

**Ministerio de Educación Pública**

Dirección de Desarrollo Curricular

Departamento de I y II ciclos

Asesoría Nacional de Matemática

# CUADERNILLO DE APOYO PARA EL DOCENTE

Olimpiada Costarricense de  
Matemática para Educación  
Primaria OLCOMEPE-2019

**QUINTO AÑO**

- Abril 2019 -

5°



### PRESENTACIÓN

Es fundamental que nuestro sistema educativo fomente en la sociedad costarricense, todas las actividades posibles orientadas a estimular el desarrollo científico y tecnológico, a efecto de formar personas con las habilidades necesarias para hacer frente a los retos y demandas contemporáneas.

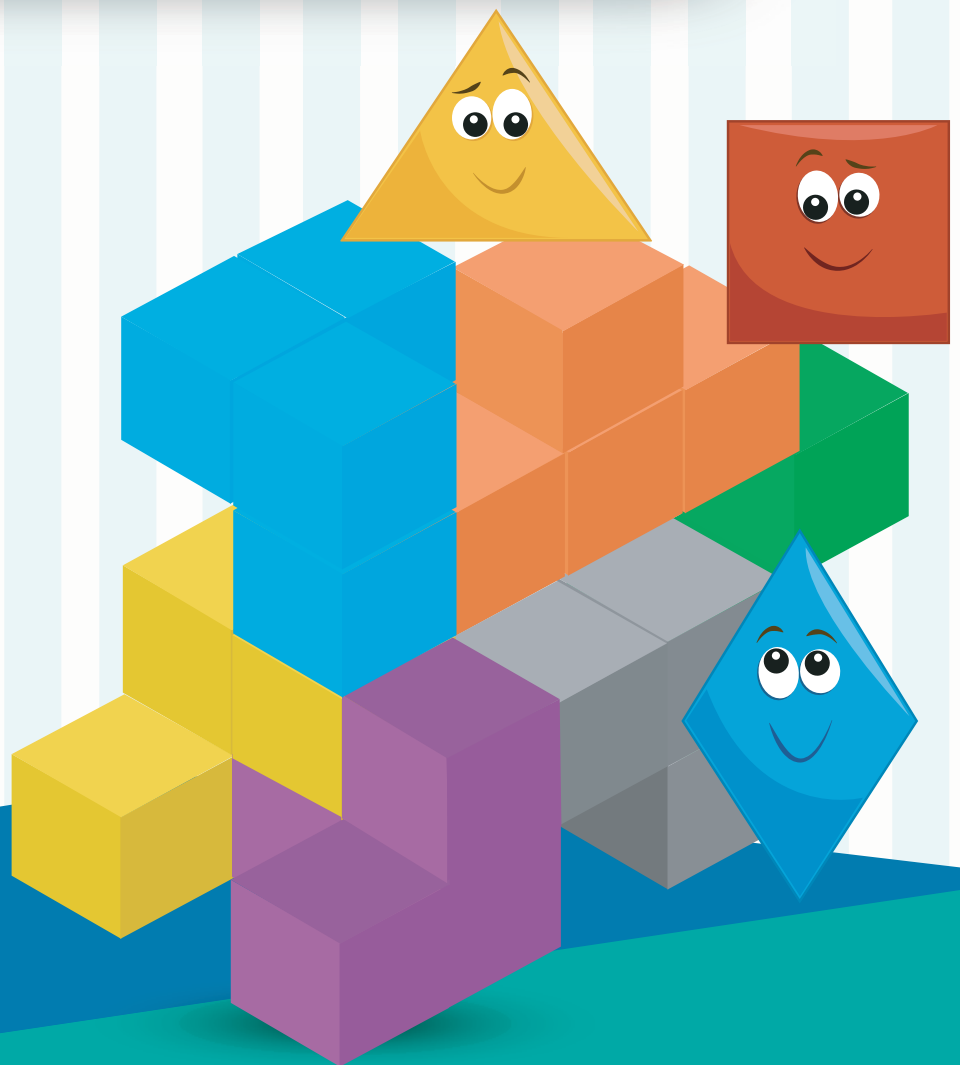
La enseñanza de la matemática ocupa un papel clave en el currículo escolar y persigue el desarrollo de un proceso intelectual en los estudiantes. La Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria **OLCOMEP**, tiene como finalidad estimular y desarrollar entre los niños y niñas sus capacidades de resolución de problemas matemáticos, por medio de una competencia de conocimiento sana entre estudiantes de diferentes regiones educativas del país.

El presente cuadernillo pretende ser un insumo de apoyo para el docente y práctica para el estudiante. El mismo busca orientar a los y las participantes de la **OLCOMEP**, por medio de la presentación de problemas recopilados de las pruebas aplicadas en ediciones anteriores de la misma olimpiada. Su contenido pretende dar pautas sobre los tipos de problemas a los que se van a enfrentar los y las estudiantes en las diferentes etapas que comprende la **OLCOMEP**, así como sus diferentes estrategias de resolución.

Los problemas aquí seleccionados se fundamentan en situaciones matemáticas donde se requiera manifestar las habilidades que caractericen el talento matemático para lograr su resolución, basados en los niveles de complejidad de los problemas descritos en el Programa de Estudio en Matemáticas (MEP, 2012) y por medio de los diferentes contextos que se consideran para la olimpiada.

**Comisión Central de OLCOMEPE**

# Ítems de práctica



1. Determine el número que cumple con las siguientes condiciones:

- Número de tres dígitos,
- Divisible por 3,
- El dígito de las unidades no es cero y es igual a 5 veces el dígito de las decenas,
- El dígito de las centenas es par.

Para encontrar el número solicitado el estudiante debe ir incorporando la información que le brinda cada una de las condiciones.

a. Número de tres dígitos quiere decir que es de la forma

a	b	c
Centenas	Decenas	Unidades

b. Divisible por 3 indica que la suma de los 3 dígitos es múltiplo de 3

$$a + b + c \text{ es divisible por } 3$$

c. El dígito de las unidades no es cero (por lo que puede ser 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) y es igual a 5 veces el dígito de las decenas. Para que se pueda cumplir esa parte de la condición, el único número que puede servir es que el dígito de las decenas sea 1 y el de las unidades 5.

a	1	5
Centenas	Decenas	Unidades

d. El dígito de las centenas es par, esto implica que puede ser 2, 4, 6 u 8. Pero como ya tenemos el dígito de las decenas y las unidades vamos a probar cual de esos dígitos cumple con la segunda condición.

2	1	5	$2 + 1 + 5 = 8$	No es múltiplo de 3
4	1	5	$4 + 1 + 5 = 10$	No es múltiplo de 3
<b>6</b>	<b>1</b>	<b>5</b>	<b><math>6 + 1 + 5 = 12</math></b>	<b>Si es múltiplo de 3</b>
8	1	5	$8 + 1 + 5 = 14$	No es múltiplo de 3

Por lo tanto, el número buscado es el **615**.

2. Dados los siguientes dígitos 5, 4, 7, 1, 3 colocarlos en los recuadros de tal forma que al efectuar la operación resta, se obtenga la menor diferencia posible.

$$\begin{array}{r} \square \square \square \\ - \quad \square \square \\ \hline \end{array}$$

¿Cuál es el resultado de dicha operación?

Con los dígitos 5, 4, 7, 1 y 3 se pueden formar muchos números de 3 dígitos y más cantidad aún de dos dígitos, por lo anterior es necesario que el estudiante tenga claro que para que la diferencia sea menor, el número que debe formar es **el menor de 3 dígitos** y el **mayor de 2 dígitos**.

$$\begin{array}{r} \square 1 \square \\ - \quad \square 7 \square \\ \hline \end{array}$$

Por lo tanto, la diferencia de ambos números es **59**.

**3.** Mario y Daniela quieren ir al cine con sus otros dos hermanos, disponen de 8 monedas de ¢ 500, 5 billetes de ¢1000 y 4 billetes de ¢ 2000. Si cada entrada tiene un costo de ¢ 4200.

¿Cuánto dinero les queda a Mario y a Daniela una vez que compran las entradas?

Una posible estrategia a utilizar por el estudiante podría ser;

Cantidad de monedas o billetes	Denominación		Cantidad de dinero
8	¢ 500	$8 \times 500$	¢ 4000
5	¢ 1000	$5 \times 1000$	¢ 5000
4	¢ 2000	$4 \times 2000$	¢ 8000
<b>Total</b>			<b>¢17 000</b>

El valor de las 4 entradas es ( $4 \times 4200$ ) **¢16 800**

Y luego se realiza la diferencia  $\text{¢}17\,000 - \text{¢}16\,800 = \text{¢}200$

Por lo que a Mario y Daniela **solo les quedan ¢ 200**

4. Frank tiene ahorrados ₡ 80 000 de los cuales debe depositar en un ahorro para fin de año la cuarta parte de ese dinero, con lo restante necesita comprar unos regalos; uno le cuesta  $\frac{1}{3}$  del dinero que le quedaba y el otro  $\frac{1}{5}$  de ese mismo dinero.

¿Cuánto dinero le sobró a Frank luego de hacer el depósito y comprar los regalos?

El estudiante lo puede hacer con una representación gráfica del problema



Una quinta parte del dinero que le sobra



Cantidad de dinero de Frank



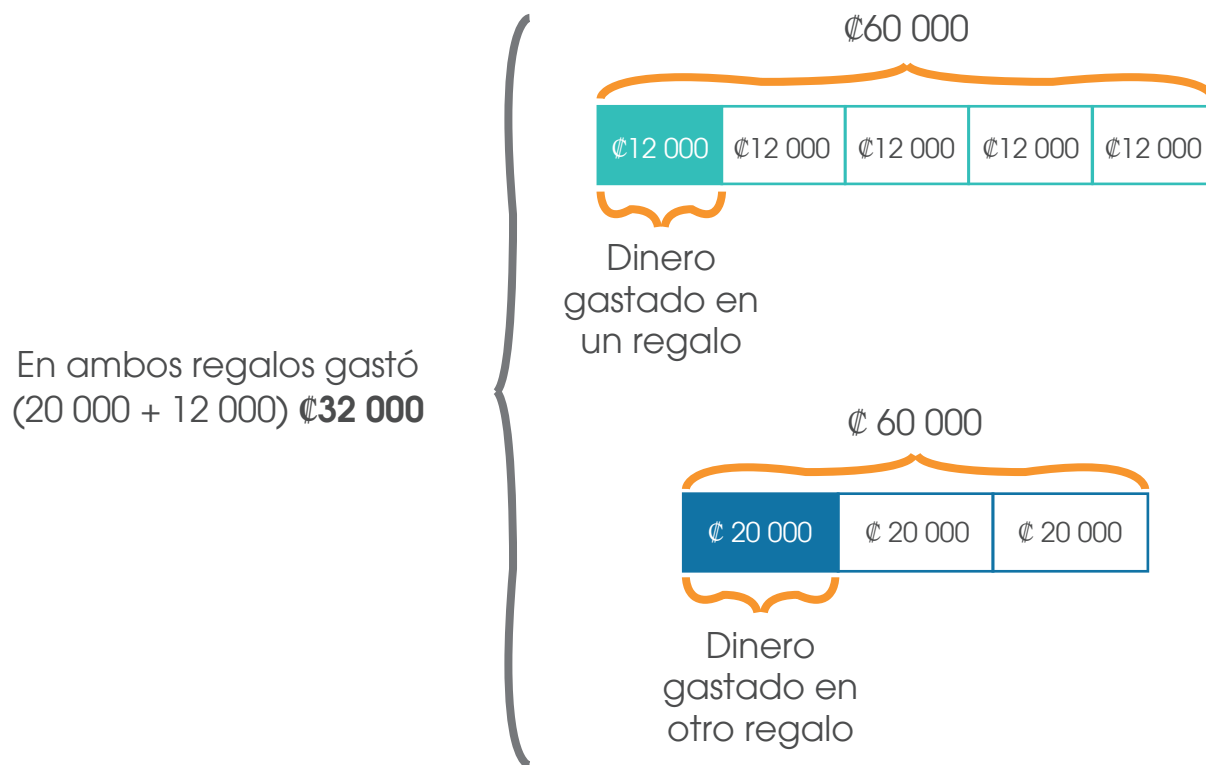
Una tercera parte del dinero que le sobra

Ahora se completará la información de acuerdo con lo que propone el problema.



## DIRECCIÓN DE DESARROLLO CURRICULAR

Departamento de I y II Ciclos | Asesoría Nacional de Matemática



El dinero que le queda a Frank es ( $¢60\,000 - ¢32\,000$ ) **¢28 000**



5. Xinia tiene una caja registradora que imprime dos recibos con los dígitos desordenados. Para saber cuál es el monto verdadero a cobrar se debe ordenar los números de tal forma que resulte el mayor, luego la diferencia entre ellos es el monto a pagar. En esta ocasión estos son los números que registra cada recibo.

