

**Ministerio de Educación Pública**  
**Dirección de Desarrollo Curricular**  
**Departamento de Primero y Segundo Ciclos**  
**Asesoría Nacional de Matemática**

**Olimpiada Costarricense de Matemática  
para Educación Primaria – OLCOMEPE**

**Estrategias para el abordaje de**

**PROBLEMAS Y RETOS PARA OLIMPIADAS  
DE MATEMÁTICA EN PRIMARIA**

**2025**

**6º**



372.7  
B267e

Barquero Rodríguez, Javier

Estrategias para el abordaje de problemas y retos para olimpiadas de matemática en primaria 6º / Ministerio de Educación Pública, Viceministerio Académico, Dirección de Desarrollo Curricular, Departamento de Primero y Segundo Ciclos; Javier Barquero Rodríguez, Yeri María Charpentier Díaz. – 1a. ed. -- San José, Costa Rica: Ministerio de Educación Pública, 2025.

76 páginas; 21 cm.; peso 1,15 megabytes.

ISBN: 978-9977-60-586-9 (digital)

1. ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS 2. EDUCACIÓN PRIMARIA  
3. DIDÁCTICA 4. ENSEÑANZA-MÉTODOS 5. COSTA RICA. I. TÍTULO.

## Créditos

Los ítems fueron tomados de las pruebas aplicadas en las diferentes etapas de la OLCOMEPE 2024.

### Personas autoras del cuadernillo:

Javier Barquero Rodríguez.

**Asesor nacional de Matemáticas, Ministerio de Educación Pública.**

Yeri María Charpentier Díaz.

**Asesora nacional de Matemáticas, Ministerio de Educación Pública.**

### Persona revisora:

Berny Salas Solano

**Profesor e investigador, Sección de Educación Primaria.**

**Universidad de Costa Rica.**

### Diseño Gráfico:

Karla Guevara Murillo.

**Dirección de Recursos Tecnológicos en Educación, MEP.**



Obra sujeta a licencia **Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional**. Para conocer más sobre la licencia visite:

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/?ref=chooser-v1>

Esta obra es parte de los productos en el proyecto Olimpiada Costarricense de Matemáticas para la Educación Primaria del Ministerio de Educación Pública, con el apoyo de las universidades públicas de Costa Rica.



## **PRESENTACIÓN**

Es fundamental que el sistema educativo fomente en la sociedad, todas las actividades posibles orientadas a estimular el desarrollo matemático, científico y tecnológico, a efecto de formar personas críticas y analíticas, con habilidades necesarias para hacer frente a los retos y demandas contemporáneas.

Las olimpiadas de matemáticas ponen a prueba las habilidades de los participantes para resolver problemas de forma creativa y original. No se trata de memorizar fórmulas o realizar cálculos complejos, sino de utilizar la lógica, el ingenio y la capacidad de análisis para encontrar soluciones ingeniosas.

Este cuadernillo se dirige a cualquier persona que quiera mejorar sus habilidades matemáticas y disfrutar del desafío de resolver problemas de forma creativa. Ofrece una gran oportunidad para:

- Desarrollar el talento matemático: a través de problemas desafiantes que ayudan a mejorar la comprensión de los conceptos matemáticos y la capacidad para aplicarlos en diferentes situaciones.
- Fortalecer el pensamiento crítico: al analizar problemas de forma lógica, identificar las variables relevantes y formular soluciones creativas.
- Aprender nuevas estrategias de resolución de problemas: por medio de diferentes técnicas para abordar problemas matemáticos de forma eficiente.

### **En este cuadernillo se encuentra:**

- Una selección de problemas de diferentes niveles de dificultad, cuidadosamente seleccionados para estimular el pensamiento matemático.
- Estrategias de resolución para cada problema, explicadas paso a paso para su comprensión y aplicación en otros desafíos.



- Una oportunidad para poner a prueba habilidades y el potencial en el apasionante mundo de las matemáticas.

Confiamos en que este material será de gran utilidad para contribuir a la mejora de la educación matemática.

**Comisión Central de OLCOMEPE**

## Retos propuestos

Los problemas incluidos en OLCOMEPE han sido elaborados con criterios pedagógicos que favorecen el desarrollo habilidades de pensamiento superior en la niñez. Para facilitar su análisis y orientación durante el proceso de acompañamiento al estudiantado, cada problema se presenta con un código visual que indica su nivel de complejidad de menor a mayor según la cantidad de estrellitas iniciando con una estrellita (★) que corresponde a problemas de complejidad básica.

- 1. (★)** En una casa viven tres amigos: Valeria, Chema y Rosa. Compraron 7 mini pizzas para comer en iguales cantidades, ¿cuánta pizza puede comer cada uno? (OLCOMEPE, 2024a)

### Estrategia 1

**Repartir las pizzas enteras hasta donde se pueda y con el resto repartirlas por partes iguales entre los tres amigos.**

Tenemos 7 minipizzas, para comer entre tres amigos



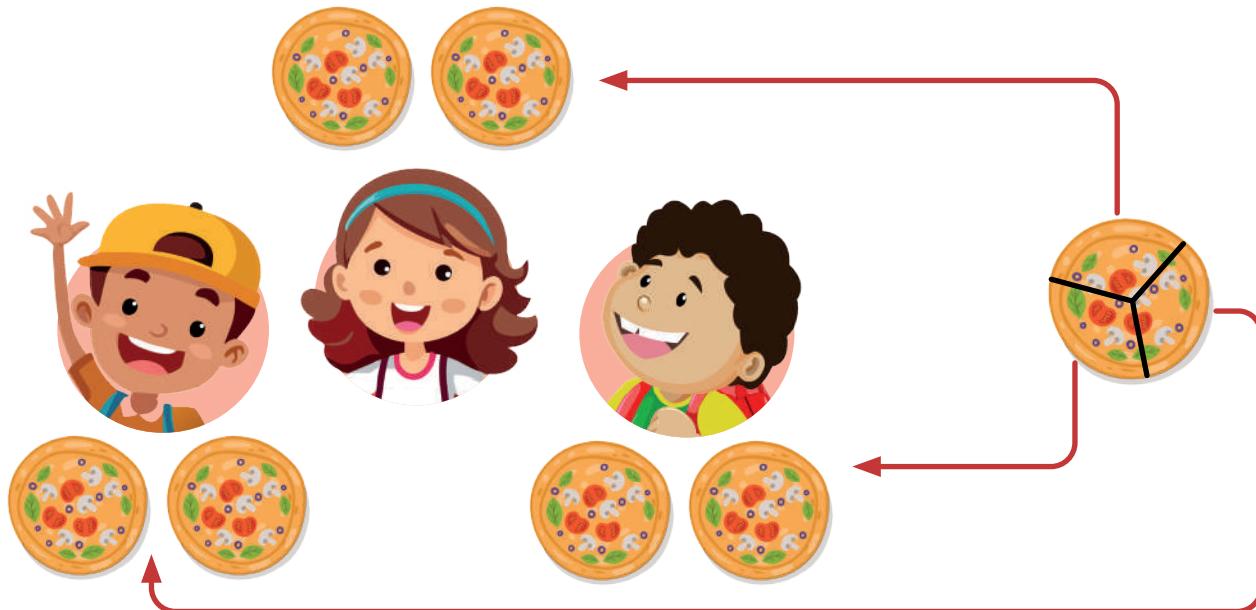


Podemos repartirle 2 minipizzas a cada uno y nos quedaría por repartir 1 minipizza



Le tocan 2 minipizzas a cada uno.

La minipizza que nos queda la repartimos en tres porciones iguales.



A las dos pizzas que ya tenían se les agrega  $\frac{1}{3}$  de la que faltaba por repartir.



Por lo tanto a cada uno de comer  $2\frac{1}{3}$  de minipizzas.

## Estrategia 2

### Repartir las minipizzas en tercios desde el inicio

Cada una de las 7 minipizzas se divide en tercios, para que los tres amigos coman la misma cantidad de cada una.





Toman un tercio de cada minipizza, obteniendo siete porciones de un tercio de mini pizza cada uno



Le corresponde 7 porciones de  $\frac{1}{3}$ , de minipizza que serían

$$7 \times \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

Convertimos  $\frac{7}{3} = \frac{6}{3} + \frac{1}{3} = 2 + \frac{1}{3} = 2\frac{1}{3}$  o bien

$$\begin{array}{r} 7 \mid 3 \\ 1 \quad 2 \end{array} \longrightarrow 2\frac{1}{3}$$

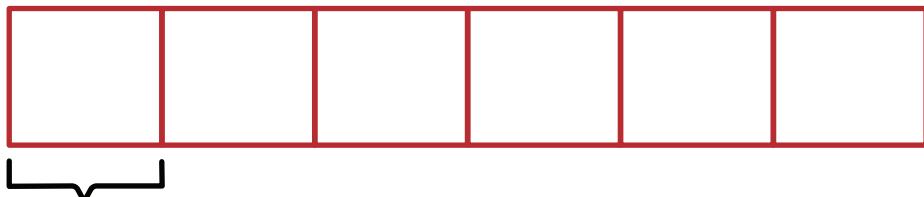
**Respuesta:** Cada amigo va a recibir  $2\frac{1}{3}$  de pizza

2. (★★★) En una finca que tiene 144 árboles de manzanas, se estima que  $\frac{5}{6}$  de ellos producen tres cajas al año. Si todas las manzanas de

estos árboles se logran vender a 15000 colones la caja ¿Cuánto dinero, en colones, recibirá anualmente el dueño de la finca por la producción de dichos árboles? (OLCOMEPE, 2024a)

### Estrategia 1. Método gráfico.

Se dibuja una barra rectangular que representa el total de árboles, o sea los 144 árboles y se divide en 6 partes iguales.

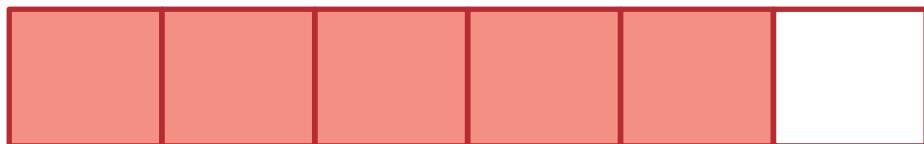


$$144 \div 6 = 24$$

Se divide en 6 partes para trabajar con sextas partes.

Así que cada una de esas 6 partes representa 24 árboles.

Luego, sombreados **5 de las 6 partes** de la barra para representar los árboles que **sí producen**:





Se reproducen  $5 \times 24 = 120$  árboles que producen 3 cajas de manzana cada uno. Como cada uno de esos 120 árboles produce 3 cajas, entonces en total tenemos:

$$\mathbf{120 \times 3 = 360 \text{ cajas de manzanas}}$$

Además, cada caja es vendida en 15 000 colones. Por lo que el dinero en colones ganado por las **360 cajas es:**

$$\mathbf{360 \times 15\,000 = ₡5\,400\,000}$$

**Respuesta:** el finquero recibe anualmente por la venta de las manzanas ₡5 400 000

## Estrategia 2. Operaciones aritméticas.

Sabemos que hay 144 árboles en total, pero solo  $\frac{5}{6}$  partes de ellos producen manzanas.

Para saber cuántos árboles producen, multiplicamos  $\frac{5}{6}$  por 144:

$$\frac{5}{6} \times 144 = 120$$

Por lo que 120 árboles producen manzanas



Ahora bien, cada uno de esos 120 árboles produce 3 cajas de manzanas.

$$120 \times 3 = 360 \text{ cajas}$$

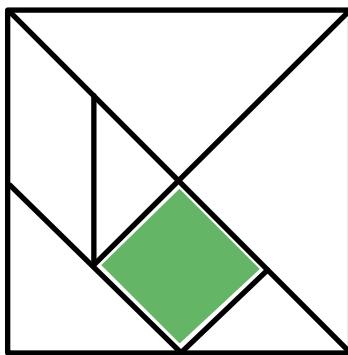
Sabemos que cada caja se vende a ₡15 000.

Si cada una de las 360 cajas se vende en 15 mil colones, multiplicamos para saber cuánto dinero se gana en total.

$$360 \times 15\,000 = ₡ 5\,400\,000$$



**3. (★)** A Esteban le encantan los juegos matemáticos y le pidió a su tío, que es carpintero, que le hiciera un tangrama de madera de tal manera que el cuadrado pequeño sombreado mida 6 cm de lado. Si todos los triángulos del tangrama son isósceles, ¿cuál es la medida en centímetros cuadrados del área del tangrama completo? (OLCOMEPE, 2024a)



**Estrategia. Determinar relaciones entre áreas parciales.**

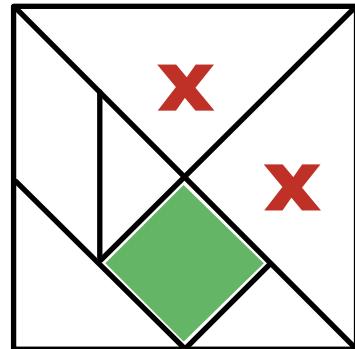
El **tangrama** es un cuadrado grande dividido en 7 piezas llamadas:

1. Dos triángulos grandes
2. Un triángulo mediano
3. Dos triángulos pequeños
4. Un cuadrado (es el verde del problema)
5. Un paralelogramo

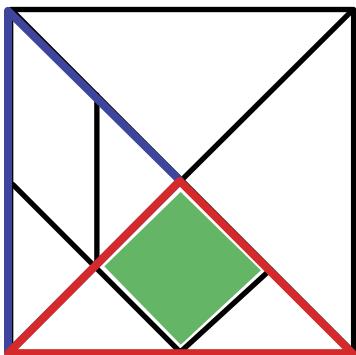
Analizaremos cuánto representa **cada figura respecto al área total** del cuadrado original.

