







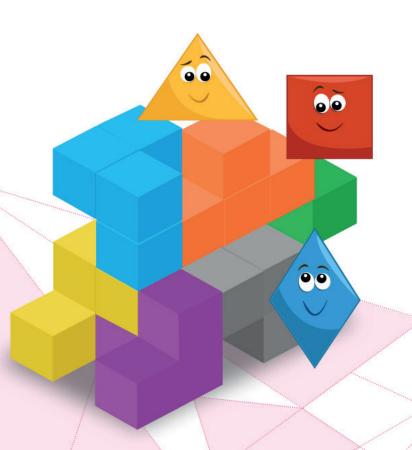


Ministerio de Educación Pública Dirección de Desarrollo Curricular Departamento de Primero y Segundo Ciclos Asesoría Nacional de Matemática

PARA EL DOCENTE

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria OLCOMEP-2021

CUARTO AÑO







PRESENTACIÓN

Es fundamental que nuestro sistema educativo fomente en la sociedad costarricense, todas las actividades posibles orientadas a estimular el desarrollo científico y tecnológico, a efecto de formar personas con las habilidades necesarias para hacer frente a los retos y demandas contemporáneas.

La enseñanza de la matemática ocupa un papel clave en el currículo escolar y persigue el desarrollo de un proceso intelectual en los estudiantes. La Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria **OLCOMEP**, tiene como finalidad estimular y desarrollar entre los niños y niñas sus capacidades de resolución de problemas matemáticos, por medio de una competencia de conocimiento sana entre estudiantes de diferentes regiones educativas del país.

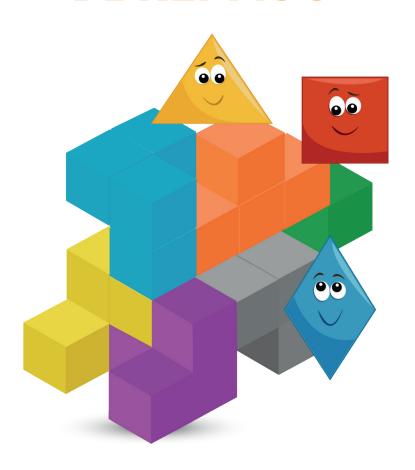
El presente cuadernillo pretende ser un insumo de apoyo para el docente y práctica para el estudiante. El mismo busca orientar a los y las participantes de la **OLCOMEP**, por medio de la presentación de problemas recopilados de las pruebas aplicadas en ediciones anteriores de la misma olimpiada. Su contenido pretende dar pautas sobre los tipos de problemas a los que se van a enfrentar los y las estudiantes en las diferentes etapas que comprende la **OLCOMEP**, así como sus diferentes estrategias de resolución.

Los problemas aquí seleccionados se fundamentan en situaciones matemáticas donde se requiera manifestar las habilidades que caractericen el talento matemático para lograr su resolución, basados en los niveles de complejidad de los problemas descritos en el Programa de Estudio en Matemáticas (MEP, 2012) y por medio de los diferentes contextos que se consideran para la olimpiada.

Comisión Central de OLCOMEP



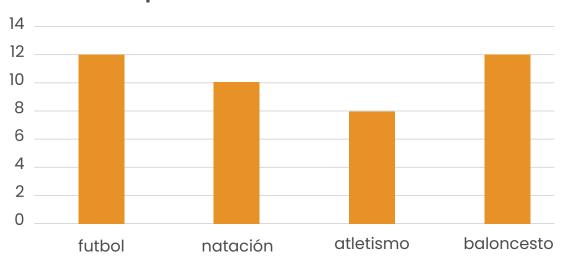
PROBLEMAS DE REPASO





1. Observe el siguiente gráfico

Cantidad de niños y niñas que pertenecen a los equipos deportivos en Escuela La Pradera

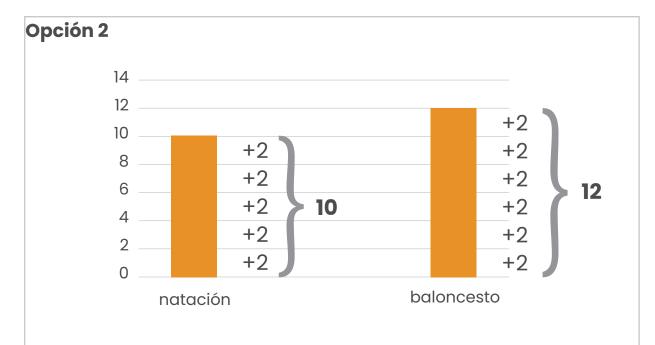


De acuerdo con la información anterior, ¿a cuántos niños y niñas les gusta la natación y el baloncesto?

Opción 1

Podemos observar que en futbol hay 12 estudiantes, en natación 10, en atletismo 8 y en baloncesto 12.

Al sumar los niños y niñas de natación y baloncesto: 10+12=22, se obtienen en total 22 niños y niñas.





2. Observe la información de la siguiente tabla

Posición	Equipo	Puntos
Primero	Deportivo Saprissa	33
Segunda	L.D. Alajuel ense	29
Tercero	Herediano	26
Cuarto	Jicaral	22
Quinto	Cartagines	22
Sexto	Guadalupe	21
Séptimo	San Carlos	20
Octavo	Pérez Zeledón	16
Noveno	Grecia	15
Décimo	Limón	14
Undécimo	Santos de Guapiles	14
Duodécimo	UCR	12

De acuerdo con la tabla anterior, Pedro, Andrea, y Luis compiten para ver quién tiene la razón.

- Luis dice que la diferencia entre el primero y el octavo equipo es 16 puntos.
- Pedro afirma que el séptimo equipo esta 6 puntos arriba que el décimo equipo.
- Andrea cree que entre el undécimo y el quinto equipo, la diferencia es 7 puntos.

¿Cuál de los tres alumnos tiene la razón?

Opción 1

• Luis dice que la diferencia entre el primero y el octavo equipo es 16 puntos.

El primer lugar tiene 33 puntos y el octavo lugar tiene 16 puntos, por lo que la diferencia es de 17 puntos, siendo falso lo que Luis indica.

• Pedro afirma que el séptimo equipo esta 6 puntos arriba que el décimo equipo.

El séptimo lugar tiene 20 puntos y el decimo 14 puntos, por lo que la diferencia es de 6 puntos. De ahí que se puede decir que el séptimo esta 6 puntos arriba del décimo lugar, siendo correcta la afirmación de Pedro.

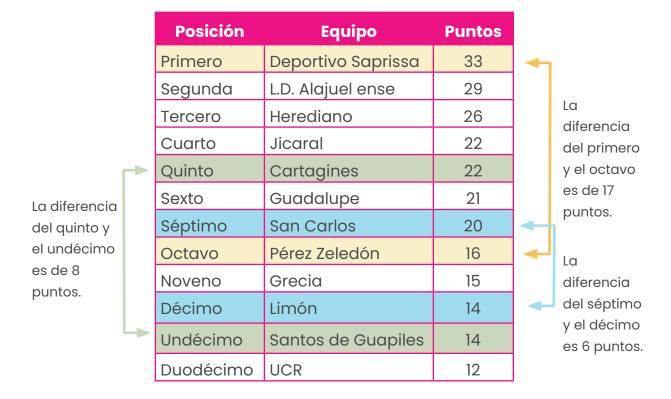
• Andrea cree que entre el undécimo y el quinto equipo, la diferencia es 7 puntos.

El undecimo Lugar posee 14 puntos, y el quinto lugar posee 22 puntos, por lo que la diferencia es de 8 puntos, siendo falsa la afirmación de Andrea.

Una vez analizada las respuestas se observa que Pedro es el que dice la verdad.



Opción 2

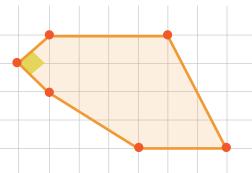


Analizando la información anterior el que tiene la razón es **Pedro**, ya que afirma que el séptimo equipo esta 6 puntos arriba que el décimo equipo.

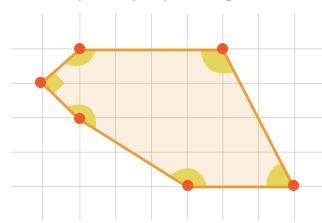
CUADERNILLO DE APOYO PARA EL DOCENTE

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria

- **3.** Una maestra utiliza los siguientes criterios para evaluar los dibujos de sus estudiantes:
- Cada vértice vale 1 punto.
- Cada lado vale 2 puntos.
- Cada ángulo obtuso vale 3 puntos.
- Cada ángulo agudo vale 4 puntos.
- Cada ángulo recto vale 5 puntos.



