Ministerio de Educación Pública
Dirección de Desarrollo Curricular
Departamento de Primero y Segundo Ciclos
Asesoría Nacional de Matemática

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria - OLCOMEP

Estrategias para el abordaje de PROBLEMAS Y RETOS PARA OLIMPIADAS DE MATEMÁTICA EN PRIMARIA

510.1
AL457e

Alpízar Brenes, Geisel
Estrategias para el abordaje de problemas y retos para olimpiadas de matemática 2°, 2024 / Geisel Alpízar Brenes; Gerardo Arroyo Brenes -- 1. ed. -- San José, Costa Rica. Ministerio de Educación Pública, 2024.

Documento en formato digital. (45 p.; 21 x 27 cm.; peso 4,33 Mb)

ISBN: 978-9977-60-526-5

1. MATEMÁTICAS. 2. ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE.
3. OLIMPIADAS DE MATEMÁTICAS. 4. EDUCACIÓN PRIMARIA.
I. TÍTULO.

Créditos

Los ítems fueron tomados de las pruebas aplicadas en las diferentes etapas de la OLCOMEP 2023.

Persona autora del cuadernillo:
Dra. Geisel Alpízar Brenes.
Escuela de Matemática.
Instituto Tecnológico de COsta Rica.

Diseño Gráfico:
Karla Guevara Murillo.
Dirección de Recursos Tecnológicos en Educación, MEP.

Esta obra es parte de los productos en el proyecto Olimpiada Costarricense de Matemáticas para la Educación Primaria del Ministerio de Educación Pública, con el apoyo de las universidades públicas de Costa Rica.

PRESENTACIÓN

Es fundamental que el sistema educativo fomente en la sociedad, todas las actividades posibles orientadas a estimular el desarrollo matemático, científico y tecnológico, a efecto de formar personas críticas y analíticas, con habilidades necesarias para hacer frente a los retos y demandas contemporáneas.

Las olimpiadas de matemáticas ponen a prueba las habilidades de los participantes para resolver problemas de forma creativa y original. No se trata de memorizar fórmulas o realizar cálculos complejos, sino de utilizar la lógica, el ingenio y la capacidad de análisis para encontrar soluciones ingeniosas.

Este cuadernillo se dirige a cualquier persona que quiera mejorar sus habilidades matemáticas y disfrutar del desafío de resolver problemas de forma creativa. Ofrece una gran oportunidad para:

- Desarrollar el talento matemático: a través de problemas desafiantes que ayudan a mejorar la comprensión de los conceptos matemáticos y la capacidad para aplicarlos en diferentes situaciones.
- Fortalecer el pensamiento crítico: al analizar problemas de forma lógica, identificar las variables relevantes y formular soluciones creativas.
- Aprender nuevas estrategias de resolución de problemas: por medio de diferentes técnicas para abordar problemas matemáticos de forma eficiente.

En este cuadernillo se encuentra:

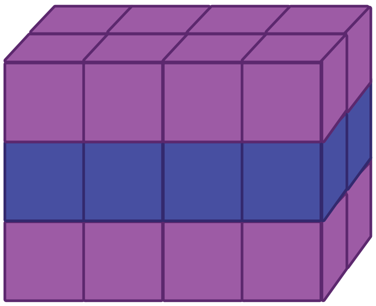
- Una selección de problemas de diferentes niveles de dificultad, cuidadosamente seleccionados para estimular el pensamiento matemático.
- Estrategias de resolución para cada problema, explicadas paso a paso para su comprensión y aplicación en otros desafíos.

- Una oportunidad para poner a prueba habilidades y el potencial en el apasionante mundo de las matemáticas.

Confiamos en que este material será de gran utilidad para contribuir a la mejora de la educación matemática.

Comisión Central de OLCOMEP

1. Ester ha formado la siguiente figura de tres pisos con cajitas pequeñas y de igual tamaño, usando un solo color en cada piso.

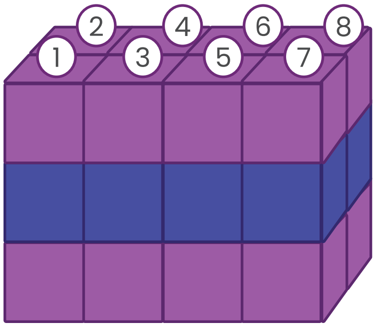


Si coloca un piso más en color azul, ¿cuántas cajitas de color azul utiliza para formar la figura completa?

Solución:
Tenemos que cada piso está hecho de varias cajitas pequeñas del mismo tamaño y del mismo color.

Si Ester quiere agregar otro piso más en la parte superior, y este nuevo piso deber ser de color azul, averigüemos primero cuántas cajas necesita Ester para ese nuevo piso. Para eso debemos identificar cuántas cajitas se utilizan en cada piso.

Observando el tercer piso, podemos contar las cajitas de cada piso.



Así, Ester necesita 8 cajitas azules para formar el cuarto piso. Con cuatro pisos, quedan dos pisos de color morado y dos pisos de color azul. Como cada piso está formado por 8 cajitas entonces para dos pisos azules usaría

8 + 8 = 16 cajitas azules

Por lo tanto, Ester utiliza 16 cajitas azules para formar la figura completa.

2. María y Ana compiten en campo traviesa. A Ana se le da una camiseta con un número 12 unidades mayor que el obtenido al tomar el número de María y disminuir en 1 el dígito de las centenas.

Si sabemos que a María se le asignó el número que se observa en la imagen, ¿cuál es el número de camiseta de Ana?

Solución:
Vamos a resolver este problema paso a paso.

Primero, tenemos el número de María, que es 324.
Luego, el número de Ana cumple con las siguientes características:

12 unidades mayor que el obtenido al tomar el número de María y disminuir en 1 el dígito de las centenas.

Entonces, necesitamos
1. Disminuir en 1 el dígito de las centenas del número de María.

3	**2**	**4**
centenas	decenas	unidades

El dígito de las centenas es 3, y si le restamos 1, obtenemos 2. Entonces, ahora tenemos el número 224.

2. A este número le sumamos 12 unidades.
Entonces, 224 + 12 = 236.

¡Así que el número de camiseta de Ana es 236!

3. Para la clase de Educación para el Hogar se necesitan 5 metros de lana.

La longitud de los rollos de lana de tres estudiantes es la siguiente:

- Rollo de María: 2m con 200 cm.
- Rollo de Luisa: 300 cm.
- Rollo de Julio: es la mitad de la longitud rollo de María, más 3 m.

¿Cuál de ellos cuenta con la lana suficiente para la clase?

Solución:
Vamos a calcular la longitud total, en metros, de lana que tiene cada estudiante:

- **María tiene 2 metros y 200 centímetros de lana.**

Convertimos los centímetros a metros, recordemos que un metro es equivalente a 100 centímetros.

Por lo que **200 cm = 2 m**

Entonces, María tiene un total de 2 + 2 = 4 metros de lana.

- **Luisa tiene 300 centímetros de lana.**

Convertimos los centímetros a metros:

300 cm = 3 m

Entonces, Luisa tiene un total de 3 metros de lana.

- **El rollo de Julio es la mitad de la longitud rollo de María, más 3 m.**

Así, para calcular la longitud del rollo de Julio, primero necesitamos encontrar la mitad de la longitud del rollo de María. Como María tiene 4 metros de lana, la mitad de eso es 2 pues 2 x 2 = 4.

Luego, le sumamos 3 metros, lo que da un total de 2 + 3 = 5 metros.

Por lo tanto, Julio es el único que tiene suficiente lana para la clase, ¡ya que tiene exactamente 5 metros!

4. Tannia y sus amigos establecen las siguientes reglas para un juego con varios niveles de dificultad:

- En el primer nivel, el ganador obtiene 2 confites.
- En cualquier otro nivel, el ganador obtiene lo que obtuvo el ganador del nivel anterior más 3 confites.

¿Cuántos confites obtiene el ganador del sexto nivel?

Solución:
Para resolver este problema, primero necesitamos entender cómo se van acumulando los confites en cada nivel.

