

**Ministerio de Educación Pública**

Dirección de Desarrollo Curricular

Departamento de I y II ciclos

Asesoría Nacional de Matemática

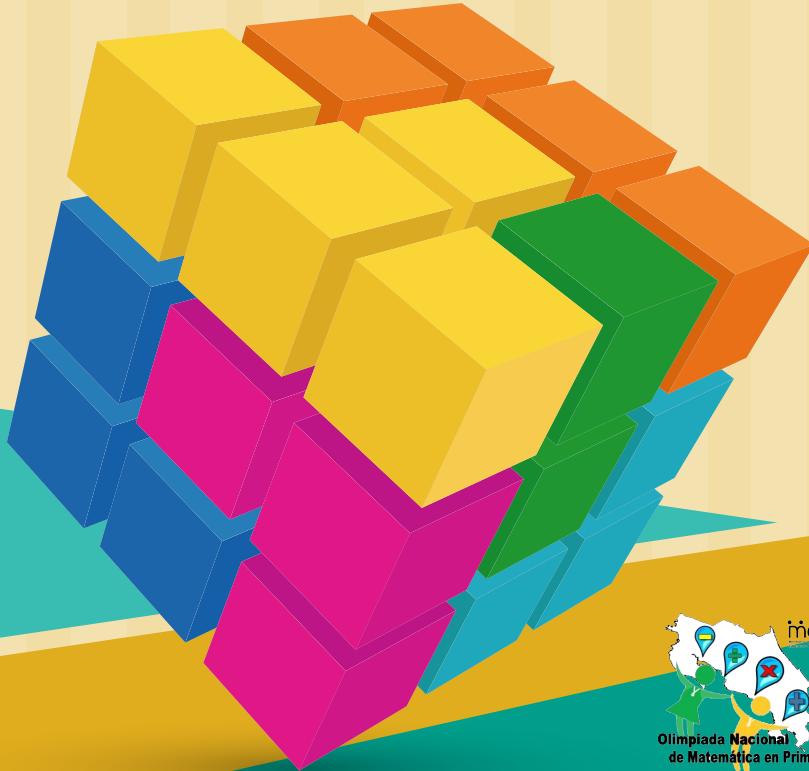
# **CUADERNILLO DE APOYO PARA EL DOCENTE**

Olimpiada Costarricense de  
Matemática para Educación  
Primaria OLCOMEP-2019

**TERCER AÑO**

- Abril 2019 -

**3°**



## PRESENTACIÓN

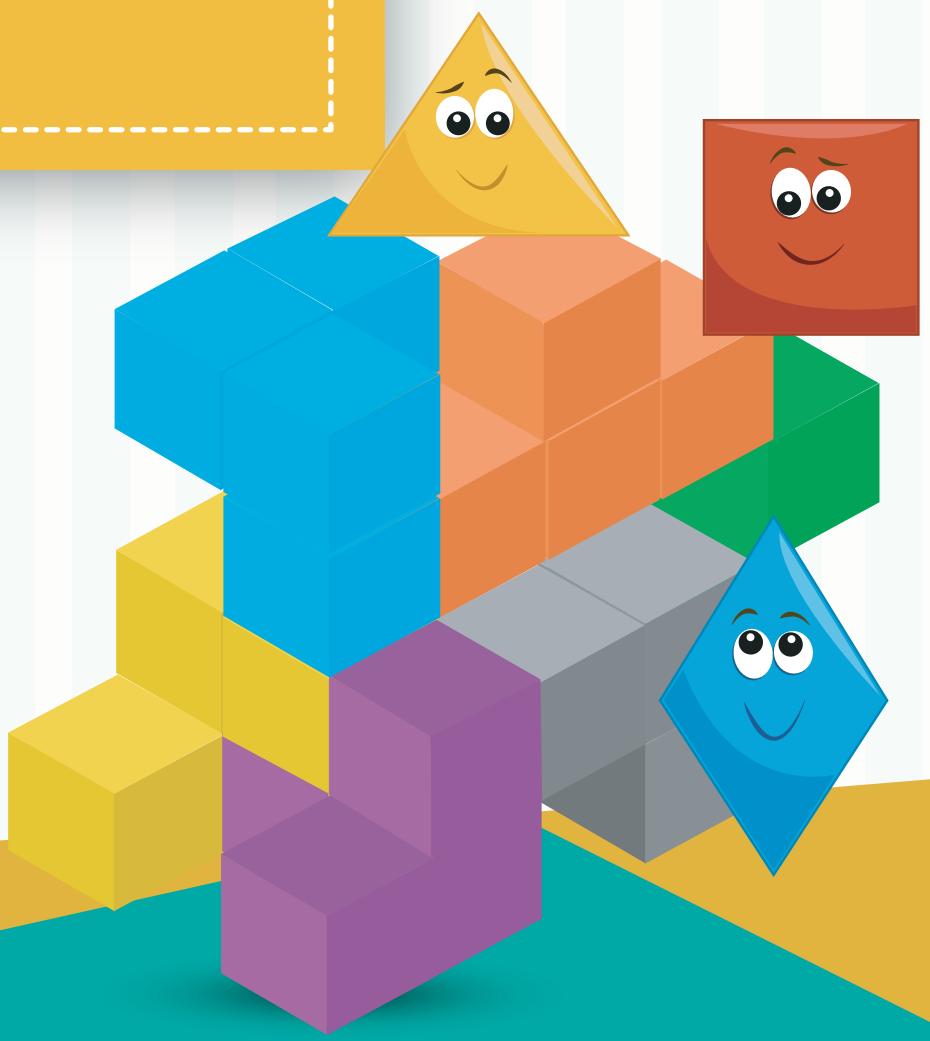
Es fundamental que nuestro sistema educativo fomente en la sociedad costarricense, todas las actividades posibles orientadas a estimular el desarrollo científico y tecnológico, a efecto de formar personas con las habilidades necesarias para hacer frente a los retos y demandas contemporáneas.

La enseñanza de la matemática ocupa un papel clave en el currículo escolar y persigue el desarrollo de un proceso intelectual en los estudiantes. La Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria **OLCOMEPE**, tiene como finalidad estimular y desarrollar entre los niños y niñas sus capacidades de resolución de problemas matemáticos, por medio de una competencia de conocimiento sana entre estudiantes de diferentes regiones educativas del país.

El presente cuadernillo pretende ser un insumo de apoyo para el docente y práctica para el estudiante. El mismo busca orientar a los y las participantes de la **OLCOMEPE**, por medio de la presentación de problemas recopilados de las pruebas aplicadas en ediciones anteriores de la misma olimpiada. Su contenido pretende dar pautas sobre los tipos de problemas a los que se van a enfrentar los y las estudiantes en las diferentes etapas que comprende la **OLCOMEPE**, así como sus diferentes estrategias de resolución.

Los problemas aquí seleccionados se fundamentan en situaciones matemáticas donde se requiera manifestar las habilidades que caractericen el talento matemático para lograr su resolución, basados en los niveles de complejidad de los problemas descritos en el Programa de Estudio en Matemáticas (MEP, 2012) y por medio de los diferentes contextos que se consideran para la olimpiada.

# Ítems de práctica



1. Una docente de tercer grado consulta a sus 19 estudiantes cuántos hermanos tiene cada uno. A partir de la información, elabora la siguiente tabla:

Número de hermanos	Cantidad de estudiantes
0	5
1	7
2	4
3	2
4	1

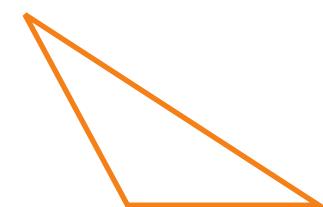
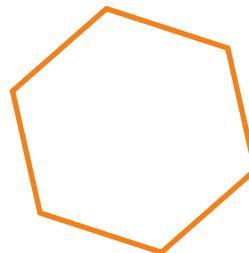
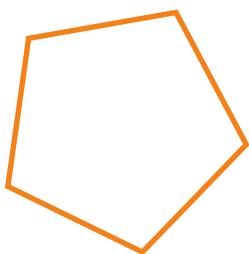
¿Cuántos estudiantes tienen 3 o más hermanos?

Para resolver el problema identifiquemos en la tabla los estudiantes que tienen 3 o más hermanos como se muestra:

Número de hermanos	Cantidad de estudiantes
0	5
1	7
2	4
3	2
4	1

Como se observa 3 estudiantes tienen 3 o 4 hermanos

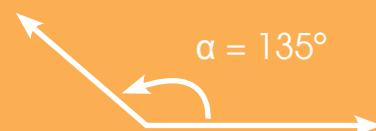
2. A Carlos la docente de tercer grado le solicitó que dibujara cuatro figuras, una de cuatro lados, otra de tres, una de seis y la última de cinco lados. Carlos dibujo las siguientes figuras:



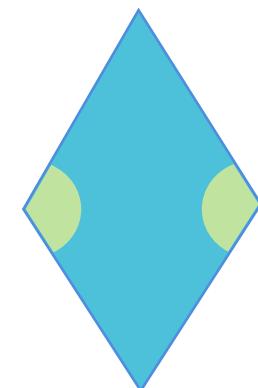
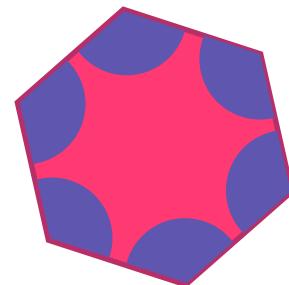
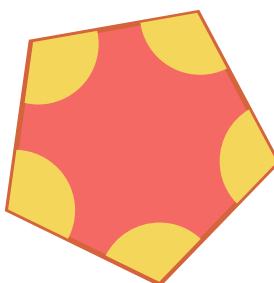
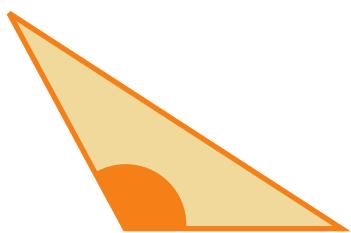
Luego de dibujar las figuras la docente le pregunta a Carlos ¿cuál es el nombre del polígono con mayor cantidad de ángulos obtusos?

**Recuerde que:**

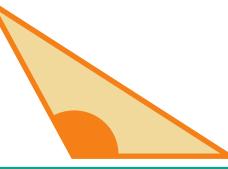
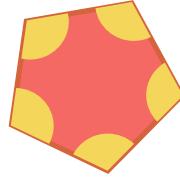
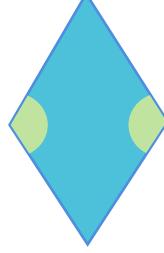
Un ángulo obtuso es aquel que mide más de  $90^\circ$  pero menos de  $180^\circ$ .



Por identificación determinemos los ángulos que son obtusos en cada una de las figuras dibujadas por, como se muestra seguidamente:



En la siguiente tabla veremos la cantidad de ángulos que tiene cada una de las figuras anteriores y cuántos de estos corresponden a ángulos obtusos:

Figura dibujada	Cantidad de ángulos	Cantidad de ángulos agudos en cada figura
	3	1
	5	5
	6	6
	4	2

De acuerdo con lo anterior, el polígono con mayor cantidad de ángulos obtusos dibujado por Carlos recibe el nombre de hexágono.

