Ministerio de Educación Pública
Dirección de Desarrollo Curricular
Departamento de I y II ciclos
Asesoría Nacional de Matemática

CUADERNILLO DE APOYO PARA EL DOCENTE

6°

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria OLCOMEP-2019

SEXTO AÑO

- Abril 2019 -

PRESENTACIÓN

Es fundamental que nuestro sistema educativo fomente en la sociedad costarricense, todas las actividades posibles orientadas a estimular el desarrollo científico y tecnológico, a efecto de formar personas con las habilidades necesarias para hacer frente a los retos y demandas contemporáneas.

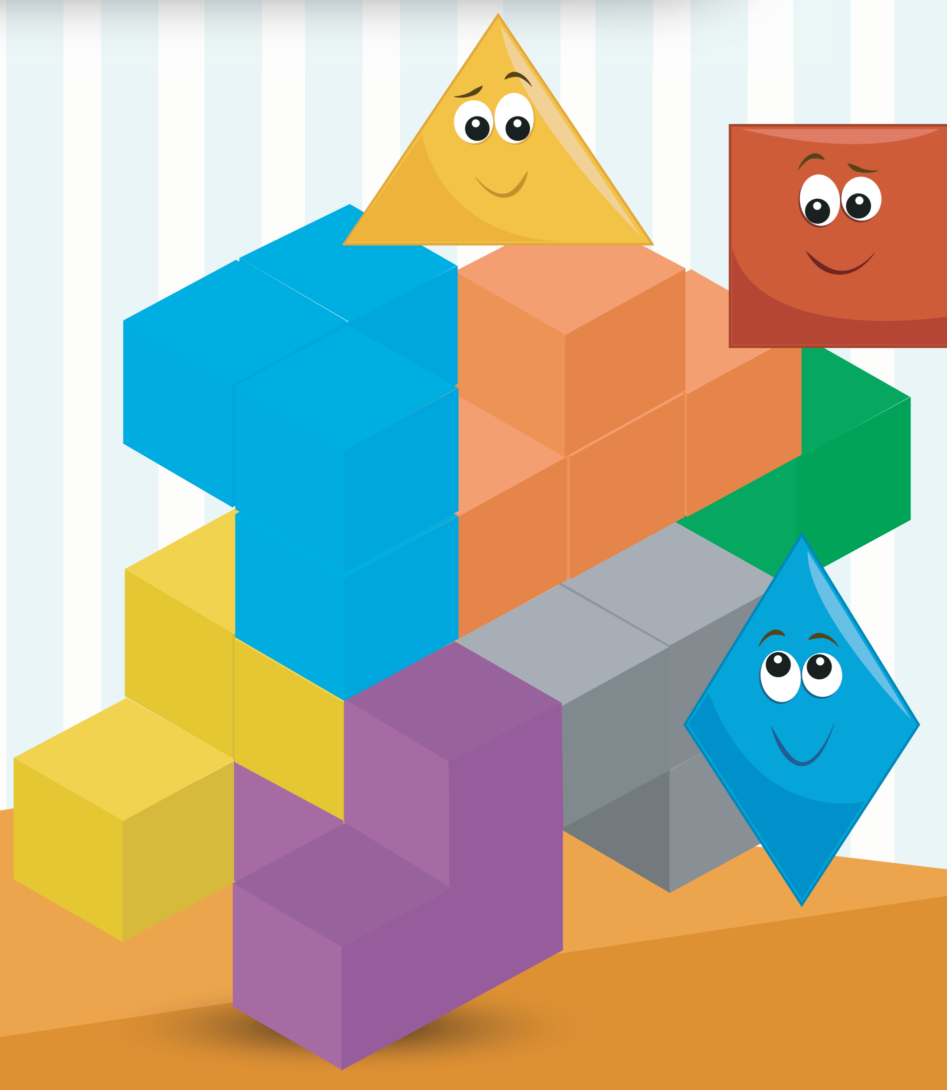
La enseñanza de la matemática ocupa un papel clave en el currículo escolar y persigue el desarrollo de un proceso intelectual en los estudiantes. La Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria **OLCOMEP**, tiene como finalidad estimular y desarrollar entre los niños y niñas sus capacidades de resolución de problemas matemáticos, por medio de una competencia de conocimiento sana entre estudiantes de diferentes regiones educativas del país.

El presente cuadernillo pretende ser un insumo de apoyo para el docente y práctica para el estudiante. El mismo busca orientar a los y las participantes de la **OLCOMEP**, por medio de la presentación de problemas recopilados de las pruebas aplicadas en ediciones anteriores de la misma olimpiada. Su contenido pretende dar pautas sobre los tipos de problemas a los que se van a enfrentar los y las estudiantes en las diferentes etapas que comprende la **OLCOMEP**, así como sus diferentes estrategias de resolución.

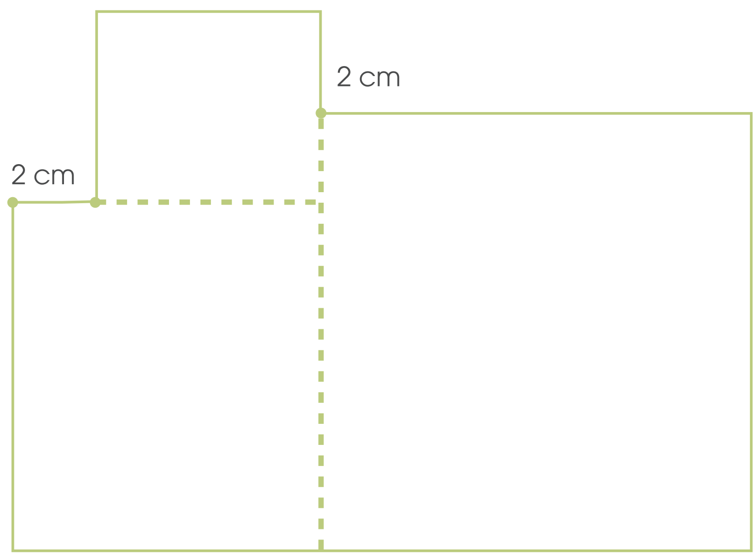
Los problemas aquí seleccionados se fundamentan en situaciones matemáticas donde se requiera manifestar las habilidades que caractericen el talento matemático para lograr su resolución, basados en los niveles de complejidad de los problemas descritos en el Programa de Estudio en Matemáticas (MEP, 2012) y por medio de los diferentes contextos que se consideran para la olimpiada.

Comisión Central de OLCOMEP

Ítems de práctica

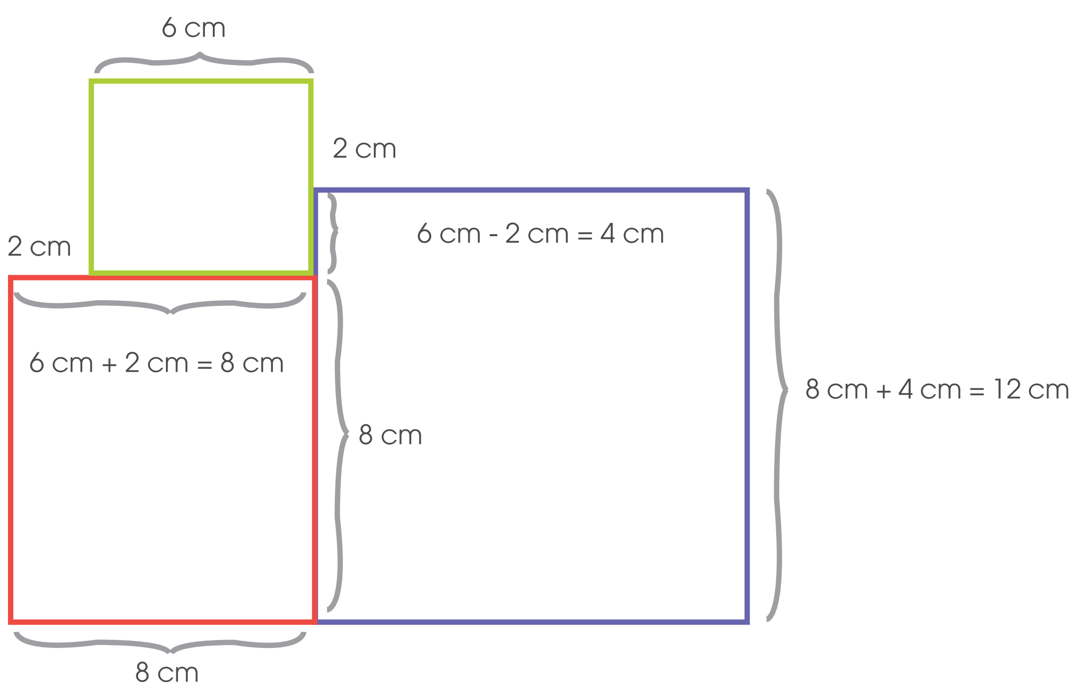


1. La siguiente figura las líneas punteadas permiten formar tres cuadrados, tal y como se muestra a continuación:

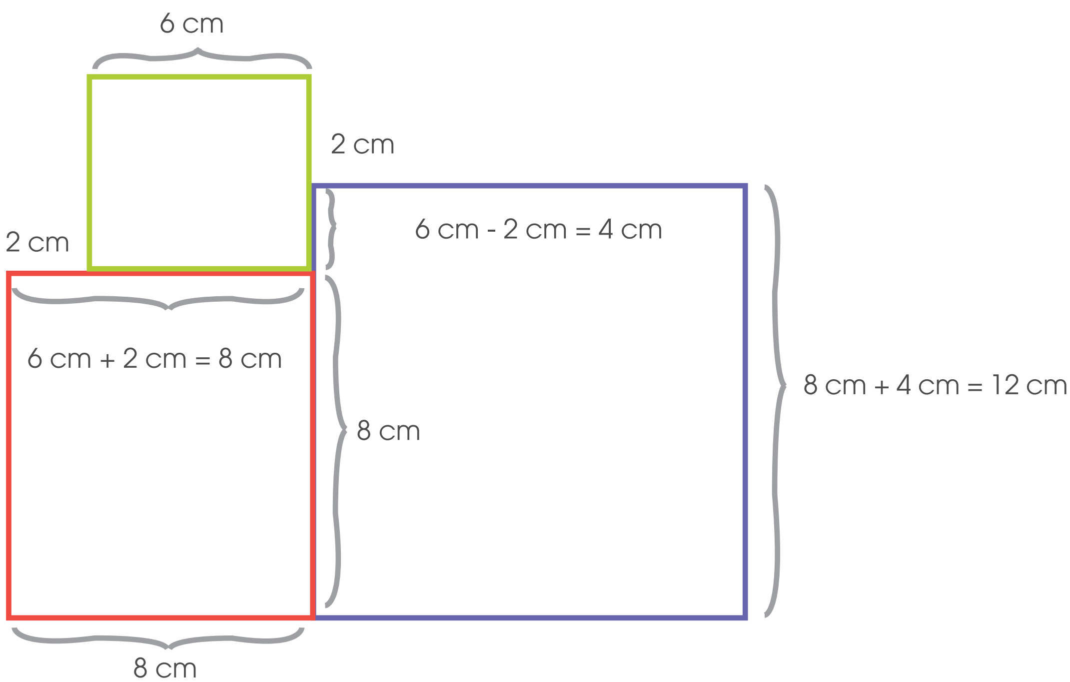


El lado del cuadrado más pequeño mide 6 cm. ¿Cuál es el perímetro de la figura?

Para resolver la situación el estudiante puede trabajar en la figura con la información que se le brinda.



Con la información de la medida del lado de cada cuadrado podemos encontrar la medida del contorno de la figura.

