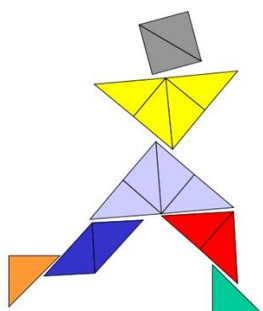


Ministerio de Educación Pública
Dirección de Desarrollo Curricular
DEPARTAMENTO DE PRIMERO Y SEGUNDO CICLOS



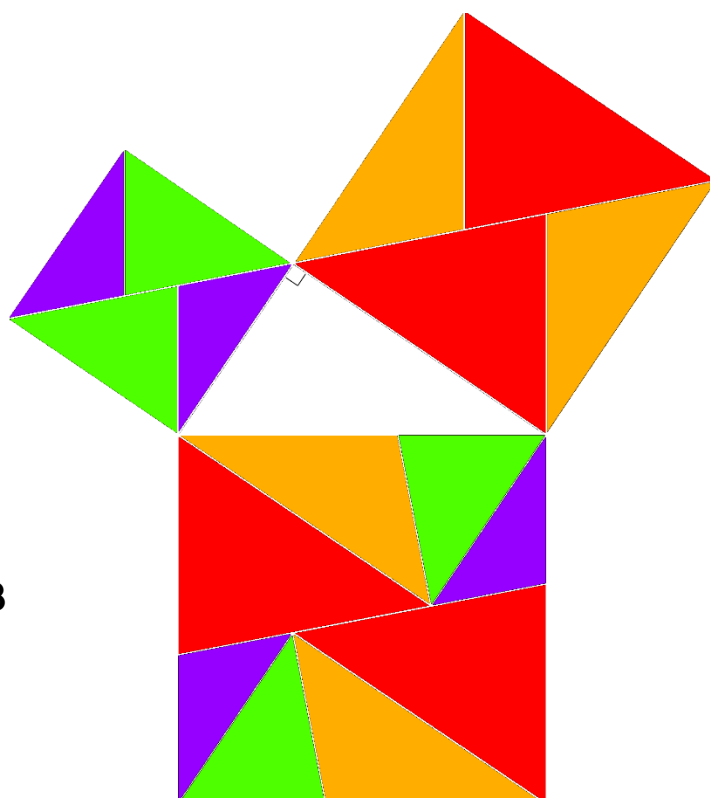
CU4R70
Cuarto año

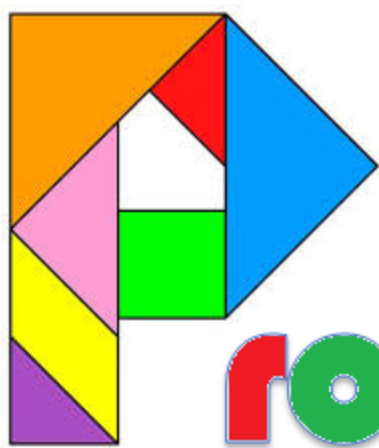
Cuadernillo de apoyo para el docente

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria
OLCOMEP-2018
Cuarto año

Asesoría Nacional de Matemática

Marzo 2018



roblemas

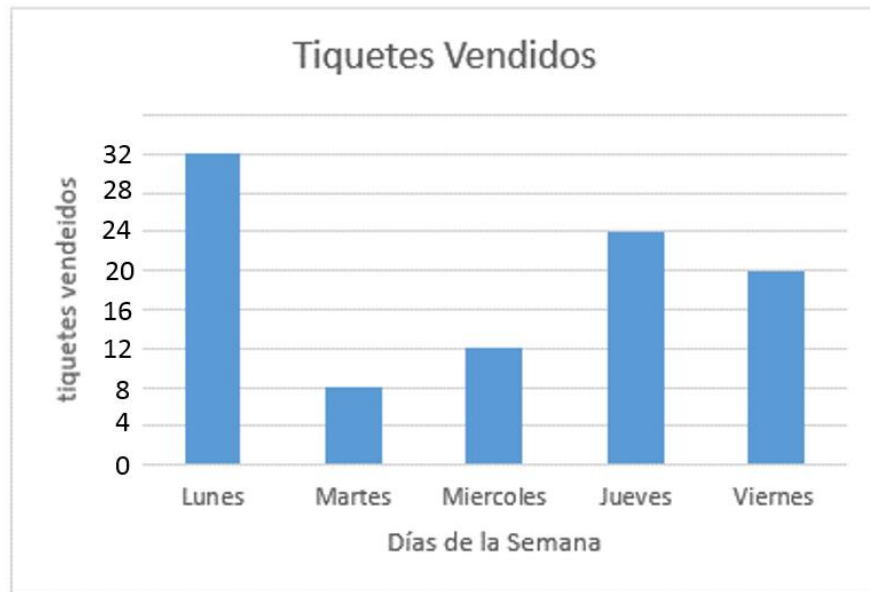
de

uarto año



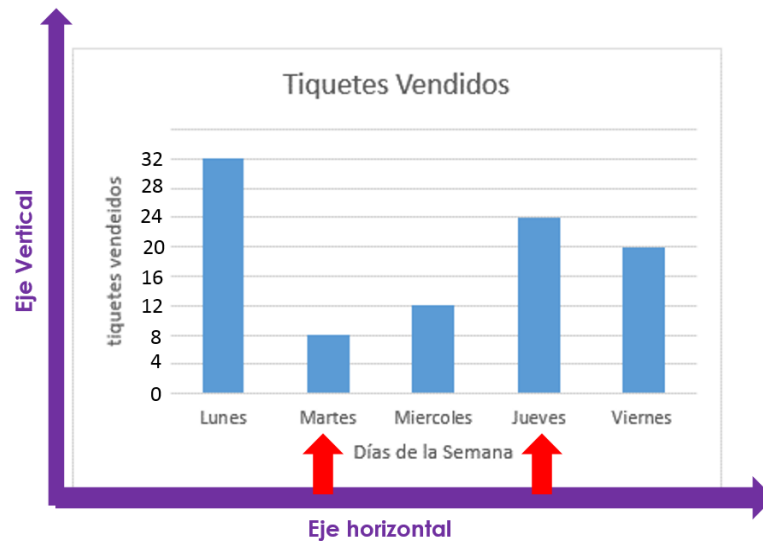
Items de reforzamiento

1. Observe el siguiente gráfico.



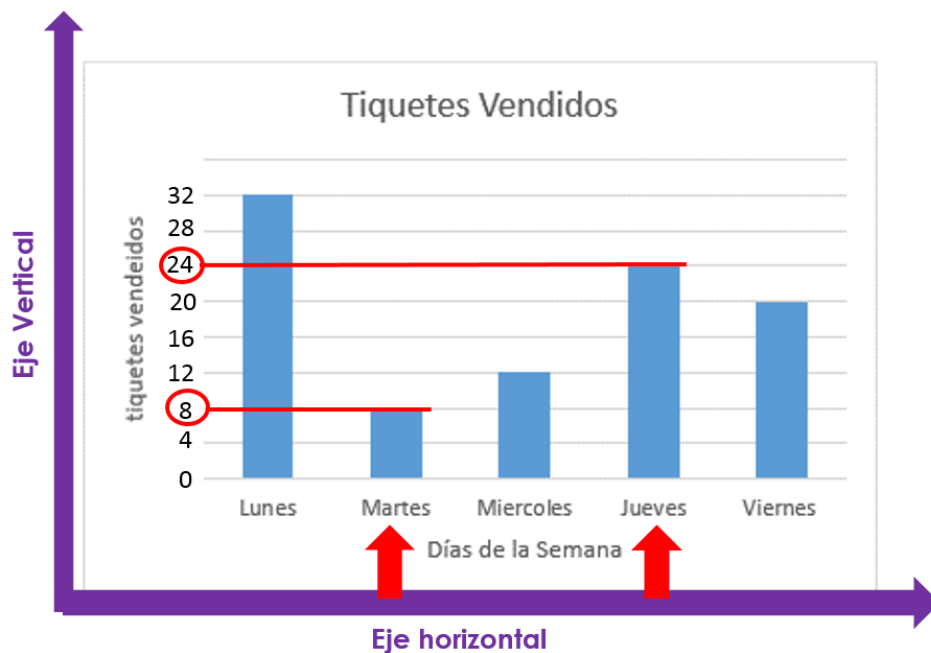
De acuerdo con la información anterior, ¿cuántos tiquetes en total se vendieron los días martes y jueves?

Primero vamos a identificar los días martes y jueves que se indican en el problema y los ejes vertical y horizontal:



Para identificar cuántos tiquetes se vendieron en esos días, como se puede visualizar en el eje vertical.

En esta imagen es posible apreciar que en el día martes se vendieron tan solo 4 tickets, mientras que el jueves 12 tickets:

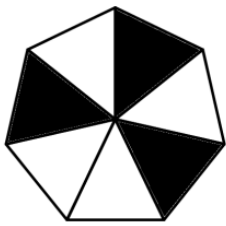


Por lo que a la pregunta “¿Cuántos tickets en total se vendieron los días martes y jueves?”

$$8 + 24 = 32$$

En esos dos días se vendieron en total 32 tickets.

2. Observe la siguiente figura la cual fue dividida en partes iguales. ¿Qué fracción, de la unidad dada, representa la parte sombreada?



Recuerde que una fracción se encuentra conformada por dos números: el numerador y el denominador.

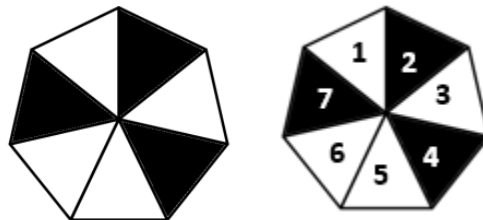
$$\frac{4}{8}$$

← **NUMERADOR**

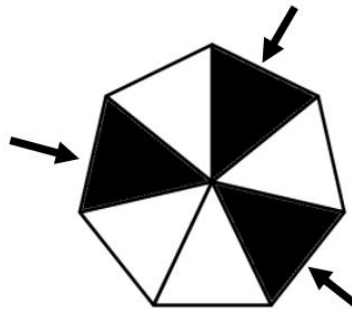
← **DENOMINADOR**

El denominador de una fracción indica el número de partes en que se divide la unidad y el numerador el número de partes que tomamos de la cantidad medida.