3. Raúl ha ahorrado 10 monedas de ₡ 500, 3 billetes de ₡ 2000, 5 billetes de ₡1000 y 2 billetes de ₡ 5 000.

¿Cuánto dinero, en total, tiene ahorrado?

### Calculemos la cantidad de dinero por denominación

#### Monedas de ₡ 500



10 monedas de ₡500 son:

$$\begin{aligned} & 500 + 500 + 500 + 500 + 500 \\ & + 500 + 500 + 500 + 500 + 500 \\ & = 1000 \end{aligned}$$

10 veces ₡ 500 equivale a ₡ 5000

#### Billetes de ₡ 1000



5 billetes de ₡1000 son:

$$1000 + 1000 + 1000 + 1000 + 1000 = ₡ 5000$$

5 veces ₡1000 equivale a ₡ 5000

#### Billetes de ₡ 2000



3 billetes de ₡ 2000 son:

$$2000 + 2000 + 2000 = ₡ 6000$$

3 veces ₡ 2000 equivale a ₡ 6000

## DIRECCIÓN DE DESARROLLO CURRICULAR

Departamento de I y II Ciclos | Asesoría Nacional de Matemática

### Billetes de ₡ 5000



2 billetes de ₡ 5000 son:

$$5000 + 5000 = ₡10\,000$$

2 veces ₡ 5000 equivale a  
₡10 000

La información anterior se puede resumir en la siguiente tabla:

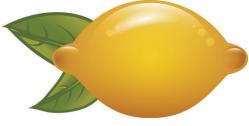
Denominación de dinero	Cantidad de monedas o billetes	Cantidad de dinero en colones por moneda o billete
500 COLONES C.C.R.	10 monedas	5000
1000 COLONES BANCO CENTRAL DE COSTA RICA	5 billetes	5000
2000 COLONES BANCO CENTRAL DE COSTA RICA	3 billetes	6000
5 MIL COLONES BANCO CENTRAL DE COSTA RICA	2 billetes	10000
<b>Total de dinero</b>		<b>₡ 26000</b>

La cantidad de dinero que ha ahorrado Raúl equivale a ₡ 26000.

4. En el comedor de la escuela se compraron 6 limones mandarina, cuyo precio es de ¢ 60, y cinco naranjas con un costo ¢78 cada una.

¿Por cuál de los dos productos se pago más dinero?

Debemos calcular la cantidad de dinero pagado tanto por los limones como por las naranjas, como se muestra:

Producto	Valor unidad y cantidad comprada	Precio por producto
	6 limones cada uno a ¢ 60 $  \begin{array}{r}  60 \\  \times 6 \\  \hline  360  \end{array}  $	¢ 360
	6 naranjas cada una ¢ 78 $  \begin{array}{r}  78 \\  \times 5 \\  \hline  390  \end{array}  $	¢ 390

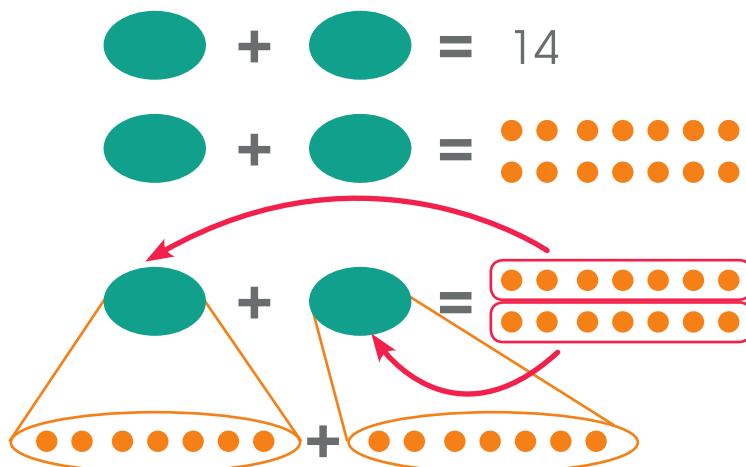
De acuerdo con lo anterior, por las naranjas se pagan ¢30 más que por los limones.

## 5. Observe las siguientes igualdades

$$\begin{array}{ccc} \text{Ovalo} & + & \text{Ovalo} = 14 \\ \text{Cuadrado} & + & \text{Ovalo} = 12 \\ \text{Hexágono} & + & \text{Cuadrado} = 20 \\ \text{Hexágono} & - & ? = 10 \end{array}$$

Según la información presentada, ¿Por qué signo debe sustituirse? para que la igualdad sea verdadera? (puede dibujarlo o escribir su nombre)

Consideremos aquella igualdad que tiene la misma figura, en este caso:



El número 14 lo descomponemos en bolitas cada una de una unidad como se muestra.

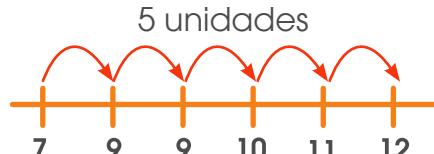
Estas las distribuimos de manera equitativa en cada ovalo.

Por lo que en cada ovalo quedan: 7 unidades

De lo anterior, podemos en lugar del ovalo, colocar las 7 unidades, e ir probando que valores faltan que permitan que las igualdades se cumplan:

En esta igualdad contamos con 7 unidades y para que lleguemos a 12 hacen falta 5 unidades.

$$\begin{array}{ccc} 7 & + & 7 = 14 \\ \text{Cuadrado} & + & 7 = 12 \\ \text{Hexágono} & + & \text{Cuadrado} = 20 \\ \text{Hexágono} & - & ? = 10 \end{array}$$



Por lo tanto completamos con 5 unidades todos los rectángulos.

$$\text{7} + \text{7} = 14$$

$$\text{5} + \text{7} = 12$$

$$\text{hexágono} + \text{5} = 20$$

$$\text{hexágono} - ? = 10$$

Realizamos el mismo procedimiento.

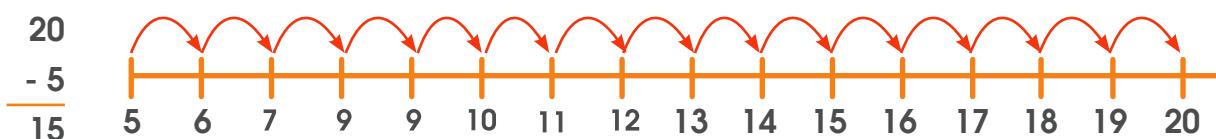
En esta igualdad contamos con 7 unidades y para que lleguemos a 12 hacen falta 5 unidades.

$$\text{7} + \text{7} = 14$$

$$\text{5} + \text{7} = 12$$

$$\text{hexágono} + \text{5} = 20$$

$$\text{hexágono} - ? = 10$$



Con lo anterior tenemos que el valor que debe de ir en el hexágono corresponde a 15 unidades. Por lo tanto:

$$\text{7} + \text{7} = 14$$

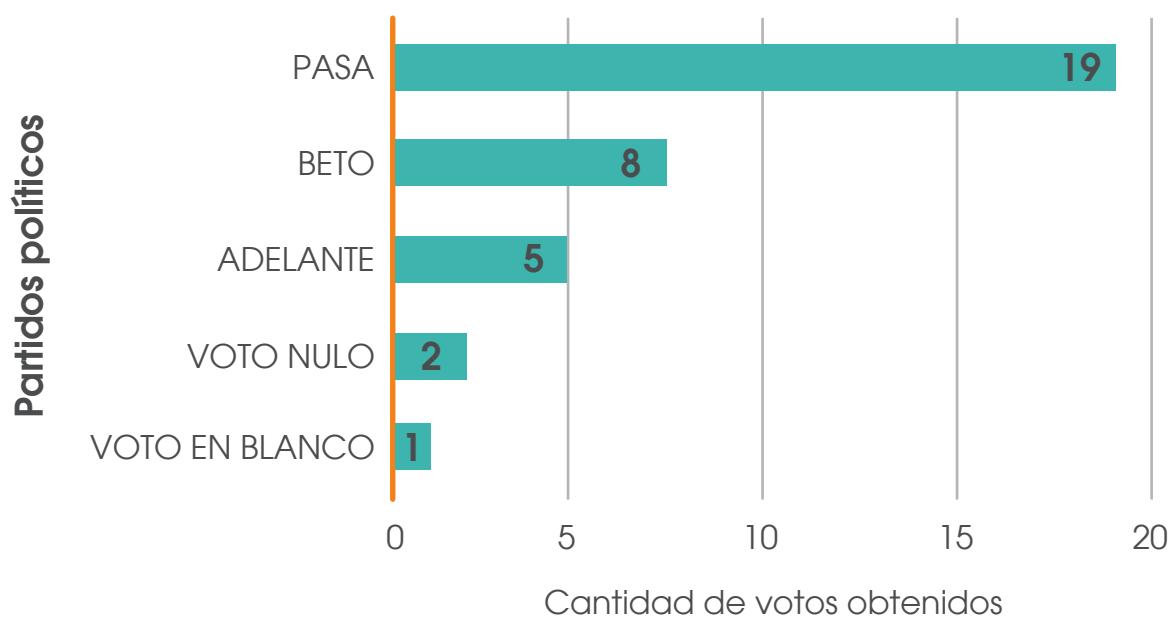
$$\text{5} + \text{7} = 12$$

$$\text{hexágono} + \text{5} = 20$$

$$\text{hexágono} - ? = 10$$

El valor que debe de ir en el signo de interrogación es el mismo que va en el rectángulo "5 unidades"

6. En las recientes elecciones estudiantiles de la Escuela “La Alegría de Aprender”, el grupo de tercer año, compuesto por 35 estudiantes, le indicó a la docente por quien votaron ese día. La información se registró en el siguiente gráfico de barras.

**Gráfico N° 1****Resultado de las elecciones en el grupo de tercer año de la Escuela La Alegría de Apreder**

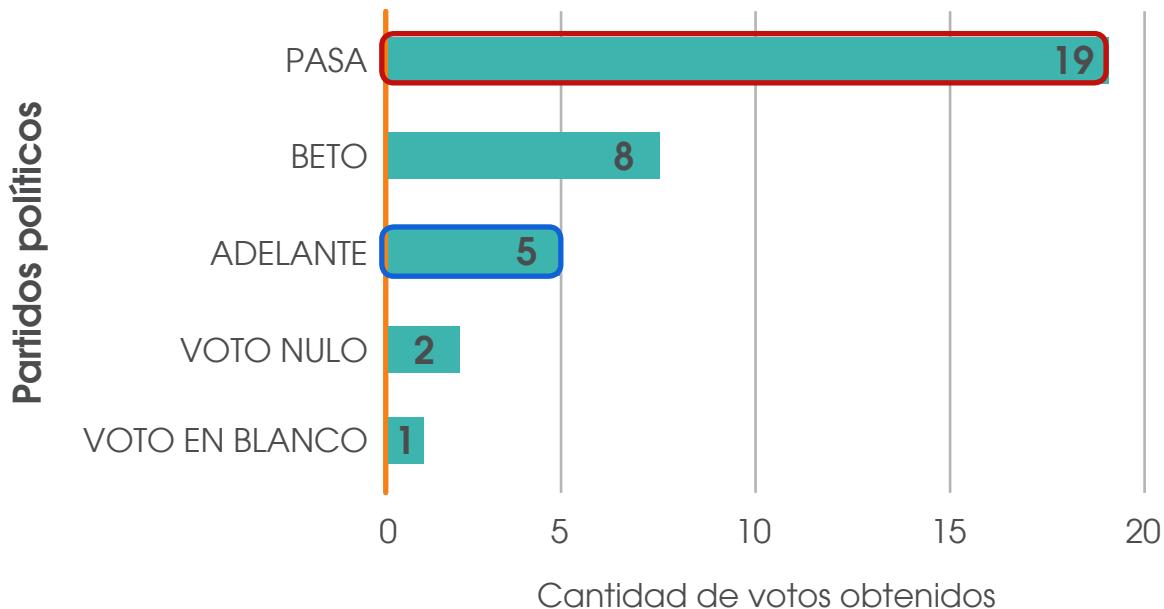
**Fuente:** Niñas y niños de tercer año de la Escuela La alegría de aprender.