¿Cuál es el monto correcto que debe pagar Xinia?

Existen muchas combinaciones que se pueden hacer con los dígitos de los tickets, por lo tanto se debe tener como ordenar los dígitos para obtener el mayor número.

Con los dígitos: 5, 2, 1, 4 y 9 se forma

9	5	4	2	1
DM	UM	C	D	U

Con los dígitos: 2, 1, 4, 2 y 3 se forma

4	3	2	2	1
DM	UM	C	D	U



La diferencia entre ambos números es  $(95\ 421 - 43\ 221)$  **52 200**

6. En la siguiente tabla se muestra la relación entre el lado de un cuadrado y su área.

¿Cuál es el valor faltante?

Medida del lado del cuadrado	4	5	6	7	8	9
Valor del área	16	25	36	49		81

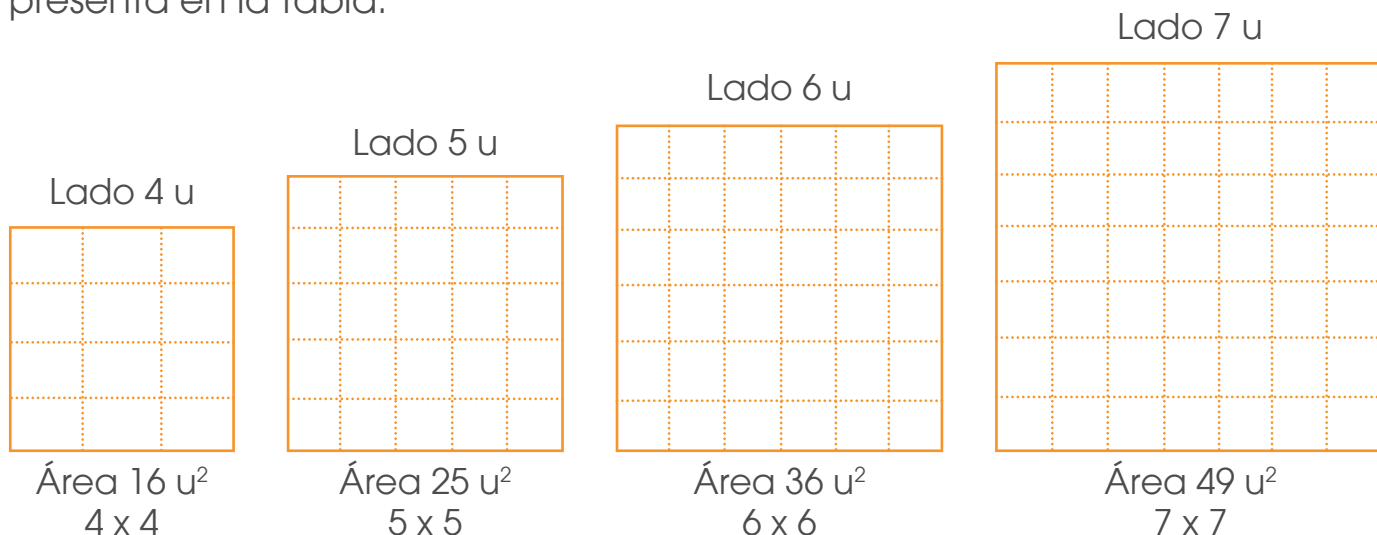
Se debe analizar la relación que hay entre la medida del lado y el área del cuadrado.

Medida del lado del cuadrado	4	5	6	7	8	9
Valor del área	16	25	36	49		81

$4 \times 4$     $5 \times 5$     $6 \times 6$     $7 \times 7$     $8 \times 8$     $9 \times 9$

El área del cuadrado de **8 u de lado es  $64 \text{ u}^2$**

**Otra estrategia** que se puede utilizar es representar la información que se presenta en la tabla.



El estudiante debe deducir la relación que tiene el área con respecto al lado del cuadrado, es decir deducir que  $\text{área} = \text{lado} \times \text{lado}$ .

Aplicando la relación, si el cuadrado mide 8 u, entonces su área es  **$8 \text{ u} \times 8 \text{ u} = 64 \text{ u}^2$**

7. Considere las siguientes igualdades:

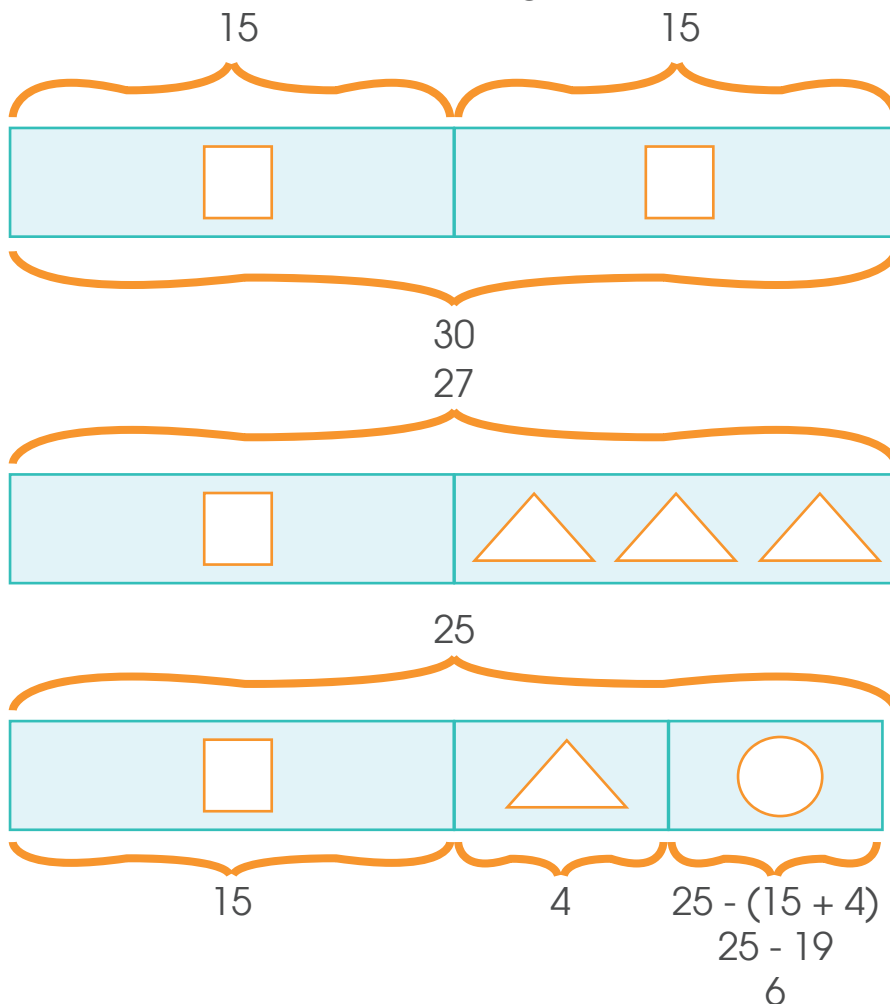
$$\square + \square = 30$$

$$\triangle + \triangle + \square + \triangle = 27$$

$$\bigcirc + \square + \triangle = 25$$

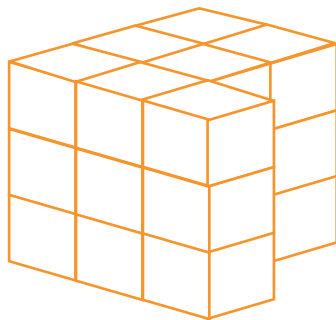
¿Cuál es el valor de  $\bigcirc$ ?

Se usará una representación gráfica para resolver la situación



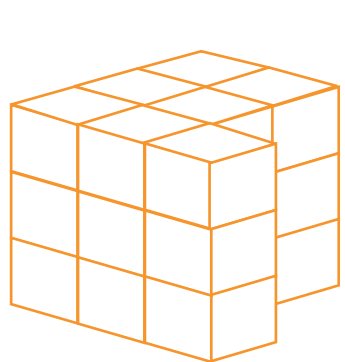
El valor de  $\bigcirc$  es 6

8. Ana tiene una pieza de madera formada por cubos, todos con el mismo tamaño y peso, algunos cubos se han despegado exactamente dos columnas de cubos, si la pieza actualmente pesa 105 g.

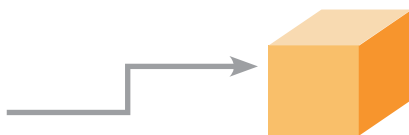


¿Cuánto pesaba en kilogramos la pieza original (antes de perder cubos)?

Una estrategia es encontrar el peso de cada cubo



Peso de la  
pieza 105 g



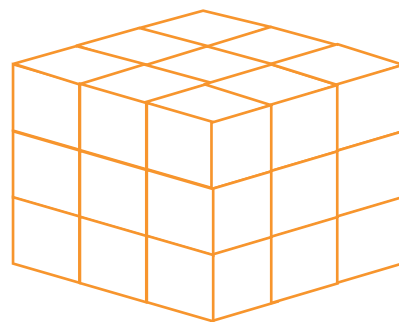
El peso de cada cubo  
es  $(105 \div 21) = 5$  g

La pieza tiene  
21 cubos

Faltan dos columnas de cubos y cada columna tiene 3 cubos, en total 6

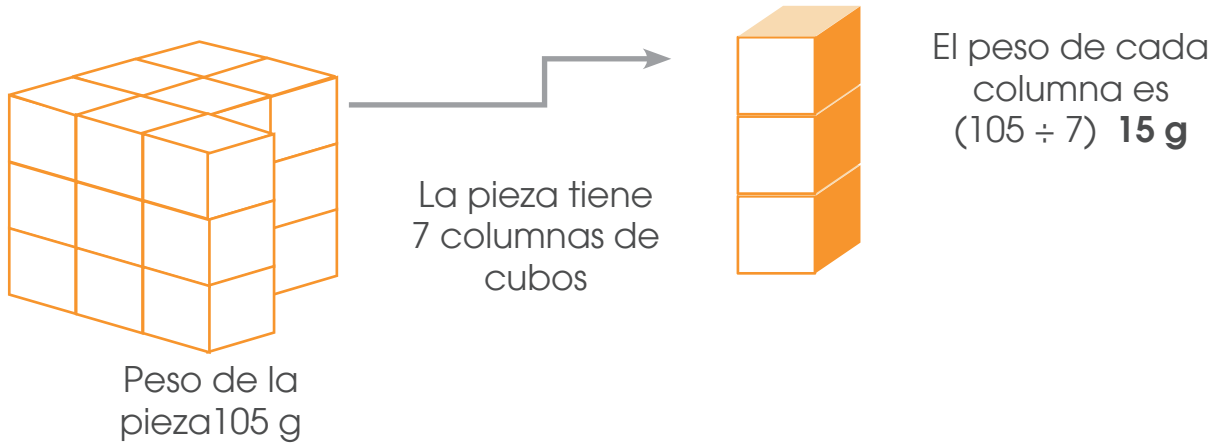


6 cubos  $\times$  5 g son 30 g.



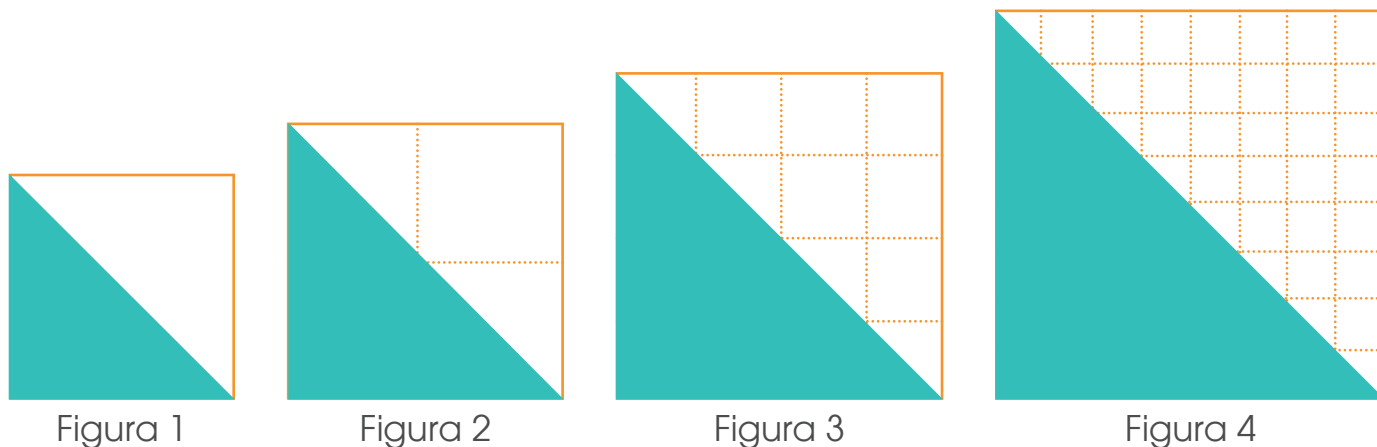
Por lo tanto, el peso total del cubo completo es  $(105 \text{ g} + 30 \text{ g})$  **135 g**

Otra forma es utilizar la columna de cubos.