De acuerdo con la información anterior vamos a identificar en cuantas partes se dividió el heptágono:



La unidad fue dividida en 7 partes iguales, de las cuales se sombrearon 3 partes,



Podemos representarla de la siguiente manera $\frac{3}{7}$

3. Una clase de 40 minutos empezó a las 11:50 am. Exactamente a la mitad del tiempo de la clase, un pájaro entró al salón. ¿A qué hora entra el pájaro a la clase?

La clase inicia a las 11:50 am como se muestra:



Dentro de la información se indica que “exactamente a la mitad de la clase” (recuerde que la clase era de 40 minutos) por lo que 20 minutos después de iniciar un pájaro entro al salón.

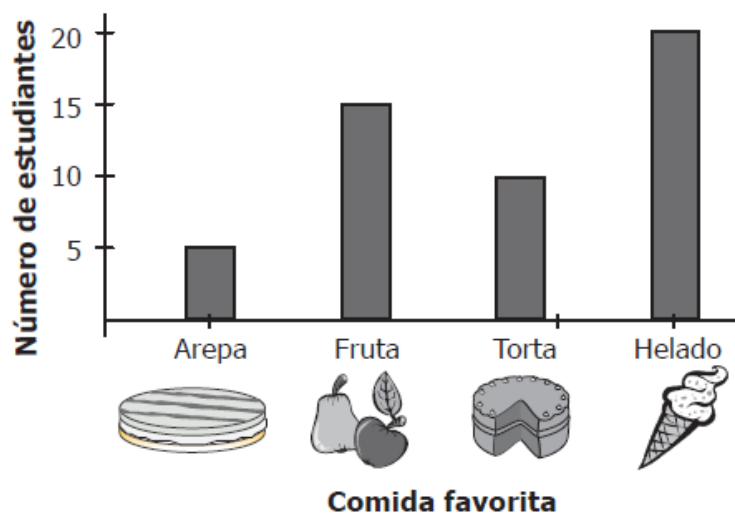


Por lo tanto el pájaro entro a la clase a las 12:10 md como se muestra en el reloj de la derecha



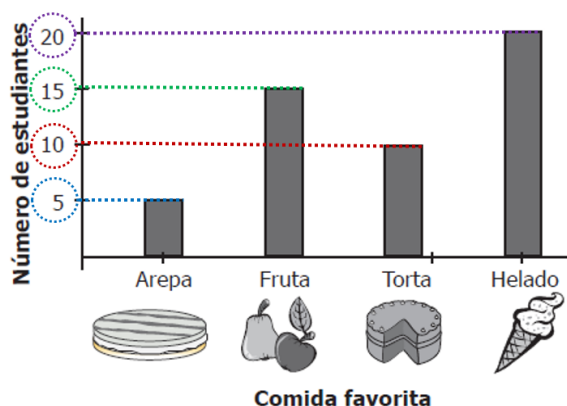
Considere la siguiente información para contestar los ítems 4, 5 y 6.

En la siguiente gráfica se presentan los resultados de una encuesta realizada en una escuela, a los estudiantes de cuarto grado, acerca de su comida favorita. Cada estudiante escogió una comida, entre: arepa, fruta, torta o helado.





4. ¿Cuál es el número de estudiantes de cuarto grado, que fueron entrevistados en la escuela?

Primero debemos identificar la cantidad de estudiantes que prefieren cada una de las comidas favoritas consultadas en la encuesta, como se resalta en la siguiente imagen:



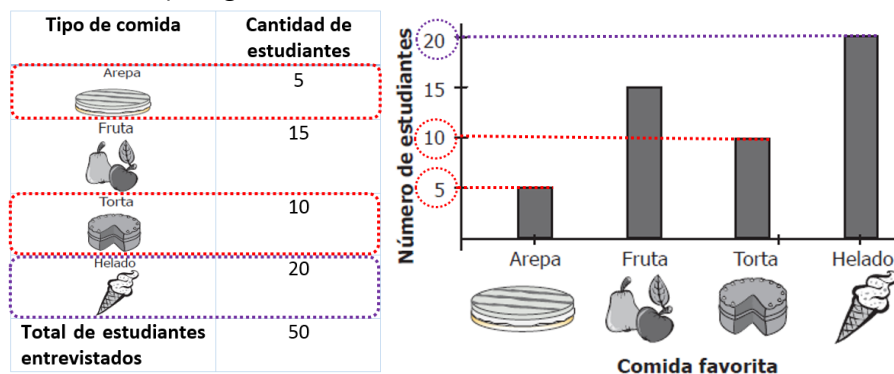
La información identificada la vamos a sistematizar en la siguiente tabla:

Tipo de comida	Cantidad de estudiantes
Arepa 	5
Fruta 	15
Torta 	10
Helado 	20
Total de estudiantes entrevistados	50

De esta manera a la pregunta “¿Cuál es el número de estudiantes de cuarto grado, que fueron entrevistados en la escuela?” podemos contestar que el total de entrevistados del cuarto grado fueron 50 estudiantes

5. Hay más estudiantes que prefieren comer torta y arepa que helado

Observemos la tabla y el gráfico:

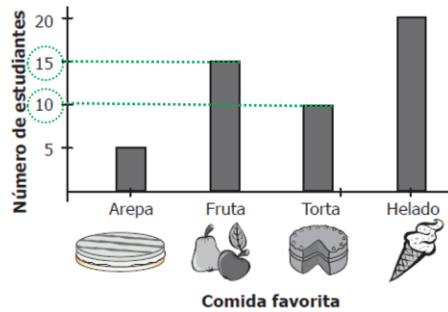


Nota: recuerde que la información presente en un gráfico puede llevar a una tabla y viceversa

En estas dos representaciones con el color rojo estamos resaltando que 15 estudiantes prefieren la torta y la arepa, mientras que 20 se inclinan por el helado. Por lo tanto es falso decir que “Hay más estudiantes que prefieren comer torta y arepa que helado”

12. La mitad de los estudiantes prefieren comer torta y fruta

Observemos la tabla y el gráfico:



Tipo de comida	Cantidad de estudiantes
Arepa	5
Fruta	15
Torta	10
Helado	20
Total de estudiantes entrevistados	50

En estas dos representaciones con el color verde estamos resaltando que en total 25 estudiantes que prefieren comer fruta y torta.

Como son 50 los estudiantes encuestados, la cantidad que prefieren la torta y la fruta **si** representa la mitad de los entrevistados.

13. El auto de Jorge necesita 24 litros de gasolina regular, para recorrer 264 kilómetros. Sabiendo que el litro de gasolina regular cuesta 624 colones, ¿cuánto dinero gasta en recorrer 385 km?



Primero vamos a considerar que con 24 ℓ, recorre 264 km, por lo tanto

$$\begin{array}{r|l} 264 & 24 \\ -264 & 11 \\ \hline & 0 \end{array}$$

De acuerdo a lo anterior, con 1 ℓ de combustible, recorre 11 km.

Ahora, si tiene que recorrer 385 km, entonces:

$$\begin{array}{r|l} 385 & 11 \\ -385 & 35 \\ \hline & 0 \end{array}$$

Para recorrer 385 km, necesita 35 ℓ de combustible.

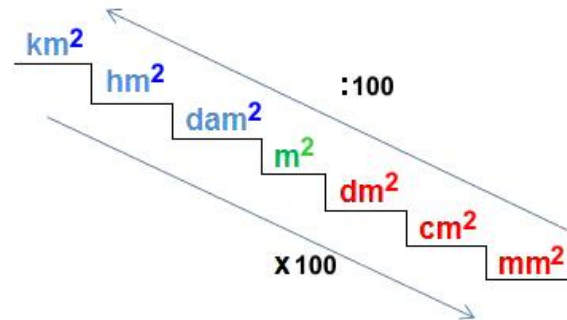
Si cada litro de combustible cuesta ₡ 624, es posible afirmar que:

$$\begin{array}{r} 624 \\ \times 35 \\ \hline 3210 \\ +1872 \\ \hline 21\ 840 \end{array}$$

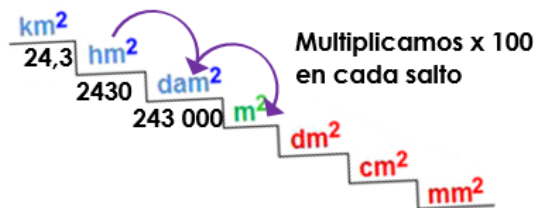
De acuerdo a lo anterior, Jorge necesitará ₡ 21 840 para realizar el recorrido de 385 km.

14. Ana, Carlos y Fabio son agricultores propietarios de fincas. El terreno de Ana mide $24,3 \text{ hm}^2$, el de Carlos mide $42\,500 \text{ m}^2$, mientras que la propiedad de Fabio mide $0,062 \text{ km}^2$. ¿Cuál de las tres personas posee el terreno con mayor área?

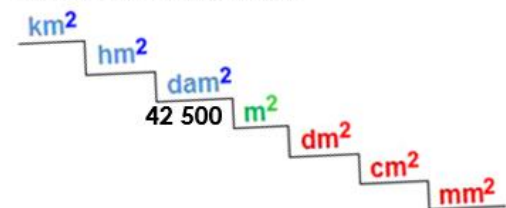
Recuerde que:



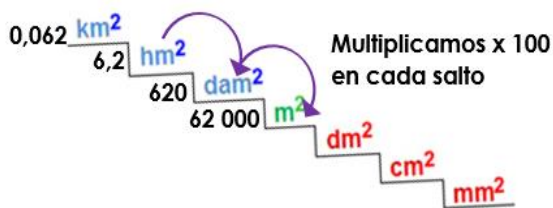
Terreno de Ana en m^2



Terreno de Carlos en m^2



Terreno de Fabio en m^2



Comparando la cantidad de terreno que tiene los tres en una misma unidad de medida (metros cuadrados en este caso) se puede concluir que Ana es quien tiene mayor terreno

Comparación entre
terreno de Ana y Carlos

$$243\,000 > 42\,500$$

Comparación entre
terreno de Fabio y Ana

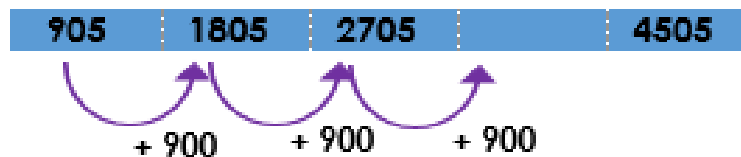
$$62\,000 < 243\,000$$

15. Observe la siguiente tabla

905	1805	2705		4505
-----	------	------	--	------

Con base en la relación entre los números de la tabla, ¿cuál es número faltante?

