Ministerio de Educación Pública
Dirección de Desarrollo Curricular
Departamento de Primero y Segundo Ciclos
Asesoría Nacional de Matemática

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria - OLCOMEP

2º CUADERNILLO DE APOYO PARA EL DOCENTE

SEGUNDO AÑO | 2023

PRESENTACIÓN

Es fundamental que nuestro sistema educativo fomente en la sociedad costarricense, todas las actividades posibles orientadas a estimular el desarrollo matemático, científico y tecnológico, a efecto de formar personas críticas y analíticas, habilidades necesarias para hacer frente a los retos y demandas contemporáneas.

La enseñanza de la Matemática ocupa un papel clave en el currículo escolar y persigue el desarrollo de un proceso intelectual en las personas estudiantes. La Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria **OLCOMEP**, tiene como finalidad estimular y desarrollar entre los niños y niñas sus capacidades de resolución de problemas matemáticos, por medio de una competencia de conocimiento sana entre las personas estudiantes de los seis años escolares de la Educación General Básica diurna de todas las direcciones regionales educativas del país.

El presente cuadernillo pretende ser un insumo de apoyo para el docente y practica para el estudiante. Este busca orientar a los y las participantes de la **OLCOMEP**, por medio de la presentación de problemas recopilados de las pruebas aplicadas en ediciones anteriores de la misma olimpiada. Su contenido pretende dar pautas sobre los tipos de problemas a los que se van a enfrentar los y las estudiantes en las diferentes etapas que comprende la **OLCOMEP**, así como sus estrategias de resolución.

Los problemas aquí seleccionados se fundamentan en situaciones matemáticas donde se requiera manifestar las habilidades que caractericen el talento matemático para lograr su resolución, basados en los niveles de complejidad de los problemas descritos en el Programa de Estudio en Matemáticas (MEP, 2012) y por medio de los diferentes contextos que se consideran para la olimpiada.

Comisión Central de OLCOMEP

1. La maestra Flor les entrega a sus estudiantes las tres tarjetas de la imagen, cada una con un dígito diferente, para que formen números distintos.

¿Cuál es el resultado de la resta entre el mayor y el menor número de tres dígitos que pueden formar con las tarjetas?

9	3	7

Solución

Podemos colocar los números anteriores en la recta numérica para determinar su posición

Según lo anterior, el número menor sería el 3, seguido del 7 y por último el 9, por tal razón podríamos formar los siguientes números:

Número menor

3	7	9

Número mayor

9	7	3

Al número mayor le restaremos el número menor

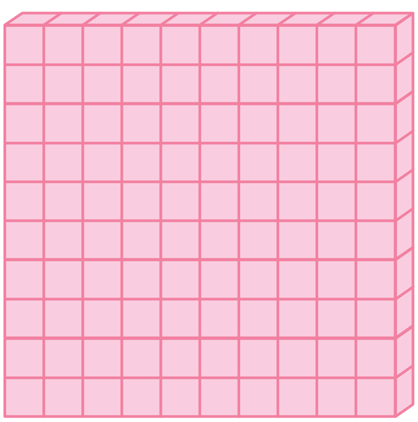
9	7	3		3	7	9

Ahora determinaremos el resultado de la resta entre el mayor y el menor

Podemos hacer uso de los bloques multibase para realizar la resta correspondiente

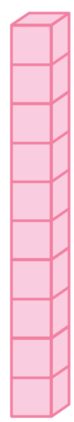
Recordemos un poco sobre los bloques multibase

(Placas)



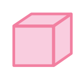
= 100 unidades

(barras)



= 10 unidades

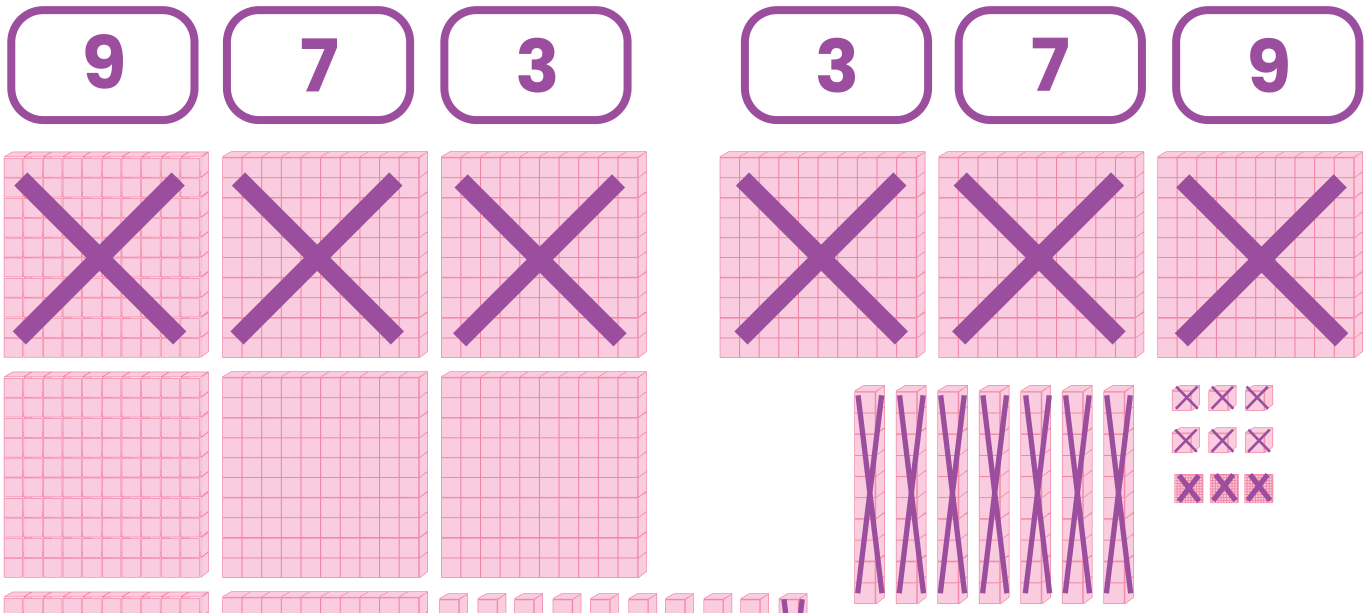
(cubos)

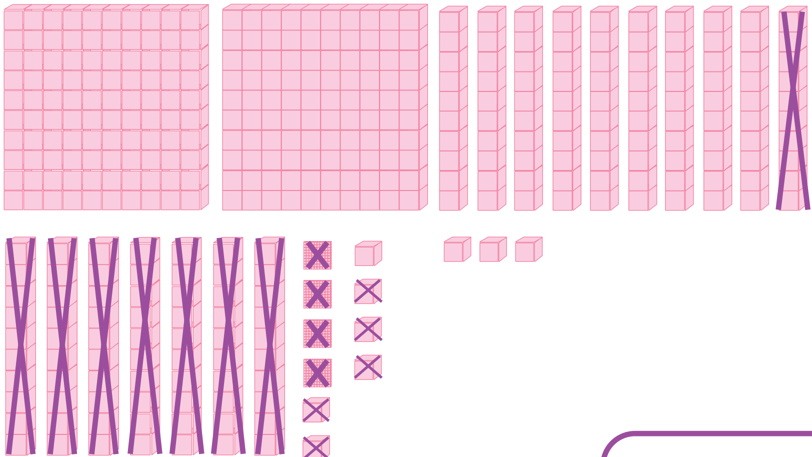


= 1 unidad

Ahora podemos hacer uso de estos bloques para representar cada número y determinar la diferencia entre el mayor y el menor.

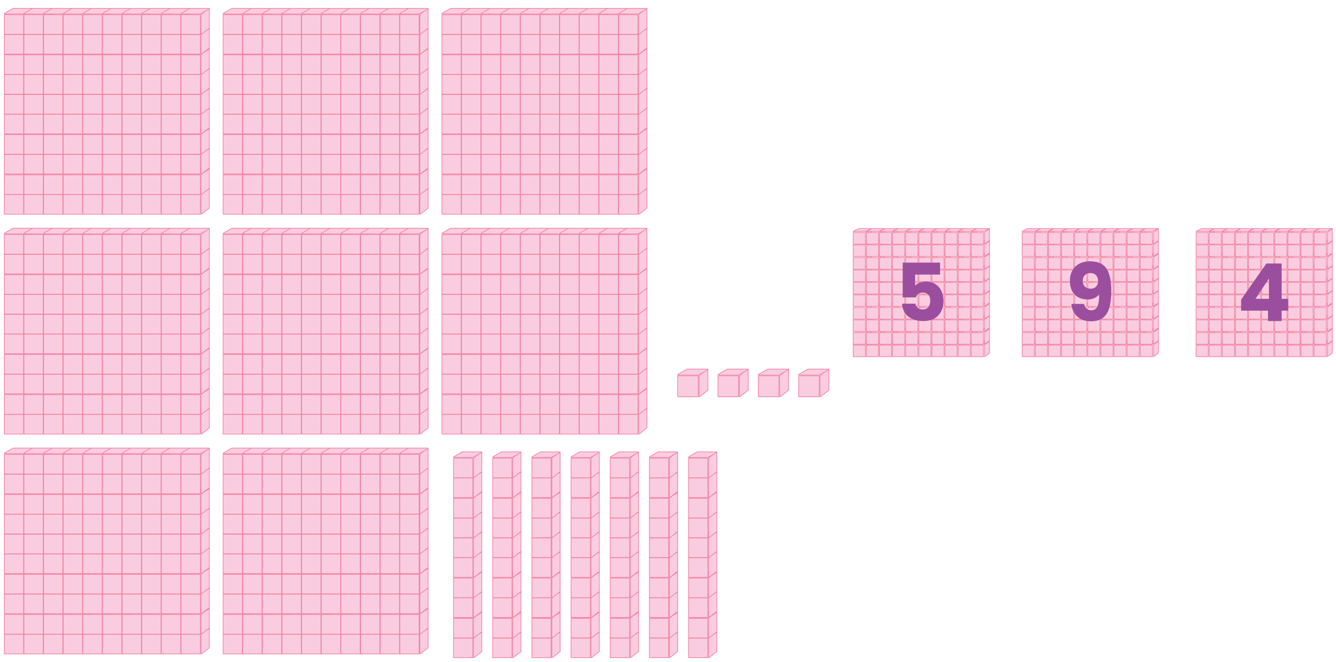
Vamos a necesitar la ley de cambio y descomponer una placa (100 unidades) y una barra (10 unidades) del número 973, para realizar apropiadamente la cancelación de unidades, barras y placas, según corresponda.





Apliquemos la cancelación de unidades, barras y placas, según corresponda.

De acuerdo con lo anterior, al aplicar la cancelación de las unidades, decenas y centenas del número 379 al 973, nos queda como resultado:



Otra manera para resolver la situación planteada sería por el algoritmo clásico de la resta:

$$\begin{array}{rccc}
 & & 6 & 1 \\
 & \boxed{9} & \cancel{\boxed{7}} & \boxed{3} \\
- & \boxed{3} & \boxed{7} & \boxed{9} \\ \hline
 & & & 4
\end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} & 8 & 16 & 1 \\ & \cancel{9} & \cancel{7} & 3 \\ - & 3 & 7 & 9 \\ \hline & & 9 & 4 \end{array}$$

Recuerde que

Al restarle 9 unidades a 3, debemos **"pedir prestado"** lo que implica una descomposición de las decenas y centenas del número 973

$$\begin{array}{cccc} & 8 & 16 & 1 \\ & \cancel{9} & 7 & 3 \\ - & 3 & 7 & 9 \\ \hline & 5 & 9 & 4 \end{array}$$

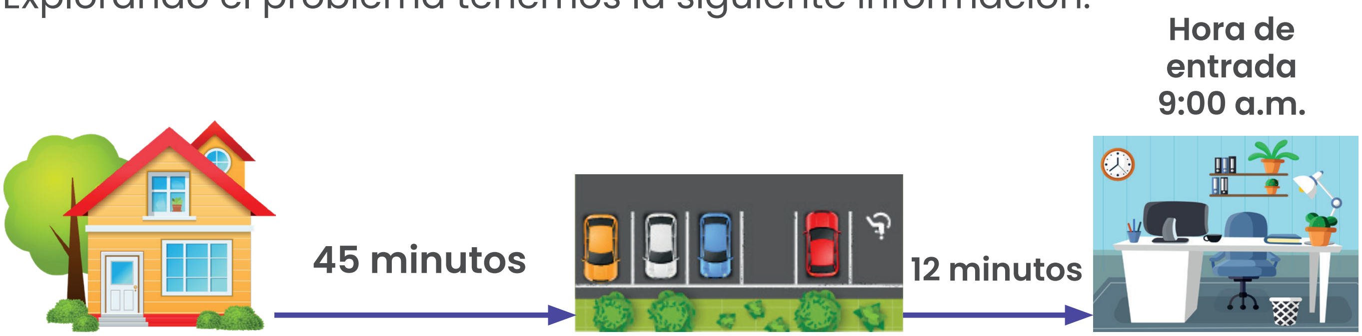
Al restarle a 973 el número 379, el resultado sería 594 unidades

2. Don Arturo entra al trabajo a las 9:00 a.m., si de su casa al parqueo de su trabajo tarda 45 minutos y del parqueo a su oficina 12 minutos.