- En el primer nivel, el ganador obtiene 2 confites.
- En el segundo nivel, el ganador obtiene lo que obtuvo el ganador del nivel anterior (2 confites) más 3 confites adicionales

Confites del ganador del nivel anterior	+	Confites adicionales	=	Confites del ganador segundo nivel
2	+	3	=	5

lo que suma un total de 5 confites.

- En el tercer nivel, el ganador obtiene lo que obtuvo el ganador del nivel anterior (5 confites) más 3 confites adicionales.

Confites del ganador del nivel anterior	+	Confites adicionales	=	Confites del ganador tercer nivel
5	**+**	**3**	**=**	**8**

lo que suma un total de 5 + 3 = 8 confites.

Y así sucesivamente...

Podemos notar que, en cada nivel, el ganador obtiene 3 confites más que el ganador del nivel anterior.

Entonces, podemos calcular cuántos confites obtiene el ganador del sexto nivel sumando 3 confites para cada nivel desde el primer nivel hasta el sexto:

2 (primer nivel) + 3 (segundo nivel) + 3 (tercer nivel) + 3 (cuarto nivel) + 3 (quinto nivel) + 3 (sexto nivel)

Esto nos da un total de:

2 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 17

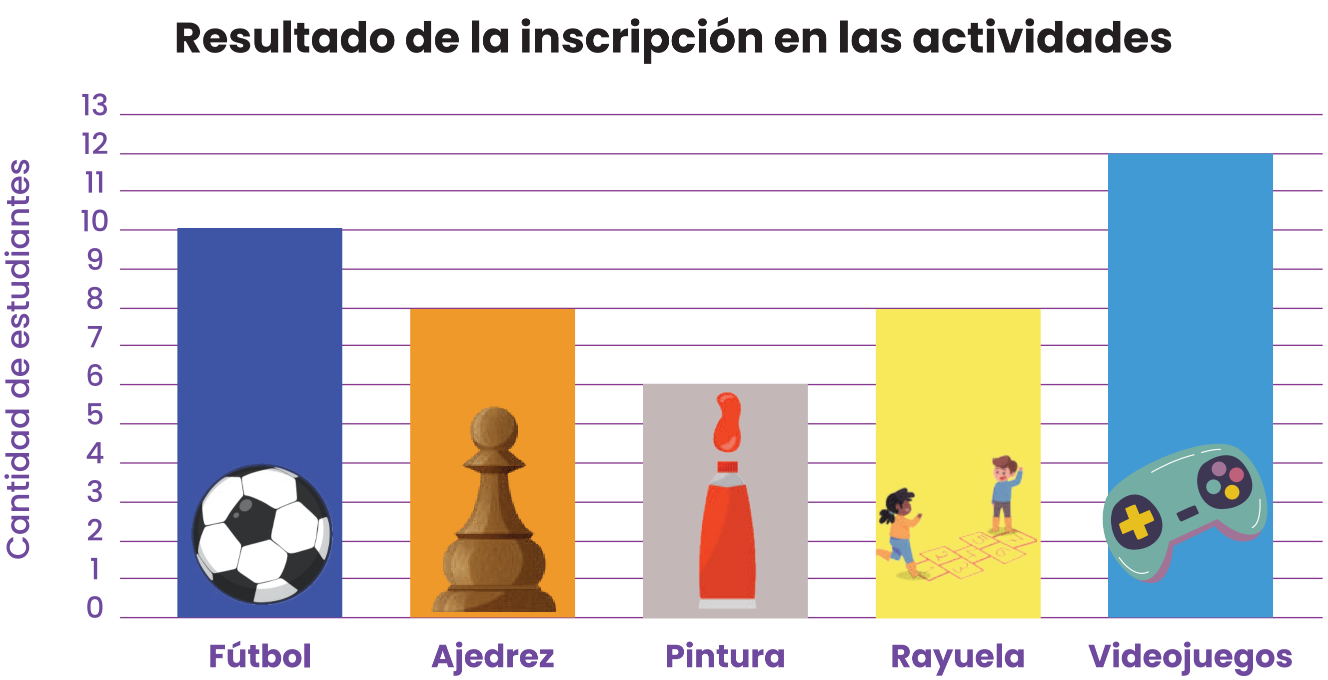
Por lo tanto, el ganador del sexto nivel obtiene un total de 17 confites.

Otra forma de resolverlo es construyendo la sucesión del total de confites, sumando 3 en cada paso al valor anterior.

Primer nivel	Segundo nivel	Tercer nivel	Cuarto nivel	Quinto nivel	Sexto nivel
2	5	8	11	14	17

+ 3 + 3 + 3 + 3 + 3

5. En una celebración escolar, se ofrecen 5 actividades, cada estudiante ha elegido una única actividad. Si los resultados de la elección se muestran en la siguiente representación gráfica, ¿cuál de los siguientes enunciados es verdadero?



a) La cantidad de estudiantes que participaron es 36.
b) La actividad con mayor preferencia ha sido elegida por 10 estudiantes más que los que eligen pintura.
c) La mitad del estudiantado ha elegido fútbol o videojuegos.

Solución:
Analicemos cada afirmación en detalle.

a) La cantidad de estudiantes que participaron es 36.

Como cada estudiante ha elegido una única actividad, sumando el total de estudiantes de cada actividad tenemos el total de estudiantes que participaron. Los datos de la gráfica los podemos resumir en la siguiente tabla:

Actividad	Cantidad de estudiantes
Fúbol	10
Ajedrez	8
Pintura	6
Rayuela	8
Videojuegos	12

Sumando, las cantidades se tiene

$$10 + 8 + 6 + 8 + 12 = 44$$

De donde se puede concluir que en total participaron 44 estudiantes.

Por lo tanto, la primera afirmación es falsa.

b) La actividad con mayor preferencia ha sido elegida por 10 estudiantes más que los que eligen pintura.

Primero identifiquemos cuál fue la actividad con mayor preferencia

Actividad	Cantidad de estudiantes
Fúbol	10
Ajedrez	8
Pintura	6
Rayuela	8
Videojuegos	**12**

Observando en la tabla anterior la cantidad de estudiantes, se tiene que corresponde a la actividad de Videojuegos. Además, observe que 6 estudiantes eligieron Pintura. Luego, si le sumamos 10 a 6 se tiene

$$6 + 10 = 16$$

Que no corresponde al número de estudiantes que eligieron Videojuegos.

Por lo tanto, la segunda afirmación es falsa.

c) La mitad del estudiantado ha elegido fútbol o videojuegos.

De la parte a) se tiene que en total participaron 44 estudiantes. Por lo que la mitad corresponde a 22 estudiantes pues

$$22 + 22 = 44$$

Si observamos la tabla

Actividad	Cantidad de estudiantes
Fúbol	**10**
Ajedrez	8
Pintura	6
Rayuela	8
Videojuegos	**12**

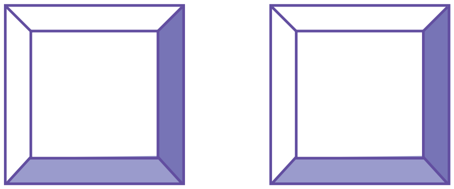
tenemos que 10 estudiantes eligieron fútbol y 12 videojuegos, si sumamos esas cantidades se tiene

$$10 + 12 = 22$$

Que coincide con la mitad de los estudiantes que participaron.
Por lo tanto, la tercer afirmación es verdadera.

La mitad del estudiantado ha elegido fútbol o videojuegos.

6. Fausto ha escrito los dos dígitos de su edad en tarjetas diferentes



Si se sabe que el producto de los dos dígitos de su edad es 20, es decir,

$$\boxed{} \times \boxed{} = 20$$

¿Cuál es la suma de los dígitos de la edad de Fausto?

