

Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана

Домашнее задание №1

РК6—46Б

Базикалова А.

Бригада № 1



Условия задания

Дана система уравнений, описывающая траекторию движения точки в момент времени t . Построить **траекторию точки**. Найти **скорость** и **ускорение** точки в момент времени t в декартовой, полярной и естественной системах координат, а также **радиус кривизны** и **кривизну траектории** точки в момент времени t .

$$\begin{cases} x(t) = -14\cos\left(\frac{-\pi t^2}{3}\right) \\ y(t) = 14\sin\left(\frac{-\pi t^2}{3}\right) \end{cases}, \text{ при } t=1$$

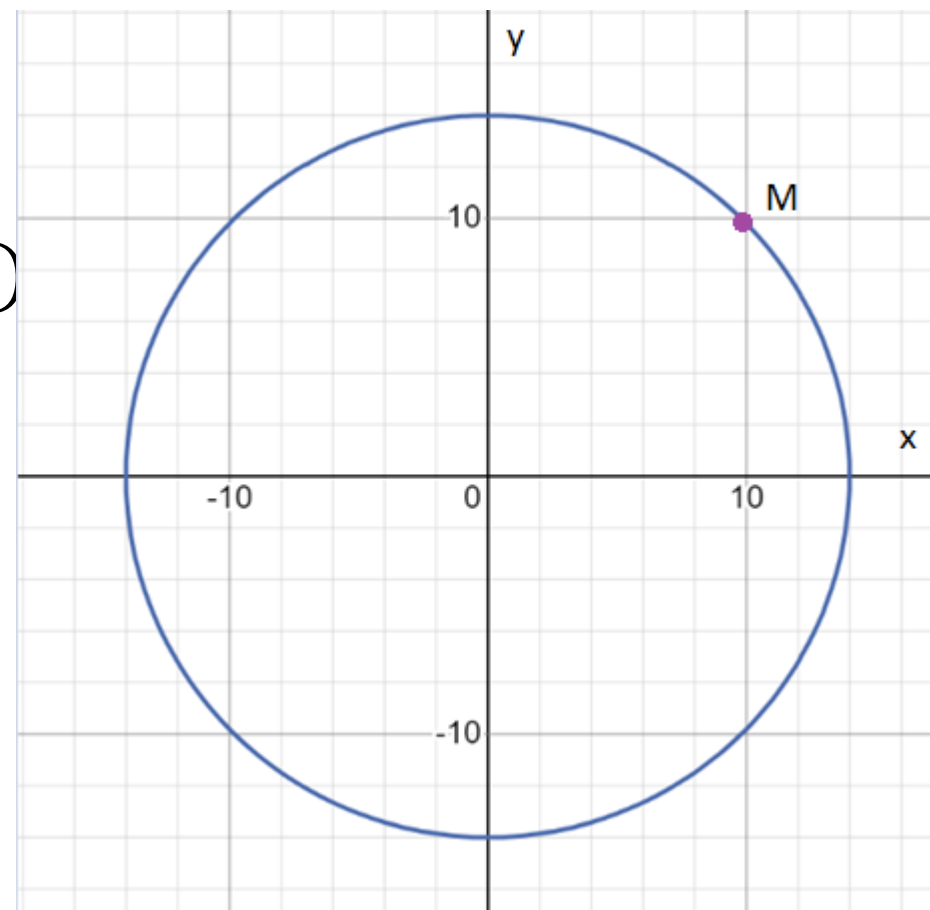


Решение:

1) Найдём **траекторию** точки

$$x(t)^2 + y(t)^2 = 196 \left(\cos^2 \left(\frac{-\pi t^2}{3} \right) + \sin^2 \left(\frac{-\pi t^2}{3} \right) \right)$$

$$x(t)^2 + y(t)^2 = 196$$



Решение:

1) Найдём **скорость** точки в **ДСК**

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

$$V_x = \dot{x} = -\frac{28}{3} * \pi * t * \sin\left(\frac{-\pi t^2}{3}\right)$$

$$V_y = \dot{y} = -\frac{28}{3} * \pi * t * \cos\left(\frac{-\pi t^2}{3}\right)$$


$$V = \sqrt{\frac{784}{9} * \pi^2 * t^2 * \sin^2\left(\frac{-\pi t^2}{3}\right) + \frac{784}{9} * \pi^2 * t^2 * \cos^2\left(\frac{-\pi t^2}{3}\right)}$$