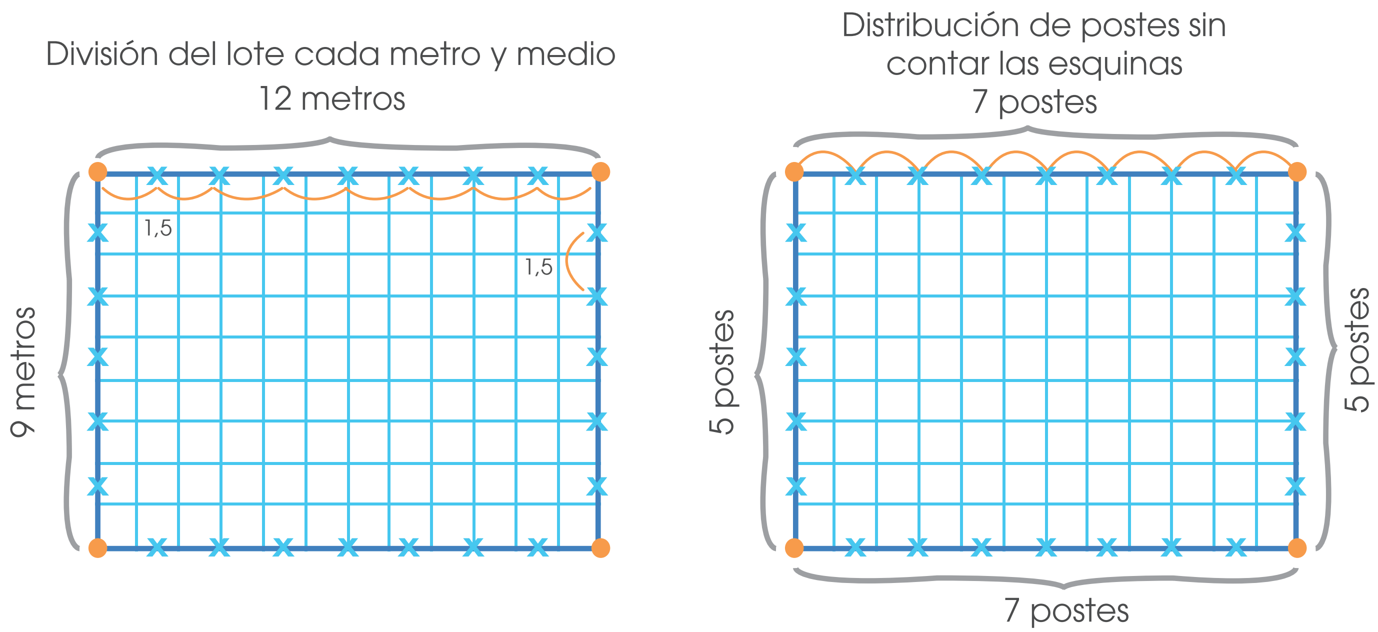


El perímetro de la figura lo podemos encontrar mediante la operación

8 + 8 + 12 + 12 + 12 +2 + 6 + 6 + 2= 68

2. Se desea cercar con alambre un terreno rectangular de 12 m de largo y 9 m de ancho. Para esto se colocan los primeros 4 postes en las esquinas del terreno y el resto de postes los debe colocar separándolos una distancia de 1,5 m uno de otro. ¿Cuántos postes se necesitan en total?

Para la resolución del problema el estudiante puede guiarse con un dibujo como el siguiente:



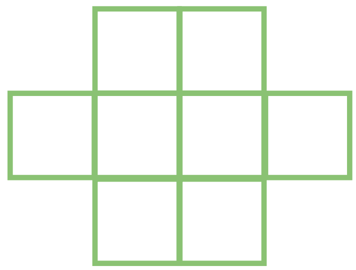
En total se utilizan los 4 postes de las esquinas, 7 postes en cada uno de los lados de 12 m y 5 postes en cada uno de los lados de 9 m.
O sea **4 + 2 x 7 + 2 x 5 = 28**

Otra estrategia que puede utilizar el estudiante es utilizar una operación para encontrar los postes que se colocan en cada lado.

a. Lado de 12 m $12 \div 1{,}5 = 8$ como son dos lados se colocan 16
b. Lado de 9 m $9 \div 1{,}5 = 6$ como son dos lados se colocan 12

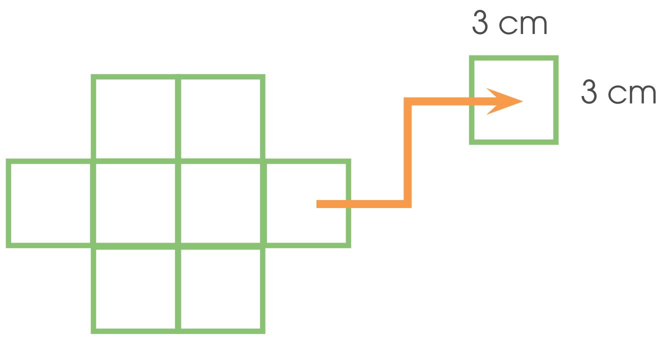
En total se colocan (16 + 12) **28 postes**

3. La figura que se muestra está formada por cuadrados iguales. Su perímetro es de 42 cm. ¿Cuál es su área?



Dado que los cuadrados son iguales, los 8 tienen la misma medida en sus lados.

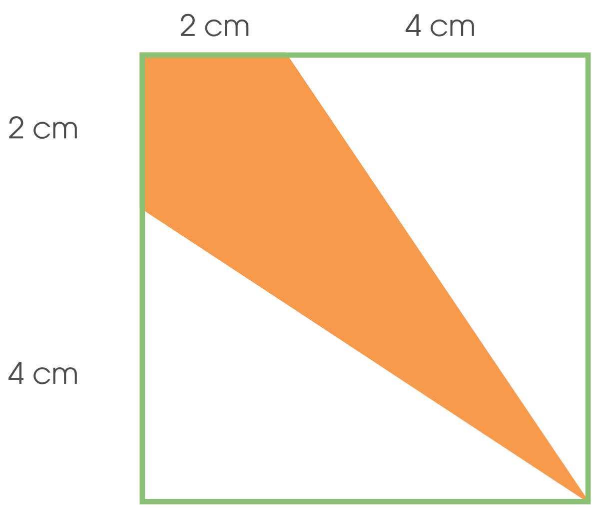
El perímetro de la figura lo componen 14 lados de cuadrados y como el perímetro de la figura es 42 cm entonces cada lado del cuadrado mide (42 14) 3 cm.



Área del cuadrado
3 cm x 3 cm = **9 cm²**

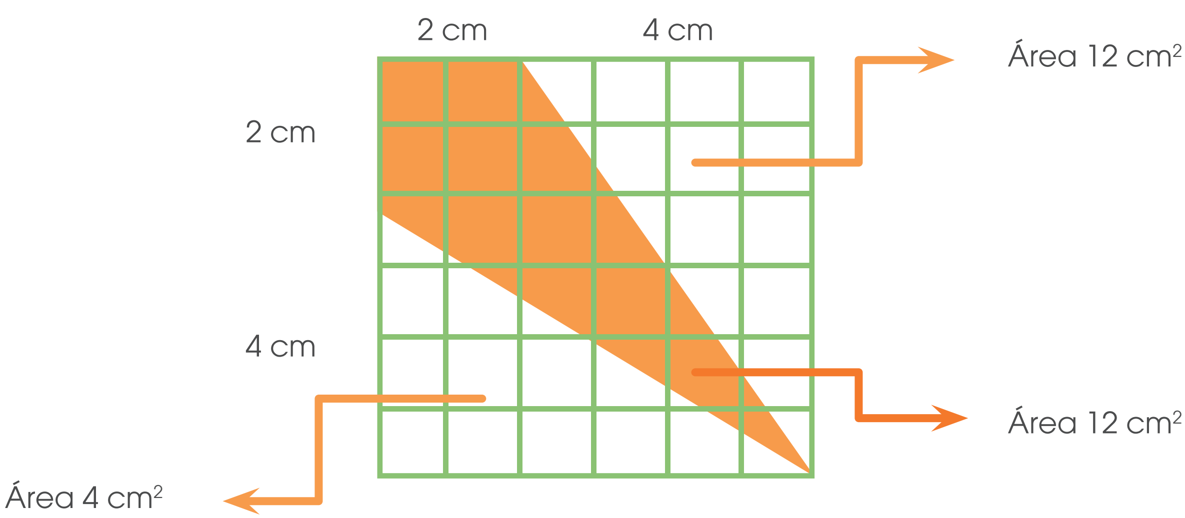
Como la figura la componen 8 cuadrados de 9 cm^2 de área entonces el área total de la figura es (8 x 9) **72 cm^2**

4. Observe la siguiente figura:



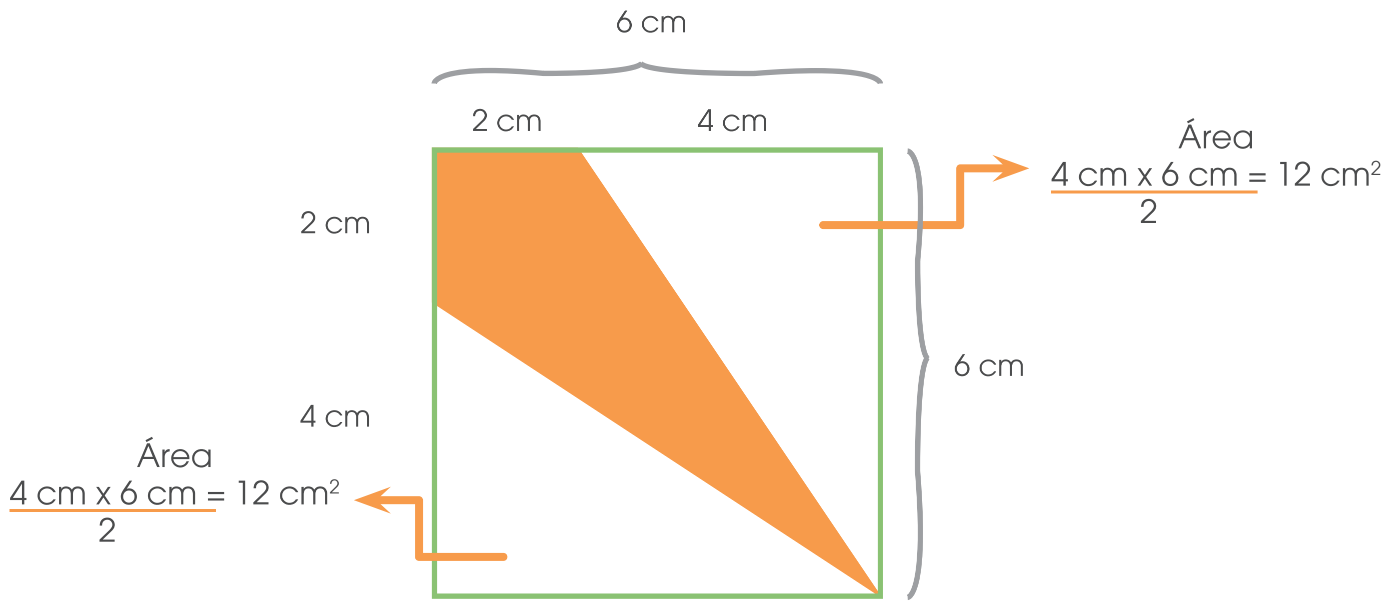
La figura corresponde a un cuadrado con una región sombreada en su interior. De acuerdo con la información, ¿Qué fracción representa el área sombreada del cuadrado?

Una estrategia que podría utilizar el estudiante es cuadricular la figura y encontrar el área de cada figura, tal y como se muestra seguidamente.



Como el área de las tres figuras es igual, entonces la figura se dividió en 3 partes iguales y la parte sombreada representa $\frac{1}{3}$ del cuadrado.

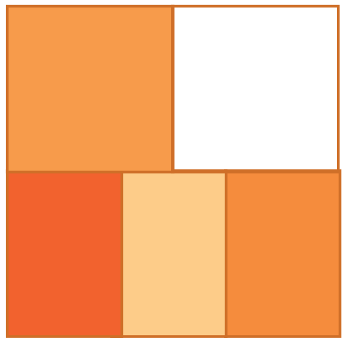
Otra estrategia



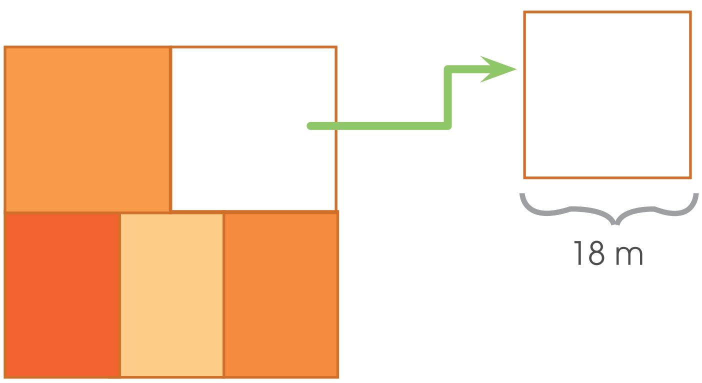
El cuadrado mide 6 cm de lado por lo que su área es (6 cm x 6 cm) 36 cm^2
Ahora al área del cuadrado le restamos el área de los dos triángulos que se forman $36 \text{ cm}^2 - 2 \times 12 \text{ cm}^2 = 12 \text{ cm}^2$

Por lo tanto como las tres áreas son iguales podemos deducir que el área de la región sombreada es $\frac{1}{3}$ del área del cuadrado.