Solución:
Para resolver este problema, primero debemos pensar en pares de números que multiplicados resultan en 20. Por ejemplo,

1	20	1 x 20 = 20
2	10	2 x 10 = 20
3	5	4 x 5 = 20

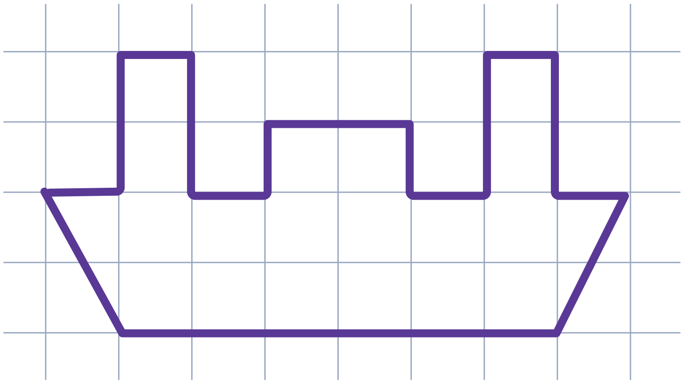
Ahora bien, los números que buscamos corresponden a los dígitos de la edad de Fausto. Por lo tanto, descartamos la opción 1 × 20, ya que implicaría que uno de los números es 20, lo cual no es posible, dado que estamos buscando dos números de un solo dígito. Del mismo modo, descartamos la opción 2 × 10.

Por lo tanto, la opción es

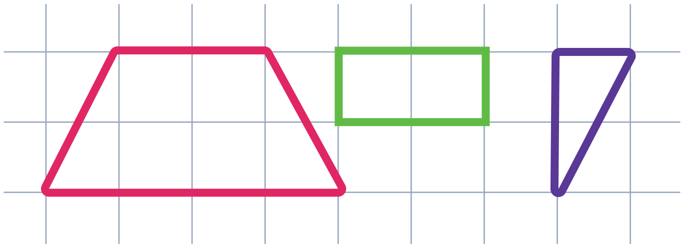
$$\boxed{4} \times \boxed{5} = 20$$

De donde se tiene que los dígitos de la edad de Fausto son 4 y 5. Y su suma correspondería a
4 + 5 = 9

7. Se ha construido un barco usando cuadriláteros y triángulos como se muestra en la imagen siguiente

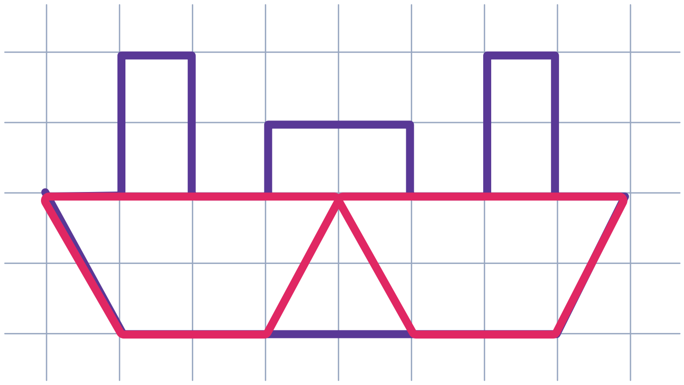


Si solo se utilizan las 3 figuras geométricas siguientes

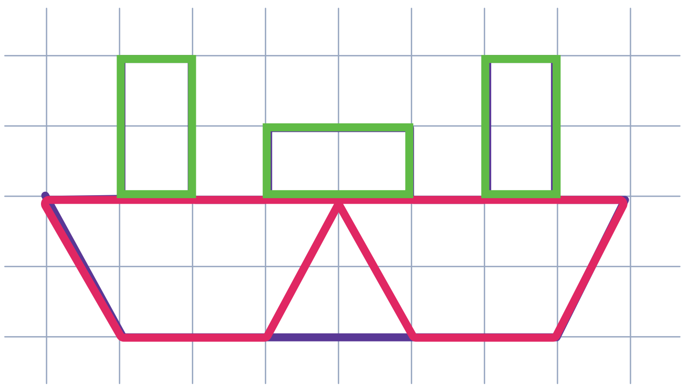


para construir el barco, ¿cuál es la menor cantidad de cuadriláteros y triángulos con los que se puede construir el barco?

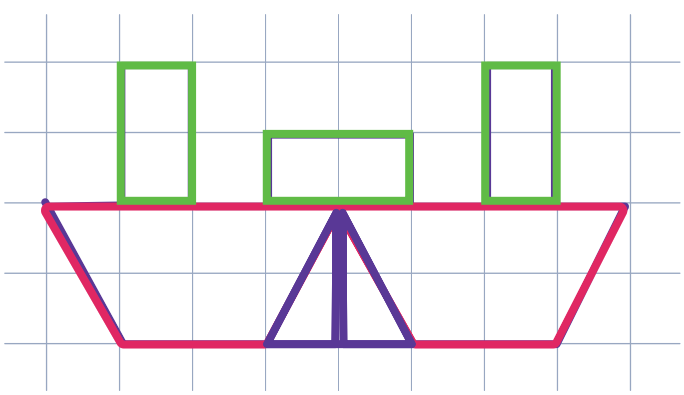
Solución:
Como se deben usar la menor cantidad de cuadriláteros y triángulos, iniciemos intentando colocar la figura más grande (esta figura recibe el nombre de trapecio). Esta figura, solo se podría colocar en la parte de abajo del barco, una forma es la que se muestra a continuación



Observando los espacios disponibles, y las otras dos figuras. Observamos que en la parte de arriba del barco podemos ubicar los rectángulos

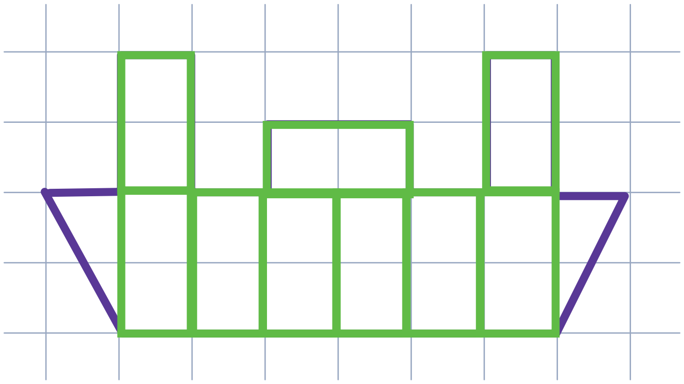


Y en medio de los cuadriláteros grandes podemos ubicar los triángulos



Así, el barco se puede construir con 7 figuras, que corresponde a la menor cantidad de figura.

Existen otras opciones de construcción, pero requieren de más figuras. Por ejemplo



Que usa 11 figuras. Al comenzar con la figura más grande, se reduce el número total de figuras necesarias, ya que éstas cubren una parte mayor del barco.

8. En el aula de una escuela la maestra tiene borradores, tijeras, gomas y lápices para el uso del estudiantado. Se sabe que:

- Hay tantos borradores como tijeras.
- La cantidad de tijeras es la mitad de la cantidad de gomas.
- La cantidad de lápices supera en 15 al número de borradores.

Si hay 12 gomas, ¿cuántos lápices tiene la maestra para uso del estudiantado?

Solución:
Para resolver este problema, primero establezcamos la relación entre los elementos dados:

Cantidad de Borradores = Cantidad de Tijeras
Cantidad de Tijeras = Mitad de la cantidad Gomas
Cantidad de Lápices = Cantidad de Borradores + 15

Basándonos en esta información, podemos deducir las cantidades a partir del único dato conocido, que son las 12 gomas.

- Dado que sabemos que hay 12 gomas, podemos determinar que hay 6 tijeras ya que 6 corresponde a mitad de 12 pues 6 x 2 = 12.

- Si hay 6 tijeras, entonces hay 6 borradores pues la cantidad de borradores es igual a la cantidad de tijeras.

- Como la cantidad de lápices supera en 15 al número de borradores, hay 6 + 15 = 21 lápices.

Entonces, la maestra tiene 21 lápices disponibles para el uso del estudiantado.

9. En una clase se forman cuadrados con granos de maíz, iniciando con un cuadrado cuyo lado tenga dos granos. Cada estudiante debe construir un nuevo cuadrado aumentando el lado del anterior en un grano de maíz, tal como se muestra en las figuras 1, 2 y 3.