Faltan dos columnas que pesan (2 x 15) 30 g. Por lo tanto, el cubo completo pesa **135 g lo cual corresponde a 0,135 kg.**

9. Ana tiene una pieza de madera formada por cubos, todos con el mismo tamaño y peso, algunos cubos se han despegado exactamente dos columnas de cubos, si la pieza actualmente pesa 105 g.



¿Cuál es la medida del área sombreada de la figura 6?

Una estrategia que se puede utilizar es analizar la relación entre la figura y la medida del lado del cuadrado.

Figura	1	2	3	4	5	6
Lado del cuadro	1	2	4	8		
		1 x 2	2 x 2	4 x 2	8 x 2	___ x 2
	1	2	4	8	16	32

Encontrando la medida del lado, se puede aplicar la fórmula del área para encontrar el área sombreada de la figura 6.

**Caso a:** encontrar directamente el área del triángulo

Figura	1	2	3	4	5	6
Área de la figura sombreada	$\frac{1 \times 1}{2}$	$\frac{2 \times 2}{2}$	$\frac{4 \times 4}{2}$	$\frac{8 \times 8}{2}$	$\frac{16 \times 16}{2}$	$\frac{32 \times 32}{2}$
	$\frac{1}{2}$	2	8	32	128	512

$$\text{Área del triángulo de la figura 6} = \frac{32 \times 32}{2} = 512 \text{ u}^2$$

**Caso b:** encontrar el área del cuadrado y dividirla por dos (ya que el área del triángulo es la mitad del cuadrado).

Figura	1	2	3	4	5	6
Área del cuadrado	1	4	16	64	256	1024
Área de la figura sombreada	$\frac{1}{2}$	2	8	32	128	512

$$\text{Área del cuadrado} = 32 \times 32 = 1024$$

$$\text{Área del triángulo} = 1024 \div 2 = 512$$

Por lo tanto el área del triángulo es **512 u<sup>2</sup>**

**10.** En la siguiente imagen se observan 3 dados comunes, de los cuales podemos visualizar los puntos de 7 de sus caras.

¿Cuánto suman los puntos de las caras no visibles?

Se puede considerar que los puntos de las seis caras suman

$$(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) = 21$$

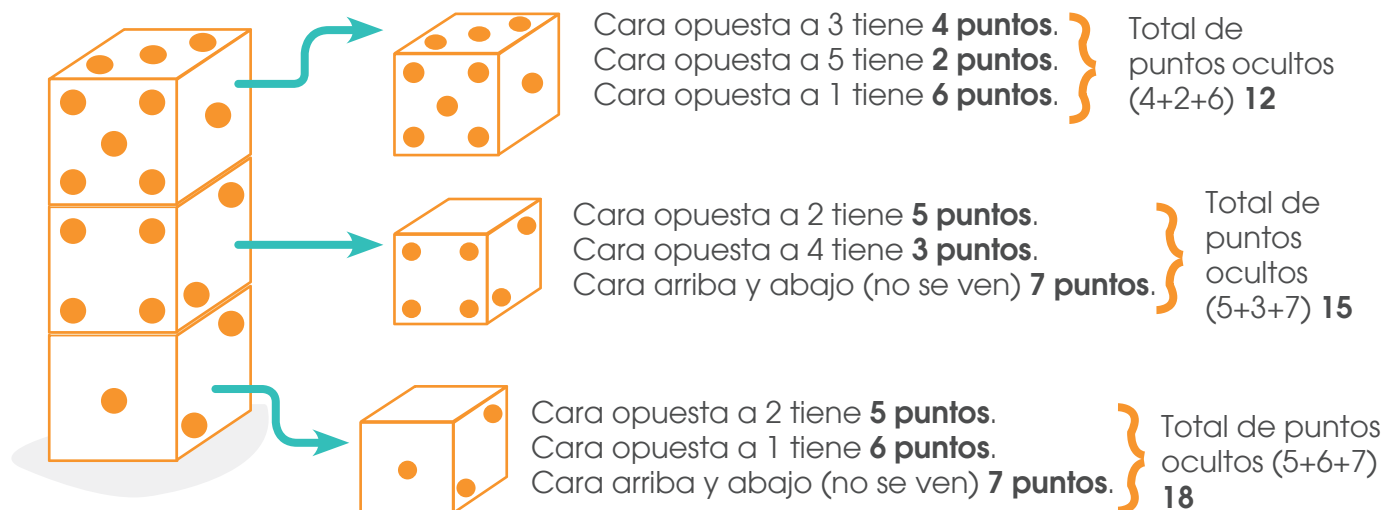
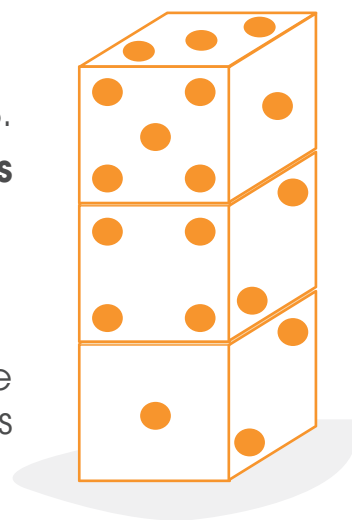
Por lo tanto los puntos de los 3 dados suman  $(21 \times 3) = 63$ .

De esos 63 puntos son visibles  $(1 + 2 + 4 + 2 + 5 + 1 + 3) = 18$ .

Por lo tanto, la cantidad de **puntos que no son visibles son 45**

**Otra estrategia** que se puede utilizar es la siguiente:

La suma de las caras opuestas en un dado común siempre es 7. Usaremos entonces esto para encontrar los puntos ocultos.



Por lo tanto, la cantidad de puntos ocultos es  $(12 + 15 + 18) = 45$ .



11. La maestra les indica a sus estudiantes lo siguiente:  
Debemos encontrar cuál es el menor número natural que al sumarlo con 131 el resultado sea divisible entre 16.

¿Cuál es ese número?

Usaremos la división para saber cuál es el número más cercano a 131 que éste, que es divisible entre 16.

Es un número 3 unidades menor que 131, es decir es  $(131 - 3)$  **128**

$$\begin{array}{r} 131 \\ \textcircled{3} \quad | \quad 16 \\ \hline 8 \end{array}$$

También lo podemos sacar de acá, es el producto de  $16 \times 8 = \mathbf{128}$

El siguiente número divisible por 16 es  $128 + 16 = 144$

Por lo tanto, para obtener la diferencia hacemos  $144 - 131 = 13$

Y encontramos el menor número que debo sumar a 131 para obtener un número divisible entre 16.

**Otra forma es la siguiente:**

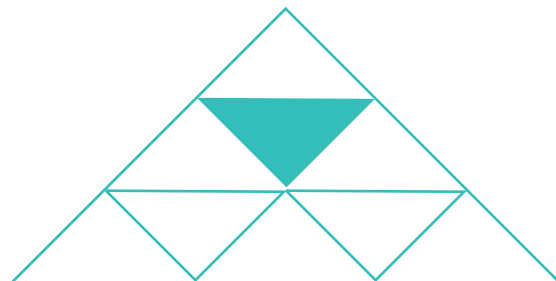
Se elabora una tabla con los múltiplos de 16

<b>Múltiplos de 16</b>	16	32	48	64	80	96	112	128	144
------------------------	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----

El número, divisible entre 16, mayor que 131 es 144.

Por lo tanto para encontrar la diferencia solicitada realizamos lo siguiente  $144 - 131 = 13$ .

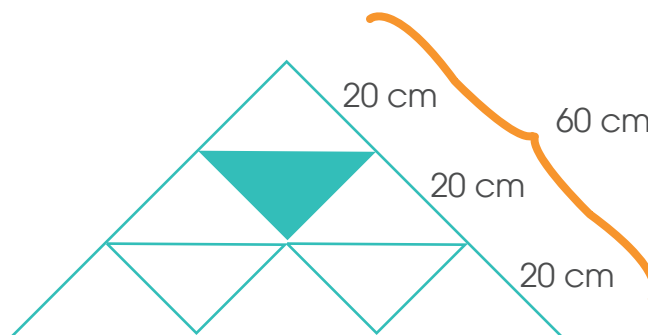
**12.** La siguiente figura está formada por triángulos equiláteros. Si el perímetro del triángulo sombreado es de 60 cm.



¿Cuál es el perímetro del triángulo de mayor tamaño?

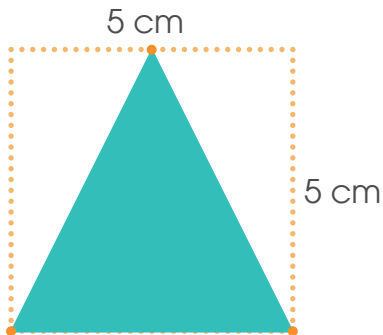
Si el perímetro del triángulo sombreado es 60 cm y como el triángulo es equilátero, entonces cada uno de sus lados mide  $(60 \div 3)$  **20**

Esta información la llevamos a la figura



Por lo tanto concluimos que el perímetro del triángulo es  $(60 \text{ cm} + 60 \text{ cm} + 60 \text{ cm})$  **180 cm**

13. En la siguiente figura se muestra un cuadrado de lado 5 cm. La base del triángulo sombreado es la misma base del cuadrado.



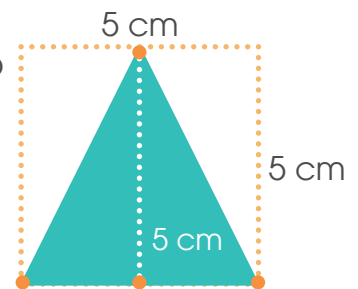
¿Cuántos centímetros cuadrados mide el área del cuadrado que no ha sido sombreada?

Pasaremos la información a la figura

Ahora podemos encontrar el área del triángulo sombreado

$$\text{Área de triángulo sombreado} = \frac{5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}}{2} = 12,5 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área del cuadrado} = 5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} = 25 \text{ cm}^2$$

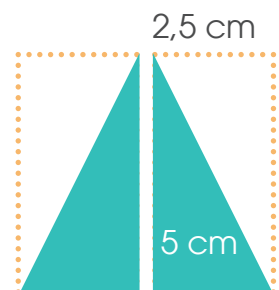


Y el área de la región que no está sombreada es  $(25 \text{ cm}^2 - 12,5 \text{ cm}^2)$   $12,5 \text{ cm}^2$

Otra forma de visualizarlo

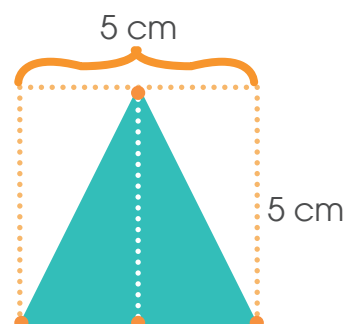
$$\text{Área de triángulo sombreado} = \frac{2,5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}}{2} = 6,25 \text{ cm}^2$$

Como son dos triángulos con igual área, entonces el área de la región no sombreada es  $(2 \times 6,25)$   $12,5 \text{ cm}^2$



Otra forma de visualizarlo

El área de la figura sombreada es igual al área de la figura sin sombrar. Por lo tanto, basta que el estudiante encuentre el área del cuadrado y lo divida entre dos.



El área de la figura sombreada es igual al área de la figura sin sombrear. Por lo tanto, basta que el estudiante encuentre el área del cuadrado y lo divida entre dos.

$$\text{Área del cuadrado} = 5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} = 25 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área de triángulo sombreado} = \frac{25}{2} = 12,5$$

Es observar que el área sombreada es igual al área sin sombrear, por lo tanto, ambas áreas representan la mitad del área del cuadrado

$$\text{Área del cuadrado} = 5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} = 25 \text{ cm}^2$$

Por lo tanto el área de la región no sombreada es  $(25 \div 2)$  12,5

14. ¿Cuál es valor de  $n$  en la expresión  $8 \times n + 7 = 55$  ?