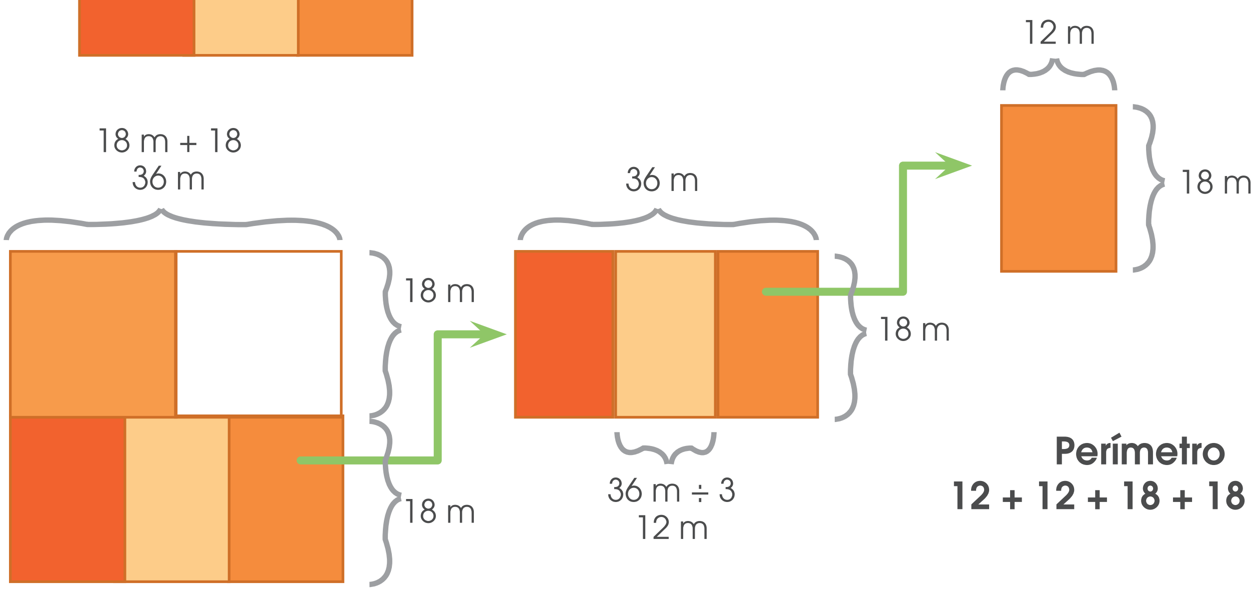
5. Dos piezas cuadradas y tres piezas rectangulares se acomodan para formar un rompecabezas cuadrado como muestra la figura. Si cada una de las dos piezas cuadradas tiene 72 m de perímetro y las otras tres piezas son iguales entre sí, ¿cuál es el perímetro de cada una de estas tres piezas?



A partir de la información brindada se deduce la información



Perímetro es 72 m por lo que cada lado mide (72 ÷ 4) 18 m

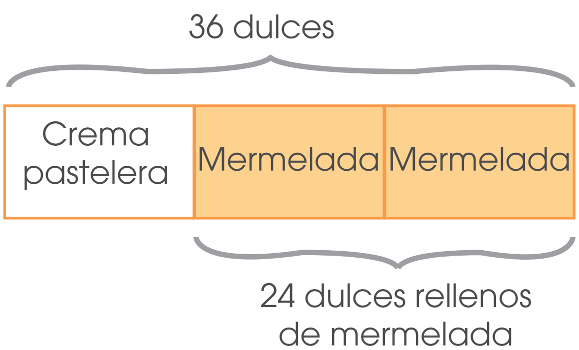


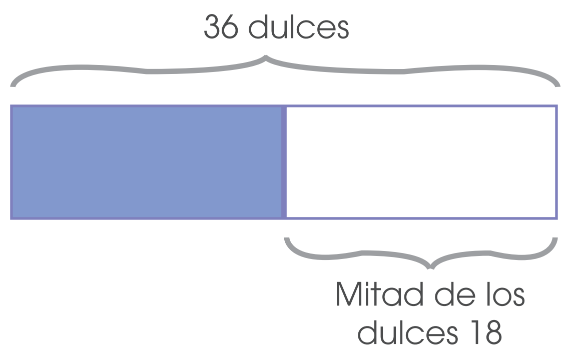
Perímetro
12 + 12 + 18 + 18 = 60

El perímetro de cada una de las 3 piezas es **60 m**

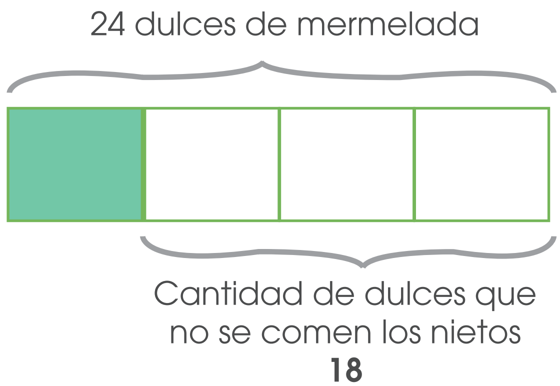
6. Una abuela y sus nietos hacen 36 dulces. Dos tercios se rellenan de mermelada y el resto de crema pastelera. Del total de dulces, los nietos se comieron la mitad y no se comieron las tres cuartas partes de los dulces de mermelada. ¿Cuántos dulces de crema pastelera se comieron?

El problema puede ser representado gráficamente de la siguiente forma





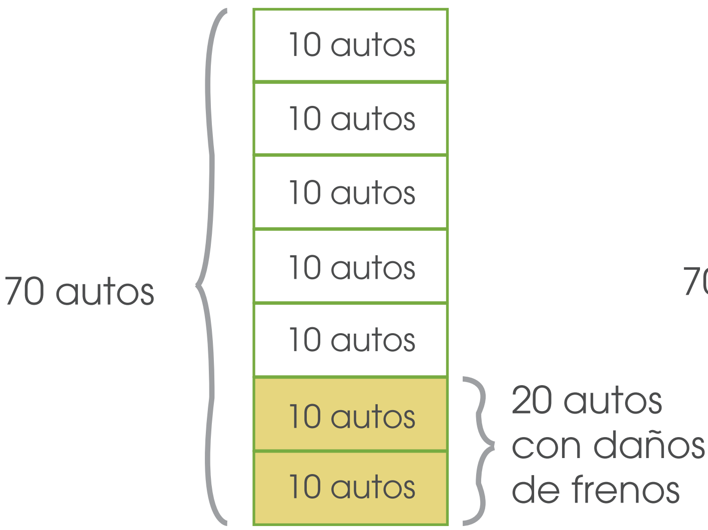
Cantidad de dulces de mermelada que se comieron los nietos **(6)**

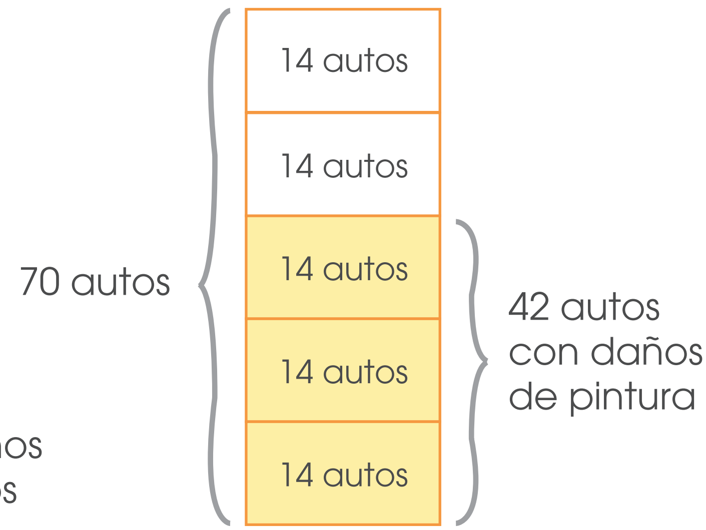


Los nietos se comieron **18 dulces** de los cuales **6 eran de mermelada** por lo tanto se comieron **(18 - 6) 12 dulces rellenos de crema pastelera.**

7. En un taller han arreglado 70 autos en una semana. Dos séptimos de los autos tenían solo daños en los frenos, tres quintos de los autos tenían solo rayada la pintura y el resto tenía solo algún foco quemado. ¿Cuántos autos tenían algún foco quemado?

Al igual que en el problema anterior, se puede hacer una representación gráfica del problema





De acuerdo con la representación anterior, de los 70 autos, 20 tenían problemas de freno y 42 problemas de pintura, en total 20 + 42= 62 tenían alguno de esos dos problemas.

Por lo tanto, se concluye que (70 – 62) **8 tenían un foco quemado.**

8. Considere lo siguiente:

Un número cuadrado perfecto es el que se obtiene al multiplicar un número natural por si mismo, por ejemplo 25 es un cuadrado perfecto porque 5 x 5 = 25

Según lo anterior ¿Cuál es el número cuadrado perfecto de 3 dígitos que sea divisible por 2, 3 y 5?

Teniendo presente que un **número cuadrado perfecto** es el que se obtiene al multiplicar un número natural por si mismo",

Se debe analizar que **el primer cuadrado perfecto de tres dígitos es 100** (resultado de 10 x 10) por lo tanto la base del número solicitado debe ser un número mayor o igual que 10

Vamos a analizar los números cuadrados perfectos que resulten de multiplicar números mayores o iguales a 10.

Pero se debe ir analizando también las otras características

a. Divisible por 2; termina en 0 o cifra par.

b. Divisible por 5; Termina en 0 o 5.

Por lo tanto debe ser un número cuya cifra de las unidades sea 0

c. Divisible por 3, la suma de sus dígitos es múltiplo de 3.

Resumiendo debemos encontrar un número de la forma

a	b	0
centenas	**decenas**	**unidades**

Tal que a + b + 0 sea un múltiplo de 3 y a la vez sea el producto de n x n, donde "n" es número natural.

Para que el dígito de las unidades del producto de dos números iguales sea cero, es necesario que el dígito de las unidades de ambos números sea cero.

Lo anterior limita los números que permiten encontrar el cuadrado perfecto solicitado en el problema, se analizarán algunos casos:

Producto	Cuadrado perfecto	Observaciones
10 x 10	100	1 + 0 + 0 = 1 No es divisible por 3
20 x 20	400	4 + 0 + 0 = 4 No es divisible por 3
30 x 30	**900**	**9 + 0 + 0 = 9 Si es divisible por 3**
40 x 40	1600	No es divisible por 3 dígitos

Por lo tanto, **el cuadrado perfecto buscado es 900**

10 un número natural, mayor que 9 y menor que 16, cumple la siguiente propiedad: si al número se le suma su cuadrado el resultado es 182. ¿Cuál es ese número?

En la siguiente tabla se analizan las posibilidades

Número natural	Cuadrado perfecto	Observaciones
10	100	10 + 100 = 110
11	121	11 + 121 = 132
12	144	12 + 144 = 156
13	**169**	**13 + 169 = 182**
14	196	14 + 196 = 210
15	225	15 + 225 = 240

Por lo tanto, **el número es 13.**

9. Observe las siguientes fracciones.

$\frac{M}{P}$	$\frac{M}{(P+1)}$	$\frac{M}{(P-1)}$

Si se sabe que M y P son dos números naturales distintos, mayores que 1, entonces, ¿cuál representación corresponde a la fracción mayor?

Se puede trabajar con ejemplos

M	**P**	$\frac{\mathbf{M}}{\mathbf{P}}$	$\frac{\mathbf{M}}{\mathbf{(P+1)}}$	$\frac{\mathbf{M}}{\mathbf{(P-1)}}$
3	5	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{3}{4}$
5	3	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{5}{2}$

Si se analizan las fracciones obtenidas se observa que

$$\frac{3}{6} < \frac{3}{5} < \frac{3}{4} \quad \text{y} \quad \frac{3}{4} < \frac{3}{3} < \frac{3}{2} \quad \text{o sea} \quad \frac{M}{(P+1)} < \frac{M}{P} < \frac{M}{(P-1)}$$

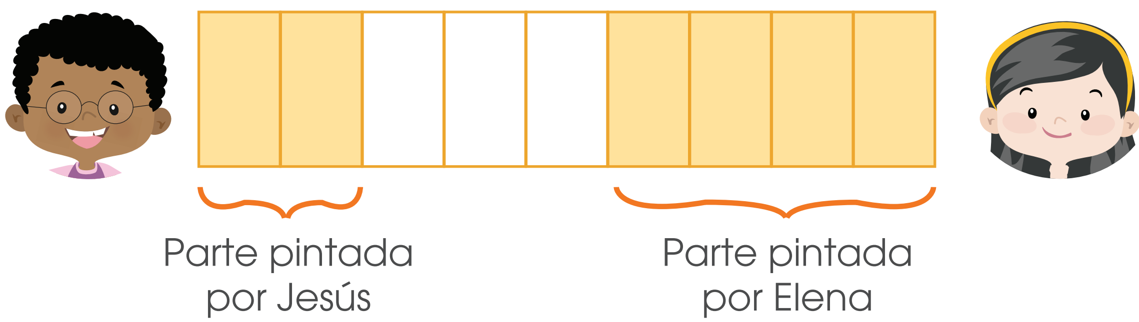
Por lo tanto la fracción mayor corresponde a $\frac{M}{(P-1)}$

10. Jesús y Elena tienen que pintar el muro de su casa. Jesús ha pintado dos novenos del muro y Elena otros cuatro novenos. ¿Qué fracción del muro les hace falta pintar?