Al observar los valores presentes en la tabla, es posible identificar que el patrón presente es 900 entre un espacio y el otro como se indica seguidamente:



Diferencia entre el segundo
y el primer término

$$\begin{array}{r} 1805 \\ - 905 \\ \hline 900 \end{array}$$

Diferencia entre el tercer y
el segundo término

$$\begin{array}{r} 2705 \\ - 1805 \\ \hline 900 \end{array}$$

De acuerdo a lo anterior, para obtener el cuarto término podemos sumar 900 al valor del tercer término como se muestra:

$$\begin{array}{r} 2705 \\ + 900 \\ \hline 3605 \end{array}$$


Y para comprobar el resultado, al patrón identificado que fue 900, se lo podemos restar a 3605 y debería dar el quinto término, como se comprueba seguidamente:

$$\begin{array}{r} 3605 \\ - 900 \\ \hline 4505 \end{array}$$



16. Laura tiene que retirar dinero de un cajero automático. Ella sabe que tiene doscientos noventa y tres mil setecientos colones en su cuenta. Al retirar el dinero que ocupaba, el cajero le da dos billetes de cincuenta mil colones, tres billetes de veinte mil, cinco de diez mil, uno de cinco mil, cuatro de dos mil y ocho de mil colones. ¿Cuánto dinero le queda en la cuenta a Laura?

Primero vamos a determinar la cantidad de dinero que el cajero le dispense a Laura, para lo cual resumiremos la información en la siguiente tabla:

Tipo de billete	Cantidad de billetes	Cantidad de dinero en colones
	8	8000
	4	8000
	1	5000
	5	50 000
	3	60 000
	2	100 000
Total de dinero retirado		₡ 231 000

Laura de su cuenta retiró ₡ 231 000, sin embargo para dar respuesta a la interrogante ". ¿Cuánto dinero le queda en la cuenta a Laura?" podemos realizar la siguiente operación:

Laura tenía en su cuenta: doscientos noventa y tres mil setecientos colones que equivale simbólicamente a ₡ 293 700

$$\begin{array}{r} 293\ 700 \\ - 231\ 000 \\ \hline 62\ 700 \end{array}$$

A Laura le queda en su cuenta ₡ 62 700.



de

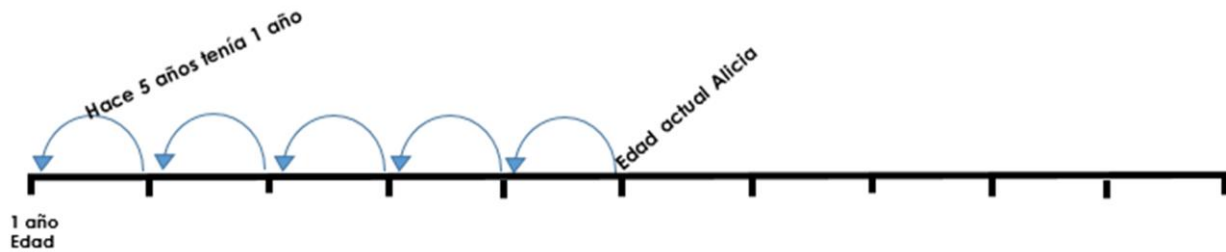
práctica

1. Pedro tiene el doble de la edad que su hermana Alicia, hace 5 años Alicia tenía un año de edad. ¿Cuántos años tiene Pedro actualmente?

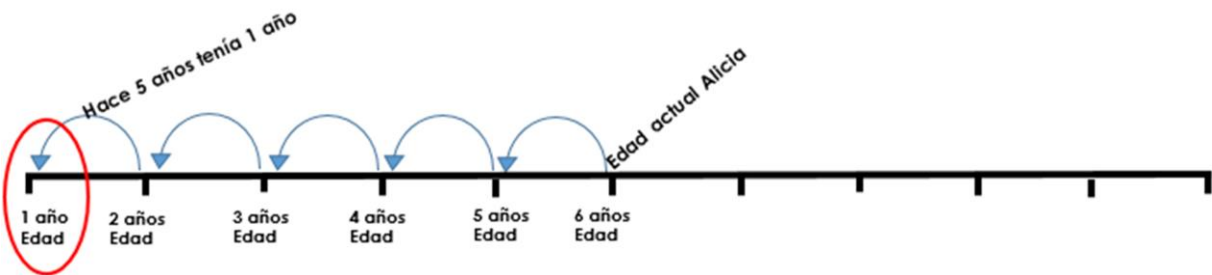


Vamos a analizar la información presente en el problema:

En el se indica que: Alicia hace 5 años tenía un año de edad. Por lo tanto en este momento



De acuerdo con ello:



De acuerdo con esta información Alicia tiene 6 años, sin embargo, en el problema se indica que "Pedro tiene el doble de la edad que su hermana Alicia"

Como Pedro tiene el doble de la edad de su hermana Alicia y ella tiene 6 años, entonces:

El doble de seis es doce $6 \times 2 = 12$

La edad de Pedro es de 12 años

Recuerde que: el doble de una cantidad es ella misma dos veces.

Por ejemplo:

El doble de 2 es 4.

El de 3 es 6

También podemos multiplicar el número por 2 para determinar su doble.

2. María es una estudiante a la cual le gusta mucho leer. Su maestra le regaló un libro que tiene 205 páginas. Si en dos días, María leyó $\frac{2}{5}$ del libro. ¿Cuántas páginas leyó en esos dos días?

Recuerde que una fracción se encuentra conformada por dos números: el numerador y el denominador.



$$\frac{4}{8}$$

← **NUMERADOR**

← **DENOMINADOR**

El denominador de una fracción indica el número de partes en que se divide la unidad y el numerador el número de partes que tomamos de la cantidad medida.

Podemos hacer uso de la operación que conocemos como división para resolver el problema.

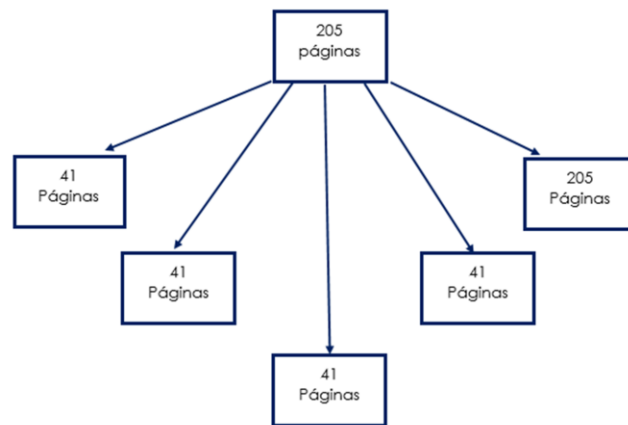
2

Numerador

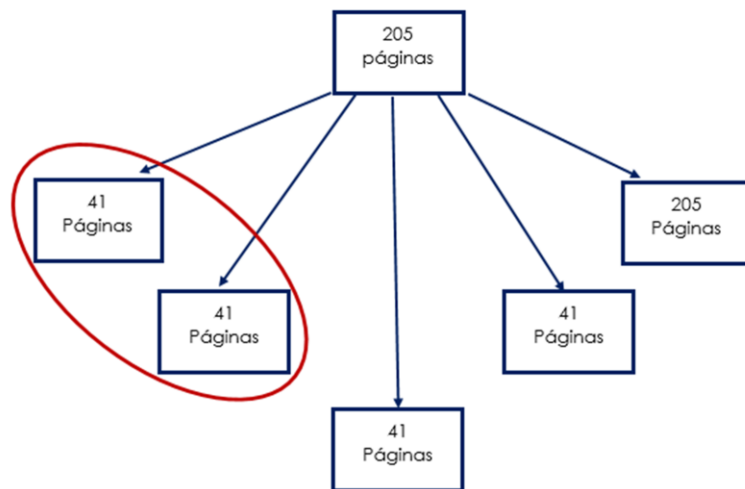
5

Denominador

En este problema debemos trabajar con las 205 páginas del libro, las cuales deben dividirse en 5 grupos (como dice el denominador) con la misma cantidad de páginas y de los cuales tomar solo las leídas en esos dos grupos (que corresponde al numerador)



Como en la información que del total de páginas María leyó $\frac{2}{5}$, podemos tomar dos grupitos cada uno de 41 páginas como se muestra:



Para un total de 82 páginas en esos dos días

Otra manera más rápida es aplicar el algoritmo de la división que se ha estudiado en este año escolar:



Recuerde que Para saber si un número es **divisible** por **5**, ese número tiene que acabar en 0 o **5**. Si acaba en otra cifra entonces no es **divisible** por **5**.

Por ejemplo: $325 \div 5$, el último dígito es un **5**, por lo tanto, 325 sí es **divisible** por **5**.

