Ministerio de Educación Pública
Dirección de Desarrollo Curricular
Departamento de Primero y Segundo Ciclos
Asesoría Nacional de Matemática

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria - OLCOMEP

3º CUADERNILLO DE APOYO PARA EL DOCENTE

TERCER AÑO | 2023

PRESENTACIÓN

Es fundamental que nuestro sistema educativo fomente en la sociedad costarricense, todas las actividades posibles orientadas a estimular el desarrollo matemático, científico y tecnológico, a efecto de formar personas críticas y analíticas, habilidades necesarias para hacer frente a los retos y demandas contemporáneas.

La enseñanza de la Matemática ocupa un papel clave en el currículo escolar y persigue el desarrollo de un proceso intelectual en los estudiantes. La Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria **OLCOMEP**, tiene como finalidad estimular y desarrollar entre los niños y niñas sus capacidades de resolución de problemas matemáticos, por medio de una competencia de conocimiento sana entre estudiantes de los seis años escolares de la Educación General Básica diurna de todas las direcciones regionales educativas del país.

El presente cuadernillo pretende ser un insumo de apoyo para el docente y práctica para el estudiante. El mismo busca orientar a los y las participantes de la **OLCOMEP**, por medio de la presentación de problemas recopilados de las pruebas aplicadas en ediciones anteriores de la misma olimpiada. Su contenido pretende dar pautas sobre los tipos de problemas a los que se van a enfrentar los y las estudiantes en las diferentes etapas que comprende la **OLCOMEP**, así como sus estrategias de resolución.

Los problemas aquí seleccionados se fundamentan en situaciones matemáticas donde se requiera manifestar las habilidades que caractericen el talento matemático para lograr su resolución, basados en los niveles de complejidad de los problemas descritos en el Programa de Estudio en Matemáticas (MEP, 2012) y por medio de los diferentes contextos que se consideran para la olimpiada.

Comisión Central de OLCOMEP

1. Dos osos perezosos se encuentran en los extremos de un sendero como se muestra en la imagen y se desplazan de la siguiente manera:

- El oso 1 se moviliza 7 metros por día.
- El oso 2 se moviliza 8 metros por día.

¿Qué día coinciden los dos osos en algún punto del sendero?

Oso 1 **Oso 2**

120 m

a) Día 6
b) Día 7
c) Día 8

Solución:
Utilicemos la representación gráfica para resolver el problema. Valorando el avance diario de cada perezoso según lo que se indica en las proposiciones.

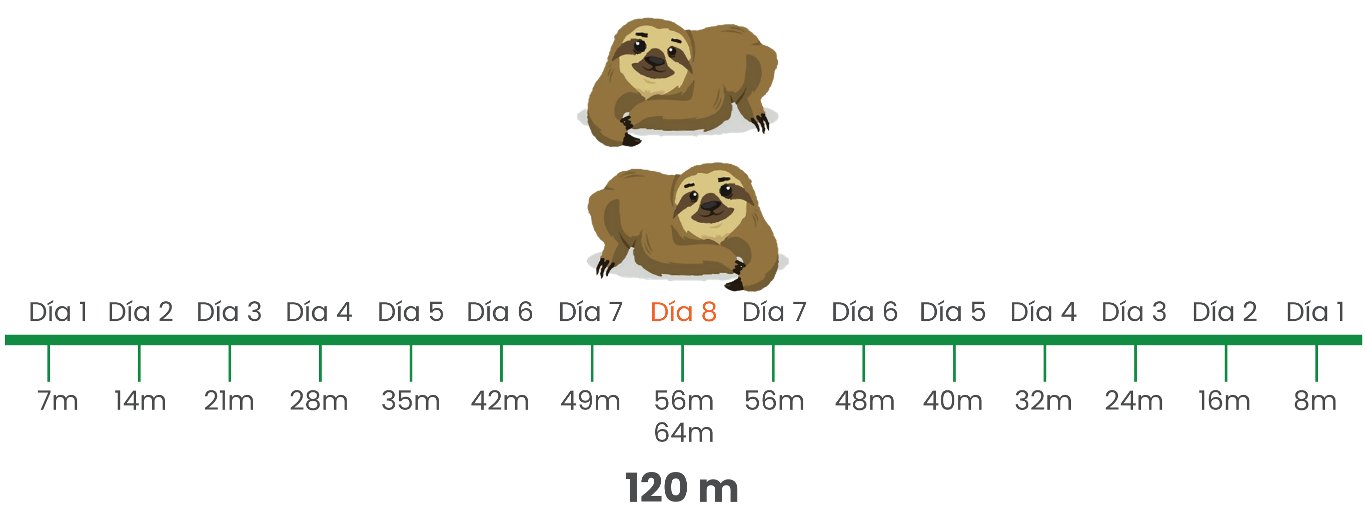
Iniciemos con el día 1:
El perezoso 1 avanza 7 m y el perezoso 2 avanza 8 m.

Día 1

Distancia recorrida → 7 m **8 m**

Al finalizar el segundo día el perezoso 1 avanza 7 m más avanza 14 m del sendero. Similarmente, el perezoso 2 avanza 8 m más, por lo que al final del día ha avanzado 16 m.

Continuemos hasta que se encuentren

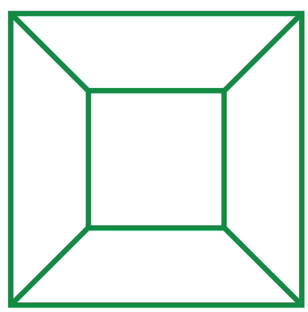


De acuerdo con lo anterior. Al día 8 se llegan a encontrar. El perezoso 1 recorriendo 56 m y el perezoso 2 la distancia de 64 metros.

2. La maestra quiere construir un portarretrato para el día de la madre como el de la imagen.
Para la construcción tres estudiantes dicen las siguientes afirmaciones:

- Laura dice que la figura tiene 8 ángulos rectos.
- Paola dice que la figura tiene dos ángulos agudos más que ángulos rectos.
- Cristina dice que la cantidad de ángulos obtusos y agudos es la misma.

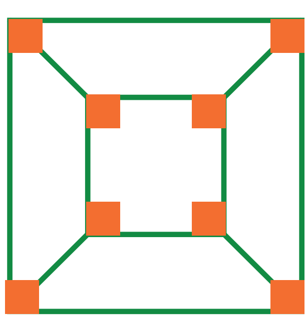
¿Quiénes tienen la razón?



Solución:
Valoremos lo indicado en cada proposición:

- Laura dice que la figura tiene 8 ángulos rectos

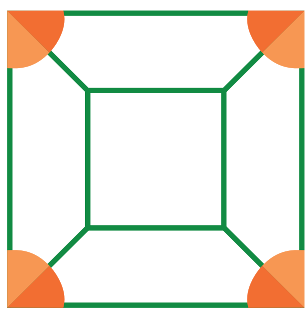
Contemos los ángulos rectos:



Recuerda que: un ángulo recto es un ángulo cuya medida es de 90º

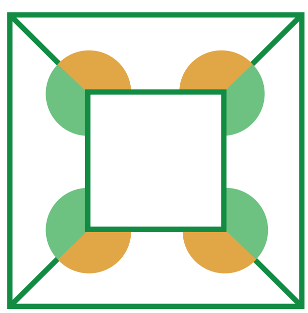
Tenemos 8 ángulos rectos. Por lo que la afirmación de Laura es correcta.

Ahora contemos los ángulos agudos.



Recuerda que: un ángulo agudo es un ángulo cuya medida es menor que 90°

Tenemos 8 ángulos agudos. Por lo tanto, la afirmación de Paola es falsa y lo correcto sería indicar que hay igual cantidad de ángulos rectos que de ángulos agudos.



Recordemos que un ángulo obtuso es un ángulo cuya medida es mayor que 90° y menor a los 180°

Tenemos 8 ángulos obtusos. Por lo tanto, tenemos igual cantidad de ángulos rectos, agudos y obtusos. Podemos concluir que la afirmación de Cristina es verdadera.

De acuerdo con lo anterior, tanto, Laura y Cristina tienen la razón.

3. Laura y Pedro están ahorrando en colones para ir de viaje al Parque de Diversiones. Para comprar la entrada ahorran durante 5 semanas de la siguiente manera:

Semana	Laura	Pedro
1	2 monedas de 100	7 monedas de 100
2	1 billete de 1000	2 monedas de 500
3	3 billetes de 2000	5 monedas de 500
4	1 billete de 2000	2 billetes de 2000
5	5 monedas de 500	6 monedas de 500

Si la entrada especial tiene un valor de ₡ 12 700 por persona, ¿Cuántas monedas de ₡ 500 les hacen falta de ahorrar entre los dos y así completar el dinero de las entradas?

Solución:

Calculemos el total que ahorró Laura y Pedro cada semana

Semana	Laura	Total en colones	Pedro	Total en colones
1	2 monedas de 100	200	7 monedas de 100	700
2	1 billete de 1000	1000	2 monedas de 500	1000
3	3 billetes de 2000	6000	5 monedas de 500	2500
4	1 billete de 2000	2000	2 billetes de 2000	4000
5	5 monedas de 500	2500	6 monedas de 500	3000

Sumemos lo ahorrado cada semana para determinar el total ahorrado por cada uno:

Niño o niña	Dinero ahorrado en colones	Total en colones
Laura	200 + 1000 + 6000 + 2000 + 2500	11 700
Pedro	700 + 1000 + 2500 + 4000 + 3000	11 200
Total de dinero ahorrado entre ambos		22900

Costo de las entradas

12 700 + 12 700 = **25 400 colones**

Para determinar la cantidad de dinero que les hace falta, al costo de las dos entradas le restamos lo ahorrado:

25 400 – 22 900 = 2500 colones

De acuerdo con lo anterior, les hace falta 5 monedas de 500 colones para completar el dinero requerido para la compra de las dos entradas.

4. Se está realizando una fila para ir al comedor escolar y la maestra hace algunos cambios de posiciones en el siguiente orden:

- A Oscar que estaba en la posición trigésima tercera lo pasó a la vigésima quinta.
- A Luis que estaba en la décima octava posición lo pasó a la cuadragésima.
- A Priscila que estaba en la sexta posición la pasó a la vigésima primera.

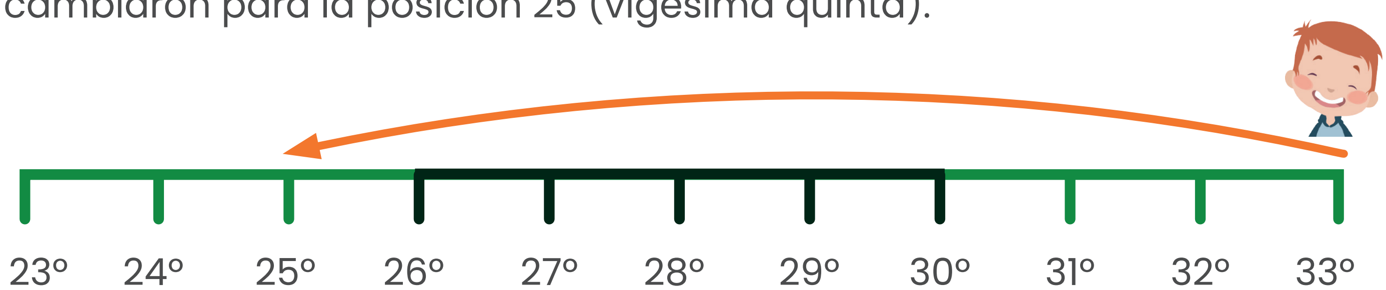
Luego de realizar esos cambios, ¿en qué posición quedó Oscar?

Solución:
Al final del problema nos preguntan, ¿en qué posición quedó Oscar?, después de los 3 cambios mencionados.

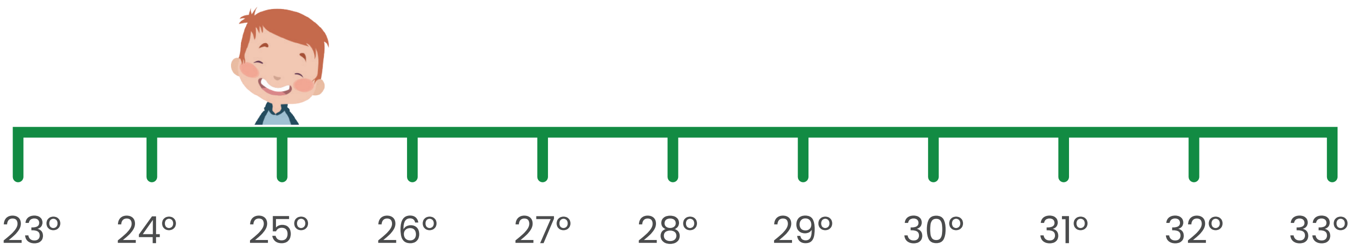
Analicemos la información presente en cada proposición

- A Oscar que estaba en la posición trigésima tercera lo pasó a la vigésima quinta.

Tenemos que Oscar estaba en la posición 33 (trigésima tercera) y lo cambiaron para la posición 25 (vigésima quinta).