Primero debe interpretarse el significado de;

Dos novenos; dos de nueve; $\frac{2}{9}$

Cuatro novenos; cuatro de nueve; $\frac{4}{9}$



Por lo tanto la fracción del muro que les falta por pintar **es** $\mathbf{\frac{3}{9}}$

Otra estrategia que se puede utilizar es la siguiente;

El muro se dividió en novenos por lo que la totalidad de su área se puede representar como $\frac{9}{9}$

Entre Jesús y Elena han pintado $\left(\frac{2}{9} + \frac{4}{9}\right) = \frac{6}{9}$.

Para saber la cantidad de partes que falta por pintar se realiza la siguiente operación:

$$\frac{9}{9} - \frac{6}{9} = \frac{3}{9}$$

11. Dos hoteles de Costa Rica publicaron una oferta El Hotel A ofreció una cena para 3 personas por un precio de 65 dólares y el Hotel B publicó oferta de una cena para 3 personas por 54 euros. Si en ese mes el tipo de cambio del dólar fue de ₡ 567,10 y de un euro ₡ 661,55, ¿Cuál es la diferencia del precio, en colones, entre ambas ofertas?

- **Hotel A** cena para 3 personas por 65 dólares
  Precio en colones 65 x 567,10 = 36 861,5

- **Hotel B** cena para 3 personas por 54 euros.
  Precio en colones 54 x 661,55 = 35 723,7

Diferencia de precio 36 861,5 – 35 723,7 = **1137,8 colones.**

12. Melissa tiene una botella de 2000 cm^3 llena con un líquido de color rojo, y un balde con 1,8 litros de agua. Melissa desea mezclar los líquidos en una sola cubeta ¿cuál debe ser la capacidad mínima de la cubeta, **en decímetros cúbicos**, para que se pueda verter ambos líquidos sin que haya derrame?

Se pueden trabajar diferentes conversiones en las cantidades dadas, sin embargo, ya que la respuesta la solicitan en **decímetro cúbicos** haremos la conversión a decímetros cúbicos.

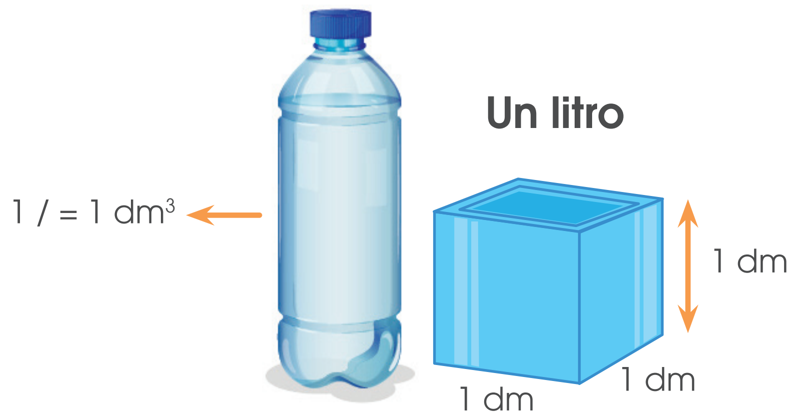
$1000\ cm^3 = 1\ dm^3$

$\mathbf{2000\ cm^3 = 2\ dm^3}$

$1 / = 1\ dm^3$

$\mathbf{1{,}8\ / = 1{,}8\ dm^3}$

$2\ dm^3 + 1{,}8\ dm^3 = \mathbf{3{,}8\ dm^3}$



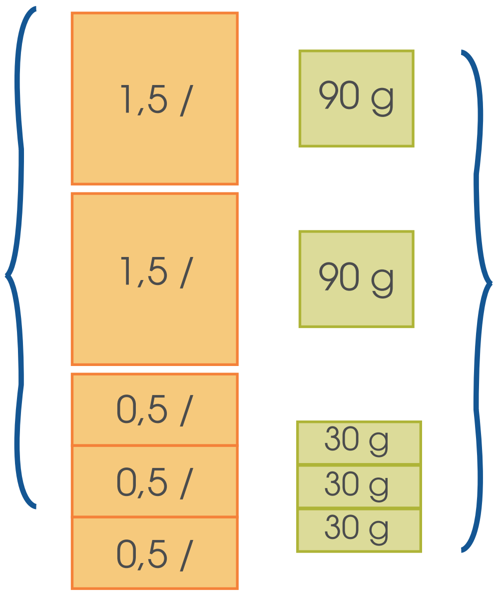
La capacidad mínima del recipiente deberá ser 3,8 dm^3

13. Si para endulzar 1,5 litros de agua necesito 90 g de azúcar, ¿cuántos gramos de azúcar se requieren para preparar 4 litros, si quiero que quede igual de dulce?

Para trabajar el problema se puede utilizar una representación gráfica

1,5 / + 1,5 / + 0,5 / + 0,5 /

4 /



90 g+ 90 g + 30 g + 30 g

240 g

Por lo tanto, **se necesitan 240 g para endulzar 4 litros.**

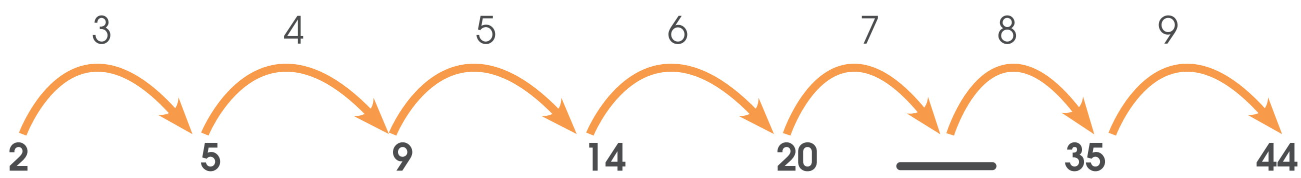
Otra estrategia es utilizar la regla de tres para la relación de proporcionalidad directa.

Litros de agua		Gramos de azúcar
1,5	→	90
4	→	X

$$X = \frac{4 \times 90}{1,5} = \frac{360}{1,5} = 240$$

14. La sucesión de números 2, 5, 9, 14, 20, ____, 35, 44 sigue un patrón. ¿Cuál número debe escribirse en el espacio indicado?

Una estrategia que se puede utilizar es analizar la diferencia entre términos consecutivos, con el fin de ver si se cumple algún patrón.



Cómo se observa en la representación y de acuerdo con el patrón, el valor del término desconocido es (20 + 7) **27**

15. Paco es un comerciante, compró 320 kilogramos de café de grano a ₡960 000. Si él quiere tener una ganancia del 15% sobre el precio de compra, ¿a qué precio debe vender cada kilogramo de café?

Estrategia
Podemos hacer uso de la regla de 3 para obtener el monto de ganancia que representa el 15%

El precio de cada kilogramo de café es: 960 000 ÷ 320 = 3000

Dinero	**Porcentaje**
3000	**100**
Ganancia	**15%**

De lo anterior tenemos que:

3000 x 15 = 45 000

45 000 ÷ 100 = 450

De acuerdo a lo anterior tenemos que el 15% represente ₡ 450, por lo tanto:

3000 + 450 = ₡ 3450

Al igual que en el caso anterior, debe vender cada kilogramo de café a ₡ 3450 para lograr la ganancia propuesta

16. En diciembre, llegaron a las playas de Costa Rica un total de 5000 turistas. De ellos, el 42% eran de Norteamérica, 15% de Europa, el 18% de Suramérica y el resto turistas nacionales. ¿Cuántos turistas nacionales visitaron las playas de Costa Rica?

Estrategia de solución 1:

Se calcula la cantidad de 100 que hay en 5000 (5000 100) que son 500Turistas norteamericanos 42 %

Esto significa que hay es 42 norteamericanos por cada 100 turistas, como hay 500 cienes entonces (50 x 42) **2100 es la cantidad de turistas norteamericanos.**

Turistas europeos 15 %

Esto es 15 por cada 100, como hay 500 cienes entonces (50 x 15) **750 es la cantidad de turistas europeos.**

Turistas suramericanos 18 %

Esto es 18 por cada 100, como hay 500 cienes entonces (50 x 18) **900 es la cantidad de turistas suramericanos.**

Por lo tanto, de los 5000 turistas 2100 + 750 + 900=3750 son turistas de Norteamérica, Suramérica o de Europa.

Entonces **turistas costarricenses son** 5000 – 3750 = **1250**

Estrategia de solución 2:

Utilicemos la regla de tres para determinar la cantidad de turistas extranjeros que llegaron al país pero por medio de un dato diferente al porcentual:

Turistas	**Porcentaje**
5000	**100**
Norteamericanos	**42**

De lo anterior tenemos que:

5000 x 42 = 210 000

45 000 ÷ 100 = 2100

2100 turistas son norteamericanos.

Turistas	**Porcentaje**	$5000 \times 15 = 75\,000$
5000 →	**100**	$75\,000 \div 100 = 750$
Europeos	**15**	**750 turistas son europeos.**

Turistas	**Porcentaje**	$5000 \times 18 = 90\,000$
5000 →	**100**	$90\,000 \div 100 = 900$
Sudamericanos	**18**	**900 turistas son europeos.**

La información anterior la resumiremos en la siguiente tabla

Tursitas que visitan las playas de Costa Rica	Cantidades
Norteamericanos	2100
Europeos	750
Suramericanos	900
Nacionales	?
Total de turistas	**5000**

De acuerdo con lo anterior, tenemos:

Turistas extranjeros

$$\begin{array}{r} 2100 \\ 750 \\ +\quad 900 \\ \hline 3750 \end{array}$$

De los 5000 turistas, 3750 corresponden a extranjeros

Calculemos la cantidad de turistas que corresponden a nacionales

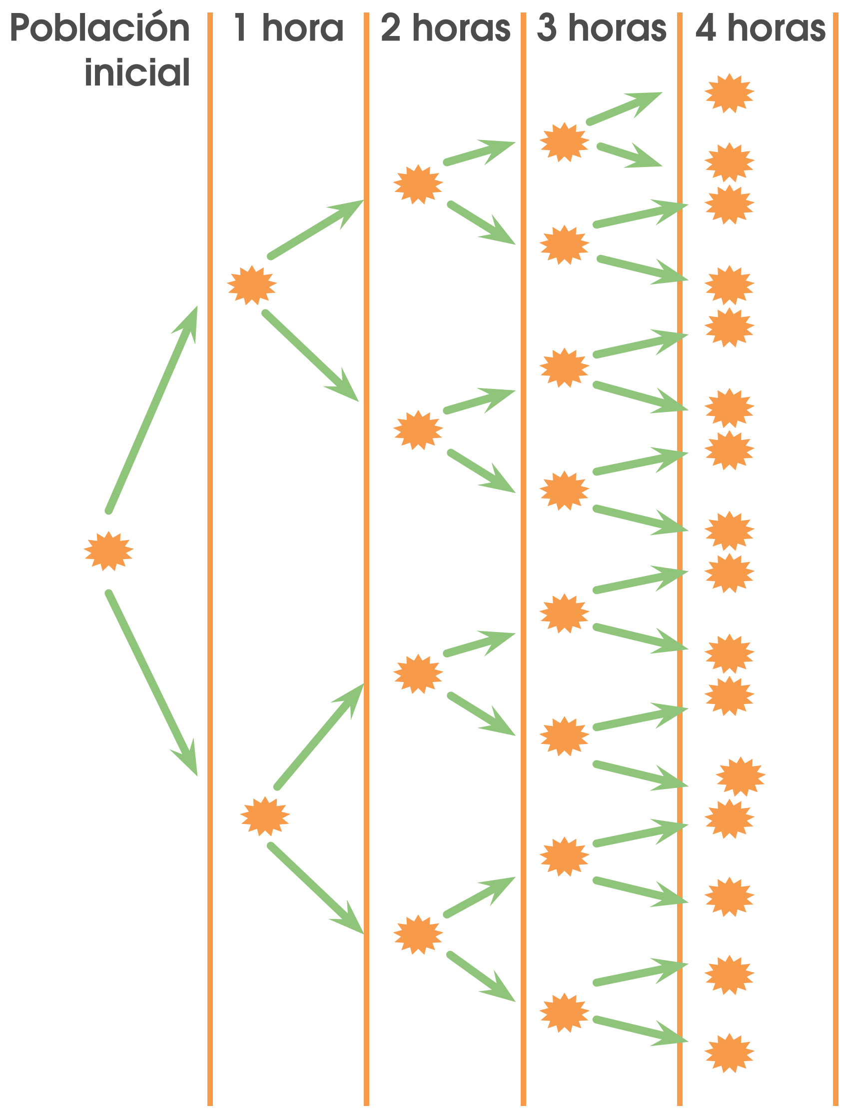
Turistas nacionales

$$\begin{array}{r} 5000 \\ +\ 3750 \\ \hline 1250 \end{array}$$

De los turistas nacionales que visitaron las playas de Costa Rica fueron 1250

17. "Un investigador inicia un estudio con una población inicial de bacterias a las cuales denomina m. Si se sabe que cada hora la población de bacterias se duplica, determine la expresión que describe la población resultante a las cuatro horas de iniciado el estudio."

