Numeri di Bernoulli

I numeri Bernoulli sono numeri razionali che compaiono in varie formule importanti della Matematica.

Jakob Bernoulli cercava una formula per calcolare la delle potrnze di unesponete intero a dei primi n numeri naturali

$1 + 2^a + 3^a + \cdots + n^a = \sum_{k=1}^{n} k^a$

e riuscì a trovare che tale espressione è pari a un polinomio nella variabile n e di grado a +1 in cui nei coefficienti comparivano questi numeri di Bernoulli che giusto per esempio sono

$$B_0 = 1, B_1 = -\frac{1}{2}, B_2 = \frac{1}{6}, B_3 = 0, B_4 = \frac{1}{30}, B_5 = 0, B_6 = \frac{1}{42}, \ldots$$

Esiste una formula ricorsiva per calcolare i numeri di Bernoulli è la seguente:

$$B_0 = 1$$

$$B_n = -\frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n+1}{k} B_k$$

Tale formula fu sfruttata da Ada Lovelace per creare il primo programma di Informatica della. La matematica inglese Ada Lovelace lo scrisse nella nota G alla sua traduzione del 1842 del libro di Luigi Menabrea sulla “macchina analitica” di Babbage, e scelse il compito di calcolare i numeri di Bernoulli con la macchina analitica «essendo questo (nella forma in cui lo dedurremo) un esempio piuttosto complicato delle sue capacità»

Ora noi vogliamo dimostrare empiricamente che la somma dei cubi è il quadrato della somma cioè

$$1^3 + 2^2 + \cdots + n^3 = (1 + 2 + \cdots + n)^2$$

Realizzare un programma che faccia uso della funzione pontenza della libreria **<cmath>**

std::pow(base, esponente)

e che verifichi per un valore di n dato dall’utente che l’uguaglianza è verificata.