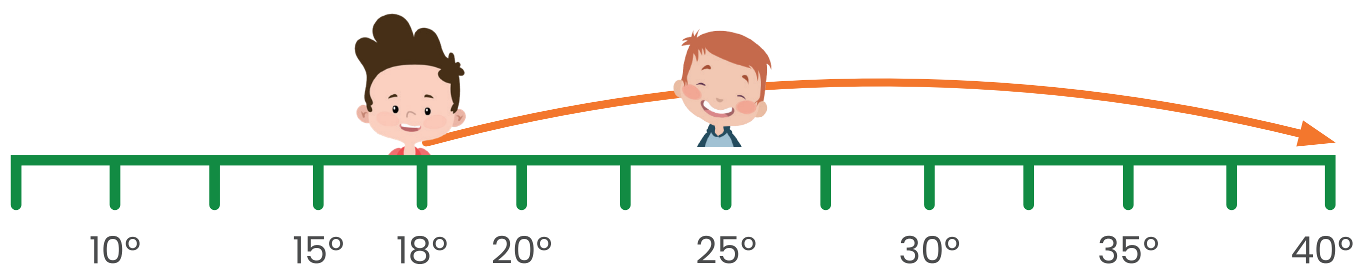


De acuerdo con este movimiento, Oscar queda en la posición vigésima quinta



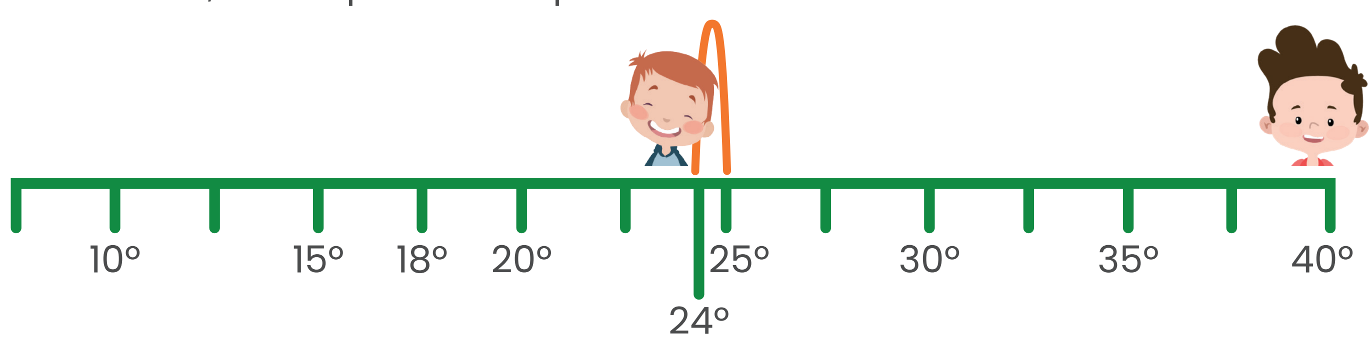
- A Luis que estaba en la décima octava posición lo pasó a la cuadragésima.

Luis estaba en la posición 8 y lo pasaron para la posición 40.

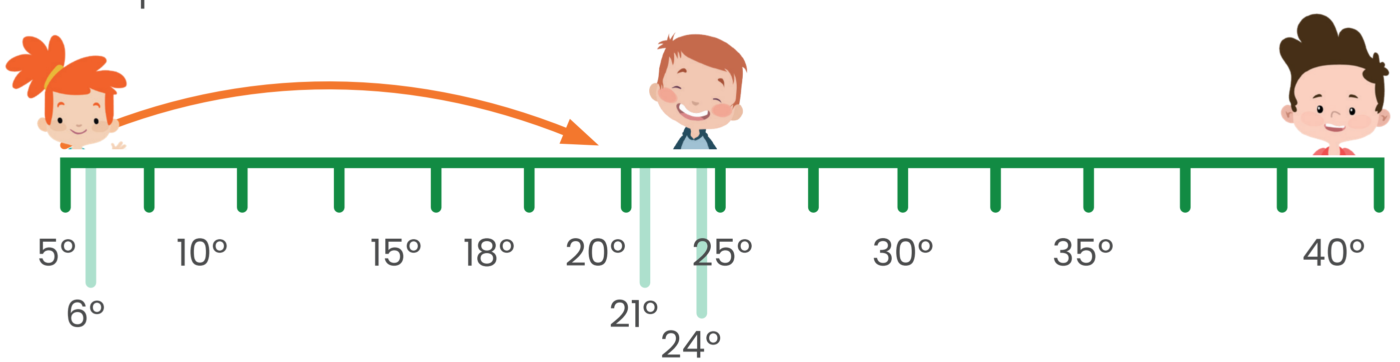


Observación: por un tema de facilidad la numeración no va de uno en uno.

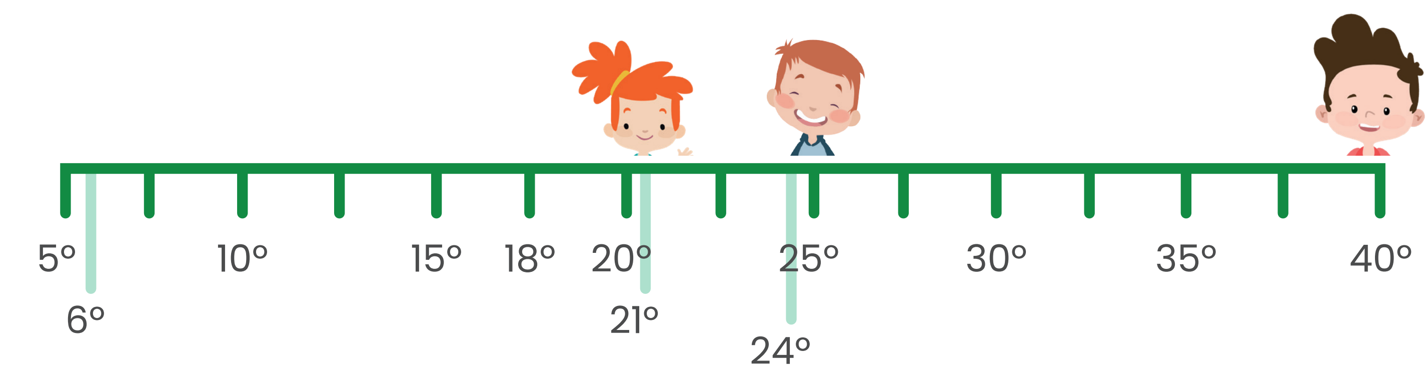
Note que inicialmente Luis estaba delante de Oscar, al hacer el cambio queda después de Oscar. Al pasar a Luis para la posición 40, todos los niños antes de la posición 40 se trasladan una posición hacia adelante. Por lo tanto, Oscar pasó de la posición 25 a la 24.



- A Priscila que estaba en la sexta posición la pasó a la vigésima primera.



Tenemos que Priscilla pasó de la posición 6 a la 21, en ambas posiciones se encuentra delante de Oscar. Al pasar a Priscilla para la posición 21, todos los niños antes de la posición 21 se trasladan una posición hacia adelante. Pero como Oscar esta después de la posición 21, Oscar no se mueve.

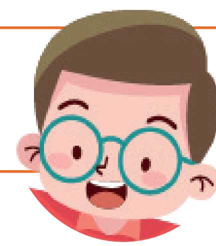


Por lo tanto, después de los 3 cambios Oscar queda en la posición 24 (vigésima cuarta).

5. Para sacar sangre en la clínica a cada persona que llega le entrega una ficha, para ser atendido en alguna de las tres puertas y van llamando a las personas de la siguiente manera:

Puerta 1	Puerta 2	Puerta 3
Fichas 1 y 2	Fichas 3 y 4	Fichas 5 y 6
Fichas 7 y 8	Fichas 9 y 10	Fichas 11 y 12
Así sucesivamente		

Si se mantiene el patrón observado en la tabla y Roy tiene la ficha 49, ¿en qué puerta será atendido?



Solución:
Como Roy tiene la ficha 49, tiene que esperar que atiendan a los 48 que están antes de él según el orden indicado en la tabla.

Analicemos la tabla anterior:

Puerta 1	Puerta 2	Puerta 3	Total atendidos
Fichas 1 y 2	Fichas 3 y 4	Fichas 5 y 6	6
Fichas 7 y 8	Fichas 9 y 10	Fichas 11 y 12	12

Note que reparten cada 6 personas en las 3 puertas en cada ronda de atención. Si ampliamos la tabla tenemos:

Puerta 1	Puerta 2	Puerta 3	Última ficha atendida por ronda	
Fichas 1 y 2	Fichas 3 y 4	Fichas 5 y 6	6	+6
Fichas 7 y 8	Fichas 9 y 10	Fichas 11 y 12	12	+6
Fichas 13 y 14	Fichas 15 y 16	Fichas 17 y 18	18	+6
			24	+6
			30	+6
			36	+6
			42	+6
			48	
Fichas 49 y 50				

De acuerdo con lo anterior, tenemos que de continuar ese patrón, Roy será atendido en la Puerta 1 con la ficha 49.

Otra manera de hacerlo podría considerar lo siguiente:
Analicemos la tabla anterior:

Puerta 1	Puerta 2	Puerta 3	Total atendidos
Fichas 1 y 2	Fichas 3 y 4	Fichas 5 y 6	6
Fichas 7 y 8	Fichas 9 y 10	Fichas 11 y 12	12

Como al terminar la primera ronda se atienden 6 personas, podemos utilizar a multiplicación para probar cuantos turnos pueden pasar mientras llega la ficha de Roy, por ejemplo:

Fichas por ronda	Rondas
6	1
12	2

Si multiplicamos 6 fichas por 7 da como resultado:

$$6 \times 7 = 42$$

Aún nos faltan turnos para llegar al 49, por lo que podemos probar con:

$$6 \times 8 = 48$$

Según lo anterior, después de ocho turnos completos se atenderán 48 personas (ficha 48 en la puerta 3). Lo que quiere decir que la ficha 49 será atendida en la novena ronda, y le que corresponde la atención en la primera puerta (ya que está iniciando una nueva ronda)

6. La mamá de Francini le construyó un horario para practicar deportes de lunes a jueves en el periodo de vacaciones.

 ajedrez  fútbol  baloncesto

 natación  atletismo

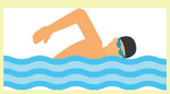
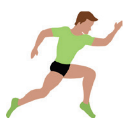
Horario de deporte				
	Lunes	**Martes**	**Miércoles**	**Jueves**
Clase 1 1 hora				
Clase 2 2 horas				
Clase 3 1 hora				

¿Cuáles parejas de deportes suman la misma cantidad de horas que el fútbol?

Solución:

Calculemos cuántas horas calcula cada deporte según la información de la tabla.

Utilicemos una tabla para resumir esta información

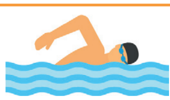
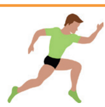
Deporte	Horario de deporte				
	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Total de horas
	1	0	1	2	4
	1	0	0	1	2
	2	2	0	1	5
	1	0	2	0	3
	0	1	1	0	2

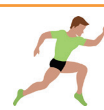
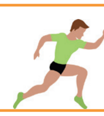
Podemos resumir los totales en otra tabla

Deporte	Cantidad de horas
 Ajedréz	4
 Fútbol	5
 Baloncesto	3
 Natación	2
 Atletismo	2

De acuerdo con lo anterior, Tenemos que Francini práctica 5 horas fútbol.

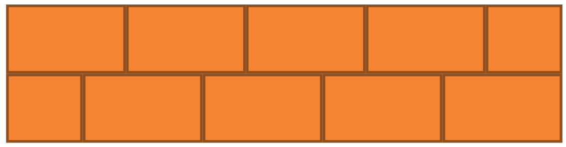
Por lo que debemos buscar dos deportes que al momento de sumar el tempo que se practica, de lo mismo:

Deporte	
	Total de horas
	4
	2
	6
	4
	3
	7
	4
	2
	6

	2
	3
	5
	2
	2
	4
	2
	3
	5

Al sumar las horas del baloncesto y natación da 5, de igual forma al sumar las horas de baloncesto y atletismo da 5.

7. El papá de Kattia quiere construir un muro igual al de la imagen



Tiene las siguientes opciones de ladrillos todos del mismo grosor.

Tipo	ancho	largo
A	20 cm	40 cm
B	20 cm	30 cm
C	25 cm	40 cm
D	25 cm	30 cm

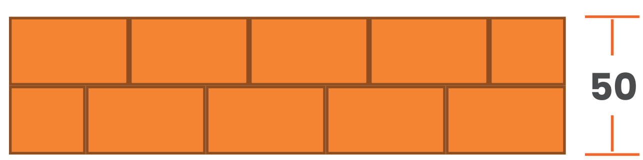
Él decidió comprar la opción que le permiten construir un muro tal que

- Mide medio metro de alto.
- El largo es 135 cm.

¿Qué tipo de ladrillos compró el papá de Kattia para construir el muro si no quiere que le sobre ningún pedazo de ladrillo?