¿Cuál es el puntaje que asignaría la maestra al dibujo anterior?



Vértices 6. Lados 6. Ángulos obtusos 4. Ángulos agudos 1. Ángulos rectos 1.

Vértices	Lados	Ángulos obtusos	Ángulos agudos	Ángulos rectos
]+]+]+]+]+]	2+2+2+2+2+2	3+3+3+3	4	5

La figura tiene un valor de 39 puntos.



4. Priscila y Andrea, compiten para ver quien ahorra más el fin de semana.

Día	Priscilla	Andrea
Sábado	Tres monedas de Ø 100,	Dos monedas de 🧗 50, tres
	una moneda de 🗘 500	monedas de $\#$ 500
	y un billete de Ø 2000	y dos billetes de 🧗 1000
Domingo	Tres monedas de Ø 500 y	Dos monedas de Ø 100 y dos
	un billete de 🧗 5000	billetes de ₡ 2000

¿Cuánto dinero de **más** ahorro la ganadora?

Día	Priscilla	Andrea
Sábado	• Tres monedas de Ø 100	• Dos monedas de 🧗 50
	₡ 100+₡ 100+₡ 100= ₡ 300	₡ 50+ ₡ 50= ₡ 100
	• Una Moneda de 🧶 500	• Tres moneda de 🧶 500
	₡ 500	₡ 500+₡ 500+₡ 500 =₡ 1500
	• Un billete de Ø 2000	• Dos billetes de 🧗 1000
	₡ 2000	₡ 1000+ ₡ 1000= ₡ 2000
Domingo	• Tres monedas de Ø 500	• Dos monedas de Ø 100
	₡ 500+ ₡ 500+ ₡ 500= ₡ 1500	₡ 100+ ₡ 100= ₡ 200
	• Un billete de Ø 5000	• Dos billetes de 🧗 2000
	₡ 5000	₡ 2000+₡ 2000= ₡ 4000
Total de	₡ 300+ ₡ 500+ ₡ 2000+ ₡	₡ 100+ ₡ 1500+ ₡ 2000+
ahorros	1500+ ₡ 5000= ₡ 9300	₡ 200+ ₡ 4000= ₡ 7800

Como Priscila es la Ganadora con Ø 9300, entonces la diferencia entre Priscila y Andrea es Ø 9300-Ø 7800=**Ø 1500**

Por lo tanto, la ganadora ahorró **# 1500** de más.

CUADERNILLO DE APOYO PARA EL DOCENTE

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria

5. Irene, está leyendo "los cuentos de mi Tía Panchita". Si el libro tiene 224 páginas, y todos los días lee 10 páginas, ¿cuántos días tarda en leer todo el libro?

a. 22

b. 23*

c. 24

Día	Páginas
Día 1	10
Día 2	20
Día 3	30
Día 4	40
Día 5	50
Día 6	60
Día 7	70
Día 8	80
Día 9	90
Día 10	100

Día	Páginas
Día 11	110
Día 12	120
Día 13	130
Día 14	140
Día 15	150
Día 16	160
Día 17	170
Día 18	180
Día 19	190
Día 20	200

Día	Páginas
Día 21	210
Día 22	220
Día 23	224

Como el día 22 leyo 220 páginas, y ocupa leer 224 páginas, lo termina de leer en el día 23.



6. Observe la siguiente figura, que representa la cara de un cubo de Rubick, donde se aprecian diferentes formas y ángulos.



Con respecto a la figura, tres compañeros afirman:

- Juan: la suma de la cantidad de ángulos agudos y obtusos es 22.
- Erika: la diferencia de la cantidad de ángulos agudos y obtusos es 13.
- Fabiola: la suma de la cantidad de ángulos agudos y rectos es 17.

¿Cuál de los compañeros tiene la razon?

Figura	Cantidad de ángulos	Respuesta
	3 ángulos agudos	Con esto tenemos un total de: • 17 ángulos agudos. • 1 ángulo recto. • 4 ángulos obtusos.
	2 ángulos agudos y un ángulo recto	La suma de ángulos agudos y obtusos es diferente a 22.
		La cantidad de ángulos agudos y rectos es diferente a 17.

CUADERNILLO DE APOYO PARA EL DOCENTE Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria

Figura	Cantidad de ángulos	Respuesta
	2 ángulos agudos y 2 ángulos obtusos.	La diferencia de la cantidad de ángulos agudos y obtusos es 13. Por lo que Erika es la que tiene la
	3 ángulos agudos	razón.
	3 ángulos agudos	
	2 ángulos agudos y un ángulo obtuso	
	2 ángulos agudos y un ángulo obtuso	



7. Laura, Priscila y Andrea están jugando juntas, y decidieron un orden para jugar.

En el primer turno juega Laura, en el segundo Priscila, y en el tercero Andrea, si continuaron así sucesivamente.

¿Cuál de las niñas juega en el turno vigésimo tercero?

Primero entendemos que el turno vigésimo tercero es el turno 23.

Turno	Participante
1	Laura
2	Priscilla
3	Andrea
4	Laura
5	Priscilla
6	Andrea
7	Laura
8	Priscilla
9	Andrea

Turno	Participante
10	Laura
11	Priscilla
12	Andrea
13	Laura
14	Priscilla
15	Andrea
16	Laura
17	Priscilla
18	Andrea

Turno	Participante
19	Laura
20	Priscilla
21	Andrea
22	Laura
23	Priscilla
24	Andrea

Por lo que Priscila es la participante en el turno vigésimo tercero.

CUADERNILLO DE APOYO PARA EL DOCENTE

4

2

9

- **8.** Con las siguientes cartas se desea conformar un número con las siguientes características:
- La diferencia entre cada dígito es de dos unidades.
- Debe tener tres dígitos.

¿Cuál es el número mayor que se puede formar?

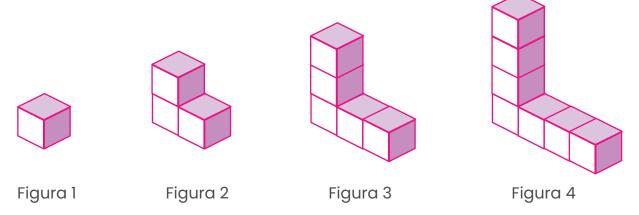
- **a.** 987
- **b.** 975*
- **c.** 864

El mayor número que se puede realizar es 975, cumpliendo las condiciones, aunque el número 987, es mayor no cumple con la condición de que la diferencia entre cada dígito es de dos unidades.

Cualquier número mayor a 999 no cumple con la condición de tener tres dígitos.



9. Observe la siguiente sucesión de cubos, la cual sigue un patrón.



¿Cuántos cubos **más** tendrá la figura 9 que la figura 5?

a. 17

b. 8*

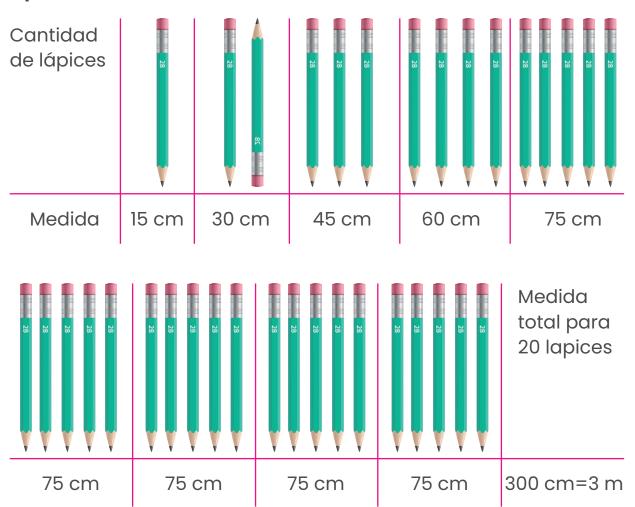
c. 28

T_{L}					Figura 6			Figura 9
1	3	5	7	+2=9	+2=11	+2=13	+2=15	+2=17

Por lo que la diferencia de la figura 9 y a la figura 5 es 17-9=8 cubos

10. Juán quiere medir una cinta para adornar las tarjetas del día de las madres, y no tiene regla, lo único que posee para medir es su lapíz de escribir que mide 15 cm. Si utilizó su lapíz 20 veces para medir, ¿Cuántos metros mide la cinta?