Tenemos que

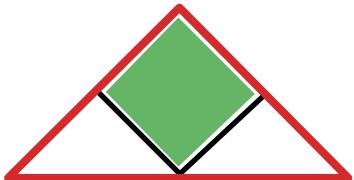
Los **2 triángulos grandes**, marcados con **X** representan la mitad del área total (sus lados coinciden con la diagonal del cuadrado mayor) y cada uno  $\frac{1}{4}$  del área total.



Ahora bien, repintemos dos triángulos, uno con lados verde y otro con sus lados en rojo



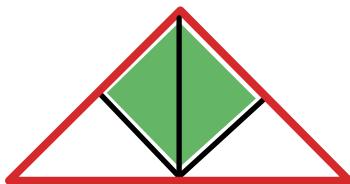
Enfoquémonos en el triángulo con lados repintados en rojo que representa una cuarta parte de la superficie del tangrama, pues dos de sus lados corresponden a la mitad de las diagonales:





Como los cuadrados tiene sus lados iguales, y su diagonal lo atraviesa por la mitad, los dos triángulos blancos son iguales entre sí.

Si trazo una línea como la azul, se forman cuatro triángulos iguales entre sí



Se divide el triángulo con lados morados en cuatro partes iguales, por lo que las marcadas con x representan cuatro áreas iguales



Como el cuadrado sombreado verde mide 6 cm de lado, su área corresponde a  $6 \times 6 = 36 \text{ cm}^2$ , esto quiere decir, que cada área marcada con **X** representa  $18 \text{ cm}^2$  y, por su parte, el área del triángulo con lados resaltados en rojo:

$$18 \times 4 = 72 \text{ cm}^2$$

A su vez, el área de dicho triángulo representa la cuarta parte del área de la superficie del tangrama, por lo que esta superficie tiene un área de

$$72 \times 4 = 288 \text{ cm}^2$$

**Respuesta:** El área en centímetros cuadrados corresponde a  $288 \text{ cm}^2$

4. (★) Don Luis tiene que pintar el piso de una sala de eventos. Ya pintó una parte rectangular que mide 3 metros de ancho por 20 metros de largo y utilizó 24 litros de pintura. Si le falta pintar otra parte rectangular que mide 4 metros de ancho y 20 metros de largo. ¿Cuántos litros de pintura necesita para pintar el piso de la sala de eventos? (OLCOMEPE, 2024a)

**Estrategia 1. Establecer la relación de la cantidad de pintura por el rectángulo de dimensiones 1 de ancho y 20 de largo (largo del piso)**

La sala es rectangular, ya pintó del ancho 3 metros con todo sus 20 m de largo.

Sería un rectángulo de 3 de ancho por 20 de largo.



Si para pintar el rectángulo de 3 x 20 necesito 24 L entonces un rectángulo de 1 x 20 ocuparía la tercera parte de 24 L. Es decir,  $24 \div 3 = 8$  L

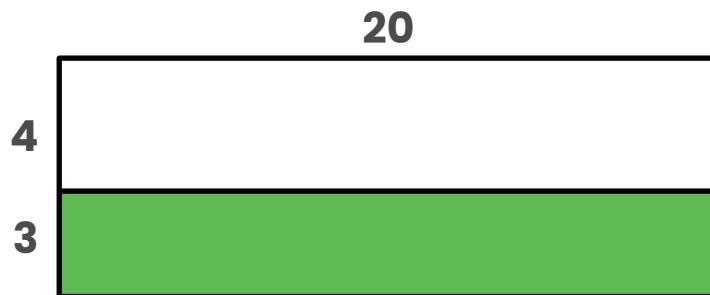




Si para pintar el rectángulo de  $3 \times 20$  necesito 24 L entonces un rectángulo de  $1 \times 20$  ocuparía la tercera parte de 24 L. Es decir,  $24 \div 3 = 8$  L. Por lo tanto, sabiendo que para pintar un rectángulo de  $1 \times 20$  se requiere 8 Litros, entonces para pintar todo el piso se requiere  $7 \times 8 = 56$  L

**Estrategia 2: identificar la razón de la parte sin pintar con respecto a la parte pintada del piso y aplicar esta razón a la cantidad de litros requeridos para la parte pintada**

Se pueden apreciar los dos rectángulos que forman la parte sin pintar y la parte pintada. Como tienen en común el largo (20 m) la razón de las superficies se puede obtener de la medida de sus anchos.



$4 : 3$  es la razón de la parte sin pintar con respecto a la parte pintada del piso. Como para la parte pintada se necesitó 24 L de pintura entonces para la parte que falta se ocuparía  $4 : 3$  de 24 es decir

$$\frac{4}{3} \times 24 = 32$$



Si para la parte pintada se utilizó 24 L y para la parte sin pintar se necesita 32 L entonces para pintar todo el piso se requiere  $24 + 32 = 56$  L

**Respuesta:** para pintar todo el piso de la sala se ocuparon 56 L.



**5. (★★)** Un grupo de exploradores se adentra en el bosque de los números. Para avanzar por los diferentes caminos, deben resolver acertijos matemáticos.

En un punto del camino, se encuentran con un cartel que dice:

**Solo aquellos que puedan encontrar todos los divisores del número del año 2024 podrán cruzar el puente”.**

Uno de ellos no se dejó impresionar dijo:

**¡Vamos por los divisores del 2024!**

Los exploradores ingeniosos encontraron los divisores requeridos.  
¿Cuántos divisores encontraron? (OLCOMEPE, 2024a)

### **Estrategia 1. Descomposición en factores primos**

**1.** Empezamos dividiendo 2024 por el número primo más pequeño: el 2.

$$- 2024 \div 2 = 1012$$

$$- 1012 \div 2 = 506$$

$$- 506 \div 2 = 253$$

(ya no se puede dividir más entre 2)



**Recuerda:** descomponer en factores primos es como desarmar un número en “piezas pequeñas” de números primos multiplicados entre sí.

**2.** Ahora probamos el siguiente número primo: el **11**

- $253 \div 11 = 23$
- Y **23** es un número primo.

Entonces: **2024 = 2 × 2 × 2 × 23 × 11**

Vamos a jugar con los números: 2, 2, 2, 11 y 23.

Los podemos usar combinados o solos para formar divisores de 2024.

Por ejemplo:

- 1 (siempre es divisor de cualquier número)
- 2
- $2 \times 2 = 4$
- $2 \times 2 \times 2 = 8$
- 11
- $2 \times 11 = 22$
- $2 \times 2 \times 11 = 44$
- $2 \times 2 \times 2 \times 11 = 88$
- 23
- $2 \times 23 = 46$
- $2 \times 2 \times 23 = 92$
- $2 \times 2 \times 2 \times 23 = 184$
- $11 \times 23 = 253$
- $2 \times 11 \times 23 = 506$
- $2 \times 2 \times 11 \times 23 = 1012$
- $2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 23 = 2024$

Si los contamos, hay exactamente **16 combinaciones distintas**.

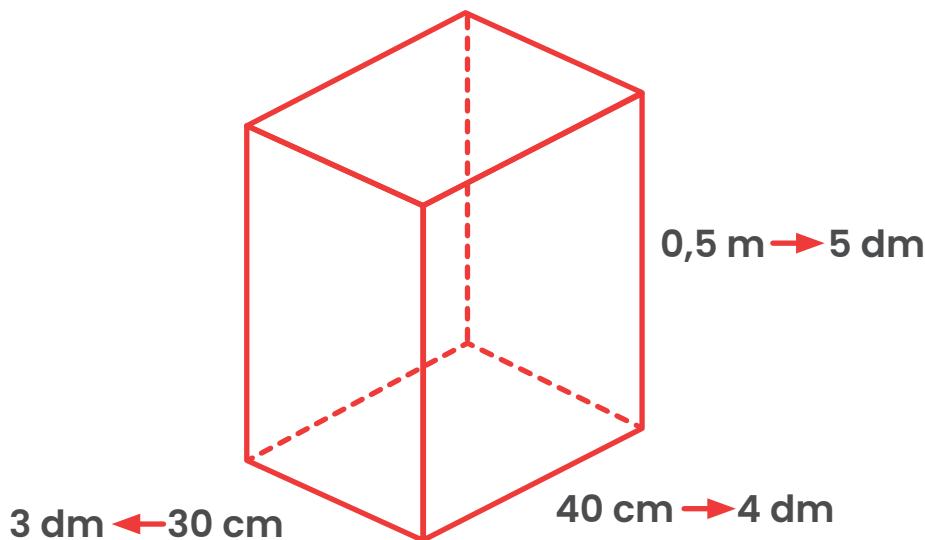
**Respuesta:** el número 2024 tiene 16 divisores diferentes.



6. (★★) Hace poco te compraron un acuario. El acuario tiene una base rectangular con dimensiones de 40 centímetros de largo, 30 centímetros de ancho y medio metro de alto. Si solo tienes envases de 2,5 litros disponibles para llenarlo. ¿Cuántos envases necesitas para llenar completamente el acuario? (OLCOMEPE, 2024a)

- a. 12
- b. 16
- c. 18
- d. 24

**Estrategia 1: Trabajar todas las medidas en decímetros**

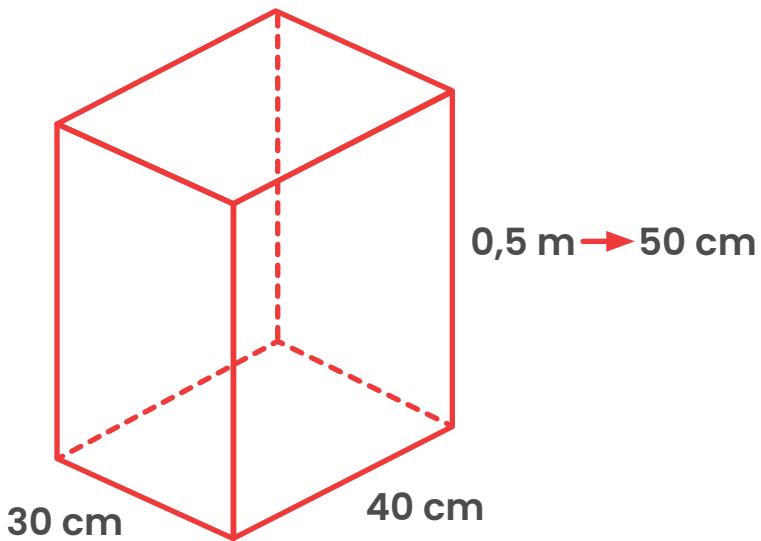


$$V = 3 \times 4 \times 5 = 60 \text{ dm}^3. \text{ Como } 1 \text{ dm}^3 \text{ equivale a } 1 \text{ L entonces } 60 \text{ dm}^3 \text{ equivale a } 60 \text{ L}$$

Para llenar se tienen envases de 2,5 L, para Calcular cuántos vasos se ocupan realizamos  $60 \div 2,5 =$  es decir  $600 \div 25 = 24$ .

Por lo tanto, para llenar completamente el acuario se ocupan 24 envases de 2,5 L

**Estrategia 2:** Trabajar todas las medidas en centímetros y luego convertir a  $dm^3$



$$V = 30 \times 40 \times 50 = 60\,000 \text{ cm}^3.$$

Como  $1000 \text{ cm}^3$  equivale a  $1 \text{ dm}^3$  entonces  $60\,000 \text{ cm}^3 = 60 \text{ dm}^3$  y como  $1 \text{ dm}^3$  equivale a  $1 \text{ L}$  entonces  $60 \text{ dm}^3$  equivale a  $60 \text{ L}$   
Para llenar se tienen envases de 2,5 L

$$60 \div 2,5 = \text{es decir } 600 \div 25 = 24$$

Para llenar completamente el acuario se ocupan 24 envases de 2,5 L

**Respuesta:** para llenar completamente el acuario se ocupan 24 envases de 2,5 L.



7. (★★) La Escuela A con 300 estudiantes y la Escuela B con 500 estudiantes, realizaron encuestas para determinar las mascotas favoritas de sus estudiantes. Los resultados se presentan en la siguiente tabla:

Mascota	Cantidad de estudiantes de la escuela A	Cantidad de estudiantes de la escuela B
Perro	100	120
Gato	55	90
Pez	30	125
Ave	90	90
Tortuga	15	75

De acuerdo con la información anterior, es correcto que:

- a. La escuela B tiene un mayor porcentaje de estudiantes que prefieren los perros que la escuela A.
- b. Para la mayoría de los estudiantes de la escuela A, la mascota preferida es el perro.
- c. La escuela A tiene un mayor porcentaje de estudiantes que prefieren los gatos que la escuela B.
- d. En ambas escuelas, el porcentaje de personas que prefieren las aves como mascota es el mismo.