¿A qué hora como máximo debe salir de su casa, si es necesario que llegue a la oficina faltando 5 minutos para la hora de entrada?

Solución

Explorando el problema tenemos la siguiente información:



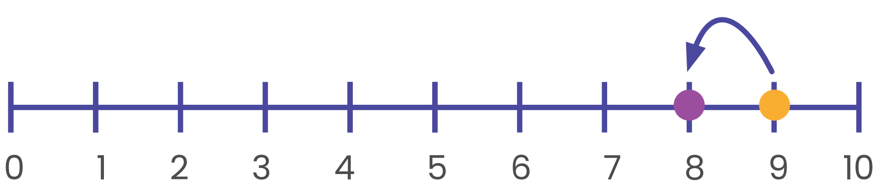
Tiempo de su casa al trabajo:

45 + 12 = 57 minutos

Además sabemos que debe llegar 5 minutos antes de las 9:00 a.m., por lo que en total debemos considerar:

57 + 5 = 62 minutos

Si debe entrar a las 9:00 a.m. podemos visualizar en la siguiente regla de tiempo, el momento en que debe salir de su casa:



La información anterior corresponde a 1 hora (60 minutos) y 2 minutos adicionales

Al quitarle una hora debe salir a las 8 a.m., sin embargo, nos hace falta considerar 2 minutos más, por lo que a los 60 minutos (de las 7a.m. a las 8 a.m.) le restamos esos 2 minutos, 60 – 2 = 58, quedando 58 minutos.

Según lo anterior, debe salir de su casa a las 7:58 minutos

Gráficamente tendríamos:

Salida de casa

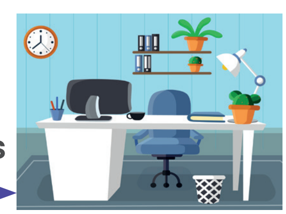
7:58 a.m.

Hora de entrada

8:55 a.m.

45 minutos

12 minutos

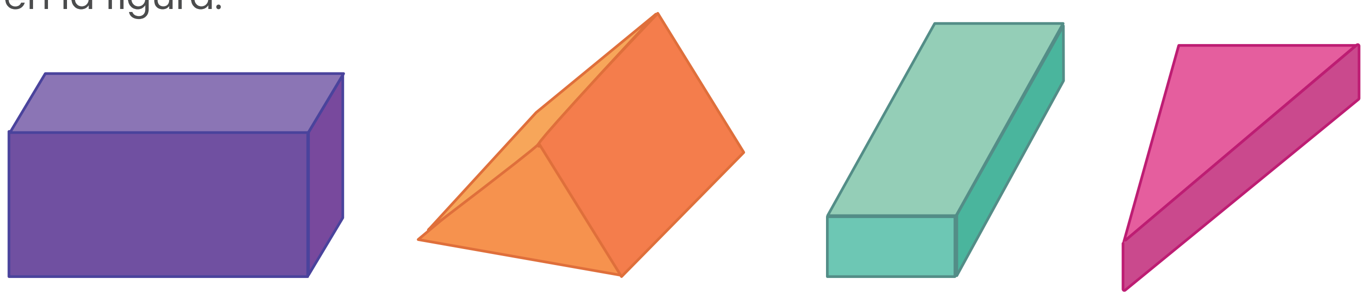


Tiempo transcurrido de la casa al parqueo del trabajo

Tiempo transcurrido del parqueo del trabajo a la oficina

Don Arturo debe salir de su casa a las 7:58 a.m. para llegar a la hora establecida en su trabajo

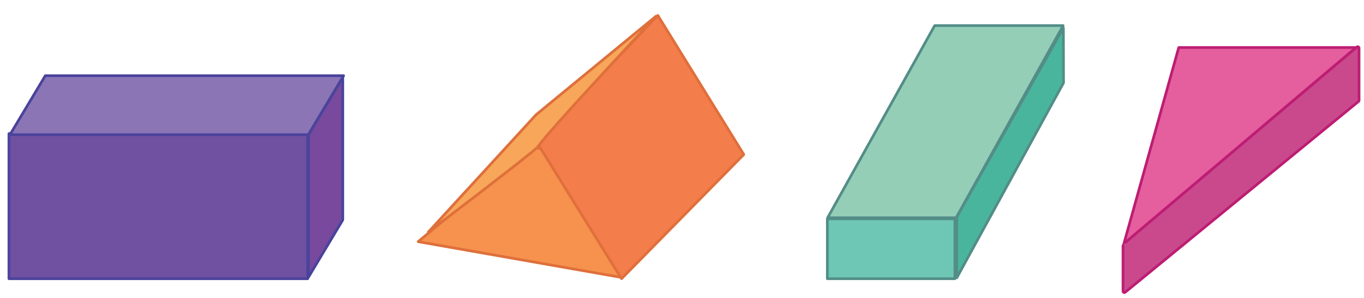
3. La mamá de Verónica tiene en un estante 4 joyeros como se muestra en la figura.



Si Verónica contó correctamente el número de rectángulos y de triángulos de cada joyero, ¿cuántos rectángulos y triángulos, obtuvo como resultado?

Solución

Resaltemos el contorno de los triángulos y rectángulos con líneas discontinuas y colores diferentes y etiquetemos cada joyero con un número diferente:

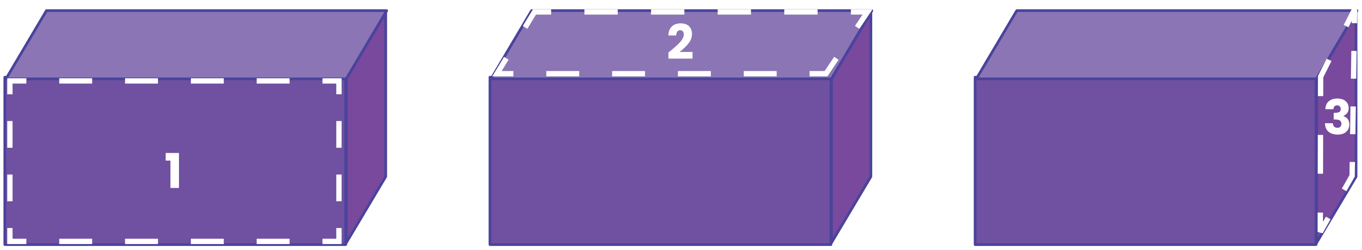


Joyero 1 **Joyero 2** **Joyero 3** **Joyero 4**

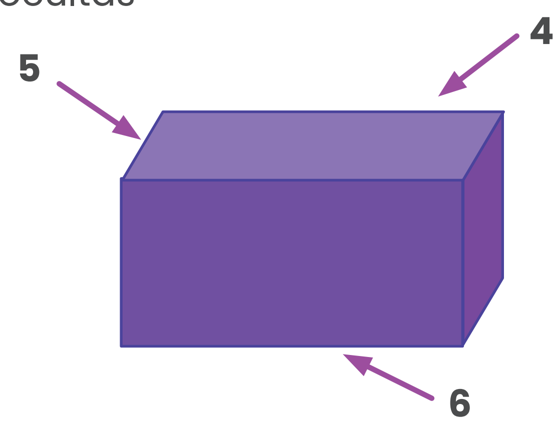
Identifiquemos el número de caras visibles y ocultas de cada joyero, así como si son rectángulos o triángulos.

Joyero 1

Caras visibles



Caras ocultas

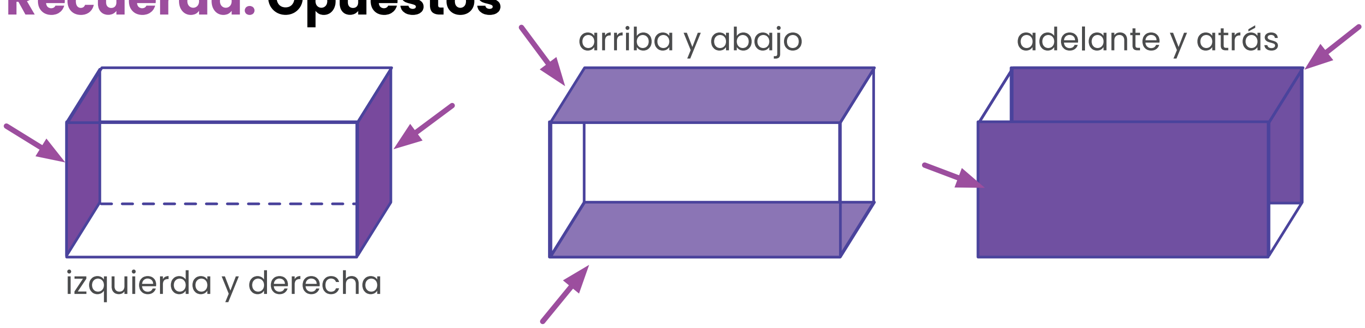


Recuerda que

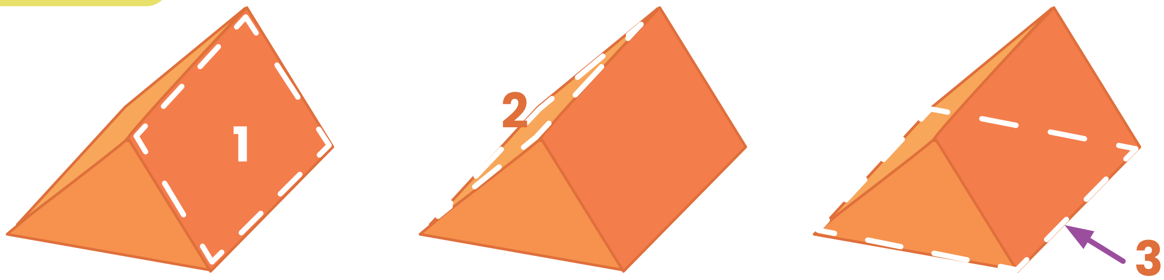
Algunas caras de la figura no se observan en esta posición.

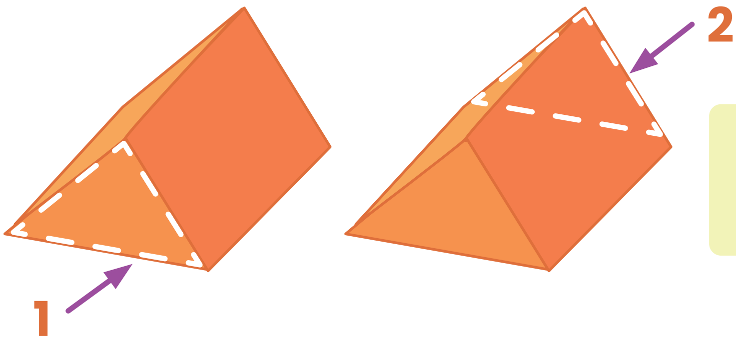
En el joyero 1 tenemos 6 rectángulos y no hay triángulos