Opción 1



La cinta mide 3m de largo





Opción 2

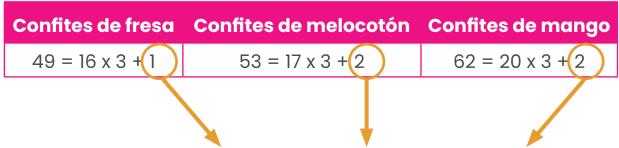


$$X20 = 15 \text{ cm } x 20 = 300 \text{ cm} = 3 \text{ m}$$

La cinta mide 3m de largo

11. Laura quiere repartir los confites que compró en partes iguales entre sus tres sobrinos, tiene 49 confites de fresa, 53 confites de melocotón y 62 de mango. Si a cada sobrino le repartió la misma cantidad de confites por sabor ¿Cuántos confites le quedaron a Laura?

Opción 1



Si sumamos los residuos 1+2+2=5, por lo que a Laura le quedaron 5 confites.



12. Tres amigos traen sus canicas para jugar, Pedro trae 10 canicas rojas y 4 azules, Luis 12 canicas azules y 7 verdes, y Laura 11 canicas verdes y 6 rojas.

Si juntan todas las canicas en una bolsa, ¿De qué color es más probable sacar la primera canica?

Opción 1

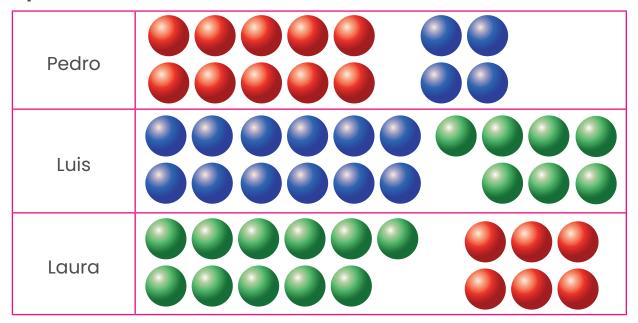
Pedro	10 canicas rojas y 4 canicas azules
Luis	12 canicas azules y 7 canicas verdes
Laura	11 canicas verdes y 6 canicas rojas

Total, de canicas por color

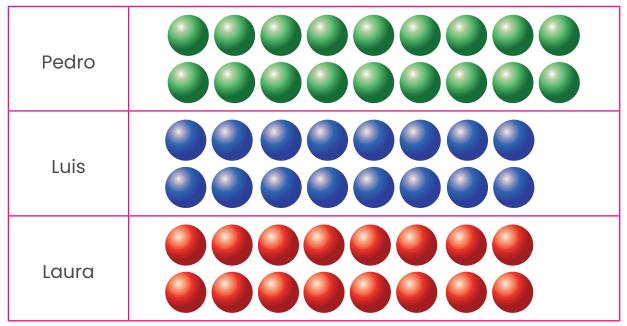
Verdes	Azules	Rojas
18 canicas	16 canicas	16 canincas

Por lo que es más probable sacar una canica de color verde

Opción 2



Agrupando las canicas por color tenemos los siguiente:



Es más probable sacar una canica de color verde ya que tiene 18, en cambio las canicas azules y rojas tienen 16 canicas cada color.



- **13.** Karina quiere ir a playas del Coco en bus, y realiza el siguiente recorrido:
- De su casa a San José tarda 70 minutos
- Caminando por San José tarda tres cuartos de hora,
- En el bus de San José a Playas del Coco tarda 6,5 horas.

Si Karina sale de su casa a las 6:30 a.m. ¿A qué hora llega a playas del Coco?

- **a.** 2:55 p.m. *
- **b.** 8:25 p.m.
- **c.** 3:15 p.m.

Opción 1

Trayecto	Duración
De la casa a San José tarda 70 minutos	Lo que equivale a 1 hora, y 10 minutos
Caminando por San José tarda tres cuartos de hora	Lo que equivale a 45 minutos
En el bus tarda 6,5 horas	Lo que equivale a 6 horas y 30 minutos
Lo que equivale en total a	8 horas y 25 minutos

Por lo que si el viaje comenzó a las 6:30 am, llega a su destino a las 2:55 pm.

10

CUADERNILLO DE APOYO PARA EL DOCENTE Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria

Opción 2

Actividad	Hora		
Salida de la casa	6:30 am		
Traslado a San José (70 minutos)	7:40 am		
Caminata por San José (45 minutos)	8:25 am		
Traslado en bus (6,5 horas)	2:55 pm		

Por lo tanto, Karina llegará a Playas del Coco a las 2:55 p.m.



14. Juan, Diana y Priscila van de compras a un mini super, Juan compra 4 refrescos de manzana por 1600 colones, Diana compra 8 galletas de vainilla por 2400 colones, Priscila compra 3 refrescos de manzana y 6 galletas de vainilla y paga con dos billetes de 2000 colones.

¿Cuánto debe ser el vuelto en colones que le entregan a Priscila?

- **a.** 2000
- **b.** 1600
- **c.** 1000

Juan	4 refrescos por 1600 colones	Cada refresco cuesta 400 colones
Diana	8 galletas por 2400 colones	Cada galleta cuesta 300 colones.

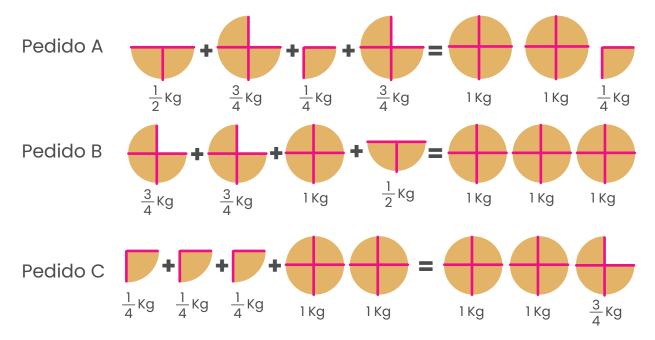
Dricoila	3 refrescos de manzana	400x3=1200 colones	Total de
Priscila	6 galletas de vainilla	300x6=1800	1200+1800=3000 colones

Dado que Priscila paga con dos billetes de 2000 colones, esto es 4 000 colones, y el costo de lo que compra es de 3000 colones, entonces el vuelto sería de 1000 colones.

15. En una tienda tienen 4 tipos diferentes de quesos, y están alistando tres pedidos de la siguiente manera:

Tipo de queso	Pedido A	Pedido B	Pedido C
Turrialba	<u>1</u> 2 kg	_3 _4 kg	<u>1</u> 4 kg
Tierno	_3 _4 kg	3kg	<u>1</u> 4 kg
Maduro	<u>1</u> 4 kg	1 kg	<u>1</u> 4 kg
Mozzarella	_3 _4 kg	<u>1</u> 2 kg	2 kg

Analizando los pesos de los pedidos, ¿Cuál de los tres pedidos es el más pesado?



Por lo tanto, el pedido más pesado corresponde al pedido B.





16. Se tiene un conjunto de 7 datos, {4, 6, , 7,6,3,3,8} con las siguientes características:

- El mínimo es 3
- El máximo es 8
- La moda es 6

¿Determine el número que hace falta en el conjunto para cumplir las características anteriores?

Analizando los datos y las características podemos ver que el mínimo y el máximo no son características significativas para responder la pregunta. La característica más importante es que la moda es 6 y analizando los datos

podemos ver, que sin contar el dato que se debe calcular, la moda es 6 y 3, ya que ambos se repiten dos veces cada uno. Pero de las características se sabe que la moda es 6, por lo tanto, el número faltante debe ser 6.

40

CUADERNILLO DE APOYO PARA EL DOCENTE Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria

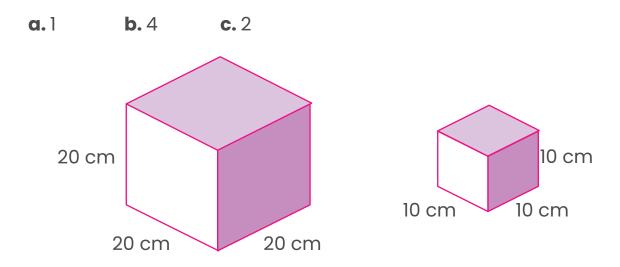
17. Juan observa que su hermano está construyendo 4 columnas de cubos, para lo que utilizó 46 cubos. Si la diferencia en la altura de cada columna con la siguiente es de un cubo. ¿Cuántos cubos utilizó para construir la columna más alta?

Columna 1	Columna 2	Columna 3	Columna 4	Total de cubos
4	5	6	7	22
5	6	7	8	26
6	7	8	9	30
7	8	9	10	34
8	9	10	11	38
9	10	11	12	42
10	11	12	13	46
11	12	13	14	50

Analizando los datos podemos ver que utilizando 46 cubos, y con una diferencia de una unidad entre columnas se tiene una columna de 10 cubos, otra de 11 cubos, otra de 12 cubos, y la más alta de 13 cubos.