El estudiante puede hacerlo por tanteo e ir aproximando el valor

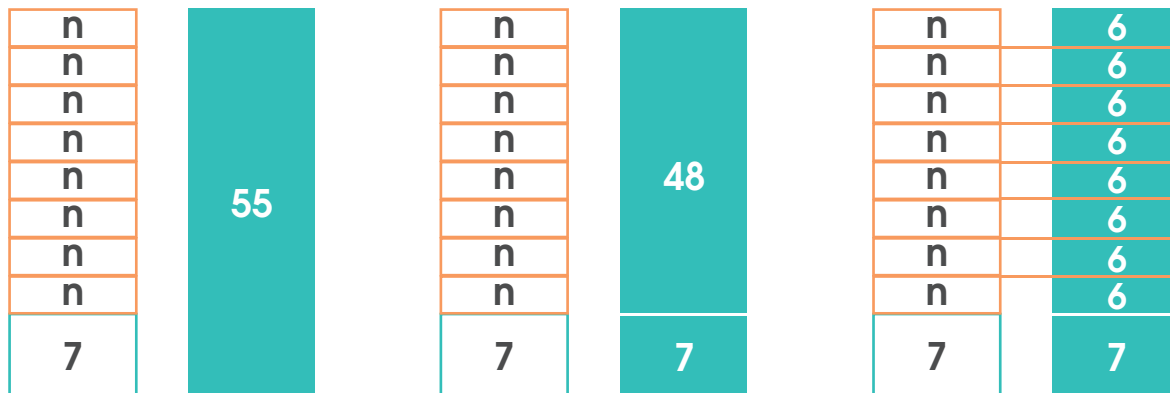
Para  $n = 1$  se tiene  $8 \times 1 + 7 = 15$  (está bastante largo de 55)

Para  $n = 10$  se tiene  $8 \times 10 + 7 = 87$  (es un valor que se pasa)

Para  $n = 5$  se tiene  $8 \times 5 + 7 = 47$  (se acerca bastante pero debe ser una cantidad mayor).

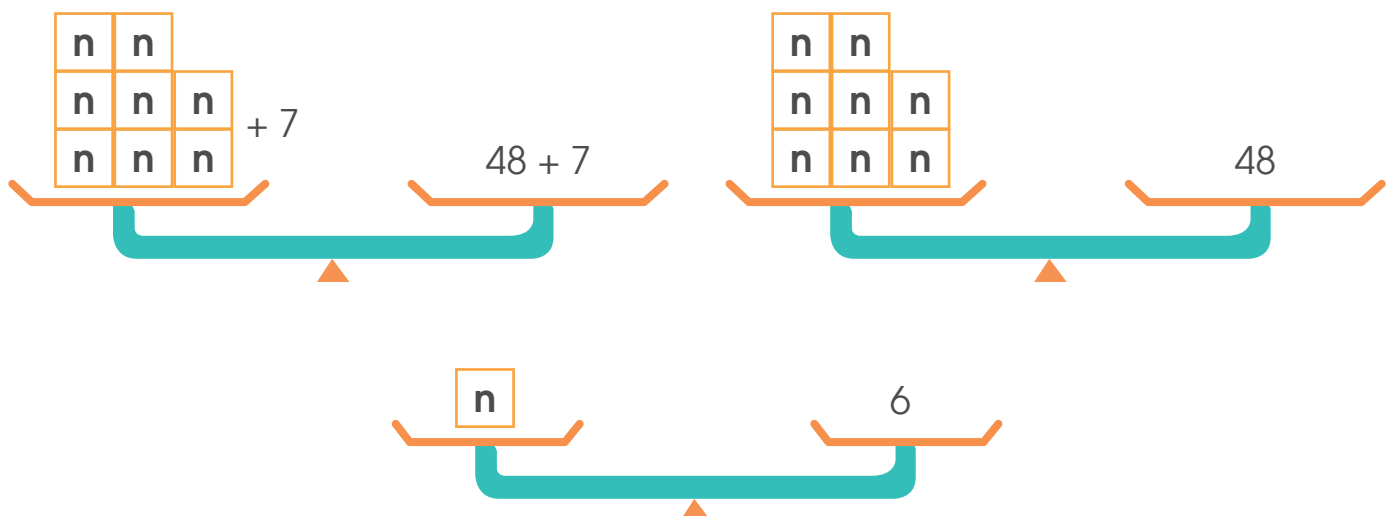
Para  $n = 6$  se tiene  $8 \times 6 + 7 = 55$ . Por lo tanto 6 es el valor que se está buscando.

Otra estrategia que se puede utilizar es representar gráficamente la información



Por lo tanto el valor de  $n$  es 6.

Esto mismo se pudo representar mediante una balanza



**Otra forma de trabajarlo**

$$8 \times n + 7 = 55$$

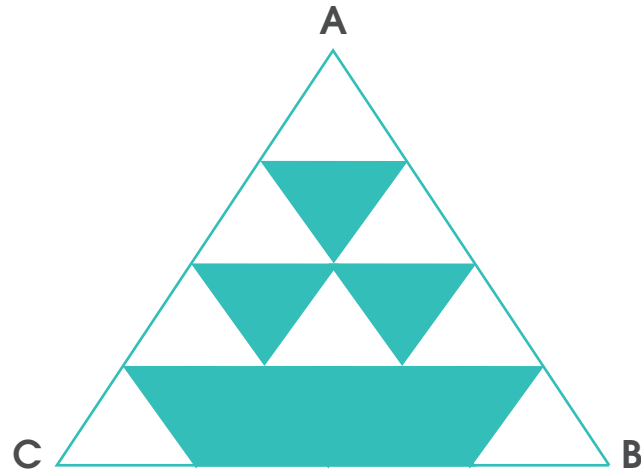
$$8 \times n + 7 - 7 = 55 - 7 \quad \left. \vphantom{8 \times n + 7 - 7} \right\} \text{ Restamos 7 a ambos lados}$$

$$8 \times n = 48$$

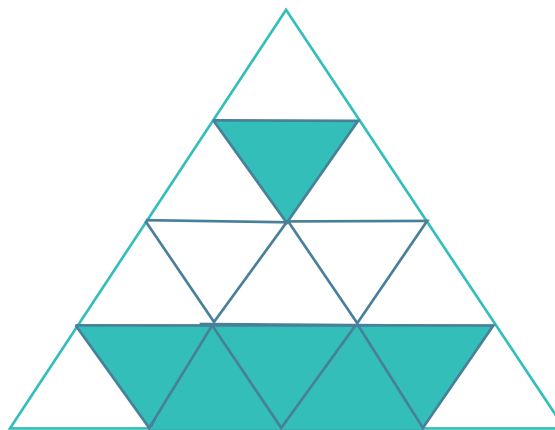
$$\begin{array}{r} 8 \times n = 48 \\ \hline 8 \quad 8 \end{array} \quad \left. \vphantom{8 \times n = 48} \right\} \text{ Dividimos por 8 ambos lados}$$

$$\mathbf{n = 6}$$

15. ¿Qué fracción representa la parte sombreada de la figura si el triángulo ABC es equilátero?



Tracemos algunos segmentos en la figura

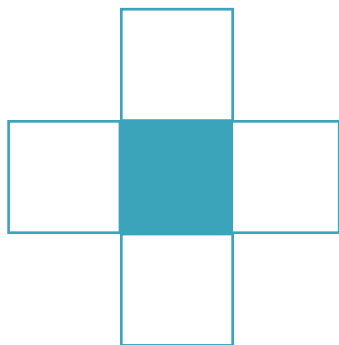


Podemos observar que la figura queda dividida en 16 triángulos de igual área, es decir la figura está dividida en dieciseisavos.

Por lo tanto, la parte sombreada corresponde a

$$\left( \frac{6 \text{ triángulos pintados}}{16 \text{ triángulos en total}} \right) = \frac{6}{16}$$

**16.** El perímetro de la figura que se observa es 72 cm y fue construida con cinco cuadrados de igual tamaño.

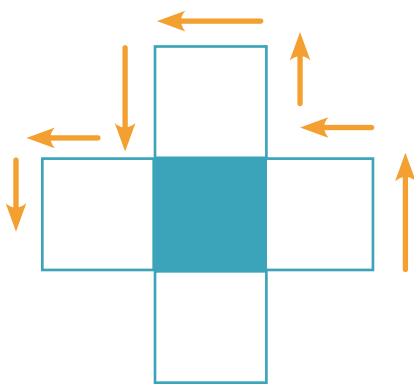


¿Cuál es el área sombreada de la figura en centímetros cuadrados?

El perímetro de la figura está formado por 12 lados de los cuadrados iguales en que se divide la figura, por lo tanto, los 12 lados miden lo mismo.

Para encontrar el área de la figura sombreada, se necesita la medida del lado del cuadrado.

- Conocemos que los cuadrados son de igual tamaño por lo tanto, todos sus lados tienen la misma medida.
- Conocemos también que el perímetro de la figura es 72 cm y corresponde a la medida del contorno de la figura (compuesta por 12 lados).



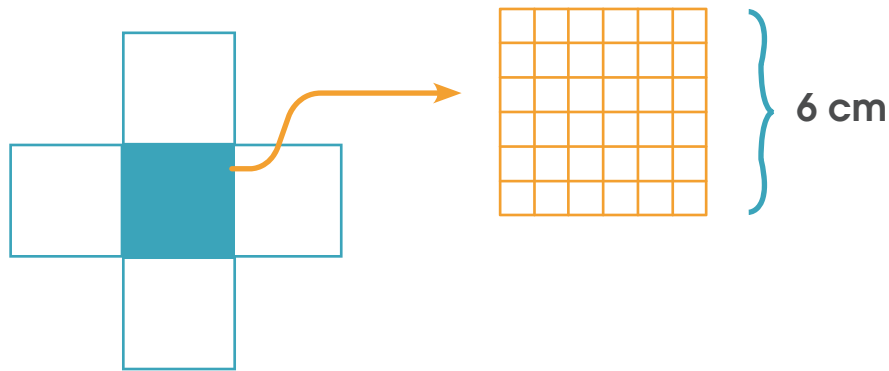
72

$$72 \div 12 = 6$$

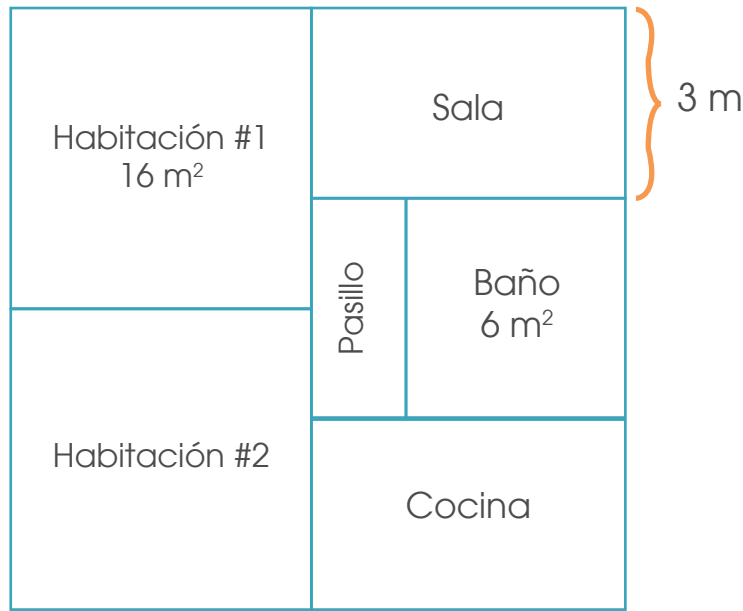


Entonces cada cuadrado mide 6 cm de lado, por lo tanto el área sombreada mide (6 cm x 6 cm) **36 cm<sup>2</sup>**

Esto también lo podemos observar mediante una representación gráfica.