De acuerdo con la información del gráfico anterior, ¿cuántos votos de diferencia hay, en ese grupo, entre el partido que ganó las elecciones y el que quedó último?

**Recuerde que:**

La longitud o el largo de la barra indican la frecuencia absoluta, es decir, cuantas veces se repite un dato.

### Resultado de las elecciones en el grupo de tercer año de la Escuela La Alegría de Apreder



Con rojo resaltamos la barra que representa el partido político que ganó en el grupo y con azul el que quedó en última posición.

El partido político PASA obtuvo 19 votos, siendo de esta manera el ganador, mientras que el ADELANTE logró 5 votos, quedando en última posición.

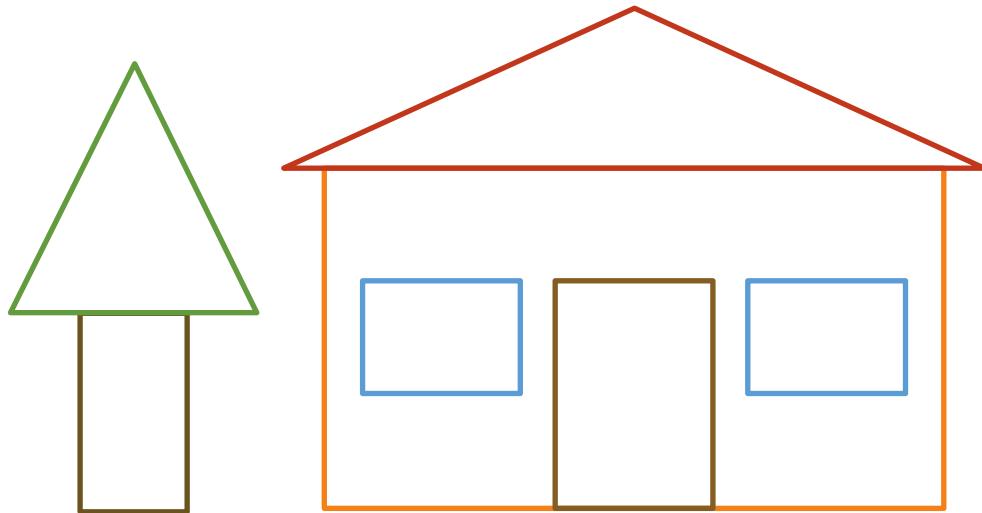
Calculemos la diferencia entre ellos:

19

- 5

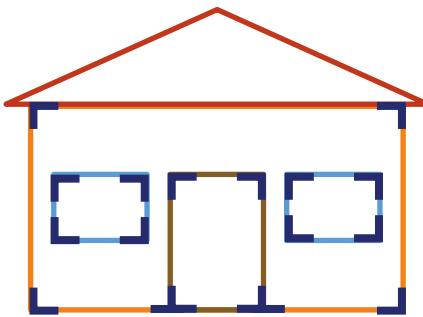
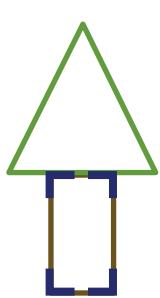
14

7. Observe con cuidado las siguientes figuras geométricas conformada por un “pino” y una casa:

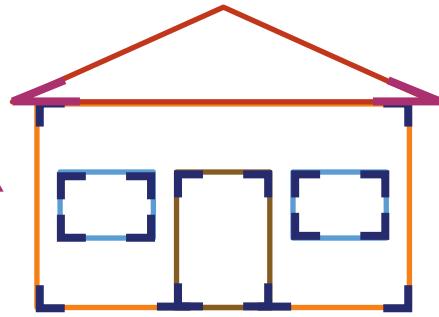


¿Cuál es la diferencia entre la cantidad de ángulos rectos de las figuras y de ángulos agudos?

Observemos las figuras y marquemos con rojo los ángulos rectos y con verde los agudos presentes en ellas.



Ángulos rectos se observan 22.



Ángulos agudos se observan 5.

De acuerdo con lo anterior, la diferencia entre la cantidad de ángulos rectos y los agudos sería:

**22**

**- 5**

Esta diferencia sería de 17 ángulos

**17**

- 8.** El período de gestación de un cerdo es de 115 días y el de un perro es de 9 semanas. ¿Cuántos días más, tarda en nacer un cerdo que un perro?

Primero debemos tener los períodos en una misma unidad de tiempo. Como la pregunta solicita la cantidad de días, convertiremos las 9 semanas que tarda la gestación de un perro en días.

Período de gestación	Días/semana
Cerdo	<b>115</b>
Perro	<b><math>9 \times 7 = 63</math></b>

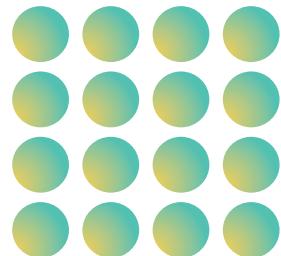
**Recuerde que:**

La semana tiene 7 días  
El día tiene 24 horas  
La hora tiene 60 minutos  
El minuto tiene 60 segundos

$$\begin{array}{r} 115 \\ - 63 \\ \hline 52 \end{array}$$

Un cerdo tarda 52 días más, que un perro en nacer.

**9.** Observe la siguiente sucesión de puntos, llamados números cuadrantales, de los cuales se representaron los primeros cuatro términos y determine ¿cuántos puntos tendría el quinto elemento de la sucesión?



Podemos pasar la representación gráfica a una numérica como se observa seguidamente:

Tipo de representación	
Gráfica	Numérica
	1
	4
	9
	16

#### Recuerde que:

Los patrones son acciones o eventos que se repiten siempre de la misma manera, por lo que podemos predecir cuál será la siguiente acción o evento que sucederá.

Un patrón es una sucesión de signos ya sean orales, gestuales, gráficos, de comportamiento, etc..., que se construye siguiendo una regla, ya sea de repetición o recurrencia.

Una sucesión es una secuencia ordenada de números reales,  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  donde el subíndice indica el lugar que ocupa el término en la sucesión y  $a_n$  es el término general de la sucesión. Podemos definirla también como una aplicación de los enteros positivos a  $\mathbb{R}$  (Programa de Estudio de Matemática pág. 479)

Podemos utilizar la representación numérica como se muestra:

Término	1	4	9	16	
Posición	1°	2°	3°	4°	5°

Apartir de lo anterior vamos a determinar el patrón que se observa en la sucesión.

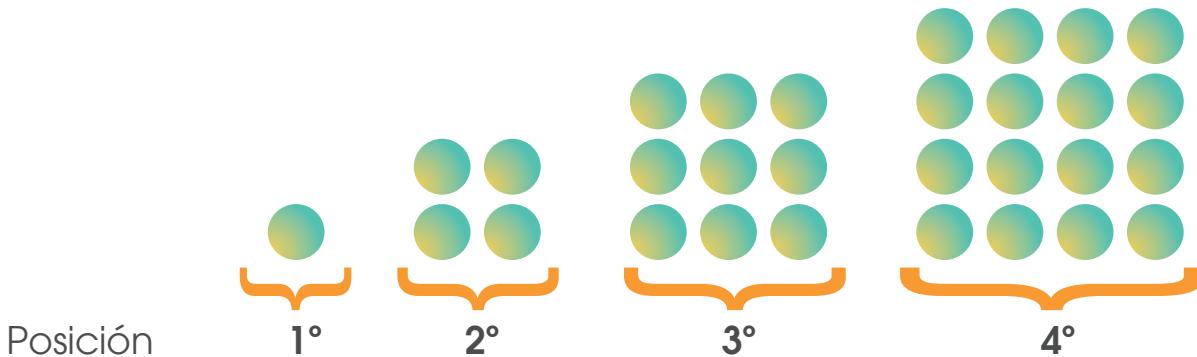


Término	1	4	9	16	
Posición	1°	2°	3°	4°	5°

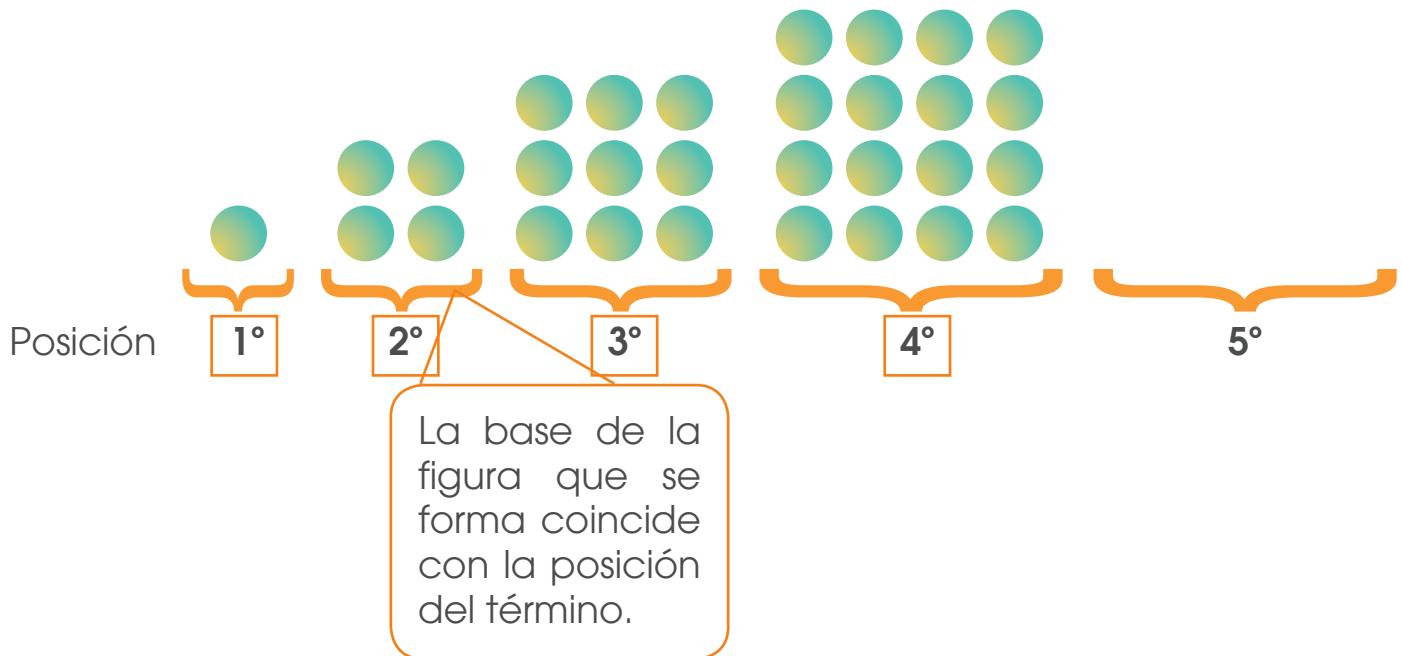
Como se observa entre la primera posición y la segunda hay un incremento de 3 unidades, de la segunda a la tercera de 5 unidades y de la tercera a la cuarta de 7 unidades. De acuerdo con lo anterior, en todos los casos los incrementos aumentaron 2 unidades para obtener el elemento de la posición siguiente, para obtener la quinta posición el incremento será de 9 unidades ( $7 + 2$ ), por lo que el valor será  $16 + 9 = 25$ .