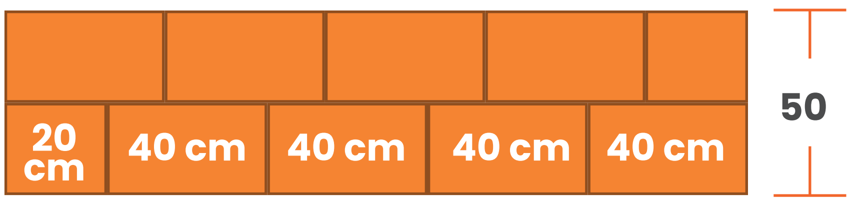
Solución:

Si el muro mide medio metro de alto, entonces mide 50 cm de alto. Observe que lleva dos filas, entonces se deben comprar ladrillos de 25 cm de alto. Que corresponden al C o al D



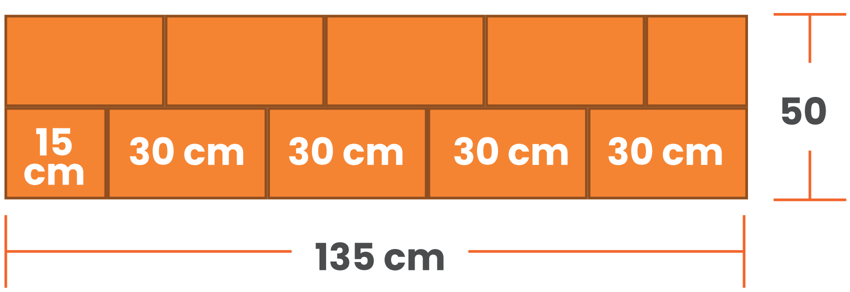
El largo lleva 4 ladrillos enteros y la mitad de uno, calculemos el largo con los ladrillos de tipo C y D

Ladrillo tipo C, 40 cm de largo



Tipo	largo	Largo total en centímetros
C	20 + 40 + 40 + 40 + 40	180

Ladrillo tipo D, 30 cm de largo



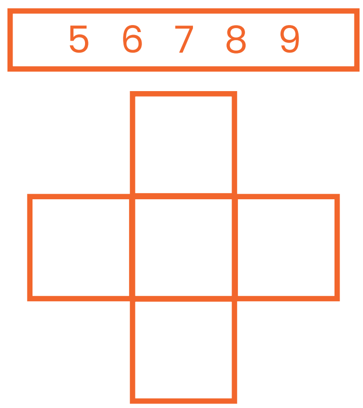
Tipo	largo	Largo total en centímetros
C	15 + 30 + 30 + 30 + 30	135

¿Qué tipo de ladrillos compró el papá de Kattia para construir el muro si no quiere que le sobre ningún pedazo de ladrillo?

8. En cada casilla de la siguiente cruz se colocan los números del 5 al 9, según se indica:

- La suma de los números colocados horizontalmente sea igual a la suma de los resultados colocados verticalmente.
- Cada número sólo se debe usar una vez.

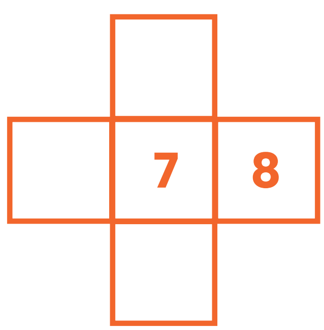
¿Cuál es la **menor** suma que se puede dar?



Solución:

Podemos utilizar el método de prueba y error colocando a conveniencia los números 5, 6, 7, 8 y 9

Iniciemos colocando el 7 en el centro:



En este caso al colocar el 7 y 8 dan como resultado 15, debemos colocar el 5 para que sumen 20 horizontalmente.

5	7	8

Nos quedan los números 6 y 9, que demos colocarlos y para que funcionen en esas casillas deben sumar 20 de manera vertical.

	5	
5	7	8
	6	

No nos funciona porque 9 + 7 + 6 = 22, podemos probar de otra manera.

Como sabemos que la combinación inicial de 5, 7 y 8 si funciona, podemos invertir los valores aquí presentes para mantener esa combinación, por ejemplo: colocamos el 5 en la casilla del centro, y una posible forma de colocar los números puede ser

	9	
7	5	8
	6	

Combinándolos de esta manera tenemos:
Horizontalmente: 7 + 5 + 8 = 20
Verticalmente: 9 + 5 + 6 = 20
¡Esta combinación nos funciona!
Lo que implica que el 5 debe ir en el centro y podríamos colocar los otros números en difentes posiciones

Observemos las siguientes opciones:

	8	
9	5	6
	7	

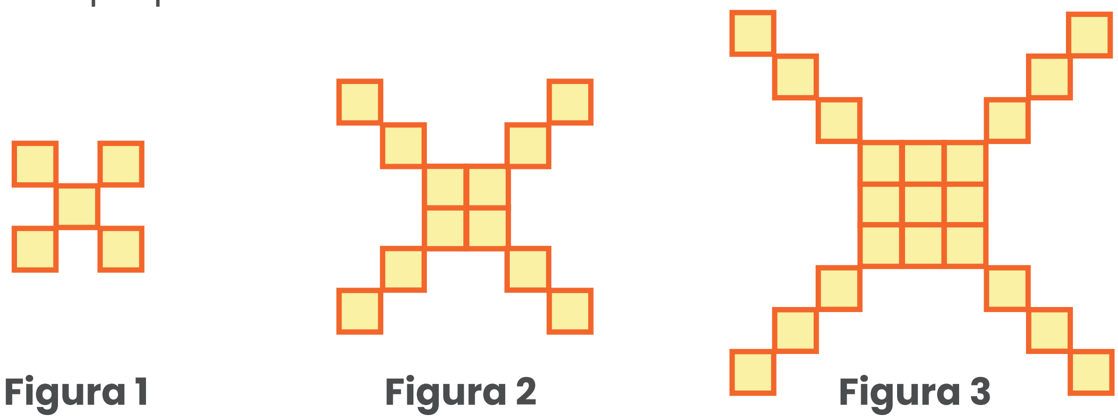
	9	
7	5	8
	6	

	6	
8	5	7
	9	

	7	
6	5	9
	8	

En todos estos casos la suma de los números colocados vertical y horizontalmente equivale a 20.

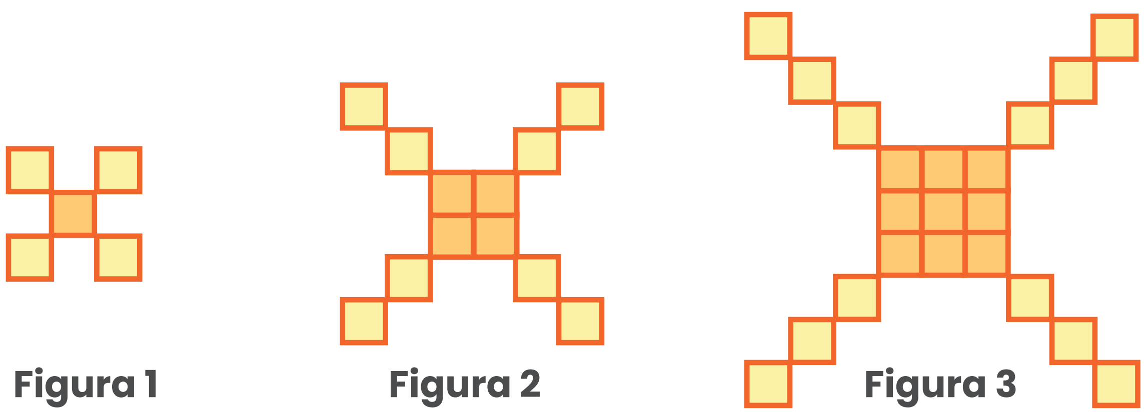
9. Analice las siguientes imágenes adjuntas conformadas por cuadrados pequeños.



Si se continua con el patrón anterior ¿Cuántos cuadrados pequeños va a tener la Figura 5?

Solución:
Podemos obtener el patrón por partes como se muestra

<u>Interior de la figura</u>
Note que cada figura tiene un cuadrado central



El lado de ese cuadrado aumenta en 1 cuadrado pequeño, de la figura 1 a la 2 y de la 2 a la 3.

Utilicemos una tabla para resumir esta información

Figura	Patrón del cuadrado central	Cantidad de cuadrados en el centro
1	1 x 1	1
2	2 x 2	4
3	3 x 3	9
4	4 x 4	16
5	5 x 5	25

Las tres primeras figuras permiten identificar ese patrón y determinar que para la Figura 4 tendría un cuadrado 4x4 y la Figura 5 uno 5x5. Así que la Figura 5 tiene un cuadrado en el centro con 5x5=25 cuadrados pequeños.

Note que la cantidad de cuadrados en el interior de la figura coincide con el número de figura, por ejemplo:

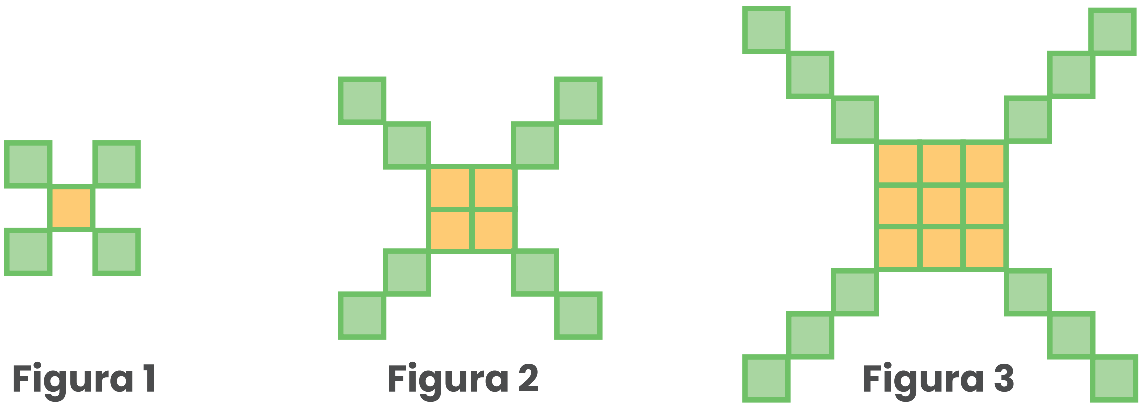
Figura 5 tiene un cuadrado de 5 x 5 = 25

Figura 6 tiene un cuadrado de 6 x 6 = 36

Figura 7 tiene un cuadrado de 9 x 7 = 49

<u>Cuadrados de la parte externa</u>

Por otro lado, en las equinas del cuadrado pequeño hay otros cuadrados como se muestra.



- En la Figura 1, en cada esquina hay un cuadrado, en total 4.
- En la Figura 2 aumenta un cuadrado en cada esquina, por lo que se tiene 2 x 4 = 8 cuadrados.
- Similarmente en la Figura 3, aumentó en 1 y se tienen 3x4=12 cuadrados.

Al igual que en el caso anterior una tabla nos permite resumir la información y verla de una manera más sencilla:

Figura	Patrón del cuadrado central	Cantidad de cuadrados "en las esquinas externas"
1	1 x 4	4
2	2 x 4	8
3	3 x 4	12
4	4 x 4	16
5	5 x 4	20

La Figura 4 se tendrían 4 x 4 = 16 cuadrados en las esquinas del centro Y la Figura 5 tendría 5 x 4 = 20 cuadrados en las esquinas.

De acuerdo con la información obtenida en las dos tablas, para la figura 5 tenemos:

Note que la cantidad de cuadrados en el exterior de la figura depende del número de la figura y un número de cuadrados que se mantiene que corresponde a 4 cuadrados, por ejemplo:

Figura 4 tiene un cuadrado de 4 x 4 = 16

Figura 5 tiene un cuadrado de 5 x 4 = 20

Figura 6 tiene un cuadrado de 6 x 4 = 24

Figura	Patrón del cuadrado central	Cantidad de cuadrados "en las esquinas externas"
5	25	20

En total hay 25 + 20 = 45 cuadrados pequeños.

10. Felipe y Yuliana están jugando con cartas numeradas del 1 al 9 que deben colocar en el orden indicado en el tablero de abajo para formar el mayor número posible de cinco dígitos.

Cada jugador toma 3 cartas sin mostrarlas, luego cada uno coloca una carta de forma alternada empezando por Felipe.

- A Felipe le salieron las cartas con los números: 6, 5 y 1
- A Yuliana le salieron las cartas con los números: 7, 4 y 2

¿Cuál es el mayor número posible que pueden formar?

1	**2**	**3**	**4**	**5**
Coloque las tarjetas iniciando en la posición 1 y continuando en orden ascendente				

Solución
Como debe iniciar Felipe según se indica en el problema, debemos valorar cual es la carta con el número mayor:

6

Felipe inicia, para formar el mayor número posible debe colocar el dígito mayor (de 6, 5 y 1) en las decenas de millar, es decir

6				

En el siguiente turno le correspondería a Yuliana, para formar el mayor número posible debe colocar el mayor dígito (de 7, 4 y 2) en las unidades de millar, es decir

6	7			

Similarmente, el turno siguiente Felipe debe colocar el dígito mayor que le quede en las centenas para formar el mayor número posible

6	7	5		

En el turno siguiente, Yuliana debe colocar el dígito mayor que le quede en las centenas para formar el mayor número posible

6	7	5	4	

Y el último turno sería para Felipe, que colocaría la carta que le queda formando el número

6	7	5	4	1

Que sería el mayor número que se puede formar al jugar.