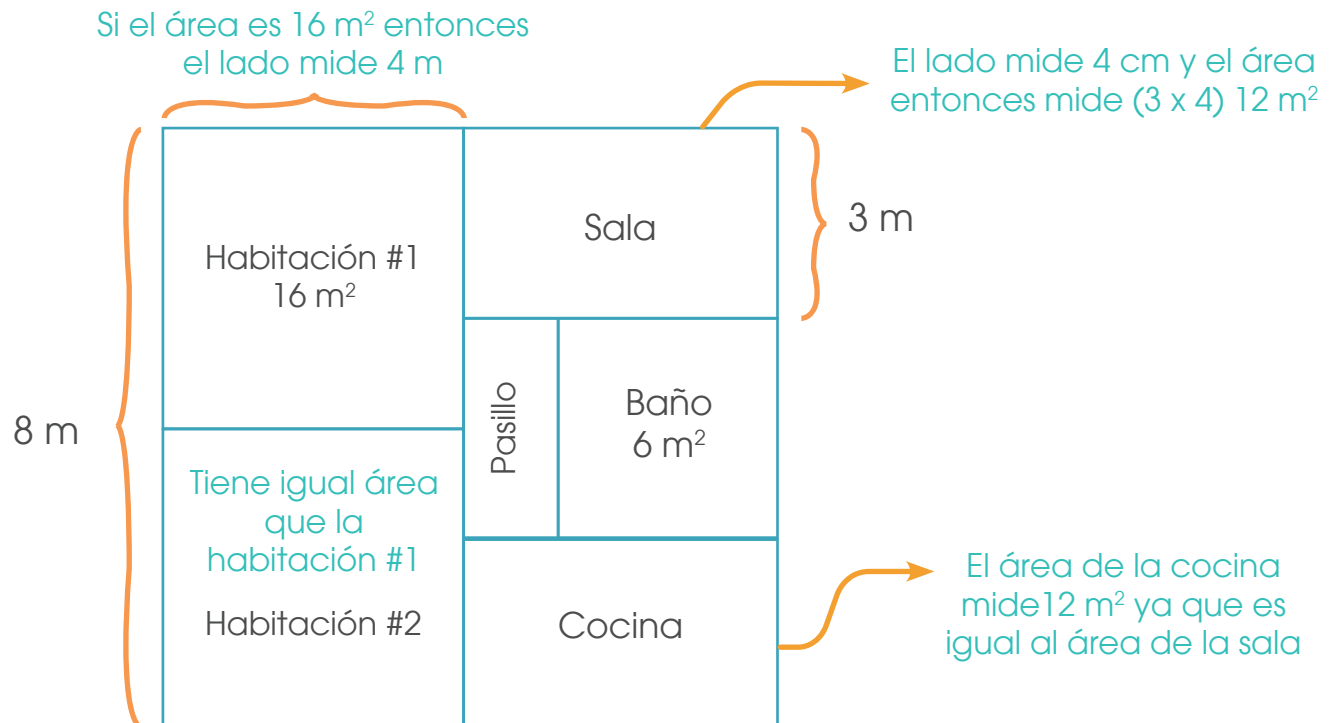
**17.** Ana tiene un apartamento de forma cuadrangular, distribuida de la siguiente forma (pasillo, 2 habitaciones, 1 cocina, 1 baño y 1 sala), como se muestra en el croquis.



Las dos habitaciones son cuadradas, tienen la misma área y ocupan la mitad de la superficie del apartamento, la sala y la cocina también tienen la misma superficie.

¿Cuánto mide el perímetro del pasillo si la medida de sus lados son números exactos?

Trabajaremos en la figura, colocando la información que nos dan

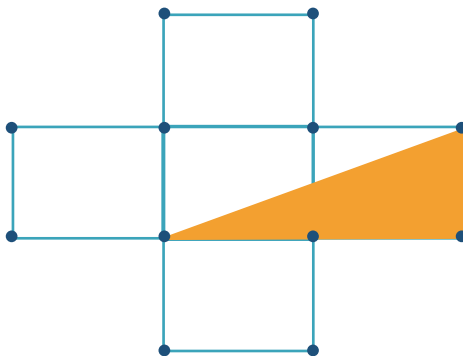


El área total del apartamento es  $(8 \times 8) 64 \text{ m}^2$  y el área de los cuadrados, la cocina, la sala y el baño es  $(16 \text{ m}^2 + 16 \text{ m}^2 + 12 \text{ m}^2 + 12 \text{ m}^2 + 6 \text{ m}^2) 62 \text{ m}^2$

Por lo tanto, el área del pasillo es  $64 \text{ m}^2 - 62 \text{ m}^2 = 2 \text{ m}^2$

Como son números enteros, se puede concluir que la medida de sus lados son  $1 \text{ m} \times 2 \text{ m}$  y por lo tanto la medida del perímetro es  $(1 \text{ m} + 1 \text{ m} + 2 \text{ m} + 2 \text{ m})$  **6 m**

**18.** La siguiente figura, está construida con cinco cuadrados de igual tamaño y la medida de su perímetro es 96 cm.



¿Cuál es en centímetros cuadrados, la medida del área del triángulo sombreado?

Esta situación es similar a la 16, tenemos información:

- a. Cinco cuadrados de igual tamaño, tienen igual área.
- b. El perímetro mide 96 cm y es la suma de 12 lados de igual medida ( $96 \div 12$ ) por lo que cada uno de los lados mide 8 cm.

De lo anterior se puede deducir que el área de cada cuadrado es (8 cm x 8 cm)  $64 \text{ cm}^2$

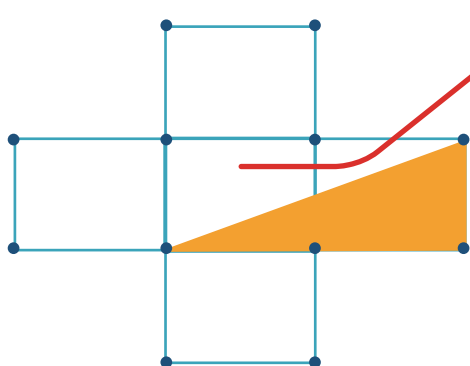
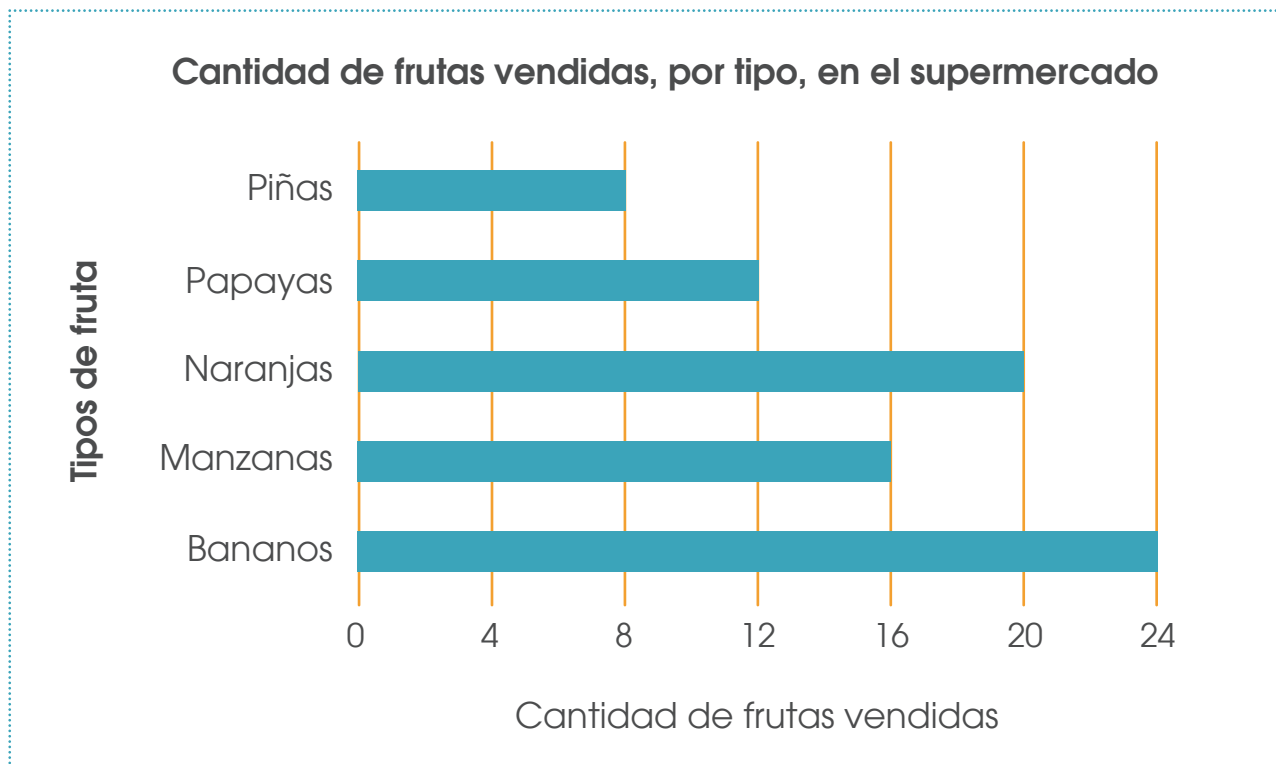


Figura formada por dos cuadrados cuya área

Los dos cuadrados unidos forman un rectángulo cuya área es  $(64 + 64) 128 \text{ cm}^2$

El área de la figura sombreada es la mitad del rectángulo, por lo tanto su área es  $(128 \div 2) \text{ } \mathbf{64 \text{ cm}^2}$

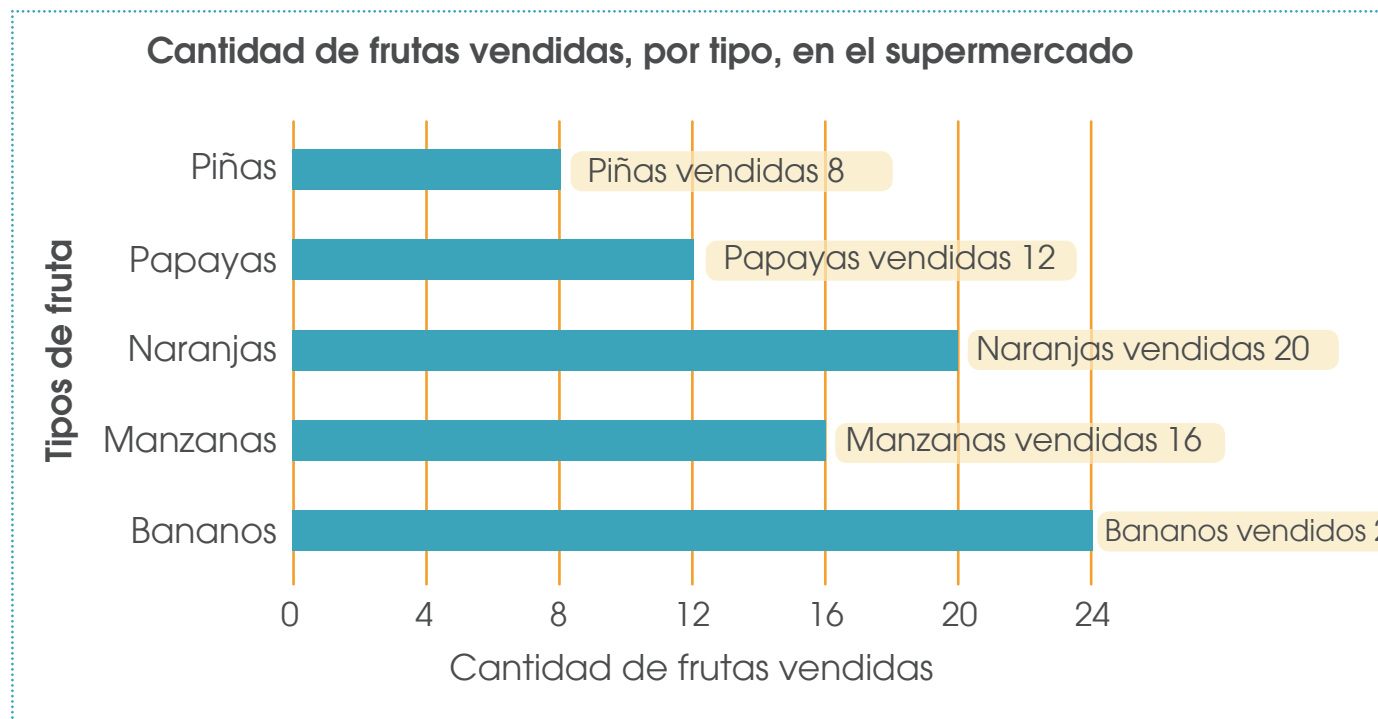
19. La siguiente gráfica presenta la cantidad de frutas que se vendió en un supermercado



Con base en la información del gráfico determine

¿Cuál fracción representa la cantidad de manzanas, piñas y naranjas en relación con el total de frutas vendidas?

Analizaremos la información que ofrece el gráfico



**Total de frutas vendidas  $8 + 12 + 20 + 16 + 24 = 80$**

**Total de manzanas, piñas y naranjas vendidas  $16 + 8 + 20 = 44$**

Lo solicitado es la fracción entre las manzanas, piñas y naranjas vendidas en relación con el total de frutas vendidas

$$\frac{\text{manzanas, piñas y naranjas vendidas}}{\text{total de frutas vendidas}} = \frac{44}{80}$$

20. En la siguiente imagen, las figuras iguales representan el mismo número

$$\begin{array}{r} 7 \triangle \\ + \triangle \square \\ \hline 108 \end{array}$$

¿Qué valor corresponde al  $\square$  ?

Una estrategia sería usar el ensayo y el error, lo cual puede gastar bastante tiempo.

La mejor estrategia es que el estudiante analice el total y a partir de este deduzca los valores correspondientes.

