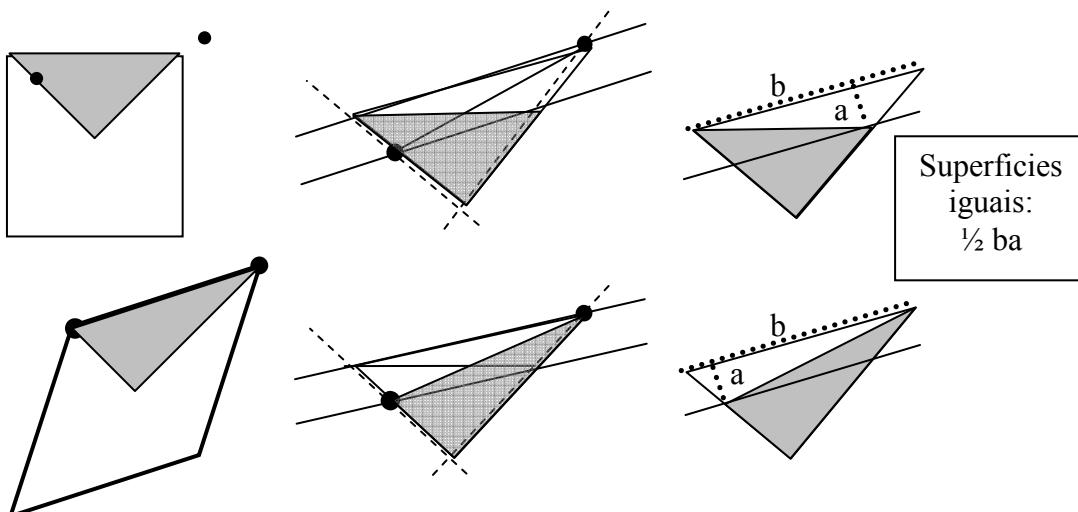
A conservación da velocidad da luz equivale á condición xeométrica de que os vértices do paralelogramo deben permanecer nas diagonais do cadrado, como vimos.

Desde os vértices do cadrado trazamos dúas liñas paralelas entre si. Os puntos de intersección de ditas paralelas coas diagonais serán os vértices do rombo.



Para comprobar que esta transformación tamén cumple a condición de conservación da Set, podemos ver nas figuras de abajo que a superficie do rombo é igual á do cadrado inicial. Para iso, primeiro cortamos en catro partes cada figura para obter un triángulo (cor gris) cuxas áreas, polo tanto, tamén deben ser iguais.

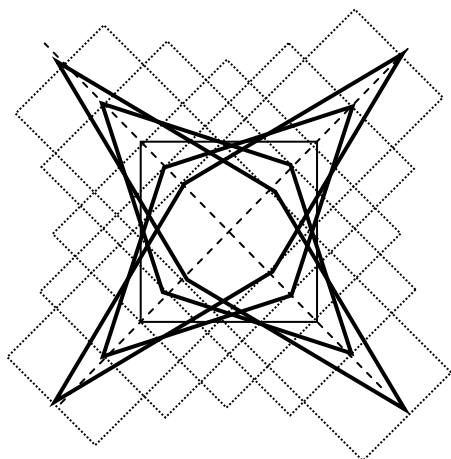
Inserindo cada triángulo gris na construcción anterior, vemos que están dentro dun triángulo maior que é común para ambos. As superficies que completan o devandito triángulo maior (triángulos brancos pequenos e alongados) comparten unha base e as alturas son iguais (posto que o vértice oposto está sobre unha paralela á base común). Polo tanto, as súas superficies son iguais o que implica que tamén o son as dos triángulos grises.



A propiedade de conservación da Set é fundamental para establecer as dimensións do rombo e a súa relación co cadrado.

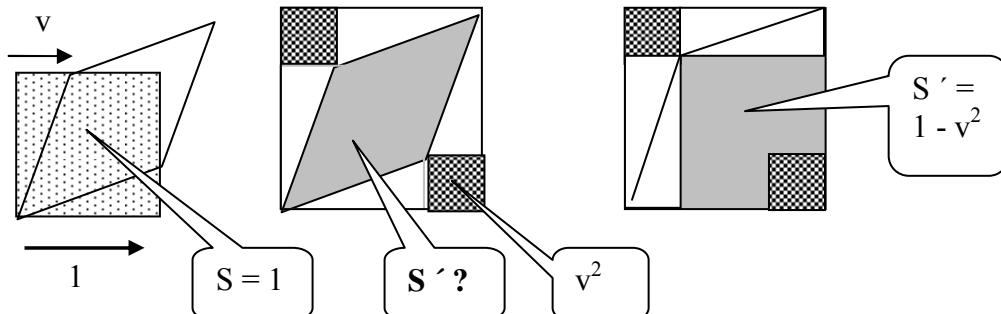
Tamén se pode usar a devandita propiedade para establecer unha construcción alternativa do “rombo de Lorentz”.

A superficie dun rombo é igual á metade do producto das súas diagonais. Isto permítenos construír a seguinte figura, na que todos os rombos teñen a mesma superficie e polo tanto corresponden a outras tantas transformacións de Lorentz.



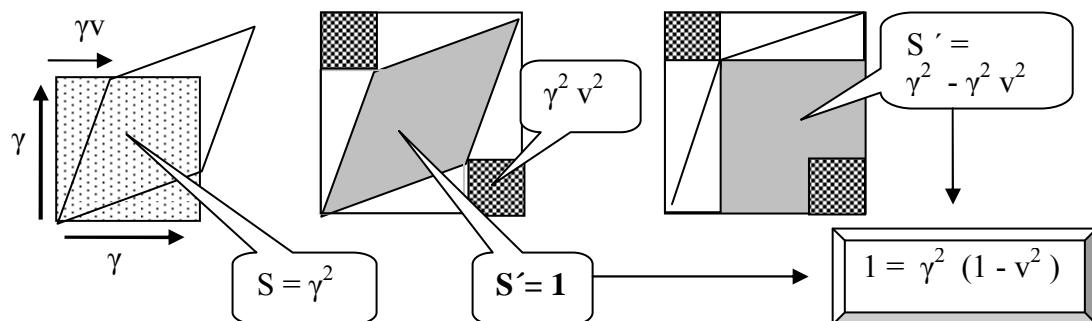
Podemos ver que a forma de obter cada unha delas é mediante un estiramento na dirección dunha diagonal e un acurtamento inverso na outra.

Veremos a continuación que todos os efectos físicos da Relatividade dependen destas relacións.



Nas figuras anteriores, por exemplo, analizamos o que sucedería nas proporcións da figura se non houbese dilatación temporal no rombo.

Nese caso, a Set do cadrado inicial (que era igual á unidade) redúcese no rombo (figuras grises) nun factor igual a $(1 - v^2)$, que é unha cantidade menor que 1.



Dado que a Set debe conservarse, teremos que aplicar un factor de escala cuxo cadrado sexa inverso de devandita cantidade. E esta é precisamente a definición do **factor γ de dilatación temporal:** $\gamma^2 = 1 / (1 - v^2)$.

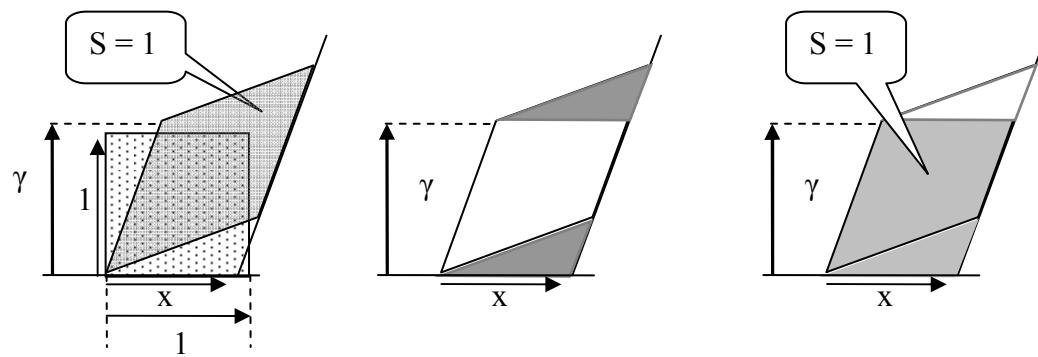
A1.4.4. Medición de magnitudes físicas na transformación de Lorentz

De forma análoga a como fixemos no caso da transformación de Galileo, procederemos a realizar unha serie de medicións na nova figura resultante da transformación de Lorentz, aplicando para iso os instrumentos introducidos na parte “A” (Aristóteles) para explicar o establecemento de escalas de medida de tempo, lonxitude, velocidade e masa, e aplicarémolas ao caso particular da transformación de Lorentz:

Igual que fixemos para a transformación de Galileo, procederemos a establecer unha medida M no SRB (gris) para posteriormente comprobar como se modifica dita medida **do SRB** ao ser realizada desde o SRA.

Denotaremos esta medida realizada nun sistema de referencia diferente por M' , para distinguila da medida realizada no sistema de referencia orixinal (M).

Da mesma forma que vimos anteriormente como se aplicaba a conservación da Set para establecer o factor de dilatación temporal, podemos acudir ás seguintes figuras para establecer o factor de contracción espacial:

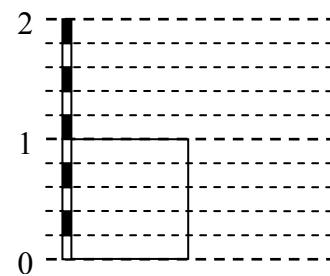


Neste caso partimos do rombo de Lorentz coas dimensións correctas. Podemos ver que a contracción espacial vén dada polo factor “ x ”. As figuras evidencian que a superficie do paralelogramo final, $S = \gamma \cdot x$, será igual á unidade, co que $x = 1 / \gamma$.

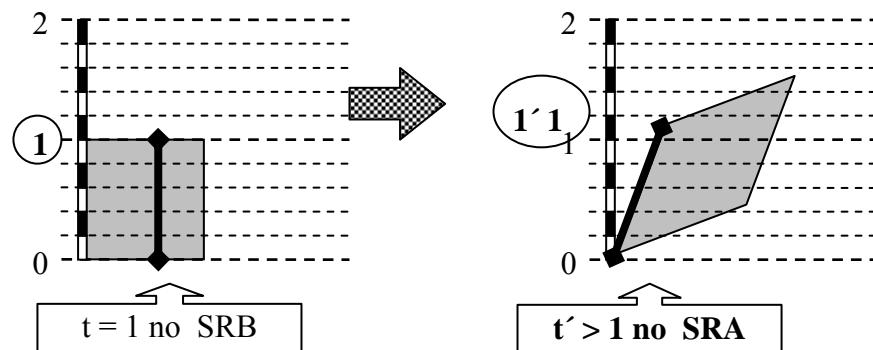
É dicir, **a contracción espacial é inversa da dilatación temporal.**

1: Medida de tempos

Víramos antes que a medición de tempos nun sistema de referencia se realizaba usando a escala vertical da figura. Aplicaremos esta escala á seguinte situación:



Un intervalo temporal de duración 1 Ut no SRA. Pode ser, por exemplo, unha lampadiña en repouso que se acende durante 1 hora (se esta fose a unidade de medida)

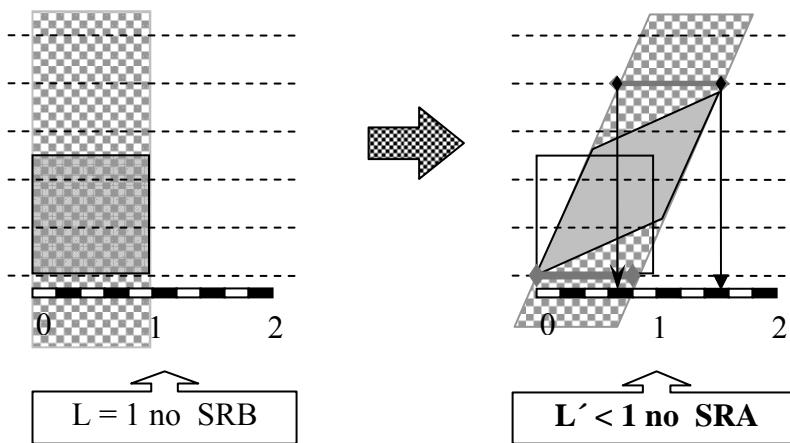
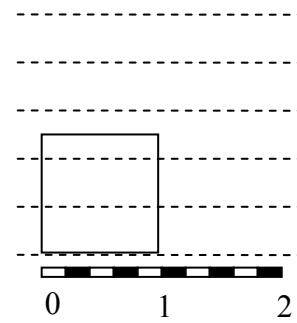


Podemos ver que nas transformacións de Lorentz o tempo se dilata. Isto quere dicir que os reloxos van más lento, mais tamén implica que todos os procesos dependentes do tempo van ser alterados na mesma forma, posto que non é a medida do tempo o que cambia, senón o tempo en si mesmo, o tempo aristotélico que media o devir das cousas (como o envellecemento das persoas ou o tempo de vida media dunha partícula inestable).

2: Medida de lonxitudes

Vimos anteriormente que para medir lonxitudes é necesario utilizar unha escala horizontal combinada cunha serie de liñas de simultaneidade (liñas de puntos da figura).

Aplicaremos esta escala á seguinte situación: Unha variña que, estando en repouso no SRB, mide 1 Ue de lonxitude (vemos que no SRB está situada permanentemente entre os puntos de coordenadas espaciais 0 e 1)



Ao realizar a medida de lonxitude da variña no SRA, vemos que esta se move. Con todo, ao medir a lonxitude cando $t = 0$ (primeira liña horizontal de puntos), vemos que mide $0'8$ Ue, e ao realizar novamente a medida en calquera outro instante (por exemplo, na quinta liña horizontal de puntos), vemos que agora os seus extremos están nas posicións de coordenada espacial $0'75$ e $1'55$, co que a lonxitude da variña segue sendo de $0'8$ Ue, é dicir, en todo momento a variña en movemento mide menos que en repouso.

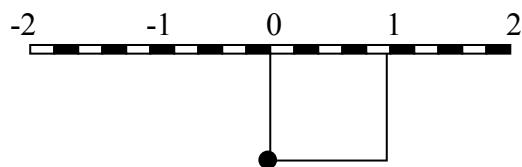
Esta contracción espacial corresponde exactamente coa que propuxo FitzGerald para as regras en movemento con respecto ao éter (incluído o interferómetro de Michelson)

Con todo, do mesmo xeito que no caso do tempo, o significado desta contracción, tal e como a propuxo Einstein, é agora moito más profundo, posto que non afectará soamente aos obxectos materiais que se desprazan con respecto ao éter, senón con respecto a calquera observador.

E dado que a contracción afecta ao espazo en si mesmo, como contentor de todas as cousas (incluíndo os átomos e os electróns, o que explica a contracción dos obxectos materiais ao acurtárense as distancias interatómicas e ata intraatómicas) afectará a todas as propiedades materiais que teñan algunha relación co espazo, por exemplo a densidade de carga dunha corrente eléctrica, o que dará orixe, como veremos, aos fenómenos magnéticos.

3: Medida de velocidades

Para medir velocidades en calquera Sistema de Referencia, usaremos o *velocímetro*, que foi explicado ao introducir os Sistemas de Referencia na parte A (Aristóteles).

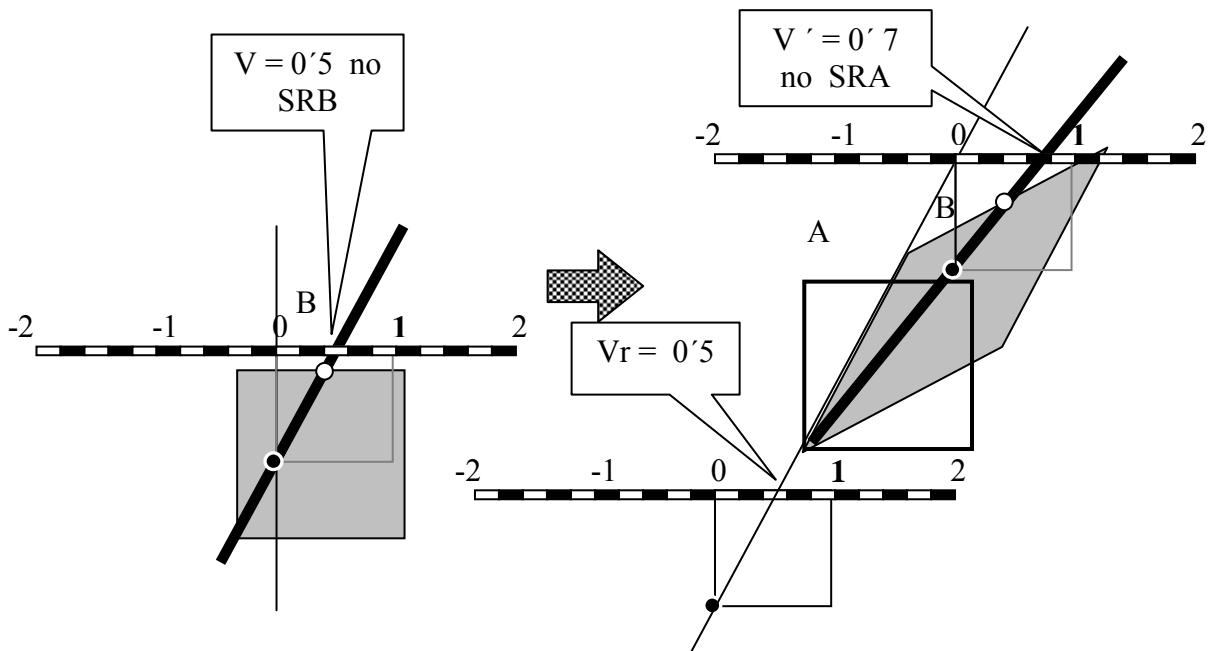


Aplicaremos este velocímetro á seguinte situación: Un obxecto que se despraza cunha velocidade $v = \frac{1}{2}$ no SRB.

Na figura esquerda podemos recoñecer a barra negra como a liña dun obxecto que se despraza no SRB cunha velocidade de $\frac{1}{2}$ (en unidades Ue/Ut)

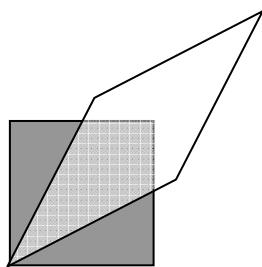
Podemos ver tamén na figura da dereita que a orixe do SRB (liña fina) se despraza cunha velocidade relativa de $0,5$ con respecto ao SRA (escala inferior da dereita).

A partícula correspondente á barra negra, agora, ten unha velocidade aproximada de $0'7$ no SRA (escala superior dereita).

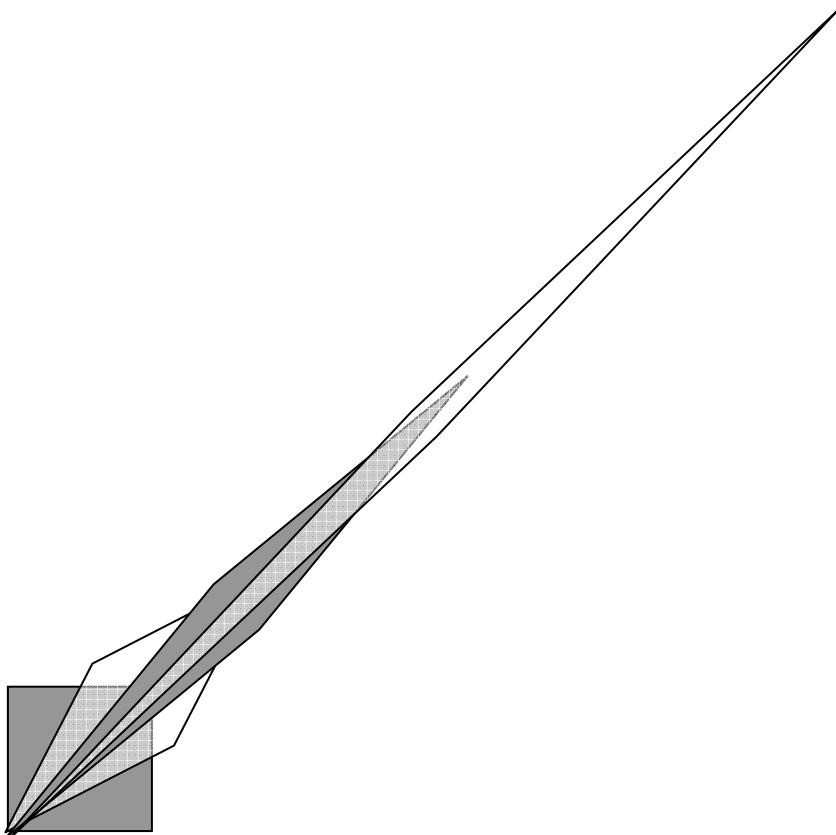


Vemos desta forma que na transformación de Lorentz a velocidad no sistema de referencia inicial non se obtén sumando a velocidad relativa, senón que o resultado é menor a dita suma. De feito, veremos a continuación que nunca se pode superar o valor 1.

Unha consecuencia do anterior é que, de acordo á transformación de Lorentz, existe un límite para a velocidad máxima que se poida chegar a alcanzar mediante transformacións de SRI sucesivas (é dicir, superpoñendo unha serie ilimitada de sistemas de referencia inerciais nos que cada un ten a mesma velocidad respecto do outro (isto equivale ao concepto de aceleración, aínda que non imos entrar no mesmo).



Podemos observar na figura unha serie de sistemas de referencia nos que cada un ten unha velocidad de $\frac{1}{2}$ con respecto ao anterior, como sucede co sistema branco respecto do gris na figura da esquerda. Se imos incorporando cada vez un sistema de referencia novo, cuxa velocidad é de $\frac{1}{2}$ con respecto ao último, a serie vai tendo o aspecto seguinte:



Podemos ver que dita serie pode continuar indefinidamente.

Se imos incorporando cada vez un sistema de referencia novo, cuxa velocidade é de $\frac{1}{2}$ con respecto ao último, a serie vai tendo o aspecto seguinte:

Podemos ver que dita serie pode continuar indefinidamente.

Os rombos inclinados 45° , ao irse estirando por unha banda e encollendo pola outra na mesma proporción, van adquirindo cada vez unha inclinación maior, mais sempre mantendo a superficie espazotemporal do cadrado inicial.

Existe un límite para a inclinación máxima que se pode chegar a alcanzar nesta serie, que sería a liña diagonal, é dicir, cunha velocidade

$V_{\text{límite}} = 1$.

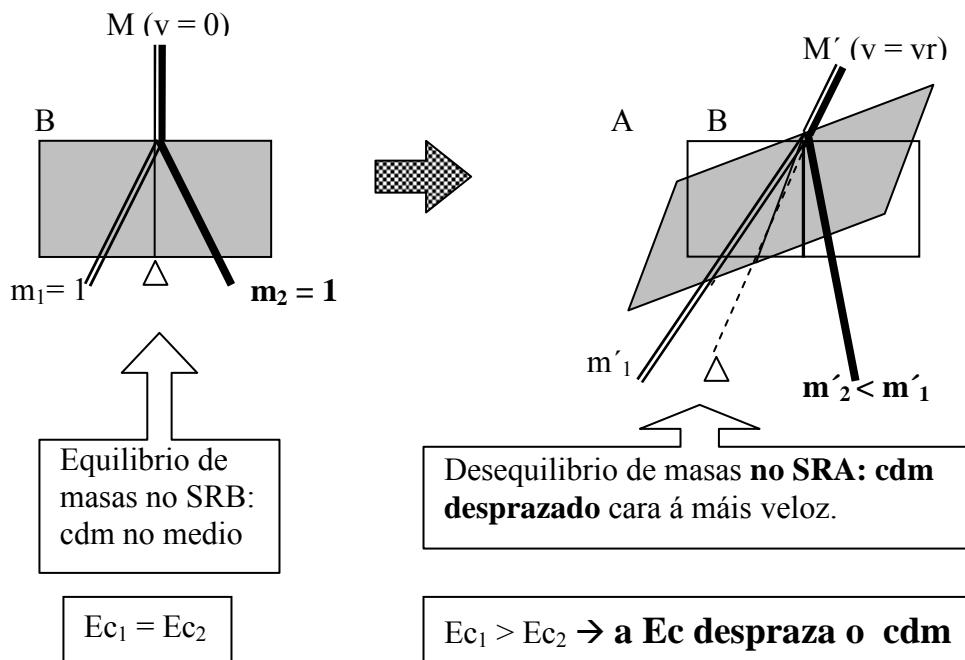
Esta velocidad límite corresponde coa velocidad da luz.

4: Medida de masas

Vimos que nun sistema de referencia se poden medir masas por comparación cunha masa patrón unidade nun choque inelástico.

Aplicaremos esta técnica de medida de masas á situación descrita na figura da esquerda, na que podemos ver un choque inelástico totalmente simétrico, no que a masa de proba e a masa patrón son iguais no SRB.

Intentaremos ver se esta igualdade se conserva nun sistema de referencia distinto, SRA.

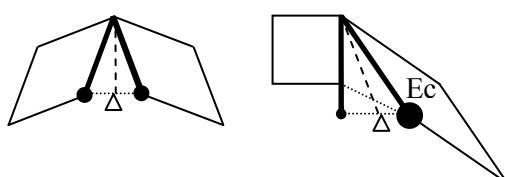


Aparece deste xeito un dos resultados máis sorprendentes da transformación de Lorentz, posto que afecta a dúas magnitudes que en principio parecen non ter nada que ver co espazo nin co tempo: a masa e a Enerxía.

