Numeri di Bernoulli

I numeri Bernoulli sono numeri razionali che compaiono in varie formule importanti della Matematica.

Jakob Bernoulli cercava una formula per calcolare la somme delle potenze di un esponete intero a dei primi n numeri naturali

$1 + 2^a + 3^a + \cdots + n^a = \sum_{k=1}^{n} k^a$

e riuscì a trovare che tale espressione è pari a un polinomio nella variabile n e di grado a +1 in cui nei coefficienti comparivano questi numeri di Bernoulli che giusto per esempio sono

$$B_0 = 1, B_1 = -\frac{1}{2}, B_2 = \frac{1}{6}, B_3 = 0, B_4 = \frac{1}{30}, B_5 = 0, B_6 = \frac{1}{42}, \ldots$$

Esiste una formula ricorsiva per calcolare i numeri di Bernoulli è la seguente:

$$\mathrm{B}_0 = 1$$

$$B_n = -\frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n+1}{k} B_k$$

Tale formula fu sfruttata da Ada Lovelace per creare il primo programma di Informatica della storia. La matematica inglese Ada Lovelace lo scrisse nella nota G alla sua traduzione del 1842 del libro di Luigi Menabrea sulla “macchina analitica” di Babbage, e scelse il compito di calcolare i numeri di Bernoulli con la macchina analitica *«essendo questo (nella forma in cui lo dedurremo) un esempio piuttosto complicato delle sue capacità»*

Ora noi vogliamo dimostrare empiricamente che la somma dei cubi è il quadrato della somma cioè

$$1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 = (1 + 2 + \cdots + n)^2$$

Realizzare un programma che faccia uso della funzione potenza della libreria **<cmath>**

std::pow(base, esponente)

e che verifichi per un valore di n dato dall’utente che l’uguaglianza è verificata.