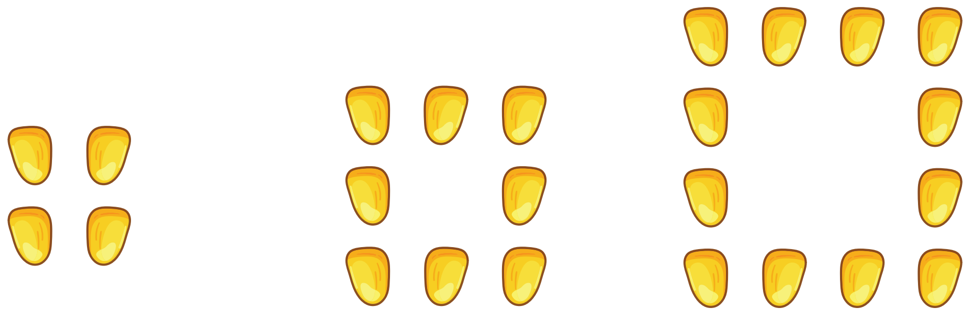


Figura 1 **Figura 2** **Figura 3**

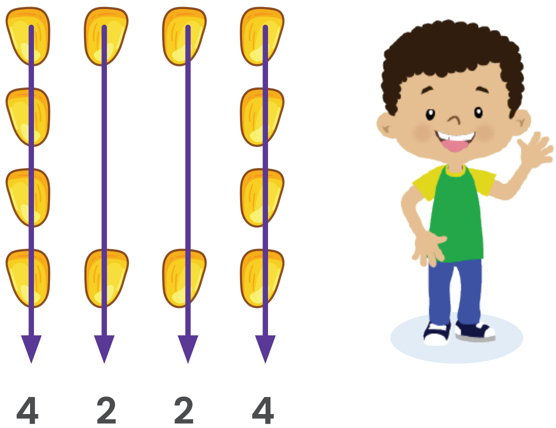
Si se continua el mismo patrón ¿cuál es la cantidad de granos que se utiliza para construir la Figura 7?

Solución:
Para calcular la cantidad de granos que se utiliza para construir la Figura 7, primero necesitamos entender el patrón.

En cada construcción, el lado del cuadrado aumenta en un grano de maíz, es decir,

Figura	Cantidad de granos para el lado	Cantidad total de granos
1	2	2 + 2 = 4
2	3	3 + 2 + 3 = 8
3	4	4 + 2 + 2 + 4 = 12
4	5	5 + 2 + 2 + 2 + 5 = 16
5	6	6 + 2 + 2 + 2 + 2 + 6 = 20

Note que se suman tantos números como cantidad de granos para el lado. Una forma de organizar la suma es sumar verticalmente los granos utilizados, como se muestra a continuación.



Note que la suma de los extremos corresponde a la cantidad de granados usados para el lado del cuadrado y en el centro sumamos dos veces dos. Si el lado se aumenta en un grano, se tendría la suma

5 + 2 + 2 + 2 + 5 = 16

Para la Figura 7, el lado del cuadrado será de lado 8 y se tendría

$$\mathbf{8 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 8 = 28 \text{ granos}}$$

en total.

Otra forma es construir un par de figuras más y ver el patrón de cantidad total de granos

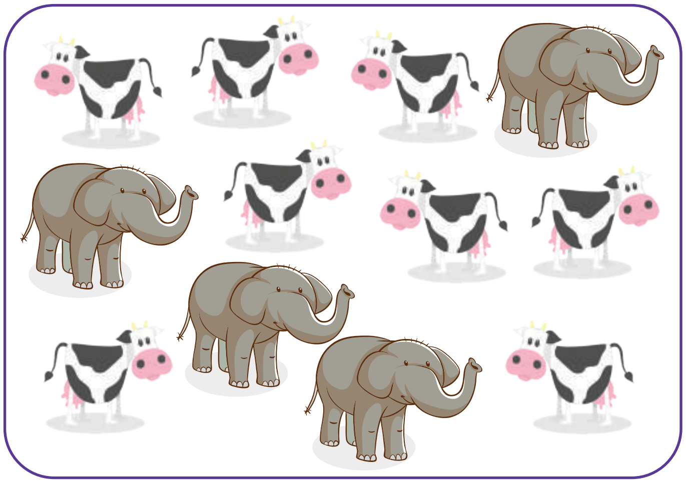
Figura	Cantidad de granos para el lado	Cantidad total de granos
1	2	4
2	3	8
3	4	12
4	5	16
5	6	20

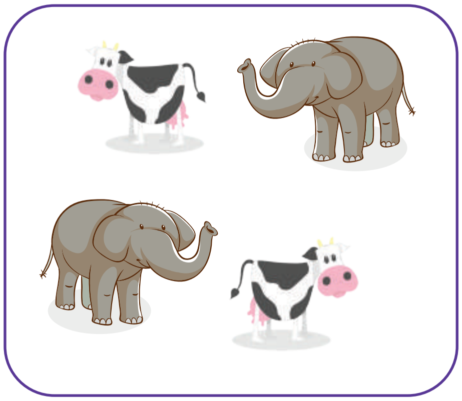
Y notar que, en cada nueva figura, se tienen 4 granos más que la anterior.

Figura	Cantidad de granos para el lado	Cantidad total de granos
6	7	24
7	**8**	**28**

Por lo tanto, se utilizan 28 granos de maíz para construir la Figura 7.

10. Ana tiene dos encierros con animalitos de juguete, como se observa en la figura. Si se quiere la misma cantidad de cada tipo de animalito en los dos encierros, ¿cuántos animalitos debe pasar de un encierro al otro?

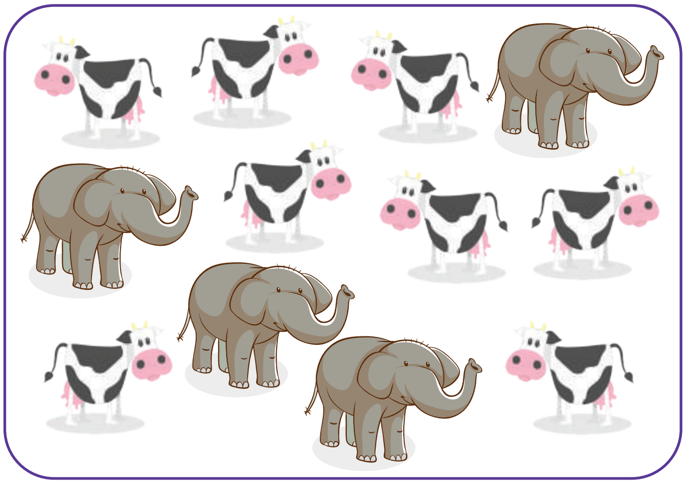




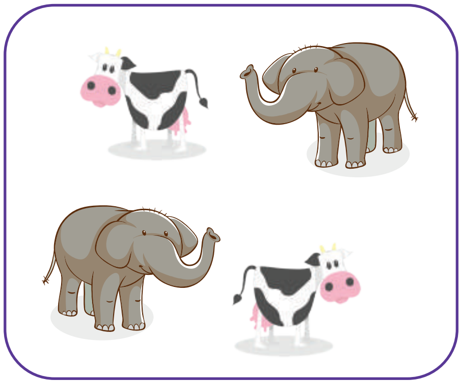
Solución:

Para igualar la cantidad de cada tipo de animalito en ambos encierros, debemos hacer que cada encierro tenga la misma cantidad de vacas y elefantes.