Recuerda: Opuestos



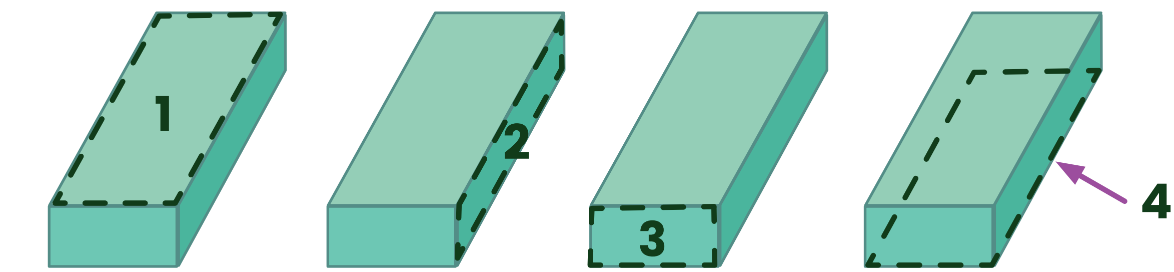
Joyero 2

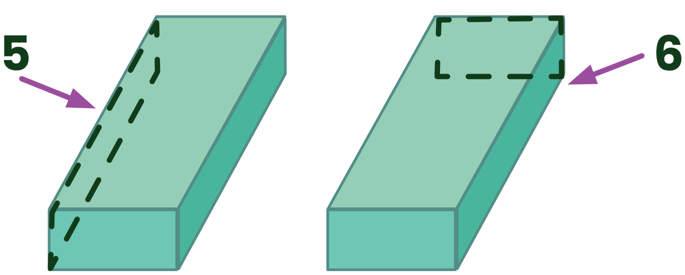




En el joyero 2 hay 3 rectángulos y 2 triángulos

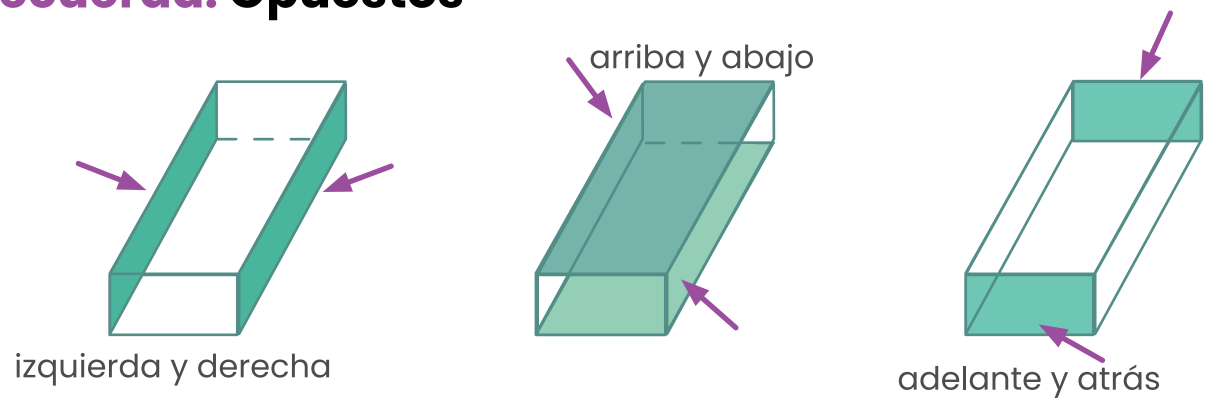
Joyero 3



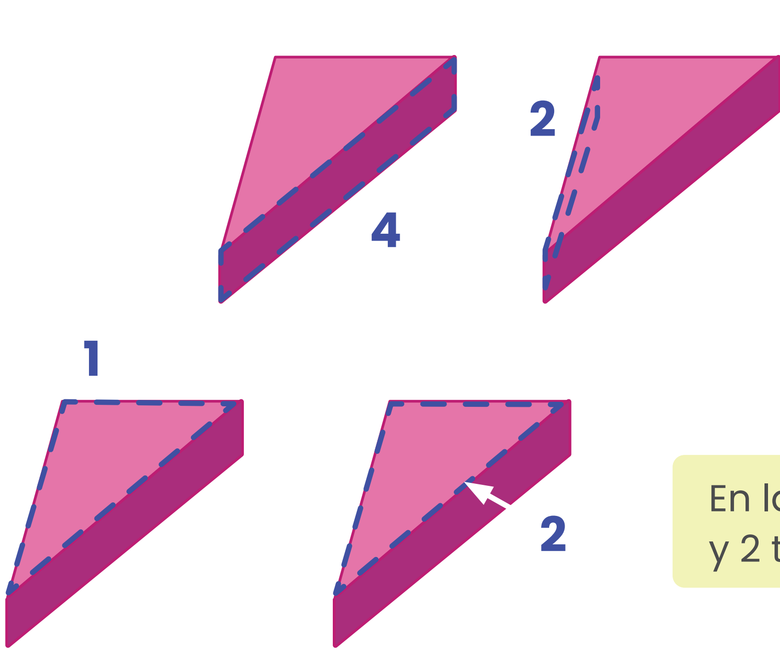


En el joyero 3 hay 6 rectángulos y no hay trinálgulos.

Recuerda: Opuestos



Joyero 4



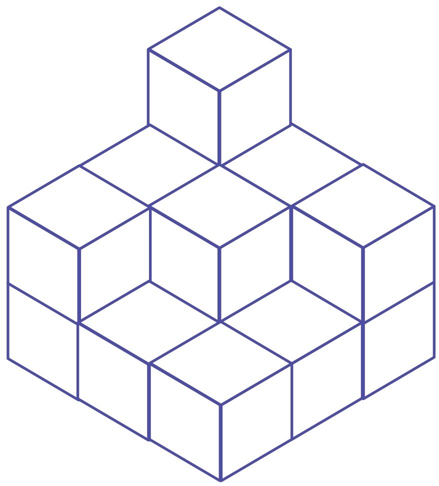
En la joyero 4 hay 3 rectángulos y 2 triángulos.

Resumamos en la siguiente tabla la información obtenida:

Joyero	Rectángulos	Triángulos
1	6	0
2	3	2
3	6	0
4	3	2
Total	**18**	**4**

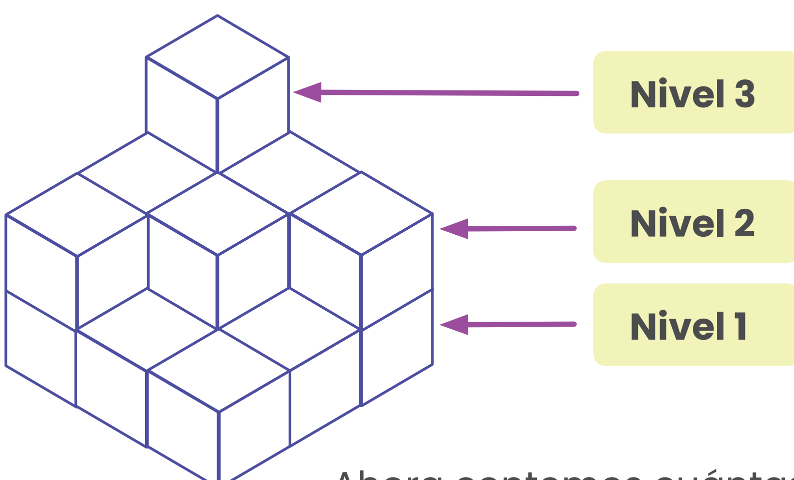
Obtuvo como resultado 18 rectángulos y 4 triángulos.

4. En la bodega de una pulpería se han guardado unas cajas del mismo tamaño una encima de otra, acomodadas según se muestra en la siguiente figura.

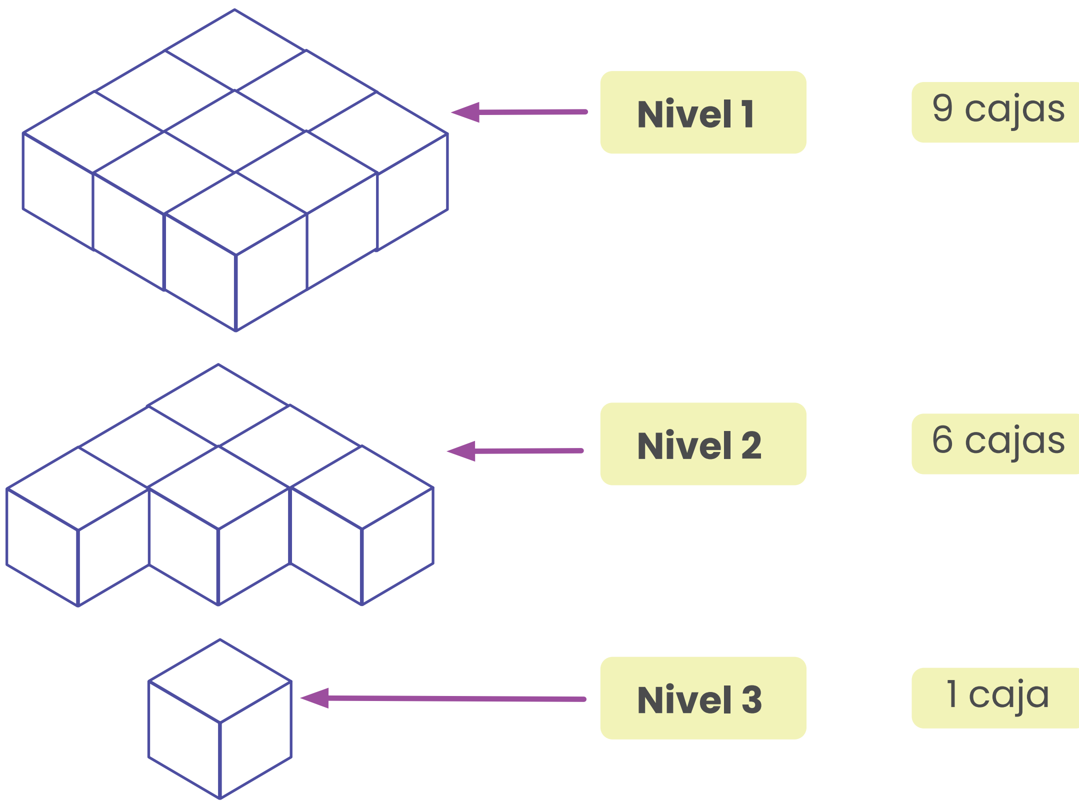


Si cada caja pesa 5 kg, ¿cuál es el peso total de todas las cajas juntas?

Solución:
Primero vamos a identificar la figura por “niveles” para luego determinar la cantidad de cajas que la conforman:



Ahora contemos cuántas cajas hay en cada nivel.



La información anterior la resumiremos en la siguiente tabla

Nivel	Cantidad de cajas
1	9
2	6
3	1
Total	**16**

Ahora necesitamos calcular el peso de todas las cajas juntas, para esto nos apoyaremos en la siguiente tabla.

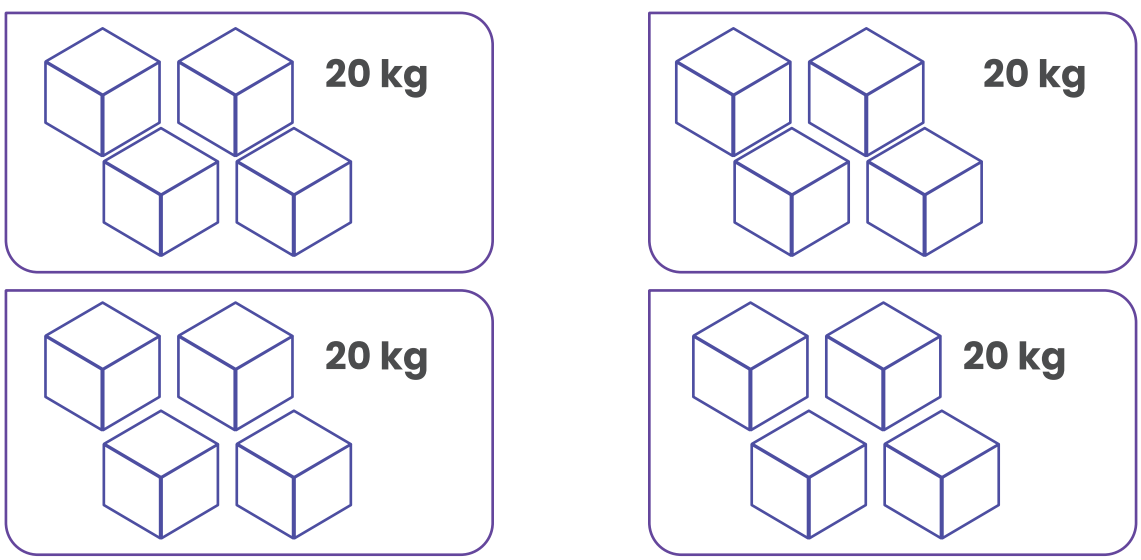
Cantidad de cajas		Peso
1	5	5 kg
2	5 + 5	10 kg
3	5 + 5 + 5	15 kg
4	5 + 5 + 5 + 5	20 kg

Recuerda que

Cada caja pesa 5 kg

De acuerdo con la tablita anterior, 4 cajas pesan 20kg

De acuerdo con lo anterior, tenemos que 16 cajitas se pueden agrupar en 4 grupos y obtener el peso total de las cajas guardadas:



20 + 20 + 20 + 20 = 80

En 4 grupitos de 4 cajas y con un peso 20 kg cada grupo, serían 80 kg en total.

5. Considere la secuencia de figuras:

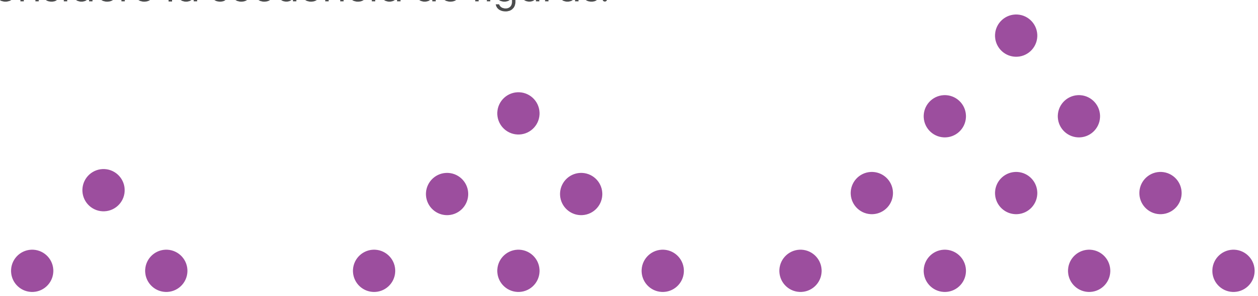


Figura 1 **Figura 2** **Figura 3**

Si continuamos dibujando la secuencia, ¿cuántos puntos tendría la **Figura 6**?