11. Sebastián, Zoe y Adrián miden la distancia que hay de la escuela a la Iglesia. Para medir el trayecto lo dividen en tres partes de la siguiente manera:

- El primer trayecto lo mide Sebastián, con 2 km de distancia.
- El segundo trayecto, medido por Zoe, tiene 400 metros menos que el trayecto medido por Sebastián.
- El tercer trayecto, medido por Adrián, mide la mitad del trayecto de Zoe.

¿Cuál es la distancia, en metros, que hay de la escuela a la Iglesia?

Solución:

Para la distancia que hay de la escuela a la Iglesia debemos saber cuándo midió cada uno. Para eso analicemos la información dada

- El primer trayecto lo mide Sebastián, con 2 km de distancia.

Recuerde que
1 kilómetro (**Km**) equivale a 1000 metros (**m**)
1 metro (**m**) equivale a 100 centímetros (**cm**)

Como nos están pidiendo la distancia en metros entonces necesitamos conocer cuánto mide en metros el trayecto que midió Sebastián.

Tenemos que el trayecto mide 2 km, es decir, 2000 m.

1 km = 1000 m
2 km = 2000 m

- El segundo trayecto, medido por Zoe, tiene 400 metros menos que el trayecto medido por Sebastián.

El segundo trayecto tiene 400 metros menos que el trayecto medido por Sebastián. Como el primer trayecto mide 2000 metros entonces

2000 m – 400 m = 1600 m

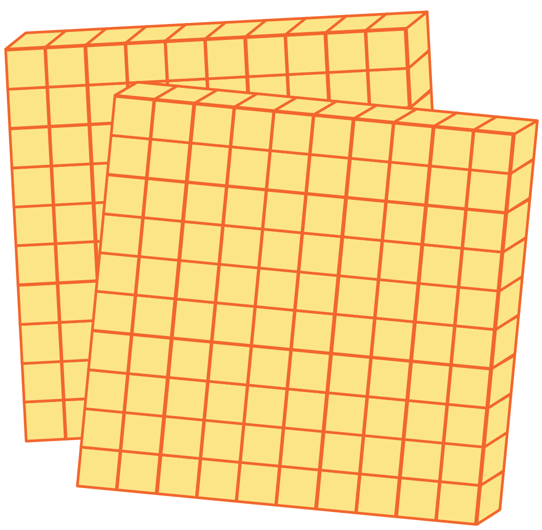
El segundo trayecto mide 1600 metros.

- El tercer trayecto, medido por Adrián, mide la mitad del trayecto de Zoe.

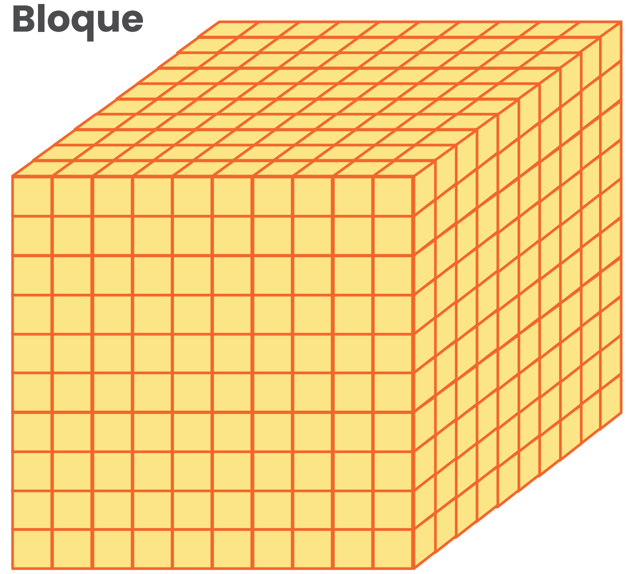
Utilicemos los Bloques Multibase para realizar el reparto equitativo

Recuerde que
En los bloques multibase, los cubos tienen un valor de 1 unidad, la regleta se forma por medio de 10 cubos, por lo que cada regleta vale 10 unidades (1 decena). La placa está formada por 10 regletas y su valor equivale a 100 unidades (1 centena), por último, el bloque lo forman 10 placas y su valor es 1000 unidades (1 unidad de millar).

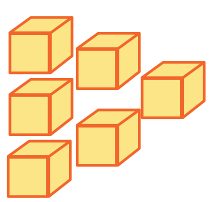
Placa



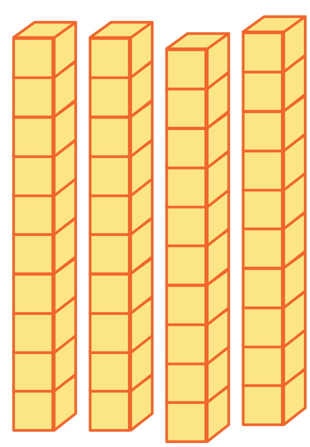
Bloque



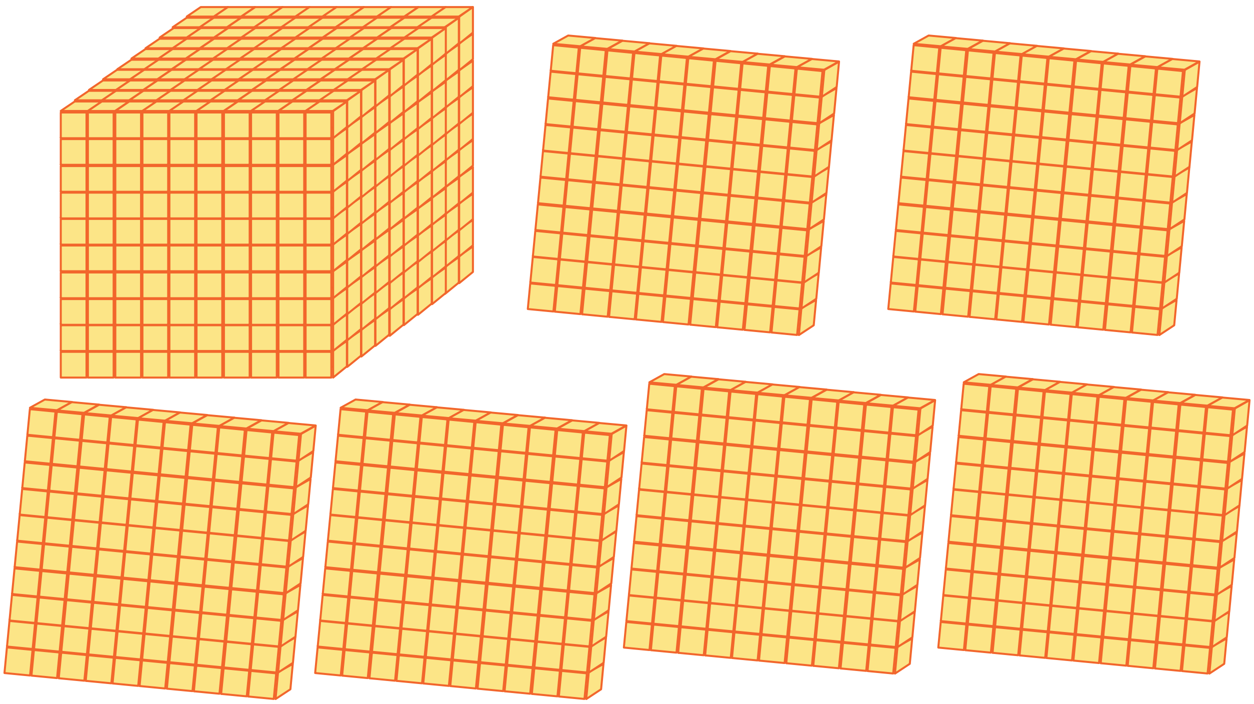
Cubos



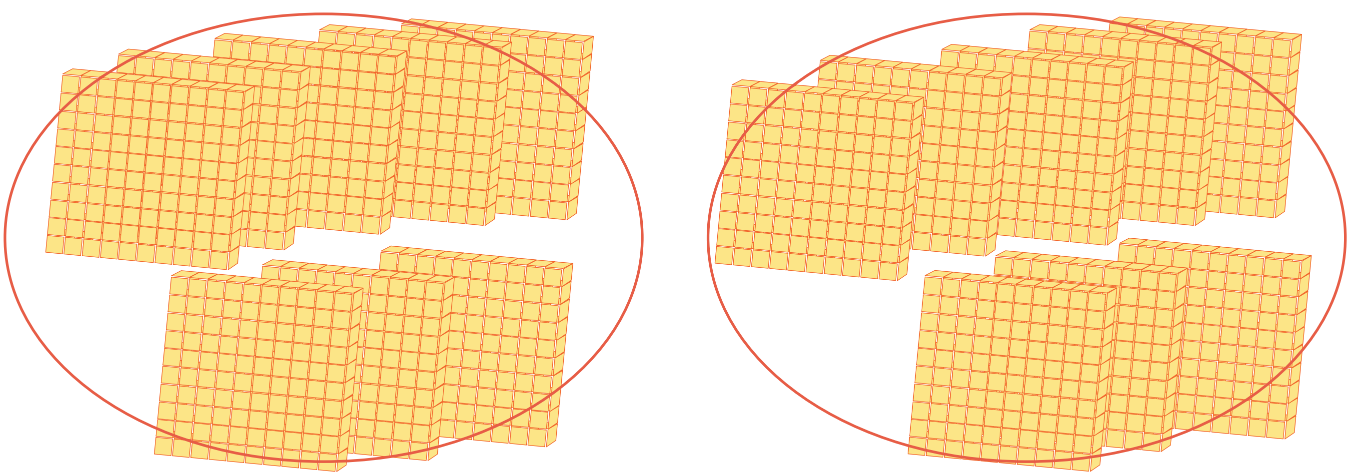
Regletas



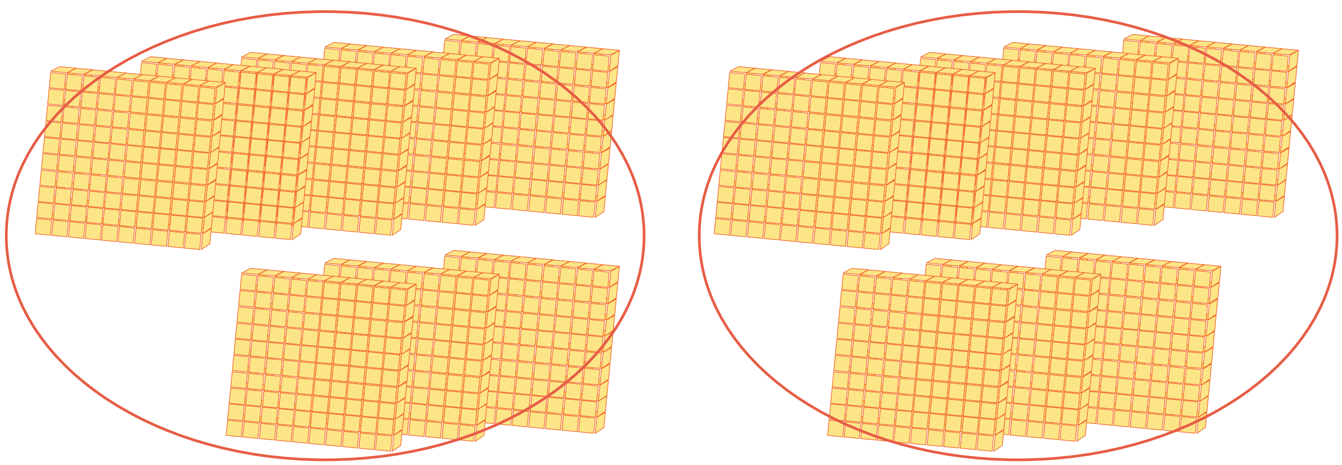
Conociendo que el segundo trayecto mide 1600 metros, representaremos esta cantidad utilizando los bloques multibase:



Necesitamos descomponer el bloque (un bloque está compuesto por 10 placas) para realizar el reparto equitativo

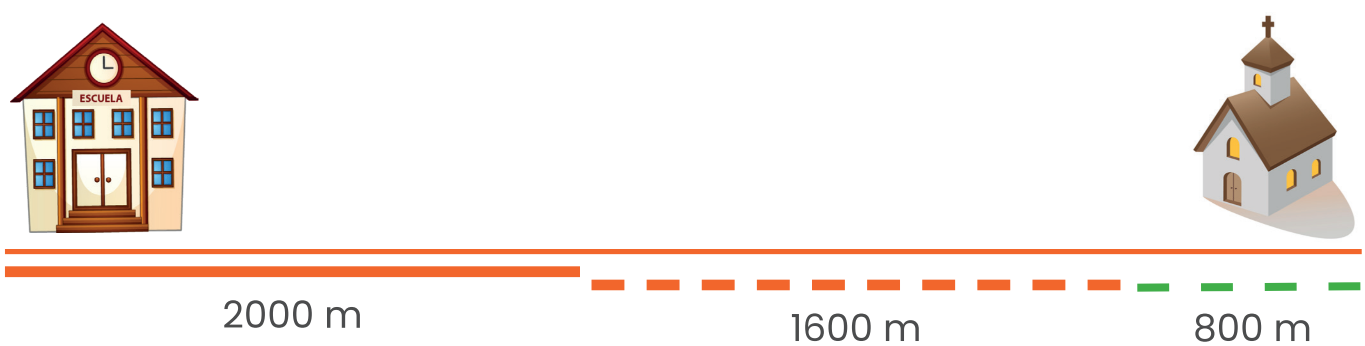


En cada ovalo vamos a ir distribuyendo los bloques de manera equitativa, por lo que en cada uno quedan ocho bloques



Como cada placa equivale a 100 unidades y tenemos ocho placas, en cada ovalo hay 800 unidades. El tercer trayecto mide la mitad del segundo, que este caso serían 800 metros.