Encierro 1

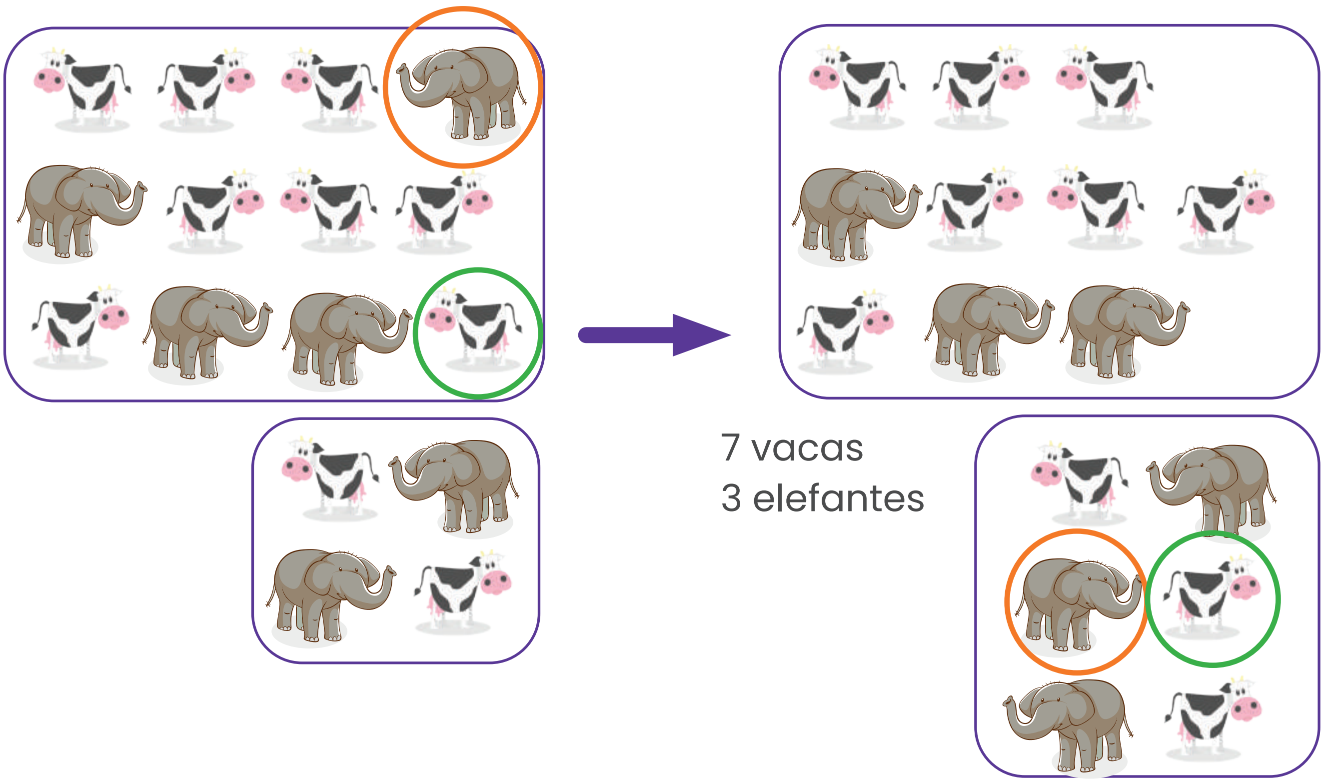


Encierro 2



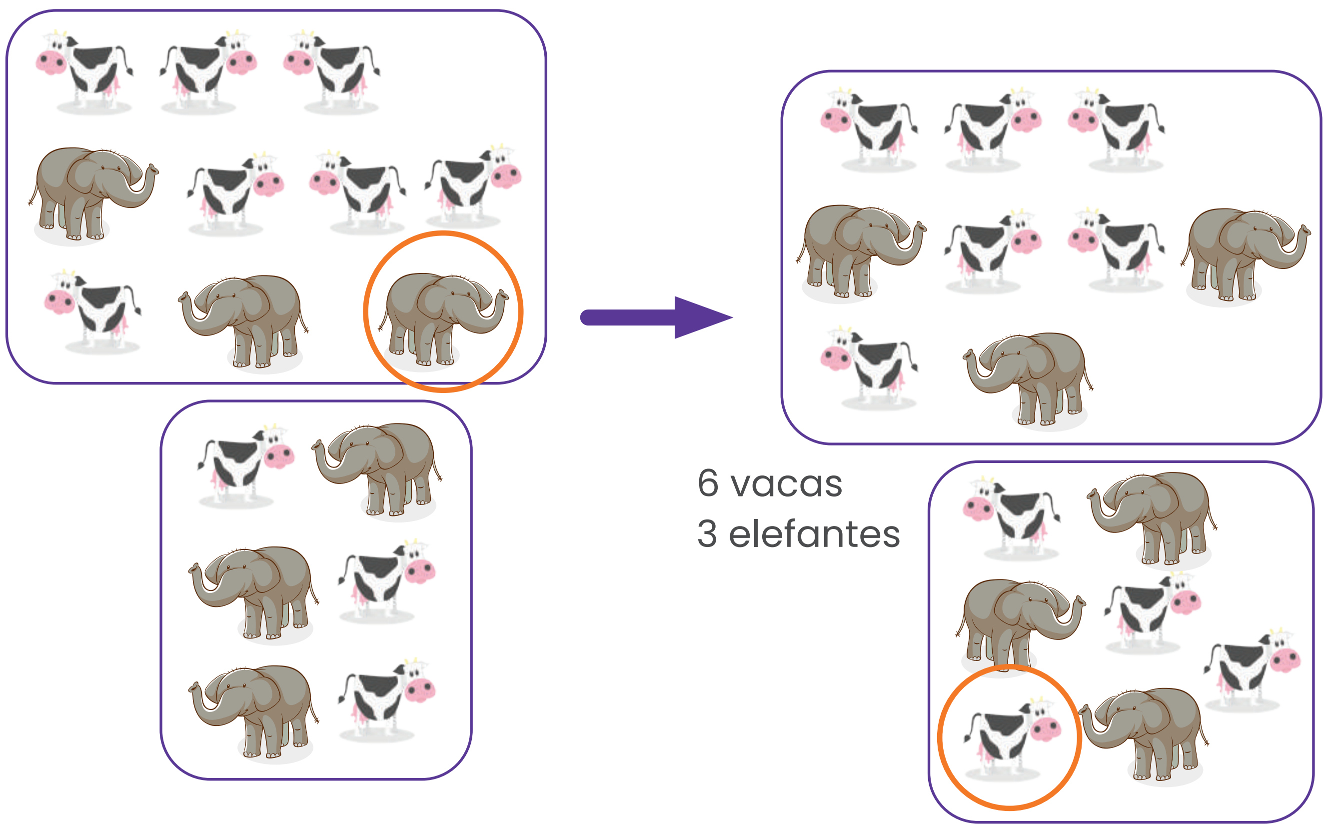
En el Encierro #1, hay 8 vacas y 4 elefantes, mientras que en el Encierro #2 hay 2 vacas y 2 elefantes.

Una estrategia de solución es ir moviendo de animalito en animalito y contar cada vez que movemos uno. Movemos del Encierro #1 al Encierro #2 pues en el Encierro #1 es donde hay más vacas y elefantes.

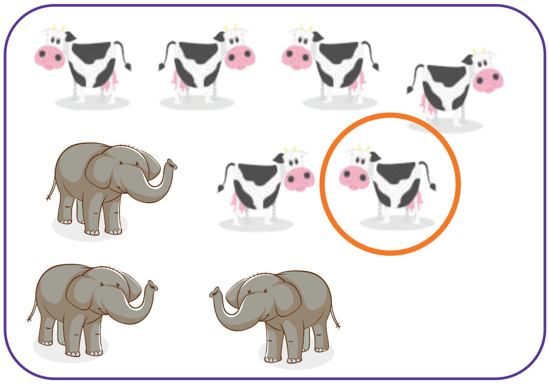


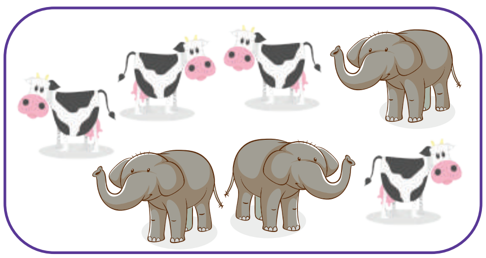
3 vacas - 3 elefantes

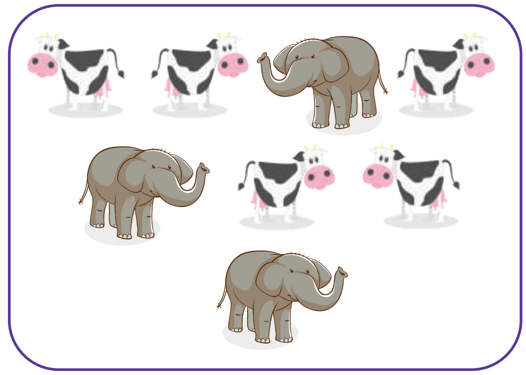
Podemos observar que al mover un elefante del Encierro #1 al Encierro #2 ya tenemos igual cantidad de elefantes en cada encierro. Pero mover una vaca del Encierro #1 al Encierro #2 todavía no es suficiente, por lo que continuamos.