De acuerdo a lo anterior sabemos que 205 es un número divisible entre 5, por esta razón podemos aplicar el algoritmo de la siguiente manera:

$$\begin{array}{r|l} 205 & 5 \\ - 205 & \\ \hline 0 & 41 \end{array}$$

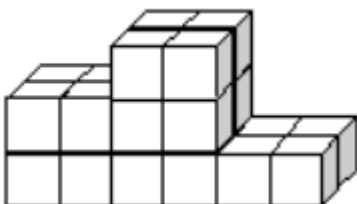
Al igual que de la manera anterior, el 41 representa la cantidad de hojas que se María Leyó en un día, para determinar la cantidad leídas en dos días podemos:

$$41 \times 2 = 82 \text{ páginas}$$

o

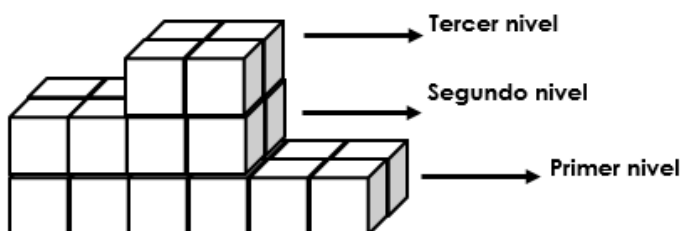
$$41 + 41 = 82 \text{ páginas}$$

3. Usando cubitos de madera, Pedro construyó la figura que se muestra.
¿Cuántos cubitos usó?

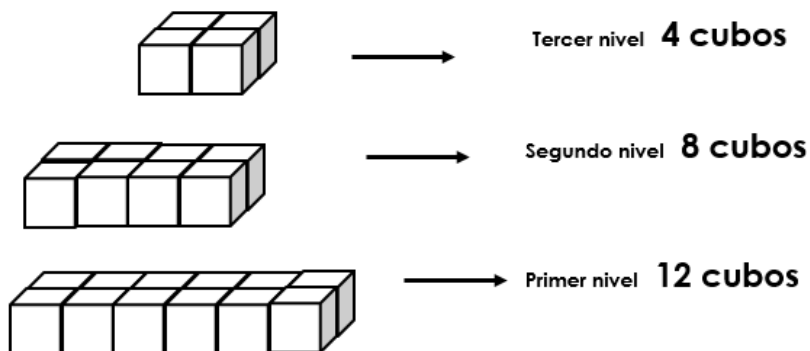


Vamos a observar la imagen por niveles

Si lo separamos lo podemos ver así:



Lo cual nos permite visualizar la cantidad de cubos que se utilizaron:



Lo anterior nos permite determinar la cantidad de cubos que se utilizaron, en este caso fueron 24 cubos

4. La sucesión 8, 9, 11, 14, 18,... se forman siguiendo una regla o patrón.
¿Cuál es el término que sigue después de 18?

Utilicemos una tabla para organizar la información:

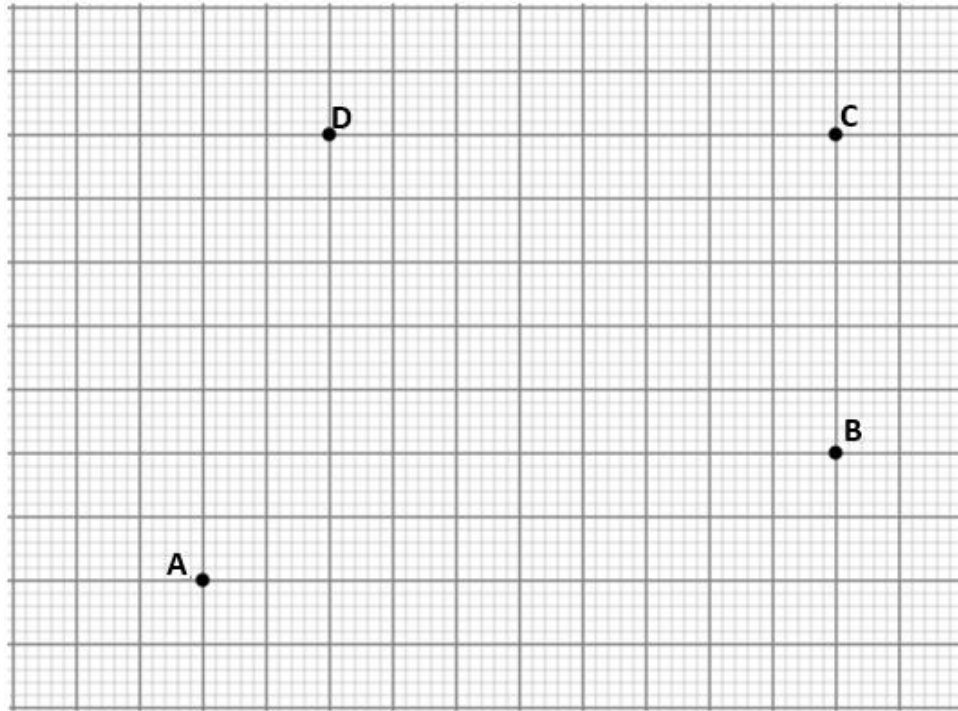
Posición	Término de la sucesión	Incremento entre los términos
1	8	
2	9	1
3	11	2
4	14	3
5	18	4
6		

Como se observa en la tercera columna de la tabla el incremento entre un término y el otro, aumenta en una unidad en relación al anterior.

Manteniéndose ese comportamiento el valor que iría después del 18 incrementaría en 5 unidades.

Por lo tanto $18 + 5 = 23$, este sería el valor del término en la sexta posición

5. David debe unir tres de los puntos que se muestran en la siguiente cuadrícula para dibujar un triángulo rectángulo.

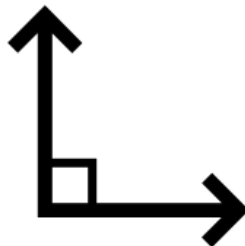


¿Cuáles son los puntos que debe unir David?

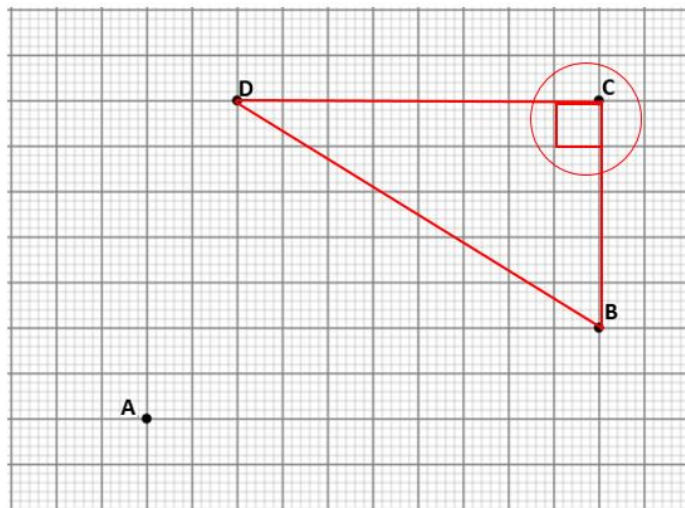


Recuerde que se denomina **triángulo rectángulo** a cualquier triángulo con un ángulo interno recto, es decir, un ángulo de 90 grados.

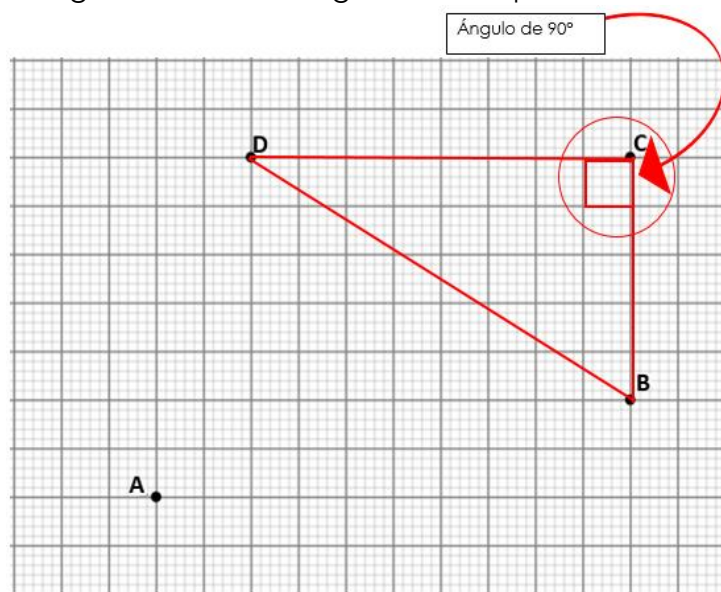
Podemos buscar en la cuadrícula los puntos que al unirlos con segmentos de recta tienen una forma similar a la siguiente:



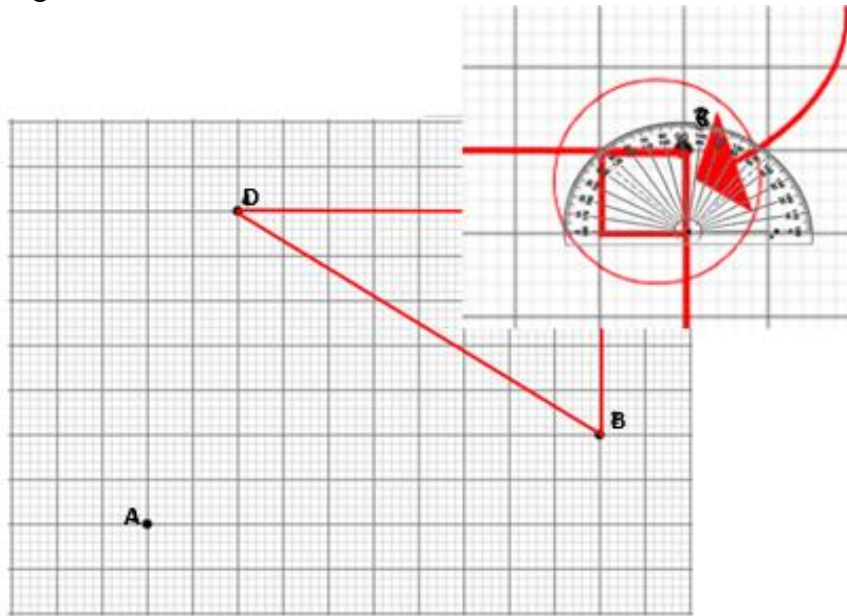
Si unimos los siguientes puntos se observa una representación similar a la anterior