Ahora sumamos lo que mide cada uno de los trayectos

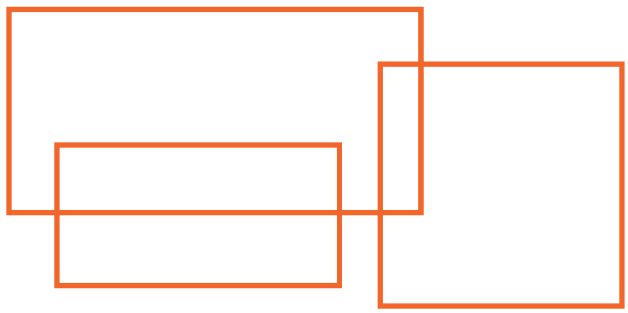


2000 + 1600 + 800 = 4400 metros.

La distancia, en metros, que hay de la escuela a la Iglesia equivale a 4400 metros

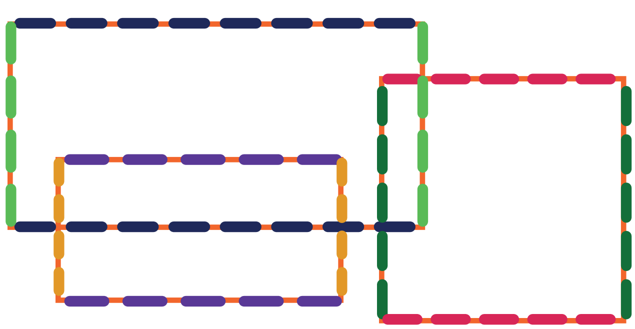
12. Oscar dibujó 3 cuadriláteros como se muestra en la imagen.

¿Cuántos pares de segmentos **paralelos de igual medida** hay en la figura?

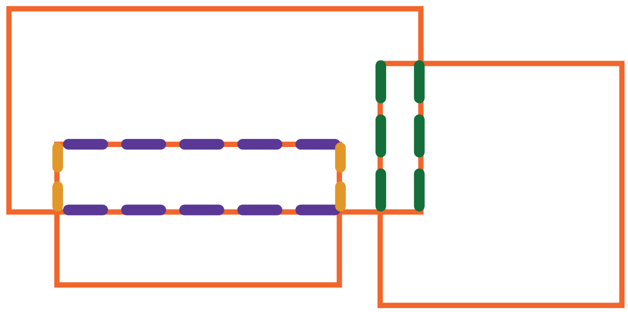


Recuerde que
Cuando hablamos de un par, hacemos referencia a dos elementos

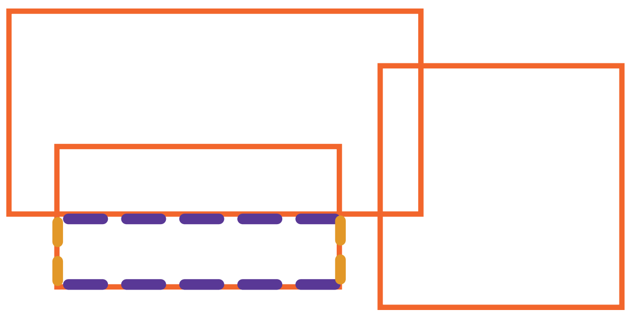
Solución:
Contemos los segmentos paralelos de igual medida



6 pares

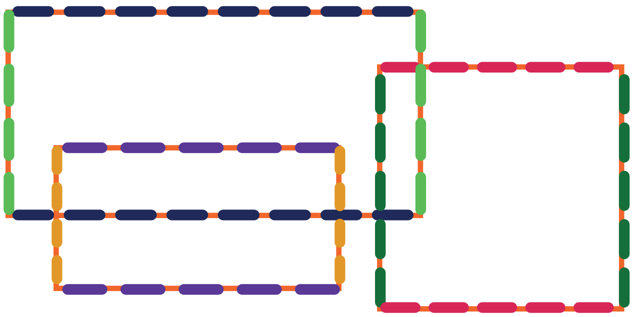


4 pares



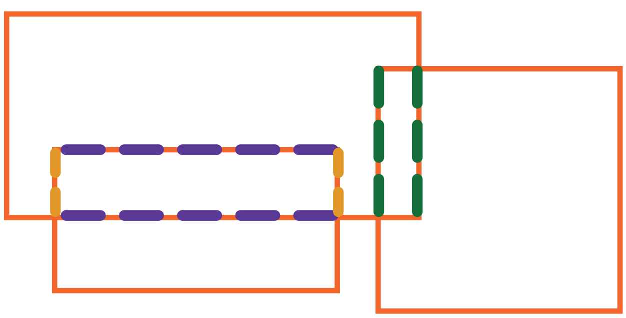
2 pares

Note que los segmentos paralelos de igual longitud corresponden a los lados opuestos de un rectángulo. Así en cada rectángulo hay 2 pares de segmentos paralelos. En la figura hay 6 rectángulos (el cuadrado es un rectángulo) por lo que hay 6 x 2 = 12 pares de segmentos paralelos de igual longitud.

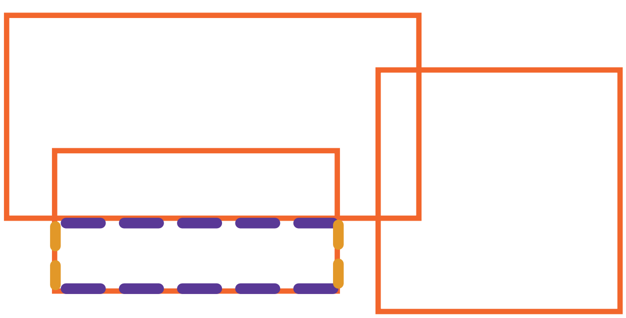


6 pares

Recuerde que
Todo cuadrado es un rectángulo



4 pares



2 pares

Los cuales se resumen en el dibujo anterior

13. Si se resta al mayor número natural de cinco dígitos diferentes, el menor número natural de cinco dígitos diferentes, ¿qué número se obtiene como resultado?

Solución:
Determinemos ¿cuál será el mayor número natural de cinco dígitos diferentes?

___ ___ ___ ___ ___

Los dígitos de este número estarán compuestos por algunos de los siguientes números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Para determinar el mayor número natural que podemos formar con esos números tomamos de manera descendente los números del 9 al 5, quedando

9	8	7	6	5

Importante resaltar que los dígitos deben ser diferentes.

Para ser el mayor, en las decenas de millar debe ir el mayor dígito posible. En las unidades de millar debe ir el mayor dígito diferente de 9 para obtener el mayor número con tres dígitos diferentes. Similarmente, en las centenas debe ir el mayor dígito diferente de 9 y 8. Y así sucesivamente se obtiene 98 765.

Hacemos un análisis similar para obtener el menor número natural de cinco dígitos diferentes.

De igual manera, los dígitos de este número estarán compuesto por algunos de los siguientes números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Para obtener el menor número, colocamos decenas de millar el menor dígito posible. El menor dígito es 0 pero no podemos colocar 0, por lo tanto colocamos 1. Para las unidades de millar, colocamos el menor dígito diferente de 1 que es 0 pues no lo hemos utilizado. En las centenas colocamos el menor dígito diferente de 0 y 1 que es 2.

De acuerdo con lo anterior, obtenemos el número

1 0 2 3 4

Ya tenemos el mayor y el menor número natural que podemos formar con cinco dígitos

Mayor	**9**	**8**	**7**	**6**	**5**
Menor	**1**	**0**	**2**	**3**	**4**

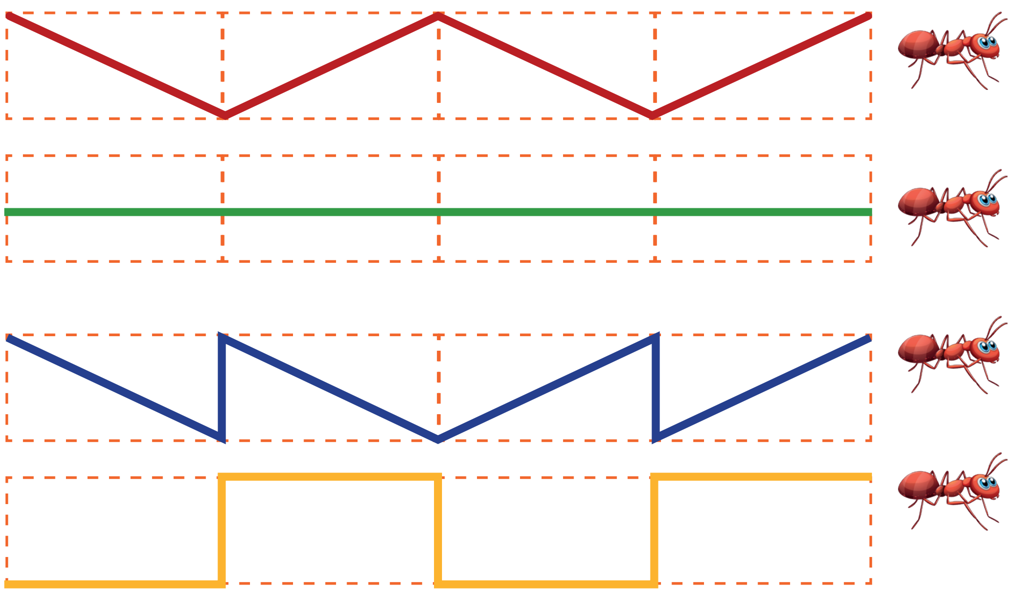
En el problema se pregunta "¿qué número se obtiene como resultado? Si se resta al mayor número natural de cinco dígitos diferentes, el menor número natural de cinco dígitos diferentes", por lo que realizaremos la resta correspondiente

	9	8	7	6	5	**Mayor**
-	1	0	2	3	4	**Menor**
	8	8	5	3	1	

El número obtenido es 88 531

14. Cuatro hormigas cruzan una acera cubierta de baldosas rectangulares todas de igual tamaño como se muestra en la imagen.

La ruta de cada hormiga se muestra en la figura con diferentes colores y la longitud del recorrido de las hormigas 1, 2 y 3 se muestra a la derecha de la figura. ¿Cuál es la longitud del recorrido de la hormiga 4?



hormigas 1: 80 cm

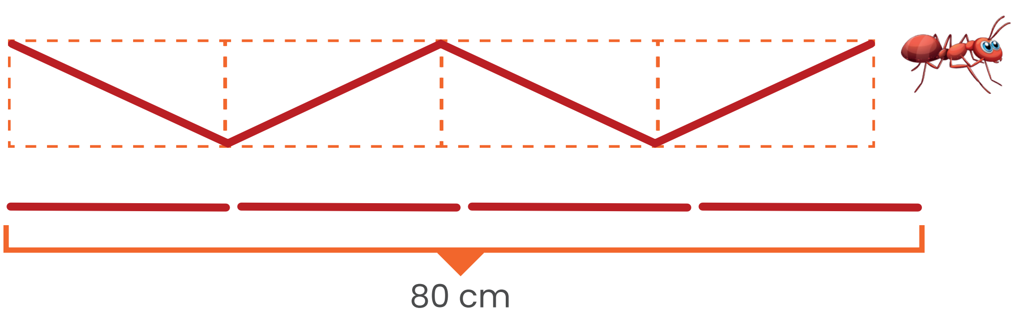
hormigas 2: 64 cm

hormigas 3: 104 cm

hormigas 4 cm

Solución

Comencemos analizando el recorrido de la hormiga 1, que fue por medio de 4 segmentos oblicuos de igual medida cada uno y en total el recorrido fue de 80 cm tal como se muestra

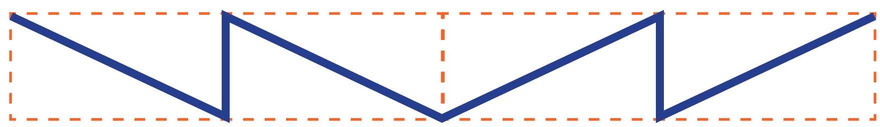
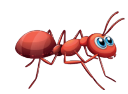


hormigas 1: 80 cm

De acuerdo con lo anterior, si repartimos los 80 cm en los cuatro segmentos oblicuos tenemos lo siguiente:

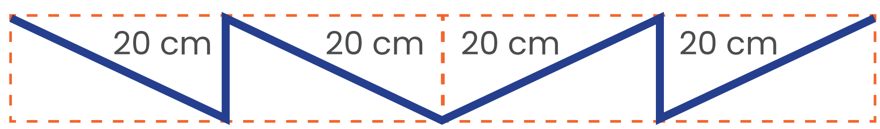
Cuatro segmentos oblicuos de 20 cm cada uno

Ahora veamos el recorrido de la hormiga 3

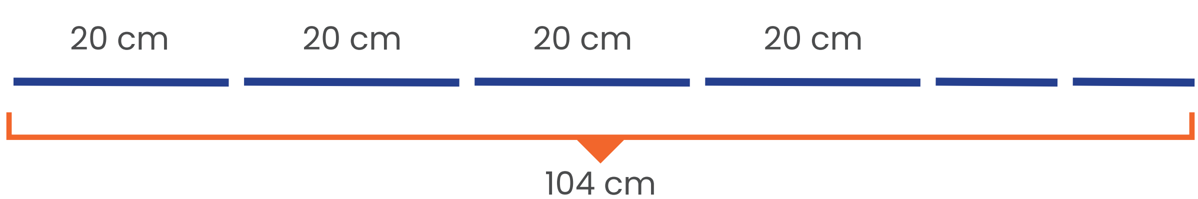
hormigas 3: 104 cm

Todos los movimientos realizados por medio de segmentos oblicuos por esta hormiga son de igual medida que los que hizo la hormiga 2 y teníamos que cada segmentos oblicuos de esa hormiga equivalía 20 cm, por lo tanto:



hormigas 3: 104 cm

Conocemos la medida de estos segmentos que en total serían 80 cm (20 + 20 + 20 + 20) y como el recorrido total de la hormiga 3 es de 104 cm podemos realizar lo siguiente:

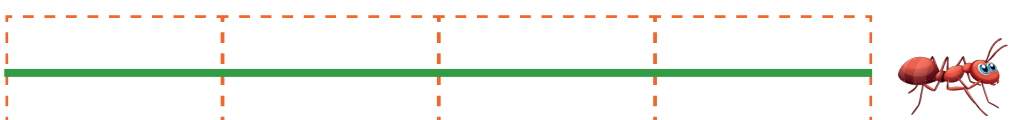


Según lo anterior, al total recorrido le vamos a restar los 80 cm conocidos y tenemos:

$$\begin{array}{r} 104 \\ -\ 80 \\ \hline 24 \end{array}$$

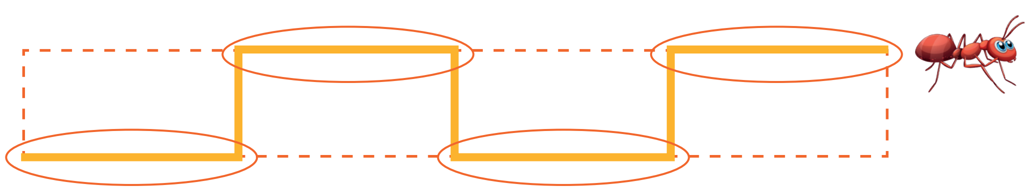
Los 24 cm de diferencia los repartimos en los dos segmentos que nos hace falta determinar su longitud y tenemos que cada uno mide 12 cm.

Ahora consideremos el recorrido de la hormiga 2



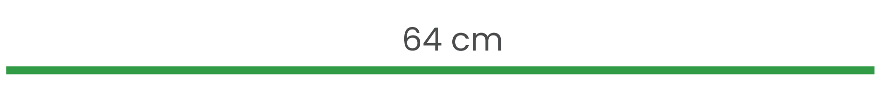
hormigas 2: 64 cm

Que equivale a 64 en un segmento, con lo anterior tenemos que:
Si tomamos el recorrido de la hormiga 4 en las líneas horizontales



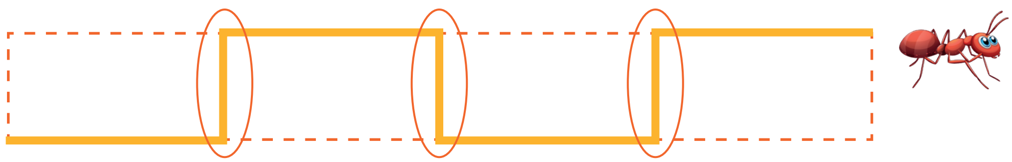
hormigas 4 cm

Este equivale al realizado por la hormiga 2:



Por otro lado, los segmento verticales según el recorrido de la hormiga 3, cada uno equivale a 12 cm y como la hormiga 4 recorrió tres segmentos verticales, tenemos:

Segmentos verticales recorridos por la hormiga 4



hormigas 4 cm

12 + 12 + 12 = 36 cm

En total la hormiga 4 recorrió:

Total recorrido por la hormiga 4:

64 + 12 + 12 + 12 = 100 cm

La hormiga 4, recorrió 100 cm

15. El menú del día en una soda es un casado, el cliente tiene la opción de escoger una ensalada, un picadillo y una carne. El día de hoy se tienen las siguientes opciones:

- Ensaladas: verde, caracolitos y rusa.
- Picadillos: de papa y de arracache.
- Carne: pollo a la plancha y carne en salsa.

Pablo decide almorzar en la soda. Si a Pablo no le gusta combinar el pollo con la ensalada rusa, ¿cuántos menús del día distintos puede formar Pablo si descarta las opciones de combinar pollo y ensalada rusa?

Solución:
Consideremos todas las combinaciones que podemos realizar (opciones del menú que podemos armar)

Ensalada	Picadillo	Carne
Verde	Papa	Pollo
Verde	Papa	Carne
Verde	Arracache	Pollo

Ensalada	Picadillo	Carne
Verde	Arracache	Carne
Caracolitos	Papa	Pollo
Caracolitos	Papa	Carne

Ensalada	Picadillo	Carne
Caracolitos	Arracache	Pollo
Caracolitos	Arracache	Carne
Rusa	Papa	Pollo

Ensalada	Picadillo	Carne
Rusa	Papa	Carne
Rusa	Arracache	Pollo
Rusa	Arracache	Carne

Descartamos dos opciones pues combinan ensalada rusa con pollo. Por lo tanto, quedan 10 opciones para escoger.

16. Patricia va a la librería a comprar cuadernos y lápices con el dinero ahorrado en sus vacaciones.

- En esa librería, los cuadernos cuestan ₡ 1100 cada uno.
- Con el dinero ahorrado puede comprar 3 cuadernos y le sobran ₡ 800.
- Si su mamá le regala ₡ 2150, con el total del dinero puede comprar 2 cuadernos y 10 lápices.

Si todos los lápices tienen el mismo valor, ¿cuál es el precio en colones de cada lápiz?

Solución:
Analicemos las proposiciones del problema

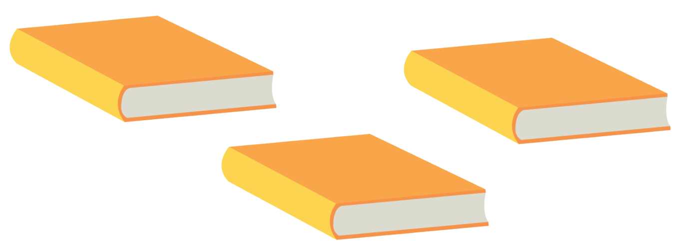
- En esa librería, los cuadernos cuestan ₡ 1100 cada uno.

Cada cuaderno tiene un costo de ₡ 1100

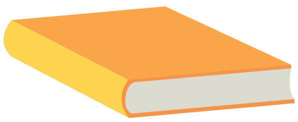
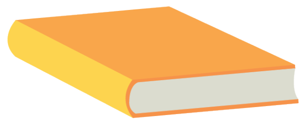
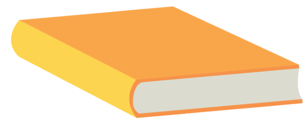
- Con el dinero ahorrado puede comprar 3 cuadernos y le sobran ₡ 800.

Compra estos tres cuadernos y le sobran ₡ 800

Recuerda que cada cuaderno cuesta ₡ 1100, por lo tanto:



₡ 1100 ₡ 1100 ₡ 1100

 **+**  **+**  **= ₡ 3300**

Patricia gastó ₡ 3300 en cuadernos y le quedaron ₡ 800, en total tenía:

₡ 3300 + ₡ 800 = ₡ 4100

- Si su mamá le regala ₡ 2150, con el total del dinero puede comprar 2 cuadernos y 10 lápices.

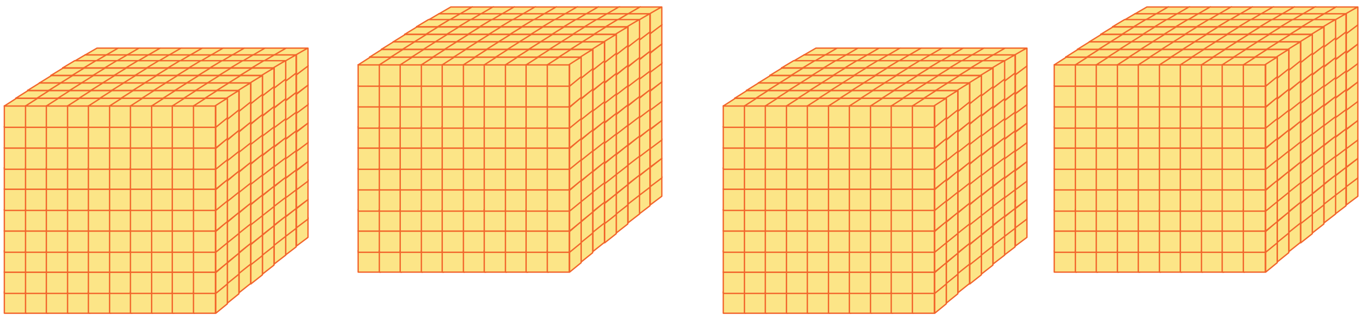
Si su mamá le regaló ₡ 2150 ella tendría en total:

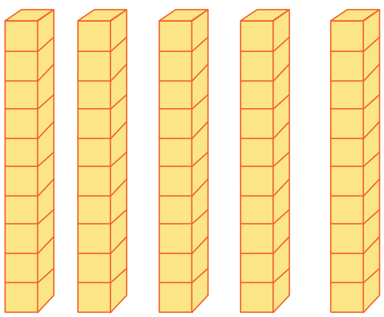
₡ 4100 + ₡ 2150 = ₡ 6250

Con esos ₡ 6250 ella se puede comprar 2 cuadernos, que le costarían ₡ 2200 y con el resto los 10 lápices

6250 – 2200 = 4050

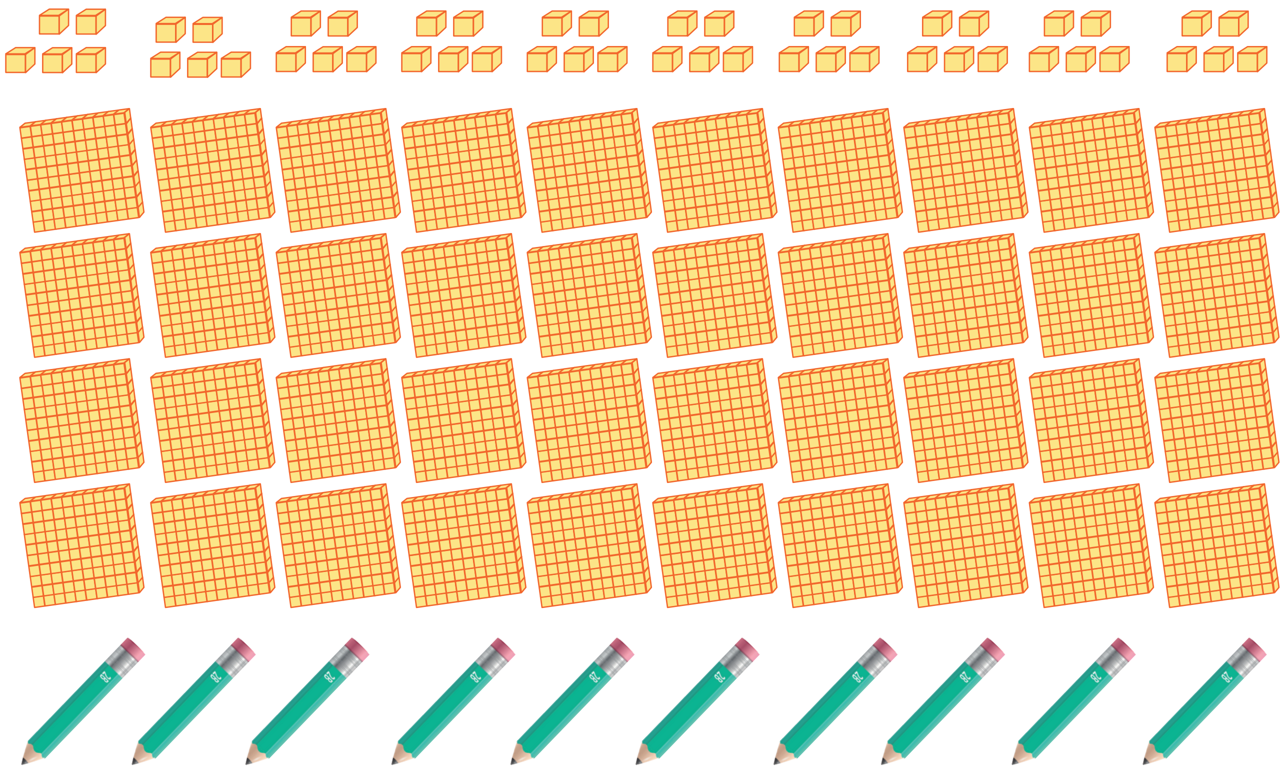
Cuenta con ₡ 4050 para comprar los 10 lápices, vamos a distribuir este dinero en partes iguales entre los 10 lápices, podemos usar los bloques multibase para ello





Se requieren 4 de estos bloques que representan 4000 unidades y 5 regletas

En los bloques aplicamos la ley de cambio por 40 placas y las repartimos entre los 10 lápices:



De acuerdo con lo anterior, cada lápiz costaría ₡ 405.