En el siguiente diagrama se observa el crecimiento de la población de bacterias.



Se concluye que al cabo de 4 horas la población inicial se multiplica **por 16m**

Otra estrategia sería

Llamaremos con "p" la población inicial.

Población inicial	1 hora	2 horas	3 horas	4 horas
P	2 x p	4 x p	8 x p	16 x p

18. Observe la siguiente sucesión de figuras geométricas o polígonos:

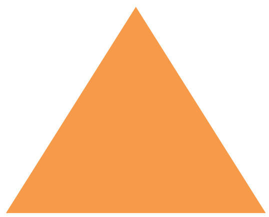


Fig. 1

Fig. 2

Fig. 3

Si se continúa con el patrón de número de lados que se observa en las figuras, ¿cuántos lados tiene la figura 4?

Se representará la información en una tabla para analizar el patrón que se sigue.

Figura	**1**	**2**	**3**	**4**
Número de lados	3	12	48	**192**

3 x 4 **12 x 4** **48 x 4**

Se concluye que el **número de lados de la figura 4 es 192**

18. Elizabeth hace un collar con perlas de colores azul, rojo y verde. Coloca las perlas de la siguiente manera: una perla azul, una perla roja, una perla verde, una perla azul, dos perlas rojas, una perla verde, una perla azul, tres perlas rojas, una perla verde, una perla azul, y así sucesivamente. Si el collar termina con cinco perlas rojas ¿Cuántos perlas tiene el collar?

Una estrategia a utilizar puede ser la siguiente:

A = piedra azul

R = piedra roja

V = piedra verde

Representaremos la información del problema utilizando las letras

ARV - ARRV - ARRRV - ARRRRV - ARRRRRV

Se concluye que cuando el collar tiene 5 perlas rojas, lo componen **25 perlas**

Otra estrategia, elaborando una tabla con la cantidad de perlas por cada color:

	Azul	Roja	Verde
	1	1	1
	1	2	1
	1	3	1
	1	4	1
	1	5	1
Total	**5**	**15**	**5**

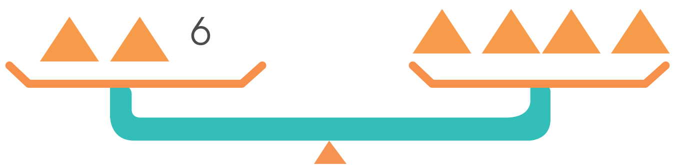
En total se utilizaron 5 + 15 + 5 = **25 perlas**

20. Sabiendo que:

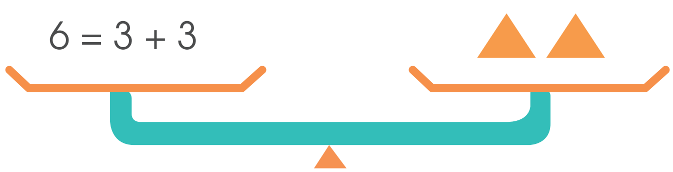
▲ + ▲ + 6 + ▲ + ▲ + ▲ + ▲

Entonces, ¿cuál es el valor de ▲ ?

Una estrategia podría ser la siguiente



Para mantener el balance, se quitan dos triángulos de cada lado



Por lo tanto, cada triángulo tiene un valor de 3.

Considere la siguiente información para contestar las situaciones 21 y 22.

El siguiente cuadro corresponde a la preferencia por el baloncesto y el fútbol entre los estudiantes de sexto año de la escuela Almar:

Preferencia por el balancesto y el fútbol entre los estudiantes de sexto año			
Deporte	**Hombre**	**Mujeres**	**Total**
Baloncesto	12	10	22
Fútbol	5	2	7
Total	**17**	**12**	**29**

21. De acuerdo con la información, si se consideran los porcentajes de preferencia por sexo, entonces ¿cuál es la diferencia entre estos porcentajes?

Se trabajará con la fila correspondiente a la preferencia por el baloncesto y el total de estudiantes

Preferencia por el balancesto y el fútbol entre los estudiantes de sexto año			
Deporte	**Hombre**	**Mujeres**	**Total**
Baloncesto	12	10	22
Fútbol	5	2	7
Total	**17**	**12**	**29**

29 representa el 100% de los estudiantes

Vamos a encontrar que porcentaje de preferencia por el baloncesto representan las mujeres y los hombres.

	Estudiantes		**Porcentaje**
	29	$\longrightarrow$	100
Mujeres	10	$\longrightarrow$	x

$$x = \frac{10 \times 100}{29} = \frac{1000}{x} = 34{,}48$$

	Estudiantes		**Porcentaje**
	29	$\longrightarrow$	100
Hombres	12	$\longrightarrow$	y

$$y = \frac{12 \times 100}{29} = \frac{1200}{29} = 41{,}38$$

Por lo tanto la diferencia entre el porcentaje de mujeres que practican baloncesto y el porcentaje de hombres que practican baloncesto es (41,38 – 34,48) **6,9**

22. ¿Cuál es el mínimo de estudiantes, que debieron preferir el baloncesto para que la preferencia por este deporte fuera de 85%?

Usaremos la regla de tres

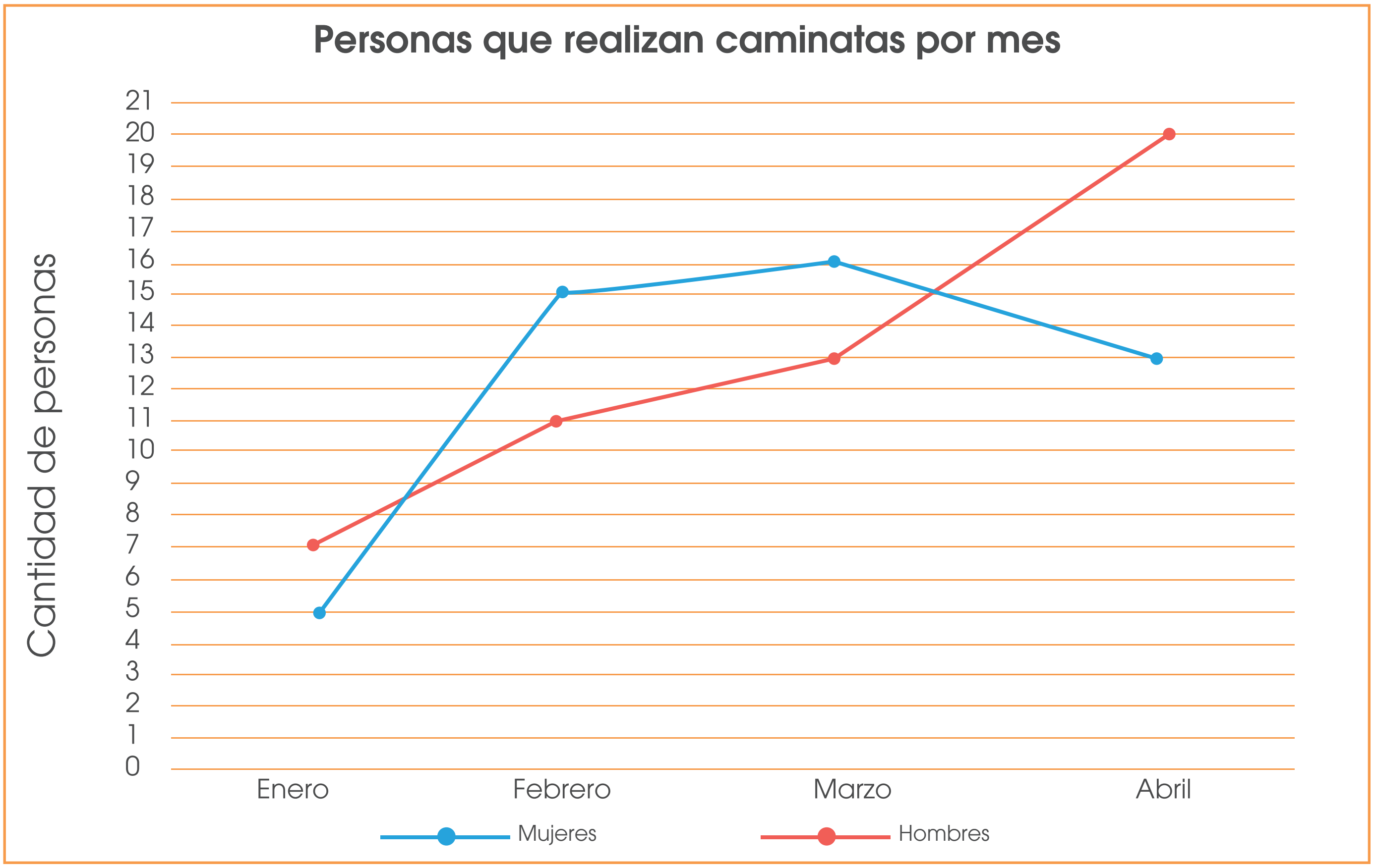
Estudiantes		**Porcentaje**
29	→	100
x	→	

$$x = \frac{29 \times 85}{100} = \frac{2465}{100} = 24{,}65$$

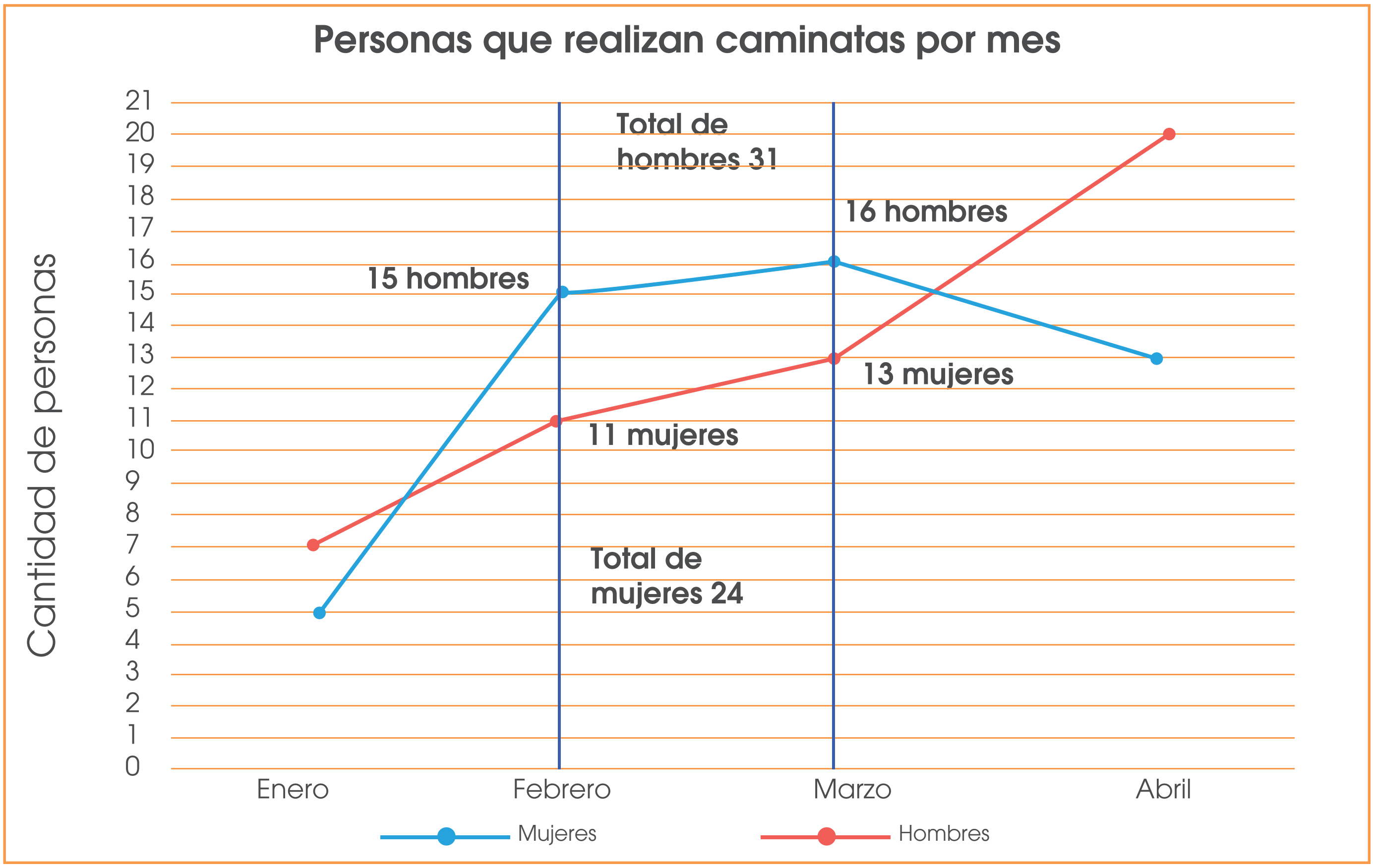
El mínimo de estudiantes que deberían preferir el baloncesto es **25**