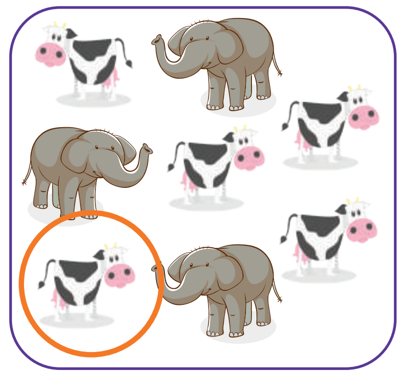
4 vacas - 3 elefantes







5 vacas
3 elefantes

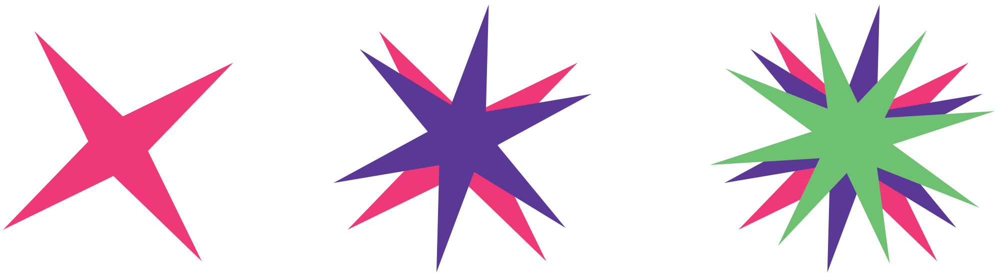


5 vacas - 3 elefantes

Necesitamos mover 3 vacas del Encierro #1 al Encierro #2 para tener igual cantidad de vacas en cada encierro.

Entonces, en total, Ana debe pasar 3 vacas y un elefante del Encierro #1 al Encierro #2 para tener la misma cantidad de cada tipo de animalito en ambos encierros.

11. Karla ha construido tres figuras utilizando estrellas de diferentes cantidades de puntas, usando un patrón como se muestra en la imagen.



Si continúa la construcción con el mismo el patrón, ¿cuántas puntas, en total, tendrá la figura siguiente?

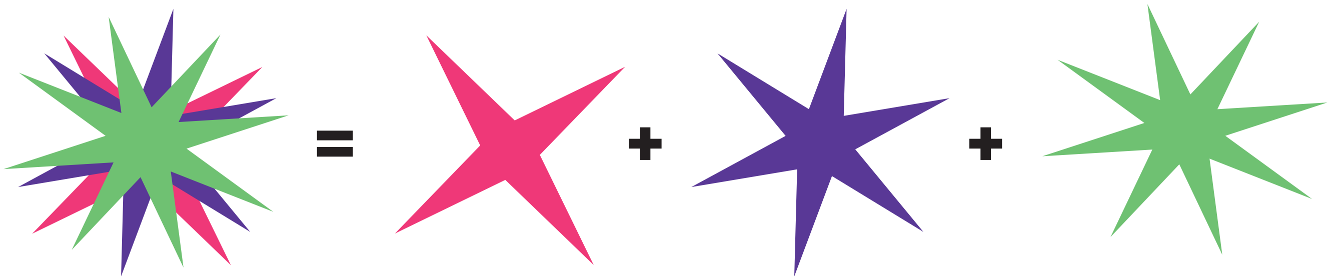
Solución:

Observe que:

- En la primera figura, que contiene solo una estrella, esta tiene 4 puntas.

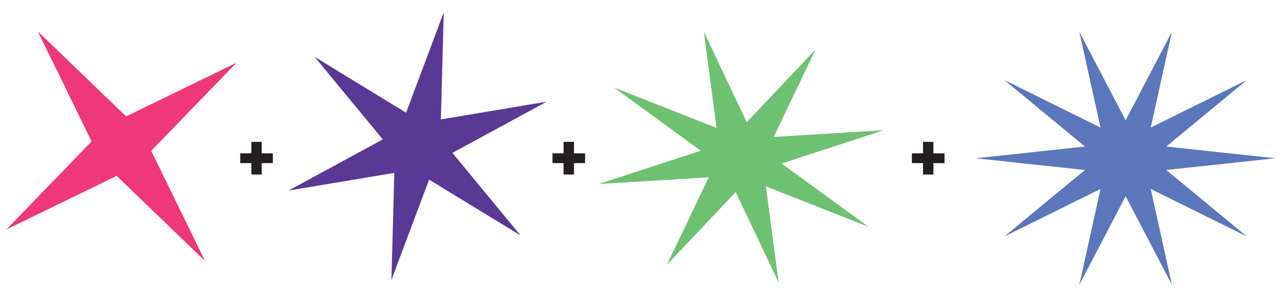
- En la segunda figura, que presenta dos estrellas, la estrella del fondo es idéntica a la de la primera figura, mientras que la estrella de encima tiene 6 puntas.

- En la tercera figura, que tiene tres estrellas, las dos estrellas del fondo son las mismas que las de la segunda figura, y la estrella de encima tiene 8 puntas.



Por lo tanto, a partir de la segunda figura, cada nueva figura se forma con base en la anterior agregando una nueva estrella con dos puntas más que la estrella agregada previamente.

Así, para formar la cuarta figura, conservaremos las tres estrellas de la tercera figura y agregaremos una cuarta estrella de 10 puntas. Así que en total tendremos



4 + 6 + 8 + 10 = 28 puntas.

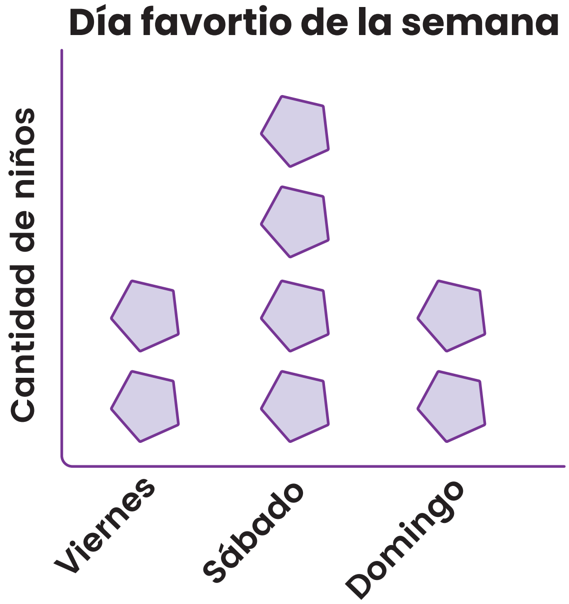
12. ¿Cuál es la cantidad total de cuadriláteros presentes en la figura?

Solución:

Recordemos que un cuadrilátero es una figura geométrica que tiene cuatro lados y cuatro vértices. Para determinar la cantidad total de cuadriláteros presentes en la figura, primero identificaremos los distintos cuadriláteros que se pueden formar y luego contaremos cada uno de ellos.

Si contamos los cuadriláteros identificados en las figuras anteriores, tenemos un total de 9 cuadriláteros.

13. El gráfico muestra el día preferido por un grupo de estudiantes de un nivel en una escuela de Puntarenas. Al gráfico se le han borrado los datos numéricos, pero se sabe que en la encuesta participaron 80 estudiantes.