17. Para que la igualdad sea verdadera:

5 + 13✡☺2 - 9 = 13 248

Si cada figura representa un dígito, ¿cuál es el resultado de ✡ + ☺ ?

Solución:
Si al número 13✡☺2 le sumamos 5 se obtiene como resultado

```
  13✡☺2
+     5
-------
  13✡☺7
```

Luego le restamos 9, al restarle 9 se obtiene

```
  13✡☺7
+     9
-----------
13✡(☺−1)8
```

13✡☺7

Como al siete no le podemos quitar nueve, descomponemos la decena anterior ☺ y le asignamos diez unidades más al siete, quedando 17 y a este le restamos 9

Sabemos que al realizar la operación anterior, la expresión
13✡(☺-1)8 = 13 248.

132 4 8

☺ equivale a 5 por que en el paso anterior le habíamos restado uno

13✡(☺-1)8

Por lo tanto, ✡=2 y ☺ -1=4 por lo que ☺=5.

De acuerdo con este análisis a la pregunta, ¿cuál es el resultado de
✡+☺ ?

✡+☺ =
2 + 5 = 7

El resulta de ✡ + ☺ es 7

18. Don Manuel tiene en los bolsillos de su pantalón monedas y le dice a su sobrino que si le adivina la cantidad de dinero que tiene, se lo regala. El sobrino sabe que don Manuel tiene:

- En el bolsillo de la derecha tiene monedas de ₡ 100 y de ₡ 25, la cantidad de monedas de ₡ 100 es el doble de las ₡ 25. Además, tiene ₡ 800 en monedas de ₡ 100.
- En el bolsillo de la izquierda, tiene tantas monedas de ₡50 como de ₡ 25 y juntas suman la misma cantidad de dinero que tiene el bolsillo de la derecha.

¿Cuántas monedas de ₡ 25 tiene don Manuel en ambos bolsillos?

Solución:

Analicemos la cantidad de dinero que tiene en cada bolsillo

En el bolsillo de la derecha tiene monedas de ₡ 100 y de ₡ 25, la cantidad de monedas de ₡ 100 es el doble de las ₡ 25. Además, tiene ₡ 800 en monedas de ₡ 100.

En el bolsillo de la izquierda, tiene tantas monedas de ₡ 50 como de ₡ 25 y juntas suman la misma cantidad de dinero que tiene el bolsillo de la derecha.

Como se indica que tiene En el bolsillo de la derecha tiene ₡ 800 en monedas de ₡ 100, quiere decir que son ocho monedas.
De ₡ 25, tiene el doble de la cantidad de monedas de ₡ 100, por lo que tiene dieciséis monedas de ₡ 25.

Vimos que en el bolsillo de la derecha tiene ₡ 1200.
Ahora debe tiene tantas monedas de ₡ 50 como de ₡ 25, por lo que podemos considerar que tenga

Monedas	Cantidad	Dinero en colones
100	8	800
25	16	400
Total de dinero		1200

Monedas	Cantidad	Dinero en colones
50	16	800
25	16	400
Total de dinero		1200

Según lo anterior, don Manuel tiene 16 monedas de ₡ 25 en cada bolsillo, para un total de 32 monedas de esta denominación.

Bolsillo de la izquierda:

12 monedas de ₡ 50 = ₡ 600

12 monedas de ₡ 25 = ₡ 300

Total = ₡ 900

Bolsillo de la derecha:

8 monedas de ₡ 100 = ₡ 800

4 monedas de ₡ 25 = ₡ 100

Total = ₡ 900

Por lo tanto, tiene 12 + 4 = 16 monedas de 25

19. Una empresa registra tanto el número de personas que entran como el número de personas que salen del elevador (ascensor) en cada piso del edificio.

La tabla muestra los registros durante el primer ascenso del elevador del primer piso hasta el sexto piso del edificio.

Número de personas	Piso 1	Piso 2	Piso 3	Piso 4	Piso 5	Piso 6
que entran al elevador	4	4	1	2	2	2
que salen del elevador	0	3	1	2	0	6
que se mantienen en el elevador	4	5				

Al completar la tabla, ¿cuál es la moda del número de personas **que se mantienen** en el elevador a medida que asciende desde el primer piso hasta el sexto piso?

Solución:
Para saber cuántas personas hay en el elevador a medida que asciende de un piso a otro, vamos a analizar piso por piso la cantidad de personas que entran y salen del elevador según corresponda:

Piso / movimiento de personas	Personas que habían	Personas que entran	Personas que salen	Personas en el ascensor
1	0	4	0	4
2	4	4	3	4 + 4 - 3 = 5
3	5	1	1	5 + 1 – 1 = 5
4	5	2	2	5 + 2 – 2 = 5
5	5	2	0	5 + 2 – 0 = 7
6	7	2	6	7 + 2 – 6 = 3

Así, la moda es 5, ya que es el número de personas que más se repite.

20. El dueño de una zapatería decidió anotar, en una lista, las tallas de cierto tipo de zapato que se vendió en un mes:

35	37	36	34	38	35	37
37	33	36	38	37	35	37
37	33	36	38	37	35	37
37	33	36	38	37	35	37
34	33	37	36	35	38	36

De acuerdo con esos datos, el dueño decide hacer un pedido de la siguiente forma:

- Para aquellas tallas de las que se vendió la menor cantidad de pares, decidieron pedir el doble de los pares vendidos.
- Para la talla correspondiente a la moda de los datos, decidieron pedir el quíntuple de los pares vendidos.
- Para el resto de las tallas, decidieron pedir el triple de los zapatos vendidos.

¿Cuántos pares de zapatos pedirá el dueño en total? **(9 puntos)**

Solución 1

Lo primero es agrupar los datos para saber cuántos pares de zapatos hay por tallas.

35	37	36	34	38	35	37
37	33	36	38	37	35	37
37	33	36	38	37	35	37
37	33	36	38	37	35	37
34	33	37	36	35	38	36

Agrupamos

Tallas de zapatos	Cantidad
33	3
34	2
35	6
36	6
37	12
38	4
39	2

- Para aquellas tallas de las que se vendió la menor cantidad de pares, decidieron pedir el doble de los pares vendidos.

Analizando la tabla

Se puede ver que la talla 34 y talla 39, cada una vendió 2 pares de zapatos, por tal razón, pedirán 4 pares de zapatos de la talla 34, y 4 pares de zapatos de la talla 39.

- Para la talla correspondiente a la moda de los datos, decidieron pedir **el quíntuple de los pares vendidos.**

Tallas de zapatos	Cantidad
33	3
34	2
35	6
36	6
37	12
38	4
39	2

Para este problema, la moda es la talla de zapatos que más pares vendió.

Recuerde que el quíntuple de un número sería el número multiplicado por cinco.
Por ejemplo, el quíntuple de 4 sería:
$5 \times 4 = 20$
20 es el quíntuple de 4

De acuerdo con lo anterior, la talla 37 es la más vendida con 12 pares de zapatos, por lo que se pidieron el quíntuple de 12 es $12 \times 5=60$.

- Para el resto de las tallas, decidieron pedir el triple de los zapatos vendidos.

Recuerde que el triple de un número sería el número multiplicado por tres.
Por ejemplo, el triple de 6 sería:
$3 \times 6 = 18$
18 es el triple de 6

Para el resto de las tallas se decidieron vender el triple de pares de zapatos.

Para la talla 33 se vendieron 3 pares de zapatos y se pidieron 9, para la talla 35 se vendieron 6 tallas, y se pidieron 18 pares de zapatos. Para la talla 36 se vendieron 6 tallas, y se pidieron 18 pares de zapatos. Para la talla 38 se vendieron 4 tallas y se pidieron 12 pares de zapatos.

Tallas de zapatos	Cantidad de pares vendidos	Cantidad de pares pedidos (triple del dato vendido)
33	3	9
35	6	18
36	6	18
38	4	12

¿Cuántos pares de zapatos pedirá el dueño en total?

En la siguiente tabla se resume la cantidad de zapatos que el dueño debe pedir:

Tallas de zapatos	Cantidad de pares para pedidos
33	3
34	2
35	6
36	6
37	12
38	4
39	2
Total	**128**

Solución 2

Lo primero es agrupar los datos para saber cuántos pares de zapatos hay por tallas.

35	37	36	34	38	35	37
37	33	36	38	37	35	37
34	33	37	36	35	38	36
35	36	37	38	39	37	37
36	37	33	37	35	37	39

Agrupamos

Tallas de zapatos	Cantidad
33	3
34	2
35	6
36	6
37	12
38	4
39	2

Se tienen la tabla y se siguen las hipótesis

Tallas de zapatos		Cantidad de pares vendidos		Pedido de pares de zapatos
33		3	X3	9
34	Dato con menos pares vendidos	2	X2	4
35		6	X3	18
36		6	X3	18
37	Moda	12	X5	60
38		4	X3	12
39	Dato con menos pares vendidos	2	X2	4
			Total de pares de zapatos	**128**

21. La maestra Karla ha comprado algunas piezas de madera que tienen forma de triángulos y rectángulos. Si en total tiene 22 vértices.

¿Cuántas de las piezas pueden ser triángulos y cuántas pueden ser rectángulos?

Solución 1

Recuerde que un triángulo tiene 3 vértices y el cuadrado tiene 4 vértices.

Cantidad de triángulos	Total de vértices de los triángulos
1	3
2	6
3	9
4	12
5	15
6	18

Cantidad de cuadrados	Total de vértices de los cuadrados
1	3
2	6
3	9
4	12
5	15
6	18

Total de vértices
1
2
3
4
5
6

Al total de vértices de los triángulos le sumamos el total de vértices de los

Total de vértices de los cuadrados
1
2
3
4
5
6

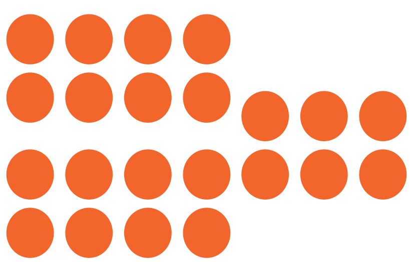
De acuerdo con lo anterior, tenemos que el total de vértices es

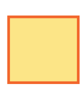
Total de vértices
19
22
21
22
19
22

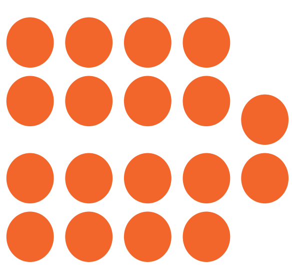
Por lo que se pueden tener 2 triángulos y cuatro cuadrados, con un total de 22 vértice. Y se puede tener 6 triángulos y un cuadrado para un total de 22 vértices.