18. En una caja en forma de cubo de 20 cm de arista caben 8 bolas de 5 cm de radio. Si la medida de la arista de la caja se reduce a la mitad, ¿Cuántas bolas caben en la nueva caja?



Analizando el nuevo cubo, su arista es de 10 cm, y cada bola tiene un diámetro de 10 cm, por lo que en una caja de 10 cm de arista cabe únicamente una bola.

CUADERNILLO DE APOYO PARA EL DOCENTE Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria

- **19.** Seis amigos participan en un juego de mesa de la siguiente manera:
- Diego juega de primero.
- Luisa juega de tercera.
- Roberto juega de quinto.
- Mario juega de segundo.
- Xinia juega de cuarta
 - Isabela juega de sexta.

Si se mantiene el mismo orden de participación y el último turno es el quincuagésimo primero. ¿Quién fue el último en jugar? Respuesta ______

Lo primero es saber que el turno quincuagésimo primero es el turno 51.

Opción 1. Hacer a tabla, se analiza el turno 51, y le corresponde a Luisa.

	I	Ī		
1. Diego	13. Diego	25. Diego	37. Diego	49. Diego
2. Mario	14. Mario	26. Mario	38. Mario	50. Mario
3. Luisa	15. Luisa	27. Luisa	39. Luisa	51. Luisa
4. Xinia	16. Xinia	28. Xinia	40. Xinia	52. Xinia
5. Roberto	17. Roberto	29. Roberto	41. Roberto	53. Roberto
6. Isabella	18. Isabella	30. Isabella	42. Isabella	54. Isabella
7. Diego	19. Diego	31. Diego	43. Diego	
8. Mario	20. Mario	32. Mario	44. Mario	
9. Luisa	21. Luisa	33. Luisa	45. Luisa	
10. Xinia	22. Xinia	34. Xinia	46. Xinia	
11. Roberto	23. Roberto	35. Roberto	47. Roberto	
12. Isabella	24. Isabella	36. Isabella	48. Isabella	



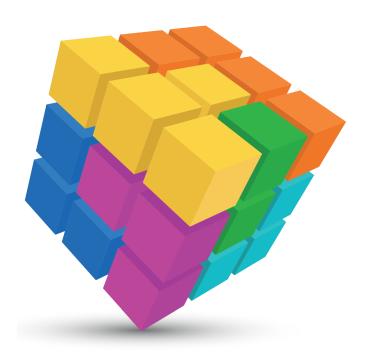


Opción 2

Sabemos que ocupamos conocer quien está en el turno 51, y los nombres se repiten cada 6 turnos, por lo que 51=8x6+3, vemos que el residuo es 3 por lo que la persona que hace el turno 51 es la misma persona que hace el turno 3, por lo tanto, Luisa es la persona que hace el turno 51.



PROBLEMAS DE PRÁCTICA

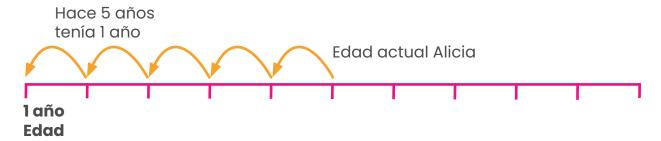




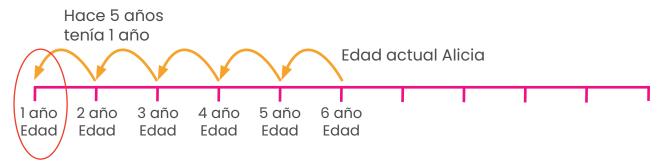
1. Pedro tiene el doble de la edad que su hermana Alicia, hace 5 años Alicia tenía un año de edad. ¿Cuántos años tiene Pedro actualmente?

Vamos a analizar la información presente en el problema:

En él se indica que: Alicia hace 5 años tenía un año de edad. Por lo tanto, en este momento



De acuerdo con ello:



De acuerdo con esta información, Alicia tiene 6 años, y en el problema se indica que "Pedro tiene el doble de la edad que su hermana Alicia"

Como Pedro tiene el doble de la edad de su hermana Alicia y ella tiene 6 años, entonces:

CUADERNILLO DE APOYO PARA EL DOCENTE



El doble de seis es doce **6 x 2 = 12**Por lo tanto, la edad actual de Pedro es de 12 años.

Recuerde que: el doble de una cantidad es ella misma dos veces.

Por ejemplo:

El doble de 2 es 4.

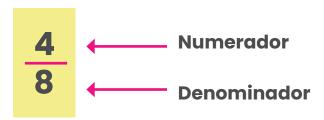
El de 3 es 6

También podemos multiplicar el número por 2 para determinar su doble.



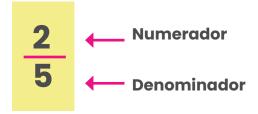
2. María es una estudiante a la cual le gusta mucho leer. Su maestra le regaló un libro que tiene 205 páginas. Si en dos días María leyó 2/5 del libro, ¿Cuántas páginas leyó en esos dos días?

Recuerde que una fracción se encuentra conformada por dos números: el numerador y el denominador.



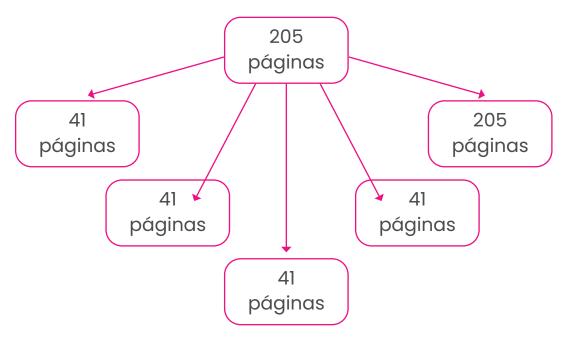
El denominador de una fracción indica el número de partes en que se divide la unidad y el numerador el número de partes que tomamos de la cantidad medida.

Podemos hacer uso de la operación que conocemos como división para resolver el problema.

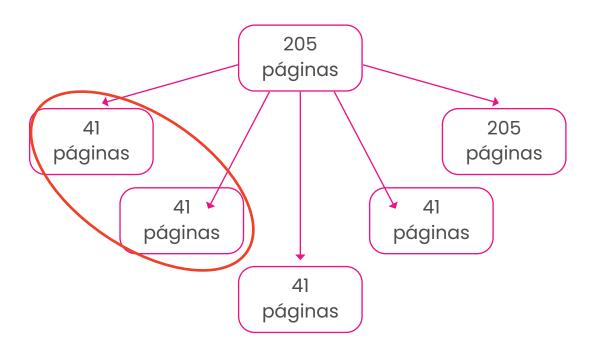


En este problema debemos trabajar con las 205 páginas del libro, las cuales deben dividirse en 5 grupos (como dice el denominador) con la misma cantidad de páginas y de los cuales tomar solo las leídas en esos dos grupos (que corresponde al numerador)





Como del total de páginas María leyó 2, podemos tomar dos 5 grupitos cada uno de 41 páginas como se muestra:





Otra manera más rápida es aplicar el algoritmo de la división que se ha estudiado en este año escolar:

Recuerde que:

Para saber si un número es **divisible** por **5**, ese número tiene que acabar en 0 o 5. Si acaba en otra cifra entonces no es **divisible** por **5**.

Por ejemplo: $325 \div 5$, el último dígito es un 5, por lo tanto, 325 sí es **divisible** por **5**.

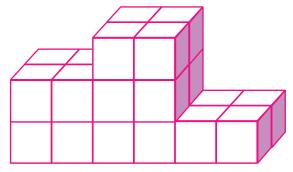
De acuerdo con lo anterior, sabemos que 205 es un número divisible por 5, por esta razón podemos aplicar el algoritmo de la siguiente manera:

Al igual que de la manera anterior, el 41 representa la cantidad de hojas que María se leyó en un día. Para determinar la cantidad leída en dos días podemos:

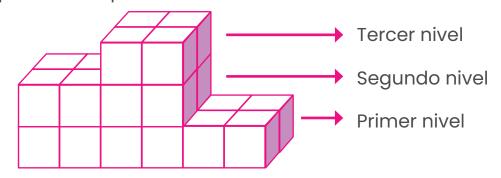
41 x 2 = 82 páginas ó 41 + 41 = 82 páginas

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria

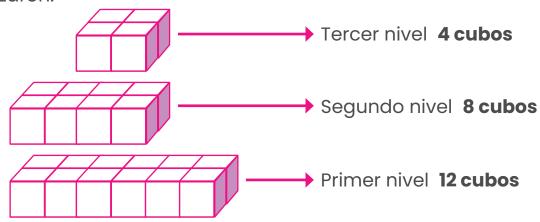
3. Usando cubitos de madera, Pedro construyó la figura que se muestra. ¿Cuántos cubitos usó?