(OLCOMEP, 2024a)



## Estrategia 1. Cálculo de porcentajes

Vamos a convertir las cantidades en porcentajes para saber cuál mascota prefieren más en cada escuela.

Para hacerlo, **dividimos la cantidad de estudiantes entre el total de estudiantes de su escuela**, y luego lo multiplicamos por 100:

$$\text{Porcentaje} = \left( \frac{\text{Cantidad}}{\text{Total de estudiantes}} \right) \times 100$$

### Escuela A (300 estudiantes):

- Perro:  $(100 \div 300) \times 100 = 33.3\%$
- Gato:  $(55 \div 300) \times 100 = 18.3\%$
- Pez:  $(30 \div 300) \times 100 = 10\%$
- Ave:  $(90 \div 300) \times 100 = 30\%$
- Tortuga:  $(15 \div 300) \times 100 = 5\%$

### Escuela B (500 estudiantes):

- Perro:  $(120 \div 500) \times 100 = 24\%$
- Gato:  $(90 \div 500) \times 100 = 18\%$
- Pez:  $(125 \div 500) \times 100 = 25\%$
- Ave:  $(90 \div 500) \times 100 = 18\%$
- Tortuga:  $(75 \div 500) \times 100 = 15\%$



## Ahora analizamos las afirmaciones:

- a) **Falsa** → Escuela A tiene **33.3%** en perros; Escuela B tiene **24%**.

Notemos que la escuela B tenía mayor cantidad de estudiantes que tienen perros como mascota respecto a la escuela A, pero eso no significa que representen un mayor porcentaje del estudiantado en la escuela.



- b) **Falsa** → En Escuela A, la mascota con más porcentaje es **perro (33.3%)**, Sin embargo

- **Mayoría** significa **más del 50%**, es decir, más de 150 estudiantes.
- Solo **100 estudiantes** prefieren al perro (33.3%).

- c) **Verdadera** → Es cierto que en la escuela A hay menos estudiantes que tienen gatos como mascota que en la escuela B.

Pero lo importante no es solo contar cuántos hay, sino también pensar en cuántos estudiantes hay en total en cada escuela. El porcentaje nos dice qué parte del total representa esa cantidad.

Aunque en la escuela B hay más estudiantes con gatos, la escuela A tiene menos estudiantes en total, y eso hace que el porcentaje sea mayor. Así, vemos que el porcentaje en la escuela A es mayor

Escuela A tiene **18.3%** en gatos, y Escuela B tiene **18%**.

- **d) Falsa →** Aunque los estudiantes que prefieren Aves son las misma cantidad den ambas escuelas, no representan el mismo porcentaje, pues el porcentaje depende de la razón de las cantidades con el total de estudiantes en cada escuela. El estudiantado que tiene como mascota un ave es 30% en A, mientras que 18% en B.

**Respuesta:** la afirmación correcta es la C.



8. (★★) Observe la imagen dada, ¿cuál de las imágenes de las opciones, al ser girada queda igual que la imagen dada? (OLCOMEPEP, 2024b)



- a.
- b.
- c.
- d.

## Estrategia 1

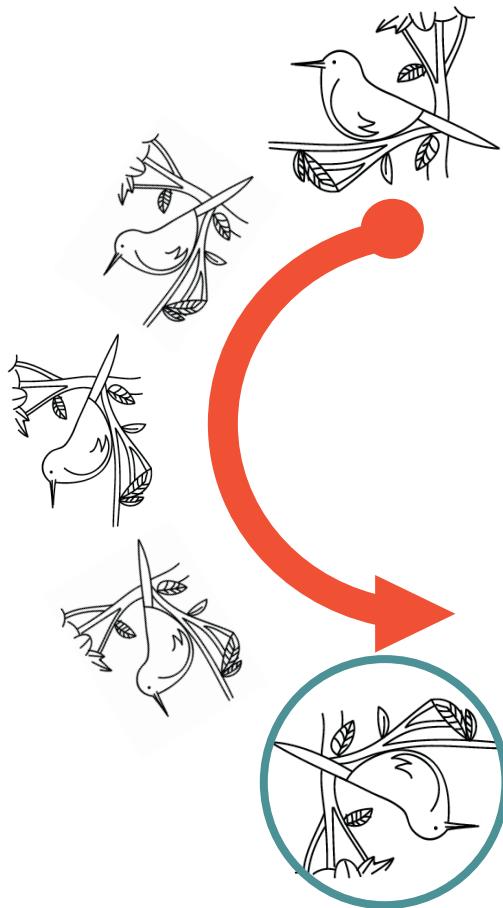
Para saber cuál de las imágenes corresponde a la opción correcta podemos girar la imagen original en la dirección de las agujas del reloj:





## Estrategia 2

Para saber cuál de las imágenes corresponde a la opción correcta podemos girar la imagen original contra la dirección de las agujas del reloj:



Las figuras anteriores son algunas de las formas en que se puede girar la imagen dada. Observándolas detenidamente, la imagen encerrada de azul es la única que coincide con una de las opciones presentadas, por tanto, **la opción correcta es la C.**

**Respuesta:** la opción correcta es la C.

**9. (★★★)** En las ventas de comida de la escuela vendieron porciones de queque. Después de las ventas del lunes sobraron las tres quintas partes del queque. El martes vendieron la cuarta parte de lo que sobró el lunes. Si el miércoles vendieron el queque restante y recogieron 4950 colones ese día. ¿Cuál fue el total de dinero que se recogió por la venta de todo el queque? (OLCOMEPE, 2024a)

**Estrategia 1. Pensamiento retrospectivo. (Pensamiento hacia atrás desde el miércoles)**

**Paso 1: Entender lo que pasó el miércoles**

Sabemos que el miércoles se vendió todo lo que quedaba del queque. Y eso valió ₡ 4950.

Ahora, la pregunta es: ¿qué fracción del queque era esa parte?

**Paso 2: Ir un día hacia atrás (martes)**

- El lunes sobró  $\frac{3}{5}$  del queque.
- El martes se vendió  $\frac{1}{4}$  de lo que sobró el lunes:

$$\frac{1}{4} \text{ de } \frac{3}{5} \text{ equivalente a } = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{20}$$

Entonces, el martes se vendió  $\frac{3}{20}$  del queque.



**Paso 3:** Si el lunes quedó  $\frac{3}{5}$  del queque y el martes se vendió  $\frac{3}{20}$ , ¿qué parte quedó para el miércoles?

Tenemos que **restar fracciones**:

$$\frac{3}{5} - \frac{3}{20}$$

Antes de restar, ponemos las fracciones con el mismo número abajo (denominador común):

$$\frac{3}{20} = \frac{12}{20}$$

Entonces:

$$\frac{12}{20} - \frac{3}{20} = \frac{9}{20}$$

- Eso quiere decir que **el miércoles se vendió  $\frac{9}{20}$  del queque.**

**Paso 4: Descubrir cuánto vale el queque completo**

Si 9 partes (de un total de 20) valen ¢ 4.950, ¿cuánto vale cada parte?

$$4950 \div 9 = 550$$

Cada parte del queque vale ¢ 550.

Ahora multiplicamos por las 20 partes que tiene el queque completo:

$$550 \times 20 = 11\,000$$

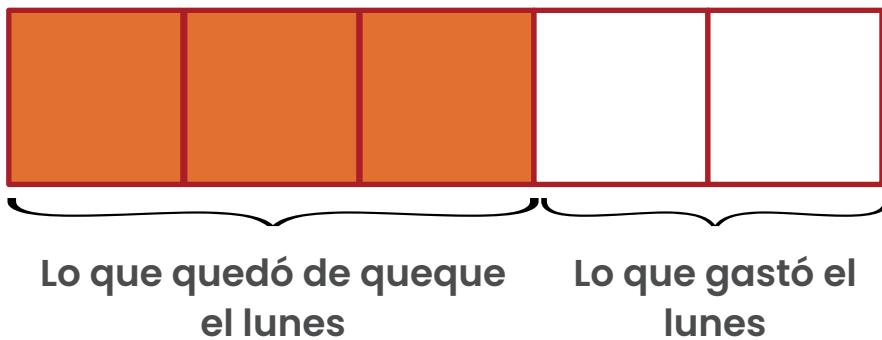
**Respuesta:** el total de dinero que se recogió por la venta de todo el queque es ¢ 11 000

## Estrategia 2. Método gráfico

Vamos a imaginar el queque como un dibujo y lo vamos dividiendo para ver qué parte se vendió cada día.

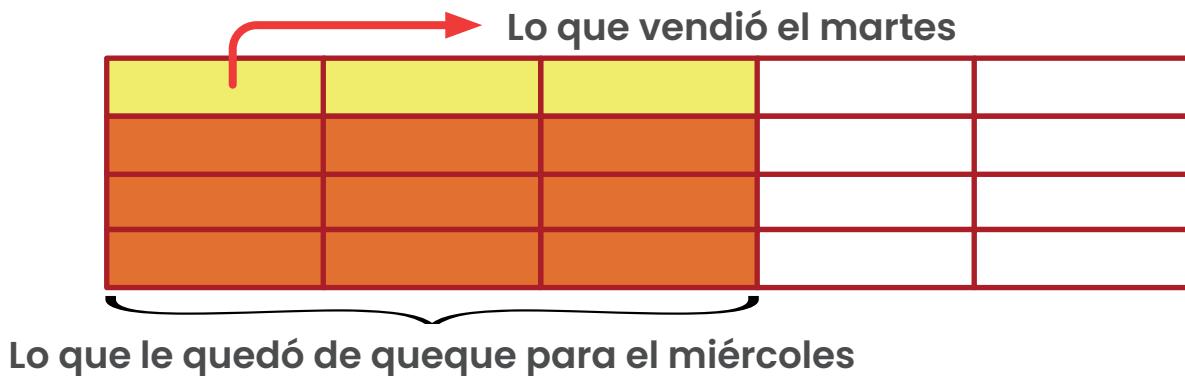
Dibujamos el queque completo como un rectángulo y lo dividimos en 5 partes iguales, porque el lunes quedaron  $\frac{3}{5}$ . Luego, Sombreamos 3

partes para lo que quedó el lunes.



Esas 3 partes las dividimos en 4 partes cada una (porque el martes se vendió  $\frac{1}{4}$  de lo que sobró, en este caso, esa cuarta parte de lo que

sobró lo pintaremos de amarillo.





Ahora sabemos que el miércoles se vendió 9 del queque  
20

Como se ganó ¢ 4950. Podemos obtener el valor de cada parte del gráfico anterior

$$4950 \div 9 = 550$$

Eso significa que cada parte vale ¢ 550

Entonces, el total es:

$$550 \times 20 = ¢ 11.000$$

- 10. (★★)** Un depósito contiene 8,35 hl de aceite. Primero se llenan 125 botellas de 500 cl cada una, y el resto se reparte en partes iguales en 5 envases de vidrio. ¿Cuántos litros de aceite hay en cada envase de vidrio? (OLCOMEPE, 2024a)

### Estrategia 1.

Pasamos todas las medidas a litros:

$$8,35 \text{ hl} = 835 \text{ L} \quad \text{y } 500 \text{ cl} = 5 \text{ L}$$

125 botellas de 500 cl ( $500 \text{ cl} = 5 \text{ L}$ ) se llenaron  $125 \times 5 = 625 \text{ L}$

En el depósito quedarían  $835 \text{ L} - 625 \text{ L} = 210 \text{ L}$

Estos  $210 \text{ L}$  se reparte en partes iguales en 5 envases de vidrio

$$210 \div 5 = 42$$

Por lo tanto, en cada envase de vidrio hay 42 litros de aceite.