Solución:

Vamos a contar la cantidad de puntos de cada figura y los datos los sistematizamos en la siguiente tabla:

Figura	Cantidad de puntos	
1	3	+3
2	6	+4
3	10	

Con el incremento detectado en la tabla de la izquierda, podemos continuarla hasta la figura 6.

Observe con detalle el patrón

Figura	Cantidad de puntos	
1	3	+3
2	6	+4
3	10	+5
4	15	+6
5	21	+7
6	28	

Así la figura 6 tendrá 28 puntos.

6. Darío utiliza un número secreto como contraseña de acceso a su teléfono, este número posee tres dígitos y se compone de la siguiente forma:

- El dígito de la posición 1 es el doble de 4.
- El dígito de la posición 2 es la mitad de 14.
- El dígito de la posición 3 se encuentra entre el número 8 y el 10.

¿Cuál es ese número secreto?

Posición 1	Posición 2	Posición 3

Solución:
Analicemos cada dato

- El dígito de la posición 1 es el doble de 4.

Recuerda que

El doble de una cantidad se obtiene sumando ella misma dos veces, por ejemplo:

El doble de 2 es 4	4 es igual a 2 + 2
El doble de 3 es 6	6 es igual a 3 + 3

También podemos multiplicar el número por 2 para determinar su doble.

El doble de 4 es 8 (4 + 4), por lo tanto, el dígito de la posición 1 es 8.

Posición 1	Posición 2	Posición 3
8		

- El dígito de la posición 2 es la mitad de 14.

Recuerda que

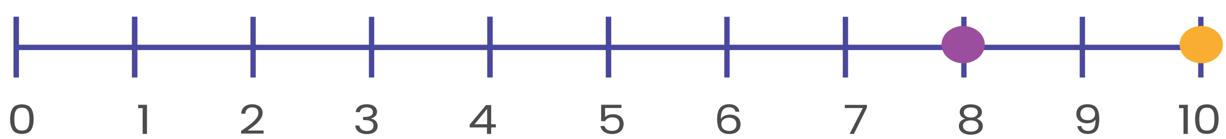
• Para determinar el **doble de un número** debemos sumar ese número con sí mismo (o multiplicarlo por 2).
• Para saber **la mitad de un número** debemos repartirlo en dos partes iguales.
• La **mitad y el doble de un número** se encuentran directamente relacionados.

La mitad de 14 es 7, por lo tanto, el dígito de la posición 2 es 7.

Posición 1	Posición 2	Posición 3
8	7	

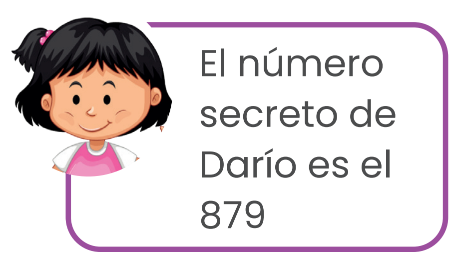
- El dígito de la posición 3 se encuentra entre el número 8 y el 10.

Valoremos la proposición anterior utilizando la recta numérica



El único número natural que se encuentra entre 8 y 10 es el 9, así que el dígito de la posición 3 es 9.

Posición 1	Posición 2	Posición 3
8	7	9



7. Fabiola tiene 44 jugos para entregar en la fiesta de cumpleaños de su hija, algunos de manzana y otros de pera. Si tiene 14 jugos de manzana más que de pera.

¿Cuántos jugos de pera tiene Fabiola?

Solución:

Utilicemos el método gráfico para resolverlo

Representaremos la cantidad de jugos de pera y de manzana con las siguientes figuras

Cantidad de jugos de pera

14 jugos de manzana

Cantidad de jugos de manzana

Recuerda que

Solo sabemos que del total de jugos hay 14 más de manzana

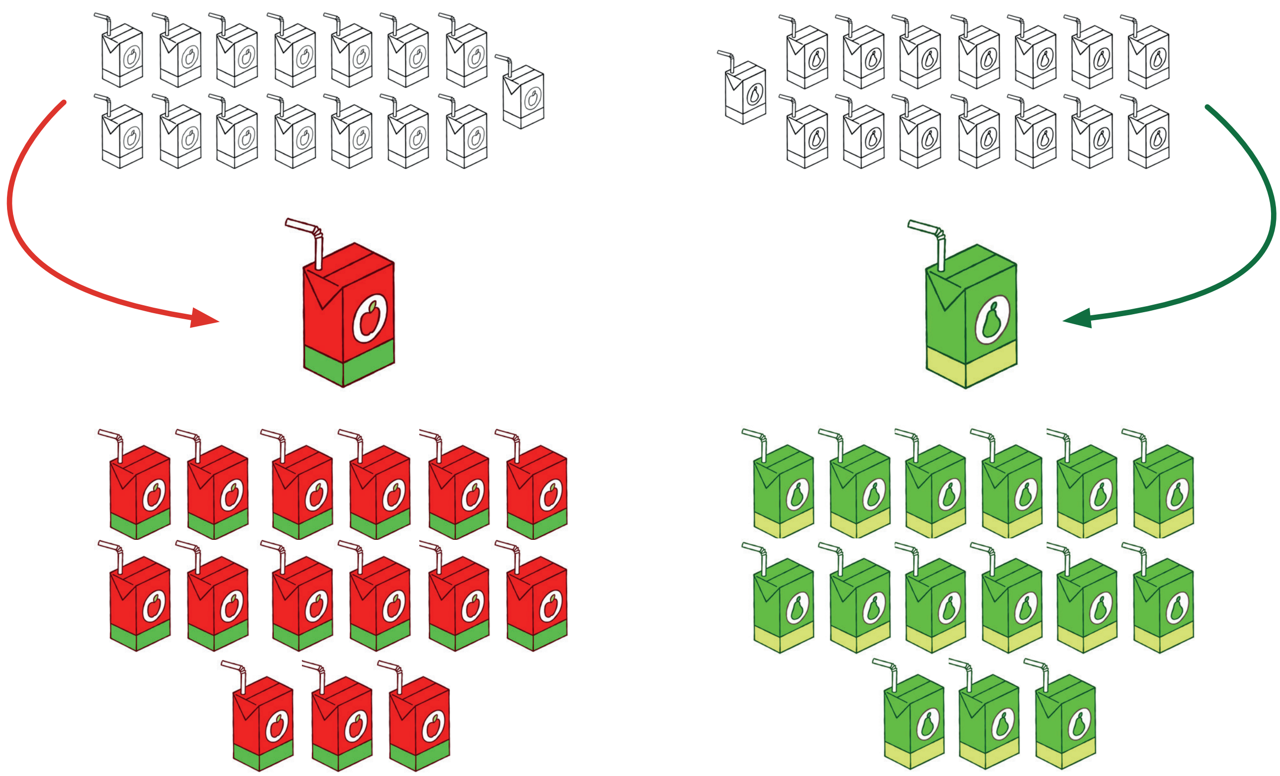
La representación anterior podemos visualizarla de la siguiente manera:

Se sabe que el total son 44, cantidad a la que le restaremos los 14 jugos de manzana que se indica que hay más que los de pera:

$$\begin{array}{r} 44 \\ -14 \\ \hline 30 \end{array}$$

Al restarle a 44 (total de jugos), los 14 de jugos de manzana que hay más que de pera, tenemos como resultado 30

Repartiremos equitativamente 30 jugos para determinar la cantidad de pera y manzana que hay.



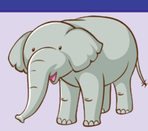
En esos 30 jugos hay igual cantidad de pera que de manzana. Por lo tanto, hay 15 jugos de pera.

8. Mariela juega a colocar postales de animalitos en la pizarra de su casa siguiendo un patrón.

En la imagen se muestran las primeras postales que colocó Mariela. Si realizó una secuencia con 28 postales, ¿cuántos elefantes colocó Mariela en la pizarra?

Solución:

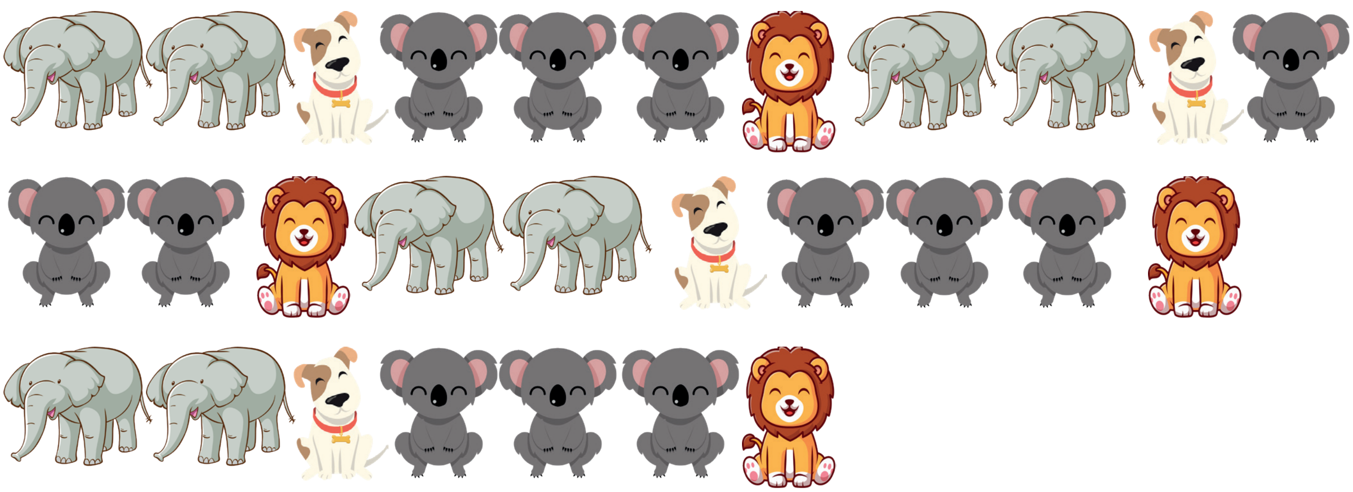
Identifiquemos cuántos animalitos tiene de cada tipo:

Animalito	Cantidad
	2
	1
	3
	1

Note que se tienen 2 elefantes, un perrito, 3 koalas y un león.

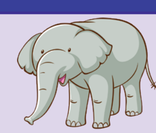
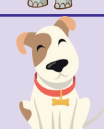
De acuerdo con lo anterior, a partir del león, se empiezan a repetir las postales desde el primer elefante. Así que el patrón de la secuencia es:

De acuerdo con lo anterior, a partir del león, se empiezan a repetir las postales desde el primer elefante. Así que el patrón de la secuencia es:

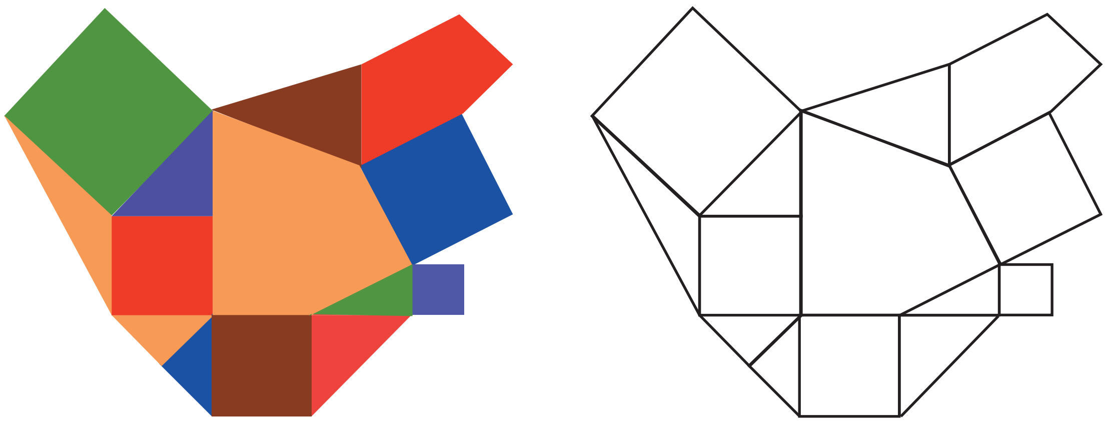


Si continuamos la secuencia hasta tener 28 postales tenemos:

Por lo tanto, tenemos 8 elefantes:

Cantidad por tipo de animalitos	
Animalito	**Cantidad**
	8
	4
	12
	4

9. En la clase de arte, Dariela recortó algunas figuras geométricas y las juntó para formar la figura de la imagen.



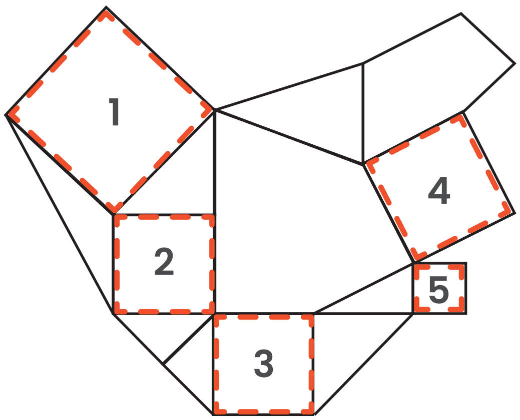
Al exponerla ante sus compañeros:

a) Mariana dice que en la figura hay más cuadrados que triángulos.
b) Sara dice que hay más triángulos que cuadrados.
c) Laura dice que hay igual número de cuadrados que triángulos.