Vamos a observar la imagen por niveles Si lo separamos lo podemos ver así:



Lo cual nos permite visualizar la cantidad de cubos que se utilizaron:



Lo anterior nos permite determinar que la cantidad total de cubos que se utilizaron corresponde a 24 cubos.



4. La sucesión 8, 9, 11, 14, 18, ... se forma siguiendo una regla o patrón. ¿Cuál es el término que sigue después de 18?

Utilicemos una tabla para organizar la información:

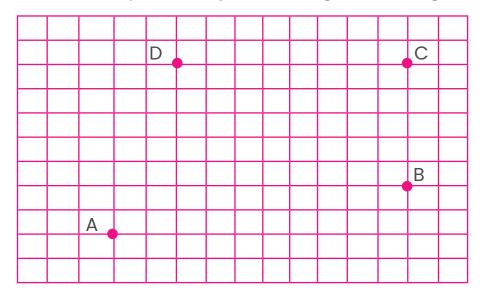
Posición	Término de la sucesión	Incremento entre los términos
1	8	+
2	9	1
3	11	2
4	14	3
5	18	4
6		

Como se observa en la tercera columna de la tabla, el incremento entre un término y el otro aumenta en una unidad con relación al anterior.

Manteniéndose ese comportamiento el valor que iría después del 18 incrementaría en 5 unidades.

Por lo tanto 18 + 5 = 23, este sería el valor del término en la sexta posición.

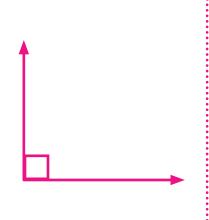
5. David debe unir tres de los puntos que se muestran en la siguiente cuadrícula para dibujar un triángulo rectángulo.



¿Cuáles son los puntos que debe unir David?

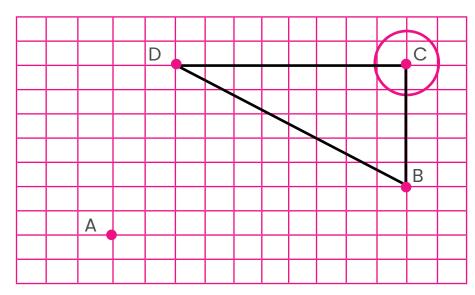
Recuerde que: se denomina **triángulo rectángulo** a cualquier triángulo con un ángulo interno recto, es decir, un ángulo de 90 grados.

Podemos buscar en la cuadrícula los puntos que al unirlos con segmentos de recta tienen una forma similar a la siguiente:

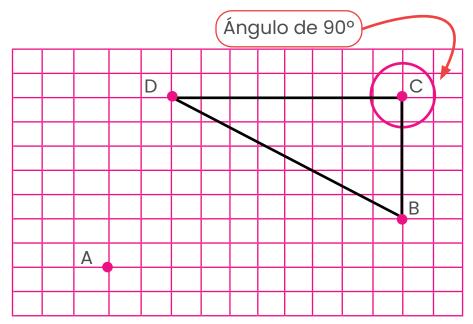




Si unimos los siguientes puntos se observa una representación similar a la anterior



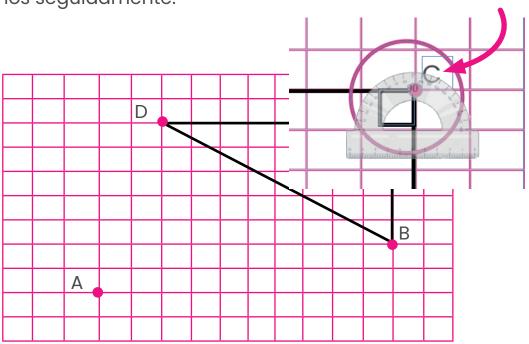
David puede unir los puntos B, D y C y encontrar un ángulo de 90° y si trazamos el segmento de recta que va del punto B al C conformamos el triángulo rectángulo que estamos buscando.



10

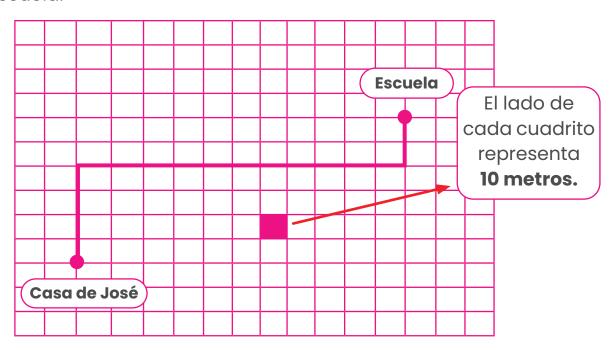
CUADERNILLO DE APOYO PARA EL DOCENTE Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria

Si lo medimos con el transportador podremos comprobar que el ángulo que demarcamos con color rojo es recto, como lo veremos seguidamente:

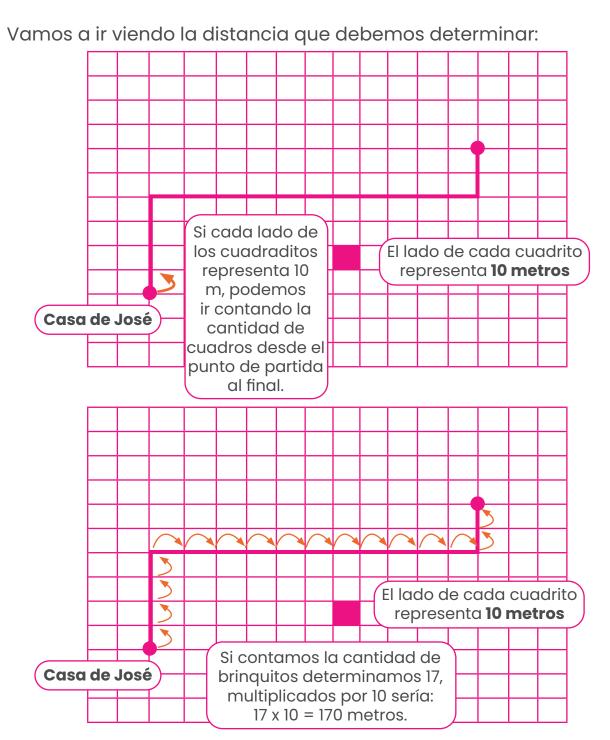




6. Observe el camino que debe recorrer José de su casa a la escuela.



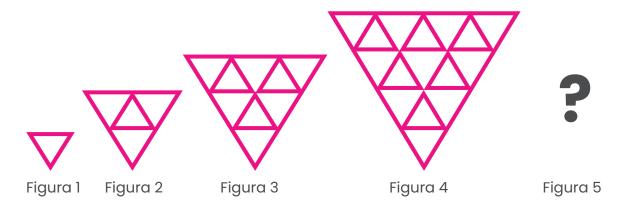
¿Cuántos metros en total, debe recorrer José de su casa a la escuela?



En el recorrido desde la escuela a la casa, José recorre 170 metros.



7. Observe la siguiente secuencia.



¿Cuál es la cantidad de triángulos en la figura 5 si se mantiene el patrón?

Vamos a pasar de la representación gráfica a una representación simbólica, sistematizando la información en una tabla:

Figura	1	2	3	4	5
Representación gráfica					
Cantidad de ángulos	1	4	9	16	

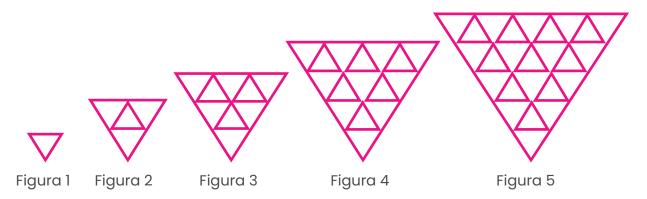
CUADERNILLO DE APOYO PARA EL DOCENTE Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria

Para visualizar mejor el patrón presente en la sucesión, ahora vamos a identificar el incremento presente entre un término y otro:

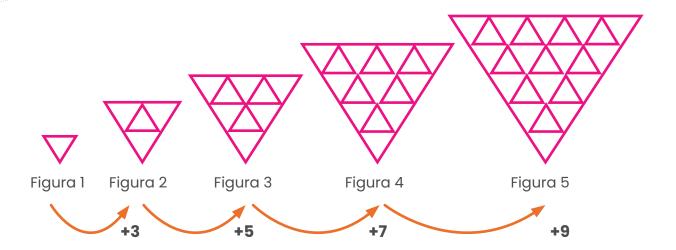
Figura	1	2	3	4	5
Representación gráfica					
Cantidad de ángulos	1	4	9	16	
		+3	+5	+7	

De la primera figura a la segunda la cantidad de triángulos aumenta en 3, de la segunda figura a la tercera, incrementa en 5 y en la cuarta incrementa en 7. Por lo tanto, el término en la posición 5 debe incrementar en 9, ya que el patrón de aumento varía en dos con relación al término anterior.