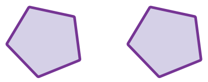
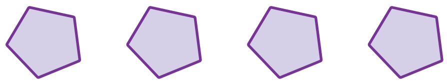
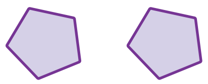
¿Para cuántos niños el día favorito es sábado?

Solución:
El gráfico de la imagen es un pictograma. En un pictograma se utilizan símbolos o imágenes para representar la cantidad de datos en lugar de barras, líneas o puntos como en otros tipos de gráficos. Cada figura representa una cantidad específica de datos.

Según el enunciado, en la encuesta participaron 80 estudiantes y tenemos 8 figuras. Por lo tanto, para representar los 80 datos en el gráfico, cada figura debe representar 10 datos pues

$$\mathbf{8 \times 10 = 80}$$

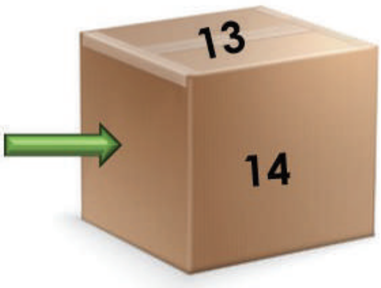
Así, podemos resumir la información en una tabla

Día	Figuras	Cantidad de estudiantes
Viernes		10 + 10 = 20
Sábado		10 + 10 +10 + 10 = 40
Domingo		10 + 10 = 20

Por lo tanto, para 40 estudiantes el día favorito es sábado.

14. Carlos escribió un número en cada una de las 6 caras de una caja, de la siguiente forma:

- Utilizó números del 12 al 19.
- Todos los números son diferentes.
- La suma de los números en cada par de caras opuestas es igual al doble de 15



¿Cuál número puede estar escrito donde señala la flecha?

Solución:
Se observa que en la caja ya se han escrito dos números: el 13 y el 14. Por lo tanto, podemos identificar los números en las caras opuestas, ya que la suma de los números en cada par de caras opuestas es igual al doble de 15, es decir, la suma debe ser 30 pues

$$15 \times 2 = 30$$

Así tenemos que:

- Encontrar el número que, sumado a 14, dé como resultado 30. Esto corresponde a 16, ya que 16 + 14 = 30.
- Similarmente, encontrar el número que, sumado a 13, dé como resultado 30. Esto corresponde a 17, ya que 17 + 13 = 30.

Sabemos que Carlos usó números del 12 al 19, hagamos una lista de estos números e identificamos los que ya conocemos su ubicación en las caras.

12, 13, 14, 15, 16, 17, 18

Para las dos caras restantes, tenemos tres posibilidades. Sin embargo, dado que los números utilizados por Carlos son diferentes, excluimos el 15, ya que necesitaríamos otro 15 en la cara opuesta para que la suma total sea 30. Esto nos deja con el 12 y el 18 como opciones viables, y verificamos que

$$\mathbf{12 + 18 = 30.}$$

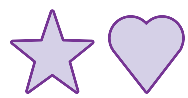
Por lo tanto, tanto el 12 como el 18 podrían estar en la cara indicada por la flecha.

15. Carlos El número 714 tiene la característica de **que la mitad de la suma de sus dígitos es 6** pues

7+1+4 = 12

Y la mitad de 12 es 6. ¿Cuántos números entre 700 y 1000 cumplen esa misma característica?

Solución:
Una estrategia de solución es la siguiente. Comencemos con los números entre 700 y 799, todos estos números inician con 7, es decir, son de la forma

7 

Sabemos que la suma de sus dígitos debe ser 12 por lo que la suma de 7 y los otros dos dígitos debe ser 12. Si ya el primer digito es siempre 7, entonces los otros dos dígitos deben sumar 5 pues 7 + 5 = 12. Veamos las posibilidades para que esto se cumpla, busquemos dos dígitos que sumados den 5

0 y 5, 1 y 4, 2 y 3

Con esto podemos formar los números siguientes

7	0	5	7 + 0 + 5 = 12
7	5	0	7 + 5 + 0 = 12
7	1	4	7 + 1 + 4 = 12
7	4	1	7 + 4 + 1 = 12
7	2	3	7 + 2 + 3 = 12
7	3	2	7 + 3 + 2 = 12

Hagamos un trabajo similar para los números entre 800 y 899. En este caso, todos estos números inician con 8, es decir, son de la forma

8 ☆ ♡

La suma de sus dígitos debe ser 12 por lo que la suma de 8 y los otros dos dígitos debe ser 12. Como el primer digito es siempre 8, entonces los otros dos dígitos deben sumar 4 pues 8 + 4 = 12. Así, para que esto se cumpla, busquemos dos dígitos que sumados den 4

0 y 4, 1 y 3, 2 y 2

Con esto podemos formar los números siguientes

8	0	4	8 + 0 + 4 = 12
8	4	0	8 + 4 + 0 = 12
8	1	3	8 + 1 + 3 = 12
8	3	1	8 + 3 + 1 = 12
8	2	2	8 + 2 + 2 = 12

Repitamos el trabajo para los números entre 800 y 899. En este caso, todos estos números inician con 9, es decir, son de la forma

9 ☆ ♡

Para que la suma de sus dígitos sea 12 y el primer digito es siempre 9, entonces los otros dos dígitos deben sumar 3 pues 9 + 3 = 12. Para que esto se cumpla, busquemos dos dígitos que sumados den 4

0 y 3, 1 y 2

Con esto podemos formar los números siguientes

9	0	3	9 + 0 + 3 = 12
9	3	0	9 + 3 + 0 = 12
9	1	2	9 + 1 + 2 = 12
9	2	1	9 + 2 + 1 = 12

El número 1000 se descarta por la suma de sus dígitos no es 12.
En resumen, tenemos:

- 6 números entre 700 y 799 que satisfacen la condición.
- 5 números entre 800 y 899 que satisfacen la condición.
- 4 números entre 900 y 999 que satisfacen la condición.

Por lo tanto, hay 15 números entre 700 y 1000 para los cuales la suma de sus dígitos es 12 y por lo tanto cumplen la característica de **que la mitad de la suma de sus dígitos es 6**.

16. Heidy ha escrito una sucesión de números usando solo ceros y unos, como se muestra en la figura.

Si Heydi escribe un número más, manteniendo el patrón de la sucesión, ¿qué número escribiría? (2 puntos)

1	10	11	110	111	1110	1111

Solución:
Note que la sucesión de Heydi sigue el siguiente patrón:

- El primer número es simplemente 1.
- El segundo número es 10, que se obtiene agregando un 0 al final del número anterior.
- El tercer número es 11, que se obtiene cambiando el último 0 del número anterior por un 1.
- El cuarto número es 110, que se obtiene agregando un 0 al final del número anterior.
- El quinto número es 111, que se obtiene cambiando el último "0" del número anterior por un 1.
- El sexto número es 1110, que se obtiene cambiando el último 1 del número anterior por un 0.
- El séptimo número es 1111, que se obtiene cambiando el último 0 del número anterior por un 1.

Siguiendo esta regla, el siguiente número en la sucesión sería obtenido agregando un 0 al final del número anterior, es decir, 11110.

17. María tiene dos alcancías con monedas, a cada alcancía le pone solo monedas de un mismo tipo, como se observa en la figura.

- La alcancía de la izquierda ya tiene 10 monedas.
- La alcancía de la derecha no tiene ninguna moneda.

Si a partir de mañana, ahorra 3 monedas en la alcancía de la izquierda y 2 monedas en la alcancía de la derecha. ¿Cuál es la mínima cantidad de días que debe esperar, para tener más dinero ahorrado en la alcancía de la derecha?

Solución:

Para resolver este problema, podemos analizar cuánto dinero se acumula en cada alcancía por día y determinar cuántos días se necesitan para que la alcancía de la derecha tenga más dinero que la de la izquierda.