El valor del quinto elemento de la sucesión será 25.

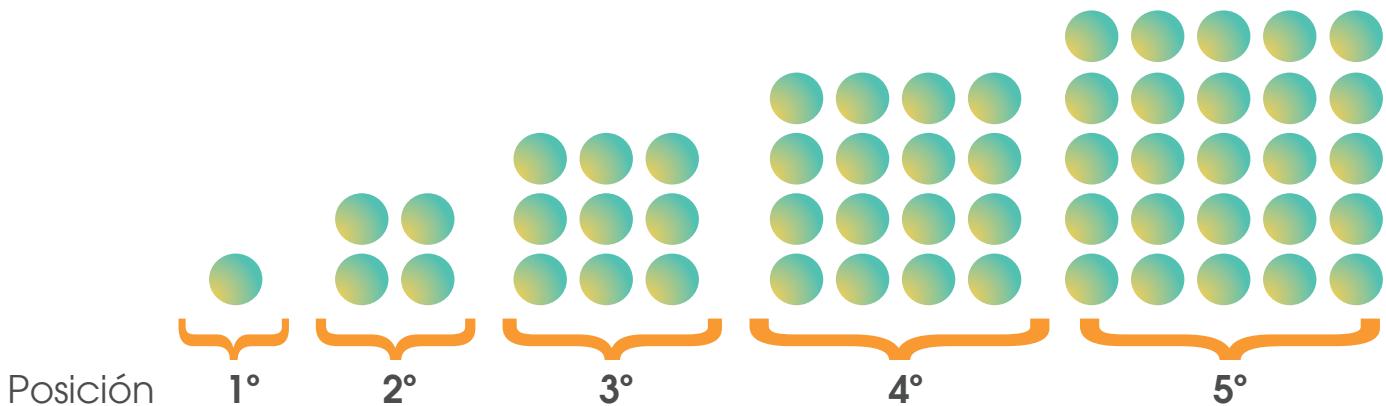
También podemos utilizar la representación gráfica como se muestra seguidamente:

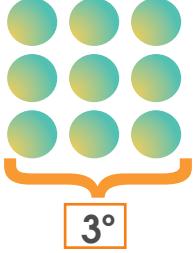
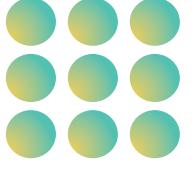
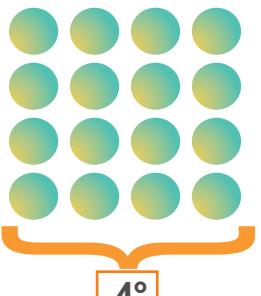
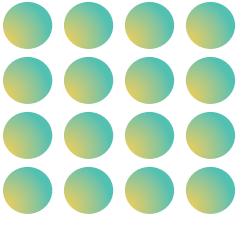
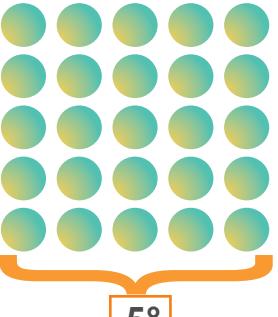
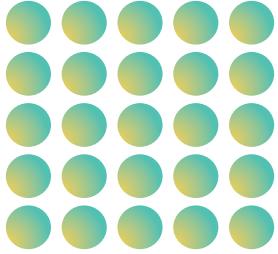


En la sucesión de puntos se puede observar que:



De acuerdo con lo anterior, el término en la quinta posición debe tener 5 puntos en la base y al observar los casos anteriores, en cada caso la cantidad de puntos coincide con multiplicar el valor determinado para la base por si mismo:



Puntos en la base	Multiplicación de los puntos en la base por sí mismo	Término de la sucesión y cantidad de puntos
 1°	$1 \times 1 = 1$	 Un punto
 2°	$2 \times 2 = 4$	 Cuatro puntos
 3°	$3 \times 3 = 9$	 Nueve puntos
 4°	$4 \times 4 = 16$	 Dieciséis puntos
 5°	$5 \times 5 = 25$	 Veinticinco puntos

En la figura en la quinta posición tendría 25 puntos.

**10.** Si se cuentan los lados de un hexágono y los vértices de un cuadrado para obtener dos números. ¿Cuál número se obtiene al multiplicar ambas cantidades?

Dibujemos las figuras que se indican.



### Recuerde que:

- Un Hexágono es un polígono de 6 lados.
- Un cuadrado: es un cuadrilátero de lados congruentes y ángulos internos congruentes y rectos (su medida es de  $90^\circ$ ). Además, sus dos diagonales son congruentes y se intersecan perpendicularmente.

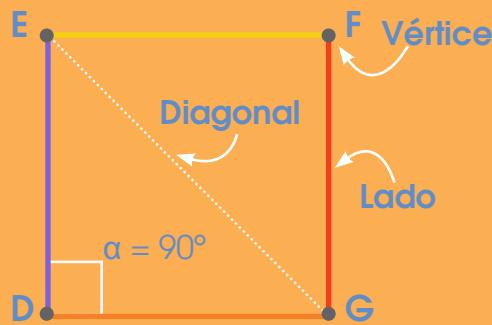


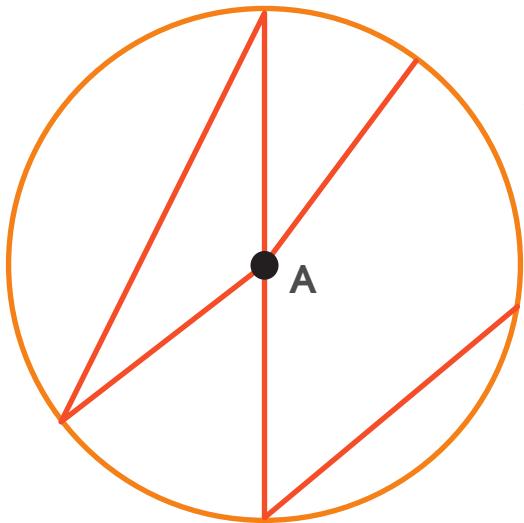
Figura	Cuadrado	Hexágono
Números de lados	4	6
Número de vértices	4	6

De acuerdo a lo anterior, el hexágono tiene 6 lados y el cuadrado 4 vértices, si multiplicamos esos valores, obtenemos:

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 4 \\ \hline 24 \end{array}$$

El valor que se obtiene es 24 al multiplicar  $6 \times 4$  (los valores de los lados del hexágono y los vértices del cuadrado)

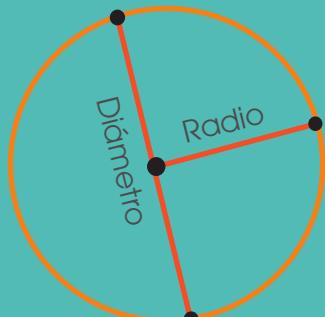
11. De acuerdo con la figura adjunta, de centro A.



¿Cuál es la diferencia entre la cantidad de ángulos rectos de las figuras y de ángulos agudos?

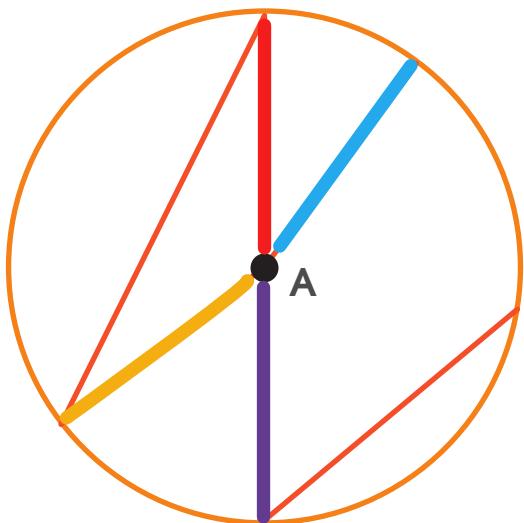
#### Recuerde que:

En una circunferencia, el radio es un segmento de recta que va del centro a cualquier punto de la circunferencia (todos los radios tienen la misma medida).



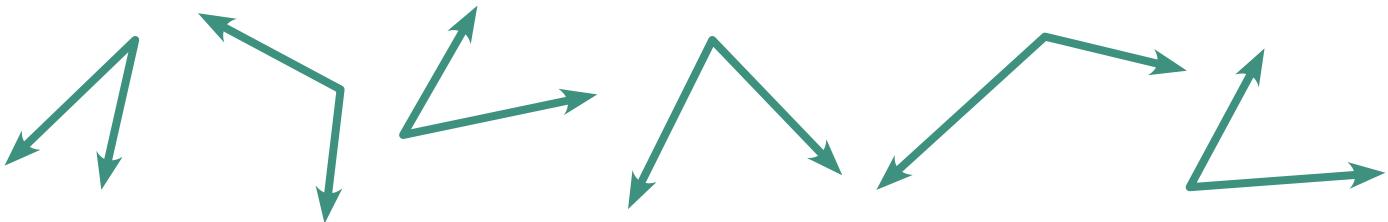
El diámetro es la cuerda que pasa por el centro de la circunferencia, el diámetro mide el doble que el radio.

Utilicemos colores diferentes para determinar cuántas de esas líneas corresponden a radios como se muestra:



En esta figura se observan 4 radios.

12. A continuación se presenta la representación gráfica de algunos ángulos.



Si clasificamos los ángulos en agudo, obtuso o recto, ¿cuál tipo de ángulo no está presente en los dibujos?

Si clasificamos los ángulos en agudo, obtuso o recto, ¿cuál tipo de ángulo no está presente en los dibujos?