¿Cuál de las tres tiene razón?

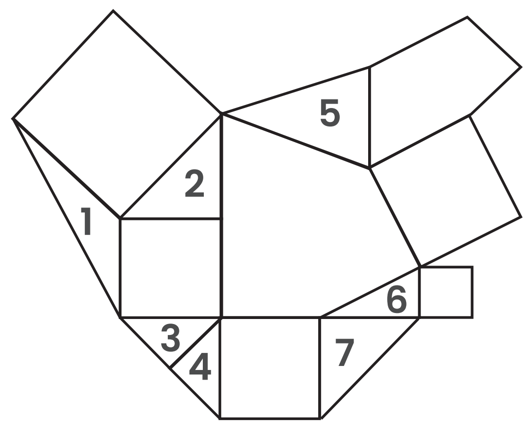
Solución:
Analicemos cada una de las proposiciones:

Para ello determinemos la cantidad de cuadrados y de triángulos que hay en la figura anterior:



De rojo y en líneas discontinuas resaltaremos los cuadrados. Notamos que hay 5

Ahora vamos con los triángulos, los resaltaremos con líneas continuas de color verde.



Tenemos 7 triángulos, pero si unes el 3 y el 4 podrías formar otro triángulo.

Valoremos lo indicado en cada proposición:

Proposición	Falsa o verdadera
Mariana dice que en la figura hay más cuadrados que triángulos.	Falsa porque 5 es menor que 8.
Sara dice que hay más triángulos que cuadrados.	Verdadera porque 8 es mayor que 5
Laura dice que hay igual número de cuadrados que triángulos.	Falsa porque 8 no es igual a 5.

De acuerdo con lo anterior, Sara es quien tiene razón.

10. Tres compañeros de clase: Grettel, Marcos y Jorge están haciendo fila en el EBAIS

- **a.** Grettel es la octava de la fila.
- **b.** Marcos está 6 lugares después de Grettel.
- **c.** Jorge está tres lugares antes de Marcos.

¿En qué posición de la fila está Jorge?

a) quinta
b) décimo primero
c) decimocuarto

Solución:

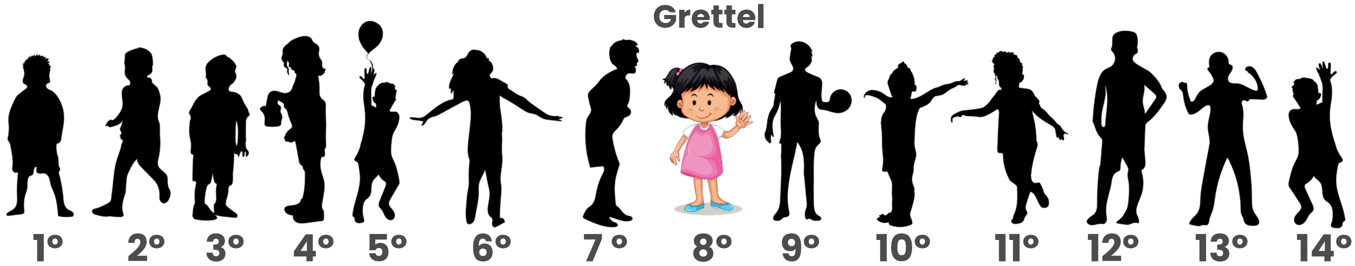
Note que Grettel está de número 8 en la fila, si

- Marcos está 6 lugares después entonces está de número 14 en la fila, porque $8 + 6 = 14$.
- Jorge está tres antes de Marcos, entonces está de número 11 en la fila, porque $(14 - 3 = 11)$

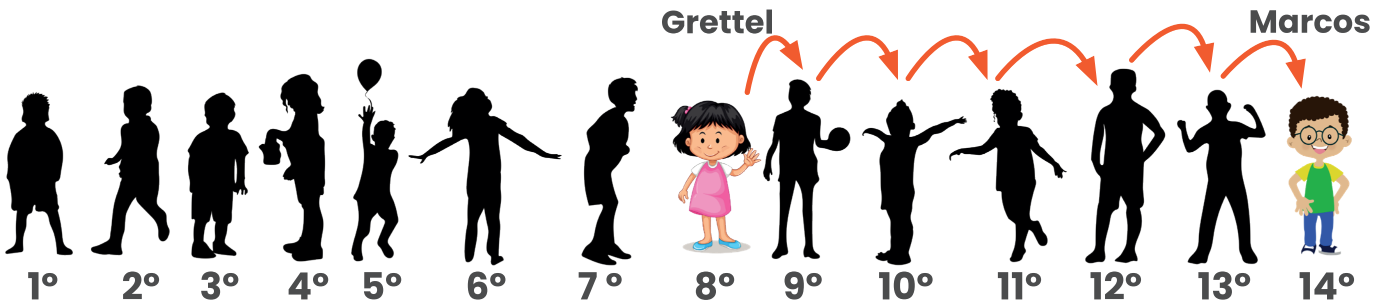
Así que Marcos está en la posición catorceava (14º) y Jorge en la posición onceava (11º).

Vamos siguiendo lo indicado en cada una de las proposiciones

- **a.** Grettel es la octava de la fila.

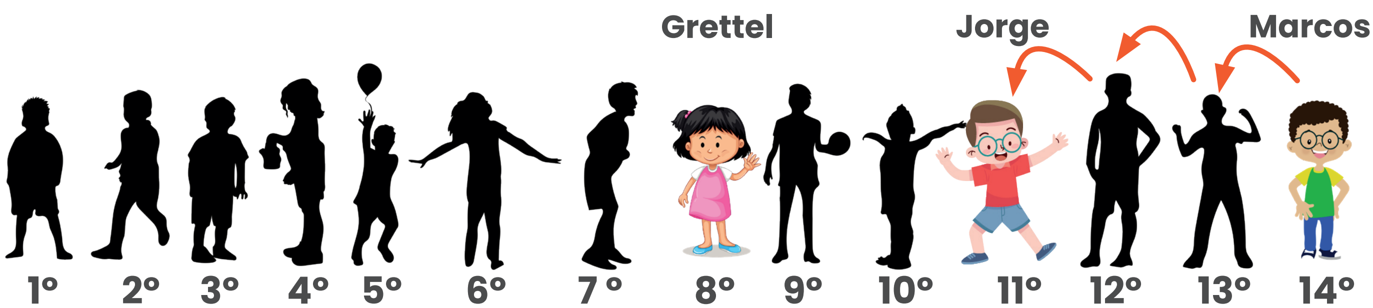


b. Marcos está 6 lugares después de Grettel.



De acuerdo con lo anterior, Marcos está en la posición 14 o décimo cuarta

c. Jorge está tres lugares antes de Marcos.

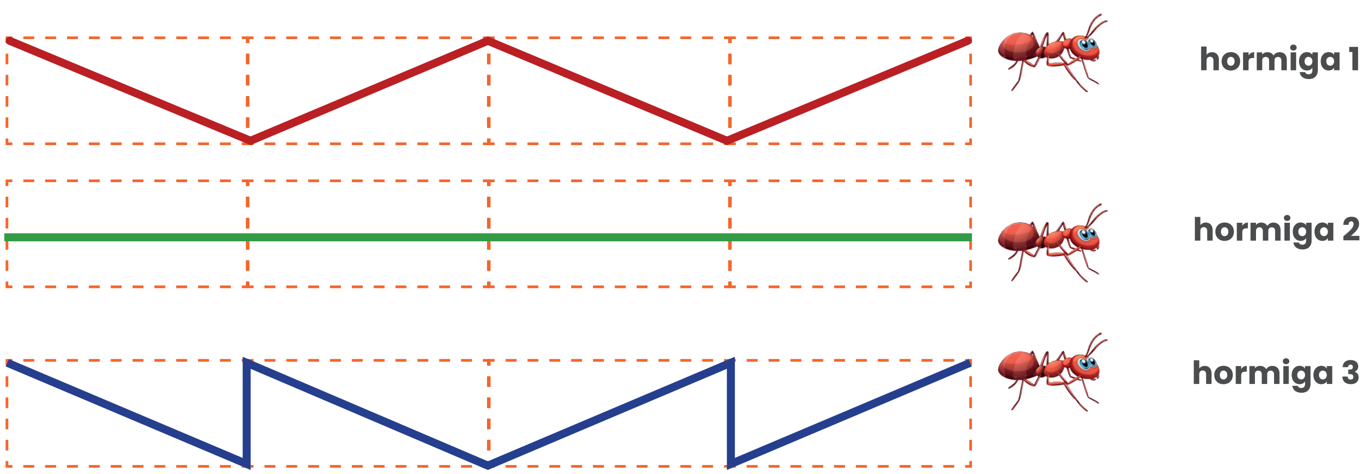


Jorge se encuentra en la posición 11, o décimo primera (undécima).

11. Tres hormigas cruzan una acera cubierta de bloques rectangulares, todos de igual tamaño como se muestra la figura abajo.
La ruta de cada hormiga se muestra con diferentes colores (línea gruesa). Tres amigos comentan lo siguiente sobre el recorrido de cada hormiga

- Pamela: “Los recorridos de las tres hormigas corresponden a líneas quebradas”.
- Luis: “Los recorridos de las hormigas 1 y 3 es la unión de líneas oblicuas”.
- Laura: “Los recorridos de las hormigas 1 y 3 no incluyen líneas horizontales”.

¿Cuál de ellos está en lo correcto?



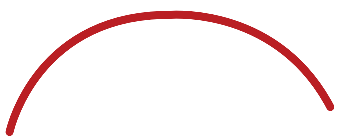
Vamos a recordar los tipos de línea

Tipos de líneas

Líneas rectas

Es aquella sucesión de puntos que siempre se prolongan hacia una misma dirección, formando un trazo continuo.

Líneas curvas

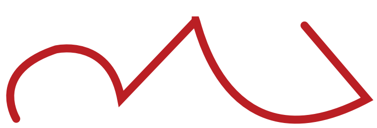


Es aquella sucesión de puntos que aunque siguen una continuidad, cambian constantemente de dirección.

Líneas quebradas

Se componen de uno o varias líneas rectas, unidos en sus extremos en diferentes direcciones. Siendo el extremo de uno el origen de otro.

Líneas mixtas



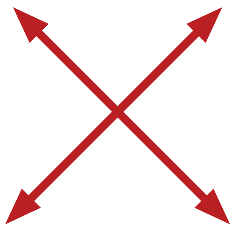
Es la que se compone de uno o varios segmentos rectilíneos y curvilíneos, unidos por su extremo en diferentes direcciones.

Vertical

Línea perpendicular al horizonte o al suelo.

Oblicuas

Rectas que se cruzan de forma inclinadas entre otras.