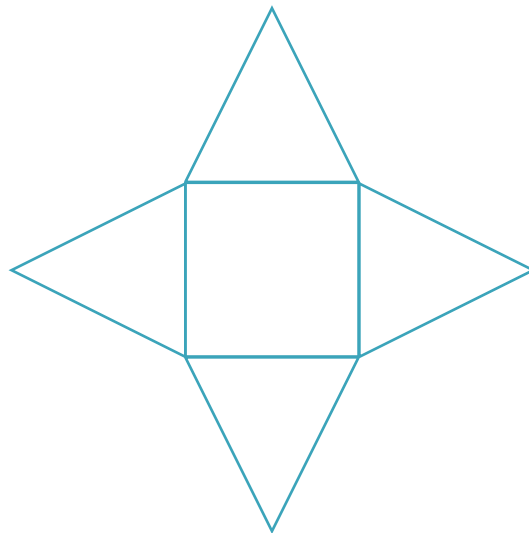
$$\begin{array}{r} \boxed{\begin{array}{r} 7 \\ + \triangle \square \\ \hline 108 \end{array}} \quad \begin{array}{l} \triangle + \square = 8 \\ 3 + \square = 7 \\ 3 - 3 + \square = 8 - 3 \\ \square = 5 \end{array}$$

$$\downarrow$$

$$7 + \triangle = 10$$

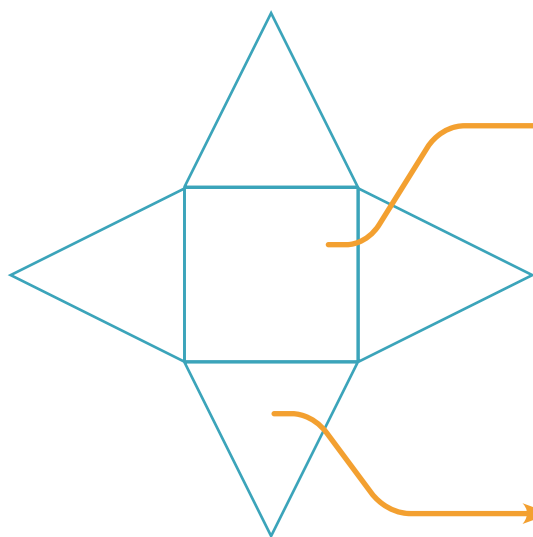
Esto implica que el cvalor del  $\square$  es 5

**21.** La siguiente figura está compuesta por un cuadrado y cuatro triángulos equiláteros, el área del cuadrado es  $9 \text{ m}^2$



De acuerdo con los datos, ¿Cuál es el perímetro, en metros, de toda la figura?

Trabajaremos la información en la figura.



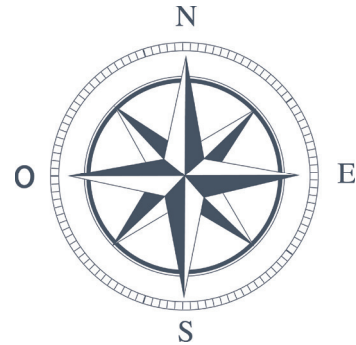
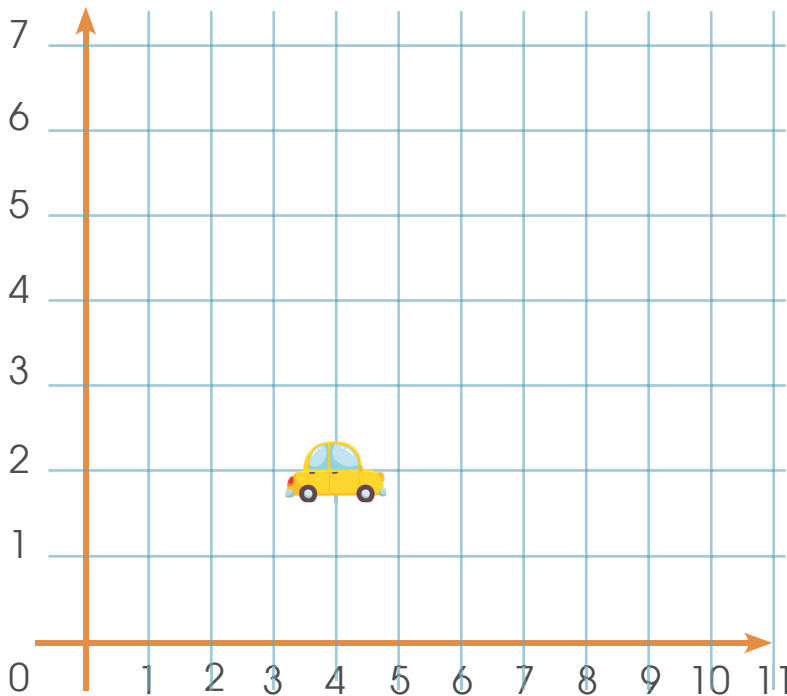
Si el área del cuadrado es  $9 \text{ m}^2$  entonces cada uno de sus lados mide  $3 \text{ m}$ .

Como el lado del cuadrado mide  $3 \text{ m}$ , cada uno de los lados del triángulo mide  $3 \text{ m}$  (ya que es equilátero)

El perímetro de la figura lo forman 8 lados del triángulo equilátero, por lo tanto la medida del perímetro ( $8 \times 3$ ) es  **$24 \text{ m}$** .



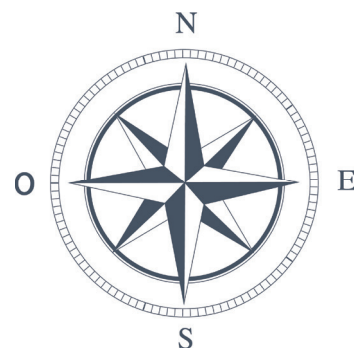
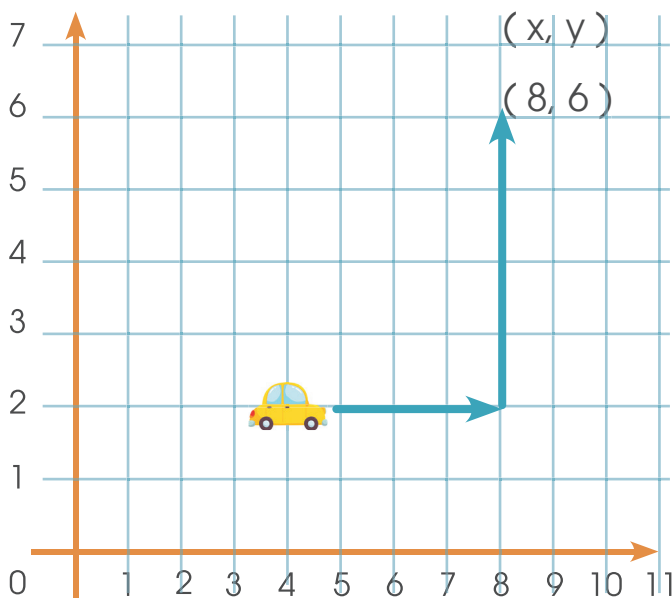
22. Según la figura adjunta, que muestra la posición inicial de un carro



Si el carro se desplaza cuatro cuadros al este y cuatro cuadros al norte.

¿Cuál es el nuevo punto de ubicación del carro?

El estudiante marca en la figura la información solicitada.



El nuevo punto de ubicación del carro es (8,6)

**23.** Javier calculó correctamente la suma de dos números con dos dígitos que tenían la misma cifra en las decenas. Luego tapó la cifra de las decenas de esos números con una calcomanía como se observa en la imagen.

$$\text{😊} 3 + \text{😊} 8 = 111$$

¿Cuál es el dígito de la decena que Javier ocultó?

El estudiante debe tener claro que cada carita representa el mismo dígito y representan decenas.

Se podría representar la operación en forma desarrollada.

$$\begin{aligned} (\text{😊} \times 10 + 3) + (\text{😊} \times 10 + 8) &= 111 \\ (\text{😊} \times 10 + \text{😊} \times 10) + (3 + 8) &= 111 \\ (\text{😊} \times 10 + \text{😊} \times 10) + 11 &= 111 \\ (\text{😊} \times 10 + \text{😊} \times 10) + 11 - 11 &= 111 - 11 \\ (\text{😊} \times 10 + \text{😊} \times 10) &= 100 \\ \text{😊} &= 5 \end{aligned}$$

También se podría colocar la información en forma vertical.

Se deduce que las caritas representan el dígito 5

$$\begin{array}{r} \text{😊} \phantom{0} 3 \\ + \phantom{😊} 8 \\ \hline 111 \end{array}$$

3 + 8 = 11 (1 decena + 1 unidad)  
Se deja la unidad y se reagrupa la decena

24. ¿Cuál es valor de  $n$  en la expresión  $7 \times n - 10 = 11$  ?

Este ítem es similar al 14.

El estudiante puede hacerlo por aproximación.

- Si  $n = 5$  se tiene  $7 \times 5 - 10 = 25$
- Si  $n = 3$  se tiene  $7 \times 3 - 10 = 11$

Por lo tanto el valor de  $n$  para que se cumpla adecuadamente la igualdad es 3.

Otra forma de resolución es la siguiente:

$$7 \times n - 10 = 11$$

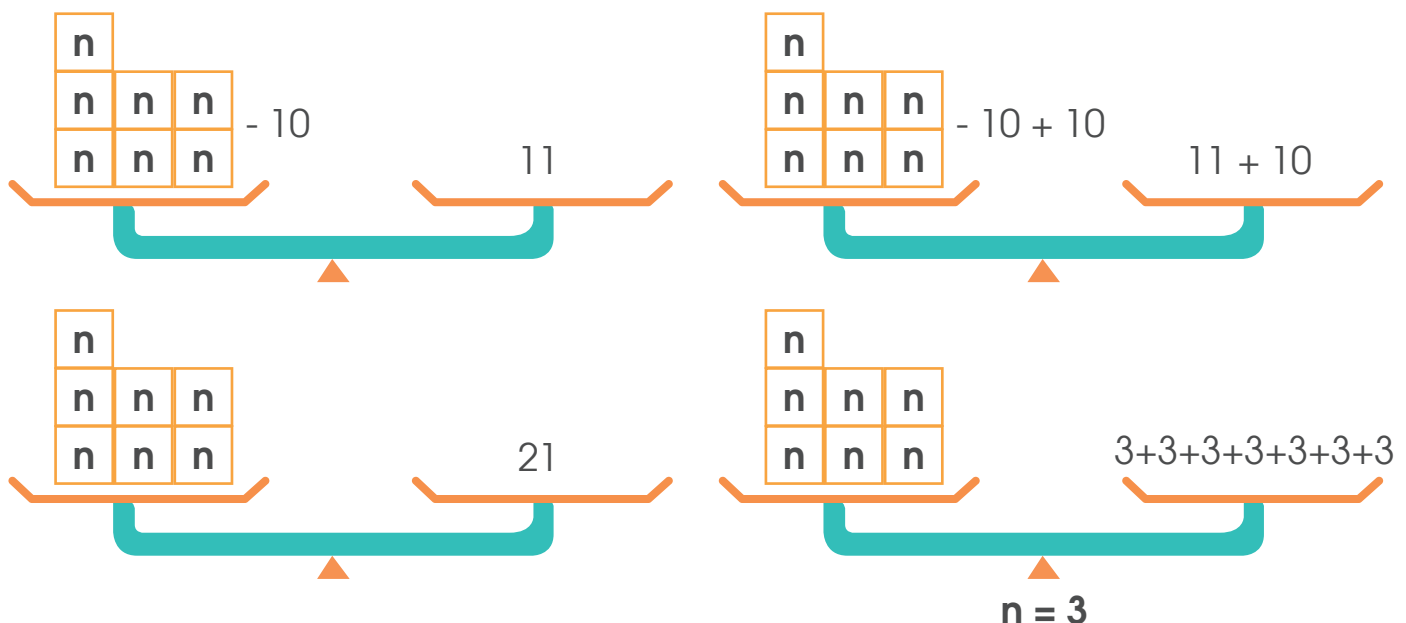
$$7 \times n - 10 + 10 = 11 + 10 \quad \text{Se suma 10 a ambos lados}$$

$$7 \times n = 21$$

$$\frac{7 \times n}{7} = \frac{21}{7} \quad \text{Se divide por 7 ambos lados}$$

$$n = 3$$

También puede hacer la representación gráfica.



**25.** Observe la siguiente tabla

<b>Perímetro del pentágono regular (cm)</b>	10	15	20	25
<b>Lado del pentágono (cm)</b>	2	3	4	5

¿Cuál es el perímetro correspondiente a un pentágono de 8 cm de lado?

El estudiante debe tener claro que un pentágono es un polígono de 5 lados y que por ser regular todos los lados tienen la misma medida.

Analizando la información de la tabla tiene

<b>Perímetro del pentágono regular (cm)</b>	<b>2 x 5</b> 10	<b>3 x 5</b> 15	<b>4 x 5</b> 20	<b>5 x 5</b> 25
<b>Lado del pentágono (cm)</b>	2	3	4	5

Se deduce que el perímetro del pentágono se encuentra al multiplicar la medida del lado del pentágono por 5.