Por medio de la observación es posible valorar los ángulos y determinemos cuáles de ellos se pueden clasificar en agudos, rectos u obtusos, tal como se muestra seguidamente:

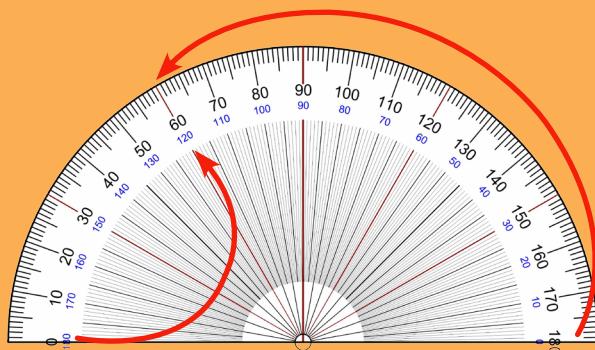
Ángulo	Medida aproximada	Tipo de ángulo
	Más de $0^\circ$ y menos de $90^\circ$	<b>Agudo</b>
	Más de $90^\circ$ y menos de $180^\circ$	<b>Obtuso</b>
	Más de $0^\circ$ y menos de $90^\circ$	<b>Agudo</b>
	Más de $0^\circ$ y menos de $90^\circ$	<b>Agudo</b>
	Más de $90^\circ$ y menos de $180^\circ$	<b>Obtuso</b>
	Más de $0^\circ$ y menos de $90^\circ$	<b>Agudo</b>

De acuerdo con lo anterior, ninguno de ellos corresponde a un ángulo recto.

Sin embargo esta aproximación visual la podemos corroborar haciendo uso de instrumentos, en este caso, utilizaremos el transportador; en la siguiente tabla realizaremos las respectivas mediciones de los ángulos anteriores para corroborar si la observación realizada estuvo correcta:

#### Recuerde que:

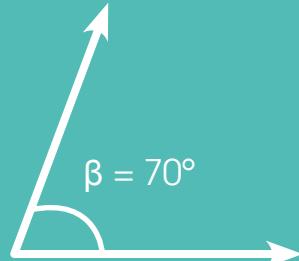
El transportador se puede utilizar para medir un ángulo su amplitud angular, de una manera más precisa, sin embargo, algunos de estos instrumentos vienen graduados en dos direcciones:



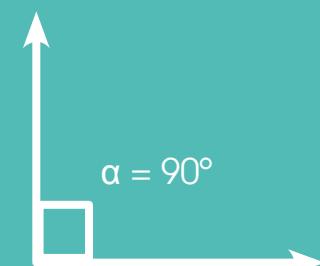
Por lo que hay que tener cuidado al momento de realizar su lectura.

#### Recuerde que:

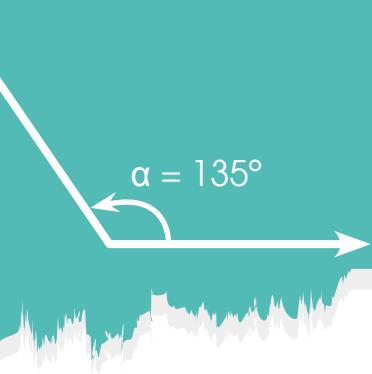
Ángulos agudos miden más de  $0^\circ$  pero menos de  $90^\circ$



Ángulo recto es aquel que mide  $90^\circ$

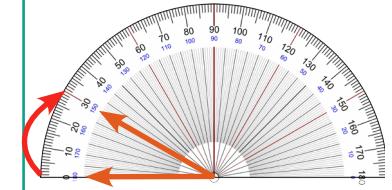
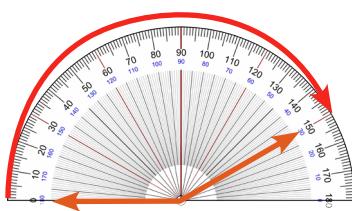
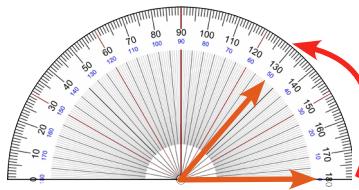
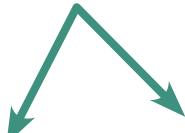
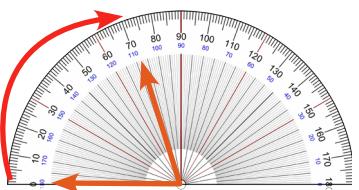
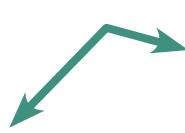
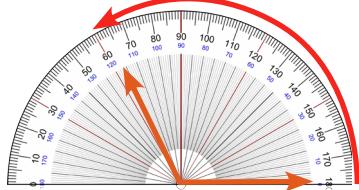
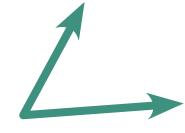
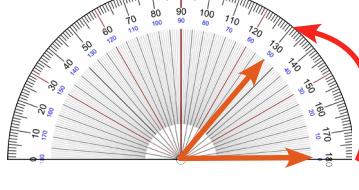


Ángulos obtusos: mide más de  $90^\circ$  pero menos de  $180^\circ$



## DIRECCIÓN DE DESARROLLO CURRICULAR

Departamento de I y II Ciclos | Asesoría Nacional de Matemática

Ángulo	Medición por medio del transportador	Medida aproximada	Tipo de ángulo
		30°	Agudo
		150°	Obtuso
		50°	Agudo
		73°	Agudo
		124°	Obtuso
		50°	Agudo

**13.** Jorge vende todas las semanas cierta cantidad de litros de leche por día y cada semana registra sus ventas ten una tabla como la que se muestra:

Cantidad de litros que vende	Precio cobrado por la venta
1	₡ 500
2	₡ 1000
3	m
4	₡ 2000
5	₡ 2500
6	₡ 3000
7	n

Este comportamiento se repite todas las semanas

A Jorge se le olvidó anotar el dinero cobrado en dos días. Por eso, asignó la letra "m" y "n" a los espacios donde debía anotar el dinero de estos días. Según lo anterior:

- a)** Cuál será el valor en colones de las ventas de cada uno de esos dos días.
- b)** Si con el dinero recolectado por día, decide iniciar un ahorro de la siguiente manera, ¿cuánto dinero tendrá ahorrado en dos semanas?

<b>Dinero en colones</b>	10	70	130	190			
<b>Día</b>	<b>Primerº</b>	<b>Segundo</b>	<b>Tercero</b>	<b>Cuarto</b>	<b>Quinto</b>	<b>Sexto</b>	<b>Septimo</b>

- c)** Jorge quiere comprarse un estuche para su teléfono celular, el cual tiene un valor de ₡ 5500, durante ¿cuántas semanas debe ahorrar para poder comprar el estuche?

La **importancia** del ahorro. Recuerda que el **ahorro** es una reserva que se guarda o se cuida en el presente para gastarla o invertirla en el futuro. Puedes ahorrar dinero y otros recursos, que te servirán para cumplir tus sueños o atender una emergencia o un gasto inesperado.



### Possible estrategia de solución:

#### Parte a

Para determinar el valor de las ventas para cada uno de los días, valoremos el comportamiento de la tabla:

Cantidad de litros que vende	Precio cobrado por la venta
1	₡ 500
2	₡ 1000
3	m
4	₡ 2000
5	₡ 2500
6	₡ 3000
7	n

Entre ₡ 500 y ₡ 1000 hay una diferencia de ₡ 500, lo mismo sucede entre ₡ 2000 y ₡ 2500, de acuerdo con lo anterior, el incremento entre cada cantidad es de ₡ 500, de acuerdo con lo anterior:

**Valor de la letra “m”:**

Valor anterior a “m” + 500

$$1000 + 500 = 1500$$

“m” equivale a ₡ 1500.

**Valor de la letra “n”:**

Valor anterior a “n” + 500

$$3000 + 500 = 3500$$

“n” equivale a ₡ 3500.

Nota: el estudiante puede considerar el precio para un litro y aplicar una multiplicación para determinar el valor faltante:

Valor para la letra "m"

$$\begin{array}{r}
 500 \\
 \times 3 \\
 \hline
 1500
 \end{array}$$

Valor para la letra "m"

$$\begin{array}{r}
 500 \\
 \times 7 \\
 \hline
 3500
 \end{array}$$

### Parte b

#### Dinero ahorrado en dos semanas

Al completar la tabla tenemos la siguiente información:

Dinero en colones	10	70	130	190	250	310	370
Día	Primero	Segundo	Tercero	Cuarto	Quinto	Sexto	Septimo

Evidenciando que el patrón del ahorro para cada día es de ₡ 60 más que el día anterior, por lo que en una semana ahorró.

	+ 60	+ 60	+ 60	+ 60			
Dinero en colones	10	70	130	190			
Día	Primero	Segundo	Tercero	Cuarto	Quinto	Sexto	Septimo

<b>10</b>	Razón por la cual, para dos semanas tendría el doble de ¢1330:
<b>70</b>	
<b>130</b>	Para dos semanas el dinero ahorrado por Jorge es de ¢ 2660.
<b>190</b>	
<b>250</b>	
<b>310</b>	
<b>+ 370</b>	
<b>1330</b>	

**1330**  
x 2  
**2660**

Razón por la cual, para dos semanas tendría el doble de ¢1330:

Para dos semanas el dinero ahorrado por Jorge es de ¢ 2660.

### Parte c

A la interrogante “Jorge quiere comprarse un estuche para su teléfono celular, el cual tiene un valor de ¢ 5500, durante ¿cuántas semanas debe ahorrar para poder comprar el estuche?”

En la siguiente tabla vamos a resumir el dinero ahorrado por cada semana que mantenga ese patrón del ahorro para comprar el estuche.

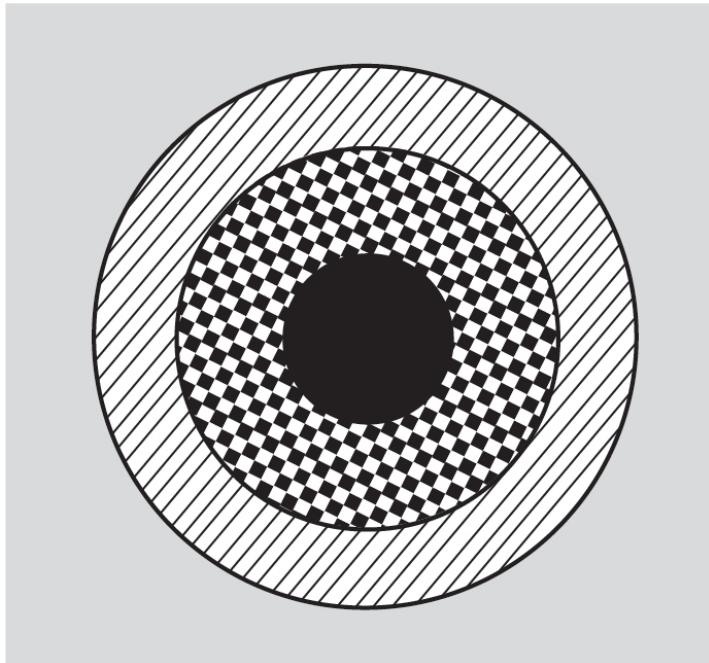
Semana	Cantidad ahorrada
1	1330
2	2660
3	3990
4	5320
5	6650

El ahorro debe realizarlo por tres semanas, y le queda dinero a Jorge.

La **importancia** del ahorro. Recuerda que el **ahorro** es una reserva que se guarda o se cuida en el presente para gastarla o invertirla en el futuro. Puedes ahorrar dinero y otros recursos, que te servirán para cumplir tus sueños o atender una emergencia o un gasto inesperado.



- 14.** La figura adjunta muestra una pared donde se juega tiro al negro con balones de futbol.