### Estrategia 2.

Pasamos todas las medidas a hectolitros para ver cuánto queda

$$125 \times 500 = 625\,000 \text{ cl} = 6,25 \text{ hl}$$

Entonces las 125 botellas que se llenaron de 500 cl equivalen a  $6,25 \text{ hl}$

En el depósito quedarían  $8,35 \text{ hl} - 6,25 \text{ hl} = 2,1 \text{ hl}$

Como preguntan litros, realizamos la conversión  $2,1 \text{ hl} = 210 \text{ L}$

Estos  $210 \text{ L}$  se reparte en partes iguales en 5 envases de vidrio

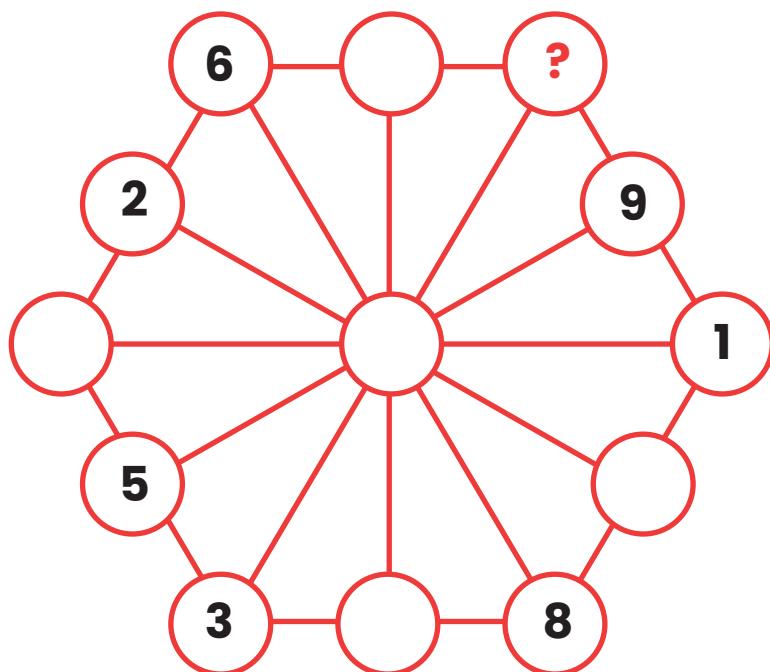
$$210 \div 5 = 42$$

**Respuesta:** en cada envase de vidrio hay 42 litros de aceite.



11. (★★★) Lucía acomoda los números del 1 al 13, uno por círculo, de modo que cada uno de los seis lados, y cada una de las seis líneas que pasan por el centro, sumen igual.

¿Cuál es el número en el círculo marcado con un signo de interrogación?



¿Cuál es el número en el círculo marcado con un signo de interrogación? (OLCOMEPE, 2024a)



## Estrategia 1.

Cuando tienes una figura donde todas las líneas deben sumar lo mismo, eso nos dice algo importante: los números deben estar distribuidos de forma justa y equilibrada. Aquí van algunas ideas importantes para ayudarte a pensar mejor este tipo de problema:

### **1. Los números están conectados por simetría**

Esto quiere decir que números que están en lados opuestos o en posiciones parecidas deben tener valores parecidos o que se complementen.

Si uno de los extremos de una línea tiene un número muy alto, los otros deben ser más bajos para que la suma siga siendo la misma.

### **2. El número del centro es especial**

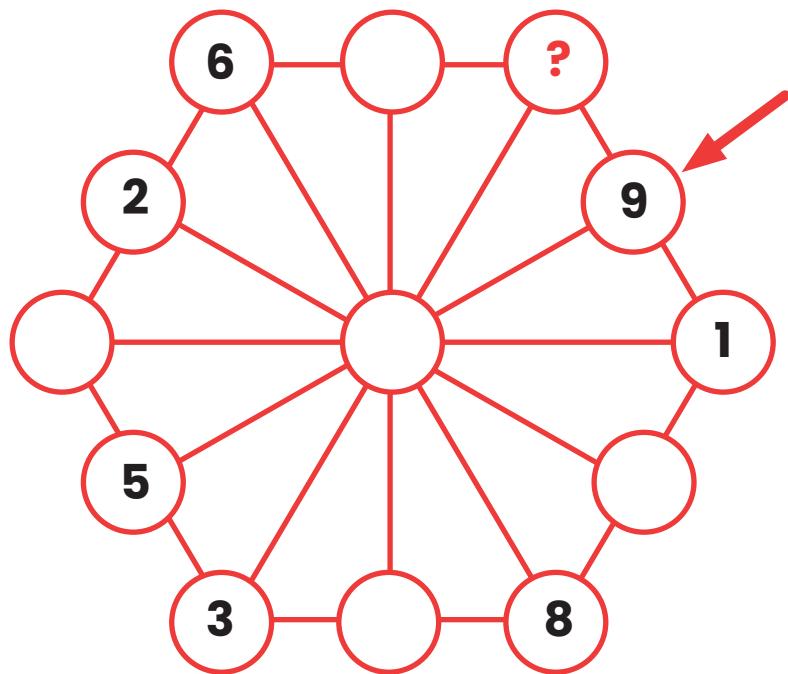
El número en el centro de la figura participa en todas las líneas que pasan por él (igual que el centro de un reloj con 6 manecillas). Todas las líneas suman los dos números de los extremos más el centro, como el centro repite:

**Los extremos de cada línea deben sumar lo mismo**

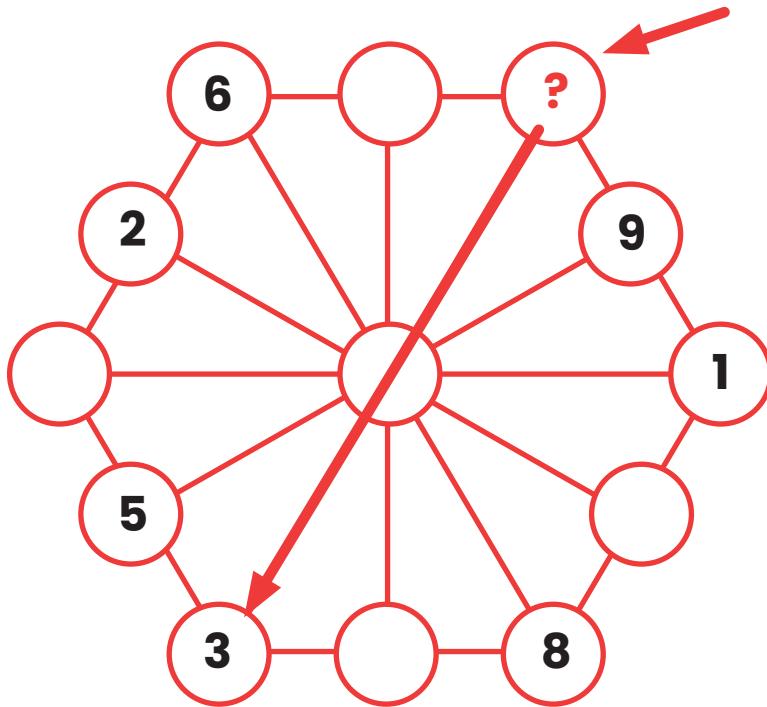


Como tenemos los dos extremos en una de las líneas, ya sabemos cuánto deben sumar los dos extremos de las líneas que pasan por el centro

$$9 + 5 = 14$$



Con esa información, comenzamos a llenar los extremos de las líneas que podemos:



Como el signo de interrogación está alineado con el 3, y ya sabemos que ambos extremos deben sumar 14, Por tanto:

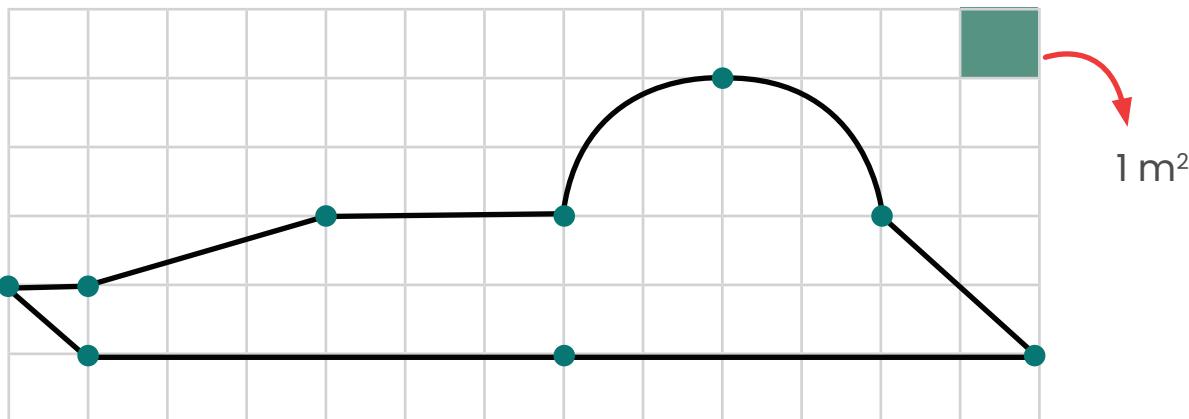
$$3 + ? = 14$$

$$? = 11$$

**Respuesta:** el número que corresponde al signo de pregunta es 11.



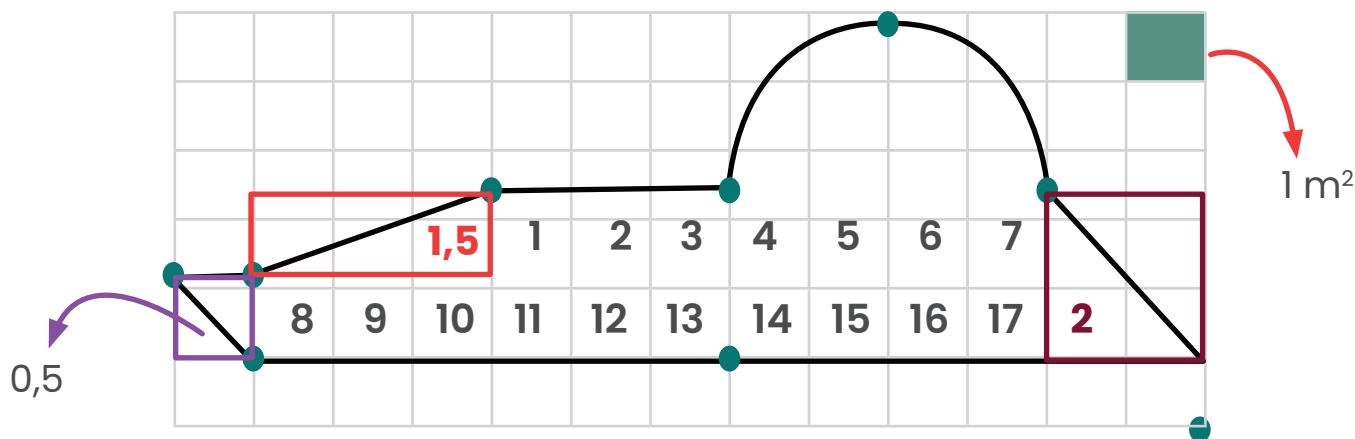
12. (★) Considere la siguiente figura que corresponde al croquis de un apartamento realizado en una cuadrícula:



¿Cuál es el área, en metros cuadrados, que abarcará el apartamento en el terreno? (OLCOMEPE, 2024a)

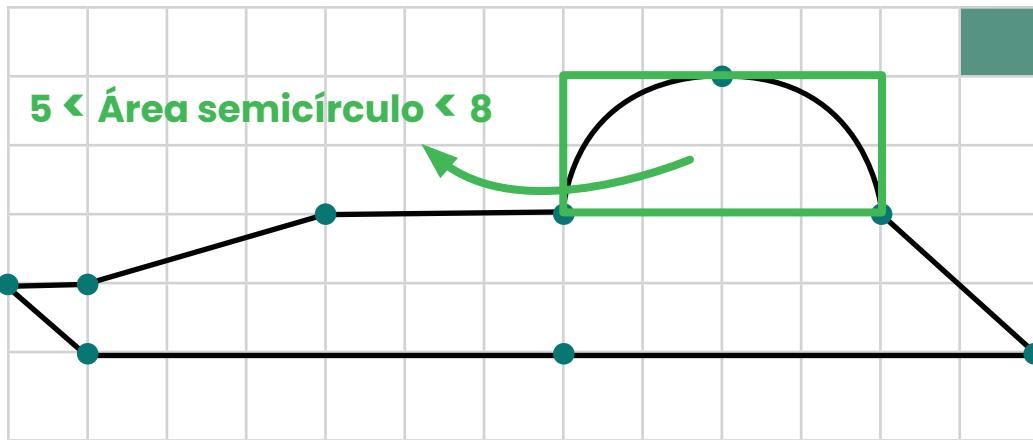
### Estrategia 1

Utilizando la cuadricula nos permite contar cuadrados y medias áreas de cuadrados o rectángulos.