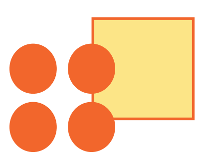
Solución 2

Se tienen 22 vértices, y cada vértice lo representaremos con los siguientes puntos



Si contamos con un  se rebajan 4 vértices y nos quedan 18 vértices

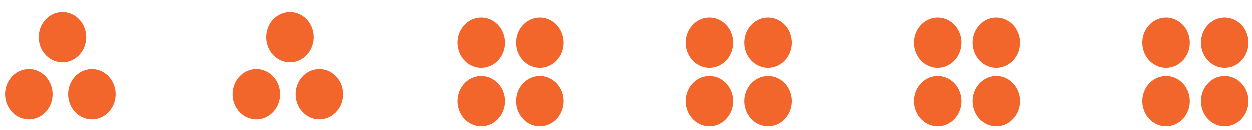




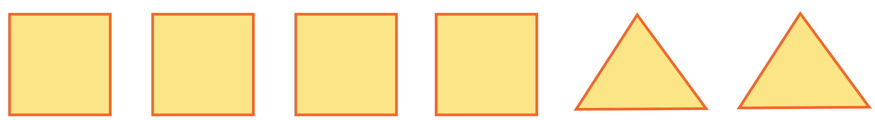
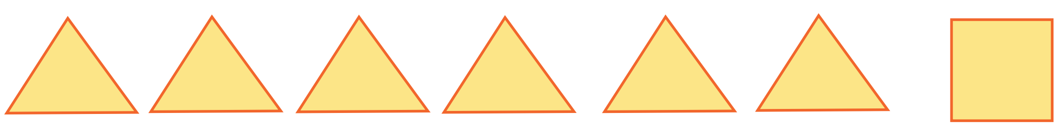
Los 18 restantes los vamos a repartir equitativamente en grupitos de tres:

De acuerdo con el reparto anterior 18 vértices pueden corresponder a 6 , Pero también podríamos intentar realizar un reparto diferente, por ejemplo:

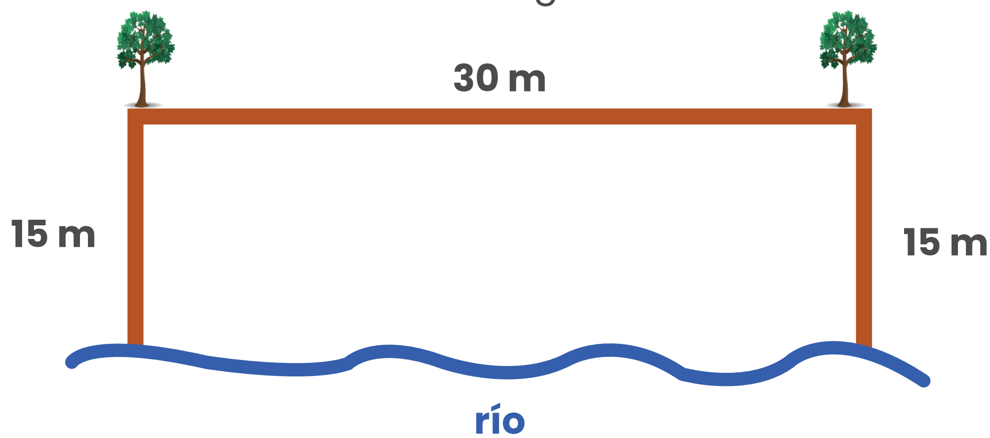
Realicemos dos grupitos de 3 y el resto en grupitos de 4



Resumiendo las ideas anteriores, tenemos dos posibles soluciones al problema

Solución 1	
Solución 2	

22. Se quiere cercar un terreno rectangular



Para aprovechar que uno de los lados del lote coincide con el río, solo se cercarán los otros tres lados. Para ello, se colocan 19 postes situados a la misma distancia uno del otro. En dos de las esquinas del terreno hay un árbol, por lo que no se colocará un poste. ¿A qué distancia, en metros, se deben ubicar los postes?

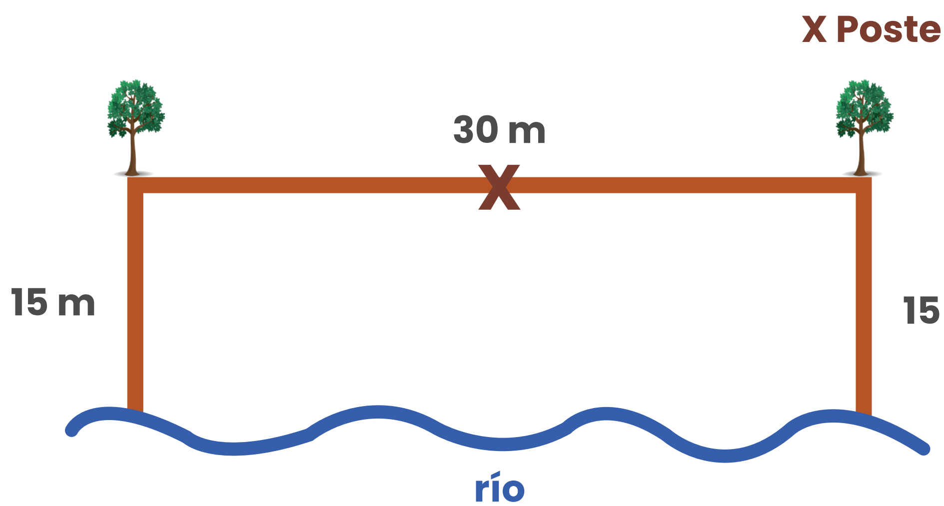
Solución 1

Como me piden la medida en metros,
Analicemos lo siguiente

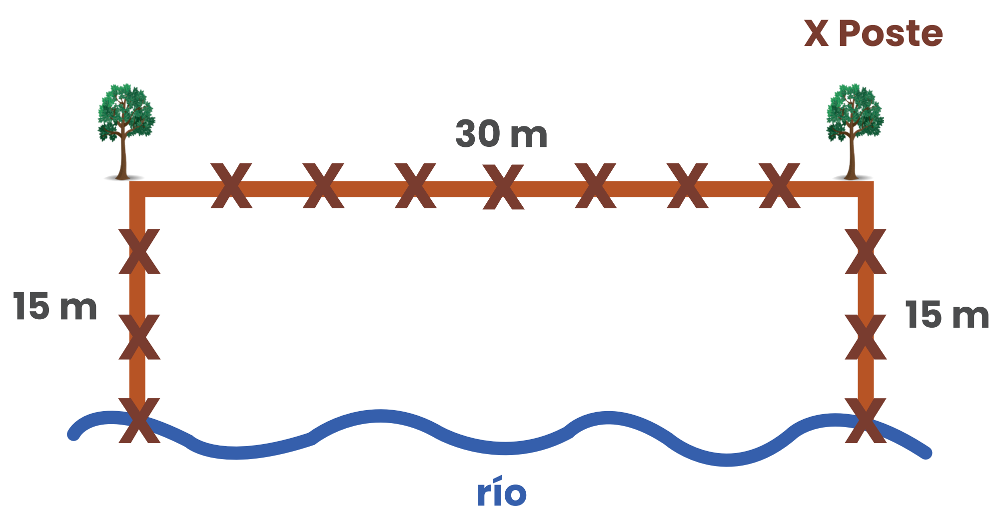
- Para el lado que mide 15 metros se pueden colocar los postes a una distancia de 1 m, 3 m, 5 metros y 15 m
- Para el lado que mide 30 metros se pueden colocar a la distancia de 1m, 2m, 3m, 5m, 6m, 15 m, y a 30 m.
  Esto debido a ya que estos son los divisores de 15 y 30 respectivamente.

Analizando lo anterior las distancias que se repiten serian 1m, 3m, 5m, y 15m.

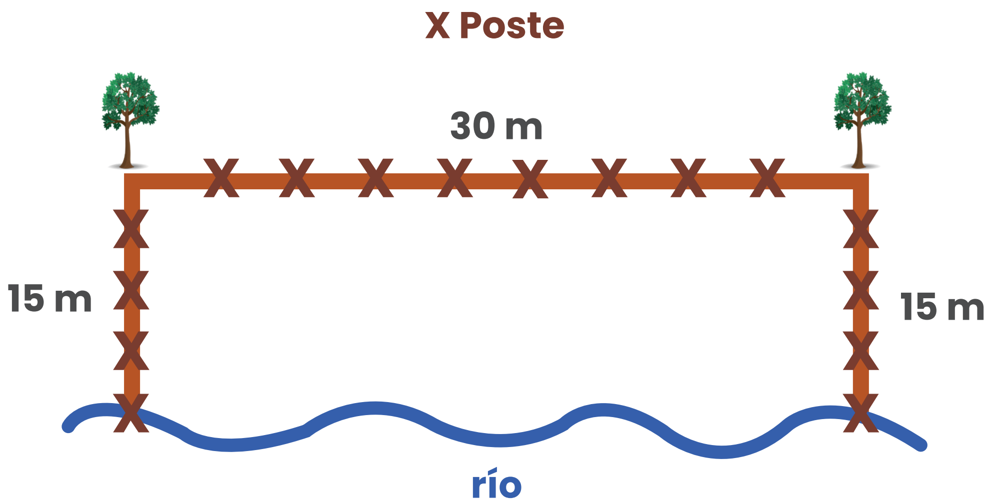
Si la distancia fuera de 15 metros solo se colocarían solo 3 postes



Si la distancia fuera de 5 metros entre cada poste solo se colarían 13 postes



Si la distancia fuera de 3 metros entre cada poste se colocaran 19 postes



Por lo que los postes se deben de colocar a 3 m de distancia cada uno

23. Una compañía que produce lácteos realizó una campaña de reciclaje, la cual consiste en:

- Cambiar 3 botellas vacías de 1 litro por una botella de 1 litro llena de leche.
- Se pueden cambiar las botellas recibidas en cambios anteriores.

Para participar en la campaña, la abuelita de Carmen:

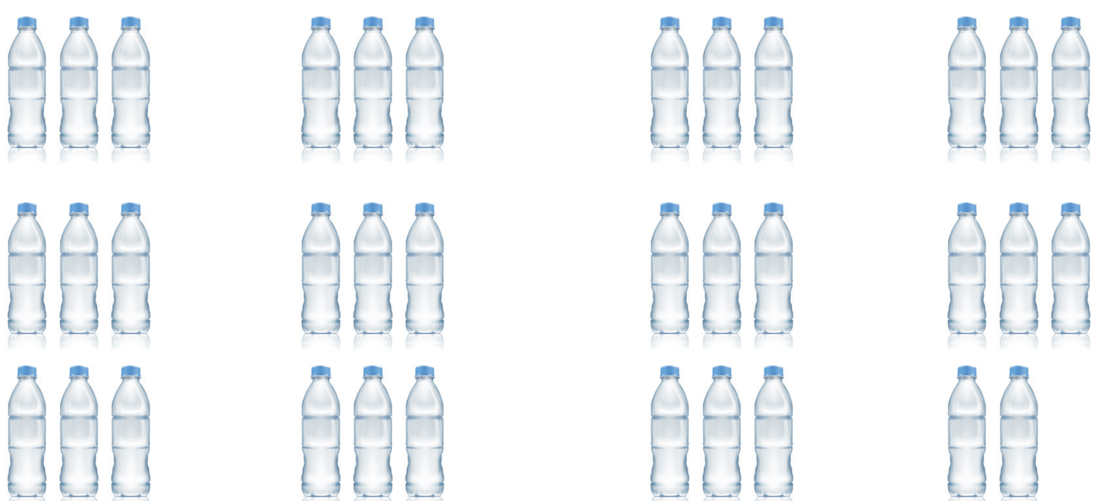
- Cuenta con 35 de esas botellas de un litro de leche.
- Hará todos los cambios posibles.
- No comprará más botellas hasta cambiar todas las que pueda.

¿Cuál es la cantidad máxima de litros de leche que puede obtener la abuelita de Carmen durante la campaña?

Solución 1

Lo primero es agrupar los datos para saber cuántos pares de zapatos hay por tallas.

- 35 botellas vacías se pueden cambiar por 11 botellas llenas y quedan 2 botellas vacías



Por cada grupito de tres botellas vacías le dan una llena, logrando cambiar 11 botellas.

Cuando se tome las 11 botellas de leche le van a quedar 13 botellas vacías.

13 botellas vacías de leche se pueden cambiar por 4 botellas llenas y queda una botella vacía.

Cuando se tomen las 4 botellas llenas van a quedar 5 botellas vacías.

Con 5 botellas vacías se puede cambiar por una botella llena, y quedan dos botellas vacías.

Cuando se tome la botella llena de lecha le quedan 3 botellas vacías.

Con las tres botellas vacías se pueden cambiar por una botella llena de leche.

En total serian 16 litros de leche.

El análisis anterior lo podemos resumir en la siguiente tabla:

Cambio	Cantidad de litros
Primer cambio	11 litros de leche
Segundo cambio	4 litros de leche
Tercer cambio	1 litro de leche
Cuarto cambio	1 litro de leche
Total	16 litros de leche.

Créditos

Los ítems fueron tomados de las pruebas aplicadas en las diferentes etapas de la OLCOMEP 2022.

Autores de los ítems
Geisel Alpizar Brenes, profesora de Matemática.
Instituto Tecnológico de Costa Rica

Carlos Alfaro Rivera, profesor de Matemática,
Universidad de Costa Rica

Compilación y estrategias de solución de los cuadernillos realizadas por:
Hermes Mena Picado
Asesor nacional de Matemática
Departamento de Primero y Segundo Ciclos, MEP

Revisora del cuadernillo
Mónica Mora Badilla
Profesora de Matemática, Escuela de Ciencia de la Educación
Cátedra de Didáctica de la Matemática, Universidad Estatal a Distancia.

Diseño Gráfico
Karla Guevara Murillo
Dirección de Recursos Tecnológicos en Educación, MEP

Ministerio de Educación Pública

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

UNED

TEC Tecnológico de Costa Rica

OLCOMEP