Si la bola pega en la región gris no gana puntos, si la bola pega en la región con rayas gana dos puntos. La cantidad de puntos que gana en la región de cuadros equivale a 10 veces lo que gana en la región con rayas. En la región de color negro la cantidad de puntos que gana equivale a 100 veces los que gana en la región con rayas. Pedro, después de tres tiros realizados, acumula un total de 202 puntos. ¿En qué regiones pegó la bola?

Región	Valor por tirada
En la región fris no gana puntos <b>Gris</b>	0
Pega en la región con rayas gana dos puntos <b>Rayas con dos puntos</b>	$2 \times 1 = 2$
Pega en la región con rayas gana dos puntos <b>Rayas con dos puntos</b>	0
En la región de color negro la cantidad de puntos que gana equivale a 100 veces lo que gana en la región con rayas <b>Negro</b>	$100 \times 2 = 200$

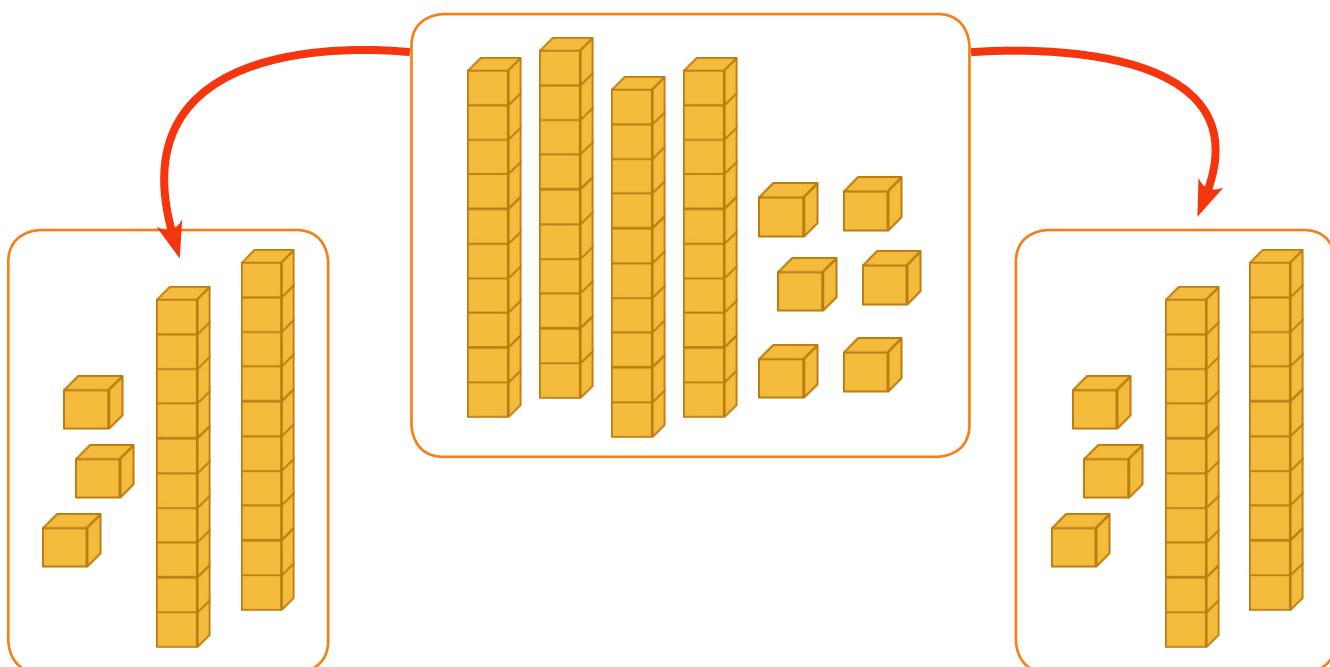
Pedro ha realizado 3 jugadas y tiene acumulados 202 puntos, la manera de que tenga este puntaje sería que consiguiera que la bola pegue de la siguiente manera:

2 en la región gris  
1 en la sección negra

**15.** En el comedor de la Escuela se ha recibido una donación de frutas de la época para ser repartida entre el estudiantado. Si en la escuela hay 23 estudiantes y se recibieron 46 manzanas y 69 guayabas, ¿cuántas frutas de cada una, recibió cada estudiante ese día si se repartieron de manera equitativa?

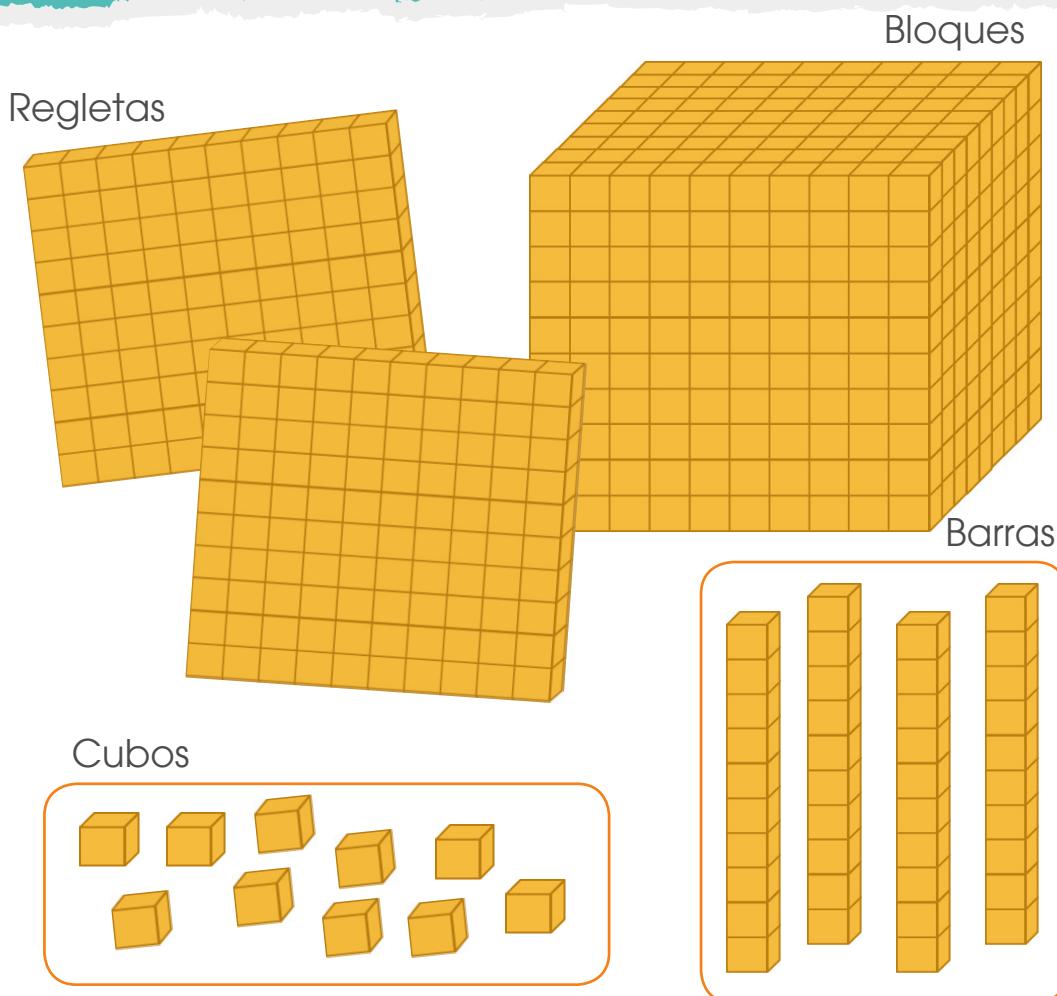
Vamos a realizar una distribución equitativa de las frutas entre los 23 estudiantes, para ellos nos apoyaremos en los bloques multibase como se muestra:

En el caso de las manzanas le corresponden a dos manzanas por estudiante, ya que podemos hacer dos grupos de 23 manzanas cada uno:

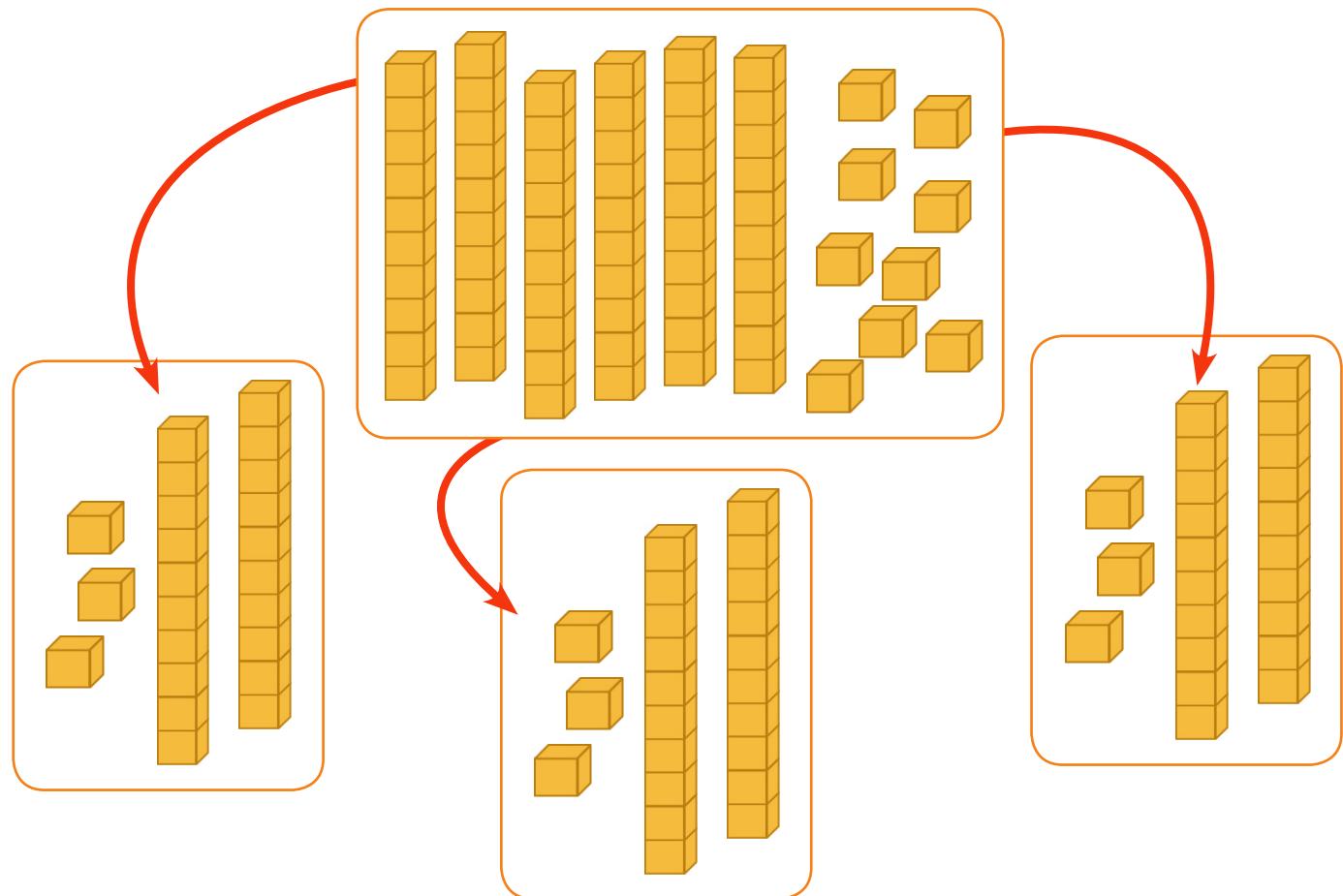


### Recuerde que:

En los bloques multibase, los cubos tienen un valor de 1 unidad, la regleta se forma por medio de 10 cubos, por lo que cada regleta vale 10 unidades y la placa está formada por 10 regletas y su valor equivale a 100 unidades, por último el bloque lo forman 10 placas y su valor es el de una unidad de millar.