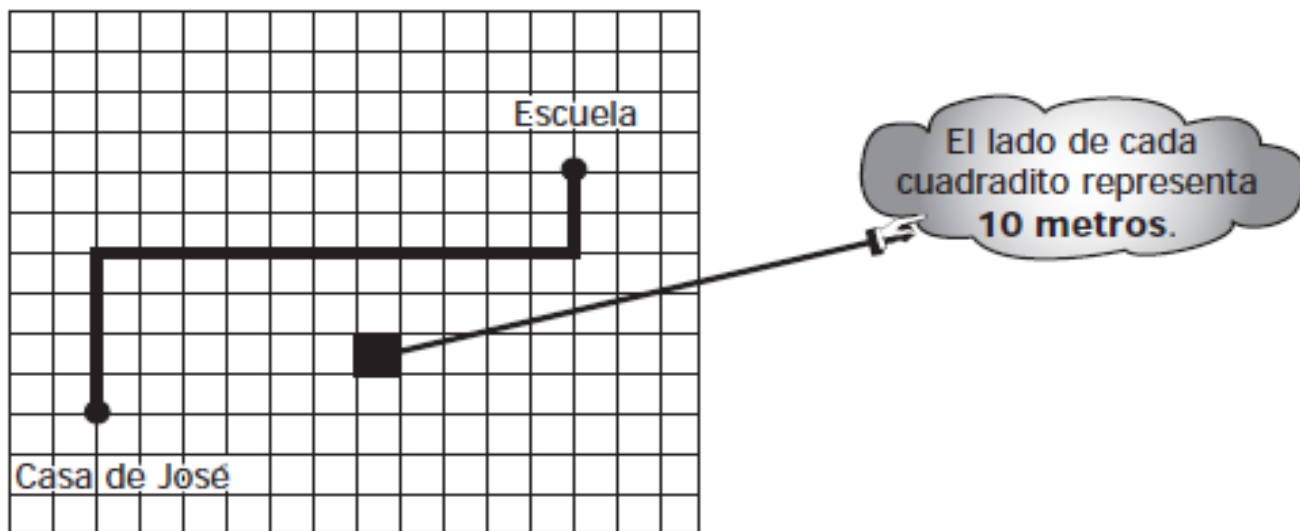
Davis puede unir los puntos B, D y C y encontrar un ángulo de 90° y si trazamos el segmento de recta que va del punto B al C conformamos el triángulo rectángulo que estamos buscando



Si lo medimos con el transportador podremos comprobar que el ángulo que demarcamos con color rojo es recto, como lo veremos seguidamente:

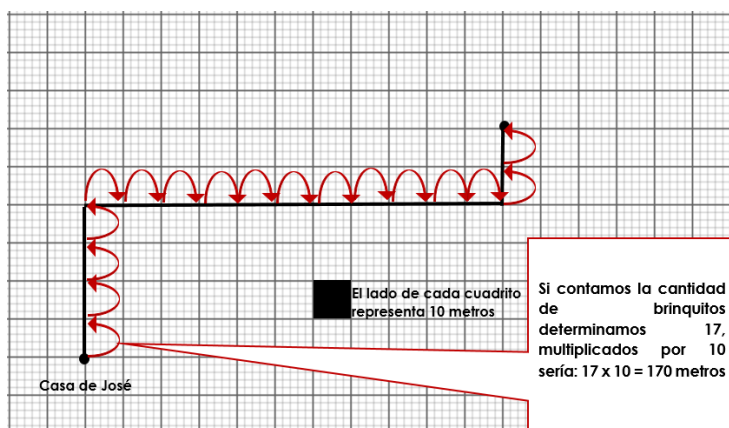
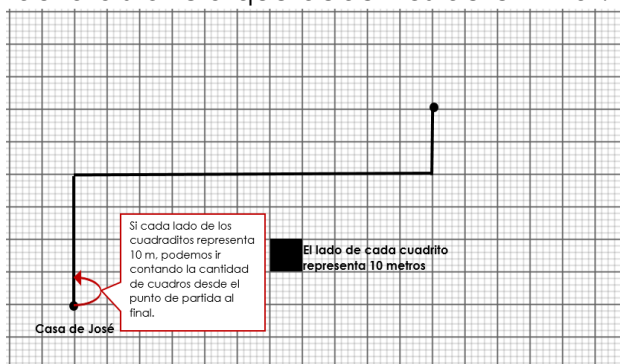


6. Observe el camino que debe recorrer José de su casa a la escuela.



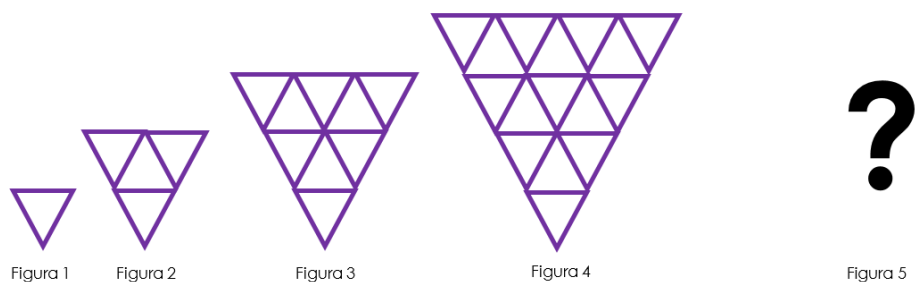
¿Cuántos metros en total, debe recorrer José de su casa a la escuela?

Vamos a ir viendo la distancia que debemos determinar:







En el recorrido desde la escuela a la casa, José recorre 170 metros

7. Observe la siguiente secuencia.




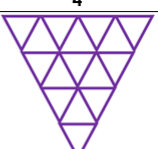


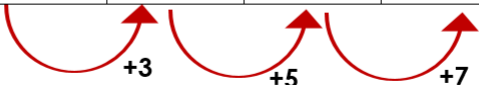
¿Cuál es la cantidad de triángulos en la figura 5 si se mantiene el patrón?

Vamos a pasar de la representación gráfica a una representación simbólica, sistematizando la información en una tabla:

Figura	1	2	3	4	5
Representación gráfica					
Cantidad de triángulos	1	4	9	16	

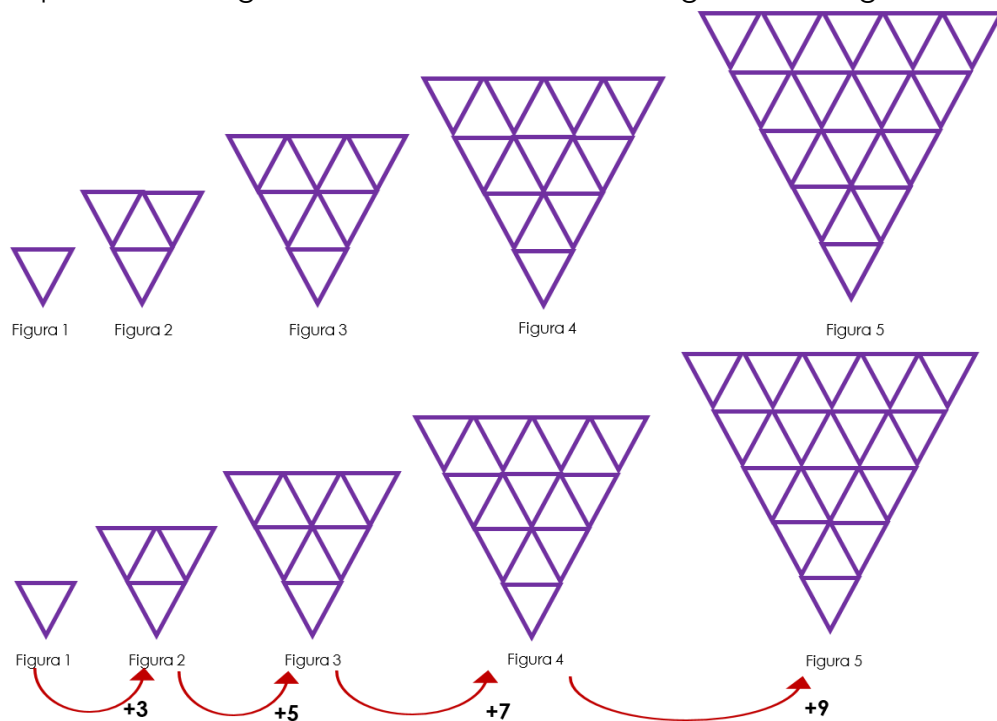
Para visualizar mejor el patrón presente en la sucesión, ahora vamos a identificar el incremento presente entre un término y otro:

Figura	1	2	3	4	5
Representación gráfica					
Cantidad de triángulos	1	4	9	16	



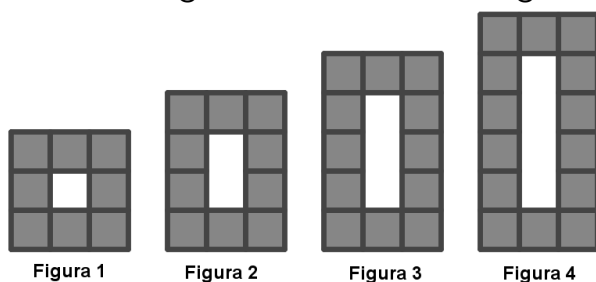
De la primera figura a la segunda la cantidad de triángulos aumenta en 3, de la segunda figura a la tercera, incrementa en 5 y en la cuarta incrementa en 7. Por lo tanto, el término en la posición 5 debe incrementar en 9, ya que el patrón de aumento varía en dos con relación al término anterior.

Representación gráfica de la cantidad de triángulos de la figura 5



De lo anterior podemos concluir que entre una figura y la siguiente la cantidad de triángulos varía en 2.


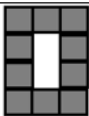
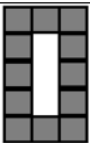
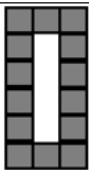
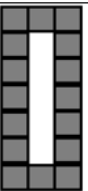
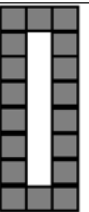
8. Observe la siguiente sucesión de figuras:



Cada figura está formada por cuadritos sombreados, por ejemplo la Figura 1 está formada por 8 cuadritos



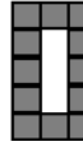

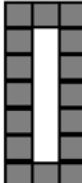

- Realice una tabla en la que se indique, la cantidad de cuadritos, que forma cada figura.
- ¿Cuántos cuadritos se necesitan para formar la figura 9?

Sistematicemos la información en una tabla, pero conservando la representación gráfica para ir viendo la relación entre ellas

Figura	1	2	3	4	5	6
Representación gráfica						
Cantidad de cuadrados	8	10	12	14	16	18

Nota: Recuerde que el pasar de una representación gráfica a una simbólica puede facilitar la identificación del patrón presente entre los términos de la sucesión.