Representación gráfica de la cantidad de triángulos de la figura 5.



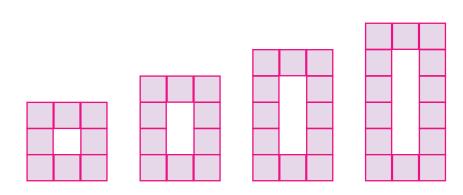




De lo anterior podemos concluir que entre una figura y la siguiente la cantidad de triángulos varía en 2.

Por lo tanto, la cantidad de triángulos en la figura 5 corresponde a 25 triángulos.

8. Observe la siguiente sucesión de figuras:



Cada figura
está formada
por cuadritos
sombreados, por
ejemplo, la Figura
1 está formada
por 8 cuadritos.

- **a.** Realice una tabla en la que se indique, la cantidad de cuadritos, que forma cada figura.
- b. ¿Cuántos cuadritos se necesitan para formar la figura 9?

Sistematicemos la información en una tabla, pero conservando la representación gráfica para ir viendo la relación entre ellas:

Figura	1	2	3	4	5	6
Representación gráfica						
Cantidad de ángulos	8	10	12	14	16	18

Nota: Recuerde que el pasar de una representación gráfica a una simbólica puede facilitar la identificación del patrón presente entre los términos de la sucesión.



Al obtener la representación simbólica se evidencia más fácilmente el patrón, como se muestra:

Figura	1	2	3	4	5	6
Representación gráfica						
Cantidad de ángulos	8	10	12	14	16	18
					1	
		+2	+2	+2	+2	

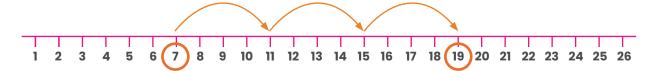
En esta sucesión el incremento es constante de dos cuadrados por cada término, por lo que podría contarse de dos en dos hasta llegar a la figura en la novena posición como se muestra:

Figura	Cantidad de cuadros	De una figura a la otra aumenta en 2 cuadritos
1	8	8 + 2 = 10
2	10 4	10 + 2 = 12
3	12	12 + 2 = 14
4	14 •	14 + 2 = 16
5	16	16 + 2 = 18
6	18 🕶	18 + 2 = 20
7	20 ←	20 + 2 = 22
8	22	22 + 2 = 24
9	24	

CUADERNILLO DE APOYO PARA EL DOCENTE Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria

9. Cuando Pinocho miente su nariz crece 4 cm y cuando dice la verdad su nariz se encoge 2 cm. Cuando su nariz tenía 7 cm de largo Pinocho dijo 3 mentiras y 4 verdades. ¿De qué tamaño quedó la nariz de Pinocho?

Del enunciado del problema se sabe que cuando Pinocho miente su nariz crece 4 cm, y que cuando tenía la nariz de 7 cm mintió tres veces, veamos la representación gráfica



Por lo tanto, Pinocho después de las tres mentiras terminó con su nariz de 19 cm.

Pero además nos dicen que también dijo 4 veces la verdad y por cada verdad su nariz se encoge 2 cm:



De acuerdo con lo anterior, Pinocho termino con la nariz de 11 cm.



10. Observe el siguiente número de cinco cifras, donde "a" represente un dígito repetido:

73 a6a

¿Cuál es el <u>mayor valor</u> que puede tomar "a" para que el número 73 a6a sea múltiplo de 3?

Consideremos los posibles valores para la letra "a", los cuales son:

Posib valores	Expresión 73 a6a y su sustitución de la letra	Comprobación de la regla de divisibilidad del 3
0	73060	7 + 3 + 0 + 6 + 0 = 16
1	73 161	7 + 3 + 1 + 6 + 1 = 18
2	73 262	7 + 3 + 2 + 6 + 2 = 20
3	73 363	7 + 3 + 3 + 6 + 3 = 22
4	73 464	7 + 3 + 4 + 6 + 4 = 24
5	73 565	7 + 3 + 5 + 6 + 5 = 26
6	73 666	7 + 3 + 6 + 6 + 6 = 28
7	73 767	7 + 3 + 7 + 6 + 7 = 30
8	73 868	7 + 3 + 8 + 6 + 8 = 32
9	73 969	7 + 3 + 9 + 6 + 9 = 34

Recuerde que: para saber si un número es divisible por 3, tenemos que comprobar que la suma de todos sus dígitos sea 3 o múltiplo de 3.

CUADERNILLO DE APOYO PARA EL DOCENTE Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria

En este caso solo tres valores permiten que al ser sustituidos en la expresión 73 a6a, el número resultante sea múltiplo de 3 y son los que se encuentran resaltados con color morado en la siguiente tabla:

Posibles valores de a	Expresión 73 a6a y su sustitución de la letra	Comprobación de la regla de divisibilidad del 3
0	73060	7 + 3 + 0 + 6 + 0 = 16
1	73 161	7 + 3 + 1 + 6 + 1 = 18
2	73 262	7 + 3 + 2 + 6 + 2 = 20
3	73 363	7 + 3 + 3 + 6 + 3 = 22
4	73 464	7 + 3 + 4 + 6 + 4 = 24
5	73 565	7 + 3 + 5 + 6 + 5 = 26
6	73 666	7 + 3 + 6 + 6 + 6 = 28
7	73 767	7 + 3 + 7 + 6 + 7 = 30
8	73 868	7 + 3 + 8 + 6 + 8 = 32
9	73 969	7 + 3 + 9 + 6 + 9 = 34

Sin embargo a la pregunta "¿Cuál es el **mayor valor** que puede tomar "a" para que el número 73 a6a sea múltiplo de 3?" hay tres valores que permiten que el resultado sea múltiplo de 3, pero el único número que cumple esa condición de ser el mayor valor que puede tomar la letra "a" sería 7, para obtener el número 73 767 que es múltiplo de 3.



11. Si la expresión "el doble de seis disminuido en cuatro es igual a ocho" se escribe utilizando números, símbolos y operaciones matemáticas así: 2 ×6 -4=8, entonces anote simbólicamente la siguiente expresión matemática:

"El triple de ocho, aumentado en veinte es menor que doscientos disminuido en seis"

Vamos a pasar del lenguaje literal al matemático como se muestra seguidamente:

"El triple de ocho, aumentado en veinte es menor que doscientos disminuido en seis"

3 x 8 + 20 < 200 - 6

Ahora podemos unir toda la expresión aritmética:

$$3 \times 8 + 20 < 200 - 6$$

Considere la siguiente información para contestar las preguntas 12 y 13.

Observe la siguiente tabla en la que se indica la medida de la superficie aproximada de las provincias de Costa Rica.

Provincia	Medida de la superficie en Km²
San José	4966
Alajuela	9757,5
Heredia	2658
Cartago	3124,6
Limón	9188
Puntarenas	11 265,6
Guanacaste	10 140,7

Las primeras cuatro provincias constituyen el área metropolitana del país. Las otras tres se conocen como las provincias costeras.

CUADERNILLO DE APOYO PARA EL DOCENTE Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria

- **12.** ¿Cuál es la diferencia de extensión entre las provincias costeras del país y el área metropolitana?
- **13.** Determine si el doble de la extensión de la provincia de San José es mayor que la medida de la superficie de la provincia de Limón.

Primero vamos a identificar ¿cuáles son los datos implicados según las interrogantes?