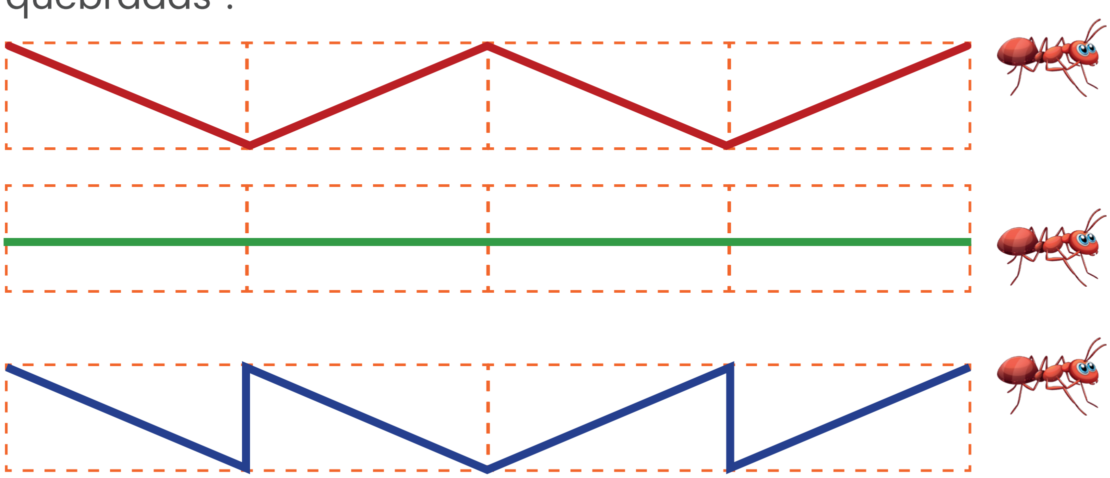


Horizontales

Línea paralela al horizonte o al suelo

Ahora, analicemos cada una de las proposiciones

• Pamela: "Los recorridos de las tres hormigas corresponden a líneas quebradas".



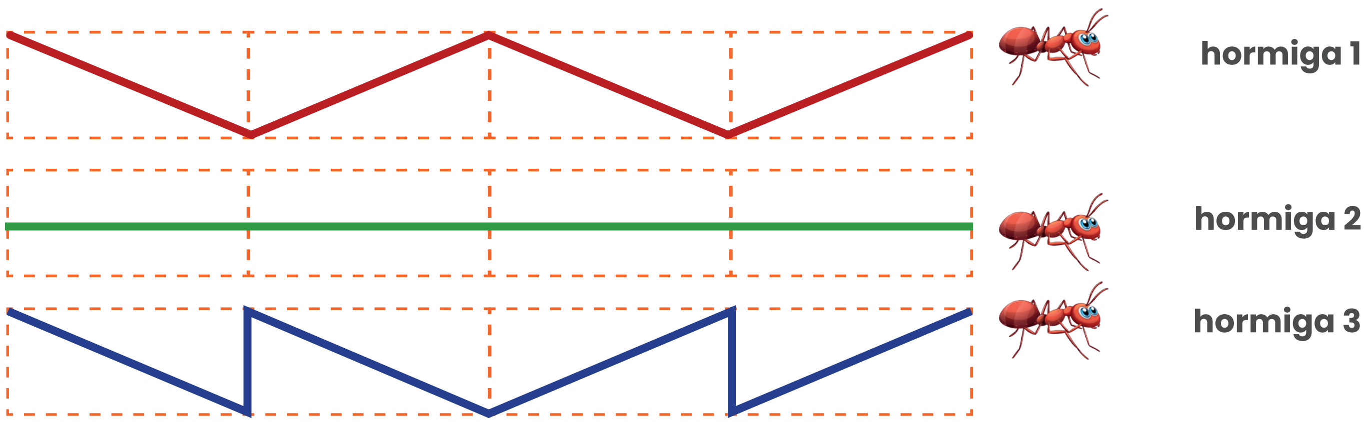
hormiga 1

hormiga 2

hormiga 3

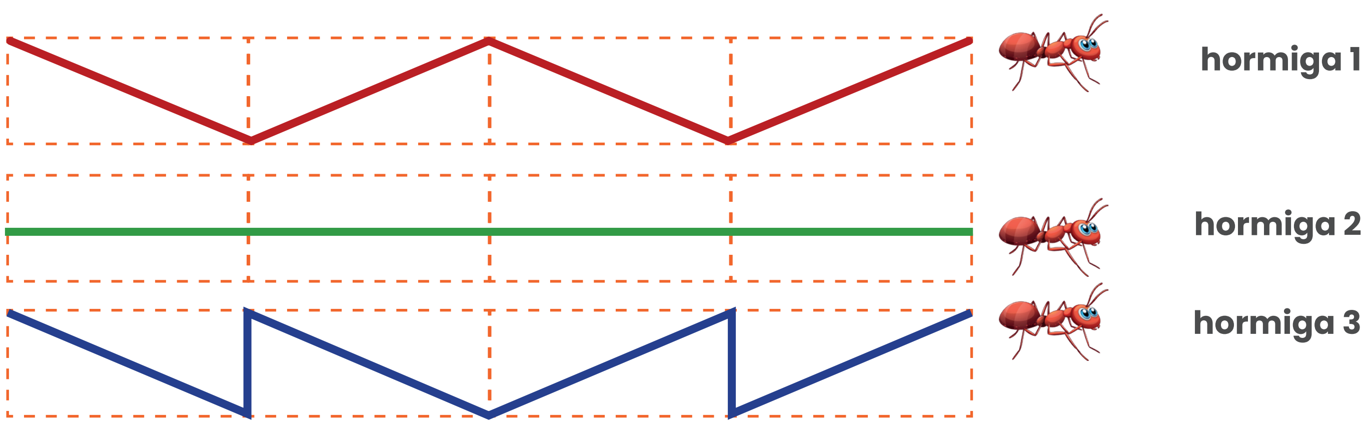
Para este caso, las hormigas 1 y 3 sí realizan un recorrido que corresponden a líneas quebradas. Pero la hormiga 2 no, en este caso lo realiza por medio de una "línea recta".

• Luis: "Los recorridos de las hormigas 1 y 3 es la unión de líneas oblicuas".



La afirmación no es correcta. El recorrido de la hormiga 1 sí corresponde a la unión de líneas oblicuas, pero el de la hormiga 3 es la unión de líneas oblicuas y verticales.

• Laura: "Los recorridos de las hormigas 1 y 3 no incluyen líneas horizontales".



La afirmación es correcta. El recorrido de la hormiga 1 corresponde a la unión de líneas oblicuas y el de la hormiga 3 es la unión de líneas oblicuas y verticales, por tanto, no incluye líneas horizontales.

12. María estudia de lunes a viernes, de 6:15 a.m. a 7:00 a.m. Si realiza esta misma rutina cada semana.

¿Cuántas horas completas estudia durante cuatro semanas?

Solución:
Determinemos cuántas horas estudia María en una semana.
María estudia 45 minutos por día, durante cinco días como se muestra

Día 1 Lunes	Día 2 Martes	Día 3 Miércoles	Día 4 Jueves	Día 5 Viernes
45 minutos	45 minutos	45 minutos	45 minutos	45 minutos

Pasemos ese tiempo que estudia María de minutos a horas

Día 1 Lunes	Día 2 Martes
45 minutos	45 minutos

45 + 45 = 90 minutos

Recuerda que

Una hora está compuesta por 60 minutos

En dos días ella estudia 90 minutos, es decir, 1 hora y 30 minutos.
Según lo anterior, tenemos que

Día 1 Lunes	Día 2 Martes	Día 3 Miércoles	Día 4 Jueves	Día 5 Viernes
45 minutos	45 minutos	45 minutos	45 minutos	45 minutos

1 hora y 30 minutos **1 hora y 30 minutos** **45 minutos**

Por semana dedica la siguiente cantidad de tiempo

1 hora y 30 minutos

1 hora y 30 minutos

45 minutos

2 horas y 60 minutos

Que equivale a 3 horas

Según lo anterior, María dedica 3 horas y 45 minutos de estudio por semana.
Ahora veamos el tiempo que dedica en cuatro semanas:

Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4
3 horas 45 minutos	3 horas 45 minutos	3 horas 45 minutos	3 horas 45 minutos

7 horas y 30 minutos **7 horas y 30 minutos**

En 4 semanas María estudia 14 horas y 60 minutos, es decir 15 horas en total.

13. Considere la secuencia de figuras construidas con fósforos, las cuales siguen un patrón.

¿Cuántos fósforos de más se utilizan al construir la Figura 6 que al construir la Figura 5?

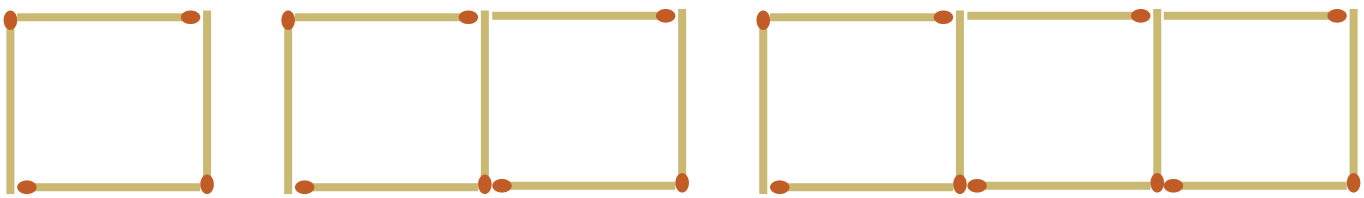


Figura 1 **Figura 2** **Figura 3**

Vamos a apoyarnos en una tablita para resumir la información anterior

Figura	Cantidad de fósforos
1	4
2	7
3	10

+3
+3

Contemos la cantidad de fósforos de cada figura. Note que de la Figura 1 a la 2 se agregaron 3 fósforos, igual de la figura 2 a la 3.

Podemos continuar la tabla hasta la figura 6.

Figura	Cantidad de fósforos
1	4
2	7
3	10
4	13
5	16
6	19

+3 +3 +3 +3 +3

Siempre la diferencia entre una figura y otra es de 3 fósforos. Por lo que para construir la Figura 6 se utilizan 3 fósforos más que los utilizados al construir la Figura 5.

14. Soy un número natural que cuando me duplicas y luego restas 3 el resultado es 13.

¿Qué número soy?

Solución:

Primero veamos que buscamos un número, tal que al duplicarlo (multiplicarlo por dos o sumarlo dos veces) y luego restarle 3 el resultado es 13.

Note que al restarle 3 se obtuvo 13, si volvemos a sumar ese número obtenemos 16.

Ahora buscamos un número que al duplicarlo se obtenga 16, es decir, que al multiplicarlo por 2 obtengamos 16. Probemos con algunos números:

- Podemos comenzar probando con el número 6 **6 x 2 = 12**
  Este no nos funciona.

- Ahora probemos con 7 **7 x 2 = 14**
  Casi, pero tampoco nos funciona.

- Vamos a probar con el 8 **8 x 2 = 16**
  Este sí nos puede funcionar

Podemos verificar nuevamente las condiciones:
“cuando me duplicas y luego restas 3 el resultado es 13”

8 x 2 = 16 aquí lo duplicamos
16 – 3 = 13 aquí le restamos 3

El número 8 es el que cumple las condiciones del problema.

15. Don Alberto cumplió años y le llevamos un queque con muchas velas. Sopló tres veces y aun así no logró apagar todas las velas, en cada intento apagó la siguiente cantidad:

- En el primero logró apagar 16 velas.
- En el segundo, el doble de velas que en el primero.
- En el tercero 5 velas más que en el primero.

Si en total el queque tenía 87 velas, ¿cuántas velas le hizo falta apagar?

Solución

Tenemos que Don Alberto logró apagar la cantidad que se indica en las proposiciones, vamos a ver cada una de ellas

- En el primer intento 16 velas.
- En el segundo, el doble de velas que en el primero.

Recuerda que

1. Para determinar el **doble de un número** debemos sumar ese número con sí mismo (o multiplicarlo por 2).
2. Para saber **la mitad de un número** debemos repartirlo en dos partes iguales.
3. La **mitad y el doble de un número** se encuentran directamente relacionados.

Si en el primer intento apagó 16, el doble de ese número, sería multiplicarlo por 2

16 x 2 = 32 velas

• En el tercero 5 velas más que en el primero.

A las 16 velas del primer intento, debemos sumarle 5 más

16 + 5 = 21 velas

Juntemos la información en una tabla

Intento	Cantidad de velas
Primero	16
Segundo	32
Tercero	21

Sumamos la cantidad de velas apagadas en cada intento

16 + 32 + 21 = 69 velas

Conociendo que el queque tenía 87 velas entonces al total de velas le restamos las que don Alberto logró apagar.

87 – 69 = 18 velas

A don Alberto le hicieron falta 18 velas por apagar.

16. Mariela construyó las siguientes sucesiones de números

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ...

3, 6, 9, 12, 15, 18, ...

Luego, Keylor construyó una tercera sucesión que resulta de sumar término a término de las sucesiones anteriores. Es decir: 1+3, 3+6, 5+9, ...

¿Cuál es el término de la sucesión que construyó Keylor que se ubica en la posición 8?