A situación no SRB (figura esquerda) é totalmente simétrica no espazo, polo que o cdm está en repouso e exactamente no medio de ambas masas iguais.

Con todo, no SRA (figura dereita) desaparece o equilibrio, posto que o cdm xa non está no medio de ambas masas, senón que se desprazou cara á esquerda, é dicir, cara á masa que ten agora maior velocidade e Enerxía cinética. Dado que as masas non cambiaron, a causa do desprazamento do cdm debe estar no que si cambiou, é dicir, na Enerxía cinética.

As figuras seguintes constitúen unha visualización simplificada deste fenómeno.



Veremos máis adiante que, en efecto, a enerxía cinética, nestas unidades en que $c = 1$, despraza ao cdm dunha forma totalmente equivalente ás masas, polo que masa e Enerxía, agora, resultan ser magnitudes equivalentes.

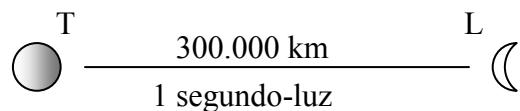
Podemos ata dicir que se trata de dúas formas dunha mesma magnitude.

A1.4.5. Sistema de Referencia Terra-Lúa: Transformación de Lorentz

Na parte dedicada á presentación dos sistemas de referencia (“Aristóteles”) explicáronse as características dun sistema moi especial, deseñado especificamente para a comprensión dos pasos conducentes á Teoría da Relatividade de Einstein, ao que denominamos “sistema de referencia Terra-Lúa”, SR T-L.

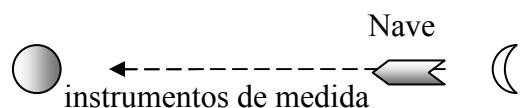
No apartado dedicado á transformación de Galileo, puidemos comprobar o efecto dun cambio de sistema de referencia sobre as propiedades que definimos no SR T-L. Imos repetir a devandita análise, mais neste caso aplicando a Transformación de Lorentz.

Resumiremos en breves palabras as características do SR T-L, que foron presentadas con maior detalle ao explicar a transformación de Galileo:



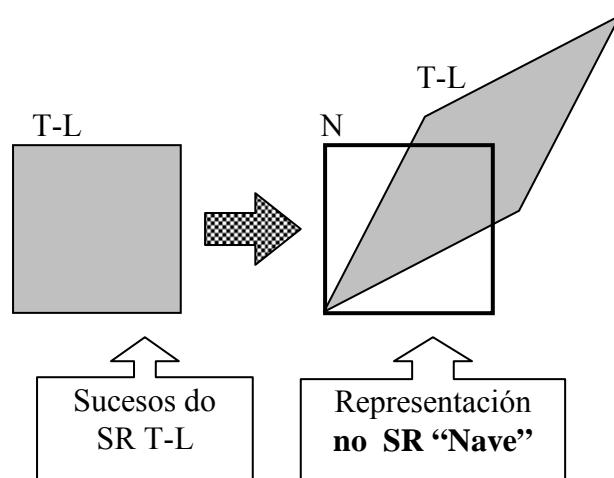
SRB: é o sistema Terra-Lúa desde a representación terrestre, coas seguintes dimensíóns: $U_e = 300.000 \text{ km}$, $U_t = 1 \text{ s}$.

Velocidade da luz: $1U_e/1U_t = 1$



SRA: É o mesmo sistema, mais desde unha nave espacial que viaxa a 150.000 km con todos os seus instrumentos de medida desde a Lúa á Terra.

Lembremos unha vez máis que, aínda que tal e como se describe a situación, parece que é a nave a que se move cara á esquerda e o noso SR T-L o que está en repouso, podemos perfectamente considerar que somos nós os que nos movemos coa Terra e a Lúa cara á dereita atopándonos coa nave no noso camiño. De feito, utilizaremos dita



representación para presentar as propiedades do SR T-L desde a perspectiva do sistema de referencia da nave extraterrestre. Desta forma, podemos comparar co que sucede no noso propio sistema, ao que as nosas mentes están habituadas.

Vemos á dereita a forma en que o SR B (T-L desde a Terra, cuadrilátero gris) se representa desde o SRA (nave espacial, cadrado de bordos negros) de acordo coa transformación de Lorentz (visualización xeométrica de Minkowski da Relatividade Especial de Einstein).

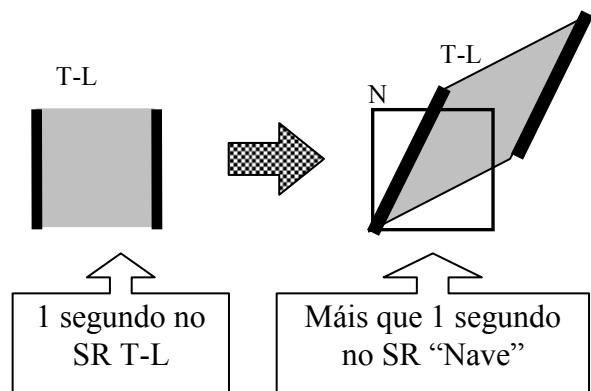
A continuación analizamos os diferentes sucesos descritos para o SR T-L:

1-Partículas de Minkowski.

Os segmentos verticais negros son dúas partículas de Minkowski producidas simultaneamente na Terra e na Lúa, cada unha das cales ten unha vida de 1 segundo.

Vemos que a duración das devanditas partículas no sistema de referencia da Nave (no que se desprazan a 150.000 km/s cara á dereita) é agora maior. As partículas de Minkowski xa non duran

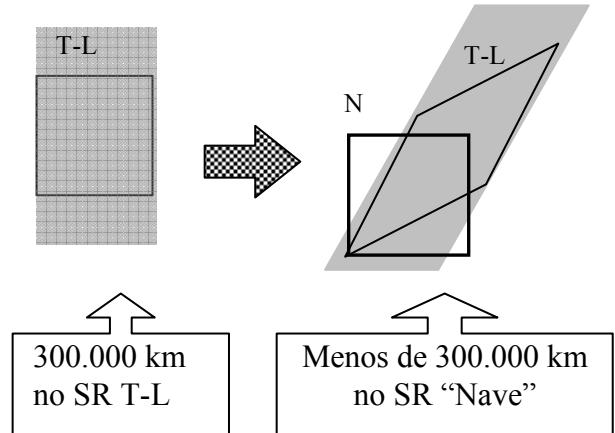
1 segundo, senón que agora tardan máis en desintegrarse.



2-Cable espacial.

A franxa vertical gris representa un cable de 300.000 km de lonxitude situado entre a Terra e a Lúa (para enviar paquetes de forma barata ao noso satélite).

Nas figuras da dereita, vemos que o cable, que agora se move xunto coa Terra e a Lúa a unha velocidade de 150.000 km/s cara á dereita con respecto á nave, xa non mide 300.000km senón menos. Os paquetes enviados por cable da Terra á Lúa, agora, percorrerán unha distancia menor.



3-Raios de luz opostos.

A liña grosa de puntos (*d*) corresponde a un pulso láser enviado da Terra cara á Lúa, e a liña de puntos fina (*i*) é un pulso semellante enviado ao mesmo tempo. Ambos raios viaxan á velocidade da luz ($c = 300.000$ km/s), e crúzanse á metade do camiño.

Podemos ver que para a nave as velocidades dos pulsos de luz seguen sendo as mesmas, aínda que nunha primeira ollada poida parecer que non, pois vemos un dos raios moito máis curto que o outro. Novamente, debemos saber ler correctamente as magnitudes no espazotempo: a velocidade é a inclinación da recta que representa o movemento dunha partícula, e ambos segmentos son diagonais, polo tanto a súa inclinación é a mesma en ambos os casos, e igual á unidade.

Tamén podemos decatarnos disto mesmo acudindo ao cálculo:

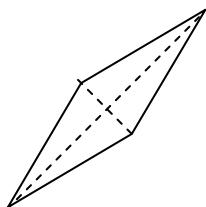
O raio *d*, agora, percorre unha distancia maior ($1,7 Ue = 510.000$ km) nun tempo igualmente maior ($1'7 Ut = 1'7$ s), polo que a súa velocidade será:

$$Vd' = 1'7 Ue / 1'7 Ut = 510.000 \text{ km} / 1'7 \text{ s} = 300.000 \text{ km/s}, \text{ igual á velocidade da luz no SR T-L}$$

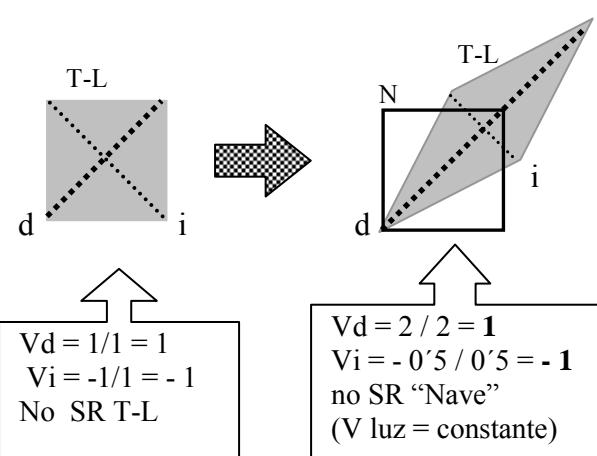
Aplicando as mesmas consideracións ao raio *i*, obtemos:

$Vi' = -0,6 Ue / 0'6 Ut = -180.000 \text{ km} / 0'6 \text{ s} = -300.000 \text{ km/s}$, novamente igual á velocidade da luz no SR T-L (o signo negativo indica simplemente que vai cara á esquerda).

Xa que logo, a velocidade da luz é a mesma para todos os sistemas de referencia, na transformación de Lorentz. Non debe ser unha sorpresa para nós, posto que a xénese da devandita transformación está baseada precisamente en xustificar esta invarianza.



Dado que esta é a característica definitoria da transformación de Lorentz, na que se sintetizan os resultados da Mecánica e o electromagnetismo, usamos a figura da esquerda para representar graficamente esta parte adicada á transformación de Lorentz..



4-Choque de cápsulas.

As cápsulas d e i son enviadas ao mesmo tempo desde a Terra e a Lúa a 150.000 km/s en direccións opostas, chocando no medio e quedando o conxunto parado, o que significa que ambas cápsulas tiñan masas iguais. Pola simetría da figura, podemos ver que as enerxías cinéticas de ambas cápsulas antes do choque eran iguais.

Desde o sistema de referencia da nave, a colisión efectúase entre unha nave en repouso (i) e outra que vén a gran velocidade cara á dereita. O conxunto, logo da colisión, móvese a 150.000 km/s cara á dereita (posto que queda en repouso no SR terrestre).

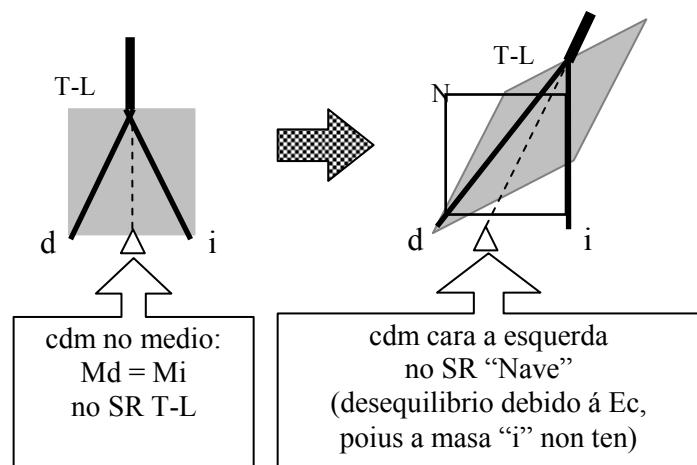
Pódese ver na figura que o cdm está desprazado cara á masa d , ou o que é o mesmo, que alguma causa distinta da masa (pois xa dixemos que as masas eran iguais) é a responsable deste desprazamento.

A Enerxía cinética depende da masa (e ambas son iguais) e do cadrado da velocidade (e desta forma tamén desaparece o signo das velocidades, que era o único que as distinguía). Polo tanto, as Enerxías cinéticas no SR terrestre son iguais e o seu efecto cancelase.

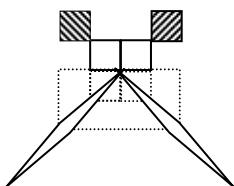
Con todo, no SR da nave, a masa i xa non ten Enerxía cinética, mentres que a masa d ten unha enerxía aínda maior que antes. Desaparece polo tanto a simetría das enerxías, e esta pode ser a causa do desprazamento do cdm. Veremos máis adiante que a enerxía cinética tamén se pode medir nas gráficas espazotemporais, e que o seu valor é responsable de devandito desprazamento ao sumalo á masa.

Como non podemos sumar magnitudes diferentes, a conclusión é que

Masa e Enerxía son dúas formas equivalentes dunha mesma magnitude física.



FÍSICA RELATIVISTA



A1.5. EINSTEIN

CONSECUENCIAS FÍSICAS DA TRANSFORMACIÓN DE LORENTZ E A SÚA CONFIRMACIÓN EXPERIMENTAL

Aínda que o nome de Albert Einstein podería estar vinculado coa maior parte das explicacións anterior e posterior a esta (Lorentz e Hubble, respectivamente), posto que se debe ao seu xenio e intuición a derivación das consecuencias físicas da transformación de Lorentz, así como a superación e inclusión da Relatividade Especial na Teoría da Relatividade Xeral, na que se basean todas as teorías posteriores que intentan explicar a estrutura, orixe e evolución do Universo (cosmoloxía), sinálanse baixo o seu nome as explicacións referentes á realidade física da Teoría da Relatividade e á súa abafadora influencia en moitos más aspectos da vida cotiá do que se pensa.

Nesta parte intentarase extraer a Teoría da Relatividade do limbo das teorías estrañas, da ciencia-ficción ou do “todo vale” para asentala como unha teoría moi sólida e frutífera, capaz de explicar fenómenos e experiencias moi variados. E procurando non perder nunca o fío condutor gráfico-visual que se foi construíndo nas partes previas.

Polo dito anteriormente, nesta parte non se avanzará máis na construcción do edificio teórico-visual que fomos levantado paulatinamente ata o de agora, senón que se aproveitan os resultados visuais a que se chegou (fundamentalmente, a forma da transformación de Lorentz de acordo coa xeometría de Minkowski da Teoría da Relatividade Especial de Einstein) para extraer conclusións de carácter práctico, con exemplos da vida real e algunas das demostracións experimentais que foron realizadas ao longo do tempo.

En consonancia co anterior, esta parte estrutúrase en catro grandes apartados, cada un deles dedicado a unha das consecuencias da transformación de Lorentz que vimos previamente, a saber:

A1.5.1. Dilatación temporal

Na parte explicativa da transformación de Lorentz tratouse o fenómeno da dilatación temporal dunha forma visual, sen cuestionar nin reafirmar a realidade física da mesma. A razón é que, malia ser unha das consecuencias más evidentes da transformación de Lorentz, a conservación do tempo ten unhas raíces ontolóxicas tan profundas que unha análise superficial non asegura unha comprensión correcta do concepto.

Por iso, deixouse o seu tratamento para esta parte porque é de esperar que a estas alturas a nosa mente xa teña unha maior disposición a abordar esta colisión dunha imaxe visual cunha idea tan arraigada como é a noción do tempo.

A1.5.1.1. Paradoxo dos xemelgos

Comezaremos coa exposición dun dos paradoxos aos que pode levar a confrontación das consecuencias da transformación de Lorentz co noso sentido común sobre o tempo.

O paroxiso foi formulado por primeira vez por Paul Langevin e para resolvelo por completo, o propio Einstein tivo que aplicar a Relatividade Xeral, polo que nos limitaremos simplemente a enunciarlo e a visualizalo no espazotempo.

O paroxiso establece que se dous irmáns xemelgos deciden un día separarse, de modo que un deles permaneza na Terra mentres o outro realiza unha viaxe nunha nave espacial a gran velocidade, tanto á ida como á volta, o tempo durante a súa viaxe terase ralentizado desde o punto de vista do sistema de referencia en repouso coa Terra, polo que regresará sendo máis nova que o seu irmán.

Proponse ao lector que reflexione sobre os seguintes enunciados antes de pasar a ler as explicacións que se darán na seguinte páxina.

1-O xemelgo que marchou na nave regresará rexjuvenecido porque non sofre as mesmas agresións ambientais que os que permanecemos na Terra (contaminación, gravidade, raios UVA, etc). *Mais os anos tivo que cumplirlos igualmente.*

2-A transformación de Lorentz é correcta para explicar o experimento de Michelson e a composición de velocidades, mais *non pode predicir sucesos absurdos* como o que se suscita.

3-Se fose posible regresar máis novo dunha viaxe espacial, entón tamén *se podería viaxar ao pasado*. Nese caso, poderíamos chegar a impedir que o noso pai e a nosa nai se coñecesen.

4-Se outro par de irmáns xemelgos desen a volta á Terra nun día en direccións opostas, deberían regresar coa mesma idade (posto que se moveron á mesma velocidade en todo momento). Mais *un deles permanecería en repouso respecto ao Sol* (posto que ao dar a volta nun día en sentido contrario á rotación terrestre, anularía o efecto da mesma), polo que non debería notar o mesmo efecto rexjuvenecedor que o seu irmán.

5-Desde o punto de vista do xemelgo que viaxa, é o que queda na Terra o que se move e el o que está en repouso na súa nave, polo que a dilatación temporal tería que afectar ao xemelgo da Terra. Ao regresar da súa viaxe, polo tanto, atoparía máis novo. E *non é posible que no momento do encontro A vexa que B está máis novo e con todo, B vexa que é A o que está máis novo*.

Explicacións para os textos suscitados na páxina anterior en relación co paradoxo dos xemelgos:

1-Esta formulación (“os anos teñen que cumplilos”) nega toda factibilidade ás consecuencias físicas da transformación de Lorentz, posto que considera incuestionable o feito do paso do tempo por igual para todas as persoas (cumplir anos). De feito, cuestiónase a propia transformación de Lorentz. Se temos dificultades para rexeitar o argumento 1, talvez deberíamos volver a ler os textos previos desde unha perspectiva analítica.

2-A seguinte formulación (“non pode predicir sucesos absurdos”) acepta a transformación de Lorentz mais nega validez ás súas consecuencias paradoxais ou contrarias ao noso sentido común. No que queda desta parte veremos cómo as consecuencias físicas da transformación de Lorentz non só son reais, senón que foron confirmadas experimentalmente, polo que, de rexeitarse esta consecuencia, tamén se deberían rexeitar as que seguen.

3-No razonamento exposto (“poderíamos viaxar ao pasado”) atribúese á transformación de Lorentz (e por extensión á teoría da Relatividade) toda clase de afirmacións do tipo “todo é relativo, ou sexa, non podemos estar seguros de nada”. Esta é unha tendencia bastante corrente, debida por unha banda ao enorme prestixio dunha teoría relacionada co nome do científico máis valorado do pasado século (Albert Einstein), así como coa evidencia da súa realidade (a bomba atómica deriva da fórmula $E = mc^2$, que todos coñecemos), aínda que non se teña unha idea clara do que a teoría establece e permite predicir, polo que estamos dispostos a aceptar calquera cousa, por absurda que pareza. Tamén contribúen a estas formulacións a abundancia de textos pseudo-científicos na literatura de ciencia-ficción, por exemplo.

A explicación correcta sería que en ningún momento se di que o tempo non transcorra para algún dos xemelgos, senón que o fai máis lentamente para un que para o outro, polo que está excluída a posibilidade de viaxar ao pasado.

4-Nesta formulación, referida a outro par de xemelgos que viaxan en avión ao redor da Terra (“un dos viaxeiros estaría en repouso respecto ao Sol”) ponse en relación o paradoxo dos xemelgos da Relatividade Especial con outro parálogo, este relacionado coa Relatividade Clásica ou de Galileo. Este parálogo sería o seguinte: “Non se pode dicir que un avión que dá a volta nun día voando cara ao Oeste poida estar en repouso durante ese voo, porque o avión ten en todo momento os seus motores funcionando e móvese”.

A resposta galileana a esta formulación di que tan real é o movemento do avión respecto da Terra como o repouso do avión sobre unha Terra que pasa rotando por baixo del. Mais custa aceptar esta explicación, porque entón para voar de Europa a América *bastaría con despegar en Europa e esperar a que a Terra pasase rotando*, para aterrizar no momento en que pasase América por baixo de nós.

Veremos un pouco máis adiante que foi realizado un experimento semellante (con reloxos atómicos en lugar de xemelgos) e coñeceremos os seus resultados, polo que nos abstemos de dalos neste momento para deixar que o lector analice esta cuestión por si mesmo antes de continuar a lectura.

5-A última formulación (“non é posible que no momento do encontro A veva que B está máis novo e con todo, B veva que é A o que está máis novo”) corresponde co enunciado orixinal de Langevin que tivo que esperar ao desenvolvemento da Relatividade Xeral por Einstein para ter unha resposta satisfactoria, polo que nos limitaremos a expoñer o diagrama espazotemporal do paradoxo dos xemelgos e expresar unha razón para desfacer o seu carácter paradoxal.

Vemos nas figuras da dereita cómo se presenta a paradoxo mediante diagramas espazotemporais.

O xemelgo que queda na Terra corresponde co segmento vertical, e o que viaxa cos dous segmentos inclinados.

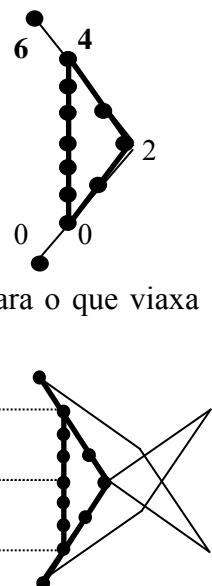
Na primeira das figuras, podemos ver cómo para o da Terra pasan 6 unidades de tempo (poden ser días, anos ou nanosegundos, depende da escala), mentres que para o que viaxa pasan dúas unidades de tempo na viaxe de ida e outras dúas na de volta, sumando en total 4 unidades de tempo na súa viaxe, polo que regresará dúas unidades máis novo que o que permaneceu na Terra.

Na seguinte figura incorporamos os diagramas espazotemporais correspondentes, e nela vemos que se rompe a simetría da situación (que é a base do paradoxo).

O xemelgo terrestre (segmento vertical) permanece en todo momento no mesmo sistema de referencia inercial, polo que para el se cumplen todas as leis da Teoría da Relatividade Especial, como o é a da dilatación do tempo para os sistemas de referencia que están en movemento relativo con respecto a el: O seu irmán regresará efectivamente máis novo ca el.

Para o xemelgo que viaxa, en cambio, a situación é totalmente distinta.

Agora non estamos nun único sistema de referencia inercial, senón en dous. O momento en que cambia de SRI rompe toda a simetría co seu irmán. Aparte de que é problemático imaxinarmos cómo podería pasar dun sistema a outro (sería como pasar dun tren en marcha mediante un salto a outro que vén en sentido contrario), nese momento non se poderían aplicar as leis da Relatividade Especial. Poderíamos tratar de salvar o paradoxo facendo que a súa viaxe transcorra de forma suave: acelerando ao principio da ida e decelerando ao final ata frear de todo, para acelerar de novo ao principio da volta e decelerar ao final da mesma para poder deterse ao chegar. Neste caso novamente non estaría nun SRI (posto que non levaría un movemento uniforme), polo que habería que aplicar a Relatividade Xeral como fixo Einstein para demostrar o que xa podemos intuír: que o



punto de vista correcto sería o do xemelgo que permanece na Terra, polo que o seu irmán regresaría máis novo ca el.

A1.5.1.2. Muóns

Existen unha gran cantidade de experimentos realizados con partículas e con reloxos para comprobar a validez da dilatación temporal.

Presentamos a continuación unha versión simplificada dunha serie de experimentos realizados coas partículas denominadas “muóns”.

A base común de todas elles consiste en comparar o tempo de vida media (unha propiedade intrínseca de cada partícula) para muóns en repouso (no laboratorio) e muóns movéndose a gran velocidade (producidos por raios cósmicos moi enerxéticos na alta atmosfera).

É agora cando se analiza a validez das consecuencias físicas implicadas na paradoxo dos xemelgos, acudindo a dúas evidencias experimentais:

-A prolongación da vida media dos muóns procedentes da alta atmosfera a grandes velocidades. Este experimento permite facer ver que a dilatación temporal non é algo visual, senón que afecta ao tempo de vida media de partículas elementais

O *muón* é unha partícula que se pode producir no laboratorio nunha desintegración nuclear. Unha vez creada tarda tan só $2 \mu\text{s} = 2 \cdot 10^{-6}$ s en desintegrarse.

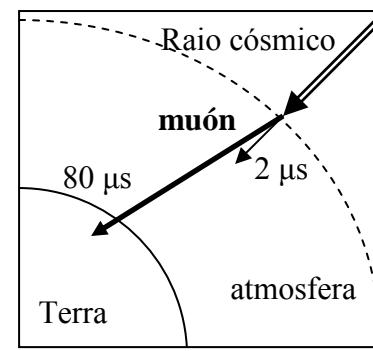
Cando os raios cósmicos colisionan coa atmosfera exterior (a uns 20 km de altitude), tamén se producen muóns que saen lanzados cara á superficie da Terra a unha velocidade de 299.900 km/s .