Trabajando con la cuadrícula determina la cantidad de unidades cuadradas  $17 + 2 + 1,5 + 0,5 = 21 \text{ m}^2$

Nos faltaría el área de media circunferencia



Se puede aproximar el área de toda la figura, ya teníamos  $21 \text{ m}^2$  y con la aproximación del área de la semicircunferencia podemos indicar

$$26 < A < 29$$

Por lo que la respuesta sería  $27,28 \text{ m}^2$

- b.** Se puede hacer una mejor aproximación utilizando la formula para el cálculo del área del círculo de radio 2.

$$A_{\text{circulo}} = 3,14 \times 2^2 = 3,14 \times 4 = 12,56$$

$$A_{\text{circunferencia}} = 12,56 \div 2 = 6,28 \text{ m}^2$$

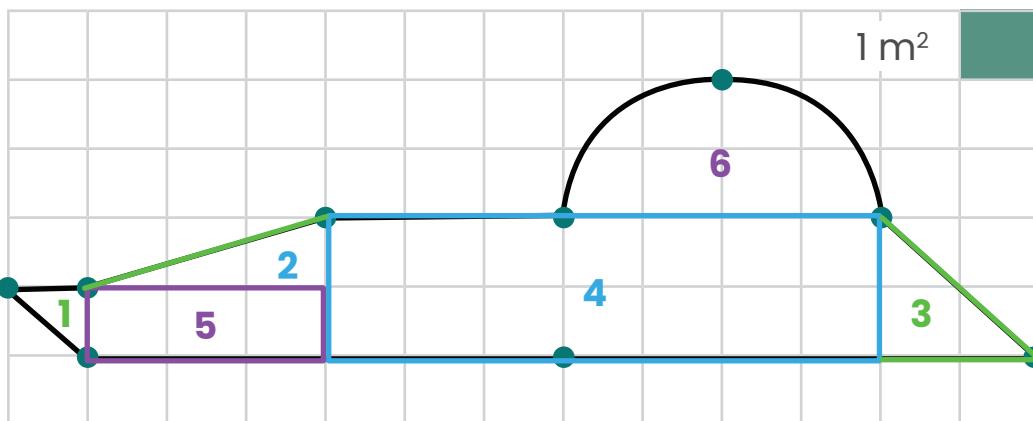
Por lo tanto,

$$A_{\text{figura}} = 21 + 6,28 = 27,28 \text{ m}^2$$



## Estrategia 2

Utilizando las fórmulas de área sabiendo que el lado de cada cuadrado de la cuadricula mide 1 m



Área de los triángulos

$$A_1 = (1 \times 1) \div 2 = 0,5 \text{ m}^2 \quad A_2 = (3 \times 1) \div 2 = 1,5 \text{ m}^2 \quad A_3 = (2 \times 2) \div 2 = 2 \text{ m}^2$$

Área de los rectángulos

$$A_4 = 7 \times 2 = 14 \text{ m}^2 \quad A_5 = 3 \times 1 = 3 \text{ m}^2$$

Área de la semicircunferencia

$$A_{\text{circulo}} = 3,14 \times 2^2 = 3,14 \times 4 = 12,56 \text{ entonces}$$

$$A_{\text{circunferencia}} = 12,56 \div 2 = 6,28 \text{ m}^2 \text{ de donde:}$$

$$A_{\text{figura}} = 0,5 + 1,5 + 2 + 14 + 3 + 6,28$$

$$A_{\text{figura}} = 27,28 \text{ m}^2$$

**Respuesta:** el área de la figura sería de 27,28 m<sup>2</sup>



- 13. (★)** Un trozo de tela importado se vende a €7 por metro. Se realiza un descuento del 10% si se compra más de 2 metros de tela. Un cliente compra 2,5 m. Si un euro equivale a 680 colones; ¿cuál es el costo total, en colones, que paga dicho cliente? (OLCOMEPE, 2024b)

### Estrategia 1. Cálculo directo con porcentajes

Primero multiplicamos el precio por la cantidad de tela para saber cuánto costaría, en euros, sin descuento.

$$2,5 \text{ metros} \times 7 = 17,50$$

Luego sacamos el 10% de descuento (que es una rebaja).

Para encontrar el 10%, multiplicamos por 0,10:

$$17,50 \times 0,10 = 1,75$$

Después restamos esa rebaja del total para obtener el precio en euros con la rebaja

$$17,50 - 1,75 = 15,75$$

Sabemos que **1 euro = €680**, así que, finalmente **convertimos euros a colones** multiplicando por 680.

$$\text{€}15,75 \times 680 = \text{₡}10\,710$$

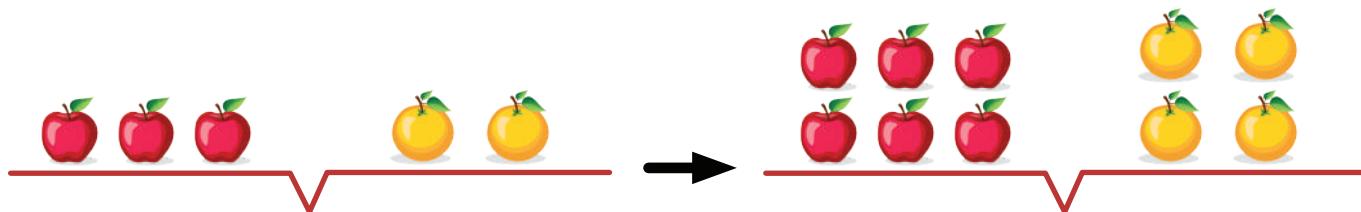
**Respuesta:** el cliente paga, en colones, 10 710.



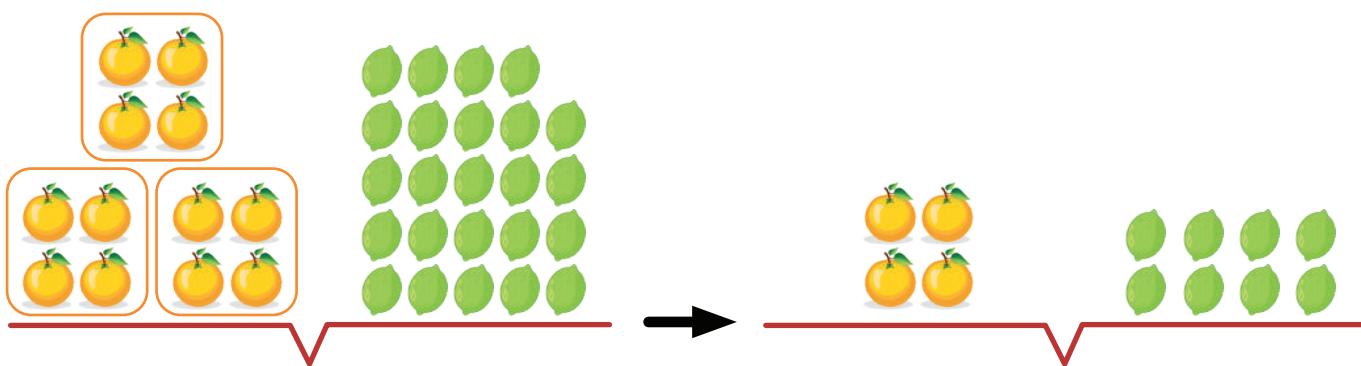
14. (★★★) Tres manzanas pesan lo mismo que dos naranjas. Doce naranjas pesan lo mismo que pesan veinticuatro limones. ¿Cuántas manzanas pesan lo mismo que ocho limones? (OLCOMEP, 2024b)

- a. 4
- b. 6
- c. 8
- d. 12

#### Estrategia 1. Utilizando balanzas

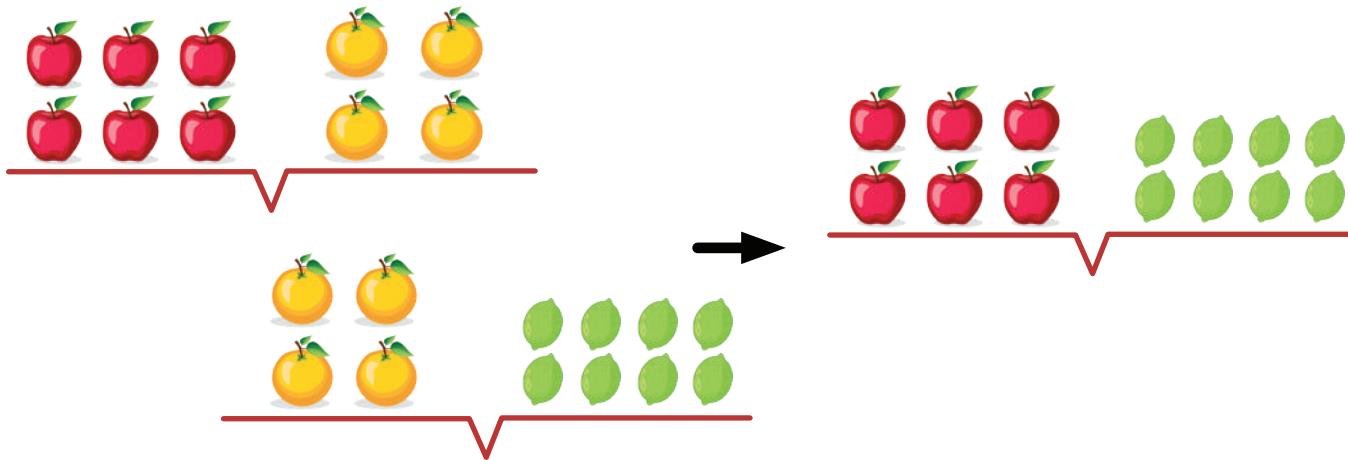


De esta relación se deduce que 6 manzanas pesan lo mismo que 4 naranjas.



De la segunda relación se deduce que 4 naranjas pesa lo mismo que 8 limones.

De lo anterior, puede concluir que 6 manzanas pesan lo mismo que 8 limones.



### Estrategia 2. Utilizando Razones. Partimos de las relaciones dadas

$$\begin{array}{rcl} M & : & N \\ 3 & : & 2 \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} N & : & L \\ 12 & : & 24 \end{array}$$

Primero determinamos una razón equivalente a N:L de tal forma que tenga 8 limones. Para esto dividimos cada término de la razón por 3 obteniendo

$$\begin{array}{rcl} N & : & L \\ 4 & : & 8 \end{array}$$



Segundo buscamos equiparar el número de naranjas por medio de razones equivalentes. En este caso a 4 naranjas. Para esto, multiplicamos por 2 cada término de la razón

$$\begin{array}{r} M : N \\ 6 : 4 \end{array}$$

Listo, tenemos la solución al reto planteado, como

$$\begin{array}{r} M : N \\ 6 : 4 \end{array} \qquad \begin{array}{r} N : L \\ 4 : 8 \end{array}$$

Entonces

$$\begin{array}{r} M : N : L \\ 6 : 4 : 8 \end{array}$$

Por lo tanto

$$\begin{array}{r} M : L \\ 6 : 8 \end{array}$$

**Respuesta:** 6 manzanas pesan lo mismo que 8 limones.



**15.** (★★★) En una actividad comunitaria se reúnen 14 mujeres y 4 hombres. Si las mujeres tienen un promedio de edad de 20 años y los hombres de 36. ¿Cuál es, aproximadamente, la edad promedio del grupo de personas? (OLCOMEPE, 2024b)

### Estrategia 1

Representamos todas las edades y luego vamos buscando el promedio

20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 36 36 36 36

Necesito darle a cada 20 una misma cantidad y la podemos tomar de los primeros tres 36, tomo 10 de cada uno y del último 36 tomo 12. Tendría 42 para repartir entre los 14 veintes, por lo tanto, para cada 20 se le agrega un 3 (viene de  $42 \div 14 = 3$ )

23 23 23 23 23 23 23 23 23 23 23 23 23 23 26 26 26 24

Si los mayores que 23 los dejamos en 23, tendríamos 10 podríamos repartir 0,5 a cada uno y nos quedaría en 1 unidad (2 veces 0,5)

23,5 23,5 23,5 23,5 23,5 23,5 23,5 23,5 23,5 23,5 23,5 23,5 23,5 23,5 23,5 23,5 23,5 23,5

Con este trabajo tenemos una buena estimación del promedio sabemos que es muy cercano a 23,5 por lo cual la respuesta es la opción B) 23,6



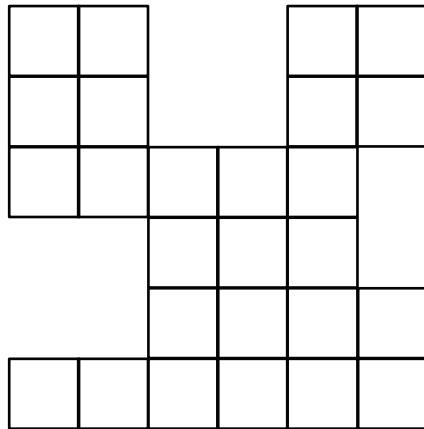
## Estrategia 2

Vamos a calcular la cantidad total de años que tenemos. Como sabemos que hay 14 mujeres y 4 hombres tendríamos 18 personas. Como el promedio de edades de las mujeres es de 20 años, entre todas sumarían  $14 \times 20 = 280$  años.

Como el promedio de edades de los hombres es de 36 años, entre todos sumarían  $4 \times 36 = 144$  años. En total tendríamos  $280 + 144 = 424$  años y como son 18 personas su promedio sería  $424 \div 18 \approx 23,5$  años

**Respuesta:** el promedio de edades es aproximadamente 23,6 años.

**16.** (★★) ¿Cuántos cuadrados hay en la siguiente figura?  
(OLCOMEPEP, 2024b)

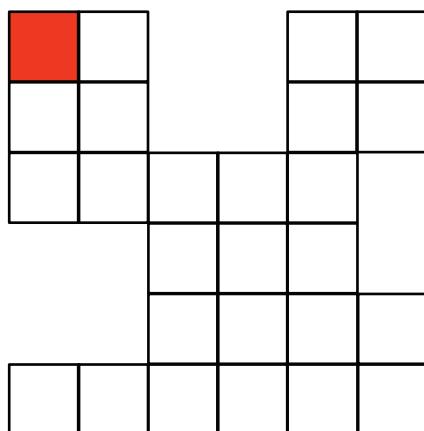


Este tipo de reto trabaja la visualización geométrica apoyándose en el conteo estructurado, veamos una estrategia de solución.