Inicialmente, la alcancía de la izquierda tiene 10 monedas de 25. Si sumamos 10 veces 25 tenemos 250. Por lo que inicialmente hay 250 colones en la alcancía de la izquierda y 0 colones en la alcancía de la derecha.

Total ₡250  **Total ₡0** 

Cada día, María agrega 3 monedas de 25 a la alcancía de la izquierda y 2 monedas de 50 a la alcancía de la derecha. Esto significa que cada día, la cantidad de dinero en cada alcancía aumenta de la siguiente manera:

- Alcancía izquierda: 3 × 25 = 75 colones
- Alcancía derecha: 2 × 50 = 100 colones

Por lo tanto, la diferencia en la cantidad de dinero entre las dos alcancías aumenta en 100 - 75 = 25 colones. Es decir, cada día la alcancía de la derecha recibe 25 colones más que la de la izquierda.

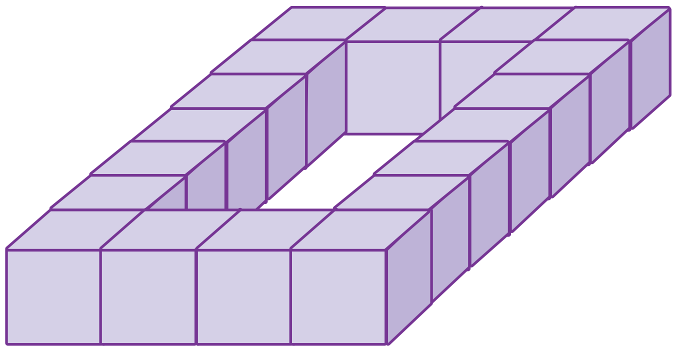
Para tener más dinero ahorrado en la alcancía de la derecha, primero se deben reponer los 250 colones iniciales. Dado que por día la alcancía de la derecha recibe 25 colones de más, entonces deben transcurrir 10 días para reponer esos 250 colones e igualar la cantidad de dinero ahorrado en las dos alcancías. Ya a partir del día 11 empieza a tener más dinero la alcancía de la derecha, pues cada día recibe 25 colones más que la de la izquierda.

Por lo tanto, 11 días es la mínima cantidad de días que debe esperar, para tener más dinero ahorrado en la alcancía de la derecha.

Otra forma de resolverlo es enlistar la cantidad de dinero que tiene cada alcancía día por día hasta llegar al primer día que la alcancía de la derecha tenga más dinero que la de la izquierda.

DÍA	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Alcancía izquierda	250	325	400	475	550	625	700	775	850	925	1000	1075
Alcancía derecha	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100

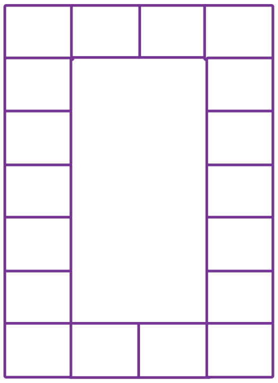
12. Blanca formó el marco de la imagen con cajas iguales. Luego lo hizo más grande agregando 10 cajas más.



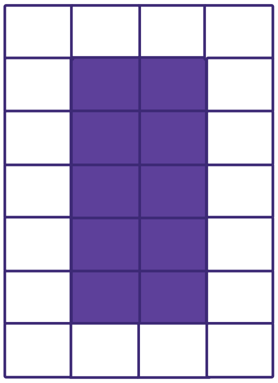
Si Blanca armó el marco de tal forma que se necesita la máxima cantidad posible de cajas para rellenar su interior.

¿Cuántas cajas se necesitarán para rellenar completamente el interior de este nuevo marco?

Solución:
Para ayudarnos a resolver el problema, podemos pensar en cómo se ve el marco desde arriba, con el interior vacío y con cajas.



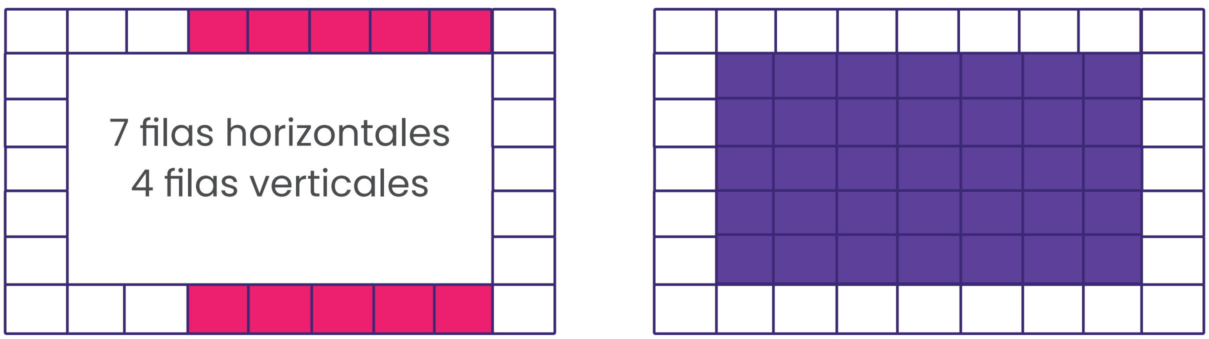
7 filas horizontales
4 filas verticales



5 x 2 cajas

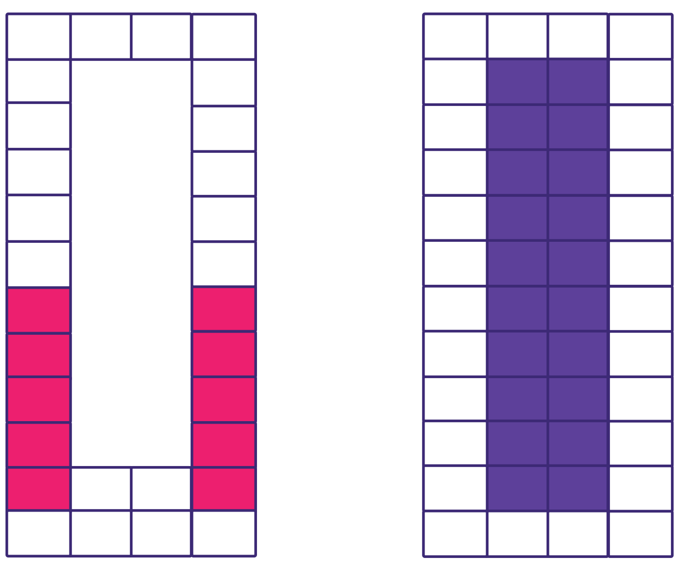
Para el marco tal y como esta, se necesita 5 x 2 = 10 cajas para rellenarlo. Note que

- Si agregamos las 10 cajas en las filas de cajas horizontales necesitaríamos 5 x 7 = 35 pues se agregan 5 filas verticales (dado que hay que agregar una caja en cada fila para que el marco se mantenga).



5 x 2 cajas

- Si más bien agregamos las 10 cajas en las filas de cajas verticales necesitaríamos 10 x 2 = 20 pues se agregan 5 filas de cajas horizontales.



En los dos casos anteriores se agregaron las 10 cajas solo en las filas verticales o solo en las horizontales.

Consideremos la posibilidad de agregar diferente cantidad en las filas horizontales y verticales, tomando en cuenta que se agregan en parejas.

Inicialmente se necesita 5 x 2 cajas para llenar el marco, consideremos las diferentes posibilidades.

Cajas agredas en las filas horizontales	Cantidad de filas horizontales que aumenta	Cajas agregadas en las filas verticales	Cantidad de filas verticales que aumenta	Cajas que se necesitan para llenar el marco
2	1	8	4	6 x 6 = 36
8	4	2	1	9 x 3 = 18
4	2	6	3	7 x 5 = 35
6	3	4	2	8 x 4 = 32

Podemos concluir que la cantidad máxima de cajas es 36.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN PÚBLICA | GOBIERNO DE COSTA RICA

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

45 ANIVERSARIO UNED DESDE 1977

TEC | Tecnológico de Costa Rica

UNA UNIVERSIDAD NACIONAL COSTA RICA

OLCOMEP