Para las guayabas, hacemos tres grupos de 23, sin que sobre ninguna guayaba, por lo que a cada estudiante le corresponden 3:



La información representada con la ayuda de los bloques multibase se puede resumir en la siguiente tabla:

Estudiantes	Tipo de fruta	
	Manzanas 46 unidades	Guayabas 69 unidades
23	2 manzanas por cada uno $2 \times 23 = 46$	3 para cada uno $2 \times 23 = 69$

En resumen, a cada niño le corresponden 2 manzanas y tres guayabas.

- 16.** Jimena compró un cuaderno. Si pagó con un billete de ₡10 000 y le dieron como vuelto: 2 billetes de ₡ 2000, 2 billetes de ₡1000, 3 monedas de ₡ 500, 3 monedas de ₡100 y 2 monedas de ₡25. ¿Cuál fue el precio del cuaderno que compró Jimena?

Hay que determinar cuánto dinero recibió Jimena de cambio por la compra del cuaderno, en la siguiente tabla resumiremos la cantidad de dinero de cada una de las denominaciones que recibió de cambio:

Denominación de dinero recibido por el vuelto	Cantidad en monedas o billetes	Cantidad dinero en colones por moneda o billete
	2 billetes	4000
	2 billetes	2000
	3 monedas	1500
	3 monedas	300
	2 monedas	50
<b>Total de dinero</b>		<b>₡ 7850</b>



**“Ahorrar no es solo guardar, sino, saber gastar”** Anónimo

$$\begin{array}{r}
 4000 \\
 2000 \\
 1500 \\
 300 \\
 + 50 \\
 \hline
 7850
 \end{array}$$

Si pago con ₩ 10 000 y recibí ₩ 7850 de cambio, podemos realizar la siguiente operación para determinar el precio del cuaderno:

$$\begin{array}{r} \textbf{10000} \\ - \textbf{7850} \\ \hline \textbf{2150} \end{array}$$

El precio del cuaderno es de ₩ 2150

**17.** Carlos debe de encontrar todos los números que cumplen simultáneamente con las siguientes pistas:

- Son números de tres dígitos. El dígito de las centenas es mayor que 7.
- El dígito de las decenas es menor que 4.
- El dígito de las unidades es uno más que el dígito de las decenas.

¿Cuáles son los números?

Consideremos cada de las pistas:

“Son números de tres dígitos. El dígito de las centenas es mayor que 7”.

Para ello utilizaremos la siguiente tabla:

Posibles números		
Centenas	Decenas	Unidades

En la segunda parte de la condición consideramos que:

Posibles números		
Centenas	Decenas	Unidades

“El dígito de las centenas es mayor que 7”, por lo que tiene que ser 8 o 9.

La segunda pista se indica que: “El dígito de las decenas es menor que 4”.

Posibles números		
Centenas	Decenas	Unidades

“El dígito de las decenas es menor que 4”, hay posibilidades, que sea el 1, 2 y 3.

La tercera propoción indica “El dígito de las unidades es uno más que el dígito de las decenas”.

Posibles números		
8 y 9	1, 2 y 3	2, 3 y 4
Centenas	Decenas	Unidades

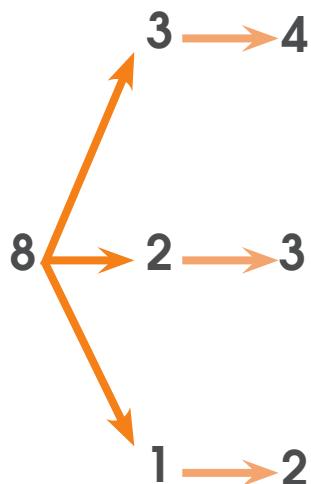
“El dígito de las unidades es uno más que el dígito de las decenas”, dándose 3 posibilidades, que serán los números 2, 3 y 4.

“El dígito de las unidades es uno más que el dígito de las decenas”.

Decenas	Por intermedio	Valores de las unidades
1	$1 + 1 = 2$	2
2	$2 + 1 = 3$	3
3	$3 + 1 = 4$	4

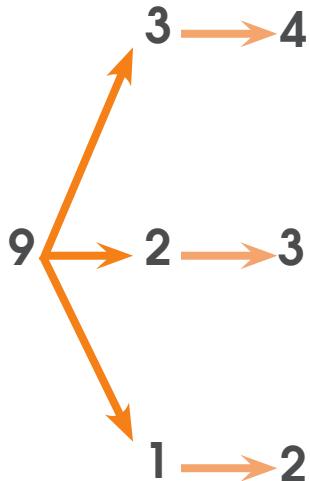
De acuerdo con o lo anterior, tenemos las siguientes posibilidades:

En el caso de que el 8 este como dígito de las decenas tenemos:



Centenas	Decenas	Unidades
8	1	2
8	2	3
8	3	4

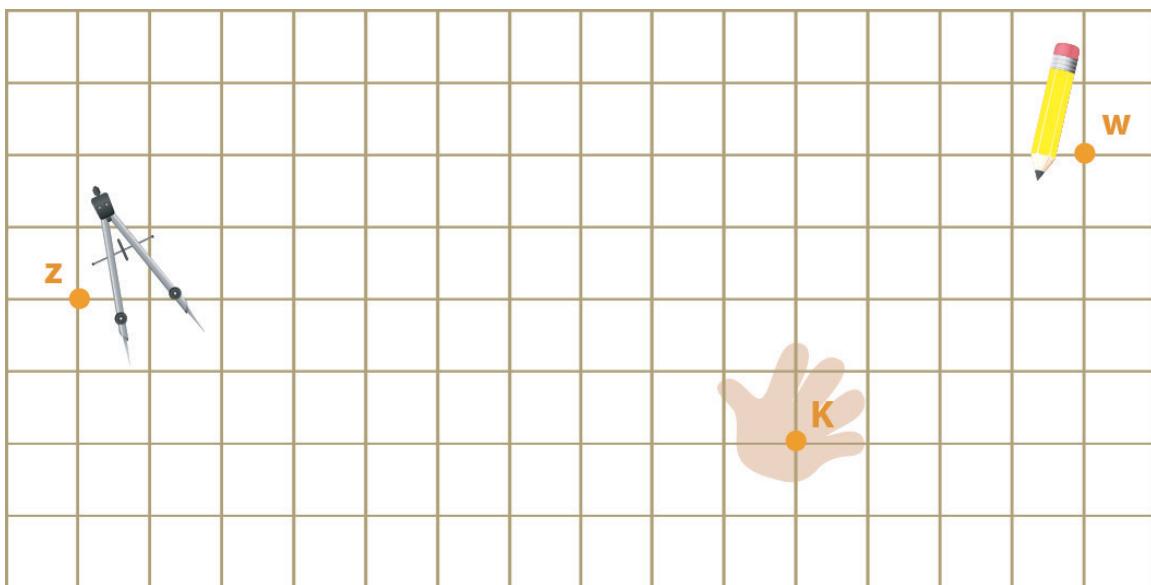
Si el valor del dígito de las centenas es 9:



Centenas	Decenas	Unidades
9	1	2
9	2	3
9	3	4

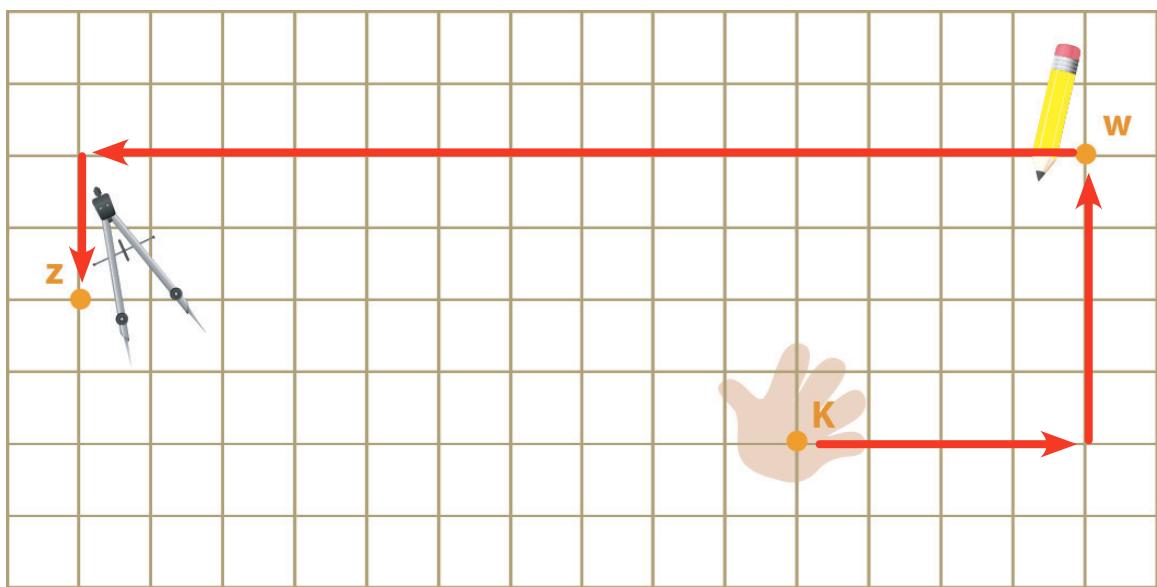
De acuerdo con las combinaciones anteriores, los números que cumplen estas pistas son:

Números	
812	912
823	923
834	934

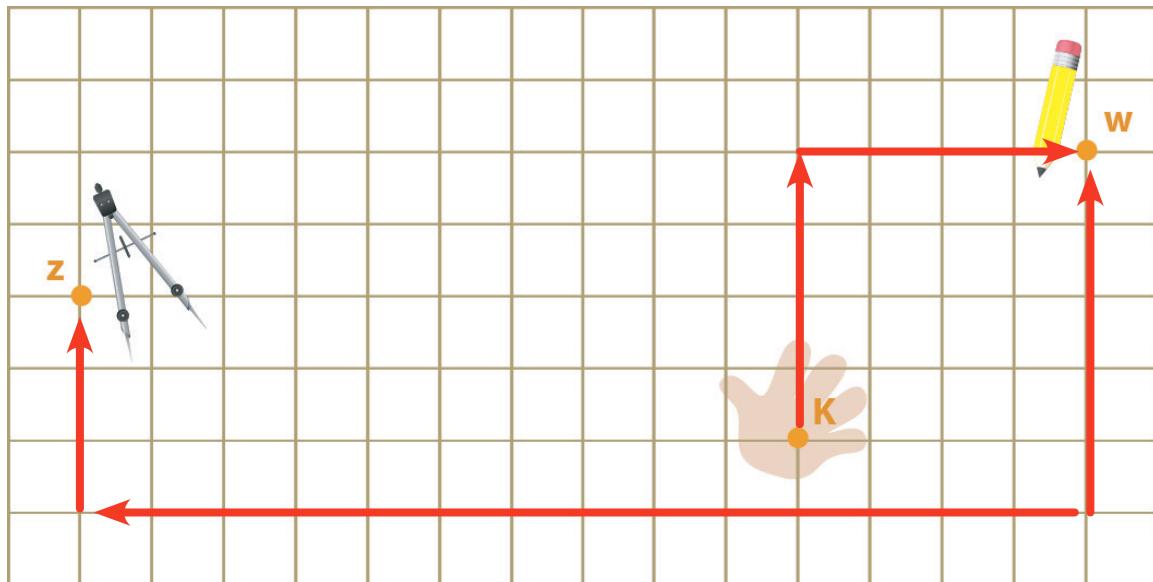
**18.** Considere la situación AYUDE A LA MANO

Si el punto K representa la mano, el punto W representa el lápiz y el punto Z representa el compás, ayude a la mano a desplazarse sobre la cuadrícula para tomar el lápiz y el compás haciendo (en ese orden) únicamente desplazamientos horizontales o verticales. ¿Cuál es la cantidad total de unidades recorridas desplazándose lo menos posible?