Por lo tanto, el perímetro de un pentágono de 8 cm de lado es  $(8 \times 5)$  40 cm.

**26.** La cantidad de habitantes de la Provincia de Costa Rica corresponde a un número que cumple con las siguientes condiciones:


- Mayor que 300 000 y menor que 400 000.
- El dígito de las unidades es el sucesor del dígito de las centenas de millar.
- El dígito de las decenas y el dígito de las decenas de millar son iguales y divisibles por 5
- El dígito de las centenas es el menor número impar
- La suma de todos sus dígitos es 22

¿Cuál es el número?

**a.** Mayor que 300 000 y menor que 400 000 permite deducir que es un número de 6 dígitos de la forma:


3	b	c	d	e	f
centenas	decenas	unidades	centenas	decenas	unidades
Millar					

**a.** El dígito de las unidades es el sucesor del dígito de las centenas de millar.



3	b	c	d	e	4
centenas	decenas	unidades	centenas	decenas	unidades
Millar					

**c.** El dígito de las decenas y el dígito de las decenas de millar son iguales y divisibles por 5



3	5	c	d	5	4
centenas	decenas	unidades	centenas	decenas	unidades
Millar					

d. El dígito de las centenas es el menor número impar

<b>3</b>	<b>5</b>	<b>c</b>	<b>1</b>	<b>5</b>	<b>4</b>
centenas	decenas	unidades	centenas	decenas	unidades
Millar					

Menor número impar

e. La suma de todos sus dígitos es 18

$$3 + 5 + c + 1 + 5 + 4 = 18$$

$$18 + c = 22$$

$$c = 4$$

<b>3</b>	<b>5</b>	<b>4</b>	<b>1</b>	<b>5</b>	<b>4</b>
centenas	decenas	unidades	centenas	decenas	unidades
Millar					

El número solicitado **es 354 154**.

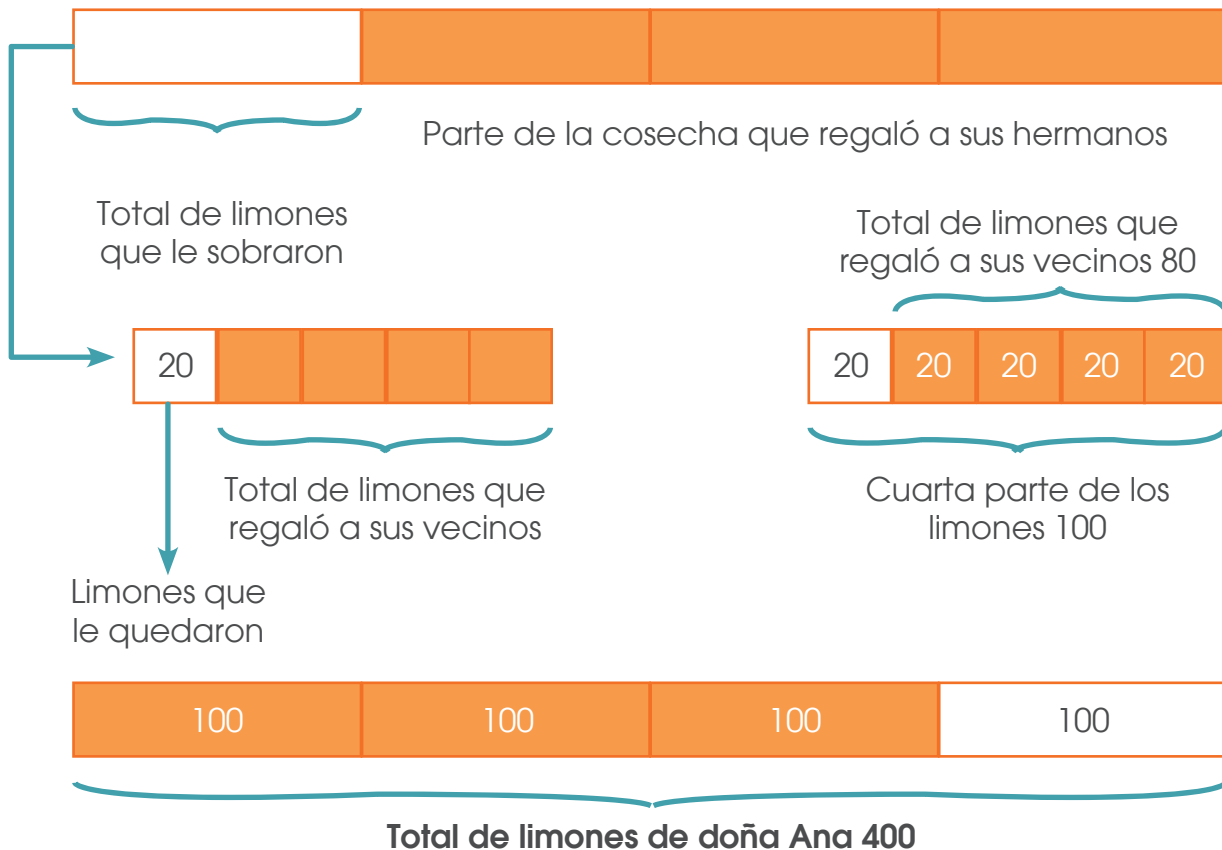
**27.** Doña Ana tiene un árbol de limón que produce fruto por primera vez, al observar los limones, todos han madurado, los corta y decide regalar a sus hermanos y vecinos procurando que sobren algunos para ella.

Les regala a sus hermanos las  $\frac{3}{4}$  partes de la cosecha, a sus vecinos  $\frac{4}{5}$  de lo que le sobro y al finalizar se da cuenta que a ella sólo le han quedado 20 limones.

¿El árbol de limón de doña Ana, cuántos frutos cosecho?

El estudiante puede representar en forma gráfica el problema

### Total de limones de doña Ana



**Otra forma de resolverlo** podría ser la siguiente:

20 es un quinto de lo que le sobró, por lo tanto le sobró son 100 limones ( $20 \times 5 = 100$ )

100 limones corresponden a la cuarta parte del total de limones.

Por lo tanto el total de limones son ( $4 \times 100$ ) 400

**Otra posible estrategia sería:**

Si le quedan 20 limones después de haber regalado las  $\frac{4}{5}$  partes de lo que le sobró, entonces los 20 limones son  $\frac{1}{5}$  parte. Así que si una quinta parte es 20, entonces 5/5 partes es 100 (multiplicando 20 por 5). Luego, 100 limones es lo que le había sobrado después de regalar  $\frac{3}{4}$  partes, es decir que 100 limones son  $\frac{1}{4}$  parte. De esta manera, las  $\frac{4}{4}$  partes son 400 limones (multiplicando 100 por 4).



**28.** Una persona en buenas condiciones físicas le lleva en promedio 5 horas subir el cerro Chirripó desde la comunidad llamada San Gerardo de Rivas hasta el Albergue de Base Crestones, a una velocidad constante, este recorrido es de aproximadamente de 17 Km.

Considere dicha información para dar respuesta a la siguiente situación:

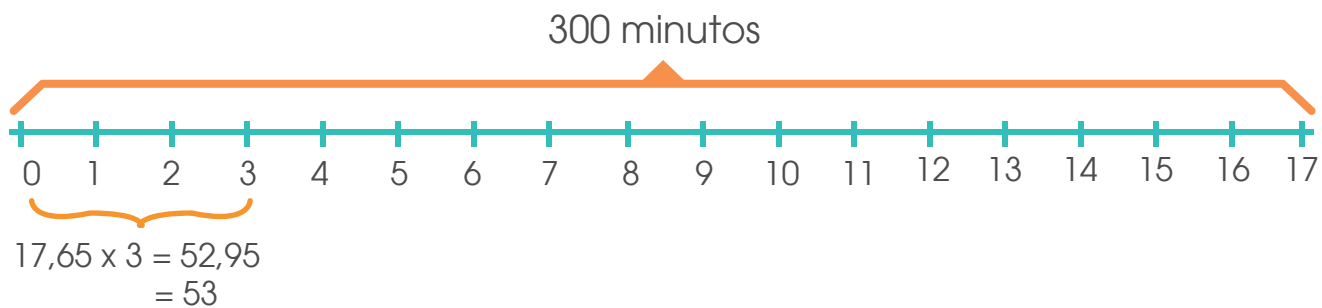
Una persona decide realizar el recorrido avanzando a la misma velocidad que la persona anteriormente considerada, sin embargo al tercer kilómetro se detiene ya que considera que no puede avanzar.

¿Cuántos minutos lleva esta persona al momento de detenerse? Brinde su respuesta redondeado al número natural más cercano.

Una estrategia podría ser averiguar el tiempo que dura recorriendo cada kilómetro, para esto lo mejor es transformar las horas a minutos.

5 horas corresponde a 300 minutos ( $5 \times 60$ )

Averiguamos la cantidad de kilómetros que recorre por minuto  $300 \div 17 = 17,65$  minutos.



Por lo tanto, al momento de detenerse lleva 53 minutos

### Otra forma de trabajarlo

17 Km corresponden a 17000m

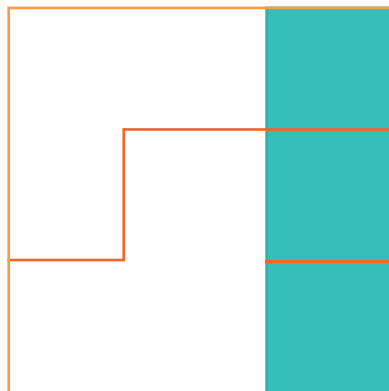
17km / 5 corresponde a 3,4 Km/ hora , es decir 3 400 m / hora

3400 / 60 m -----56,6 ...metros por minuto

3000 / 56,6... = 52,9412

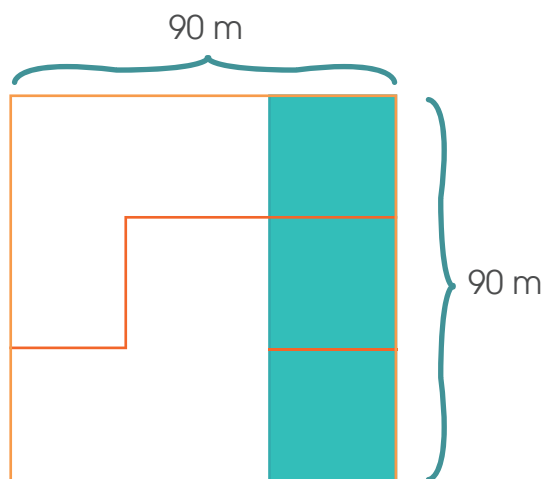
R/ 53 minutos.

**29.** Don Juan tiene una Finca de forma cuadrada que desea vender. Su perímetro es exactamente de 360 m y está valorada en ¢ 6 750 000 para su venta. Don Juan toma la decisión de dividirla en partes iguales y vender 2 de las 3 partes del terreno. Cada parte en millón y medio, conservando las partes que aparecen sombreadas para él y sus 2 hijos, como se muestra en la figura.



¿Cuál es la medida del área del terreno que don Juan decidió vender?