### Estrategia 1. Cálculo directo con porcentajes

#### Paso 1: Contar los cuadrados de 1x1 (los más pequeños)

Estos son los cuadritos más pequeños (como casillas de un cuaderno), como el que está remarcado con rojo.

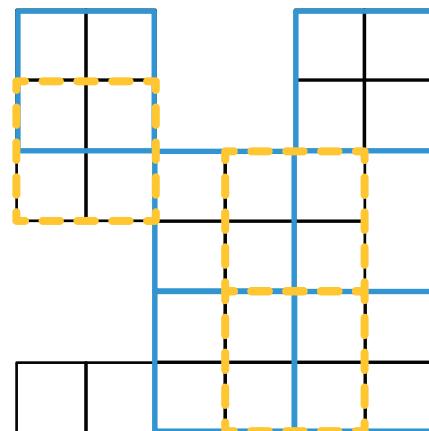


Observando la figura cuidadosamente, vemos que hay **26**.



## Paso 2: Contar los cuadrados de $2 \times 2$

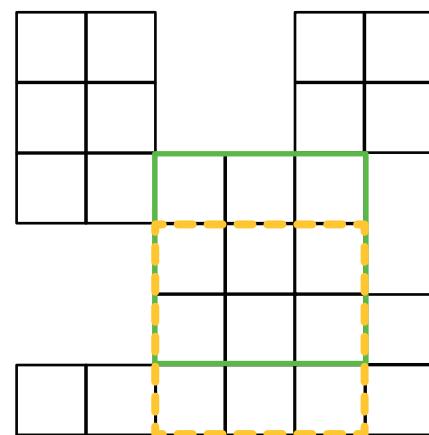
Estos son los como los que tienen borde azul y borde amarillo.



Observando cuidadosamente, vemos que hay **8**.

## Paso 3: Contar los cuadrados de $3 \times 3$

Estos son los como los que tienen borde verde y el borde amarillo.



Al revisar, solo se cuenta con **2**.



**Paso 4:** Luego buscamos si hay diagonales marcadas, si se marcan, forman una figura que parece un rombo con 4 lados iguales, ¡ese también cuenta como cuadrado! Pero en este caso, no se marcan las diagonales, solo tenemos lados de cuadrados.

Finalmente, contamos todos los cuadrados encontrados:

$$26 + 8 + 2 = 36$$

**Respuesta:** hay un total de 36 cuadrados.



17. (★) Camila compró una bolsa de chocolates cuyo precio era las dos quintas partes de los  $\frac{5}{2}$  del precio de la bolsa de galletas, si la bolsa

de galletas costaba 450 colones, ¿cuántos colones pagó Camila por la bolsa de chocolates? (OLCOMEPE, 2024b)

### Estrategia I

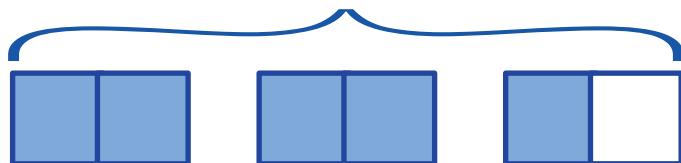
Representamos el precio de la bolsa de galletas con un rectángulo

₡ 450

Precio bolsa de galletas

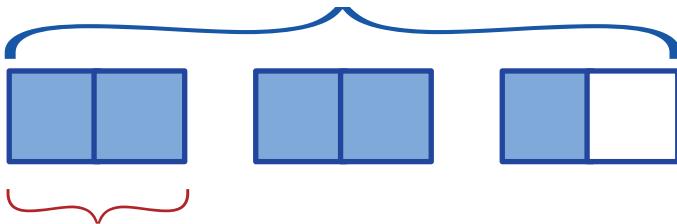
Se representan los  $\frac{5}{2}$  del precio de la bolsa de galletas.

$\frac{5}{2}$  del precio de la bolsa de galletas



En esa representación ubicamos los  $\frac{2}{5}$  partes de los  $\frac{5}{2}$  que sería el precio de la bolsa de chocolates.

$\frac{5}{2}$  del precio de la bolsa de galletas



$\frac{2}{5}$  partes de los  $\frac{5}{2}$  del precio de la bolsa

Note que las dos quintas partes de los cinco medios del precio de la bolsa de galletas corresponde precisamente al precio de la bolsa de galletas, es decir ₡ 450.

Como el precio de la bolsa de galletas es de ₡ 450, el precio de la bolsa de chocolates que es dos quintas partes de los  $\frac{5}{2}$  precio de la bolsa de galletas corresponde también a ₡ 450.

## Estrategia 2.

Se trabaja de forma simbólica y utilizamos las operaciones según el contexto dado.

El precio de la bolsa de chocolates corresponde a las dos quintas partes de los  $\frac{5}{2}$  precio de la bolsa de galletas, lo cual se representa:

$$\frac{2}{5} \times \frac{5}{2} \times 450 = \frac{10}{10} \times 450 = 1 \times 450 = 450$$



Entonces podemos afirmar que como el precio de la bolsa de galletas es de ₡450, el precio de la bolsa de chocolates que es las dos quintas partes de los  $\frac{5}{2}$  precio de la bolsa de galletas corresponde a ₡450.

Otra opción es trabajar con el precio

Los  $\frac{5}{2}$  precio de la bolsa de galletas corresponde a  $\frac{5}{2} \times 450 = 1125$

Las dos quintas partes de los  $\frac{5}{2}$  precio de la bolsa de galletas

corresponde  $\frac{2}{5} \times 1125 = 450$

Entonces como el precio de la bolsa de galletas es de ₡450, el precio de la bolsa de chocolates que es las dos quintas partes de los  $\frac{5}{2}$  precio

de la bolsa de galletas corresponde a ₡450.

**Respuesta:** el precio de la bolsa de chocolates es de 450 colones.



18. (★★) ¿Cuántos doceavos hay en 4,25? (OLCOMEPE, 2024b)

**Estrategia 1. Utilizar las diferentes representaciones de un número para trabajar con fracciones.**

Para responder, debemos pensar ¿Cuántas veces cabe  $\frac{1}{12}$  en 4,25?

**Paso 1:** Convertimos 4,25 a fracción para mayor facilidad de forma que tengamos ambas cantidades en representación fraccionaria:

$$4,25 = \frac{425}{100}$$

**Paso 2:** Debemos conocer cuántas veces cabe  $\frac{1}{12}$  en dicha cantidad, por

lo tanto, dividimos esa fracción entre  $\frac{1}{12}$

$$\frac{425}{100} \div \frac{1}{12} =$$

$$\frac{42 \times 12}{100 \times 1} =$$

$$\frac{5100}{100} = 51$$

**Respuesta:** en 4,25 hay 51 doceavos.



## Estrategia 2. Razonamiento proporcional con fracciones.

Imaginemos que tienes una cuerda que mide 4,25 metros, y la vas a dividir en pedacitos de  $\frac{1}{12}$  de metro.



En 1 unidad hay 12 doceavos. Por tanto, en un metro hay 12 doceavos de metro. Si en 1 metros hay 12 doceavos, en 4 metros hay:

$$4 \times 12 = 48$$

Ya tenemos la cantidad de doceavos que hay en 4 metros de cuerda, ahora nos falta agregar los doceavos que hay en 0,25, pues el total de la longitud de nuestra cuerda es 4,25.

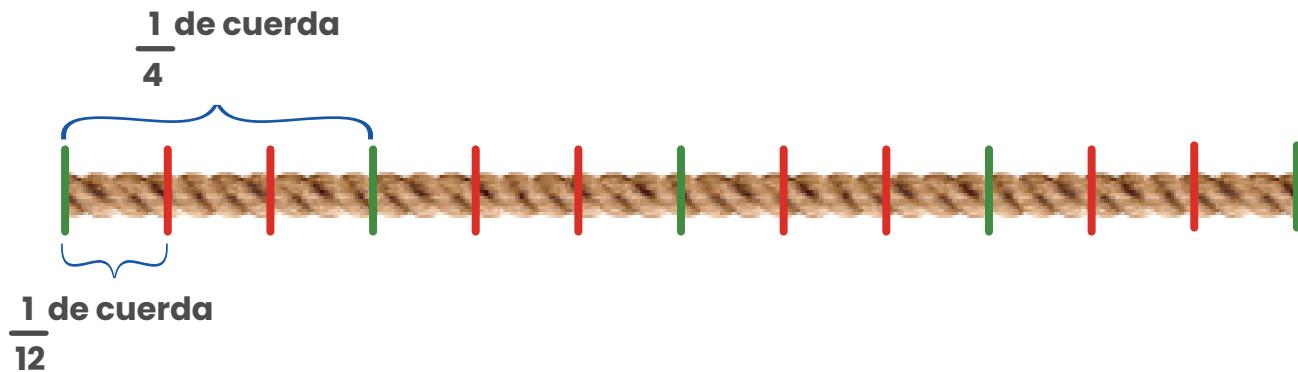
Al representar 0,25 en su representación fraccionaria, tenemos que:

$$0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

Esto quiere decir que 0,25 metros de cuerda corresponden a una cuarta parte de un metro de cuerda.

Consideremos un metro de la cuerda





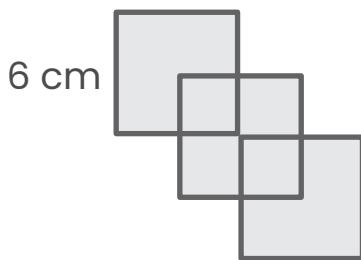
Como puede verse, cada cuarta parte de cuerda equivale a 3 doceavos. Entonces, sumamos los doceavos:

$$48 \text{ (de las 4 unidades)} + 3 \text{ (de } 0,25\text{)} = 51$$

**Respuesta:** en 4,25 hay 51 doceavos.

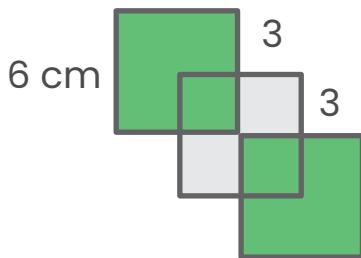


- 19. (★★★)** Tres cuadrados se intersecan de forma que sus lados coinciden exactamente por la mitad, como muestra la figura. ¿Cuál es el área, en  $\text{cm}^2$ , de la superficie sombreada? (OLCOMEPEP, 2024b)



### Estrategia 1

En la figura podemos identificar dos cuadrados de lado 6 y dos cuadrados de lado 3.



El área de cada cuadrado de lado 6 sería:  $A_{cuadradoLado6} = 6 \times 6 = 36 \text{ cm}^2$

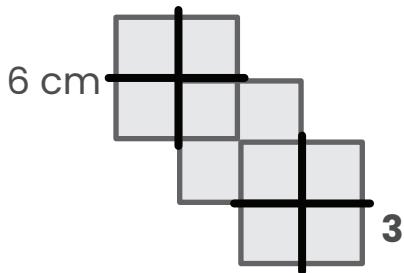
El área de cada cuadrado de lado 3 sería:  $A_{cuadradoLado3} = 3 \times 3 = 9 \text{ cm}^2$

Como hay dos cuadrados de cada tipo entonces el área total corresponde

$$A_{total} = 2 \times 9 + 2 \times 36 = 90 \text{ cm}^2$$

## Estrategia 2

En la figura podemos trazar los segmentos en los puntos medios de los cuadrados en la parte superior y de la parte inferior. Se forman 10 cuadrados de lado 3 cm como se muestra en la figura adjunta.



Por lo tanto,  $A_{sombreada} = 10 \times 9 = 90 \text{ cm}^2$

**Respuesta:** el área sombreada es  $90 \text{ cm}^2$



**20. (★)** Un salón multiusos tiene 16 filas de asientos con una docena asientos cada una. Para un evento:

- Se vendió el 75% de las entradas.
- De las personas que compraron entrada, el 25% no pudo asistir al evento.

¿Cuántos asientos quedaron vacíos? (OLCOMEP, 2024b)

### Estrategia 1.

En tu hoja cuadriculada, dibuja 16 filas de asientos. Cada fila debe tener 12 asientos.

¡Eso es un total de 192 asientos!:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1 \quad 6 \\ \times \quad 1 \quad 2 \\ \hline 3 \quad 2 \\ 1 \quad 6 \\ \hline 1 \quad 9 \quad 2 \end{array}$$

### Determinaremos cuántas entradas se vendieron (75%)

$$\begin{aligned} 100\% &\rightarrow 192 \text{ entradas} \quad 75\% \rightarrow X \text{ entradas} \\ \rightarrow X = \frac{100 \times 192}{75} &= \text{144 entradas vendidas} \end{aligned}$$

De lo anterior, además de tener las entradas vendidas, tenemos las entradas no vendidas, pues al total de entradas, le restamos las entradas vendidas.

$$192 - 144 = 48 \text{ entradas no vendidas}$$

Además, con la información obtenida, podemos ver cuántas personas no asistieron (25% de 144)?