Solución

En las dos sucesiones que escribió Mariela se llegó hasta el sétimo término, y como la tercera sucesión requiere de la suma de los términos de las anteriores, analicemos cada una y completemos hasta el octavo término

Primera sucesión

+ 2 + 2 + 2

Término	1	3	5	7	9	11	13	¿?
Posición	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º

El incremento en la primera es de 2 unidades de un término al otro, por lo que el octavo término sería 13 + 2 = 15

Término	1	3	5	7	9	11	13	15
Posición	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º

Segunda sucesión

+ 3 + 3 + 3

Término	3	6	9	12	15	18	¿?	¿?
Posición	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º

El incremento en la segunda sucesión es de 3 unidades de un término al otro, en este caso, tenemos la información hasta el sexto término y debemos encontrar el sétimo y el octavo, que serían:

Sétimo término 18 + 3 = 21
Octavo término 21 + 3 = 24

Término	3	6	9	12	15	18	21	24
Posición	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º

Según se nos indica en el problema “Keylor construyó una tercera sucesión que resulta de sumar término a término de las sucesiones anteriores”, debemos tomar la información de las dos sucesiones:

Primera sucesión

Término	1	3	5	7	9	11	13	15
Posición	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º

Segunda sucesión

Término	3	6	9	12	15	18	21	24
Posición	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º

Resultados para la tercera sucesión

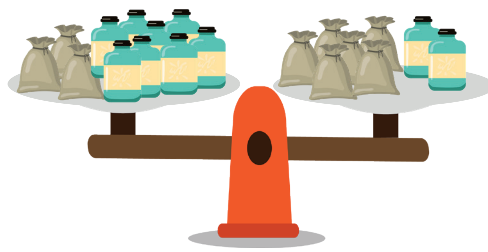
Término	1+3	3+6	5+9	7+12	9+15	11+18	13+21	15+24
Posición	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º

Resultados finales

Término	4	9	14	19	24	29	34	39
Posición	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º

De acuerdo con lo anterior, el octavo término de la sucesión que construyó Keylor es 39

17. Observe la siguiente balanza



La figura está equilibrada con frascos y bolsas en cada uno de sus platos. Todas las bolsas tienen el mismo peso, al igual que todos los frascos tienen el mismo peso.
Con esa información tres estudiantes realizan las siguientes afirmaciones:

a) Carlos: El peso de dos bolsas es igual al peso de tres frascos.
b) Olga: El peso de una bolsa es igual al peso de dos frascos.
c) Leo: El peso de una bolsa es igual al peso de tres frascos.

¿Cuál de ellos está en lo correcto?

Solución
En cada lado de la balanza podemos quitar tres sacos y la balanza continúa equilibrada pues estamos quitando el mismo peso en cada lado.

De igual forma, podemos quitar de cada lado dos frascos y la balanza continúa en equilibrio

Así tenemos que

peso de 6 frascos = peso de 3 bolsas

Como cada frasco pesa lo mismo y cada bolsa también, entonces tenemos que

peso de 2 frascos = peso de 1 bolsa

De acuerdo con lo anterior, vamos a valorar cada afirmación realizada por los estudiantes:

Carlos: El peso de dos bolsas es igual al peso de tres frascos.

Si habíamos determinado que “el peso de 2 frascos = peso de 1 bolsa”, lo indicado por Carlos sería falso.

Olga: El peso de una bolsa es igual al peso de dos frascos.

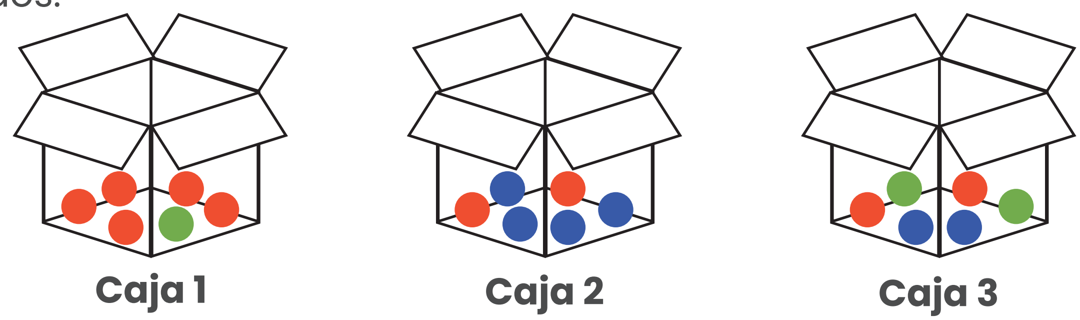
Esta afirmación es verdadera, llega a la misma conclusión que realizamos en el análisis anterior.

Leo: El peso de una bolsa es igual al peso de tres frascos.

Lo que indica Leo es falso, ya que una bolsa pesa lo mismo que dos frascos.

Por lo anterior, solo Olga tiene razón en sus afirmaciones.

18. La maestra lleva a la clase las cajas que se muestran en la imagen para hacer un juego de sacar bolitas de las cajas con los ojos vendados.



Antes de jugar, al mirar las cajas, 3 estudiantes hacen los siguientes comentarios:

- Vera: Es imposible sacar una bola verde de la Caja 1.
- Juan: Es seguro sacar una bola azul de la Caja 2.
- Nora: Es más probable sacar una bola roja de la Caja 1 que de las otras dos cajas.

¿Cuál de los tres tiene razón?

Solución

Analicemos cada comentario

• Vera: Es imposible sacar una bola verde de la Caja 1.
Observe que en la Caja 1 hay 5 bolas rojas y una verde, por lo que, aunque es poco probable sacar una verde, no es un evento imposible, pues dentro de la caja hay una bola verde.

Por lo tanto, Vera no tiene razón.
• Juan: Es seguro sacar una bola azul de la Caja 2.
Observe que en la Caja 2 hay 4 bolas azules y 2 rojas. Por lo que, aunque es más probable sacar una azul que una roja, no es seguro

sacar una azul pues dentro de la caja hay bolas rojas.

Por lo tanto, Juan no tiene razón.

- Nora: Es más probable sacar una bola roja de la Caja 1 que de las otras dos cajas.

Observe que

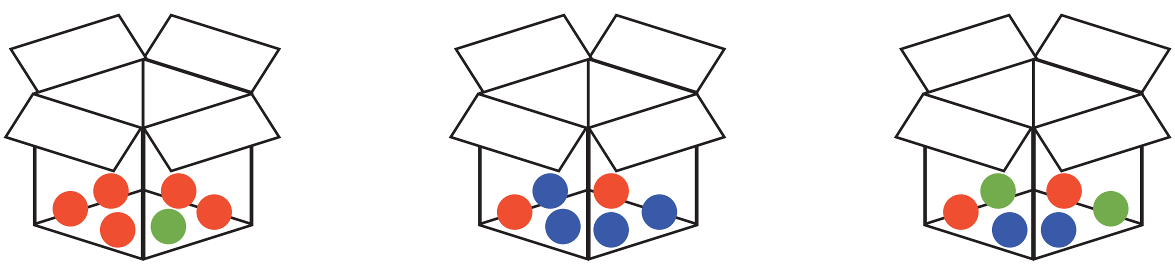
- **Caja 1** tiene 5 bolas rojas y 1 verde,
- **Caja 2** tiene 4 bolas azules y 2 rojas,
- **Caja 3** tiene 2 bolas rojas, 2 azules y 2 verdes.

De acuerdo con lo anterior, tenemos que

- **Caja 1:** 5 de 6 bolas son rojas
- **Caja 2:** 2 de 6 bolas son rojas
- **Caja 3:** 2 de 6 bolas son rojas

Así, de las 6 bolas que hay en cada caja:
La Caja 1 es la que tiene mayor cantidad de bolas rojas.

Por lo tanto, es más probable sacar una bola roja de la Caja 1 que de las otras dos cajas. Nora sí tiene razón.



Caja 1
5 bolas rojas
1 bola verde

Caja 2
2 bolas rojas
4 bolas azules

Caja 3
2 bolas rojas
2 bolas azules
2 bolas verdes

19. Para una rifa se han colocado 150 bolas en una caja, cada bola tiene pintado un número del 1 al 150. El premio mayor correspondió a la bola que tiene pintado un número que:

- Lo decimos cuando contamos de 10 en 10 a partir de 36.
- Lo decimos cuando contamos de 4 en 4 a partir de 36.
- La diferencia entre el dígito de las unidades y el dígito de las decenas es 5.

¿Qué número tenía pintado la bola que correspondió al premio mayor?

Solución

El problema puede resolverse a través de diferentes métodos, veamos dos.

Solución A:

Consideremos:
El número del premio mayor debe cumplir tres condiciones:

- Lo decimos cuando contamos de 10 en 10 a partir de 36.
- Lo decimos cuando contamos de 4 en 4 a partir de 36.
- La diferencia entre el dígito de las unidades y el dígito de las decenas es 5.

Como el número del premio mayor lo decimos si contamos de 10 en 10 a partir de 36, los números que decimos son los que están en las siguientes bolas:

36	46	56	66	76	86
96	106	116	126	136	146

Esas son las bolas cuya numeración cumple la primera condición, ahora veamos la segunda.

Entonces, también tenemos que contar de 4 en 4 a partir de 36(dicho conteo se puede anotar, como en la siguiente tabla), y de allí identificamos aquellos números que coinciden con los que obtuvimos en las bolitas anteriores:

+4 +4 +4 +4 +4

36	40	44	48	52	56
60	64	68	72	76	80
84	88	92	96	100	104
108	112	116	120	124	128
132	136	140	144	148	

Los números identificados en las celdas con color amarillo, son los que cumplen las dos primeras condiciones.

De ellos, se obtiene la diferencia entre el dígito de las unidades y el dígito de las decenas.

El único número para el cual la diferencia entre el dígito de las unidades y el dígito de las decenas es 5, es el 116, ya que 6 - 1 = 5.

Solución B:

Si contamos de 10 en 10 a partir de 36, estos números siguen un patrón: el dígito de sus unidades es 6

Veamos, estos son los números

36	**46**	**56**	**66**	**76**	**86**	**96**	**106**	**116**	**126**	**136**	**146**

Ahora bien, al contar de 4 en 4, a partir del 36 y hasta el 150:
36-40-44-48-52-56…

Vamos a identificar aquellos que en el dígito de las unidades es 6(números que terminan en 6). Esos números cumplen las dos primeras condiciones

Podemos reconocer que se cumple, de uno por medio, en la lista anterior ordenada

Son:

36	46	56	66	76	86	96	106	116	126	136	146

Si calculamos la diferencia entre el dígito de las unidades y el dígito de las decenas, en cada uno de los números que se encuentran en la celda coloreada, el que cumple la tercera condición es el **116 (6-1=5)**.

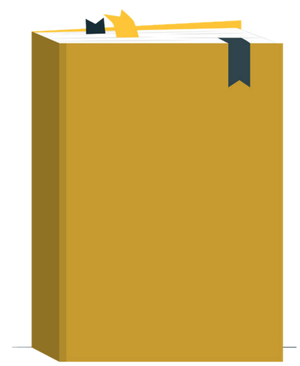
20. Tres compañeras deben fotocopiar un libro de ciencias, Carolina debe fotocopiar desde la página 16 hasta la página 47; Mariela desde la 52 a la 98 y Lillian desde la 101 a la 152.

Si el libro tiene 186 páginas, ¿cuántas páginas **no** fotocopiaron?

Solución
El problema se puede resolver de, al menos, dos formas distintas.

Solución A:
Consideremos las páginas que no se fotocopiaron:

- De la 1 a la 15.
- De la 48 a la 51.
- De la 99 a la 100.
- De la 153 a la 186



- Si contamos de la página 1 a la 15, tenemos un total de 15 páginas.
- De la 48 a la 51 contamos un total de 4 páginas.
- De la 99 a la 100 se tienen 2 páginas.
- De la 153 a la 186 hay un total 34 páginas

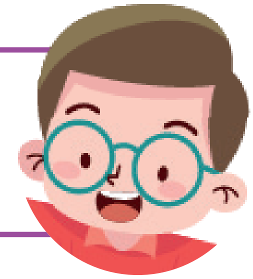
$$\begin{array}{r} 186 \\ -\ 152 \\ \hline 034 \end{array}$$

Recuerda que

Utilizamos el 152 y no el 153 en la resta, por que de lo contrario no incluiríamos esta última página

Finalmente, hacemos la suma de las cantidades anteriores

$$15 + 4 + 2 + 34 = 55$$



Por lo tanto, no se fotocopiaron 55 páginas.

Solución B:
Calculemos el total de páginas fotocopiadas por cada una de las compañeras:

- Carolina fotocopió de la 16 a la 47

Note que inclusive fotocopió la página 16 y la 47

- Vemos que ella fotocopió un total de 32 páginas.

- Mariela fotocopió de la 52 a la 98 para un total de 47 páginas.
- Daniela fotocopió de la 101 a la 152 para un total de 52 páginas.

$$\begin{array}{r} 152 \\ -\ 100 \\ \hline 052 \end{array}$$

Como Daniela incluso fotocopió la página 101, restamos 100 páginas a 152

Así, en total se fotocopiaron:

Carolina		Mariela		Daniela		
32	+	47	+	52	=	131

Para calcular cuántas páginas no se fotocopiaron, al total de páginas del libro le restamos las páginas fotocopiadas:

186 – 131 = 55 páginas

De otra forma, se llega a la misma respuesta: No se fotocopiaron 55 páginas.