No tempo de vida dado, percorrerán polo tanto 0'6 km, é dicir, pouco máis de medio quilómetro. Dado que se producen a unha altura de 20 km, non deberían chegar á superficie da Terra. Con todo, neste mesmo instante están pasando a través dos nosos corpos máis de 1.000 muóns cada segundo, procedentes da alta atmosfera.. Como se explica?

Para $v = 299.900 \text{ km/s} = 0'9997 \text{ c}$, a dilatación temporal ten un valor de 40 (verémolo máis adiante). Isto quere dicir que, desde o sistema de referencia terrestre, a vida media dos muóns alóngase de $2 \mu\text{s}$ a $(40 \cdot 2 = 80) \mu\text{s}$.

Á velocidade que viaxan, no tempo devandito percorrerán 24 km, máis que suficiente para chegaren á superficie da Terra (véxase a figura).

Unha forma alternativa e equivalente de resolver o problema é consideralo desde o sistema de referencia dos muóns. No seu sistema de referencia, a duración de cada muón é igual a $2 \mu\text{s}$. Con todo, a distancia desde a alta atmosfera á Terra, agora, móvese a unha velocidade de 299.900 km/s cara a eles, polo que estará contraída nun factor de 40. Isto quere dicir que, para os muóns, dita



distancia mide tan só $20\text{ km} / 40 = 0'5\text{ km}$, é dicir, medio quilómetro, e poden sobrevivir ata que a superficie da Terra chegue á posición que ocupan.

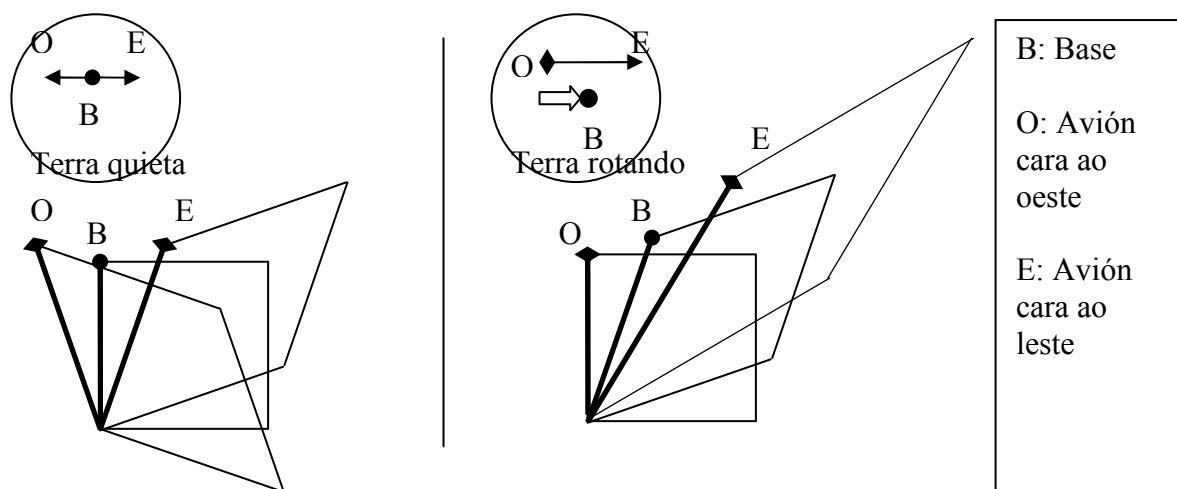
A1.5.1.3. Reloxos en avións

Outra serie de experimentos para comprobar a dilatación temporal implica o uso de reloxos atómicos dunha gran precisión, capaces de detectar diferenzas de tempos da orde de nanosegundos ($1\text{ ns} = 10^{-9}\text{ s}$).

No ano 1971, os científicos norteamericanos Hafele e Keating instalaron reloxos atómicos en dous avións que deron a volta á Terra en pouco máis dun día, un deles voando cara ao leste e o outro cara ao oeste.

Cando regresaron, o reloxo que voara cara ao leste acumulara un atraso de 270 ns respecto dun reloxo igual que permanecera na base. Comprobaron así que a dilatación temporal podía ser medida experimentalmente (pois o tempo, ao dilatarse, transcorreu máis lentamente).

Pola súa banda, o reloxo que voou cara ao oeste adiantara 60 ns respecto do mesmo reloxo da base. O experimento de Hafele-Keating foi realizado nunhas condicións que nos permiten resolver o dilema nº 4 presentado ao analizar o paradoxo dos xemelgos, onde se suscitou o que sucedería se estes voasen a bordo de dous avións en direccións opostas de forma que tardasen un día en regresar. (“un dos viaxeiros estaría en repouso respecto ao Sol”), posto que é a mesma situación.



O experimento é claro: O SR do devandito avión está en repouso fronte aos demás, por iso “envellece” máis rápido (a súa unidade de tempo é menor).

Podemos ver que das dúas figuras presentadas como posible explicación, a que xustifica o resultado experimental é a da dereita, na que o avión que voa cara ao Oeste está en repouso xa que contrarresta a rotación terrestre.

Para velocidades pequenas, o factor de dilatación é proporcional ao cadrado da velocidade. A base B móvese respecto de O á velocidad da rotación terrestre, e o avión E desprázase respecto de O ao dobre de devandita velocidad. E por iso o efecto é catro veces maior.

Os valores obtidos encaixan coa dilatación temporal esperada ás velocidades de voo, aínda que nesta presentación nos limitamos a mostrar a evidencia cualitativa do efecto relativista e a súa explicación visual mediante gráficos espazotemporais.

Mediante esta experiencia achegámonos máis á situación dos xemelgos que mediante as experiencias realizadas con partículas elementais (muóns e outras), posto que agora regresamos ao momento de partida e comparamos o tempo co reloxo que permaneceu no mesmo.

Con todo, ao uso de reloxos poderíaselle obxectar que os resultados se poden atribuír a unha simple ralentización nos complexos mecanismos de funcionamento dos mesmos, non ao tempo en si que sería unha magnitud fundamental e que non depende de ningún mecanismo.

Esta obxección non ten lugar se medimos o tempo de vida media de partículas elementais, posto que é un fenómeno esencialmente simple e directamente ligado ao tempo. As partículas desintégranse segundo un proceso aleatorio que non depende para nada de causas ou condicionantes externos, e que está rexido simplemente polo paso do tempo a partir do momento en que son creadas.

Por estas razóns, realizáronse experimentos con partículas elementais en órbitas circulares que deron novamente resultados que confirmaban a Teoría da Relatividade.

A prol do rigor, o experimento dos reloxos voando en avións implica tamén efectos sobre o tempo debidos á variación da gravidade coa altura que só se poden explicar mediante a Relatividade Xeral. Mais esta complicación poderíase eliminar do experimento se o avión da base estivese nun globo aerostático durante a duración do voo dos avións e á súa mesma altura. Deste xeito, a gravidade sería a mesma para os tres reloxos.

Os valores experimentais das diferenzas de tempo obtidos realmente por Hafele e Keating foron tratados previamente por eles mesmos para eliminar os efectos da gravidade, e as diferenzas resultantes (que son os valores que manexamos) corresponden cos valores que se deberían obter de acordo á Relatividade Especial se non houbese ditos efectos, ou se o reloxo da base permanecese nun globo a 10.000 m de altura.

Por esta razón, xa que logo, presentamos unha versión simplificada do experimento, cos datos elaborados como queda dito, para non termos que acudir a consideracións gravitatorias.

A1.5.2. Contracción espacial

Forza de Lorentz

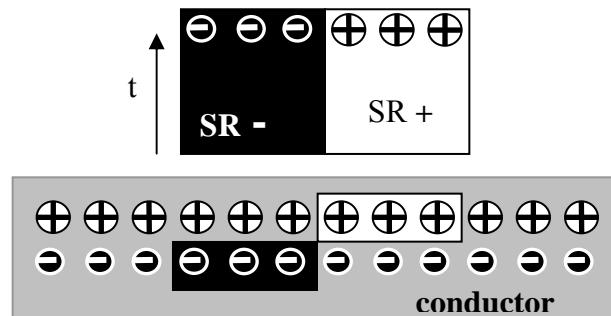
Neste apartado trátase de aplicar a contracción espacial (unha das consecuencias da transformación de Lorentz) para demostrar visualmente que unha partícula cargada en movemento paralelamente a unha corrente eléctrica debe sufrir unha forza perpendicular á súa traxectoria.

Modelizaremos a situación da seguinte forma:

A1.5.2.1. Modelo de condutor:

Consideramos que a distribución de cargas é ilimitada e uniforme no espazo do condutor (cor gris), e que a densidade de partículas de cada signo é a mesma.

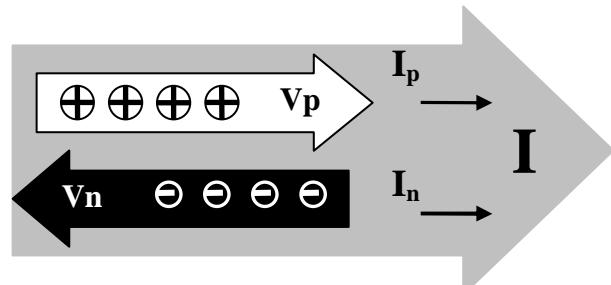
Utilizaremos diagramas espazo-temporais distintos para as cargas de distinto signo do condutor, representando tres cargas en cada cadrado unitario.



Debemos supoñer que existen unha infinidade de celdiñas iguais situadas unha a continuación da outra, igual que cando representamos unha rede cristalina mediante a súa celdiña unidade.

A1.5.2.2. Modelo de corrente

Supoñemos que no condutor existen dous movementos de cargas:



Corrente positiva (frecha branca) (velocidade v_p).

Produce unha intensidade I_p no mesmo sentido.

Corrente negativa (frecha negra) (velocidade v_n ,

contraria a v_p). Por seren cargas negativas, produce unha intensidade I_n de sentido contrario ao movemento das cargas (polo tanto, no mesmo sentido que I_p).

As dúas intensidades súmanse para dar a intensidade total: $I = I_p + I_n$.

Nun condutor gasoso (tubo fluorescente) ou nun condutor líquido (sal fundido ou disolto) dáse unha situación similar á presentada, con ións de cargas opostas movéndose en sentidos contrarios.

Nun condutor sólido, pola súa banda, pódese representar a corrente eléctrica tanto por cargas negativas (electróns) movéndose nun sentido como por cargas positivas (ocos) facéndoo en sentido oposto. A situación modelizada sería intermedia a estes dous extremos, con dúas correntes iguais que sumadas darían a intensidade total.

A1.5.2.3. Interacción da corrente eléctrica cunha partícula cargada e en repouso.

Analizaremos en primeiro lugar o que acontece se temos unha partícula con carga (positiva) e en repouso respecto do condutor.

Vemos a situación sintetizada á dereita (a frecha gris representa a intensidade, que debemos supoñer constituída de acordo ao modelo de corrente que vimos antes).

No diagrama espazotemporal seguinte represéntanse os

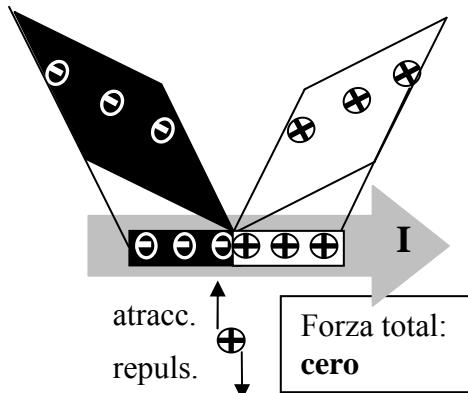
SR das cargas + e -.

Pódese ver que a figura é simétrica, polo que hai a mesma densidade de cargas e -.

Dado que eliximos unha carga positiva, as cargas positivas han repelela e as cargas negativas atraela.

Pola simetría da figura, e dado que a densidade de cargas dun e outro signo é igual, as forzas de atracción e de repulsión compensaranse exactamente entre si.

O efecto global sobre unha partícula cargada en repouso será **nulo**.



A1.5.2.4. Interacción da corrente eléctrica cunha partícula cargada e en movemento.

No diagrama seguinte represéntase unha situación diferente:

Agora a partícula cargada está en movemento paralelamente á intensidade de corrente.

Representamos o que sucede dende o SR dunha partícula positiva que se move con velocidade v_p no sentido da intensidade I do condutor.

O SR das cargas positivas do mesmo está en repouso coa partícula, polo que non se deforma.

O SR das cargas negativas, con todo, desprázase con maior velocidade, sufrindo a correspondente contracción espacial.

Como o fio condutor está cheo de cargas, desde a carga en movemento obsérvanse agora máis cargas negativas que positivas nunha mesma lonxitude de condutor (vemos na figura que hai 4 negativas contra 3 positivas).

Polo tanto, o efecto de atracción das cargas negativas será maior que a repulsión das cargas positivas.

O efecto neto é que a carga, ao moverse, é **atraída** polo condutor.

Este efecto denominase *Forza de Lorentz*, e é unha das leis fundamentais do electromagnetismo.

Pódese ver nas figuras que a análise realizada se basea na modelización da corrente eléctrica mediante unha figura simétrica:

Supонse a existencia de dous tipos de cargas opostas en equilibrio no interior do condutor (separadas a intervalos regulares) e movéndose á mesma velocidade en sentidos contrarios, polo que unha partícula en repouso non sentirá ningún efecto.

Mais ao moverse a partícula coa mesma velocidade que unha das dúas correntes, colócase no seu SRI e rómpese a simetría anterior:

Agora, unha das correntes está en repouso e a outra en movemento con respecto á carga. A contracción espacial fai que as distancias entre as partículas cargadas diminúan, aumentando así a súa densidade de carga. Polo tanto, para a partícula externa o equilibrio entre as cargas opostas do interior do condutor rómpese e aparece unha forza neta perpendicular ao mesmo.

Esta forza é coñecida como *Forza de Lorentz*, mais se presenta habitualmente en Física asociada a unha partícula movéndose perpendicularmente a un campo magnético. Dado que unha corrente eléctrica lineal xera un campo magnético perpendicular, e a forza de Lorentz calcúlase mediante o producto vectorial $q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$, o resultado é idéntico ao que aquí se presenta.

Unha vez establecida a forza de Lorentz, pode ser usada para xustificar a atracción entre correntes paralelas ou Lei de Ampére, que se explica habitualmente recorrendo a campos magnéticos intermediarios que desde o punto de vista da Teoría da Relatividade non son necesarios, pois o resultado cualitativo e cuantitativo é exactamente o mesmo.

A partir da Lei de Ampére pódese explicar o funcionamento dos electroimáns e dos motores eléctricos, con toda a importancia tecnoloxica dos mesmos.

Usaremos a forza de Lorentz a continuación para xustificar o funcionamento dos aceleradores circulares de partículas.

A1.5.2.5. Aceleradores de partículas

Para investigar as propiedades das partículas que forman os átomos, constrúense os aceleradores de partículas, aparellos nos que se fan chocar unhas con outras para analizar o que sucede.

Os aceleradores más potentes teñen forma de grandes aneis circulares. O maior de todos está en Europa, no CERN (entre Francia e Suíza), e mide uns 9 km de diámetro.

As partículas cargadas son mantidas nunha órbita circular polo fenómeno relativista da forza de Lorentz: Grandes bobinas de fios supercondutores producen unha corrente resultante I_e no exterior do anel, e outra igual en sentido contrario polo interior do anel, I_i .

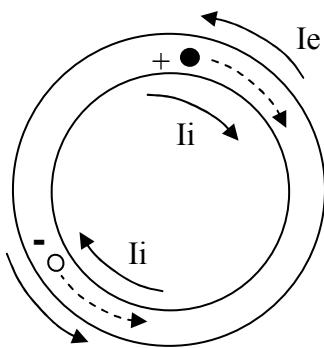
As partículas positivas circulan no sentido de I_i , que as atrae cara ao interior, mentres que I_e as repele (tamén cara ao interior).

Deste xeito, a forza de Lorentz ten un efecto centrípeto, e do mesmo xeito que a forza de gravidade fai cos satélites, mantén as partículas positivas na órbita circular do anel.

As partículas negativas, pola súa banda, circulan en sentido contrario ás positivas, polo que tamén son atraídas por I_i e repelidas por I_e .

Desta forma, tamén se manteñen no interior do anel, mais virando en sentido contrario ás positivas.

As partículas son aceleradas ao final de cada volta mediante campos eléctricos cada vez más intensos, que lles fornecen cada vez máis E_c .



Unha característica primordial da forza de Lorentz é que depende da velocidade da partícula, polo que ao aumentar a súa velocidade a forza aumenta en igual proporción. Por iso podemos acelerar as partículas sen medo a que saian fóra da súa órbita no anel circular. Chégase deste xeito a ter valores de enerxía cinética nas partículas varios milleiros de veces superiores a $\frac{1}{2} mc^2$, e con todo as súas velocidades, que chegan a estar a menos dunha millonésima de distancia do valor de c , nunca chegan a igualalo nin moito menos a superalo.



Acelerador do CERN



Interior do anel circular

A1.5.3. Velocidade límite

Enerxías e velocidades nun acelerador de partículas

De acordo coa Física clásica, as partículas cargadas móvense nos campos eléctricos de forma que aumenta a súa enerxía cinética en igual cantidade en que diminúe a súa enerxía potencial.

$$E = \frac{1}{2} mv^2 = qV \rightarrow v^2 = 2qV/m$$

Para un protón (en unidades SI), $q = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ y $m = 1,7 \times 10^{-27} \text{ kg}$, polo que $q/m = 10^8 \text{ C/kg}$.

Se $V = 1 \text{ V}$, temos que $v^2 = 2 \cdot 10^8$, co que $v = 1'5 \cdot 10^4 \text{ m/s} = 15 \text{ km/s}$

Polo tanto, aplicando unha diferenza de potencial de 1 Voltio a un protón, este almacena unha enerxía de 1 eV e acelera ata adquirir unha velocidade de 15 km/s.

Como a enerxía cinética clásica depende do cadrado da velocidade, temos que a velocidade aumenta como a raíz cadrada do aumento na diferenza de potencial. É dicir, que se aumentamos a diferenza de potencial nun factor de 100, a velocidade aumentará nun factor de 10.

Aplicando 100 V, a súa velocidade aumentará 10 veces, ata 150 km/s, e así sucesivamente.

O acelerador circular do CERN, chamado LHC (*Large Hadron Collider*) pode aplicar ata 1 TV (10^{12} V) aos protóns que viran polo anel de 30 km.

De acordo coa regra anterior, as partículas deberían chegar a unha velocidade de 15 millóns de km/s, é dicir, 50 veces a velocidade da luz.

Veremos que isto non é así.

O tempo que tardan en percorrer o anel circular (que se pode medir) é inversamente proporcional á velocidade que levan.

Deste xeito, de se aplicar un potencial de 4 V, os protóns levan unha enerxía de 4 eV, terán unha velocidade de 30 km/s e tardarán 1 segundo en dar unha volta completa.

Se incrementamos a enerxía 100 veces, ata 400 eV, a súa velocidade increméntase 10 veces, ou sexa que tardarán 10 veces menos en dar a volta: $1/10\text{ s} = 0,1\text{ s}$.

Se seguimos aumentando o potencial un millón de veces, ata 400 MeV = 0'4 GeV, a súa velocidade aumentaría 1000 veces e tardarían unha milésima do tempo anterior, é dicir $0'10\text{ ms} = 10^{-4}\text{ s} = 100\text{ }\mu\text{s}$.

Neste momento, a súa velocidade sería igual á da luz, posto que

$$v = e / t = 30\text{ km} / 10^{-4}\text{ s} = 300.000\text{ km/s}$$

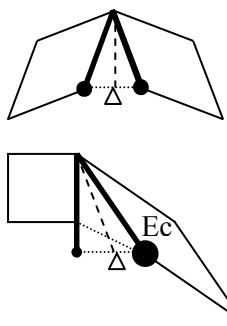
O tempo medido en realidade é de 140 μ s, polo que non chegaron a alcanzar a velocidade da luz.

A partir de aí, podemos aumentar a enerxía ata 4 TeV (é dicir, nun factor de 10000), e con todo, o tempo que tardan en dar a volta (que para a Mecánica clásica reduciríase nun factor 100, é dicir 1 μ s) non chega a baixar ata os 100 μ s.

Malia a enorme cantidade de enerxía que chegan a almacenar, as partículas non conseguem alcanzar o límite de velocidades predito pola Teoría da Relatividade.

A1.5.4. Equivalencia entre masa e enerxía

Esta é unha das consecuencias más profundas da teoría da Relatividade Especial, e pódese entender observando as figuras da esquerda.



Na figura superior vemos un choque inelástico entre dúas masas iguais, co centro de masas no medio de ambas. Represéntase o sistema de referencia asociado a cada masa para ver que a figura é perfectamente simétrica.

Na figura inferior obsérvase o mesmo choque desde o SR da masa da esquerda (SR cadrado).

Vemos que agora o cdm está desprazado cara á masa da dereita, polo que algúns causas rompeu o equilibrio da anterior situación.

Pódese demostrar tamén graficamente que o desprazamento do cdm é debido á Enerxía cinética da masa en movemento (que é igual ao estiramento en vertical do lateral do seu SR).

A consecuencia de todo isto é que o cdm, de acordo coa Teoría da Relatividade, establece o equilibrio entre todas as formas de enerxía, sendo a masa unha delas.

A masa e a enerxía, agora, son dúas formas dunha mesma magnitud física, denominada “masa-enerxía”, “enerxía total” ou simplemente “enerxía”.

A masa dunha partícula será, desta forma, a súa enerxía cando está en repouso.

Para un conxunto de partículas, a masa será a enerxía total medida en SR onde esta sexa menor.

Este sistema está en repouso respecto ao cdm relativista do conxunto.

Dito noutras palabras:

A enerxía total dun conxunto de partículas compónse de dúas partes:

Enerxía potencial e cinética.

A enerxía potencial pode ser interna (debida ás interaccións existentes entre elas), ou externa (debida á interacción do conxunto cos campos exteriores).

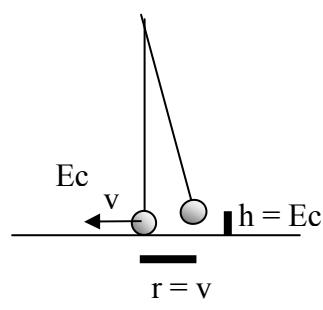
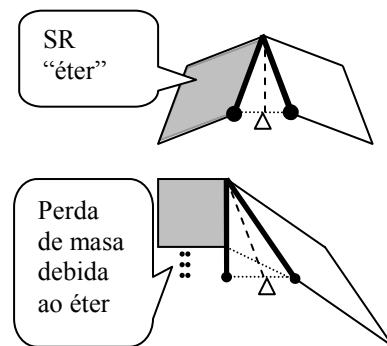
Da mesma forma, sabemos pola Mecánica Estatística que a enerxía cinética pode ser desordenada (manifestándose como enerxía calorífica, sendo a temperatura unha medida de devandita enerxía media para cada partícula), ou ordenada (cando o conxunto se move con relación ao noso SR, de modo que o cdm non está en repouso). Pois ben, elixindo adecuadamente o SR (de forma que acompañe ao cdm no seu movemento), sempre podemos anular esta componente ordenada da enerxía cinética total. A enerxía cinética restante (desordenada, enerxía calorífica) formará parte da “masa” do conxunto, que será deste xeito superior á suma das masas das súas partículas por separado.

As figuras da dereita visualizan a xustificación dada por Poincaré para unha colisión en que un dos SR estaba asociado ao éter: atribuíu a causa do desequilibrio ao éter, co que non puido chegar á equivalencia entre masa e enerxía.

A1.5.4.1. Medición da enerxía cinética nas gráficas espazotemporais

Para visualizar e medir a Enerxía cinética nas gráficas espazotemporais acudiremos primeiro ao sistema físico coñecido por “péndulo simple”.

Dado un sistema de unidades determinado, sempre será posible (polo menos de forma teórica e nun laboratorio con gravidade artificial que poidamos igualar á unidade) construír un péndulo simple que teña unha lonxitude L , unha masa m e unha pulsación ω iguais á unidade.



Un péndulo con estas dimensións terá os seguintes valores ao seu paso polo punto de equilibrio:

A enerxía cinética será igual á enerxía potencial nos extremos: $E_c = mgh = h$

A velocidade será igual á do MCU asociado:

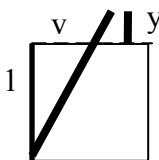
$$v = \omega \cdot r = r$$

Xa que logo, medindo “r” e “h” no momento de soltalo, saberemos a velocidade e a enerxía cinética que terá cando pase polo punto de equilibrio:

$$v = r \quad E_c = h$$

A continuación representaremos nunha mesma figura as liñas espazotemporais da masa do péndulo no SR do laboratorio nas dúas situacíons analizadas:

-En repouso nun extremo, antes de soltalo: segmento vertical, ao que está acoplado o correspondente cadrado unitario



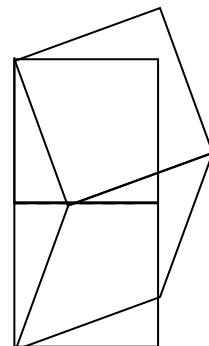
-Ao pasar pola orixe con velocidade v: segmento inclinado

Na figura vemos que o segmento inclinado correspondente ao paso pola orixe ten unha altura algo maior que o tramo vertical correspondente ao repouso (diferenza: y), resultado da dilatación temporal ao aplicar a transformación de Lorentz.