Al obtener la representación simbólica se evidencia más fácilmente el patrón, como se muestra

Figura	1	2	3	4	5	6
Representación gráfica						
Cantidad de cuadrados	8	10	12	14	16	18



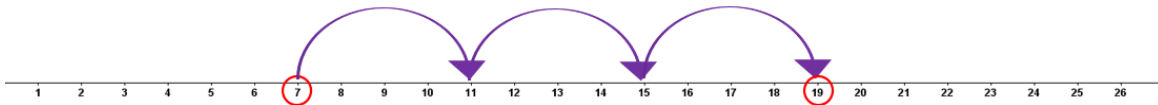
En esta sucesión el incremento es constante de dos cuadrados por cada término, por lo que podría contarse de dos en dos hasta llegar a la figura en la novena posición como se muestra:

Figura	Cantidad de cuadros	De una figura a la otra aumenta en 2 cuadritos
1	8	$8 + 2 = 10$
2	10	$10 + 2 = 12$
3	12	$12 + 2 = 14$
4	14	$14 + 2 = 16$
5	16	$16 + 2 = 18$
6	18	$18 + 2 = 20$
7	20	$20 + 2 = 22$
8	22	$22 + 2 = 24$
9	24	

9. Cuando Pinocho miente su nariz crece 4 cm y cuando dice la verdad su nariz se encoge 2 cm. Cuando su nariz tenía 7 cm de largo Pinocho dijo 3 mentiras y 4 verdades. ¿De qué tamaño quedó la nariz de Pinocho?

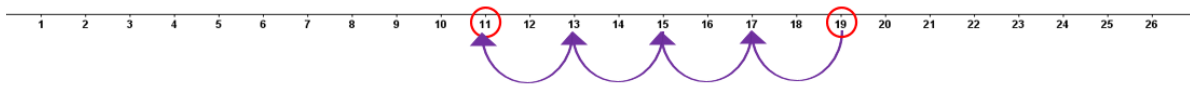


Se indica que cuando Pinocho miente su nariz crece 4 cm, y que cuando tenía la nariz de 7 cm mintió tres veces, veamos la representación gráfica



Por lo tanto Pinocho después de las tres mentiras terminó con su nariz de 19 cm.

Pero además nos dicen que también dijo 4 veces la verdad y por cada verdad su nariz se encoge 2 cm:



De acuerdo a lo anterior, Pinocho termino con la nariz de 11 cm.

10. Observe el siguiente número de cinco cifras, donde "a" represente un dígito repetido:

73 a6a

¿Cuál es el mayor valor que puede tomar "a" para que el número 73 a6a sea múltiplo de 3?

Vamos a comenzar considerando los posibles valores para la letra "a", los cuales son:

$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Posibles valores de a	Expresión 73 a6a y su sustitución de la letra	Comprobación de la regla de divisibilidad del 3
0	73060	$7 + 3 + 0 + 6 + 0 = 16$
1	73 161	$7 + 3 + 1 + 6 + 1 = 18$
2	73 262	$7 + 3 + 2 + 6 + 2 = 20$
3	73 363	$7 + 3 + 3 + 6 + 3 = 22$
4	73 464	$7 + 3 + 4 + 6 + 4 = 24$
5	73 565	$7 + 3 + 5 + 6 + 5 = 26$
6	73 666	$7 + 3 + 6 + 6 + 6 = 28$
7	73 767	$7 + 3 + 7 + 6 + 7 = 30$
8	73 868	$7 + 3 + 8 + 6 + 8 = 32$
9	73 969	$7 + 3 + 9 + 6 + 9 = 34$

Recuerde que para saber si un número es divisible entre 3, tenemos que comprobar que la suma de todos sus dígitos sea 3 o múltiplo de 3.

En este caso solo tres valores permiten que al ser sustituidos en la expresión $73a6a$, el número resultante sea múltiplo de 3 y son los que se encuentran resaltados con color morado en la siguiente tabla:

Posibles valores de a	Expresión $73a6a$ y su sustitución de la letra	Comprobación de la regla de divisibilidad del 3
0	73060	$7 + 3 + 0 + 6 + 0 = 16$
1	73161	$7 + 3 + 1 + 6 + 1 = 18$
2	73262	$7 + 3 + 2 + 6 + 2 = 20$
3	73363	$7 + 3 + 3 + 6 + 3 = 22$
4	73464	$7 + 3 + 4 + 6 + 4 = 24$
5	73565	$7 + 3 + 5 + 6 + 5 = 26$
6	73666	$7 + 3 + 6 + 6 + 6 = 28$
7	73767	$7 + 3 + 7 + 6 + 7 = 30$
8	73868	$7 + 3 + 8 + 6 + 8 = 32$
9	73969	$7 + 3 + 9 + 6 + 9 = 34$

Sin embargo a la pregunta "¿Cuál es el **mayor valor** que puede tomar "a" para que el número $73a6a$ sea múltiplo de 3?" hay tres valores que permiten que el resultado sea múltiplo de 3, pero el único número que cumple esa condición de ser el mayor valor que puede tomar la letra "a" sería 7, para obtener el número 73767 que es múltiplo de 3

11. Si la expresión **“el doble de seis disminuido en cuatro es igual a ocho”** se escribe utilizando números, símbolos y operaciones matemáticas así: $2 \times 6 - 4 = 8$ entonces anote simbólicamente la siguiente expresión matemática:

“El triple de ocho, aumentado en veinte es menor que doscientos disminuido en seis”

Vamos a pasar del lenguaje literal al matemático como se muestra seguidamente:

“El triple de ocho, aumentado en veinte es menor que doscientos disminuido en seis”

$3 \quad \times \quad 8 \quad + \quad 20 \quad < \quad 200 \quad - \quad 6$

Ahora podemos unir toda la expresión aritmética:

$$3 \times 8 + 20 < 200 - 6$$

Considere la siguiente información para contestar las preguntas 12 y 13.

Observe la siguiente tabla en la que se indica la medida de superficie aproximada de las provincias de Costa Rica.

Provincia	Medida de la superficie en Km ²
San José	4966
Alajuela	9757,5
Heredia	2658
Cartago	3124,6
Limón	9188
Puntarenas	11 265,6
Guanacaste	10 140,7

Las primeras cuatro provincias constituyen el área metropolitana del país. Las otras tres se conocen como las provincias costeras

12. ¿Cuál es la diferencia de extensión entre las provincias costeras del país y el área metropolitana?
13. El doble de la extensión de la provincia de San José es mayor que el de la provincia de Limón

Primero vamos a identificar ¿cuáles son los datos implicados según las interrogantes?

Provincia	Extensión Km ²
San José	4966
Alajuela	9757,5
Heredia	2658
Cartago	3124,6
Limón	9188
Puntarenas	11 265,6
Guanacaste	10 140,7

Determinemos la extensión de cada subgrupo de provincias:

Área metropolitana

Provincia	Extensión Km ²
San José	4966
Alajuela	9757,5
Heredia	2658
Cartago	3124,6
Total	20 506,1

Provincias costeras

Provincia	Extensión Km ²
Limón	9188
Puntarenas	11 265,6
Guanacaste	10 140,7
Total	30 594,3

Calculemos la diferencia en la extensión anterior:

$$\begin{array}{r} 30\,594,03 \\ - 20\,506,00 \\ \hline 10\,088,03 \end{array}$$

A la pregunta “¿Cuál es la diferencia de extensión entre las provincias costeras del país y el área metropolitana? La diferencia es de $10\,088,03\text{ km}^2$

La otra parte del problema indica “El doble de la extensión de la provincia de San José es mayor que el de la provincia de Limón”, por lo tanto es necesario calcular el doble de la extensión de esta provincia:

Doble de la extensión de
la provincia de San José

$$4966 \times 2 = 9932$$

extensión de
la provincia de Limón

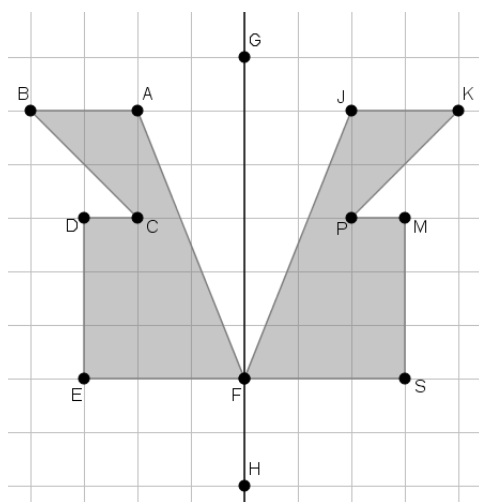
$$9188$$

La afirmación es correcta, ya que al comparar estas cantidades:

$$9932 > 9188$$

Considere la siguiente figura para contestar los ítems 14 y 15.

Observe la siguiente figura que representa una simetría:

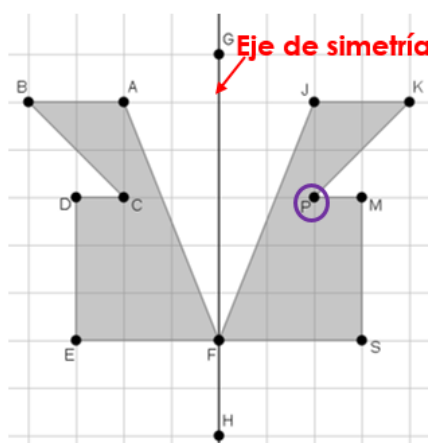


Recuerde que

Dos puntos son homólogos si equidistan (están a la misma distancia del eje de simetría)

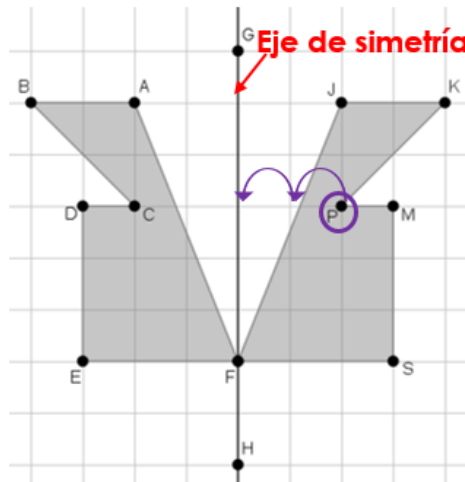
14. Según la figura anterior, si se sabe que el segmento que contiene los puntos G y H, es un eje de simetría, entonces ¿cuál es el punto homólogo con el punto P?
15. Si el cuadrículado está hecho con líneas separadas a una distancia de un centímetro (1 cm) tanto vertical como horizontalmente, ¿Cuál es la distancia, en centímetros, entre el punto K y el eje de simetría?