Como el terreno es cuadrangular y el perímetro mide 360 m, podemos utilizar esa información para encontrar la medida del lado del terreno ( $360 \div 4 = 90$ )



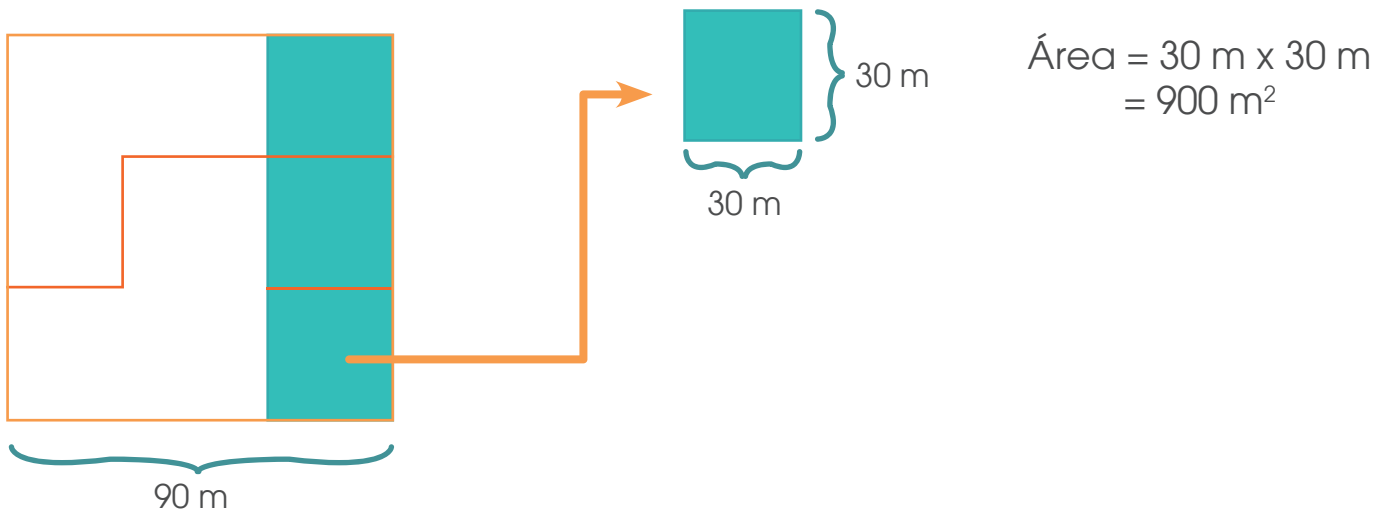
Con la medida del lado se encuentra el área del terreno

**Área del terreno = 90 m x 90 m = 8100 m<sup>2</sup>**

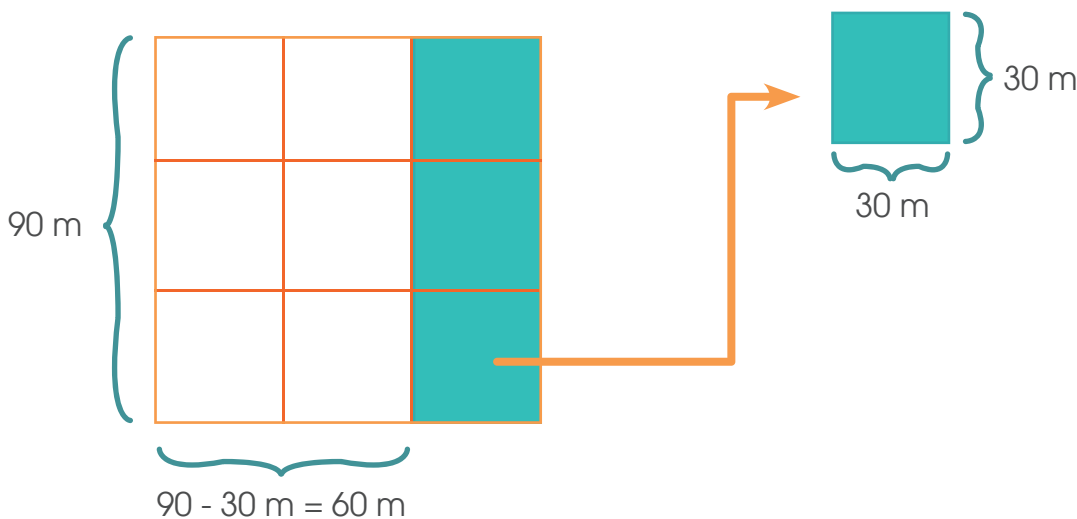
Como el terreno se dividió en tres partes iguales, entonces se puede encontrar el área de cada una de las partes ( $8100 \div 3 = 2700$ ) la cual es  $2700 \text{ m}^2$

Como don Juan vendió 2 de esas partes, entonces vendió ( $2 \times 2700$ )  **$5400 \text{ m}^2$**

**Otra estrategia** que pudo utilizar el estudiante es la siguiente:

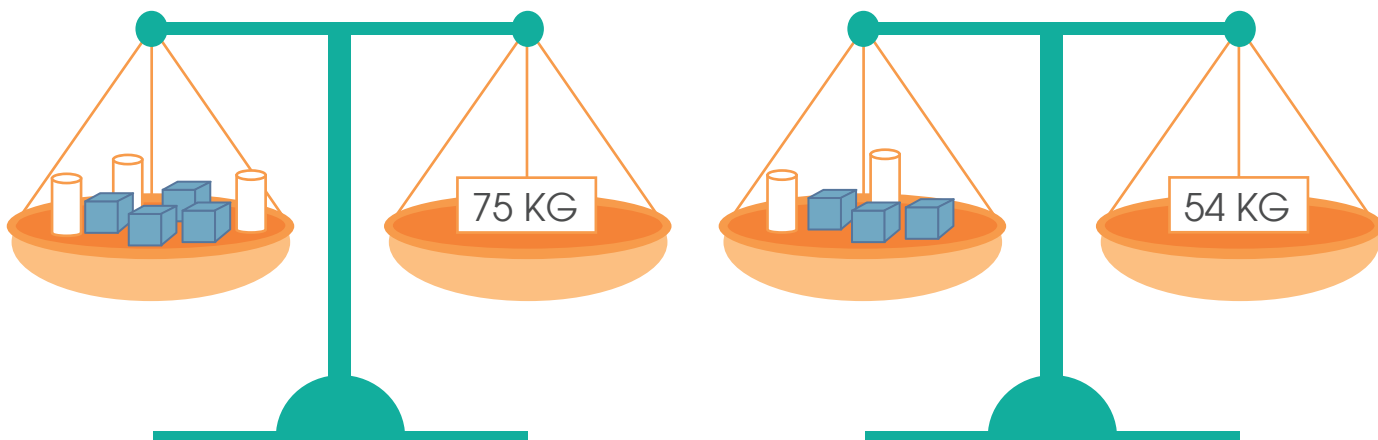


Como el terreno que vendió lo componen 6 cuadrados de  $900 \text{ m}^2$  de área, entonces el área del terreno es ( $6 \times 900$ )  **$5400 \text{ m}^2$**



El área de la región vendida (región sin sombrear) es  $90 \text{ m} \times 60 \text{ m} = \mathbf{5\,400 \text{ m}^2}$

**30.** Observe las dos siguientes balanzas en equilibrio



Si se sabe que:

- a)** Todos los cilindros tienen la misma masa.
- b)** Todos los cubos tienen la misma masa.
- c)** Las masas (pesos) de las figuras corresponden a kilogramos sin decimales.

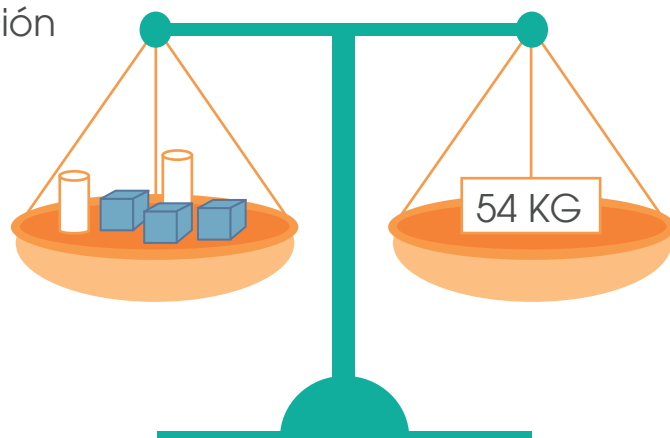
Determine, cuál es la masa (peso en kg) de:

 \_\_\_\_\_ kg

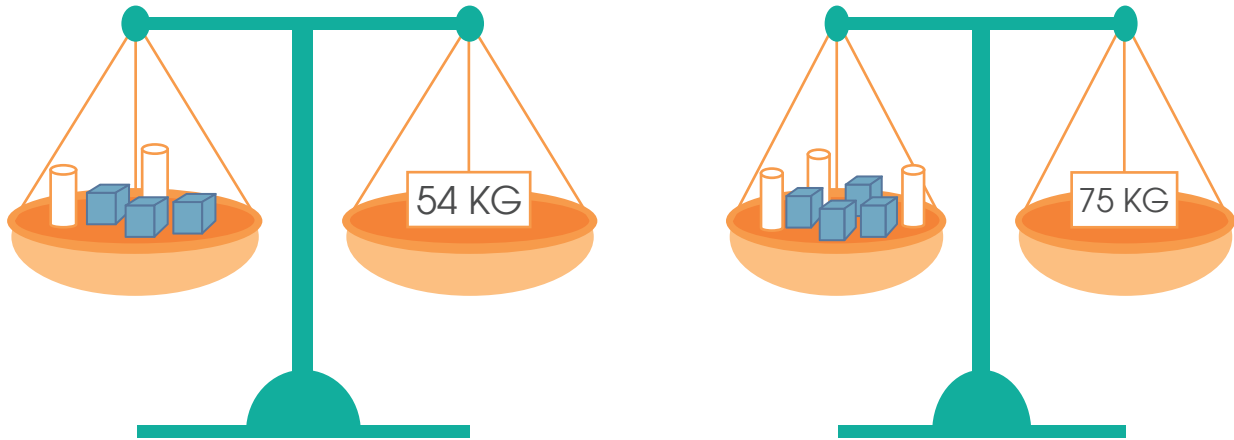
 \_\_\_\_\_ kg

Justifique su respuesta.

Se puede trabajar con una aproximación



A partir del promedio se puede probar con varias masas



		Diferencia					
10 kg	30 kg	$54 - 30 = 24$	24 kg	12 kg	40 kg	36 kg	76 kg
9 kg	27 kg	$54 - 27 = 27$	27 kg	13, 5 kg			
11 kg	33 kg	$54 - 33 = 21$	21 kg	10,5 kg			
12 kg	36 kg	$54 - 36 = 18$	18 kg	27 kg	48 kg	27 kg	75 kg

Hasta deducir que la masa de 12 kg y la masa de es 9 kg ya que son los dos valores con el que se cumple la igualdad en las dos balanzas.

### Otra posibilidad es:

En la relación de la balanza uno elimina dos cilindros y tres cubos de un lado y resta 54 del otro lado (estaría utilizando en ese momento la relación dada en la igualdad dos), luego le quedaría que un cilindro más un cubo es igual a 21.

Con esta información y la relación dos, podría agrupar un cilindro con un cubo (que valdría 21), otro cilindro con un cubo (valdría otros 21) y sobra un cubo, como todo es igual a 54 que es  $21+21+12$ , entonces el cubo vale 12.

Como cilindro más cubo vale 21 y cubo vale doce, entonces cilindro vale 9.

**31.** Considere la siguiente información relacionada con características de los principales ríos de Costa Rica.

Características de los principales ríos de Costa Rica		
Río	Superficie en km <sup>2</sup>	Longitud en km
Sixaola	2333,8	146
Estrella	1005	52
Matina	1418,5	92
Pacuare	385,3	108
Reventazón	2953,4	145
Tortuguero	1644	72
Sarapiquí	1926,2	84
San Carlos	2649,2	135
Frío	1554,3	72
Tempisque	3407,8	138
Bebedero	2052,4	62
Barranca	507,4	55
Tárcoles	2171,4	94
Parrita	1275,4	73
Savegre	596,4	59
Térraba	5079,7	160

**Fuente:** Instituto Costarricense de Electricidad (2004): Boletín Hidrológico. Citado por Vargas Ulate Gilberth (2011), Geografía de Costa Rica. Editorial UNED, San José, Costa Rica.

**a)** ¿Cuál es la diferencia en kilómetros entre el río con mayor longitud y el de menor longitud? Respuesta 108

**b)** ¿Cuántos kilómetros cuadrados abarcan los 4 ríos con mayor superficie? Respuesta 14 090, 1 km<sup>2</sup>

**c)** Los estudiantes de un grupo de quinto año indican lo siguiente:  
Entre los ríos Pacuare, Barranca y Savegre, representan más de la tercera parte de la superficie en kilómetros cuadrados del río Térraba. ¿Es cierta esta afirmación? Justifique su respuesta

Falso, entre los tres ríos mencionados la superficie es  $1489,1 \text{ km}^2$  mientras que la tercera parte del Térraba es  $1693,23$  por lo tanto la superficie de los tres ríos juntos es menor que la tercera parte del Térraba.

**d)** ¿Cuántas veces es mayor la superficie del río Sixaola con respecto al río Pacuare? Respuesta un poco más de seis veces.

### Observación:

**Recuerde:** En primaria utilizamos como signo para la multiplicación la letra “x” sin embargo podemos valorar el uso del punto para ir familiarizando a los niños con esta otra forma de representar esta operación en la secundaria.

### Créditos

Los ítems fueron tomados de la prueba de la II Eliminatoria de la Olimpiada Costarricense de Matemática de tercer año 2018, elaborada por:

Xinia Salas Pérez  
*Dirección Regional Cañas*

Ana Berrios ruíz  
*Dirección Regional Santa Cruz*

### Revisoras de los cuadernillos

Mónica Mora Badilla  
*Profesora de Matemática Escuela de Formación Docente,  
Universidad de Costa Rica.*

Gabriela Valverde Soto  
*Profesora de Matemática Escuela de Formación Docente,  
Universidad de Costa Rica.*

### Compilación y estrategias de solución de los cuadernillos realizadas por:

Xinia Zúñiga Esquivel.  
Asesoría Nacional de Matemática.  
*Departamento de Primero y Segundo Ciclos  
Dirección de Desarrollo Curricular*