Aínda que de natureza moi diferente, estas dúas representacíons comparten unha característica xeométrica: Representando a situación en repouso en vertical mediante un segmento unidade (que nun caso corresponde á masa e no outro á lonxitude do péndulo, mais xa vimos que ambas teñen un valor igual a 1 para o noso péndulo tan particular), a liña correspondente á situación en movemento virá dada por un segmento inclinado na mesma forma.

En ambos os casos, a separación horizontal respecto da orixe mídenos a velocidade (v).

Faremos primeiro unha figura auxiliar na que suporemos que non hai ningún desprazamento en vertical en ningún dos casos. De se manteren as proporcións das figuras, é evidente que nese caso o cadrado e o rombo compartirán un lado igual.

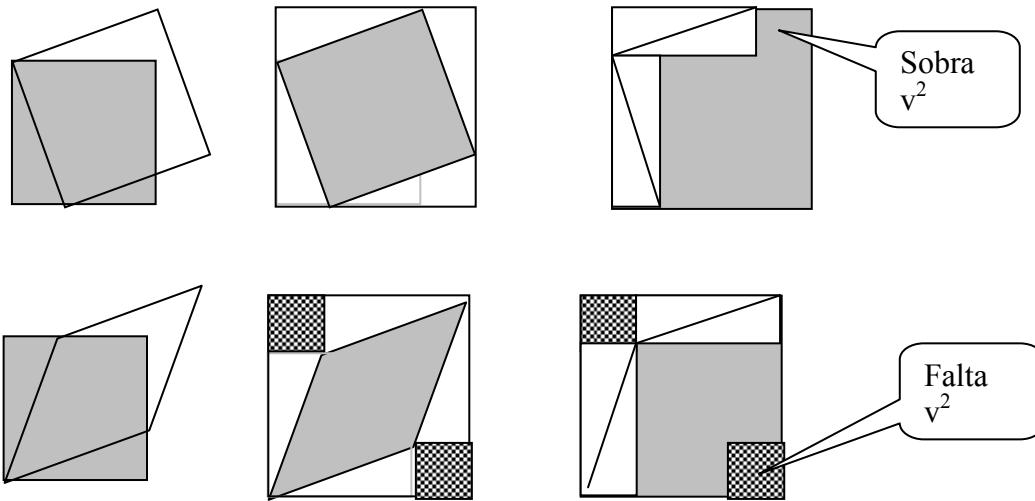


Podemos ver tamén que ao facermos isto estamos aumentando algo o tamaño do cadrado virado e reducindo tamén algo o tamaño do “rombo de Lorentz”.

Sabemos que o cadrado, nun xiro, non debe cambiar de tamaño, e tamén sabemos que a superficie espazotemporal (Set) non debe variar nunha transformación de SRI. Polo tanto, teremos que acurtar algo o cadrado e ensanchar algo o rombo. Para saber en que medida debemos fazer estas correccións, acudiremos ás seguintes figuras.

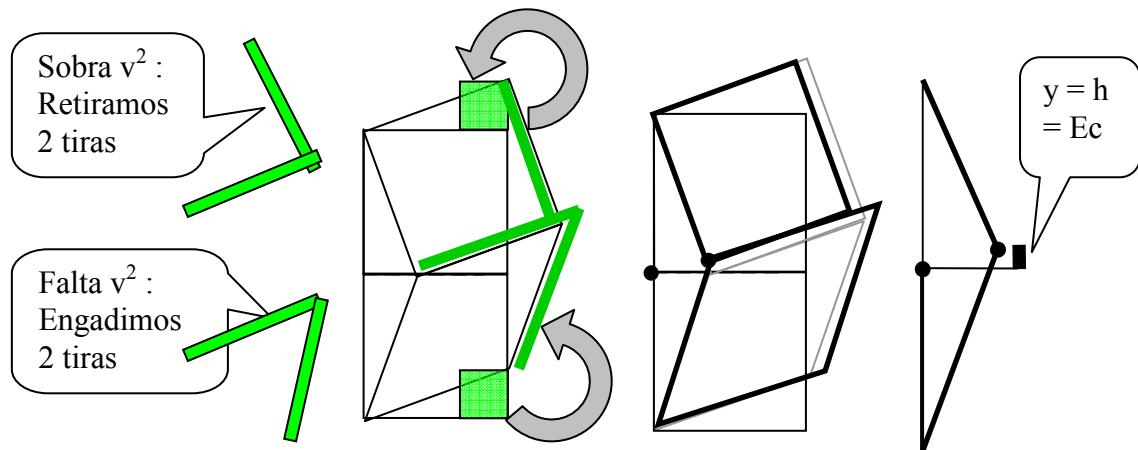
Nelas, simplemente desprazando dous triángulos brancos en cada construcción, podemos comparar a superficie do cadrado orixinal (de lado 1) coa do cadrado virado ou o rombo inclinado, e vemos que

no primeiro caso sobra un cadrado pequeno de lado igual á velocidade, e que no segundo faltaría un cadradiño igual para ter a superficie orixinal.



Podemos ver tamén que a superficie do cadrado pequeno (v^2) é igual á de dúas tiras de longo igual a 1 e ancho igual a $\frac{1}{2} v^2$, polo que poderemos substituílo por elas. No caso do cadrado, retirándooas, e no caso do rombo, engadíndoas.

Ao realizar isto, podemos comprobar que o cadrado “adelgaza” na mesma cantidade en que “engorda” o rombo, é dicir, seguirán pegados polo lado que compartían, só que agora é algo máis longo no rombo e algo menor no cadrado.



Podemos establecer entón a seguinte conclusión:

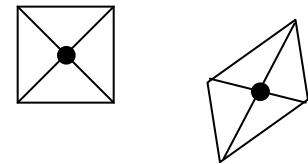
Se o cadrado unitario inicial no espazotempo do SR correspondente a unha partícula en repouso ten o seu lado igual á masa, entón cando teña unha determinada velocidade o estiramento adicional debido á transformación de Lorentz será igual á enerxía cinética.

Podemos polo tanto manexar o concepto de enerxía cinética dunha forma visual operativa nas gráficas espazotemporais.

A1.5.4.2. Aplicación ao choque inelástico relativista

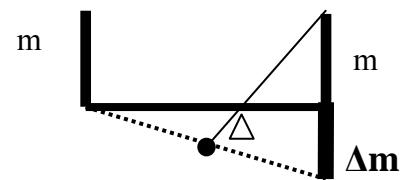
Previamente, observaremos dúas construcións gráficas de interese:

-*Conservación do punto medio* nunha transformación lineal: Cando un segmento rectilíneo sofre unha transformación lineal, o seu centro segue estando no centro do segmento transformado. Isto garda relación co feito de que as diagonais de calquera paralelogramo se corten exactamente polo medio.



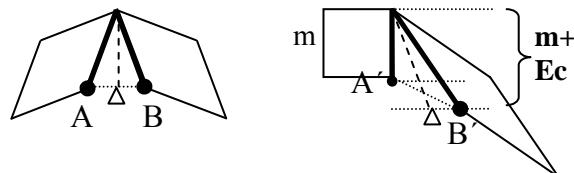
-*Construcción gráfica do cdm* de dúas masas iguais (m), unha das cales ten unha masa adicional (Δm).

Vimos anteriormente que a figura da dereita equivale á lei da panca de Arquímedes. A lonxitude de cada segmento debe ser proporcional a cada masa.



A1.5.4.3. Choque inelástico de dúas masas iguais.

As seguintes figuras representan unha colisión entre dúas masas iguais.



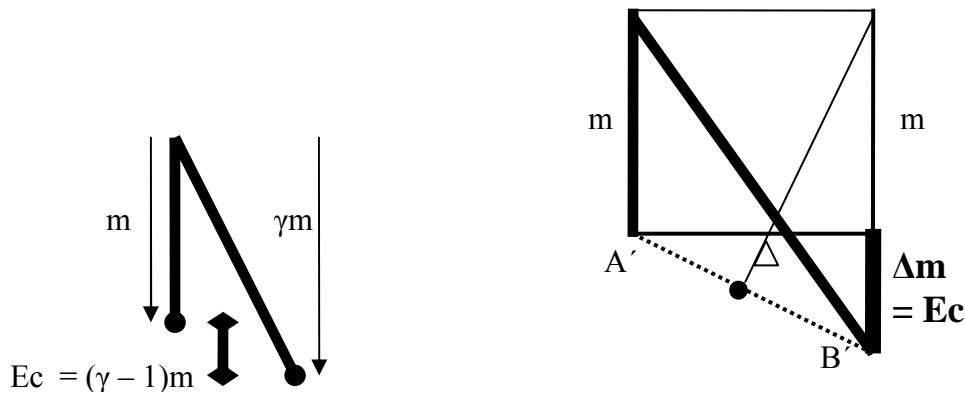
No primeiro caso, represéntase desde o SR do centro de masas do sistema (que, pola simetría da figura, estará no centro da liña AB nun certo instante).

No segundo caso, represéntase a mesma situación desde o SR asociado á masa da esquerda. A masa da dereita, agora, ten unha E_c maior que antes, mentres que a masa da esquerda perdeu por completo a súa E_c . Isto introduce unha asimetría “física” na situación. Podemos ver que a liña do cdm segue pasando polo medio da liña $A'B'$ (vimos antes que esta propiedade non se perde nas transformacións lineais), mais agora o cdm (triángulo branco) xa non está nun determinado instante á mesma distancia de ambas masas, co que a asimetría provocada pola E_c se traduce nunha asimetría na posición do cdm.

Podemos ver que o papel da E_c no diagrama é o mesmo que tería unha masa adicional Δm .

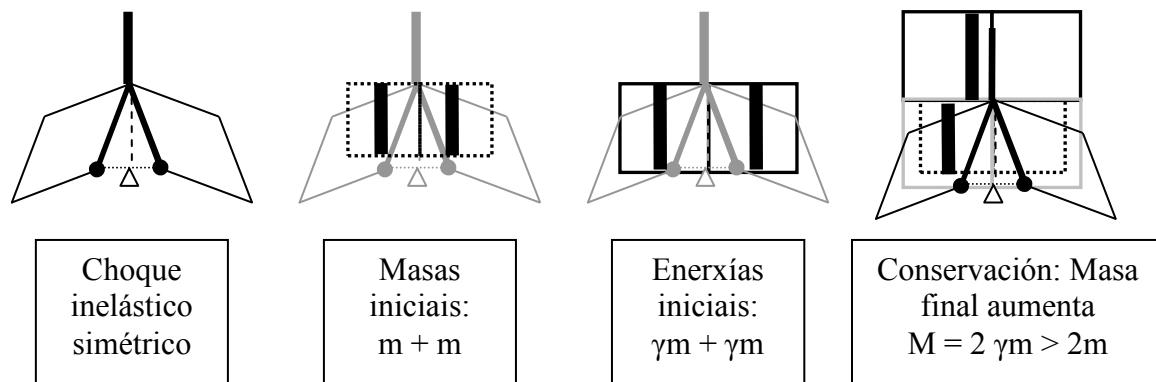
O principio de equivalencia entre masas e enerxía establecido por Einstein dinos que a masa e a enerxía son dúas formas dunha mesma magnitud física, como puidemos ver nestas figuras.

Se denotamos polo símbolo grego γ (gamma) a dilatación temporal, podemos ver a partir das figuras anteriores que a expresión para a enerxía cinética será $E_c = \gamma m - \gamma = (\gamma-1)m$, como se ve na figura.

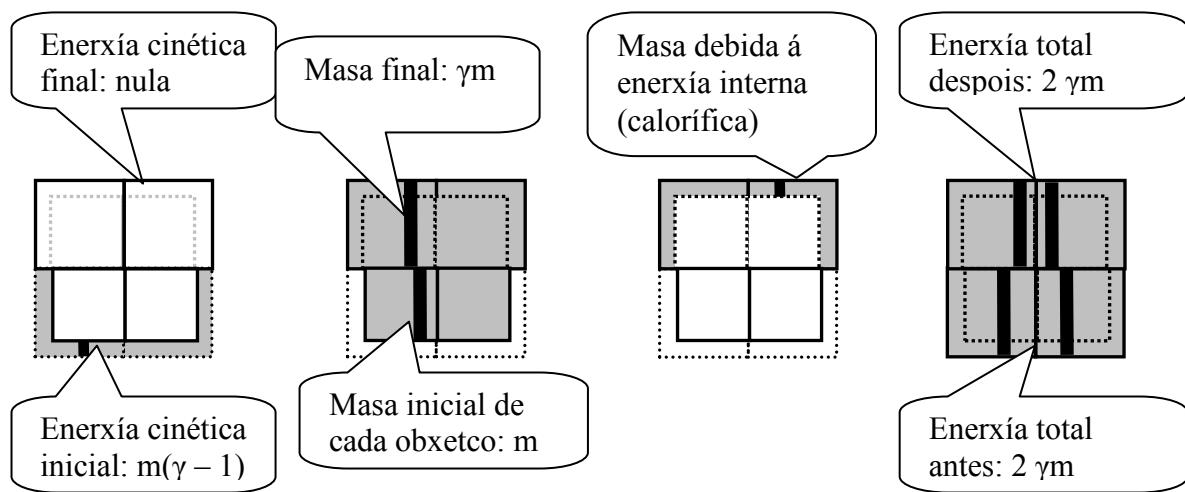


A1.5.4.4. Diagramas de transformación de masa en enerxía

Na figura do choque inelástico simétrico, podemos incorporar de forma gráfica os conceptos anteriores para ver como, ao conservarse a enerxía total, a enerxía cinética inicial de cada partícula por separado se transforma en masa do conxunto final en repouso.



Intentaremos clarificar algúns destes conceptos mediante as seguintes figuras:



Vemos polo tanto que antes do choque, a enerxía cinética de cada partícula non contribúe a incrementar a súa masa, senón que a acompaña (de feito, sabemos que a enerxía cinética dunha partícula é unha cantidade relativa que depende do SR en que se mida, sendo nula no SR en repouso coa mesma (é dicir, que vai a igual velocidade).

Con todo, a enerxía cinética do conxunto transfórmase despois do choque en enerxía interna a cal contribúe á masa do conxunto unido final. Dado que a masa non varía, podemos dicir que a enerxía cinética de dúas partículas que se moven unha contra a outra equivale a unha masa adicional para o conxunto.

Como consecuencia, tamén obtemos que a masa dun conxunto non é igual á suma das masas das súas partes por separado.

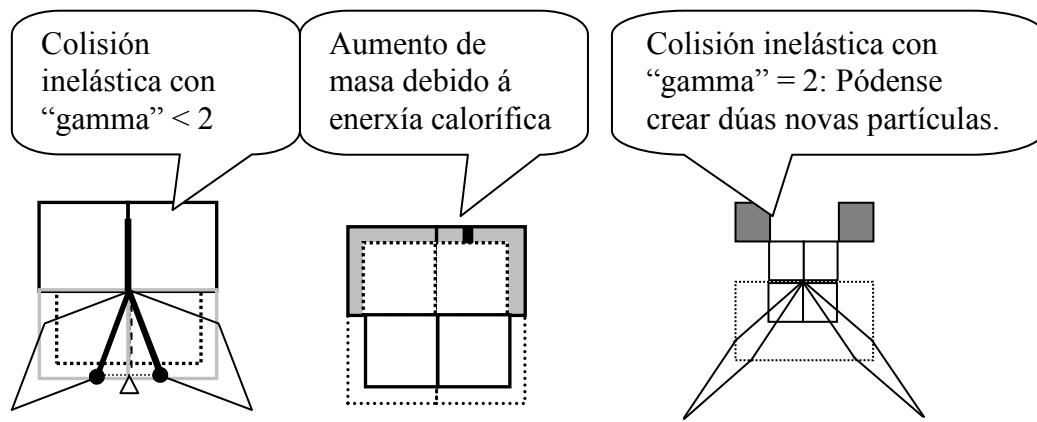
A1.5.4.5. Creación de partículas

Nas figuras seguintes podemos ver a representación de varios choques inelásticos.

Na primeira figura represéntase unha colisión na que o factor “gamma” é menor que dous, polo que a enerxía cinética de cada partícula antes do choque non chega a igualar o valor da súa masa.

Podemos ver na segunda figura, correspondente á mesma colisión, cómo a enerxía cinética perdida no choque se pode almacenar (se son partículas compostas por outras, como sucede nos átomos ou nos núcleos atómicos) en forma de enerxía interna (calorífica).

A terceira figura mostra unha colisión na que o factor “gamma” é igual a dous, polo que a enerxía cinética de cada partícula é agora igual á súa masa. Neste caso, a enerxía perdida na colisión pode transformarse dunha forma novidosa: Producindo dúas novas partículas idénticas ao par que colisionou.



Veremos máis adiante que o factor “gamma” faise igual a 2 cando

$$v = 260.000 \text{ km/s} = 0.87c$$

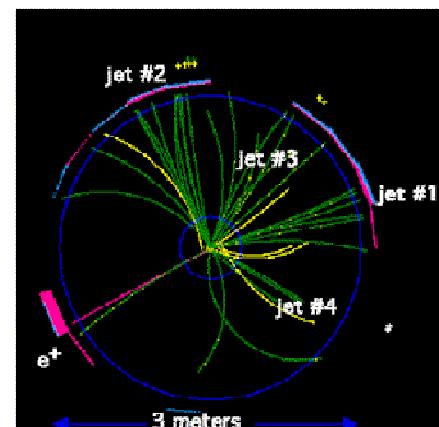
Os protóns alcanzan dita velocidade cando se lles aplica unha enerxía de 1 GeV.

Polo tanto, se facemos chocar dous protóns cunha enerxía de 1 GeV, pódese producir outro par de protóns adicionais.

Se incrementamos a enerxía ata 10 GeV, prodúcense 10 pares de novos protóns, e se chegamos a 1 TeV = 1000 GeV, a cantidade de protóns producidos pode chegar aos dous milleiros.

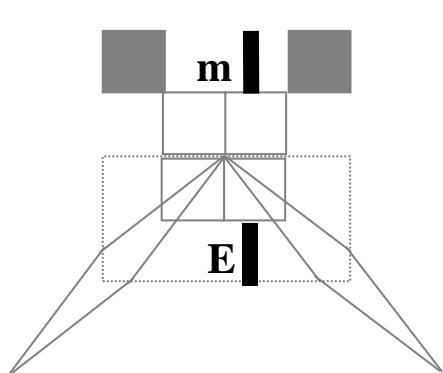
No LHC, as partículas son aceleradas ata a enerxía desexada, e a partir dese momento, faise que as partículas positivas colisionen coas negativas (que viraban en sentido contrario polo mesmo circuíto, como vimos). A enerxía fornecida aos protóns tamén pode producir partículas maiores, como sería o caso do “bosón de Higgs”. Supонse que, de existir, terá unha masa entre 0.1 e 1 TeV, polo que podería detectarse nunha colisión do LHC.

Na imaxe da dereita pódese ver unha fotografía da creación de partículas por colisión nun acelerador.



A1.5.4.6 .A fórmula de Einstein ($E = mc^2$)

Todo o anterior resúmese nunha fórmula que case parece trivial: $E = mc$



Podemos ver na figura o significado de devandita fórmula:

E representa a enerxía cinética de cada partícula antes da colisión inelástica, na que a enerxía cinética vai desaparecer (pois o conxunto vai quedar en repouso).

m representa a masa de cada nova partícula producida na colisión inelástica a partir da enerxía cinética perdida.

O signo de igualdade aparece como resultado da aplicación do principio de conservación da “masa-enerxía” (ou, se se prefire, da “enerxía total”).

Se temos en conta que estamos usando unidades nas que $c = 1$, e queremos expresar esta equivalencia noutras unidades, teríamos que facer un cambio de unidades.

A expresión $E = mc^2$ non é outra cousa que o devandito cambio de unidades entre dúas formas dunha mesma magnitud física: a masa e a enerxía.

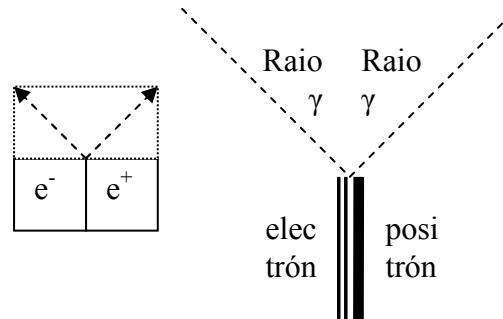
Por exemplo, no SI de unidades, teremos que a masa mídese en kilogramos e a enerxía en joules (J), sendo o factor de conversión a velocidade da luz ao cadrado. Como no SE a velocidade da luz é $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, o factor de conversión será $c^2 = 9 \cdot 10^{16}$. Isto quere dicir que a enerxía almacenada nun kilogramo de masa equivale a $9 \cdot 10^{16}$ J.

Unha planta de xeración de enerxía térmica por combustión de carbón pode producir unha potencia de 1 GW, é dicir, 10^9 J cada segundo. Polo tanto, para producir unha enerxía equivalente á que existe nunha masa dun kilogramo tería que estar funcionando durante 10^8 segundos, ou sexa uns 3 anos. Isto dá unha idea da inmensa cantidade de enerxía existente na masa que forma calquera substancia material. O problema é como se obtén dita enerxía.

A1.5.4.7 Aniquilación de materia e antimateria

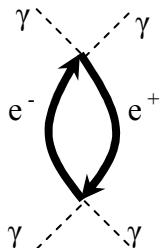
As partículas producidas nas colisións fórmanse en pares con propiedades totalmente opostas, chamándose unha das “materia” (como os electróns, e^- e os protóns, p^+), e a outra “antimateria” (como os positróns, e^+ , ou os antiprotones, p^-).

Cando unha partícula de materia se atopa coa súa correspondente antipartícula, aniquílanse mutuamente, liberando toda a súa enerxía en forma de radiación (raios γ).



Na teoría cuántica relativista desenvolvida por Feynman (coñecida como electrodinámica cuántica ou QED, siglas inglesas para *Quantum ElectroDynamics*) pódese interpretar a antimateria coma se fose materia viaxando cara atrás no espazotempo, o que daría certo sentido visual aos diagramas en

bucle resultantes, como o da esquerda.

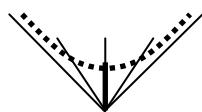


Podemos ver que un par de fotóns moi enerxéticos (raios gamma) chocan entre si e producen un par de partículas de materia e antimateria (neste caso, un electrón e un positrón). Estas partículas, ao cabo dun tempo moi breve, vólvense a xuntar e aniquílanse producindo novamente un par de raios gamma iguais aos orixinais, polo que é case coma se non pasase nada.

Este tipo de sucesos denominanse “virtuais”, posto que as partículas non serían detectables, mais forman parte importante da citada teoría.

Coa interpretación da antimateria como viaxando cara atrás na súa liña do espazotempo, podemos entender a virtualidade destas colisións:

Non serían outra cousa que pequenos bucles no espazotempo (como burbullas na auga).



A1.6. HUBBLE

XEOMETRÍA DO UNIVERSO EN EXPANSIÓN

A1.6.1. Paradoxos do Universo en expansión (teoría do Big Bang)

Nesta parte final da explicación visual da Teoría da Relatividade, inténtase explotar ao máximo as características e potencialidades do método xeométrico utilizado baseándonos na estrutura do espazotempo proposta por Minkowski.

Para iso, aproveítase a visión gráfica da Relatividade Especial para explicar de forma visual e elegantemente simple varios aspectos aparentemente contraditorios da teoría do Big Bang. Agrupamos estas cuestiós da seguinte forma:

- Con respecto ao centro do Universo*
- Con respecto ao bordo do Universo*
- Con respecto a se se pode ver todo o Universo*
- Con respecto ao número de galaxias que hai no Universo*
- Con respecto aos límites do Universo*
- Con respecto á escala de distancias*
- Con respecto á visión do pasado*

Referenciamos esta parte co nome de *Edwin Hubble* por ser o científico que puxo en evidencia a continua expansión do Universo a partir de resultados experimentais froito de toda unha vida de observacións astronómicas.

A1.6.1.1. A expansión do Universo.

O astrónomo escocés Edwin Hubble atopou que canto máis lonxe estaba de nós unha galaxia, máis vermella se volvía a súa luz. O efecto Doppler dímos que cando unha onda é emitida por unha fonte en movemento, a súa frecuencia varía, diminuíndo cando se afasta de nós (por iso o pitido dun tren cambia de agudo a grave cando pasa por diante de nós). A medida que a luz se torna más vermella, vai diminuíndo a súa frecuencia, ou o que é o mesmo polo efecto Doppler, a fonte vaise afastando máis rapidamente de nós. É por isto polo que Hubble chegou á conclusión de que as galaxias se afastan de nós cunha velocidade cada vez maior canto máis lonxe están.

Coñécese polo nome de *Constante de Hubble* a proporción experimental entre a distancia de nós á que se atopan as galaxias e a velocidade coa que retroceden.

O seu valor é tal que unha galaxia situada a 5000 millóns de anos-Luz (5 GaL) da nosa (a Vía Láctea), sepárase cunha velocidade de 100.000 km/s (0'33c).

Un ano-luz é a distancia percorrida por un raio de luz nun ano, e vén dada pola fórmula $e = c \cdot t = 300.000 \text{ km/s} \cdot 1 \text{ año.} = 10^{16} \text{ m}$ (aprox.).