Provincia	Medida de la superficie en Km²
San José	4966
Alajuela	9757,5
Heredia	2658
Cartago	3124,6
Limón	9188
Puntarenas	11 265,6
Guanacaste	10 140,7

Determinemos la extensión de cada subgrupo de provincias:

Área metropolitana

Provincia	Extensión en Km²
San José	4966
Alajuela	9757,5
Heredia	2658
Cartago	3124,6
TOTAL	20 506,1

Provincias costeras

Provincia	Extensión en Km²
Limón	9188
Puntarenas	11 265,6
Guanacaste	10 140,7
TOTAL	30 594,3

DIRECCIÓN DE DESARROLLO CURRICULAR Departamento de Primero y Segundo Ciclos | Asesoría Nacional de Matemática



Calculemos la diferencia en la extención anterior:

30 594,3 - 20 506,1 10 088,2 A la pregunta "¿Cuál es la diferencia de extensión entre las provincias costeras del país y el área metropolitana? La diferencia es de 10 088,2 km²"

La otra parte del problema indica "Determine si el doble de la extensión de la provincia de San José es mayor que la medida de la superficie de la provincia de Limón", por lo tanto, es necesario calcular el doble de la extensión de esta provincia:

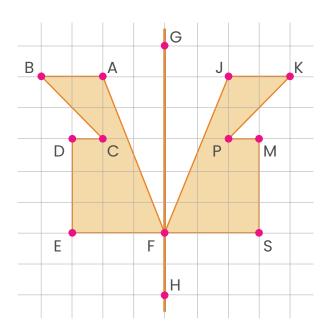
Condición 1	Condición 2	
El doble de la extensión de la provincia de San José	Medida de la superficie de la provincia de Limón.	
4966 x 2 = 9932	9188	

Por lo tanto, la afirmación es correcta, ya que al comparar estas cantidades:

9932 > 9188

Considere la siguiente figura para contestar los items 14 y 15.

Observe la siguiente figura que representa una simetría:



Recuerde que:

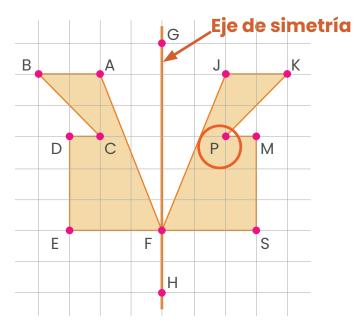
Dos puntos son homólogos si equidistan (están a la misma distancia del eje de simetría).

14. Según la figura anterior, si se sabe que el segmento que contiene los puntos G y H, es un eje de simetría, entonces ¿cuál es el punto homólogo con el punto P?



15. Si el cuadriculado está hecho con líneas separadas a una distancia de un centímetro (1 cm) tanto vertical como horizontalmente, ¿Cuál es la menor distancia, en centímetros, entre el punto K y el eje de simetría?

Primero vamos a identificar el punto "P" como se muestra seguidamente

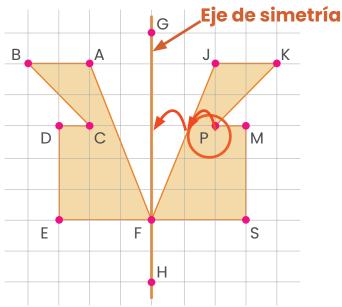


Esto para determinar la distancia que hay entre el punto "P" y el eje de simetría que contiene los puntos G y H.

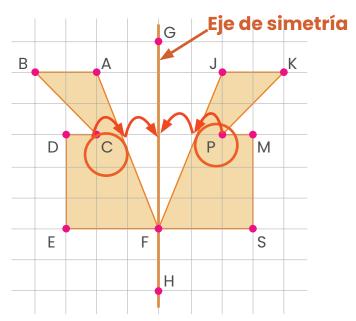
CUADERNILLO DE APOYO PARA EL DOCENTE

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria

Ahora calculemos la distancia entre el punto "P" y el eje de simetría:



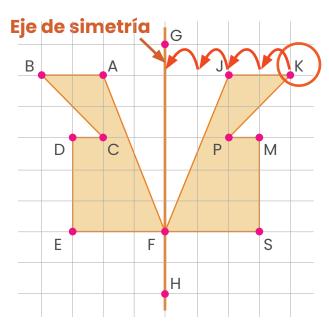
Como se marca en la imagen hay dos espacios de la cuadrícula entre el punto "P" y el eje de simetría, por lo que hay que buscar otro punto alineado con este al lado contrario:



Por lo tanto, el punto que cumple con esta condición es el punto "C".

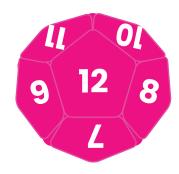


Es necesario identificar el punto "K" para contar cuántos espacios tiene la cuadrícula entre "K" y el eje de simetría.



Como en la cuadrícula las líneas están separadas a una distancia de un centímetro (1 cm) tanto vertical como horizontalmente, entonces la distancia sería de 4 cm.

16. Si el 16. Observe el siguiente dado:



El dado anterior tiene 12 caras numeradas del 1 al 12, cada una con igual probabilidad de quedar hacia arriba. Analice los siguientes eventos denominados A, B, C y D, considerando solo el número del dado que queda para arriba:

- A. Obtener un número par.
- B. Obtener un número mayor que 8.
- C. Obtener un número menor que 8.
- D. Obtener un número múltiplo de 3.

¿Cuáles son los dos eventos igualmente probables?



Al dado tener 12 caras numeradas del 1 al 12, es probable que dentro de los resultados salga uno de los siguientes números

Vamos a considerar cada uno de los eventos:

a. Obtener un número par.

Marquemos en un ovalo rojo los números pares de la lista anterior

La probabilidad de obtener un número par es 6 de 12, que podemos expresarlo como 6

Recuerde que la respuesta puede ser <u>6</u> o podemos expresarlo 12

b. Obtener un número mayor que 8.

Con un ovalo verde resaltaremos los númerso que cumplen con esta condición

En este caso los que la satisfacen son 4 de 12, que podemos expresarlo como 4 (o alguna de sus equivalencias como: 2 , 1 12 6 3

CUADERNILLO DE APOYO PARA EL DOCENTE

40

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria

c. Obtener un número menor que 8.

Este evento lo resaltaremos con óvalos de color morado como se muestra seguidamente:

Como se observa son 7 posibles casos de 12 en que puede salir un número menor que 8, que podemos expresarlo también como

d. Obtener un número múltiplo de 3.

Para identificar los resultados de este evento los óvalos serán de color naranja

De las 12 posibilidades, que al lanzar un dado el número sea múltiplo de 3 sería 4 de 12 eventos, o expresado de otra manera sería 4

Por lo que a la pregunta **"Cuáles son los dos eventos igualmente probables"**

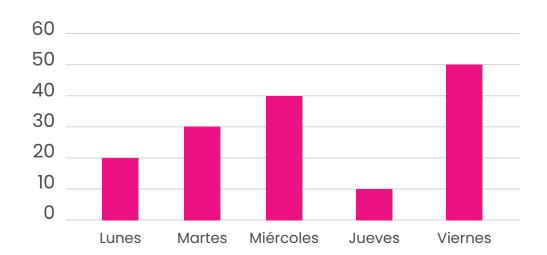
Tanto el evento "Obtener un número mayor que 8" como "Obtener un número múltiplo de 3" tienen la misma probabilidad de suceder.

En ambos eventos existen 4 posibilidades de 12 de obtener un número como se indica en la condición.



Considere el siguiente gráfico para contestar las preguntas 25 y 26.

Cantidad de niños que fueron atendidos por el dentista en su Escuela, en una semana



CUADERNILLO DE APOYO PARA EL DOCENTE Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria

17. Según el gráfico, ¿Cuáles días se atendieron mayor cantidad de niños por el dentista en su escuela? ¿Cuántos niños fueron?

Vamos a identificar y resaltar con color rojo los días que se atendieron mayor cantidad de niños:

Cantidad de niños que fueron atendidos por el dentista en su Escuela, en una semana



Los días que más niños se atendieron mayor cantidad de niños fue el miércoles y los viernes.

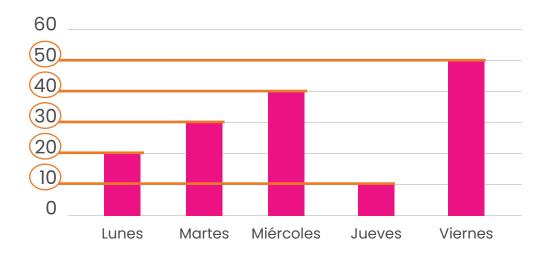
Esos días se atendieron 40 + 50 = 90 niños.



18. ¿Cuántos niños fueron atendidos en esa semana?

Debemos identificar la cantidad de niños por día, como se muestra:

Cantidad de niños que fueron atendidos por el dentista en su Escuela, en una semana



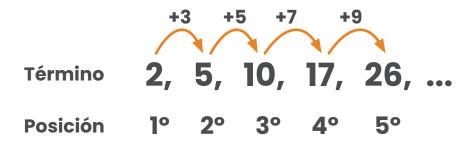
Podemos pasar la información a una representación tabular:

Día	Cantidad
Lunes	20
Martes	30
Miércoles	40
Jueves	10
Viernes	50
Total atendidos	150 niños

De acuerdo con la información, durante la semana se atendieron 150 niños.