Considere la siguiente información para contestar las situaciones 23 y 24.

En la Comunidad de Esparza, las personas se reúnen para hacer caminatas en la mañana alrededor de la plaza de fútbol. En el siguiente gráfico se resumen los datos obtenidos:

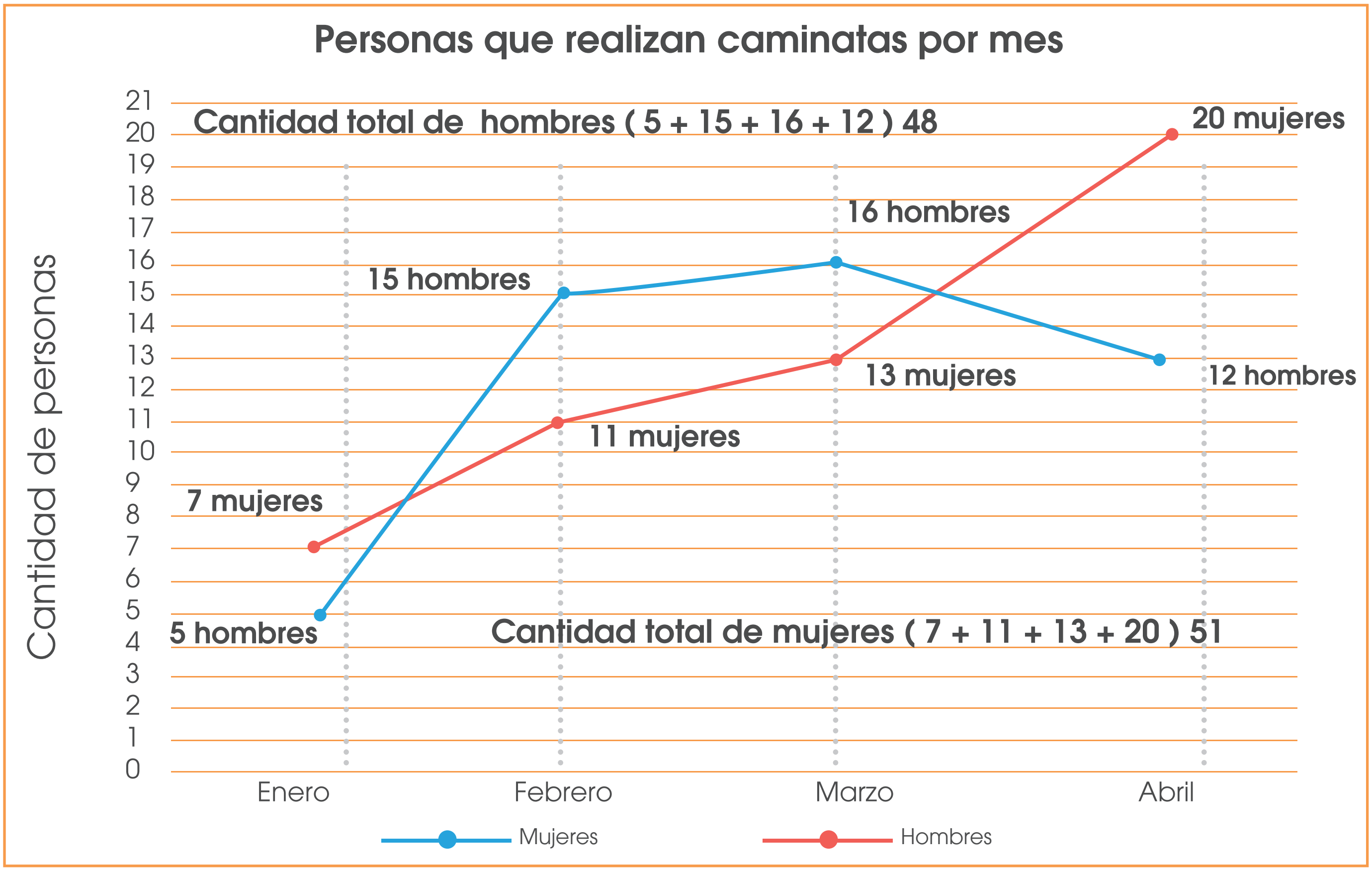


23. Según el gráfico, ¿cuántas personas realizaron ejercicios en el parque los meses de febrero y marzo?



En total 31 + 24= **55** personas realizan ejercicios en los meses febrero y marzo

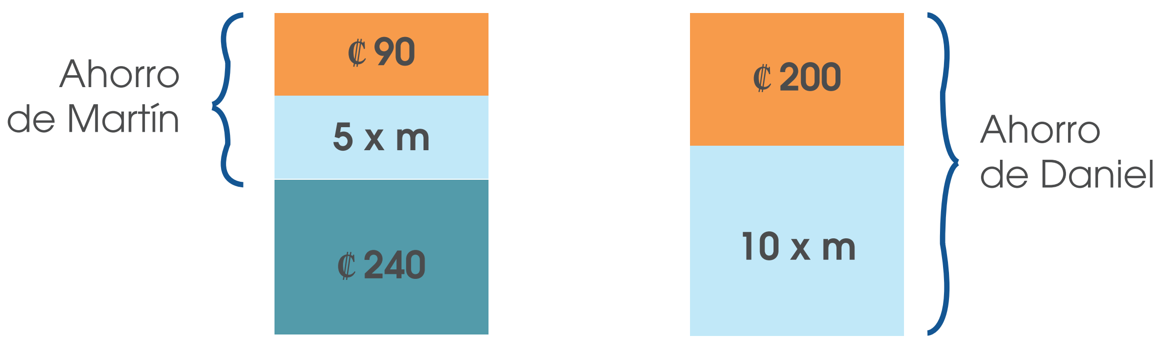
24. De acuerdo con la información del gráfico, ¿cuál es la diferencia entre la cantidad de mujeres que realizaron ejercicios en la plaza, con respecto a la cantidad de hombres, durante los cuatro meses?



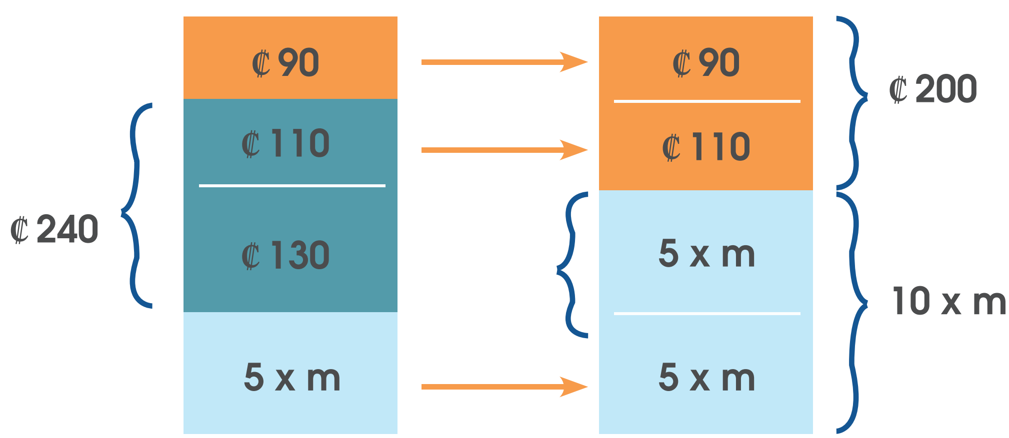
La diferencia entre la cantidad de mujeres y la cantidad de hombres es (51 - 48) **3**

25. Martín y Daniel ahorran monedas de ₡10 y de ₡ 5. Martín tiene ahorrados 9 monedas de ₡10 y algunas monedas de ₡ 5. Daniel tiene ahorrados 20 monedas de ₡10 y la cantidad de monedas de ₡ 5 que tiene Daniel es el doble de la cantidad de monedas de ₡ 5 que tiene Martín. Daniel ahorró ₡ 240 más que Martín. ¿Cuántas monedas de ₡ 5 tiene ahorradas Martín?

	Cantidad de monedas de ₡ 10	Cantidad de dinero	Cantidad de monedas de ₡ 5	Cantidad de dinero
Martín	9	10 x 9 = 90	m	5 x m
Daniel	20	200	2 x m	10 x m



Redistribuyendo la información



De la representación anterior se concluye que 5 x m = 130

$$\frac{5 \times m}{5} = \frac{130}{5}$$

$$m = 26$$

Por lo tanto Martín **tiene ahorrados 26 monedas de ₡ 5**

Otra estrategia podría ser la siguiente

$$90 + 5 \times m + 240 = 200 + 10 \times m$$
$$330 + 5 \times m = 200 + 10 \times m$$
$$(330 - \mathbf{200}) + 5 \times m = (200 - \mathbf{200}) + 10 \times m$$
$$130 + 5 \times m = 10 \times m$$
$$130 + 5 \times m - \mathbf{5 \times m} = 10 \times m - \mathbf{5 \times m}$$
$$\frac{130}{5} = \frac{5 \times m}{5}$$
$$26 = m$$

26. Considere la siguiente información

Un número palíndromo es un número que se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda. Por ejemplo, 878 es un número palíndromo.

Con los dígitos 1, 2, 3 y 4 encuentra los números que cumplan las siguientes condiciones:

a) Tienen cuatro cifras.

b) Son palíndromo.

c) Son múltiplos de 3.