Primero vamos a identificar el punto "P" como se muestra seguidamente

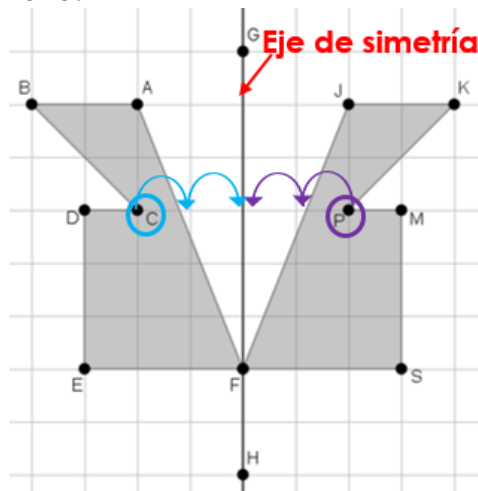


Esto para determinar la distancia que hay entre el punto "P" y el eje de simetría que contiene los puntos G y H.

Ahora calculemos la distancia entre el punto "P" y el eje:

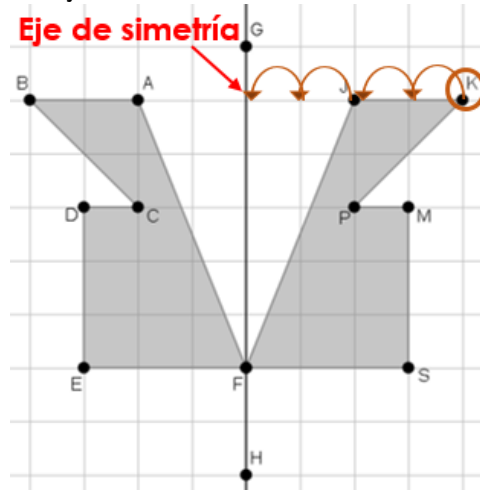


Como se marca en la imagen hay dos espacios de la cuadrícula entre el punto "P" y el eje de simetría, por lo que hay que buscar otro punto alineado con este al lado contrario:



El punto que cumple con esta condición es el punto "C"

Es necesario identificar el punto "K" para contar cuántos espacios tiene la cuadrícula entre "K" y el eje de simetría



En este caso como en la cuadrícula las líneas separadas a una distancia de un centímetro (1 cm) tanto vertical como horizontalmente, entonces la distancia sería de 4 cm.

16. Observe el siguiente dado:



El dado anterior tiene 12 caras numeradas del 1 al 12, cada una con igual probabilidad de quedar hacia arriba. Analice los siguientes eventos denominados A, B, C y D, considerando solo el número del dado que queda para arriba:

- A. Obtener un número par.
- B. Obtener un número mayor que 8.
- C. Obtener un número menor que 8.
- D. Obtener un número múltiplo de 3.

¿Cuáles son los dos eventos igualmente probables?

Al dado tener 12 caras numeradas del 1 al 12, es probable que dentro de los resultados salga uno de los siguientes números

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

Vamos a considerar cada uno de los eventos:

- A. Obtener un número par.

Marquemos en un ovalo rojo los números pares de la lista anterior

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

La probabilidad de obtener un número par es 6 de 12, que podemos expresarlo como $\frac{6}{12}$

Recuerde que la respuesta puede ser $\frac{6}{12}$ o podemos expresarlo como: $\frac{3}{6}$, $\frac{1}{2}$, ó 0,5

- B. Obtener un número mayor que 8.

Con un ovalo verde resaltaremos los números que cumplen con esta condición

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

En este caso los que la satisfacen son 4 de 12, que podemos expresarlo como $\frac{4}{12}$ (o alguna de sus equivalencias como: $\frac{2}{6}$, $\frac{1}{3}$ ó $0,33$)

- C. Obtener un número menor que 8.

Este evento lo resaltaremos con óvalos de color morado como se muestra seguidamente:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

Como se observa son 7 posibles casos de 12 en que puede salir un número menor que 8, que podemos expresarlo también como $\frac{7}{12}$

- D. Obtener un número múltiplo de 3.

Para identificar los resultados de este evento los óvalos serán de color naranja

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

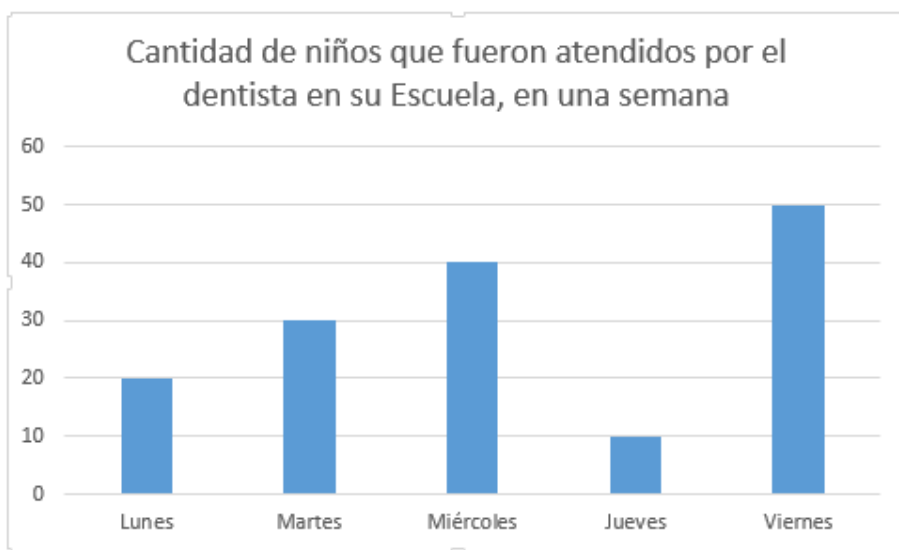
De las 12 posibilidades, que al lanzar un dado el número sea múltiplo de 3 sería 4 de 12 eventos, o expresado de otra manera sería $\frac{4}{12}$

Por lo que a la pregunta “Cuáles son los dos eventos igualmente probables”

Tanto el evento “Obtener un número mayor que 8” como “Obtener un número múltiplo de 3” tienen la misma probabilidad de suceder.

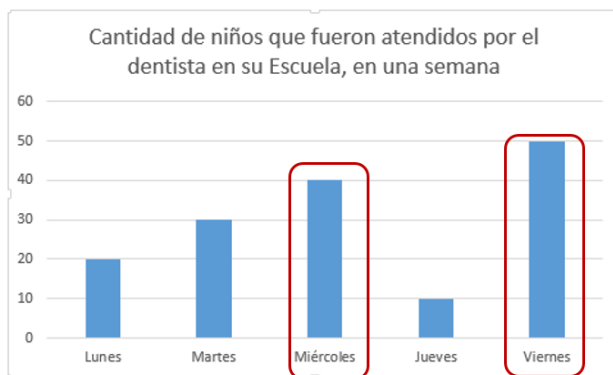
En ambos eventos existen 4 posibilidades de 12 de obtener un número como se indica en la condición

Considere el siguiente gráfico para contestar las preguntas 25 y 26



17. Según el gráfico, ¿Cuáles días se atendieron mayor cantidad de niños por el dentista en su escuela? ¿Cuántos niños fueron?

Vamos a identificar y resaltar con color rojo los días que se atendieron mayor cantidad de niños:

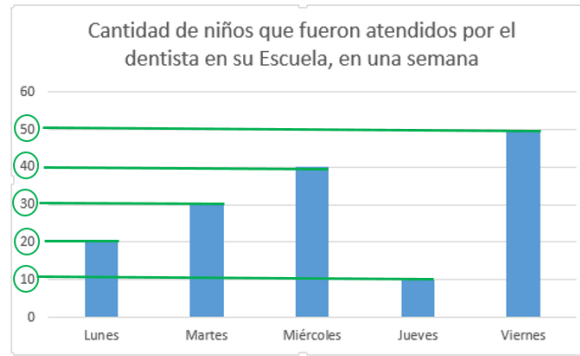


Los días que más niños se atendieron mayor cantidad de niños fue el miércoles y los viernes.

Esos días se atendieron $40 + 50 = 90$ niños.

18. ¿Cuántos niños fueron atendidos en esa semana?

Debemos identificar la cantidad de niños por día, como se muestra:



Podemos pasar la información a una representación tabular:

Día	Cantidad
Lunes	20
Martes	30
Miércoles	40
Jueves	10
Viernes	50
Total atendidos	150 niños

De acuerdo a la información, durante la semana se atendieron 150 niños

19. La sucesión 2, 5, 10, 17, 26, ... se forman siguiendo una regla o patrón.
¿Cuál es el término que sigue después de la octava posición 18?

Observemos el comportamiento entre cada uno de sus términos:



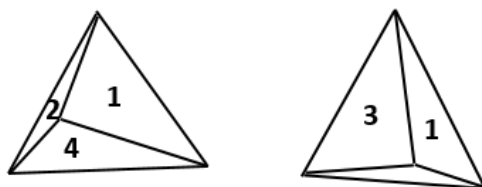
Entre el primer y el segundo término hay un incremento de 3 unidades, del segundo al tercero 5, del tercero al cuarto 7, y así se mantiene el comportamiento, aumentando dos unidades más que el incremento anterior.

Por lo tanto en la siguiente tabla determinaremos el valor del término en la octava posición.

Posición	Término	Incremento al término actual para obtener el siguiente
1	2	3
2	5	5
3	10	7
4	17	9
5	26	11
6	37	13
7	50	15
8	65	18

Según lo anterior el término en la octava posición es el 65.