100% → 144 personas 25% → X personas

$$X = \frac{100}{25} \times 144 = \mathbf{36 \text{ personas que no asistieron}}$$

¡Tenemos la información suficiente para saber cuántos asientos quedaron vacíos!

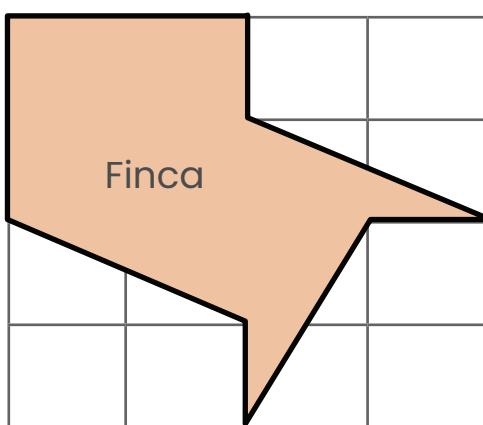
Para saber cuántos quedaron vacíos, debemos tener en cuenta las entradas no vendidas, que serán asientos vacíos, así como las personas que no asistieron aunque compraron entrada:



[ **Respuesta:** en total, quedan 84 asientos vacíos. ]



**21. (★★)** En la figura se muestra el croquis de una finca dibujado en una cuadrícula. Cada cuadrado pequeño dentro de la cuadrícula está hecho a escala y representa un área de  $25\ 000\ m^2$  en la realidad. Todos los vértices de la figura que representa la finca en el croquis coinciden con vértices de los cuadrados que forman parte de la cuadrícula:

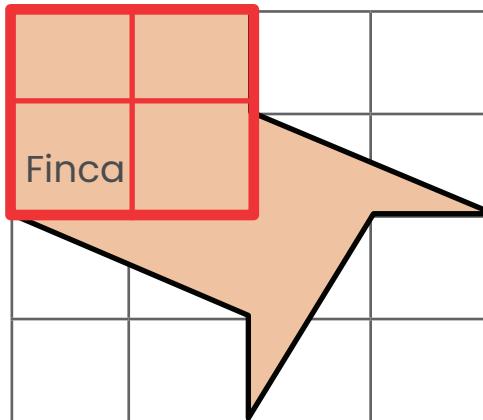


Una hectárea equivale a un hectómetro cuadrado.

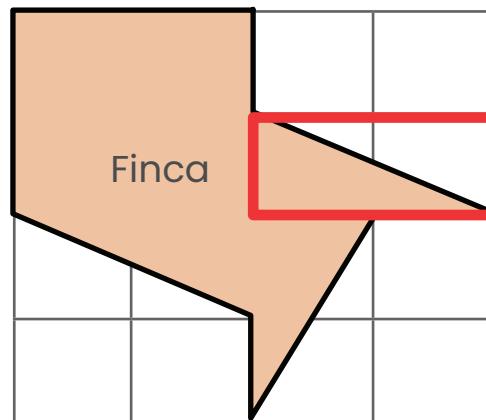


¿Cuántas hectáreas tiene la finca? (OLCOMEPE, 2024c)

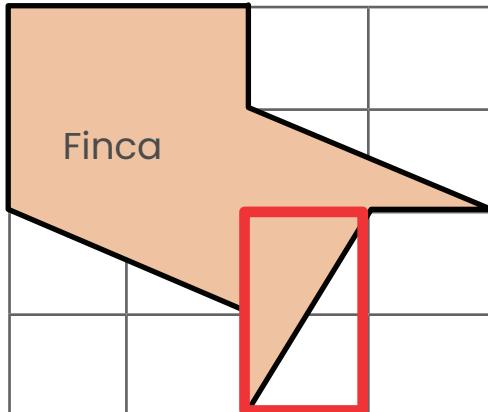
**Estrategia 1. Trabajamos con la parte sombreada.**



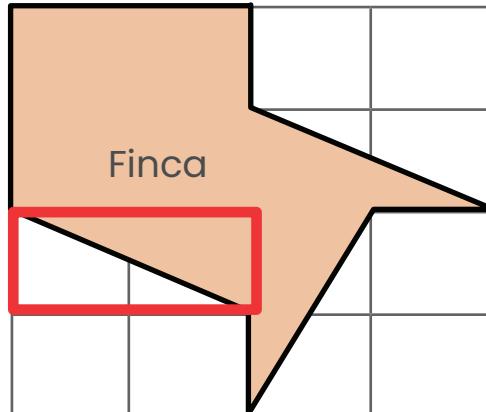
Hay 4 unidades cuadradas



Hay 1 unidad cuadrada



Hay 1 unidad cuadrada



Hay 1 unidad cuadrada

En total la parte sombreada está formada por 7 unidades cuadradas.

Como cada unidad cuadrada representa 25 000 m<sup>2</sup> entonces el área de la finca es de 175 000 m<sup>2</sup>.

Por otra parte, una hectárea equivale a un hectómetro cuadrado:

$$1 \text{ hm}^2 = 1 \text{ hm} \times 1 \text{ hm} = 100 \text{ m} \times 100 \text{ m} = 10\,000 \text{ m}^2 \text{ es decir}$$

$$1 \text{ hm}^2 = 10\,000 \text{ m}^2$$

Para saber cuántas hectáreas tiene la finca realizamos:

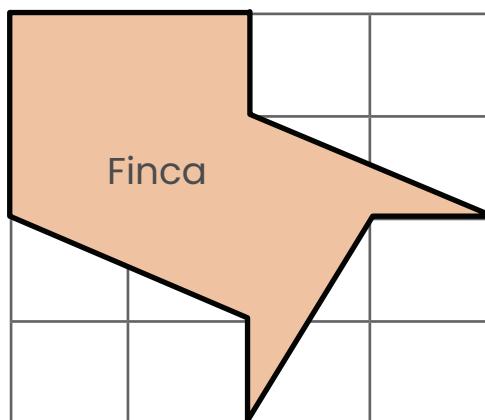
$$175\,000 \div 10\,000 = 1,75 \text{ ha}$$

Por lo tanto, la finca tiene 1,75 hectáreas.

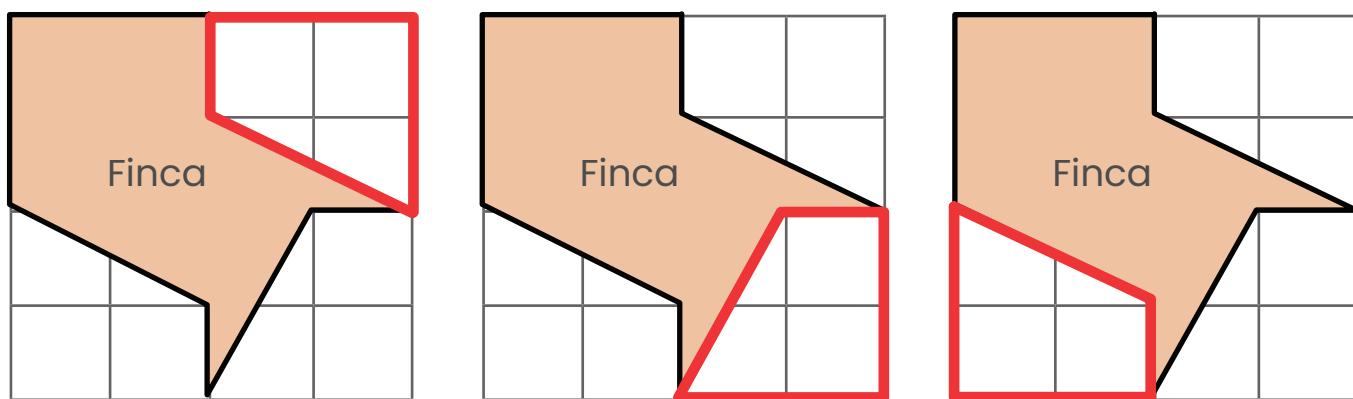


## Estrategia 2. Trabajamos con el complemento de la finca en la cuadricula dada.

Partimos de la cuadrícula formada por 16 unidades cuadradas.



Las tres figuras que se forman en el complemento de la figura con respecto a la cuadrícula, son identicas y cada una tiene un área de 3 unidades cuadradas, como se puede observar en la siguiente imagen:



Entonces, la parte sombreada, corresponde a la diferencia de las 16 unidades cuadradas con el total de las áreas de estas tres figuras

$$16 - 9 = 7 \text{ unidades cuadradas}$$

Como cada unidad cuadrada representa  $25\ 000\ m^2$  y son 7 unidades cuadradas entonces el área de la finca es de  $175\ 000\ m^2$ .

Por regla de tres podemos determinar cuántas hectáreas mide la finca

Hectárea	Metros cuadrados
1	10 000
x	175 000

De donde:

$$175\ 000 \times 1 \div 10\ 000 = 175\ 000 \div 10\ 000 = 1,75\ ha$$

**Respuesta:** la finca tiene 1,75 hectáreas.



**22. (★★★)** Considere un número N, tal que:

$$N = 2^3 \times 5^2 \times 7$$

De acuerdo con la información anterior, responda:

- a. ¿Cuántos divisores impares tiene N?
- b. ¿Cuál es el menor número natural que, al multiplicarlo por N, se obtiene un cubo perfecto? (OLCOMEP, 2024c)

### Estrategia 1

**Pregunta a. ¿Cuántos divisores impares tiene N?**

Mira los factores primos de N:

$$N = 2^3 \times 5^2 \times 7$$

El número tiene un factor 2 (que es par), y los factores 5 y 7 (que son impares).

¿Qué divisores son impares?

Solo los que no tienen el 2 como factor. Así que eliminamos el  $2^3$  porque no sería impar.

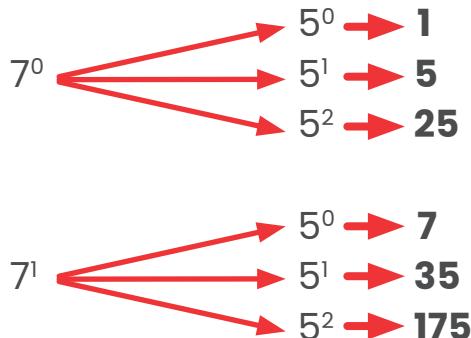
Ahora, solo usamos:  $5^2 \times 7^1$

¿Cuántas combinaciones podemos hacer con esos factores?

- Con  $5^2$ : podemos usar  $5^0$ ,  $5^1$  o  $5^2 \rightarrow 3$  opciones
- Con 7: podemos usar  $7^0$  o  $7^1 \rightarrow 2$  opciones

Entonces:  $3 \times 2 = 6$  divisores impares

Si se desea saber específicamente cuáles son los factores, podemos hacer un diagrama de árbol con las combinaciones:



**Respuesta:** tiene 6 divisores impares.

Pregunta b. ¿Cuál es el menor número natural que, al multiplicarlo por N, se obtiene un cubo perfecto?

**¿Recuerdas qué es un cubo perfecto?**

Es un número que se puede escribir como multiplicación de un mismo número natural tres veces. Como  $2 \times 2 \times 2$ , por lo que 8 es un cubo perfecto o  $3 \times 3 \times 3$ , entonces 27 es cubo perfecto.





Vamos a convertir a N en un cubo perfecto.

**Paso a paso:**

**Tenemos que  $N = 2^3 \times 5^2 \times 7$**

Queremos que todos los exponentes de los factores primos sean **múltiplos de 3**, sin embargo como debe ser el menor número entonces el exponente debe ser 3 y no un múltiplo de mayor valor.