O tempo que lles levou conseguir a devandita separación vén dado pola fórmula $t = e / v = ct / v = c \cdot 5 \text{ GaL} / 0'33c = 15 \text{ Ga.}$

Polo tanto, hai 15 Ga as dúas galaxias estaban xuntas.

Esta mesma proporción obsérvase para todas as galaxias en calquera dirección que enfoquemos os nosos telescopios. Dado que a velocidade de retroceso (chamada tamén de “recesión”) é proporcional á distancia, o tempo transcorrido desde que estaban xuntas será o mesmo para todas as galaxias.

Por todo iso, chégase á conclusión de que hai 15 Ga (15 mil millóns de anos, aínda que esta cifra non é exacta, sendo as estimacións actuais da orde dos 13 Ga) todas as galaxias do Universo estaban nun mesmo punto, o que se denomina *Grande Explosión* (en inglés, *Big Bang*).

Estas observacións foron interpretadas de varios xeitos, entre elas:

1- Trátase dunha ilusión óptica debida a que a luz das galaxias podería ir volvéndose vermella a medida que atravesa distancias cada vez maiores.

2- O Universo expándezese do mesmo xeito que o fai unha masa de *pudding* con uvas pasas no forno. A medida que se infla, a masa do *pudding* arrastra consigo as pasas, de forma que as distancias entre elas van facéndose cada vez maiores a medida que pasa o tempo. Ademais, a velocidade desta separación é maior canto máis afastadas estean as pasas entre si.

3- O Universo non se expande (posto que é infinito), senón que son as galaxias as que se separan unhas das outras con maior velocidade ao aumentar as distancias.

A explicación nº 2 corresponde coa que dá a teoría da Grande Explosión (*Big Bang*), e é a aceptada pola gran maioría da comunidade científica, coa salvidade de que o *pudding* ten un “bordo” (a súa cortiza) e o Universo non (non está contido en nada). Para evitalo, ás veces recórrese a presentar unha analogía coa superficie dun globo que se infla, aínda que a custo de introducir unha dimensión máis na que se produce a curvatura espacial do globo que lle permite non ter bordo.

A1.6.1.2. Paradoxos do Universo en expansión

O concepto de Universo en expansión préstase a interpretacións de moi diversa índole, moitas delas contraditorias ou paradoxais, como as seguintes:

-Con respecto ao centro do Universo:

A expansión do Universo ten como centro a nosa galaxia. Mais este concepto parécese moito ao do Universo de Aristóteles e Ptolomeo no que a Terra estaba no centro, e que foi descartado a partir da aceptación das ideas copernicanas.

-Con respecto ao *bordo do Universo*:

-O límite do Universo está onde as galaxias se separan de nós coa velocidade da luz. Que é o que sucede en devandito límite? Neste caso aparece unha analogía cun modelo moi anterior ao de Aristóteles, como era o dunha Terra plana cuns bordos definidos.

-Con respecto a se se pode ver todo o Universo

-O Universo visible ten un límite, que está onde as galaxias retroceden á velocidade da luz.

Mais se o Universo no seu conxunto non tivese límites, debería conter partes que non podamos ver desde a Terra (Universos paralelos).

-Con respecto ao *número de galaxias que hai no Universo*

Se o Universo é limitado, entón ten necesariamente que haber un número limitado de galaxias no mesmo.

Con todo, se o Universo non tivese un bordo, debería ter un número ilimitado de galaxias.

-Con respecto aos *límites do Universo*

Se o Universo é limitado, parece que tería que ter un bordo, e nese caso o espazo non sería isótropo en todas partes, a non ser que teña unha curvatura positiva como a da superficie terrestre (mais en catro dimensións).

No caso de que o Universo tivese curvatura espacial nula: sería posible compaxinar a existencia dun límite como o que hai a 15 GaL coa ausencia de bordos (para manter a isotropía espacial)?

-Con respecto á *escala de distancias*

As observacións a grande escala do Universo presentan unha imaxe parecida a unha esponxa, é dicir, con grandes estruturas como supercúmulos e filamentos que se atopan rodeando enormes burbullas de moita menor densidade. Estas burbullas teñen diámetros da orde dos GaL, e ímolas a usar como “regras” para ilustrar o seguinte paradoxo:

Se o diámetro de cada burbulla fosse de 5 GaL e podemos contar ata máis de 5 destas burbullas alineadas nunha determinada dirección desde a Terra, isto quere dicir que as súas distancias sumadas serán da orde de 25 GaL, é dicir, máis que a distancia ata o bordo do Universo.

-Con respecto á *visión do pasado*

Sabemos que ao observar por un telescopio estamos mirando o pasado. De feito, existen imaxes da radiación cósmica de fondo tomadas polo satélite COBE nos primeiros instantes do Big Bang.

Como é posible isto se ningunha radiación pode viaxar máis veloz que a luz? Dado que o Big Bang ocorreu hai uns 15 GaL, a radiación de fondo que recibimos debe estar viaxando todo ese tempo, mais entón debería proceder dun punto situado a 15 GaL de nós no momento de ser emitida. O anterior é contraditorio co feito de que o fotón de radiación máis antigo capaz de chegar neste momento ata nós debería proceder do bordo do Universo en expansión cando este tiña a metade da

idade actual, é dicir, 7'5 Ga, para así poder estar percorrendo toda esa distancia de 7,5 GaL durante o tempo restante!

Para responder a estas e outras cuestiós, deberemos entender cal é a xeometría do Universo producida pola Grande Explosión.

A1.6.1.3. Visualización da expansión do Universo

Nas escalas maiores, a distribución de galaxias é bastante uniforme, aínda que existen grandes baleiros (a modo de burbullas) que están separados por grandes estruturas en forma de filamentos ou láminas (como a chamada *Gran Muralla*, a máis próxima, que está a 1 GaL de distancia), cuxas dimensíons se miden en GaL.

Podemos ver na figura da dereita unha representación do Universo ata unha distancia de 1 GaL ao redor da Vía Láctea (as partes en branco corresponden ao plano da nosa galaxia, que nos impide ver o que hai por detrás nesas direccións).

Pódese apreciar que estamos no interior de algo parecido a unha burbulla, rodeada de grandes agrupacións galácticas (*superclusters* en inglés)

Consideraremos un modelo hipotético simplificado no que colocamos estruturas deste tipo ao redor de baleiros globulares (que chamaremos *burbullas*). A distancia entre as burbullas será a mesma, de 5GaL para podela usar como referencia de medida espacial. A

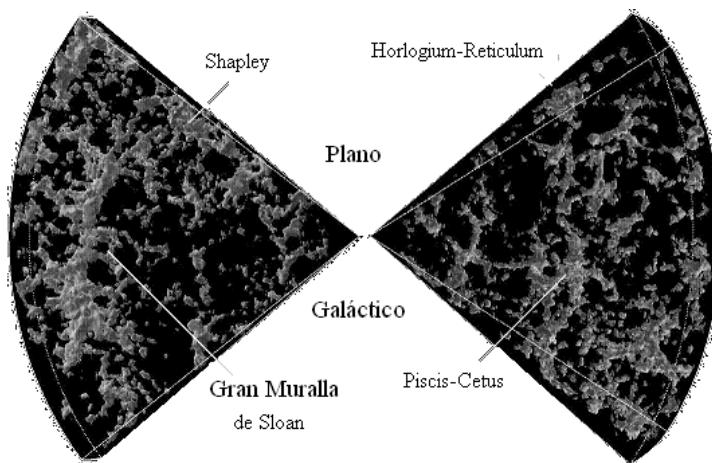
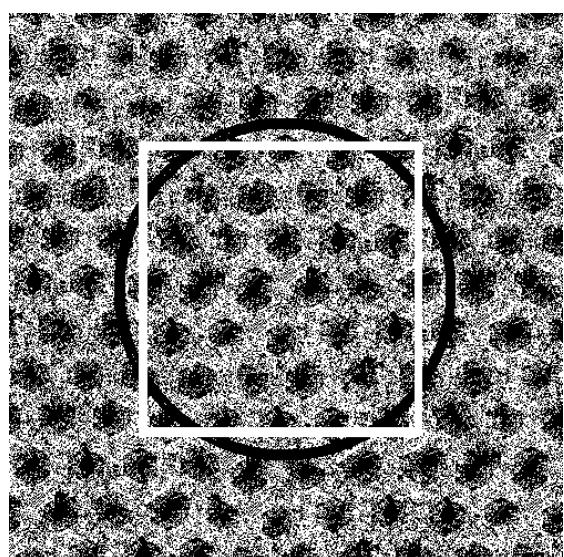


figura espacial resultante será como a da dereita.

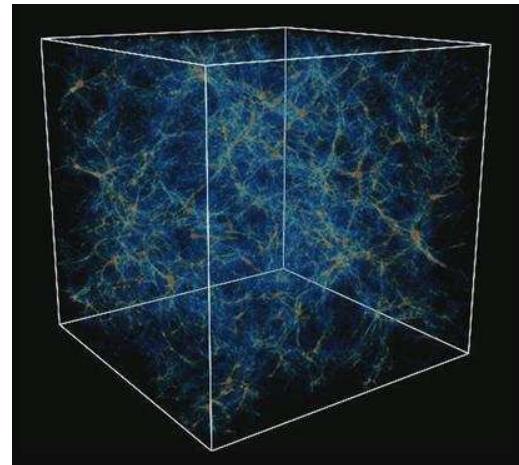
Debemos ter en conto que nesta imaxe estamos reducindo de tres a dúas as dimensíons do espazo, para podelo visualizar mellor.

O bordo do Universo visible será unha esfera de 15 GaL de radio, indicada na figura mediante o círculo negro.

A imaxe inferior corresponde cunha representación do devandito Universo visible, dentro dun cubo de 30 GaL de lado (indicado na figura da dereita mediante un cadrado branco). Esta representación permite supoñer

que non existe un límite especial nos lados do cubo, senón que representan unicamente os límites das nosas observacións.

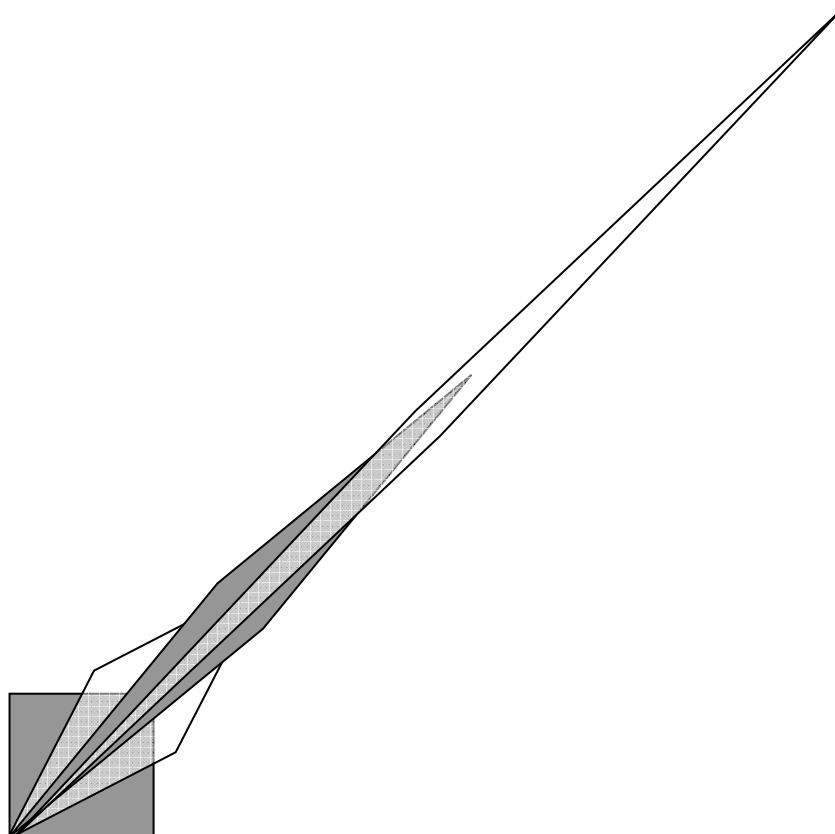
Imos introducir un elemento máis, que foi o usado por Hubble para medir a velocidade de afastamento das galaxias: O desprazamento cara ao vermello (efecto Doppler) da luz que nos chega desde elas. Representaremos con cor azul a luz das galaxias más próximas e de cor vermella as más afastadas (que se separan a maior velocidade de nós), pasando polo verde, amarelo e laranxa nesta orde.



A1.6.1.4. Explicación da Expansión do Universo mediante a Teoría da Relatividade Especial

Imos aplicar agora as ideas de Einstein e Minkowski (transformación de Lorentz e xeometría do espazotempo) para visualizar o modelo de Universo correspondente.

En primeiro lugar, recuperaremos a figura que ilustraba cómo se representa unha serie de sistemas de referencia en movemento relativo sucesivo. Vemos que cada sistema se vai estirando na diagonal da súa dirección de movemento e contraendo na dirección contraria.



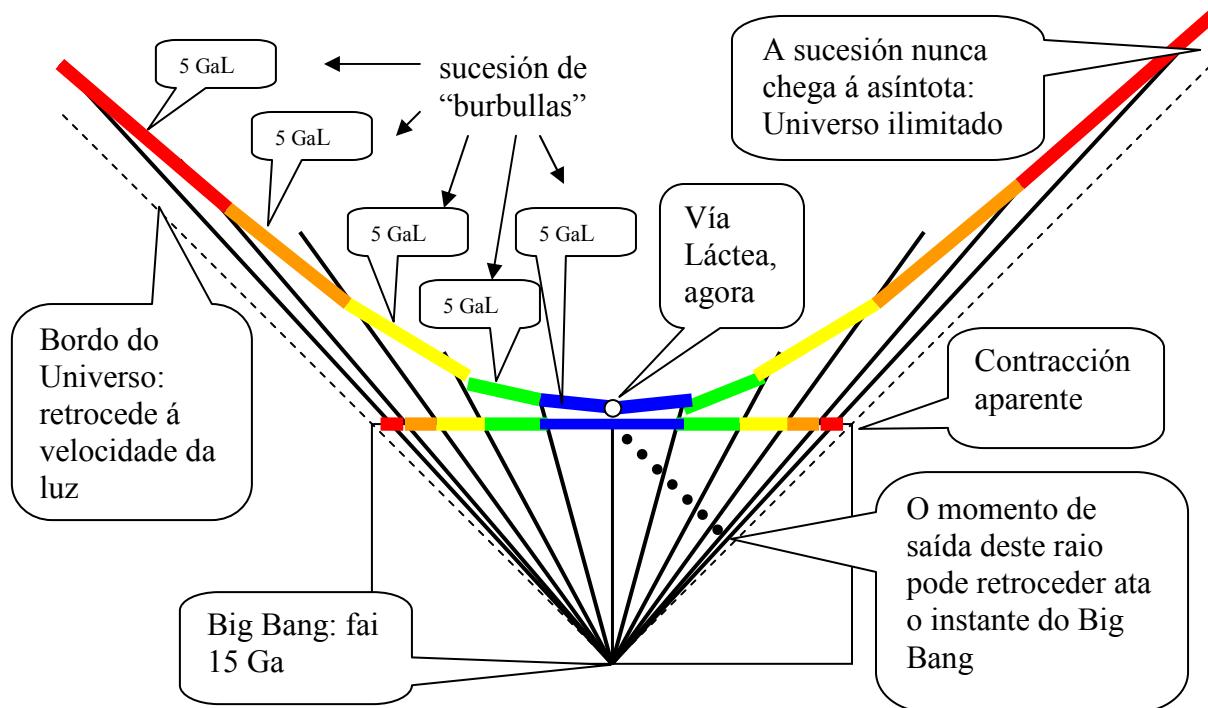
Se aplicamos isto á serie de burbullas que representa o noso modelo de Universo, podemos ver que cada sistema de referencia equivale a unha burbulla de 5GaL de diámetro e que se separa da anterior a un terzo da velocidade da luz.

Podemos ver que a figura resultante é unha hipérbole equilátera que se estende sen límite cara ás asíntotas (que son raios de luz), mais sen chegar nunca a elas.

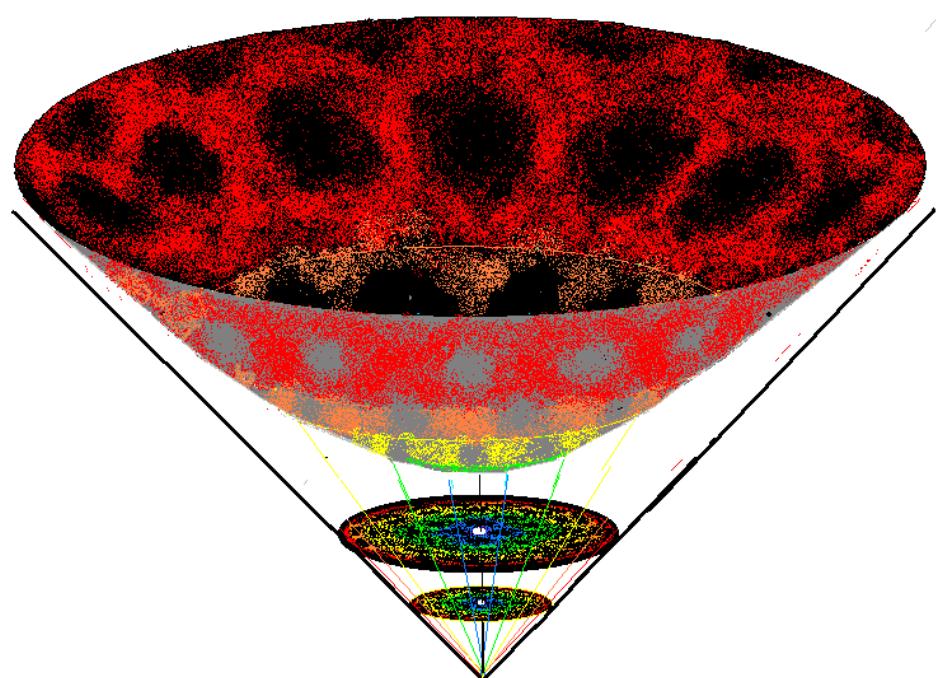
Representamos unha sucesión de 5 burbullas en cada dirección, mais poderíamos incorporar as que quixésemos. Cada burbulla, na primeira das figuras, vén representada por unha liña de cor, indicando o corremento da súa luz cara ao vermello debido á velocidade coa que se afastan.

Doutra banda, tamén podemos ver que a luz que chega a nós desde os confins deste Universo faino desde liñas de tempo cada vez más dilatadas (é dicir, desde instantes cada vez más próximos ao momento do Big Bang, tan próximos ao mesmo como sexamos capaces de observar).

Podemos ver que a suma dos tamaños de cada burbulla (recordemos que cada unha tiña 5 GaL de diámetro) supera o diámetro de 30 GaL do Universo. Na figura representamos 10 destas burbullas alineadas, e os seus tamaños sumados darían 50 GaL, mais poderíamos representar moitas máis.



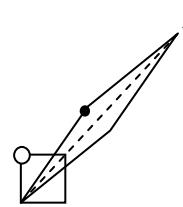
Este modelo incorpora a contracción espacial (que sería unha proxección plana do espazotempo real, como se pode ver na figura), ao mesmo tempo que a encaixa xunto coa dilatación temporal nunha imaxe xeométrica global do Universo en expansión como a que se ilustra a continuación.



A1.6.1.5. Explicación visual dos paradoxos do Universo en expansión

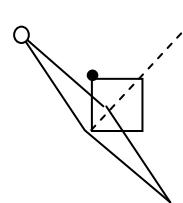
-Con respecto ao centro e os bordos do Universo

As figuras pequenas da dereita deixan ás claras que o centro e os bordos do Universo son relativos: Se para nós (círculo branco) un quasar (círculo negro) está preto do bordo á dereita, para o quasar son eles quen están no centro e nós os que nos asomamos ao bordo pola esquerda.



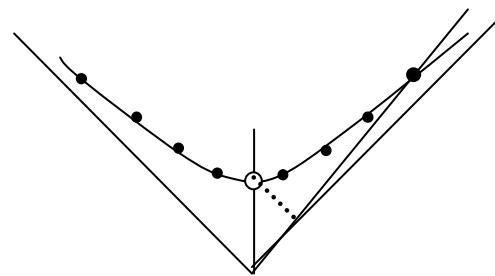
-Con respecto a si se pode ver todo o Universo

A liña de puntos da dereita explica que si é posible, posto que podemos chegar a ver a luz procedente do mesmo bordo.



-Con respecto ao número de galaxias que hai no Universo

Tamén se pode recoñecer na figura anterior a sucesión de obxectos equidistantes (poden ser burbullas ou galaxias), que ao curvarse a liña que os contén e formar unha hipérbole nunca chega a tocar o bando do Universo, polo que cabe un número ilimitado no Universo de tamaño definido.



-Con respecto aos límites do Universo: O Universo en si é ilimitado

-*Con respecto á escala de distancias:* A escala espacial sofre alteracións (contráese a medida que nos afastamos, sempre desde o noso punto de vista)

-*Con respecto á visión do pasado:* É posible ver cara ao pasado tanto como os nosos instrumentos o permitan, é dicir, ata o mesmo Big Bang.

COSMOLOXÍA DO BIG BANG: PARADOXOS E EXPLICACIÓNS ALTERNATIVAS

A1.6.2. Espazotempo do Universo en expansión

Cando vimos a construción de sistemas de referencia con velocidades relativas crecentes chegamos a unha figura que corresponde coa estrutura xeométrica do espazotempo para o Big Bang.

Con todo, realizaremos agora o mesmo procedemento dunha forma más específica para a situación do Universo.

Primeiramente, explicaremos a base sobre a que construiremos o noso Universo en expansión: A escala sucesiva de sistemas de referencia galácticos.

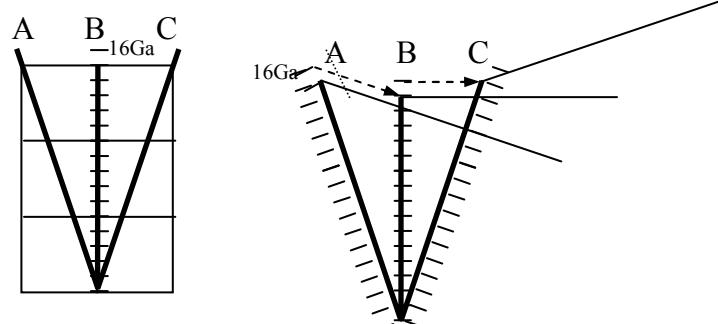
Podemos supoñer que estamos modelizando o Universo de acordo á estrutura descuberta para as maiores escalas: A estrutura de filamentos e burbullas.

A estrutura deste tipo más proxima a nós chámase Gran Muralla, e as súas dimensións son da orde dos GaL.

Empregaremos como unidade de medida espacial o tamaño dunha superburbulla (dándolle un valor de 5 GaL de diámetro e supoñendo que hai unha serie uniforme delas por todo o Universo).

As figuras da dereita mostran tres das ditas hipotéticas burbullas: a nosa (B) e dúas veciñas (A e C), ambas separadas 5 GaL de nós.