20. Considere la siguiente imagen



Beto y Lupe juegan a lanzar dos dados. Cada dado tiene 4 caras numeradas del 1 al 4, cada una con las mismas probabilidades de caer hacia abajo (cuenta el número que cae hacia abajo). Juegan a sumar las caras de ambos dados. Lupe gana si la suma de ambos números es 5, Beto gana si la suma de ambas caras es 4 o 7 (cualquiera de los dos). ¿Quién tiene mayores probabilidades de ganar?

Vamos a determinar las posibilidades que tiene Lupe de tirar dos dados y que la suma de sus resultados sea 5:

4,1 1,4 2,3 3,2

Su suma da 5

Si Lupe lanza los dos dados, tiene 4 posibilidades de que al sumar los números que caen sea 5

En el caso de Beto, vamos a ver ¿cuántos posibles eventos pueden suceder para que la suma de los números que caen sea 4 o 7?, los cuales son:

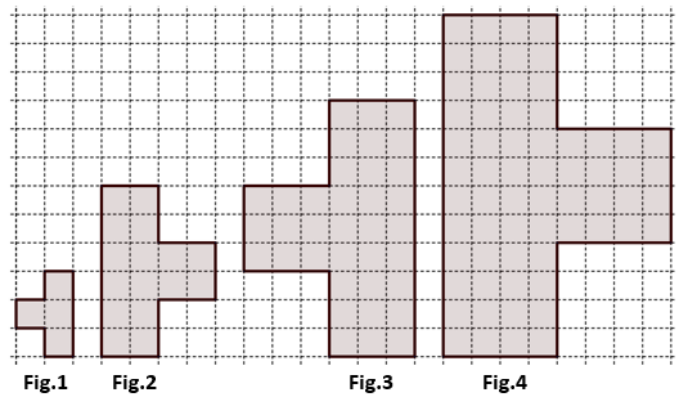
1,3 2,2 3,1 4,3 3,4

Su suma da 4 Su suma da 7

Si Beto lanza los dados, tiene 5 posibles eventos en los que la suma de los resultados que obtuvo al lanzar el dado sea 4 o 7.

De acuerdo a lo anterior es más probable que gane Beto.

21. Observe la siguiente sucesión de figuras, en la cual se muestran las primeras cuatro figuras




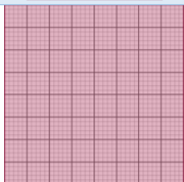


Tenga presente que cada cuadrado de la cuadrícula corresponde a una unidad cuadrada de área. Si se sabe que la sucesión de figuras continúa con el mismo patrón entonces

Complete la tabla con las áreas de las figuras 4 y 6.

Figura #	Área de la figura en unidades cuadradas
1	4
2	16
3	36
4	64
5	100
6	

Analicemos los valores de las áreas de las figuras de la sucesión:

Figura #	Área de la figura en unidades cuadradas	Imagen de otra manera	Observación
1	4		$2 \times 2 = 4$
2	16		$4 \times 4 = 16$
3	36		$6 \times 6 = 36$
4			$8 \times 8 = 64$
5	100		$10 \times 10 = 100$
6			$12 \times 12 = 144$

Las figuras de la sucesión se observan formas diferentes a las imágenes de la tabla de la izquierda, pero en ambas se mantiene el mismo número de cuadrados que se utilizaron para la elaboración de las figuras originales.

Sin embargo al pasarlas a esta representación, se evidencia de manera más sencilla el patrón de incremento de dos unidades cuadradas entre una y otra.

Además que las áreas de cada figura se encuentra representadas por cuadrados perfectos, por lo que se podría pasar de una representación gráfica a una simbólica para simplificar la manipulación de la información, como se muestran seguidamente:

$$2^2, 4^2, 6^2, 8^2, 10^2, 12^2, 14^2 \dots$$

Inician con el $2 \times 2 = 4$ y van aumentando en 2 unidades el siguiente término.

Si desarrollamos las potencias anteriores los valores de las áreas en unidades cuadradas para las diferentes figuras sería:

$$4, 16, 36, 64, 100, 144, 196, \dots$$

De acuerdo a lo anterior, el valor de las áreas en unidades cuadradas de la figura 4 sería el cuadrado perfecto de 8, que es 64 y el de la figura en la posición 6 es de 144 unidades cuadradas.

Otros ítems de práctica

1. Observe los siguientes datos referidos a las temperaturas, en grados Celsius, reportadas en una mañana, en diferentes lugares de Costa Rica:

18, 24, 12, 10, 14, 21, 22, 17, 23, 19, 19, 21, 24, 21.

¿Cuál es el recorrido de los datos, para este conjunto de datos?

¿Cuál es la moda de temperatura?

2. la sucesión 2, 5, 10, 17, 26,... se forman siguiendo una regla o patrón. ¿Cuál es el término que sigue después del octavo?

3. Un estudiante obtuvo las siguientes notas en sus pruebas de 78, 71, 64, 56 en sus pruebas de Español, Matemáticas, Ciencias y Estudios Sociales, respectivamente. ¿Cuál fue el promedio? (Utilice dos decimales)

4. Analice los siguientes números

3,245	3,19	3,4	3,095	3,2	3,37
--------------	-------------	------------	--------------	------------	-------------

¿Cuál de estos números es el mayor?

5. María tiene palitos que solo difieren en su longitud, unos miden 6 cm y otros miden 7 cm. Si ella quiere construir, utilizando la menor cantidad de estos palitos, una barra que mida exactamente 2 metros de longitud, entonces.

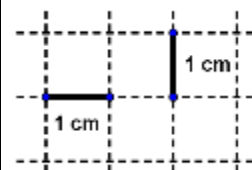
a. Para construir está barra, utilizando la menor cantidad de palitos, ¿Cuántos palitos de 6 cm debe utilizar y cuántos de 7 cm?

b. Considerando solo los palitos que utilizó para construir la barra, ¿cuál es la fracción que representa la cantidad de palitos de 6 cm con respecto a la cantidad total de palitos utilizados para realizar la barra?

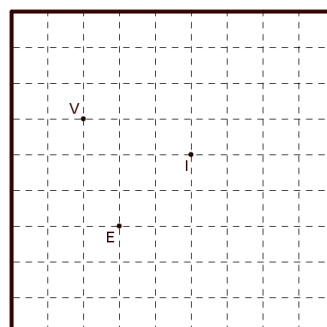
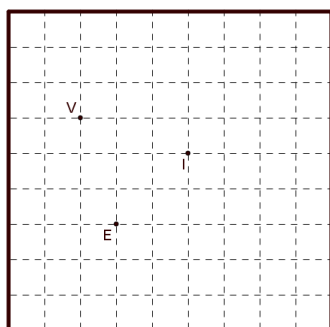
6. Soy un cuadrilátero, te voy a dar pistas para que me puedas dibujar

- Uno de mis lados mide 4 cm.
- Uno de mis vértices es el punto V.
- El punto "E" pertenece a mi exterior y el punto "I" pertenece a mi interior.
- Tengo exactamente dos lados horizontales, uno de estos lados mide la mitad del otro.
- Al trazar una de mis diagonales se forman dos triángulos obtusángulos.
- Al trazar la otra diagonal se forman dos triángulos rectángulos.

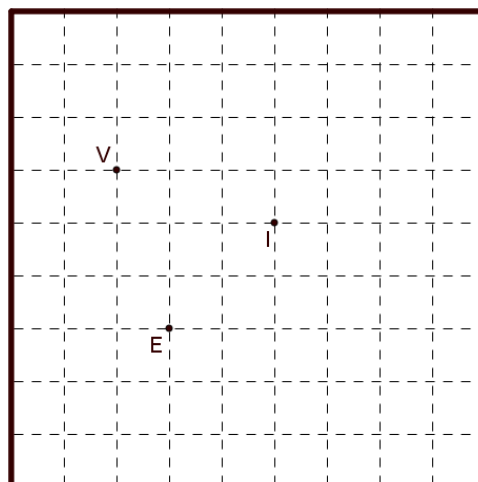
Considere la cuadrícula de lado 1 cm.



Borrador



Dibujo definitivo del cuadrilátero



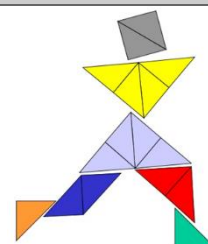
Observación:

Recuerde: En primaria utilizamos como signo para la multiplicación la letra “x” sin embargo podemos valorar el uso del punto para ir familiarizando a los niños con esta otra forma de representar esta operación en la secundaria.

Créditos

Los ítems fueron tomados de la prueba circuitales y regional de la olimpiada de matemática de tercer año 2017, elaborados por:

Asesor (a)	Dirección Regional
Jessica Abarca Sanabria	San Carlos
Adolfo Alejandro Monge Zamora	Aguirre
Xinia Zúñiga Esquivel	Pérez Zeledón
Juan Carlos Picado Delgado	Zona Norte Norte
Cristián Barrientos Quesada	Puntarenas
Heriberto Rojas Segura	Grande del Térraba
Luis Fernando Mena Esquivel	Guápiles
Gerardo Murillo Vargas	Heredia
Maureen Oviedo Rodríguez	Heredia
Marvin Montiel Araya	Coto
Marielos Rocha Palma	San José Oeste
Alejandro Benavides Jiménez	Peninsular
Yadira Barrantes Bogantes	Alajuela
David Carranza Sequeira	Sarapiquí
Laura Andrea Ureña Ureña	Los Santos
Javier Quirós Paniagua	Turrialba
Ana María Navarro Ceciliano	Cartago
Yamil Fernández Martínez	Cartago
Javier Barquero Rodríguez	Puriscal
Elizabeth Figueroa Fallas	Departamento de Primero y Segundo Ciclos
Hermes Mena Picado	Departamento de Primero y Segundo Ciclos



Revisoras de los cuadernillos

Mónica Mora Badilla	Profesora de Matemática Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica
Gabriela Valverde Soto	Profesora de Matemática Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica

Compilación y estrategias de solución de los cuadernillos realizadas por:

Hermes Mena Picado - Elizabeth Figueroa Fallas

Asesoría Nacional de Matemática.

Departamento de Primero y Segundo Ciclos

Dirección de Desarrollo Curricular