Algunos posibles desplazamientos (existen muchas otras posibilidades)

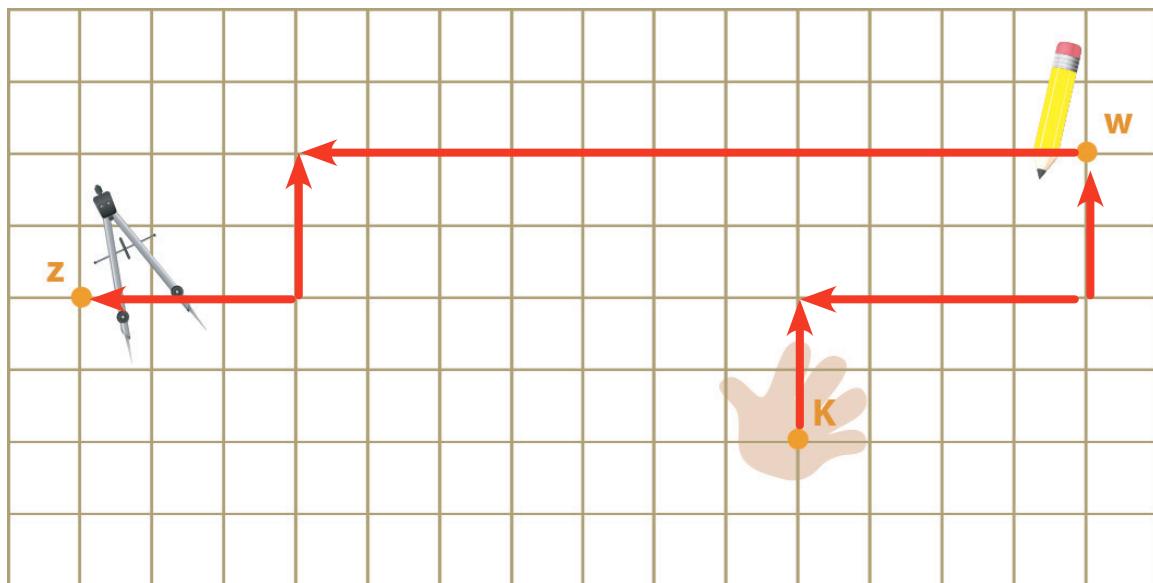
**Recorrido 1**

## Recorrido 2



Total de unidades recorridas:  
30

## Recorrido 3



Total de unidades recorridas:  
24

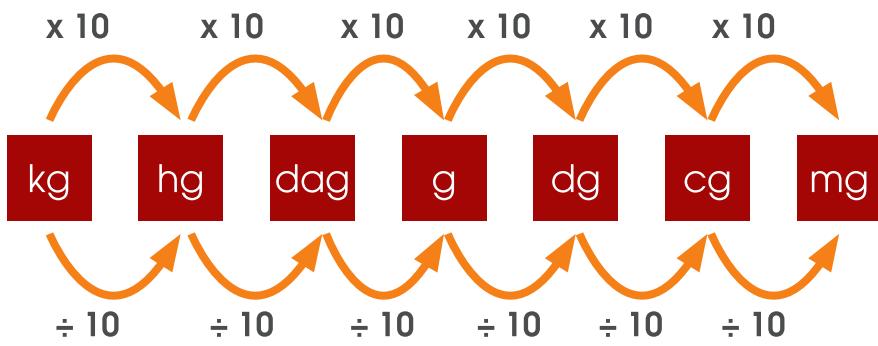
Se pueden dar muchos otros recorridos, sin embargo, el que presenta la menor cantidad de unidades posibles de desplazamiento sería el “recorrido 1” o el “recorrido 3”

19. Considere la siguiente imagen



Utilizando la menor cantidad de pesas y tres tipos diferentes, ¿Cuáles y cuántas pesas, de cada tipo, se requieren para medir exactamente una masa de 2750g?

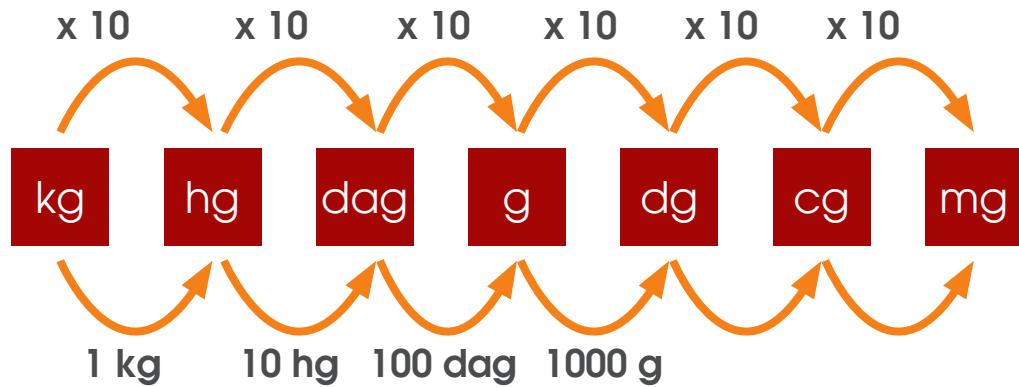
Las siguientes pesas están dadas en kilogramos, veamos a cuántos gramos equivale cada una:



#### Recuerde que:

Solo multiplicas o divides hasta lograr llegar a la unidad que deseas convertir.

Pasando 1 kg a gramos, obtenemos lo siguiente:



Ahora determinemos los valores en gramos de las otras piezas.

Pesa en kilogramos	Equivalencia a gramos	Observación
	250	Una cuarta parte de un kilogramo $1/2 \text{ kg}$
	500	La mitad de un kilogramo $1/2 \text{ kg}$
	750	Tres cuartas partes del kilogramo
	1000	

Podemos hacer uso de la balanza para ir comparando el peso y descartando pesas.



**Caso 1**

Estas son cuatro de las pesas que permiten equilibrar la balanza.



Pesa utilizada	Equivalencia a gramos	Sma de pesos
	250	
	750	500
	750	500
	1000	$  \begin{array}{r}  + 1000 \\  \hline  2750  \end{array}  $

### Caso 2

Estas son cuatro de las pesas que permiten equilibrar la balanza.



Pesa utilizada	Equivalencia a gramos	Sma de pesos
	500	
	500	500
	750	500 500 750
	1000	+ 1000 2750

20. Observe la siguiente representación gráfica



Partiendo de que las dos barras son iguales, escriba el valor que representa el signo de pregunta.

La expresión gráfica anterior muestra dos barras una con un valor de 139 unidades y otra con uno de 122 unidades y esta última un espacio del cual no conocemos su valor.

La expresión gráfica anterior muestra dos barras una con un valor de 139 unidades y otra con uno de 122 unidades y esta última un espacio del cual no conocemos su valor.

De acuerdo con lo anterior podemos afirmar que:



Que sería lo mismo que decir que:



Por lo tanto para determinar el valor del

?

Podemos realizar lo siguiente:

$$139 - 122 = ?$$

De acuerdo con esto, el valor faltante del cuadrito con el signo de interrogación es:

$$17 \text{ unidades} = ?$$

### Recuerde que:

Equivalente se refiere a:  
Una relación de igualdad entre dos cantidades o expresiones.

**21.** Jimena y Paulina jugaron a lanzar dos dados numerados cada cara con números del 1 al 6. Cada vez que lanzaron los dados escribieron la suma de los puntos de las caras que quedaban hacia arriba y luego de lanzar los dados 5 veces, obtuvieron los siguientes resultados:

**2, 12, 9, 6, 7, 3, 12, 10, 12, 3, 11, 4, 12, 7, 9, 3, 12, 6, 7 y 5**

¿Cuáles son los puntos de la suma que salió más veces?

**Possible estrategia de solución:**

Primero identifiquemos cuantas veces salieron esas sumas:

**2, 12, 9, 6, 7, 3, 12, 10, 12, 3, 11, 4, 12, 7, 9, 3, 12, 6, 7 y 5**

En la imagen anterior se encerraron en un círculo del mismo color los números según se fueran repitiendo, de acuerdo con ello, al contar cuántas veces se identificó cada uno, se puede resumir la siguiente información:

Número	Frecuencia de la suma de los puntos
2	1
12	5
9	2
6	2
7	3
3	3
10	1
11	1
4	1
5	1

En la tabla anterior se determinó las frecuencias de la suma de los puntos de los números que se obtuvieron al lanzar los dados, de los cuales la que salió más veces fue el 12.

**Observación:**

**Recuerde:** En primaria utilizamos como signo para la multiplicación la letra “x” sin embargo podemos valorar el uso del punto para ir familiarizando a los niños con esta otra forma de representar esta operación en la secundaria.

**Créditos**

Los ítems fueron tomados de la prueba de la II Eliminatoria de la Olimpiada Costarricense de Matemática de tercer año 2018, elaborada y validada por:

Javier Quirós Paniagua  
*Dirección Regional Turrialba*

Laura Andrea Ureña Ureña  
*Dirección Regional de los Santos*

Marjorie Rodríguez Soto  
*Dirección Regional Occidente*

Marvín Montiel Araya  
*Dirección Regional de Coto*

**Revisoras de los cuadernillos**

Mónica Mora Badilla  
*Profesora de Matemática Escuela de Formación Docente,  
Universidad de Costa Rica.*

Gabriela Valverde Soto  
*Profesora de Matemática Escuela de Formación Docente,  
Universidad de Costa Rica.*

**Compilación y estrategias de solución de los cuadernillos realizadas por:**

Hermes Mena Picado.  
Asesoría Nacional de Matemática.  
*Departamento de Primero y Segundo Ciclos  
Dirección de Desarrollo Curricular*