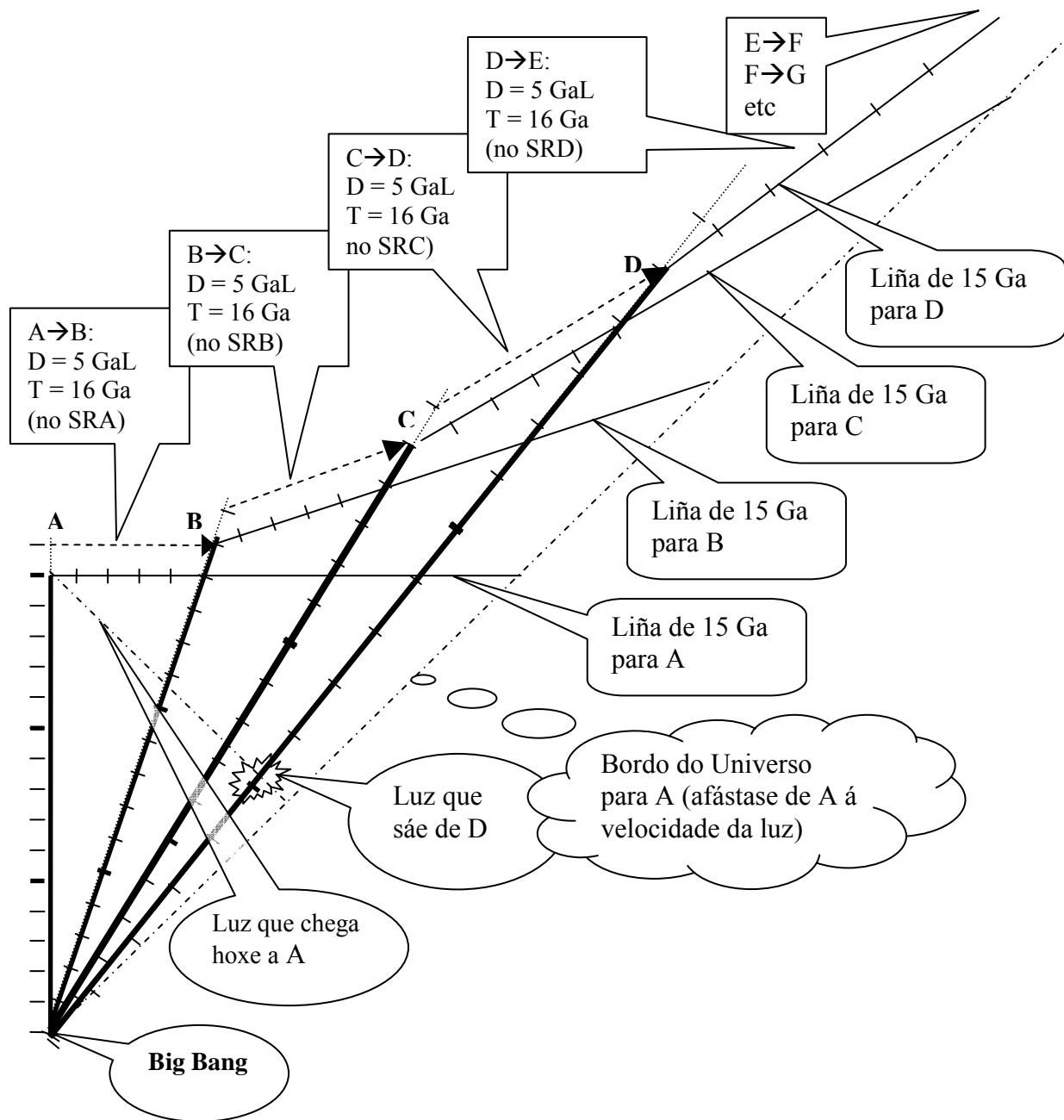
En vertical sitúase a escala temporal



en Ga. Vemos que a nosa idade é de 15 Ga no noso propio sistema de referencia (escala vertical). As burbullas A e C sepáranse de nós a 1/3 da velocidade da luz (100.000 km/s), e a dilatación temporal fai que, para nós, as nosas burbullas veciñas sexan algo máis novas e cumpran os 15 Ga cando nós xa teñamos 16 Ga (figura esquerda). Na figura dereita, móstranse as liñas de simultaneidade para as tres burbullas, e podemos comprobar, por exemplo, que tamén, para a burbulla A, nós (burbulla B) cumprimos 15 Ga cando eles teñan 16 Ga (é dicir, para eles nós somos máis novos, de acordo co que di a Teoría da Relatividade. Aquí non hai “paradoxo dos xemelgos” porque ningúén dá a volta para regresar).

Na páxina seguinte podemos ver como o proceso de construcción da xeometría do Universo se realiza incorporando sucesivamente novas burbullas a partir da A e sempre sobre a escala da anterior, de forma que haxa unha distancia de 5 GaL á seguinte e esta tarde 1 Ga máis en chegar aos 15 Ga de idade.

Na figura seguinte podemos ver que a luz procedente de D chega á Terra logo de viaxar durante 7 Ga (medidos na escala de tempos vertical de A), é dicir, para A saíu cando o Universo tiña 8 Ga.



Con todo, na escala temporal de D vemos que a luz saíu cando D tiña tan só 5 Ga, e esta é a idade que os astrónomos da Terra deben ter en conta á hora de analizar o que ven. É desta forma como se pode viaxar visualmente ata o Big Bang (observando luz emitida desde o mesmo bordo en expansión, no cal o tempo está tan dilatado que aínda non pasou nada).

Doutra banda, se sumamos as escalas espaciais de A a B (5 GaL) coa de B a C e de C a D (outros 5 GaL cada unha) chegamos a ter 15 GaL de A a D (que é o límite do radio do Universo para A), e podemos seguir sumando unidades espaciais indefinidamente. Tamén é ilimitado o número de burbullas que poderíamos situar no gráfico: E, F, G,

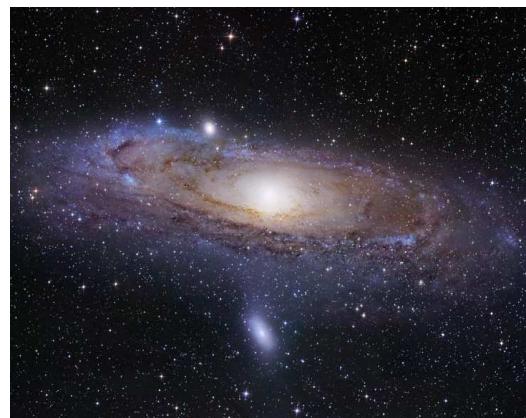
A1.6.3. Universo real

Preséntanse a continuación unha serie de fotografías obtidas por telescopios explorando o Universo a profundidades cada vez maiores (excepto a primeira, que por razóns obvias é unha visión artística da nosa propia Galaxia a partir dos datos coñecidos).

IMAXES do UNIVERSO a DISTANCIAS CRECENTES



0-A nosa Galaxia (visión artística)



1-A galaxia veciña (Andrómeda, a 1 MaL)



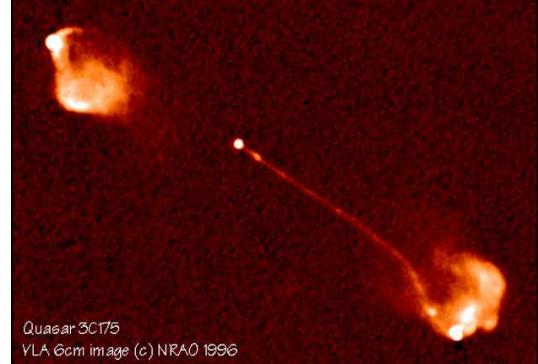
2-Galaxia con supernova a 60 MaL



3-Colisión galáctica a 100 MaL

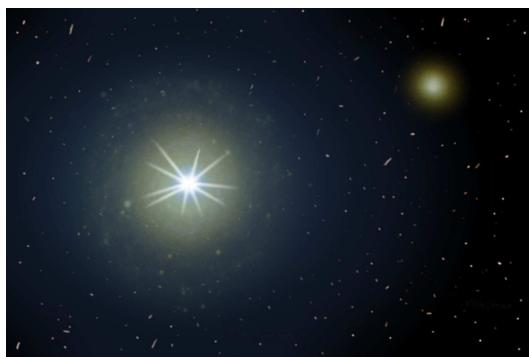


4-Cúmulo Abell de Galaxias a 2 Ga

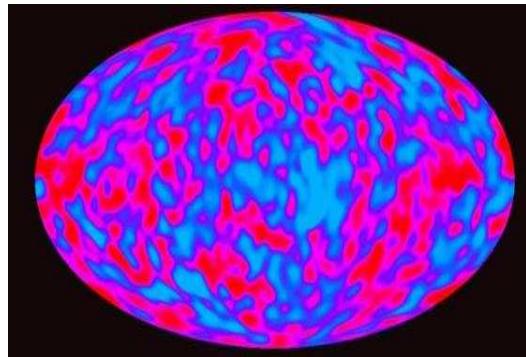


Quasar 3C175
VLA 6cm image (c) NRAO 1996

5-Quasar emite chorro de protóns a 5 GaL



6-Quasar a 10 GaL



7-Radiación cósmica a 14,7 GaL

Na páxina seguinte preséntase un marco xeométrico no que se incorporan ditas fotografías (en pequenos cadros grises coa mesma numeración das fotos) como pezas dun xigantesco rompecabezas espazotemporal.

Recoméndase comezar a realizar a interpretación deste diagrama arriba á esquerda: É unha gráfica espazotempo cuxa orixe corresponde a “aquí e agora” (a nosa Galaxia no momento actual). A escala espacial está en millóns de anos-luz (Mal), e a temporal en millóns de anos (Ma), co que a luz, como sempre, continúa na diagonal. Pódense ver unhas figuras correspondentes ás primeiras fotos da ficha (de números 1 a 3).

Esta gráfica está incluída, a modo de pequena “burbulla de espazotempo”, na gráfica central, na que se presenta a evolución do Universo desde o Big Bang (hai uns 15.000 Ma, é dicir, 15 Ga). Igual que antes, na diagonal de puntos represéntanse as posicións no espazotempo das restantes fotografías (números 4 a 7) no momento en que foi emitida a luz das mesmas.

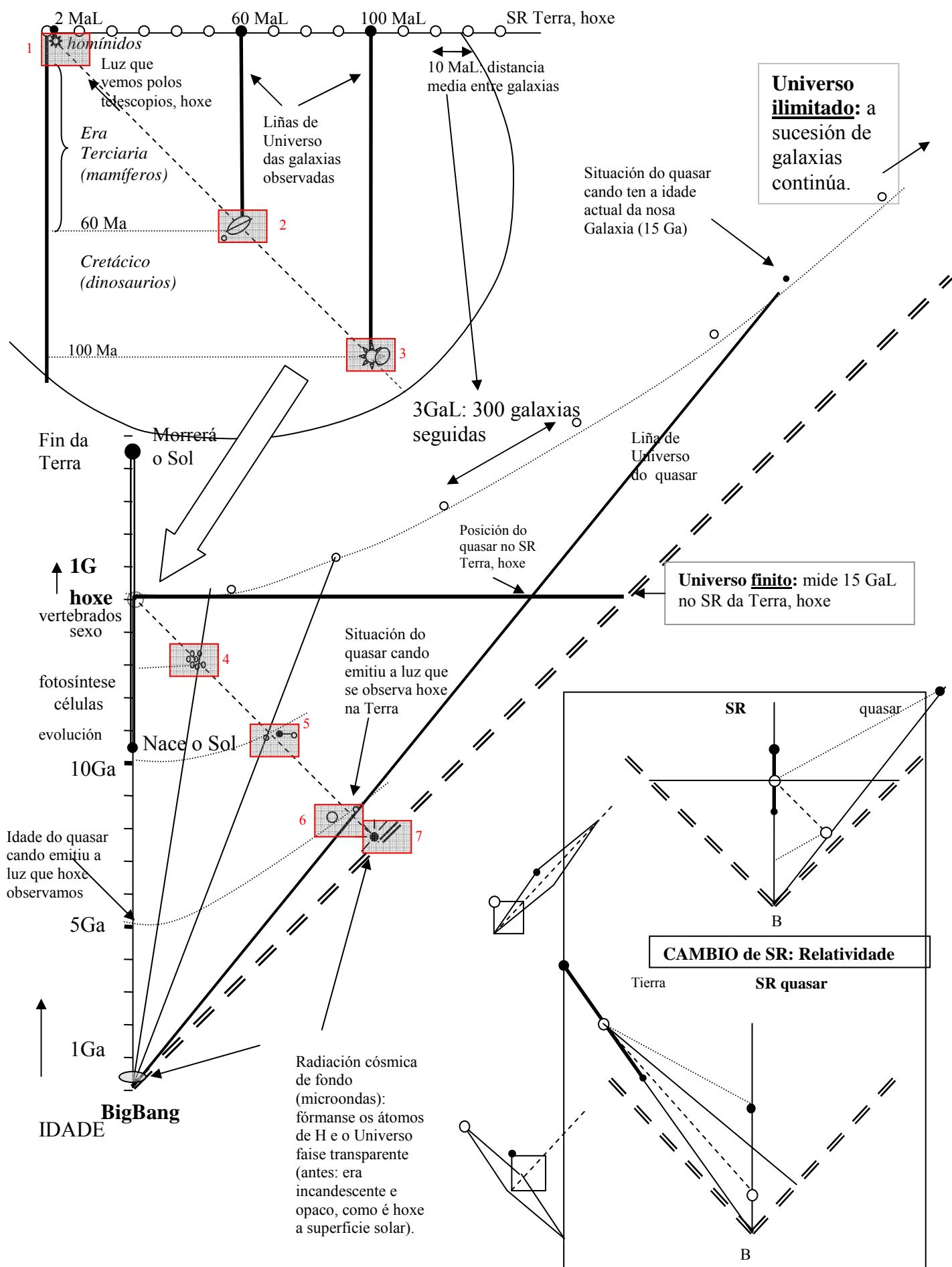
Para cada obxecto, trázase a súa liña no espazotempo, para comprobar cómo a velocidade aumenta coa distancia, de acordo ao observado por Hubble.

Tamén se indica mediante uns puntos (negros ou brancos) no extremo das devanditas liñas o momento no que a “idade” do devandito obxecto (é dicir, o tempo transcorrido desde o Big Bang no seu sistema de referencia) é igual que o noso: 15 Ga.

Podemos ver que a envolvente destes puntos traza unha curva que se volve asintótica co bordo en expansión á velocidade da luz. Esta curva é unha hipérbole, e xa foi obtida de forma gráfica cando construímos a serie de sistemas de referencia con velocidades relativas crecientes.

O conxunto de hipérbolas e de liñas rectas que parten do Big Bang constitúe o que se denominan “coordenadas comóviles”.

Analízase en detalle a liña do quasar (foto 6), a cal se usa nos cadros inferiores da dereita para comprobar que o “bordo do Universo” é relativo.



Podemos observar que o máximo percorrido temporal posible para a luz neste diagrama é de 7'5 Ga, polo que a primeira vista parece imposible poder ver a orixe do Universo no momento do Big Bang (vértice inferior), aínda cos telescopios más potentes.

A última foto corresponde á imaxe da radiación de fondo de microondas obtida polo satélite COBE. Nela pódense observar as irregularidades nunha radiación que estivo viaxando ata nós desde o momento en que o Universo se volvou transparente (cando tiña tan só 0'3Ga de idade). O corremento cara ao vermello da mesma é brutal, tanto que a recibimos coma se procedese dunha fonte de tan só uns poucos graos Kelvin por encima do cero absoluto, cando en realidade eran millóns de graos.

A1.6.4. Paradoxos do Big Bang en detalle

Xa vimos anteriormente os principais paradoxos que aparecen ao tomar en consideración a expansión do Universo ou Big Bang, e cómo son explicadas mediante o modelo de Universo de Einstein. A continuación expoñemos os mesmos paradoxos con algo más de detalle, para podermos entender as diferentes respostas que se poden dar aos mesmos desde imaxes alternativas do Universo en expansión.

-Con respecto ao centro do Universo:

-A experiencia de Hubble demostra que estamos no centro dun Universo que se expande. Mais pola Teoría da Relatividade, o repouso é relativo. Entón, calquera galaxia podería estar no centro igual que a Vía Láctea.

Como é posible que unha figura teña varios centros igualmente válidos?

-Con respecto ao bordo do Universo:

-O límite do Universo está onde as galaxias se separan de nós coa velocidade da luz. Mais ese límite non pode existir, xa que se nos situássemos no sistema de referencia dunha galaxia situada case no bordo pareceríanos estar no centro do Universo, coa Vía Láctea ao bordo do Universo e en sentido contrario (onde supostamente estaría o bordo visto desde a Vía Láctea) aínda habería tanto Universo como ata a Vía Láctea. Isto, está claro, sempre que o espazo sexa isótropo en todas partes.

-Con respecto a si se pode ver todo o Universo

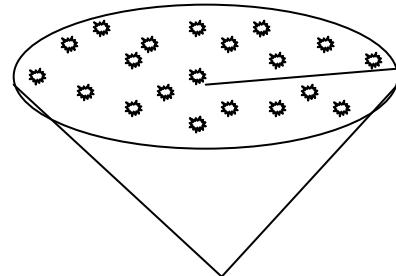
-O Universo visible ten un límite, que está onde as galaxias retroceden á velocidade da luz. mais o Universo no seu conxunto non ten límites, polo que debe conter partes que non poidamos ver desde a Terra.

-Non existen partes do Universo que non poidamos ver cos nosos telescopios. A razón está en que, de existir eses lugares, as partículas que contivesen estaríanse separando de nós a velocidades superiores á da luz, e iso é imposible de acordo á Teoría da Relatividade.

-Mais o que se separa de nós non son as galaxias, senón o espazo en que están contidas. Por iso, as galaxias que non podemos ver non levan unha velocidade superior á da luz, senón que son “arrastradas” polo espazo en expansión, cuxa velocidade non vén limitada pola Teoría da Relatividade porque o devandito límite afecta aos obxectos materiais, non ao espazo en si.

-Con respecto ao número de galaxias que hai no Universo

Se o Universo o limitado, entón ten necesariamente que haber un número limitado de galaxias no mesmo. Utilizando a figura da dereita, na que o disco representa en dúas dimensíons ao Universo esférico tridimensional que se vai expandindo desde un punto, vemos que se as galaxias se reparten de forma uniforme como os grans de arroz dunha paella, o número de grans non pode ser ilimitado.



As observacións demostran que o Universo é isotrópico e homoxéneo a grande escala, é dicir, que a distribución de galaxias se volve uniforme coma se se tratase das partículas dun gas, é dicir, a densidade de galaxias por unidade de volume é a mesma en todas partes. Unha estimación de dita densidade uniforme de galaxias a grande escala ofrece un valor de 1 millón de galaxias cada GaL^3 : $d = 10^6 \text{ gxs/ GaL}^3$.

Dado que o tamaño do Universo é limitado (estamos nunha esfera de 15 GaL de radio, o número de galaxias virá dado polo produto da densidade uniforme a grande escala e o volume do Universo. Como o volume dunha esfera é aproximadamente $4 r^3$, temos que o volume do Universo é de $4 \cdot (15 \text{ GaL})^3$, o que da un valor aproximado de 10.000 GaL^3 .

Multiplicando o volume pola densidade teremos o número de galaxias no Universo:

$$N = V \cdot d = 10.000 \text{ GaL}^3 \cdot 10^6 \text{ gxs/ GaL}^3 = 10^{10} \text{ gxs}, \text{ ou o que é o mesmo, } 10 \text{ mil millóns de galaxias.}$$

Con todo, se o Universo non ten bordo, debería ter un número ilimitado de galaxias.

-Con respecto aos límites do Universo

Estamos nun Universo limitado ou nun ilimitado?

Sabemos que a distancia a que se atopan as galaxias que podemos ver ten un límite, que é de 15 GaL .

Se o Universo é limitado, semella que tería que ter un bordo, e nese caso o espazo non sería isótropo en todas partes, a non ser que teña unha curvatura positiva como a da superficie terrestre

(mais en catro dimensións). A curvatura do Universo (no espazo) é unha cuestión aberta e depende en gran medida da densidade de masa e enerxía globais.

No caso de que o Universo tivese curvatura espacial nula, sería posible compaxinar a existencia dun límite como o que hai a 15 GaL coa ausencia de bordos (para manter a isotropía espacial)?

-*Con respecto á escala de distancias*

As observacións a grande escala do Universo presentan unha imaxe parecida a unha esponxa, é dicir, con grandes estruturas como supercúmulos e filamentos que se atopan rodeando enormes burbullas de moita menor densidade. Estas burbullas teñen diámetros da orde de 1 GaL, e ímolas a usar como “regras” para ilustrar o seguinte paradoxo:

Se o diámetro de cada burbulla é da orde de 1 GaL e podemos contar ata máis de 20 destas burbullas alineadas nunha determinada dirección desde a Terra, isto quere dicir que as súas distancias sumadas serán da orde de 20 GaL, é dicir, máis que a distancia ata o bordo do Universo.

-*Con respecto á visión do pasado*

Sabemos que ao observar por un telescopio estamos mirando o pasado. De feito, xa o facemos ao ver a luz da Lúa, que saíu de alí algo máis dun segundo antes de chegar á nosa vista. Ou a luz do Sol, que tarda 8 minutos en cruzar ata nós. As estrelas que vemos pola noite móstrannos unha luz que saíu posiblemente antes de que nacésemos, e o obxecto máis afastado visible a primeira vista é a galaxia de Andrómeda, a nosa veciña. Cando a damos visto, estamos viaxando a un pasado moi remoto, pois hai un millón de anos que saíu a súa luz de alí. Mais cos telescopios pódese ir moi máis alá. De feito, existen imaxes da radiación cósmica de fondo tomadas polo satélite COBE nos primeiros instantes do Big Bang.

Como é posible isto se ningunha radiación pode viaxar máis veloz que a luz? Dado que o Big Bang ocorreu hai uns 15 GaL, a radiación de fondo que recibimos debe estar viaxando todo ese tempo, mais entón debería proceder dun punto situado a 15 GaL de nós no momento de ser emitida. O fotón de radiación máis antigo capaz de chegar neste momento ata nós debería proceder do bordo do Universo en expansión cando este tiña a metade da idade actual, é dicir, 7'5 Ga, para así poder estar percorrendo toda esa distancia de 7,5 GaL durante o tempo restante!

Para responder a estas e outras cuestións, deberemos entender cal é a xeometría do Universo producida pola Gran Explosión.

Máis adiante analizaremos cómo na xeometría presentada teñen resposta os interrogantes e paradoxos anteriores.

A continuación expoñeremos de forma visual varios modelos ou imaxes do Universo en expansión que son incorrectas ou incompletas. Os modelos construídos desta forma aplican ideas que corresponden en gran medida con conceptos de espazo e tempo xurdidos ao longo da Historia e que

xa foron visualizados anteriormente en relación coas transformacións de SRI. A presentación dos modelos alternativos de Universo en expansión, desde esta perspectiva, pode ser vista como unha aplicación adicional das explicacións realizadas no seu momento para cada modelo.

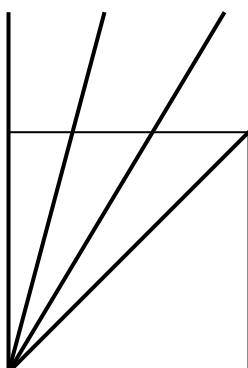
Aínda que os modelos visuais de Universo que analizaremos remitirémoslos aos nomes de científicos que vimos ao longo das explicacións anteriores da Teoría da Relatividade (Aristóteles, Galileo, FitzGerald e Einstein), non debemos interpretar isto como indicio de que realizasen algunha contribución no campo da Cosmoloxía (a maioría deles nin sequera sospeitaban da existencia de galaxias).

Faremos a asociación para poder entender a base visual das características de cada modelo, posto que se poden explicar acudindo ás correspondentes gráficas espazotemporais xa vistas. Recordemos que, en realidade, tampouco foron aqueles científicos os que usaron ditos diagramas espazotemporais para explicar as súas propostas, polo que neste caso a situación é similar.

u

A1.6.5. Visualización da expansión douniverso de acordo co espazo absoluto de Aristóteles

Aristóteles nin sequera sospeitou da existencia de galaxias, non digamos xa das restantes estruturas e propiedades do Universo tal e como o coñecemos actualmente, con todo é posible aplicar a súa idea dun espazo absoluto para visualizar a expansión de Hubble.

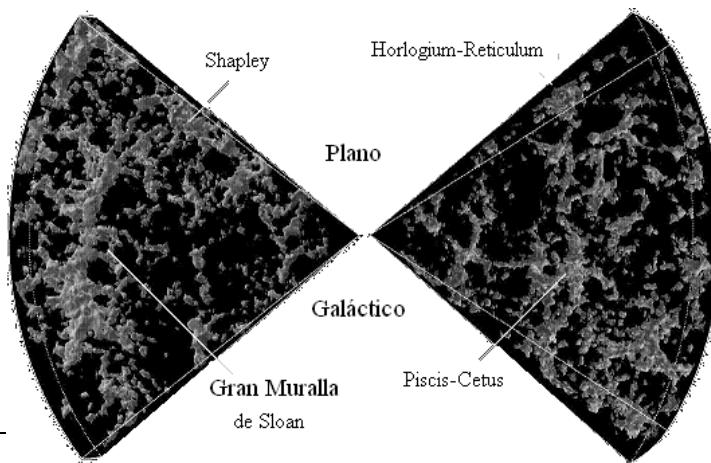


En primeiro lugar, aplicaremos a noción aristotélica de espazo absoluto para explicar a existencia de varios obxectos (galaxias) que se desprazan afastándose de nós a unha velocidade proporcional á distancia a que se atopan.

Podemos ver a situación anterior representada no cadrado unitario do noso sistema de referencia.

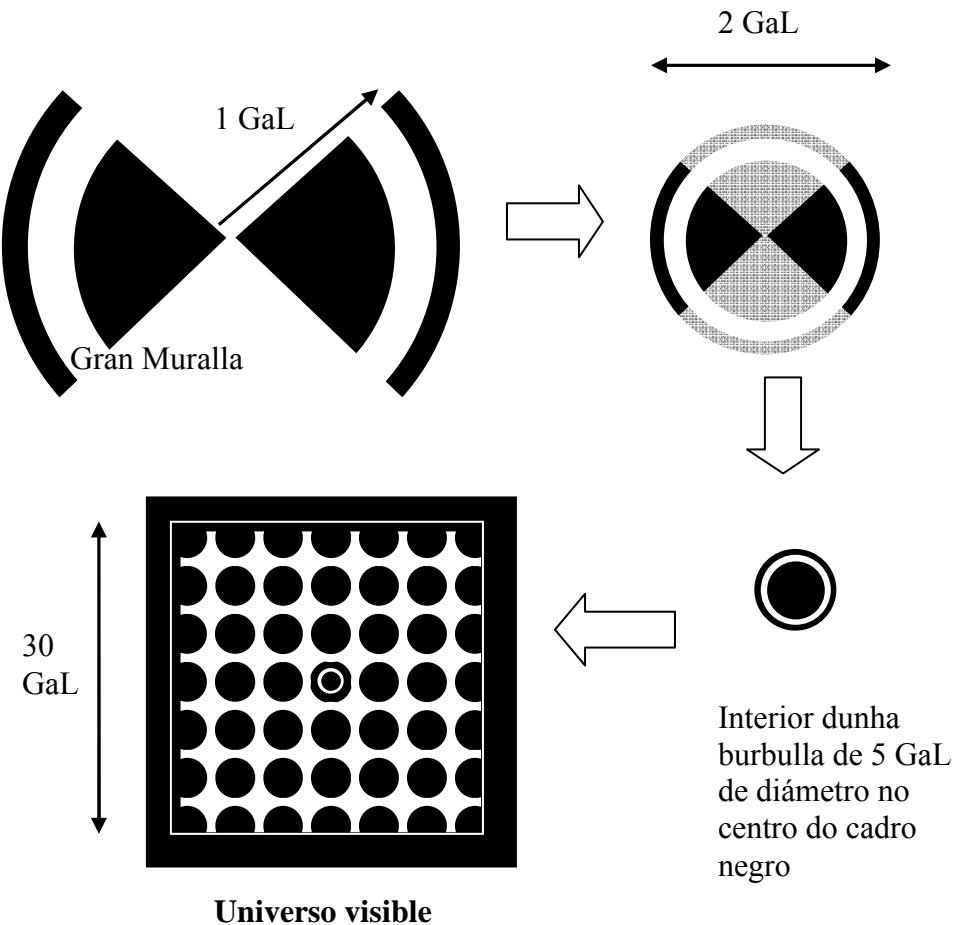
A inclinación de cada liña vai facéndose maior a medida que os obxectos están máis afastados de nós.