21. En el turno del pueblo se muestra la siguiente tabla de precios

Palomitas	₡ 300
Paleta	₡ 175
Churros	₡ 325
Manzana	₡ 480

a. Si Blanca pagó con 3 monedas de ₡ 100, 2 de ₡ 50 y 3 de ₡ 25, sin recibir vuelto. ¿Qué compró?

b. Si Gustavo pagó con una moneda de ₡ 500 y 4 de ₡ 100, recibiendo un vuelto de ₡ 95. ¿Qué compró?

c. Si Norma tiene ₡ 700 colones y quiere gastar lo más que se pueda (es decir, recibir la menor cantidad de vuelto). ¿Qué debe comprar?

Solución

a. Si Blanca pagó con 3 monedas de ₡ 100, 2 de ₡ 50 y 3 de ₡ 25, sin recibir vuelto. ¿Qué compró?

Blanca no recibió
vuelto, entonces lo que compró, justo cuesta el valor total de las monedas con que pagó

El pago de Blanca corresponde a:

El valor de tres monedas de ₡ 100 es ₡ 300.

Dos monedas de ₡ 50 corresponden a ₡ 100.

Tres monedas de ₡ 25 equivalen a ₡ 75.

Entonces, en total, Blanca pagó

300 + 100 + 75 = 475 colones

Ahora bien, debemos determinar qué pudo comprar Blanca con ₡ 475 exactamente:

	**₡ 300**
	**₡ 175**

Si sumamos el precio de las palomitas y la paleta, obtenemos: 300 + 175 = 475

Entonces, **Blanca compró unas palomitas y una paleta.**

Otra forma de resolver corresponde a estimar las monedas a pagar por cada artículo:

	**₡ 300**	
	**₡ 175**	

b. Si Gustavo pagó con una moneda de ₡ 500 y 4 de ₡ 100, recibiendo un vuelto de ₡ 95. ¿Qué compró?

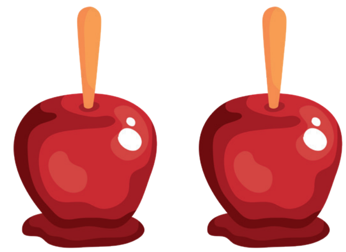
El valor de cuatro monedas de ₡ 100 es ₡ 400.

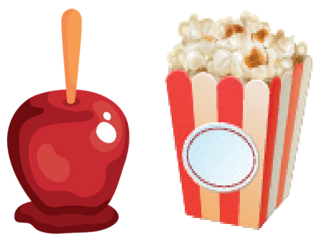
En total, Gustavo paga ₡ 900, pues 400 + 500 = 900.

Como Gustavo recibió ₡ 95, lo que compró costó 900 – 95 = 805 colones

Veamos qué pudo comprar:

- Si compra 2 manzanas, **se excede:** 480 + 480 = 960. Este valor representa más dinero que 805.





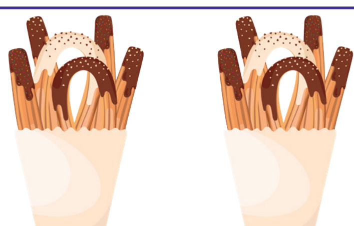
- Si compra una manzana y unas palomitas, **no alcanza el monto** que se necesita: 480 + 300 = 780. Este valor no es igual a 805.

- Al comprar una manzana y un churro, se tiene el monto requerido: 480 + 325 = 805

Hemos determinado que, **Gustavo compró una manzana y un churro**.

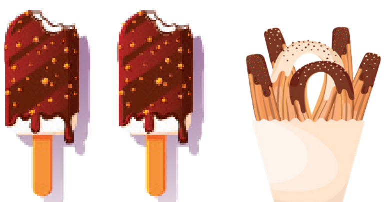
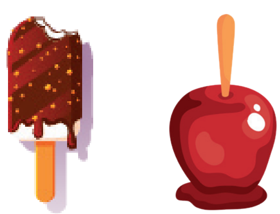
c. Si Norma tiene ₡ 700 colones y quiere gastar lo más que se pueda (es decir, recibir la menor cantidad de vuelto). ¿Qué debe comprar?

Con ₡ 700 colones se tienen varias opciones, veamos con cuál se gasta más.

	Precio en colones	
	300 + 300	600
	175 cada una, 175 + 175+ 175 + 175 = 700	700
	325 + 325	650

Con esta opción no recibe vuelto, sin embargo, veamos si hay otra opción en la que también gasta al máximo

Ahora, combinemos, lo que podemos comprar en el turno.

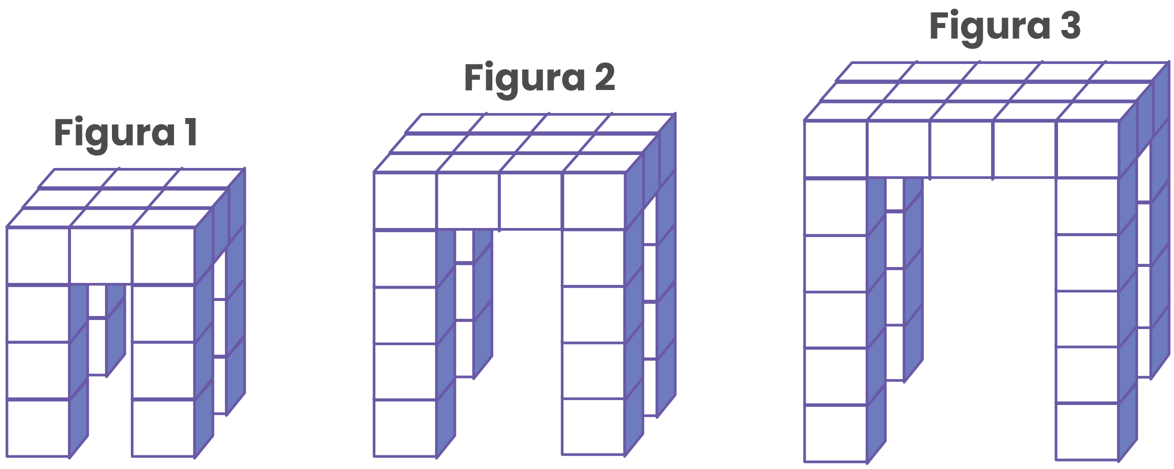
	Precio en colones	
	**300 + 325**	**625**
	**175+175+325**	**675**
	**175+175+300**	**650**
	**175+480**	**655**

Notemos que, para que el precio no sobrepase los ₡ 700, la manzana sólo puede combinarse con la paleta.

Entonces,

Para gastar la mayor cantidad de dinero, Norma debe comprar 4 paletas.

22. Fabricio construyó una secuencia de mesas con cajitas de cartón como se observa en la imagen.

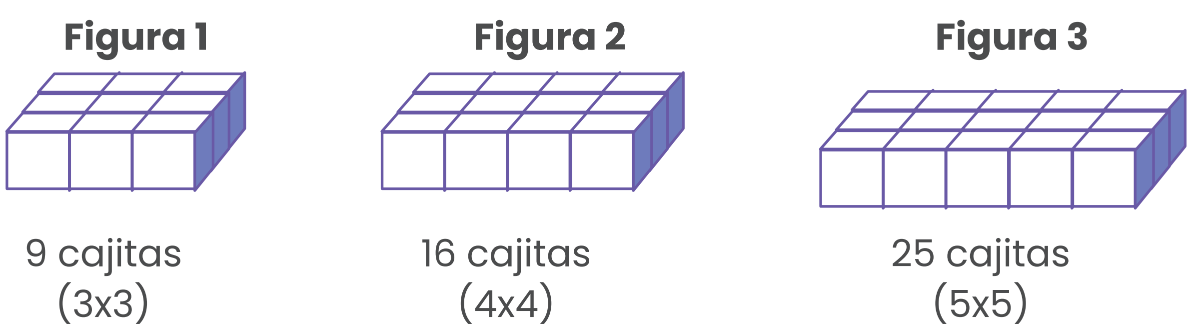


Si se continúa con el patrón anterior. ¿Cuántos cubos de más tiene la figura 5 que la 4?

Solución

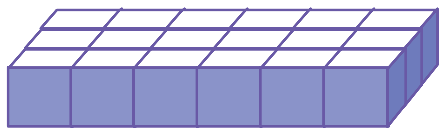
Notemos que, en cada figura del patrón, el lado de la superficie de la mesa **aumenta en una cajita (el cuadrado que se forma donde comeríamos le llamaremos sobre)**.
Además, **cada una de sus patas aumenta también en una caja.**

Comencemos por ver los sobres de las mesas:



Para una cuarta figura, debemos incorporar una cajita más en cada lado, como se muestra

Figura 4



36 cajitas
(6x6)

Podemos determinar que:

• El sobre, se trata de un cuadrado al que cada vez se le aumenta cada lado en una cajita, de una figura a otra, de forma que la cantidad de cajitas crece de la siguiente manera:

Figura	**1**	**2**	**3**
Cajitas en el sobre	**9 (3x3)**	**16 (4x4)**	**25 (5x5)**

Ahora pensemos en las patas. Las patas siempre serán 4, y a cada una se le agrega una cajita para la figura posterior.

A continuación, podemos ver en color verde, la cantidad de cuadritos adicionales, que tiene la figura 4 respecto a la figura 3:

Figura 3

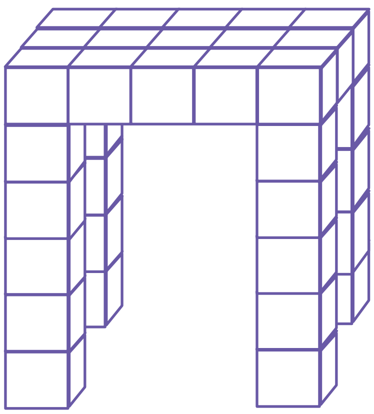
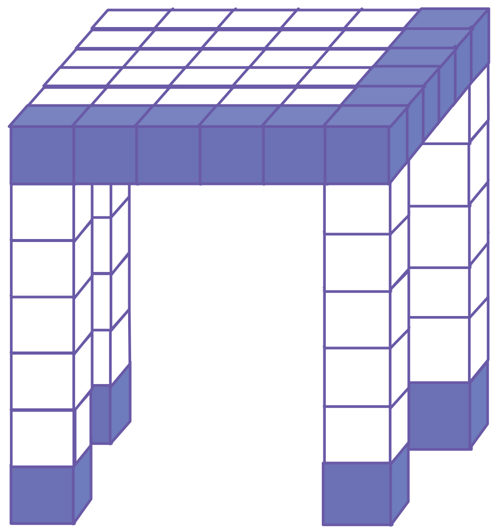


Figura 4



A partir de la información anterior, podemos reconocer la cantidad de cubos totales y los adicionales buscando un patrón:

Figura	Cantidad de cubos en la superficie para comer	Cantidad de cubos en las patas	Cantidad Total de cubos	Cantidad de cubos adicionales respecto a la figura anterior
1	3x3	**4**x3	3x3 + 4x3	
2	4x4	**4**x4	4x4 + 4x4	**11**
3	5x5	**4**x5	5x5 + 4x5	**13**
4	6x6	**4**x6	6x6 + 4x6	**15**
5	7x7	**4**x7	7x7 + 4x7	**17**
6	8x8	**4**x8	8x8 + 4x8	**19**
7	9x9	**4**x9	9x9 + 4x9	**21**

+2
+2
+2
+2

Por lo tanto, la figura 5, **tiene 17 cajitas más que la figura 4.**

Créditos

Los ítems fueron tomados de las pruebas aplicadas en las diferentes etapas de la OLCOMEP 2022.

Autores de los ítems
Hermes Mena Picado, asesor nacional de Matemática,
Departamento de Primero y Segundo Ciclos, MEP.

Geisel Alpízar Brenes, profesora de Matemática,
Escuela de Matemática, TEC.

Compilación y estrategias de solución de los cuadernillos realizadas por:
Hermes Mena Picado
Asesor nacional de Matemática.

Yeri Charpentier Díaz
Asesora nacional de Matemática.
Departamento de Primero y Segundo Ciclos
Dirección de Desarrollo Curricular

Revisores de los cuadernillos
Alejandra Sánchez Ávila
Encargada de Cátedra, Escuela Ciencias de la Educación, UNED.

Luis Carlos Ramírez Morales
Estudiante del bachillerato en la Enseñanza de la Matemática, UNED.

Diseño Gráfico
Karla Guevara Murillo
Dirección de Recursos Tecnológicos en Educación, MEP.


mep
Ministerio de
Educación Pública
UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA
UNED
TEC
Tecnológico
de Costa Rica
OLCOMEP