19. La sucesión 2, 5, 10, 17, 26, ... se forma siguiendo una regla o patrón. ¿Cuál es el término que corresponde a la octava posición?

Observemos el comportamiento entre cada uno de sus términos:



Entre el primer y el segundo término hay un incremento de 3 unidades, del segundo al tercero 5, del tercero al cuarto 7, y así se mantiene el comportamiento, aumentando dos unidades más que el incremento anterior.

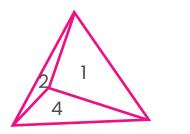
Por lo tanto, en la siguiente tabla determinaremos el valor del término en la octava posición.

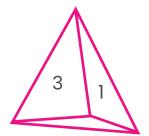
Posición	Término	Incremento al término actual para obtener el siguiente		
1	2	3		
2	5	5		
3	10	7		
4	17 🛂	9		
5	26	11		
6	37	13		
7	50	15		
8	(65)	18		

Según lo anterior, el término en la octava posición es el 65.



20. Considere la siguiente imagen





Beto y Lupe juegan a lanzar dos dados. Cada dado tiene 4 caras numeradas del 1 al 4, cada una con las mismas probabilidades de caer hacia abajo (cuenta el número que cae hacia abajo). Juegan a sumar las caras de ambos dados. Lupe gana si la suma de ambos números es 5, Beto gana si la suma de ambas caras es 4 o 7 (cualquiera de los dos). ¿Quién tiene mayores probabilidades de ganar?

Vamos a determinar las posibilidades que tiene Lupe de tirar dos dados y que la suma de sus resultados sea 5:



Su suma da 5

Si Lupe lanza los dos dados, tiene 4 posibilidades de que al sumar los números que caen sea 5.

CUADERNILLO DE APOYO PARA EL DOCENTE Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria

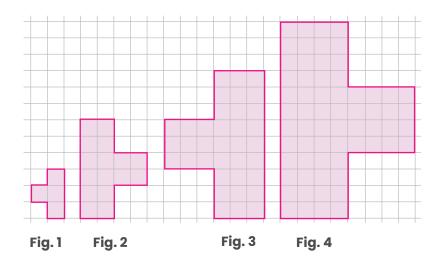
En el caso de Beto, vamos a ver ¿cuántos posibles eventos pueden suceder para que la suma de los números que caen sea 4 o 7?, los cuales son:



Si Beto lanza los dados, tiene 5 posibles eventos en los que la suma de los resultados que obtuvo al lanzar el dado sea 4 o 7. **De acuerdo con lo anterior es más probable que gane Beto.**



21. Observe la siguiente sucesión de figuras, en la cual se muestran las primeras cuatro figuras



Tenga presente que cada cuadrito de la cuadrícula corresponde a unidad cuadrada de área. Si se sabe que la sucesión de figuras continúa con el mismo patrón entonces complete la tabla con las áreas de las figuras 4 y 6.

Figura #	Área de la figura en unidades cuadradas			
1	4			
2	16			
3	36			
4	64			
5	100			
6	144			

Analicemos los valores de las áreas de las figuras de la sucesión:

Figura #	Área de la figura en unidades cuadradas	lmagen de otra manera	Observación
1	4		2 x 2 = 4
2	16		4 x 4 = 16
3	36		6 x 6 =36
4			8 x 8 = 64
5	100		10 x 10 = 100
6			12 x 12 = 144



Las figuras de la sucesión se observan formas diferentes a las imágenes de la tabla de la izquierda, pero en ambas se mantiene el mismo número de cuadrados que se utilizaron para la elaboración de las figuras originales.

Sin embargo, al pasarlas a esta representación, se evidencia de manera más sencilla el patrón de incremento de dos unidades cuadradas entre una y otra.

Además, las áreas de cada figura se encuentran representadas por cuadrados perfectos, por lo que se podría pasar de una representación gráfica a una simbólica para simplificar la manipulación de la información, como se muestran seguidamente:

2², 4², 6², 8², 10², 12², 14²,...

Inician con el $2 \times 2 = 4 \text{ y van aumenta en 2 unidades el siguiente término.}$

Si desarrollamos las potencias anteriores los valores de las áreas en unidades cuadradas para las diferentes figuras sería:

4, 16, 32, 64, 100, 144, 196 ...

De acuerdo con lo anterior, el valor de las áreas en unidades cuadradas de la figura 4 sería el cuadrado perfecto de 8, que es 64 y el de la figura en la posición 6 es de 144 unidades cuadradas.

Otros ítems de práctica

1. Observe los siguientes datos referidos a las temperaturas, en grados Celsius, reportadas en una mañana, en diferentes lugares de Costa Rica:

18, 24, 12, 10, 14, 21, 22, 17, 23, 19, 19, 21, 24, 21.

¿Cuál es el recorrido de los datos, para este conjunto de datos? ¿Cuál es la moda de temperatura?

- **2.** La sucesión 2, 5, 10, 17, 26,... se forma siguiendo una regla o patrón. ¿Cuál es el término que sigue después del octavo?
- **3.** Un estudiante obtuvo las siguientes notas: 78, 71, 64, 56 en sus pruebas de Español, Matemáticas, Ciencias y Estudios Sociales, respectivamente. ¿Cuál fue el promedio? (Utilice dos decimales)
- **4.** Analice los siguientes números

3,245	3,19	3,4	3,095	3,2	3,37
-------	------	-----	-------	-----	------

¿Cuál de estos números es el mayor?

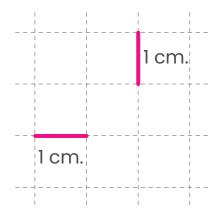
- **5.** María tiene palitos que solo difieren en su longitud, unos miden 6 cm y otros miden 7 cm. Si ella quiere construir, utilizando la menor cantidad de estos palitos, una barra que mida exactamente 2 metros de longitud, entonces:
- **a.** Para construir esta barra utilizando la menor cantidad de palitos, ¿Cuántos palitos de 6 cm debe utilizar y cuántos de 7 cm?

DIRECCIÓN DE DESARROLLO CURRICULAR Departamento de Primero y Segundo Ciclos | Asesoría Nacional de Matemática



- **b.** Considerando solo los palitos que utilizó para construir la barra, ¿cuál es la fracción que representa la cantidad de palitos de 6 cm con respecto a la cantidad total de palitos utilizados para realizar la barra?
- **6.** Soy un cuadrilátero, te voy a dar pistas para que me puedas dibujar
- a) Uno de mis lados mide 4 cm.
- **b)** Uno de mis vértices es el punto V.
- **c)** El punto "E" pertenece a mi exterior y el punto "I" pertenece a mi interior.
- **d)** Tengo exactamente dos lados horizontales, uno de estos lados mide la mitad del otro.
- e) Al trazar una de mis diagonales se forman dos triángulos obtusángulos.
- f) Al trazar la otra diagonal se forman dos triángulos rectángulos.

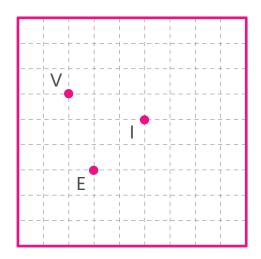
Considere la cuadricula de lado 1 cm.

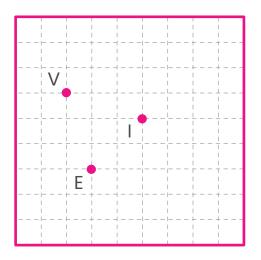


CUADERNILLO DE APOYO PARA EL DOCENTE

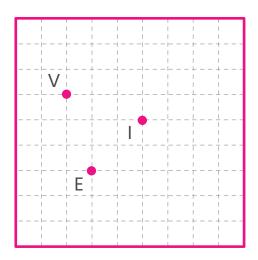


Borrador





Dibujo definitivo del cuadrilátero





Créditos

Los ítems fueron tomados de la prueba aplicadas en las diferentes etapas de la OLCOMEP 2020 y del cuadernillo de apoyo para el estudiante y el profesor de la olimpiada 2018.

Compilación y estrategias de solución de los cuadernillos realizadas por:

Carlos Alfaro Rivera

Profesor de Matemática Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica (UCR).

Revisores de los cuadernillos

Mónica Mora Badilla

Profesora de Matemática Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica (UCR).

Alejandra Sánchez Ávila

Encargada de la Cátedra de Didáctica de la Matemática, Universidad Estatl a Distancia (UNED).

Sígurd Ramos Marín

Profesor de la Cátedra de Didáctica de la Matemática, Universidad Estatal a Distancia

Hermes Mena Picado Asesor Nacional de Matemática.

Departamento de Primero y Segundo Ciclos Dirección de Desarrollo Curricular