Los palíndromos de 4 cifras que se pueden formar con los 4 dígitos propuestos son los siguientes:

1221	2112	3113	4114
1331	2332	3223	4224
1441	2442	3443	4334
1111	2222	3333	4444

Ahora marcaremos todos aquellos cuya suma de sus dígitos es múltiplo de 3

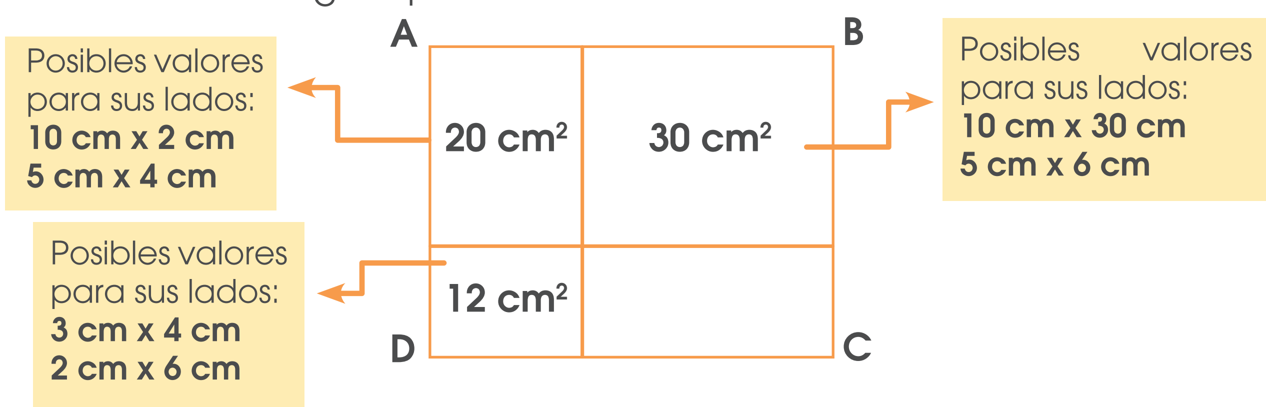
1221	2112	3113	4114
1331	2332	3223	4224
1441	2442	3443	4334
1111	2222	3333	4444

Por lo tanto, los números que cumplen las condiciones propuestas son; **1221, 2112, 2442, 3333 y 4224**

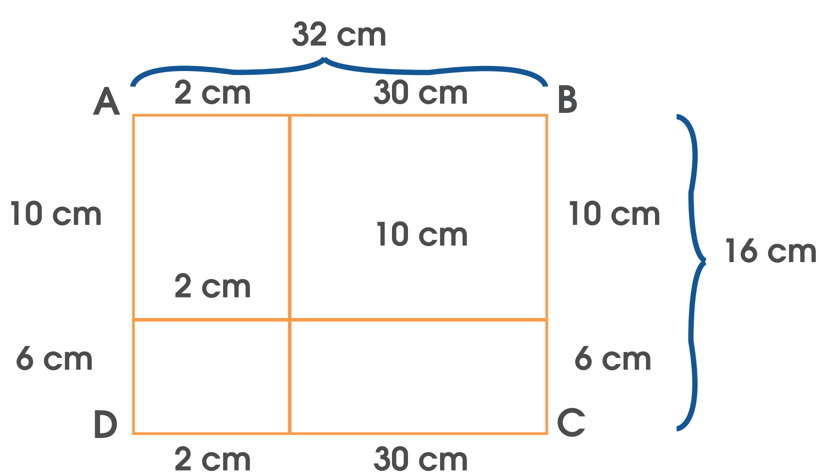
27. Un rectángulo ABCD está dividido en cuatro rectángulos, cuyas medidas de lados corresponden a <u>números enteros</u>. Las áreas de tres de esos rectángulos corresponde a 12 cm^2, 20 cm^2 y 30 cm^2 , como se muestra en la figura.

Con base en esta información ¿Cuánto mide el área del rectángulo ABCD?

Utilicemos la misma figura para extraer información.

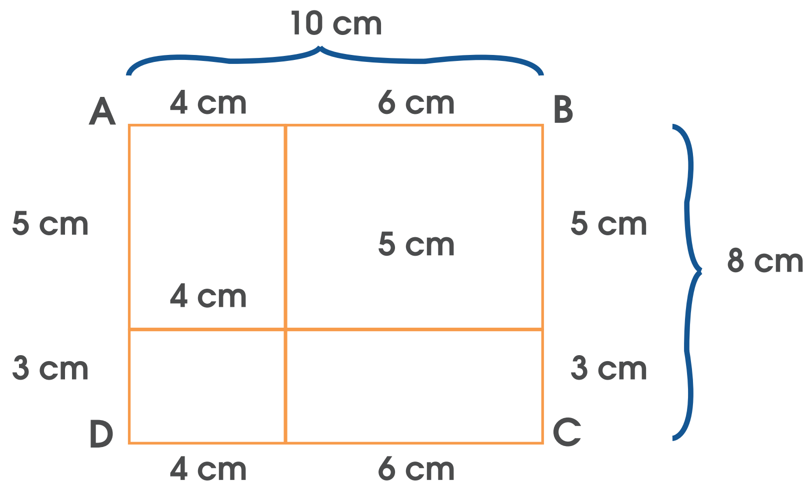


Probaremos cuales de esos valores nos sirven;



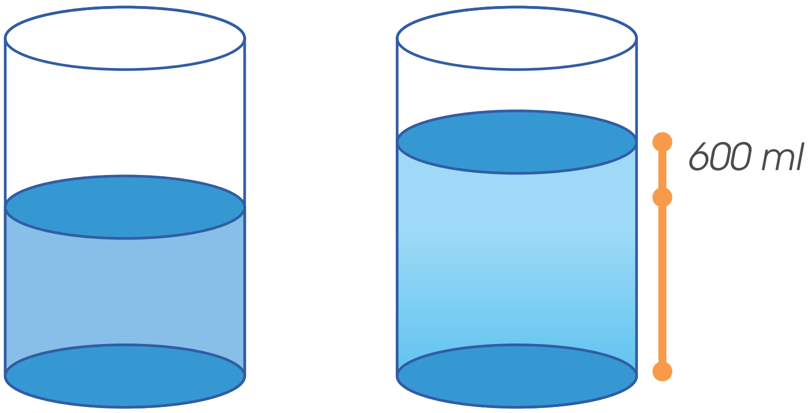
En este caso, el área del rectángulo ABCD es 32 x 16 = **512 cm²**

Pero también se pueden usar las siguientes medidas



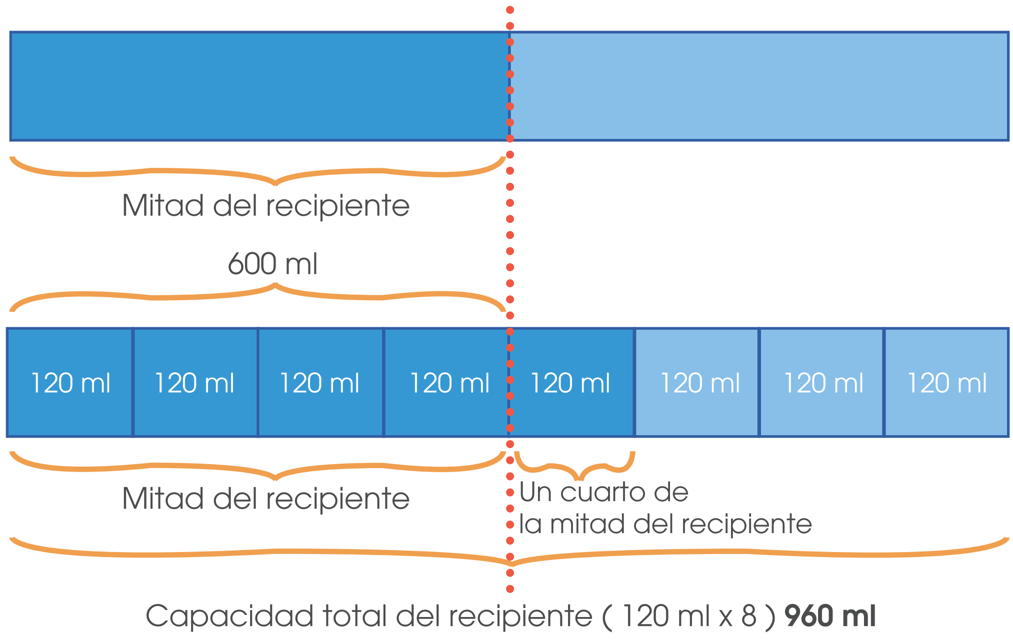
En este caso, el área del rectángulo ABCD es 10 x 8 = **80 cm²**

28. Mario tiene un recipiente en forma cilíndrica en el cual vierte agua hasta la mitad. Luego introduce en su interior más líquido haciendo que su contenido aumente $\frac{1}{4}$ de lo que ya tenía, llegando así a 600 ml. ¿Cuál es la capacidad total del envase cilíndrico?



¿Cuál es la capacidad total del envase cilíndrico?

Se usará una representación gráfica para resolver la situación



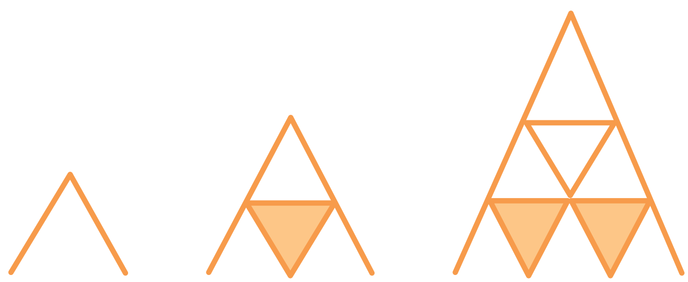
Se concluye que la capacidad total del recipiente es **960 ml.**

29. Se construyen pirámides con cartas de la siguiente manera

1 piso **Fig. 1** 2 pisos **Fig. 2** 3 pisos **Fig. 3**

Para construir la primera se necesitaron 2 cartas, para la segunda se necesitaron 7 y si se continúa con el mismo patrón de construcción entonces, ¿Cuantas cartas se necesitan para construir una pirámide de 5 pisos?

Se puede analizar la figura de acuerdo a la cantidad de triángulos que se forman en el primer piso ya que cada triángulo tiene 3 cartas.



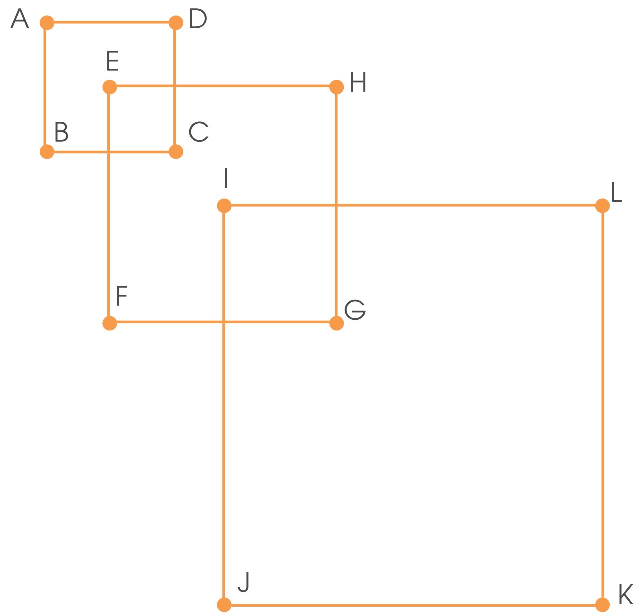
1 piso **Fig. 1** 2 pisos **Fig. 2** 3 pisos **Fig. 3**

Figura	1	2	3	4	5
Total de cartas del primer piso	2 Cartas	1 Triángulo + 2 Cartas	2 Triángulos + 2 Cartas	3 Triángulos + 2 Cartas	4 Triángulos + 2 Cartas
	2	3 + 2 = 5	6 + 2 = 8	9 + 2 = 11	12 + 2 = 14
Total de cartas de cada figura	2	5 + cartas fig. 1	8 + cartas fig. 2	11 + cartas fig. 3	14 + cartas fig. 4
	2	5 + 2	8 + 7	11 + 15	14 + 26
	2	7	15	26	40

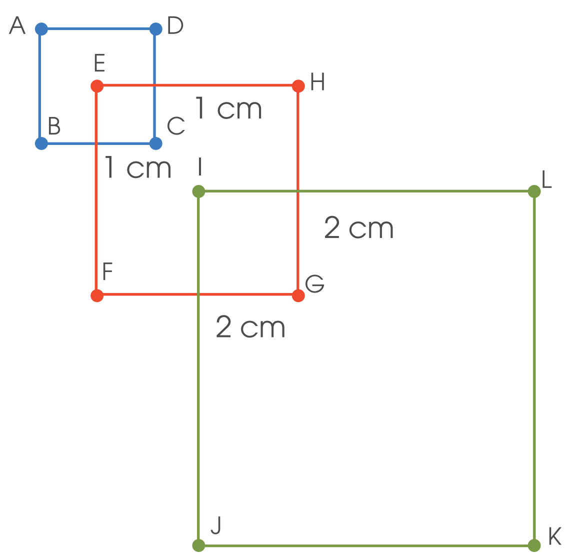
Por lo tanto, una pirámide de 5 pisos tiene **40 cartas**

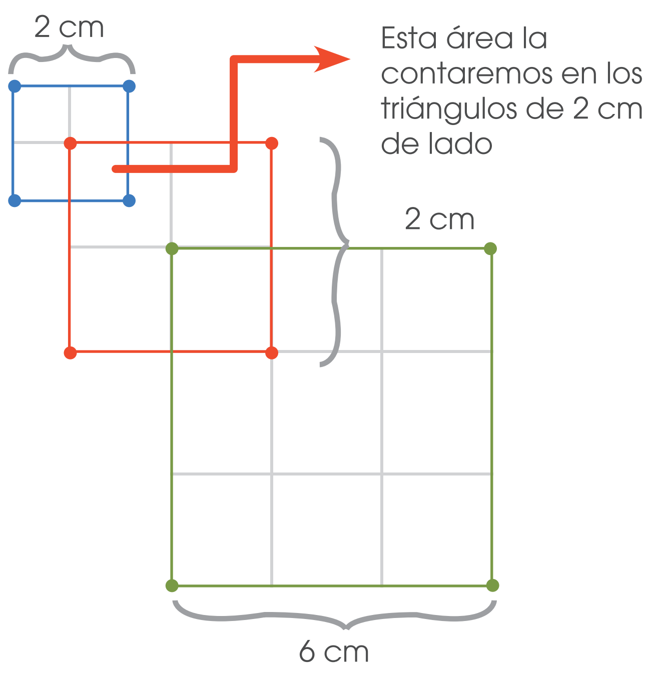
30. La figura está compuesta por tres cuadrados cuyas longitudes de sus lados son 2cm, 4cm y 6cm. El vértice E está en el centro del cuadrado ABCD, el vértice I está en el centro del cuadrado EFGH.

a) ¿Cuál es el área de la figura?