A continuación, aplicaremos dita idea a un modelo de Universo baseado nas observacións realizadas ás maiores escalas: A distribución de galaxias é bastante uniforme, aínda que existen grandes baleiros (a modo de burbullas) que están separados por grandes estruturas en forma de filamentos ou láminas (como a chamada “Gran Muralla”, a máis



próxima, que está a 1 GaL de distancia), cuxas dimensíons se miden en GaL.

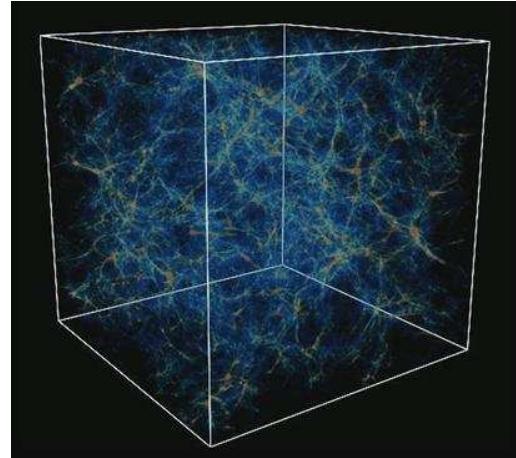
Podemos ver na figura da dereita unha representación do Universo ata unha distancia de 1 GaL ao redor da Vía Láctea (as partes en branco corresponden ao plano da nosa galaxia, que nos impide ver o que hai por detrás nesas direccións).

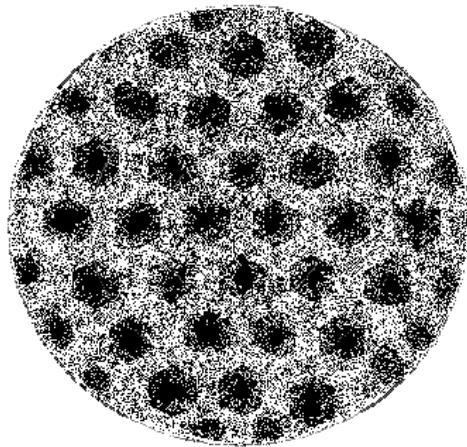


Pódese apreciar que estamos no interior de algo parecido a unha burbulla, rodeada de grandes agrupacións galácticas (*superclusters* en inglés),

Nas figuras anteriores podemos ver cómo dita enorme estrutura que nos rodea non é máis que unha das moitas burbullas que compoñen o Universo, modelizado como un cadrado negro de 30 GaL de lado. En realidade, este cadrado sería unha proxección en dúas dimensíons da imaxe tridimensional do Universo que podemos ver encaixada nun cubo de 30 GaL de lado.

Consideraremos un modelo hipotético simplificado en que colocamos estruturas deste tipo ao redor de baleiros globulares (que chamaremos *burbullas*). A distancia entre as burbullas será a mesma, de 5GaL para podela usar como referencia de medida espacial. A figura espacial resultante será a seguinte:





Vemos que este Universo ten forma de círculo, limitado por unha circunferencia. Como estamos usando unha simplificación bidimensional, non debemos esquecer que en realidade o espazo sería unha esfera delimitada por unha superficie esférica.

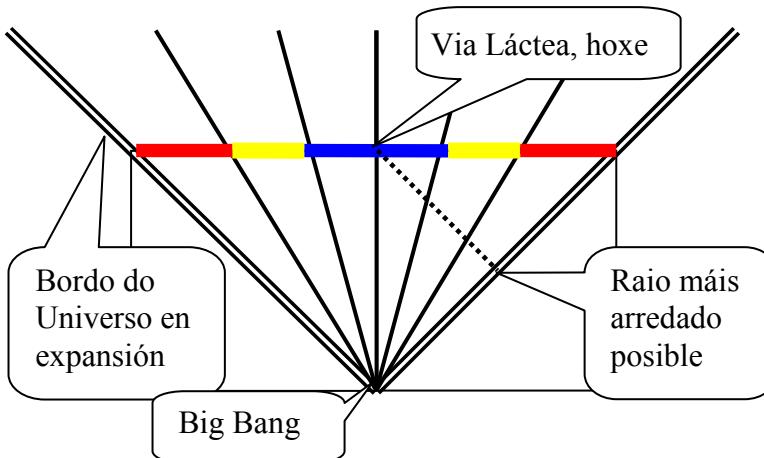
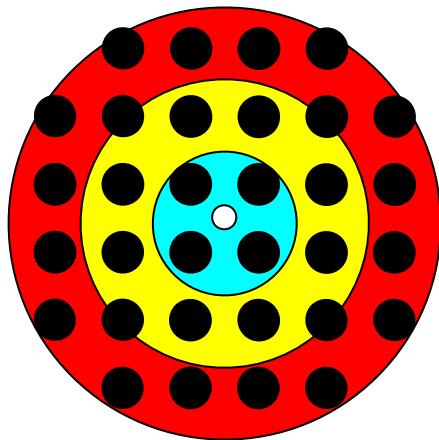
Imos introducir un elemento máis, que foi o usado por Hubble para medir a velocidade de afastamento das galaxias: O corrimiento cara ao vermello (efecto Doppler) da luz que nos chega desde elas. Aquí representaremos cunha

cor azul a luz das galaxias más próximas, amarela as intermedias e vermella as más afastadas.

Finalmente, incorporaremos esta imaxe do Universo nunha gráfica espazotemporal como a exposta para representar as ideas de Aristóteles dun espazo absoluto.

Hai que ter en conta que aquela figura representaba soamente a metade do que sería o Universo, polo que incorporaremos outra metade igual cara ao lado contrario.

Tamén, neste caso, facemos unha redución adicional de dimensións espaciais, pasando das dúas do noso modelo a unha única, como viñemos facendo ata agora. Deste xeito, podemos relacionar a figura coas nosas anteriores imaxes visuais.



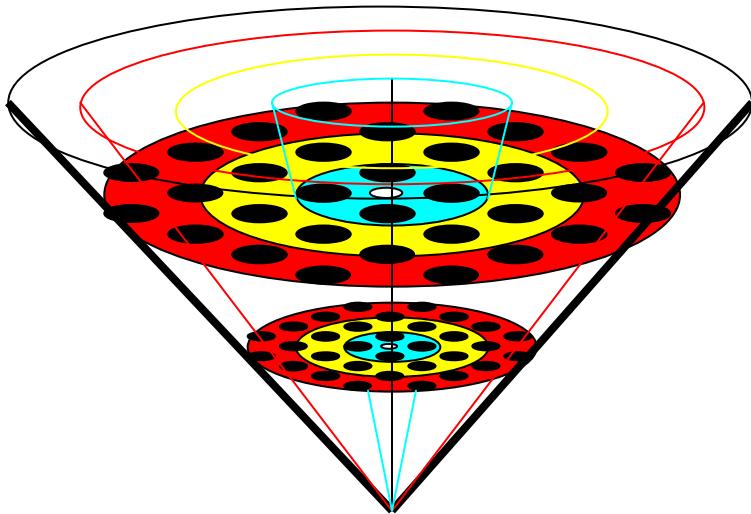
Agora podemos incorporar a imaxe do Universo á gráfica espazotemporal para obter a figura seguinte.

Nela podemos observar (en relación cos paradoxos expostos ao comezo desta parte) que o Universo modelizado de acordo ás ideas aristotélicas ten un centro e un bordo

definidos, que se pode ver todo o Universo, que o número de galaxias é limitado, que o Universo en si tamén é limitado, que a escala espacial non sofre alteracións ao longo de todo o Universo e que podemos ver o pasado, como máximo, ata 7,5 Ga.

Isto último é así porque na liña de puntos da gráfica unidimensional podemos recoñecer o percorrido dun raio de luz procedente do punto máis afastado posible do Universo (posto que máis

aló das liñas dobles non hai nada, xa que representan o bordo do universo que se expande á velocidade da luz). Vemos que o momento en que dito raio de luz sae do bordo do Universo cara a nós é á metade da idade que temos, é dicir, hai 7,5 Ga.



Este modelo é bastante intuitivo e ten o perigo de servir de “refuxio” mental ante determinadas inconsistencias do modelo galileano que veremos a continuación, como a posibilidade de que existan mundos “paralelos” inaccesibles para nós. O principal problema intuitivo deste modelo radica na existencia dun bordo para o Universo, unha situación semellante á existente na Terra antes de que o propio Aristóteles, entre outros, establecese a súa esfericidade: Que sucede ao chegar ao bordo da Terra plana? O modelo esférico da Terra resolveu este problema eliminando o bordo ao introducir unha curvatura positiva, e abre con iso a posibilidade de realizar viaxes de tipo circular ao redor do planeta, como confirmaron séculos despois os navegantes ibéricos.

Esta proposta é moi atractiva para a literatura de ciencia-ficción, pois permite crear moitas situacións imaxinarias que sorprenden ao lector e están apoiadas nun carácter supostamente científico (o “todo vale” que aplican a maioría das persoas ante a ciencia moderna e que pretendemos contribuír a evitar con estas explicacións visuais).

Este modelo é bastante intuitivo e ten o perigo de servir de “refuxio” mental ante determinadas inconsistencias do modelo galileano que veremos a continuación, como a posibilidade de que existan mundos “paralelos” inaccesibles para nós. O principal problema intuitivo deste modelo radica na existencia dun bordo para o Universo, unha situación semellante á

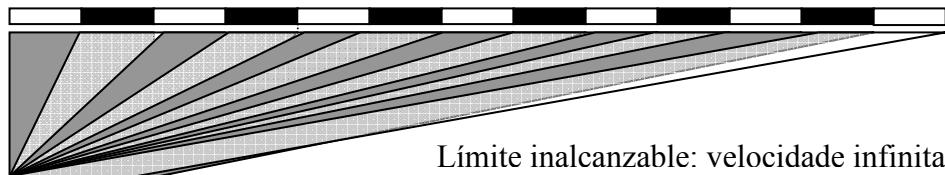


A1.6.6. Visualización da expansión do Universo de acordo coa relatividade de Galileo

Galileo tampouco sospeitou da existencia de galaxias, nin do Universo tal e como o coñecemos actualmente, con todo é posible aplicar a súa idea dun espazo infinito, ilimitado e isótropo, cun tempo absoluto e unhas escalas espaciais inmutables mais cun *Principio de relatividade* que permitía considerar como equivalentes entre si todos os sistemas de referencia que se desprazan uns doutros a velocidade constante (como é o caso das galaxias) para visualizar a expansión de Hubble.

En primeiro lugar, aplicaremos a noción galileana de transformación de SRI para explicar a existencia de varios obxectos (galaxias) que se desprazan afastándose de nós a unha velocidade proporcional á distancia a que se atopan.

Podemos ver a situación anterior representada no cadrado unitario do noso sistema de referencia. A inclinación de cada liña vaise facendo maior a medida que os obxectos están más afastados de nós.



Polo principio de relatividade, sabemos que o noso sistema de referencia non ten nada de especial con respecto a calquera outra galaxia, polo que o centro do Universo é relativo: Todo observador pensará que está no centro. O mesmo sucede, polo tanto, cos bordos. O bordo do Universo visible, para cada observador, será unha esfera de 15 GaL de radio que non coincidirá de maneira total coa doutro observador. Á dereita, temos unha imaxe do devandito Universo visible, como un círculo branco de 30 GaL de diámetro que estaría encaixado dentro dun Universo de tamaño ilimitado.

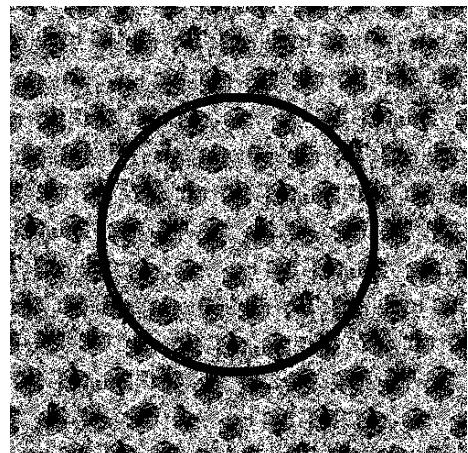
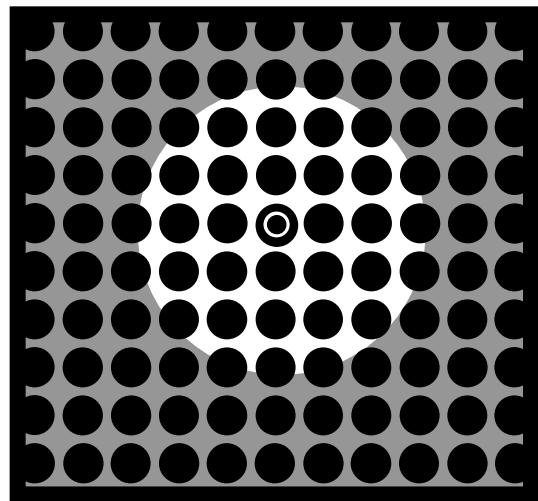
Aplicaremos dita idea a un modelo de Universo baseado nas observacións realizadas ás maiores escalas (igual que fixemos para o caso anterior): A distribución de galaxias é bastante uniforme, aínda que existen grandes baleiros (a modo de burbullas) cuxas dimensións se miden en GaL.

A distancia entre as burbullas será a mesma, de 5GaL para podela usar como referencia de medida espacial.

A diferenza do caso anterior, o noso modelo de Universo non é limitado, senón que se estende en todas direccións ata o infinito.

A figura espacial resultante será a seguinte:

Vemos que este Universo ten forma dun plano (que sería en realidade un espazo tridimensional), no que a parte visible aparece marcada por unha circunferencia (que sería unha superficie esférica).

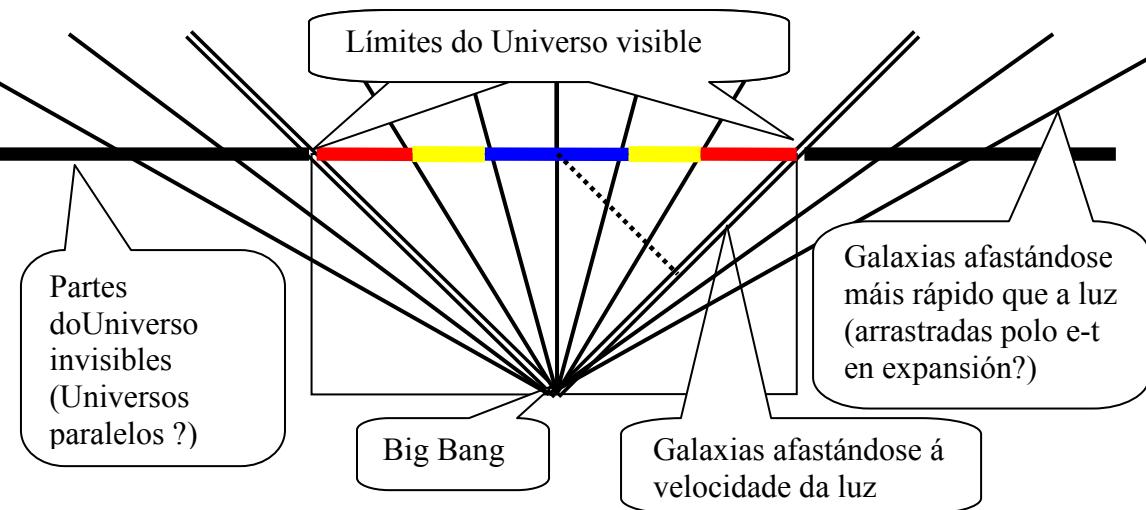
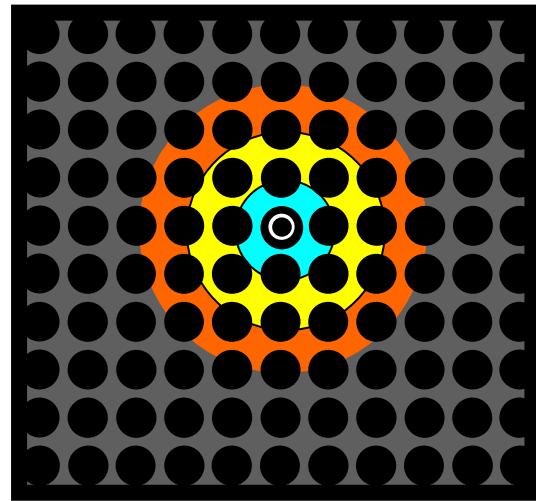


Vemos un círculo semellante ao do caso aristotélico, só que o seu significado é diferente: Non indica bordo ningún para o Universo como conxunto de galaxias, senón que tan só indica aquelas que son visibles para nós. As que están fóra do círculo afástanse de nós máis rápido que a luz, polo que nunca as poderemos ver.

Imos introducir tamén o corrimiento cara ao vermello (efecto Doppler) da luz que nos chega desde as galaxias visibles para nós. Do mesmo xeito que antes, representaremos cunha cor azul a luz das galaxias más próximas, amarela as intermedias e vermella as más afastadas.

Finalmente, incorporaremos esta imaxe do Universo nunha gráfica espazotemporal como a exposta para representar as ideas de Galileo dun espazo infinito, isótropo e con centro relativo.

Hai que ter en conta que aquela figura representaba soamente a metade do que sería o Universo, polo que incorporaremos outra metade igual cara ao lado contrario.

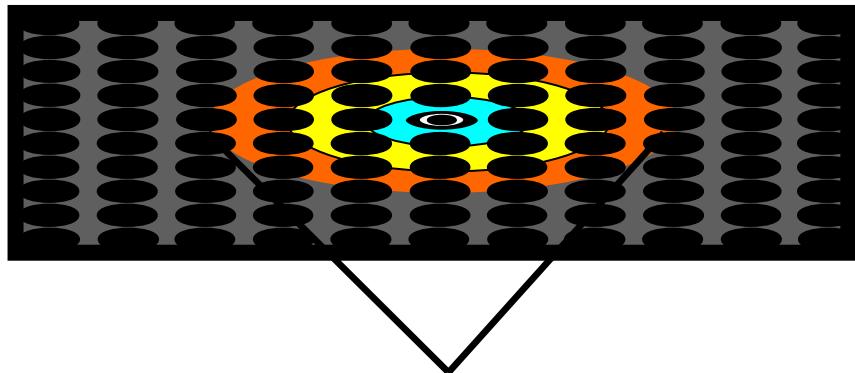


Tamén, neste caso, facemos unha redución adicional de dimensións espaciais, pasando das dúas do noso modelo a unha única, como viñemos facendo ata agora. Deste xeito, podemos relacionar a figura coas nosas anteriores imaxes visuais.

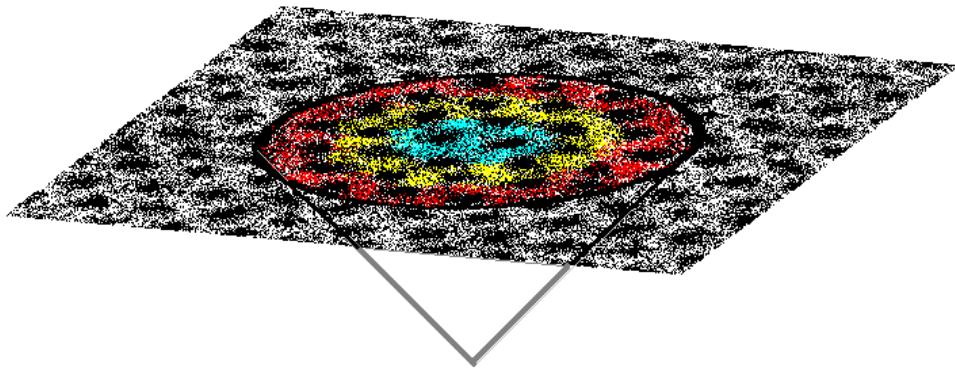
Agora podemos incorporar a imaxe do Universo á gráfica espazotemporal para obter a figura seguinte.

Nela podemos observar (en relación cos paradoxos expostos ao comezo desta parte) que o Universo modelizado de acordo coas ideas galileanas non ten centro nin bordo definidos, que non se pode ver

todo o Universo, que o número de galaxias é infinito, que o Universo en si tamén é ilimitado, que a escala espacial non sofre alteracións ao longo de todo o Universo e que podemos ver o pasado, como máximo, ata 7,5 Ga.



Isto último é así polas mesmas razóns que para o caso aristotélico. No hipotético caso de que unha das galaxias exteriores ao círculo emitise luz en dirección cara a nós, dita luz, desde o noso sistema de referencia, non avanzaría senón que retrocedería (porque as velocidades, para Galileo, se suman).



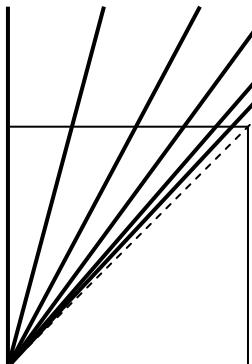
Este modelo é comunmente utilizado para explicar o Universo porque supuestamente libérao da existencia de límites. Con todo, a imaxe dunha infinidade de mundos que non nos son accesibles e non o serán nunca soamente é interesante para os escritores de ciencia-ficción (pois permite especular sen consecuencias sobre as características duns “Universos paralelos” aos cales o astrónomo investigador nunca poderá chegar para confirmar ou refutar as súas especulacións).

Tamén neste modelo se introducen aspectos como unha suposta aceleración da expansión do Universo que permitiría ás galaxias más afastadas术desaparecer detrás do “horizonte de sucesos” ou bordo do Universo, dando pé a especulacións diversas sobre un futuro en que as nosas posibilidades de exploración se reducirían a un Universo-illa formado por un cúmulo galáctico local rodeado do baleiro, xa que as restantes estruturas terían术desvanecido detrás da devandita barreira inalcanzable polos nosos instrumentos.

É habitual usar argumentos de “sentido común” ao discutir a favor ou en contra dun ou outro destes modelos incorrectos do Universo. Veremos a continuación que a xeometría do espazotempo permite atopar unha imaxe coherente que está libre das contradicións mencionadas.

A1.6.7. Visualización da expansión do Universo mediante a contracción espacial de FitzGerald

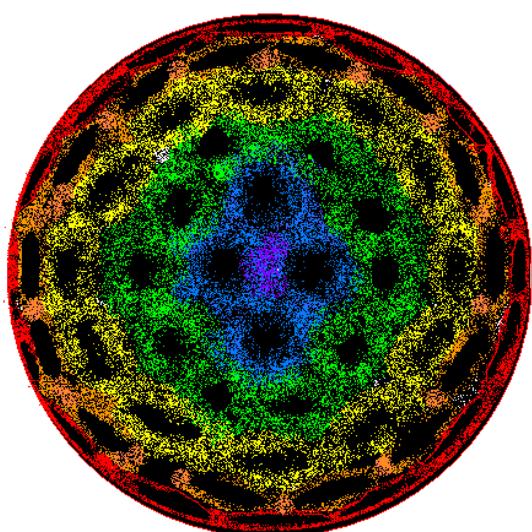
Do mesmo xeito que a proposta de FitzGerald para explicar o resultado do experimento de Michelson contribuíu cun aspecto moi importante da Teoría da Relatividade como é o concepto de contracción espacial, pódese adaptar a devandita idea para salvar a contradición existente entre o tamaño definido do Universo e o seu carácter ilimitado e sen bordos.



Na figura da esquerda podemos ver unha composición de velocidades nun sistema de referencia absoluto semellante ao aristotélico, mais cunha diferenza: Agora as dimensíons espaciais contráense de acordo co establecido por FitzGerald para xustificar o experimento de Michelson.

Desta forma, a medida que as galaxias, de acordo coa lei de Hubble, se van afastando con máis velocidade de nós, vanse contraendo, de forma que o conxunto do Universo galileano anterior cabe agora na esfera aristotélica de 15 GaL de radio.

Para darnos unha idea de como isto é posible, imaxinemos que a contracción espacial fose tal que ao pasar dunha burbulla a outra (recordemos que eran equivalentes na súa separación) se van contraendo á metade. Nese caso, a distancia total que abarcarián sería equivalente a sumar os tamaños de cada burbulla. E isto equivale á serie $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} \dots$



Sabemos que a suma destes infinitos termos é igual a 3 (xa que ao engadir cada un o único que facemos é cortar pola metade a distancia que nos separa aínda de devandito límite, non chegando deste xeito a alcanzalo nunca).