Además, recordemos que

$$a^3 \times b^3 \times c^3 = (a \times b \times c)^3$$

Revisemos cada factor:

- $2^3$  : su exponente ya es 3 → ✓
- $5^2$  : al exponente le falta 1 → debemos multiplicar por  $5^1$ , así

$$5^2 \times 5^1 = 5^3$$

Entonces, de acá, multiplicamos por  $5^1$

- $7^1$  : al exponente le faltan 2 → debemos multiplicar por  $7^2$

$$7^1 \times 7^2 = 7^3$$

**Y acá, multiplicamos por 7<sup>2</sup>**

Ahora veamos los factores que agregamos a N, para que este se convierta en un cubo

$$N = 2^3 \times 5^2 \times 7^3$$

Un cubo perfecto en que se puede convertir sería

$$= 2^3 \times 5^2 \times 5^1 \times 7 \times 7^2$$

$$= 2^3 \times 5^3 \times 7^3$$

Para que se convirtiera en cubo perfecto, debemos agregar sólo los números en rojo  $5^1 \times 7^2$

$$5^1 \times 7^2 = 245$$

**Respuesta b:** el menor número natural que debe multiplicarse por N para que sea un cubo perfecto es 245.



**23. (★★★)** Se realizó una encuesta a 30 estudiantes sobre la cantidad horas que dedicaron a la lectura en una semana. Los resultados se muestran en la siguiente tabla:

Cantidad de horas dedicadas a la lectura	Número de estudiantes
3	12
4	8
5	8
6	2

Después, se decide preguntar a ocho estudiantes más. Al incluir los datos de esos estudiantes adicionales, se sabe que:

- Tres de los estudiantes adicionales dedicaron a la lectura 6 horas y uno dedicó 4 horas.
  - Los otros cuatro estudiantes adicionales dedicaron la misma cantidad de tiempo para la lectura.
  - El promedio de horas de lectura por estudiante aumentó en una hora.
- a.** ¿Cuántos horas suman, en total, el tiempo dedicado a la lectura por todas las personas estudiantes encuestadas?
- b.** ¿Qué cantidad de horas dedicaron los 4 estudiantes adicionales que leyeron la misma cantidad de tiempo? Justifique su respuesta. (OLCOMEPEP, 2024c)

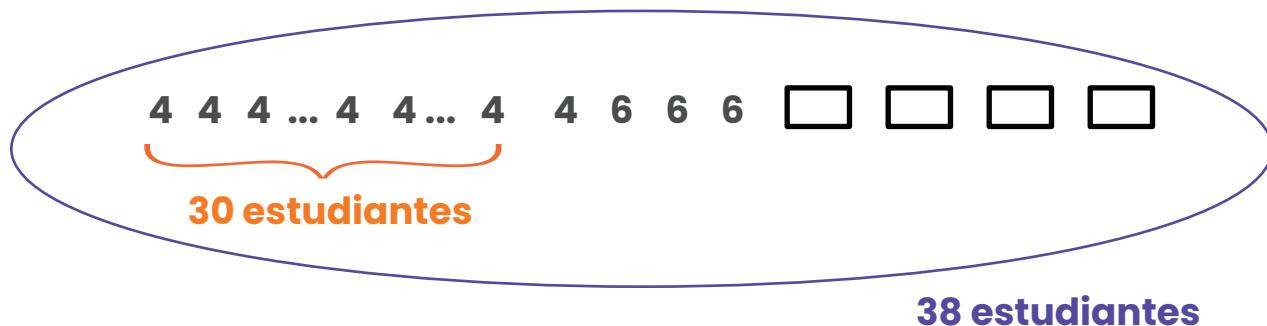
**Estrategia 1.** Podemos iniciar obteniendo el promedio de horas dedicadas para la situación planteada para los 30 estudiantes.

Cantidad de horas dedicadas a la lectura	Número de estudiantes	Cantidad acumulada de horas dedicadas a la lectura
3	12	36
4	8	32
5	8	40
6	2	12
<b>Total de horas</b>		<b>120</b>

Como son 30 estudiantes entonces el promedio de horas dedicadas a la lectura corresponde a  $120 \div 30 = 4\text{ h}$

Ahora se incorporan 8 estudiantes con lo que el promedio se incrementa una hora, es decir el promedio de horas dedicadas a la lectura, de los 38 estudiantes, corresponde a 5 h.

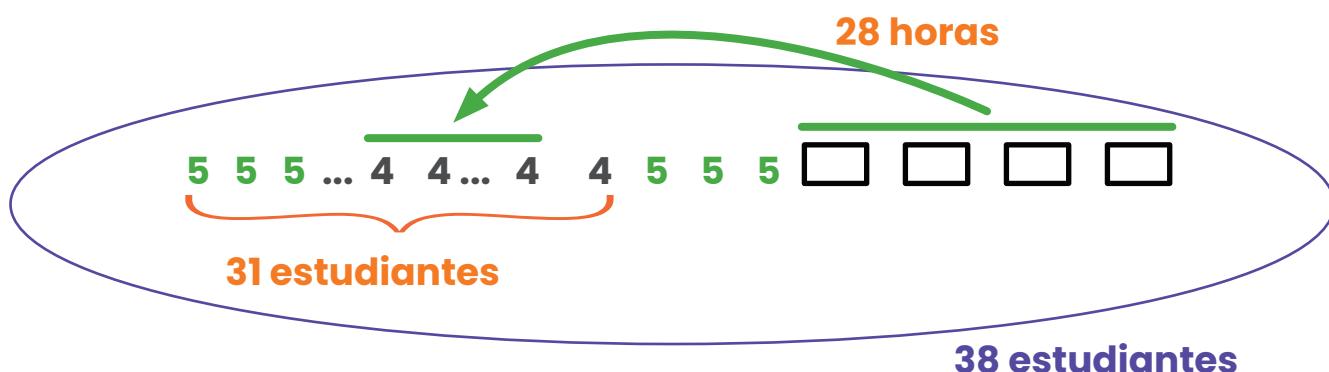
Como el promedio de los primeros treinta es 4 y se incorporaron: uno que dedicaba 4 horas , tres que dedicaban 6 horas y cuatro más que no se indica cuánto dedicaban, como se representa a continuación:



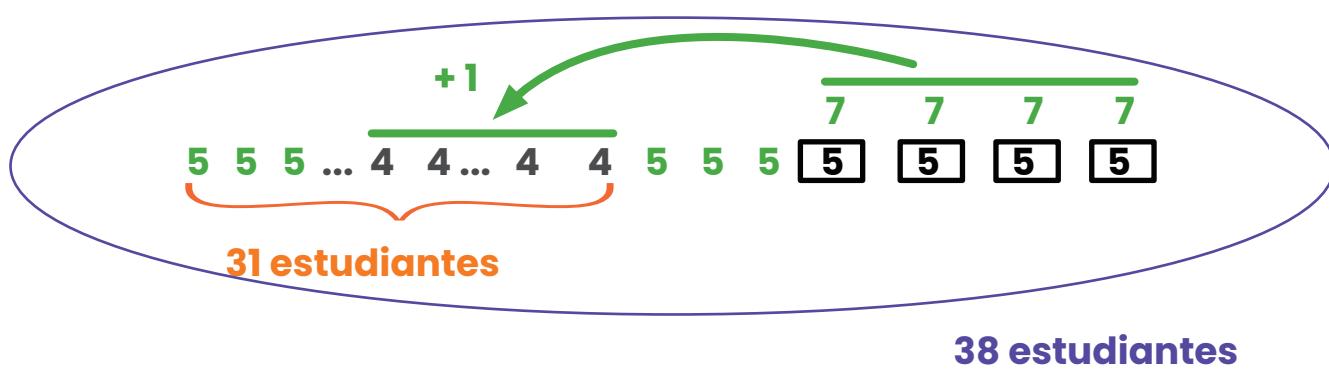


Se nota que hay treinta y un estudiantes que dedican 4 a ellos habría que agregarles 1 hora para alcanzar el nuevo promedio de 5. Está hora la deben tomar de las horas dedicadas a la lectura por los restantes 7 estudiantes.

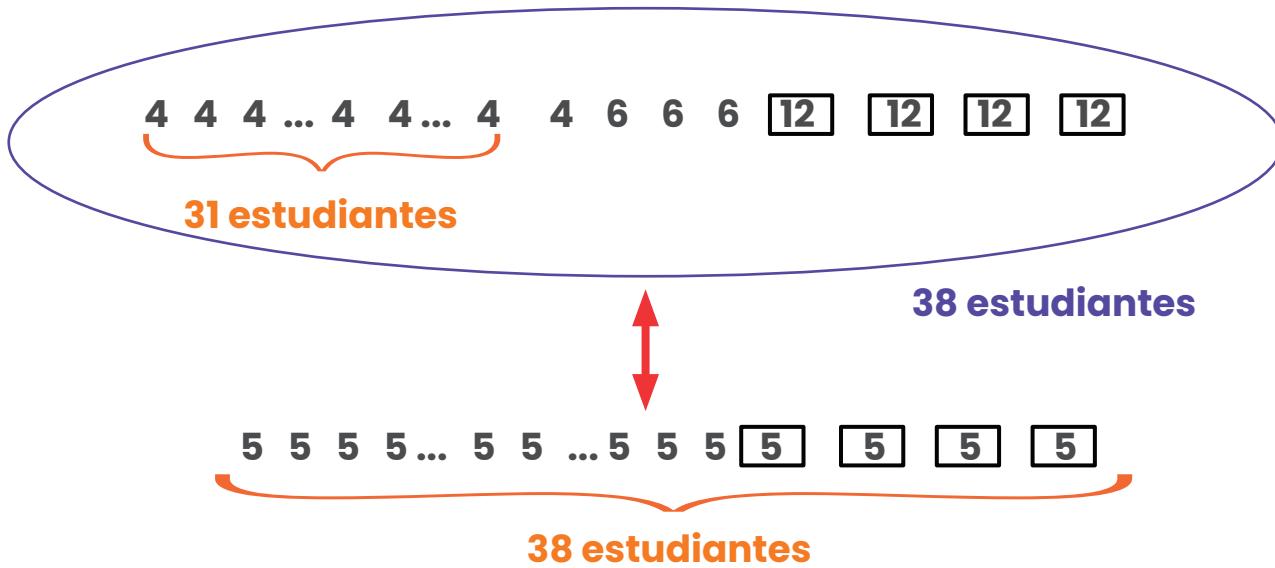
De los tres estudiantes con 6 horas se toma una hora de cada uno, nos faltarían aún 28 horas que habría que tomarlas de las horas dedicadas por los otros 4 estudiantes como se muestra en la siguiente figura.



Para poder tomar las 28 horas de los cuatro estudiantes y cada uno tendrían que aportar 7 horas y además tener 5 horas más para que el promedio siga siendo 5, de donde es claro que cada uno de ellos dedicaron 12 horas a la lectura.



Con esta distribución se puede verificar que el promedio, de horas dedicadas a la lectura de los 38 estudiantes es de 5 horas, como se muestra en la siguiente figura.



Por lo tanto, en total se acumularon 190 horas de lectura y los 4 estudiantes adicionales que leyeron la misma cantidad de tiempo dedicaron 12 horas a la lectura.



## Estrategia 2

Podemos iniciar obteniendo el promedio de horas dedicadas para la situación planteada para los 30 estudiantes.

Cantidad de horas dedicadas a la lectura	Número de estudiantes	Cantidad acumulada de horas dedicadas a la lectura
3	12	36
4	8	32
5	8	40
6	2	12
<b>Total de horas</b>		<b>120</b>

El promedio de horas dedicadas a la lectura corresponde a

$$120 \div 30 = 4 \text{ h}$$

Ahora se incorporan 8 estudiantes y el promedio cambia una hora ahora es 5 h. Actualizamos la tabla con los 38 estudiantes: 1 dedico 4 h, 3 dedicaron 6 h y 4 solo se indican que dedicaron el mismo tiempo lo representaremos con



Cantidad de horas dedicadas a la lectura	Número de estudiantes	Cantidad acumulada de horas dedicadas a la lectura
3	12	36
4	9	36
5	8	40
6	5	30
☆	4	$4 \times \star$
38 encuestados Promedio 5	Total de horas $5 \times 38 = 190$	190

**Respuesta a:** como el promedio, de horas dedicadas a la lectura, de los 38 estudiantes es 5 horas entonces se acumularon 190 horas.

Lo representamos en una balanza para visualizar mejor como resolverlo

☆ Representa la cantidad de horas dedicadas a la lectura de los últimos 4 estudiantes.



Descomponemos 190 como

$$190 = 142 + 48$$





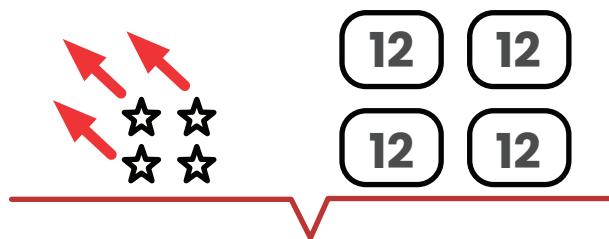
Retiramos 142 de cada lado de la balanza



Nos queda



Como 4 estrellas son igual a 48, se puede realizar un reparto o división,  
 $48 \div 4$



De donde,  $48 \div 4 = 12$



**Respuesta b:** los 4 estudiantes adicionales que leyeron la misma cantidad de tiempo dedicaron 12 horas a la lectura.



## Referencias

Ministerio de Educación Pública. (2012). Programas de estudio de Matemáticas: I y II Ciclo de la Educación Primaria, III Ciclo de la Educación General Básica y Educación Diversificada. San José, Costa Rica

<https://www.mep.go.cr/sites/default/files/media/matematica.pdf>

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria. (2024a). *Prueba de la I Eliminatoria Cuarto año, OLCOMEPE 2024.* Ministerio de Educación Pública de Costa Rica.

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria. (2024b). *Prueba de la II Eliminatoria Cuarto año, OLCOMEPE 2024.* Ministerio de Educación Pública de Costa Rica.

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria. (2024c). *Prueba Final Sexto año, OLCOMEPE 2024.* Ministerio de Educación Pública de Costa Rica.

Polya, G. (2004). Cómo resolverlo: Un nuevo aspecto del método matemático. Princeton University Press.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2016). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (9th ed.). Pearson Education.