Podemos utilizar una figura cuadriculada para resolver la situación





Cada uno de los triángulos pequeños tiene 1 cm x 1 cm = 1 cm^2 en la figura tenemos 3 que equivale a 3 cm^2
Triángulos de 2 cm tenemos 12, cada uno con un área de 4 cm^2, en total 48 cm^2.

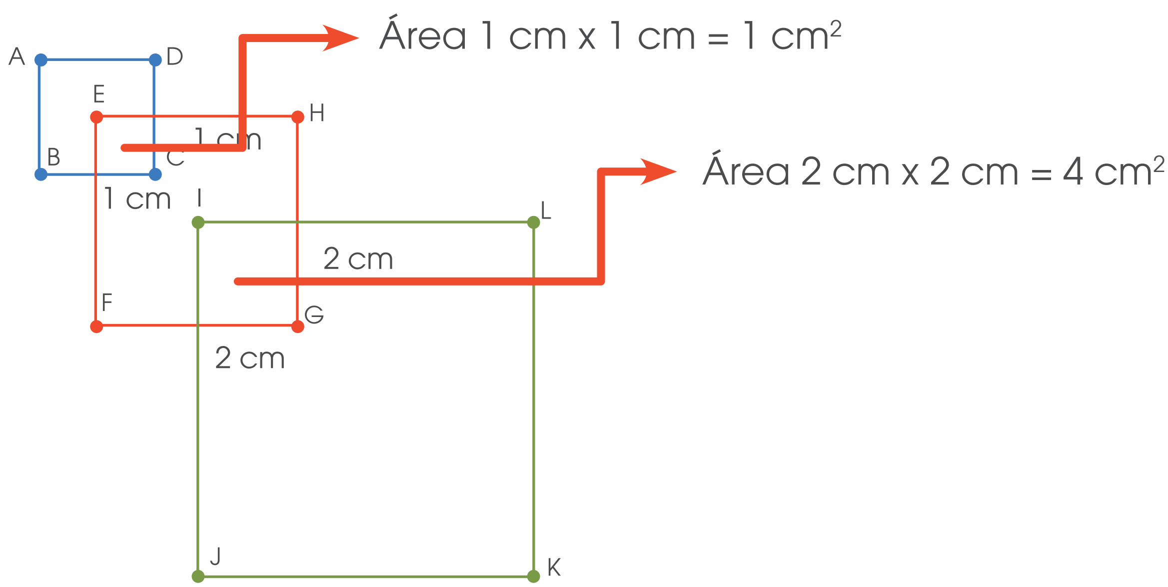
El área de la figura es 3 cm2 + 48 cm2 = **51 cm^2**

Otra estrategia

Para encontrar el área de la figura encontraremos el área de cada cuadrado

- Área cuadrado ABCD 2 cm x 2 cm = 4 cm^2
- Área de cuadrado EFGH 4 cm x 4 cm = 16 cm^2
- Área del cuadrado IJKL 6 cm x 6 cm = 36 cm^2

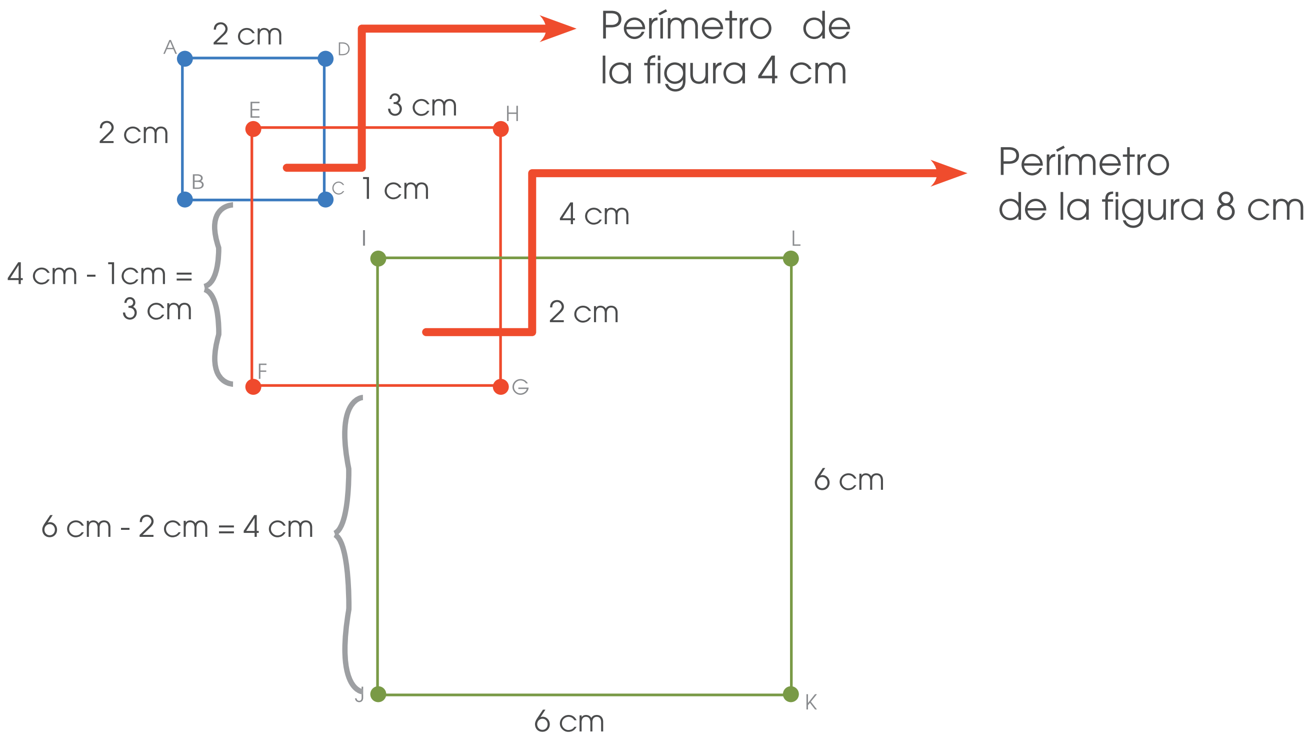
El área podría ser 4 cm^2 + 16 cm^2 + 36 cm^2= 56 cm^2. Sin embargo, hay dos áreas que se repiten y que se contaron 2 veces:



Entonces al área encontrada debemos restarle las áreas que se repiten

Por lo tanto el área de la figura es **56 cm^2 – 5 cm^2 = 51 cm^2**

¿Cuál es el perímetro de la figura?



El perímetro de la figura también se puede hallar de una forma similar al área.

Encontramos el perímetro de los 3 cuadrados

- Perímetro cuadrado ABCD 4 x 2 cm = 8 cm
- Perímetro cuadrado EFGH 4 x 4 cm = 16 cm
- Perímetro cuadrado IJKL 4 x 6 cm = 24 cm

Perímetro de la figura

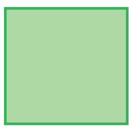
$$\underbrace{(8\text{ cm} + 16\text{ cm} + 24\text{ cm})}_{\text{Perímetro de todos los cuadrados}} - \underbrace{(4\text{ cm} + 8\text{ cm})}_{\text{Perímetro de los cuadrados internos}} =$$

48 cm − 12 cm =

36 cm

31. Miguel tenía el triple de helado que su hermana Julia, así que decidió darle la mitad de su helado. Sin embargo, ahora se dan cuenta que Julia tiene más cantidad de helado que Miguel. ¿Qué porcentaje del helado que tiene ahora Julia debe regresarle a Miguel para que los dos tengan la misma cantidad?

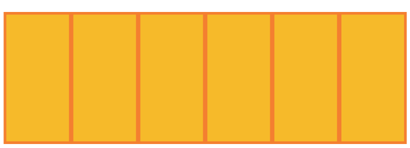
Representemos gráficamente la cantidad de helado que tiene cada uno



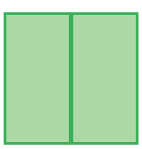
Helado de Julia

Helado de Miguel el triple del helado de julia

Miguel le da a Julia la mitad de su helado para eso divide cada tercio a la mitad y entrega tres su hermana

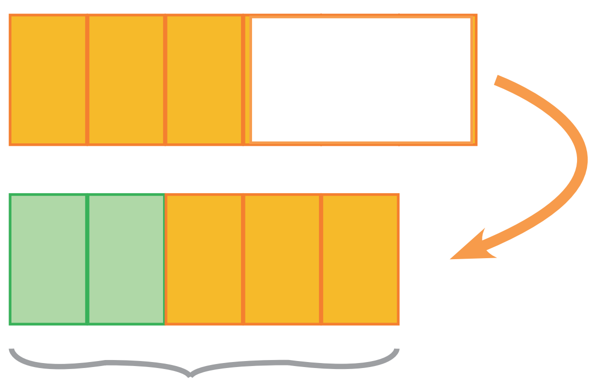


Helado de Miguel



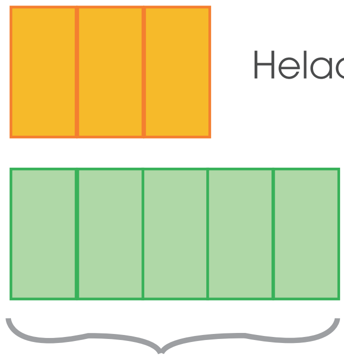
Helado de Julia

Helado que le regaló Miguel a Julia



Cantidad de helado que le queda a Julia

Ahora necesitamos que ambos queden con la misma cantidad de helado

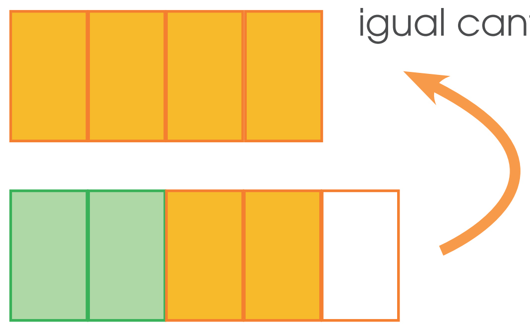


Helado de Miguel

Helado de Luisa

En este momento, esto representa la totalidad del helado de Julia

Helado que le regresa Julia a Miguel para tener igual cantidad



Por lo tanto Julia le regresa a Miguel una quinta parte de su helado. Esto representa 100 ÷ 5 = **20 %**

Observación:

Recuerde: En primaria utilizamos como signo para la multiplicación la letra "x" sin embargo podemos valorar el uso del punto para ir familiarizando a los niños con esta otra forma de representar esta operación en la secundaria.

Créditos
Los ítems fueron tomados de la prueba de la II Eliminatoria de la Olimpiada Costarricense de Matemática de tercer año 2018, elaborada por:

Cristian Barrientos Quesada
Dirección Regional Puntarenas

Tony Benavides Jiménez
Dirección Regional Peninsular

Revisoras de los cuadernillos
Mónica Mora Badilla
Profesora de Matemática Escuela de Formación Docente,
Universidad de Costa Rica.

Gabriela Valverde Soto
Profesora de Matemática Escuela de Formación Docente,
Universidad de Costa Rica.

Compilación y estrategias de solución de los cuadernillos realizadas por:
Xinia Zúñiga Esquivel.
Asesoría Nacional de Matemática.
Departamento de Primero y Segundo Ciclos
Dirección de Desarrollo Curricular

mep
Ministerio de
Educación Pública

Ministerio de Educación Pública
DDC
Dirección de Desarrollo Curricular

mep
Olimpiada Nacional
de Matemática en Primaria

UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

OLIMPIADAS
COSTARRICENSES
DE MATEMÁTICAS
OLCOMA