Ao aplicar a devandita contracción ao modelo de Universo de Galileo visto anteriormente, teremos a seguinte situación:

Agora xa non ocupamos todo o universo visible con tres franxas de 5 GaL cada unha (como pasaba nos casos aristotélico e galileano), senón que teremos moitas máis franxas na devandita esfera de

radio limitado (15 GaL), de feito teremos infinitas franxas, cada unha máis estreita que as anteriores. Para ilustrar esta idea, representamos cinco franxas, incorporando dúas cores máis: verde (entre a azul e a amarela) e laranxa (entre a amarela e a vermella).

Para ver mellor a variación de tamaño das franxas, presentamos unha figura adicional na que aparecen as burbullas como formas negras de bordos definidos. Hai que ter en conta que a última franxa representada non sería en realidade a última, senón que pegadas a ela habería unha infinidade

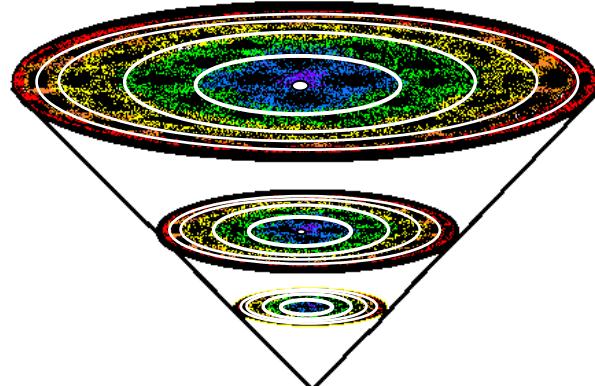
de novas franxas cada vez más delgadas, acomodando deste xeito todo o Universo infinito anterior na devandita figura.

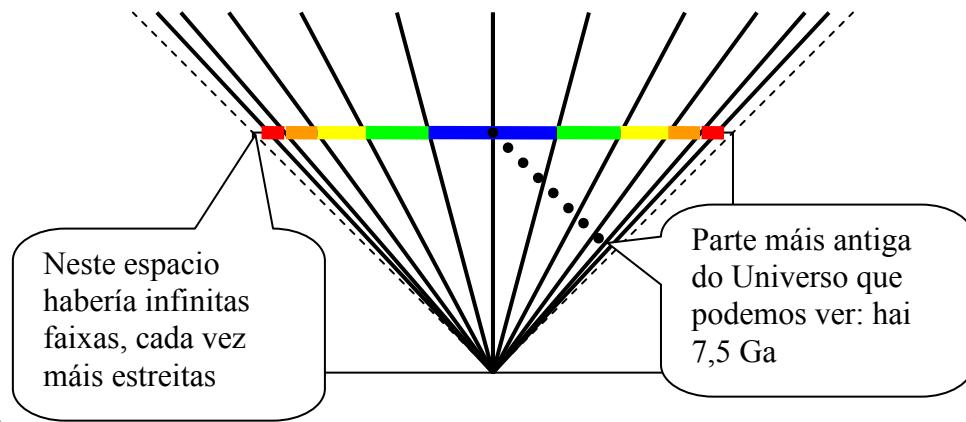
O resultado visual para a expansión do Universo sería o seguinte, no que podemos ver cómo a medida que pasa o tempo o disco vai facéndose cada vez más grande, aínda que a proporción entre as súas partes permanece igual.

Nela podemos observar (en relación cos paradoxos expostos ao comezo desta parte) que o Universo modelizado tendo en conta a contracción espacial de

FitzGerald ten centro e bordo definidos, que si se pode ver todo o Universo, que o número de galaxias é infinito, que o Universo en si tamén é ilimitado, que a escala espacial si sofre alteracións ao longo de todo o Universo (vaise contraendo a medida que nos afastamos do centro) e que podemos ver o pasado, como máximo, ata 7,5 Ga.

Isto último é así polas mesmas razóns que para os casos aristotélico e galileano.



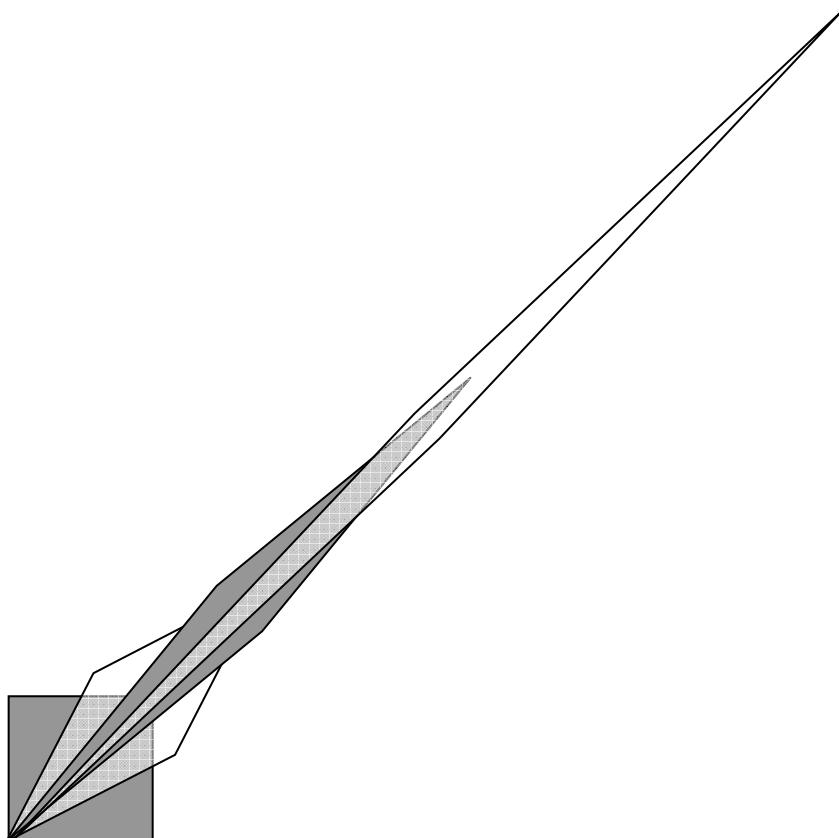


A razón está no tempo absoluto, algo que é común para os tres modelos vistos.

A1.6.8. Visualización da expansión do Universo mediante a Teoría da Relatividade de Einstein

Finalmente, imos aplicar as ideas de Einstein e Minkowski (transformación de Lorentz e xeometría do espazotempo) para visualizar o modelo de Universo correspondente. Este é o modelo aceptado actualmente como correcto.

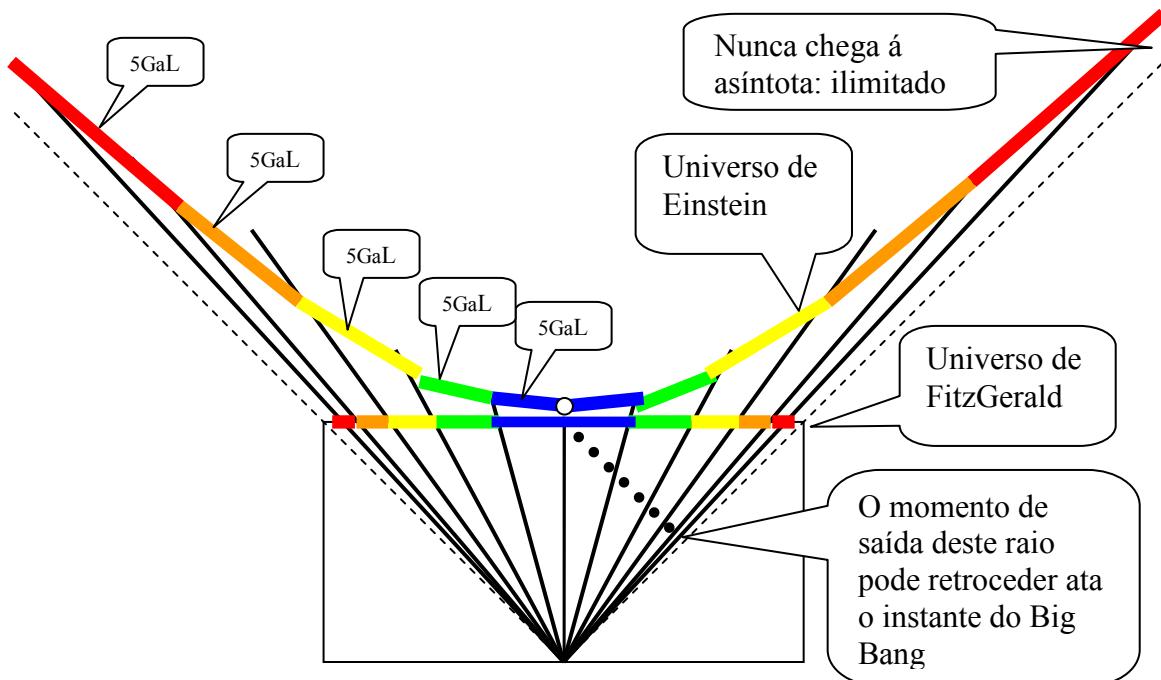
En primeiro lugar, recuperaremos a figura que ilustraba cómo se representa unha serie de sistemas de referencia en movemento relativo sucesivo. Vemos que cada sistema se vai estirando na diagonal da súa dirección de movemento e contraendo na dirección contraria.



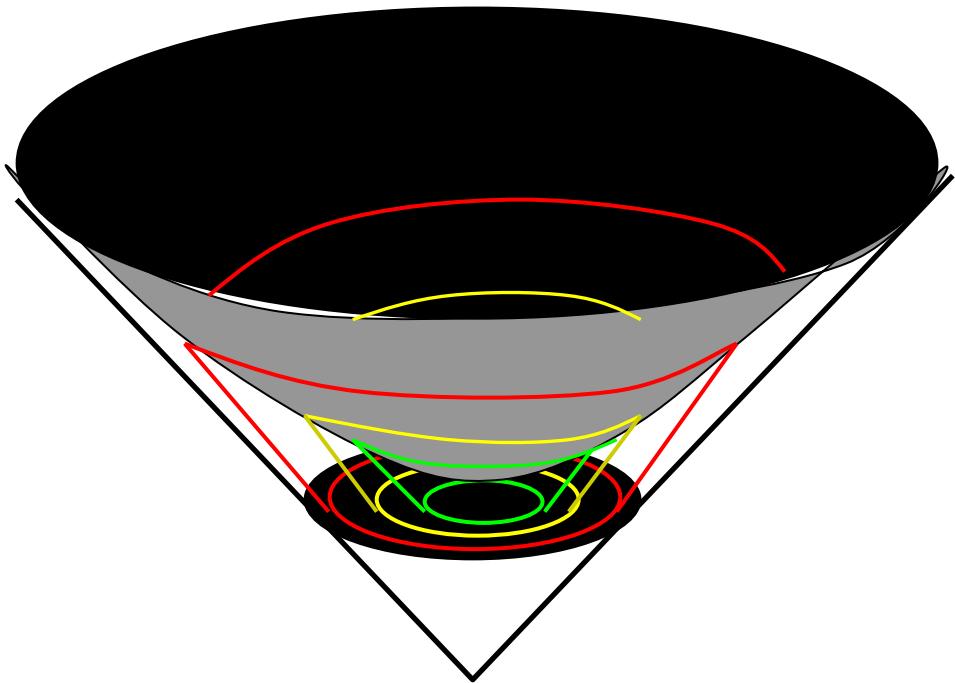
Se aplicamos isto á serie de burbullas que representa o noso modelo de Universo, podemos ver que equivale ao modelo de FitzGerald mais estendido tamén na dirección temporal.

Podemos ver que a figura resultante é unha hipérbole equilátera que se estende sen límite cara ás asíntotas (que son raios de luz), mais sen chegar nunca a elas.

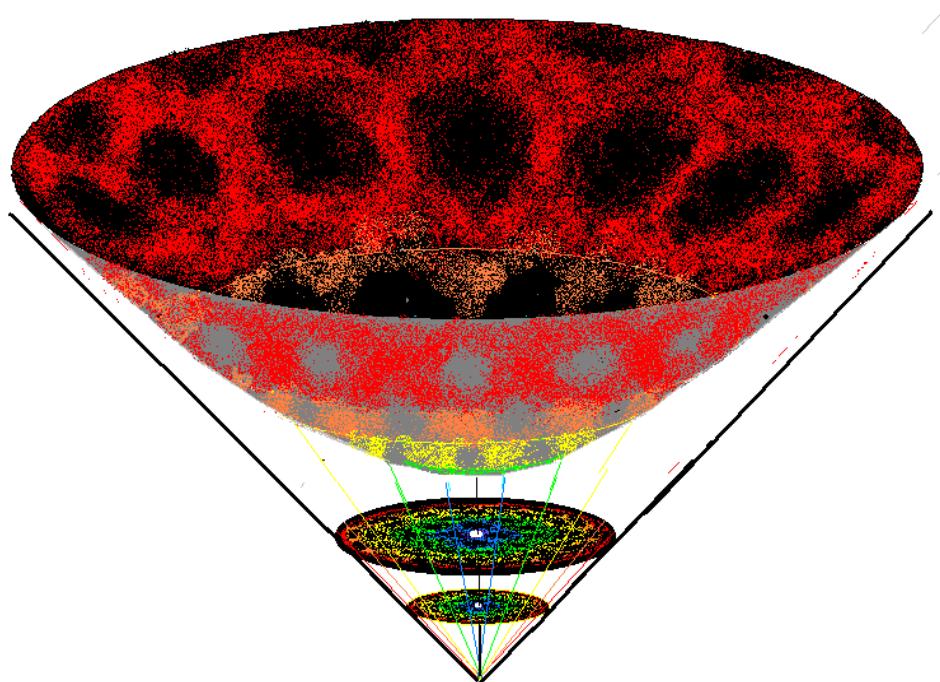
Doutra banda, tamén podemos ver que a luz que chega a nós desde os confíns deste Universo faino desde liñas de tempo cada vez más dilatadas (é dicir, desde instantes cada vez más próximos ao momento do Big Bang, tan próximos ao mesmo como sexamos capaces de observar).



Podemos ver que a suma dos tamaños de cada burbulla (lembremos que cada unha tiña 5 GaL de diámetro) supera o radio de 15 GaL do Universo. Na figura anterior representamos 5 destas burbullas alineadas, e os seus tamaños sumados darían 25 GaL, mais poderíamos representar moitas máis.



Este modelo incorpora a contracción espacial (que sería unha proxección plana do espazotempo real, como se pode ver na figura), ao mesmo tempo que a encaixa xunto coa dilatación temporal nunha imaxe xeométrica que sería o equivalente, a escala moito maior, da representación da Terra mediante un globo.



Explicación dos paradoxos do Big Bang polo modelo de Universo de Einstein

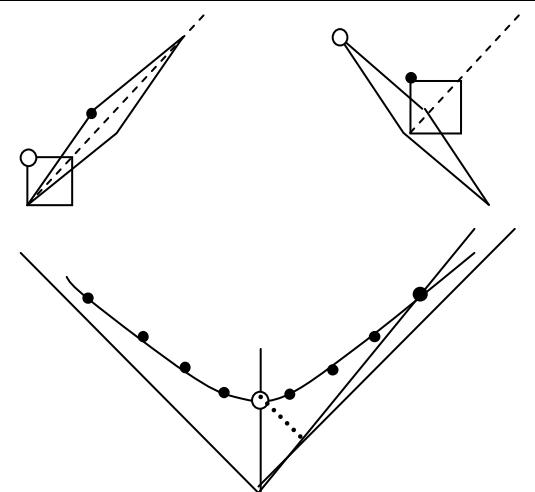
Algúns dos paradoxos presentados en relación coa teoría do Universo en expansión xa foron resoltos durante as explicacións correspondentes.

Deterémonos aquí nas seguintes cuestións particulares:

-*Con respecto ao centro do Universo*

-*Con respecto ao bordo do Universo*

As figuras pequenas da dereita deixan ás claras que o centro e os bordos do Universo son relativos: Se para nós (círculo branco) un quasar (círculo negro) está preto do bordo á dereita, para o quasar son eles os que están no centro e nós os que nos asomamos ao bordo pola esquerda.



-*Con respecto a se se pode ver todo o Universo*

A liña de puntos da dereita explica que si é posible, posto que podemos chegar a ver a luz procedente do mesmo bordo.

-*Con respecto ao número de galaxias que hai no Universo*

Tamén se pode recoñecer na figura anterior a sucesión de obxectos equidistantes (poden ser burbullas ou galaxias), que ao curvarse a liña que os contén e formar unha hipérbole nunca chega a tocar o bordo do Universo, polo que cabe un número ilimitado no Universo de tamaño definido.

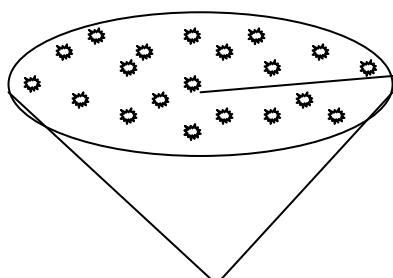
Tamén se pode acudir á contracción espacial (o que denominamos “modelo de FitzGerald”) para xustificar este aspecto inquietante do Universo. Convén lembrar que esta contracción espacial é relativa, é dicir, as galaxias próximas ao bordo están contraídas para nós, que nos vemos no centro dun Universo en expansión.

Mais para un observador situado nunha delas, o Universo estaríase expandindo ao seu arredor de xeito uniforme, e a nosa Vía Láctea estaría moi preto do bordo do Universo e sería delgada como unha folla de papel.

Tamén se pode acudir a gráficos como o de Escher da dereita para explicar a clase de xeometría espacial existente nun

Universo coa estrutura
espazotemporal descrita
para o Big Bang.

Vemos que as figuras (que representan morcegos mais poderían ser igualmente as burbullas de que se compón o Universo a grandes escalas) contráense a medida que están más afastadas do centro, polo que no disco (que representaría a esfera de Universo de 15 GaL de radio) caben unha infinidade de tales figuras.



Cando ilustrabamos o paradoxo coa figura da esquerda, estabamos deixando de lado calquera dos efectos comentados.

-Con respecto aos límites do Universo

Este feito é evidente na construcción visual realizada e, para explicalo, pódese acudir á imposibilidade de que unha galaxia se separe de nós a velocidades superiores á da luz, polo que as más afastadas estarán como máximo a 15 GaL de nós.

Doutra banda, a idea de que o espazo e o tempo se poidan estender máis aló do bordo do Universo, posto que non son entidades materiais e polo tanto non resultarían afectadas polo límite de velocidades que impón a Teoría da Relatividade, implica deixar de lado a verdadeira natureza da devandita teoría, que afecta precisamente ao espazo e ao tempo de forma conxunta.

Non é necesario postular que o Universo se expande nun espazo e tempo que o conteñen, senón que a expansión do Universo é precisamente a expansión do espazo e do tempo e con eles todo o que conteñen. E xa vimos cómo se van curvando asintoticamente sen chegar a saír dos bordos do Universo.

-Con respecto á escala de distancias

Ao construír as escalas comóbiles do Universo mediante unha sucesión de sistemas de referencia (burbullas) de tamaño uniforme e afastamentos graduais xa vimos que é posible sumar as distancias que hai entre cada par de burbullas e obter unha suma maior que o tamaño do Universo. Novamente isto débese á curvatura das coordenadas comóbiles.

-Con respecto á visión do pasado

A análise realizada na figura derivada da construcción das coordenadas comóbiles revelounos tamén que a dilatación temporal fai posible que os raios de luz procedentes do bordo do Universo cheguen a nós desde as mesmas orixes do Big Bang. Por exemplo, o raio procedente da galaxia D saíu dela cando esta tiña tan só 5 Ga de idade, aínda que o raio de luz percorreu tan só 7 GaL. Se construísemos a liña E na mesma figura poderíamos ver que a luz que nos chega hoxe desde a mesma saíu dela cando tiña menos de 3 Ga de idade, achegándonos deste xeito cada vez máis ao momento da Grande Explosión.

Existe un límite a esta progresión, pois ata os 0'3 Ga de idade o Universo era opaco á luz. Este límite foi observado polo satélite COBE (fotografía 7 das imaxes do Universo a distancias crecientes).

ANEXO 1: DESCRICIÓN VISUAL DA TEORÍA DA RELATIVIDADE ESPECIAL	
A1.i. INTRODUCIÓN	1
A1.i.1. Espazotempo-Sistema de Referencia (Aristóteles)	2
A1.i.2. Transformación clásica de Sistema de Referencia Inercial (Galileo) ..	3
A1.i.3. Discrepancias entre Mecánica e Electromagnetismo (Michelson)	4
A1.i.4. Transformación de Sistema de Referencia Inercial relativista (Lorentz)	4
A1.i.5. Conversión de enerxía en masa (Einstein)	5
A1.i.6. Universo en expansión (Hubble)	6
A1.0. ESPAZO, TEMPO E ÉTER: HISTORIA DA CIENCIA	6
A1.0.1. Aristóteles	7
A1.0.2. Galileo	8
A1.0.3. Michelson	10
A1.0.4. Lorentz	11
A1.0.5. Einstein	12
A1.0.6. Hubble	13
A1.1. ARISTÓTELES	16
A1.1.0. Medida do espazo e o tempo:sistema de referencia	16
A1.1.1. Medidas de tempo	18
A1.1.2. Medidas de separación espacial	18
A1.1.3. Medidas de velocidad	19
A1.1.4. Medidas de masa	20
A1.1.5. Sistema de Referencia Terra-Lúa (SR T-L)	22
A1.2. GALILEO	24
A1.2.1. Transformación de Galileo	27
A1.2.2. Medición de magnitudes físicas na Transformación de Galileo	29
A1.2.3. Conservación da <i>superficie espazotemporal</i> (Set)	33
A1.2.4. Sistema de referencia Terra-Lúa: Transformación de Galileo	34
A1.2.5. Exemplo de sistema de referencia aristotélico: Camiño de Santiago	37
A1.2.6. Exemplo de sistema de referencia galileano:Ferrocarril transiberiano	39
A1.3. MICHELSON	43
A1.3.1. Medición cun sinal acústico da velocidade dun autobús descuberto	44
A1.3.2. Medición da velocidade do vento mediante dous sinais acústicos	45
A1.3.3. Medición da velocidade do “vento de éter” mediante dous sinais luminosos	47

A1.3.4. Explicacións propostas para o resultado nulo do experimento de Michelson e Morley nas que o sistema de referencia está en repouso co éter ..	50
A1.4. LORENTZ	51
A1.4.1. Explicacións do resultado nulo da experiencia de Michelson nas cales se altera a forma da transformación de Galileo	52
A1.4.2. Transformación de Lorentz para o espazotempo en Sistemas de Referencia Inerciais	54
A1.4.3. Obtención gráfica da transformación de Lorentz	55
A1.4.4. Medición de magnitudes físicas na transformación de Lorentz	58
A1.4.5. Sistema de Referencia Terra-Lúa: Transformación de Lorentz	64
A1.5. EINSTEIN	68
A1.5.1. Dilatación temporal	68
A1.5.1.1. Paradoxo dos xemelgos	69
A1.5.1.2. Muóns	72
A1.5.1.3. Reloxos en avións	73
A1.5.2. Contracción espacial	75
A1.5.2.1. Modelo de condutor	75
A1.5.2.2. Modelo de corrente	75
A1.5.2.3. Interacción da corrente eléctrica cunha partícula cargada e en repouso.	
A1.5.2.4. Interacción da corrente eléctrica cunha partícula cargada e en movemento.	76
A1.5.2.5. Aceleradores de partículas	77
A1.5.3. Velocidade límite	78
A1.5.4. Equivalencia entre masa e enerxía	79
A1.5.4.1. Medición da enerxía cinética nas gráficas espazotemporais	80
A1.5.4.2. Aplicación ao choque inelástico relativista	83
A1.5.4.3. Choque inelástico de dúas masas iguais.	83
A1.5.4.4. Diagramas de transformación de masa en enerxía	84
A1.5.4.5. Creación de partículas	85
A1.5.4.6. A fórmula de Einstein ($E = mc^2$)	86
A1.5.4.7. Aniquilación de materia e antimateria	88
A1.6. HUBBLE	89
A1.6.1. Paradoxos do Universo en expansión (teoría do Big Bang)	89
A1.6.1.1. A expansión do Universo.	89

A1.6.1.2. <i>Paradoxos do Universo en expansión</i>	90
A1.6.1.3. <i>Visualización da expansión do Universo</i>	92
A1.6.1.4. <i>Explicación da Expansión do Universo mediante a Teoría da Relatividade Especial</i>	93
A1.6.1.5. <i>Explicación visual dos paradoxos do Universo en expansión</i>	96
A1.6.2. <i>Espazotempo do Universo en expansión</i>	96
A1.6.3. <i>Universo real</i>	99
A1.6.4. <i>Paradoxos do Big Bang en detalle</i>	102
A1.6.5. <i>Visualización da expansión douniverso de acordo co espazo absoluto de Aristóteles</i>	
A1.6.6. <i>Visualización da expansión do Universo de acordo coa relatividade de Galileo</i>	
A1.6.7. <i>Visualización da expansión do Universo mediante a contracción espacial de FitzGerald</i>	112
A1.6.8. <i>Visualización da expansión do Universo mediante a Teoría da Relatividade de Einstein</i>	114