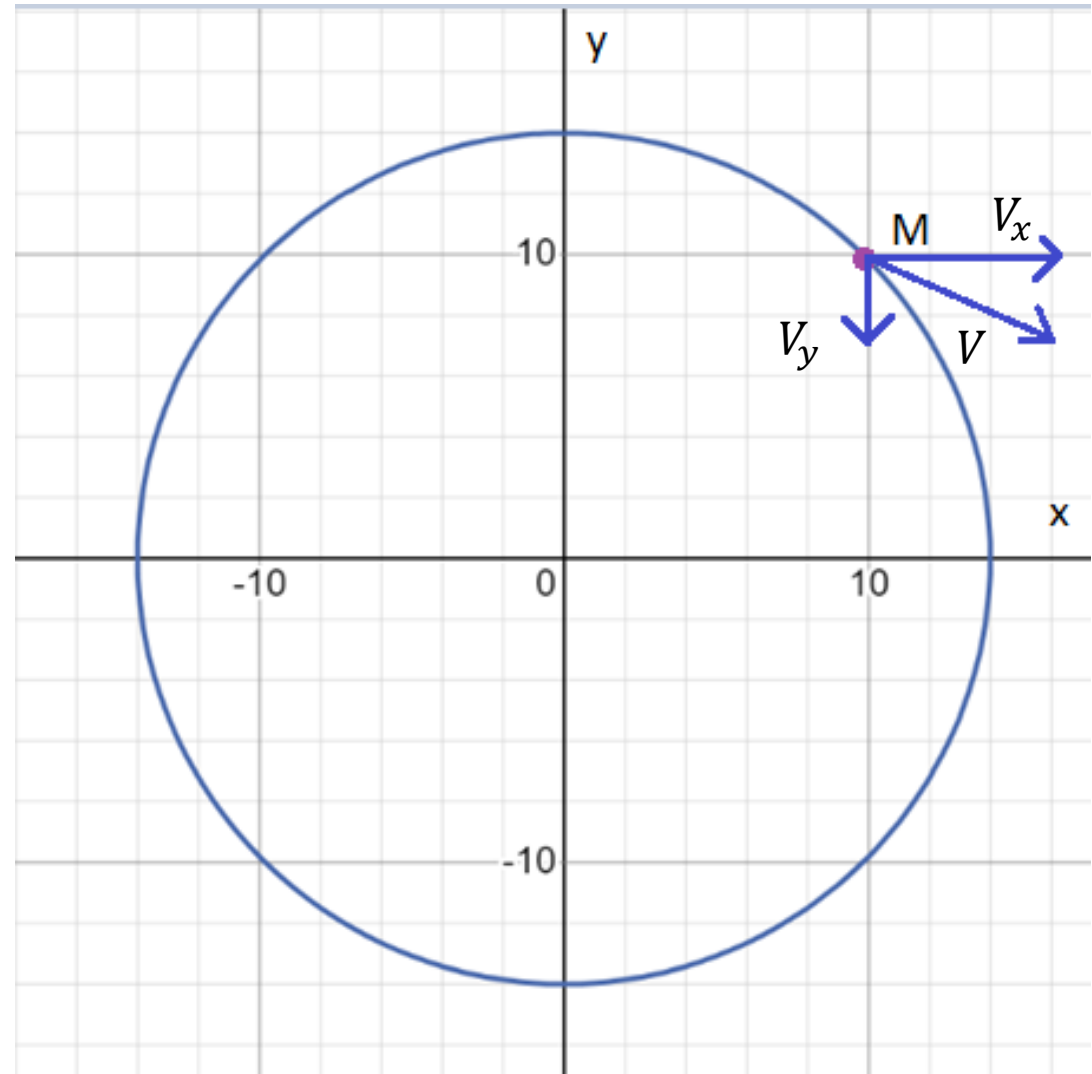
Решение:

1) Найдём **скорость** точки в **ДСК**

$$V = \frac{28}{3} * \pi \approx 29,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\mu_V = 0,68 \frac{\text{мм}}{\text{м/с}}$$


20 мм



Решение:

1) Найдём **ускорение** точки в **ДСК**

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

$$a_x = \ddot{x} = \frac{56}{9} \pi^2 t^2 \cos\left(\frac{-\pi t^2}{3}\right) - \frac{28}{3} * \pi * \sin\left(\frac{-\pi t^2}{3}\right)$$


$$a_y = \ddot{y} = -\frac{56}{9} \pi^2 t^2 \sin\left(\frac{-\pi t^2}{3}\right) - \frac{28}{3} * \pi * \cos\left(\frac{-\pi t^2}{3}\right)$$

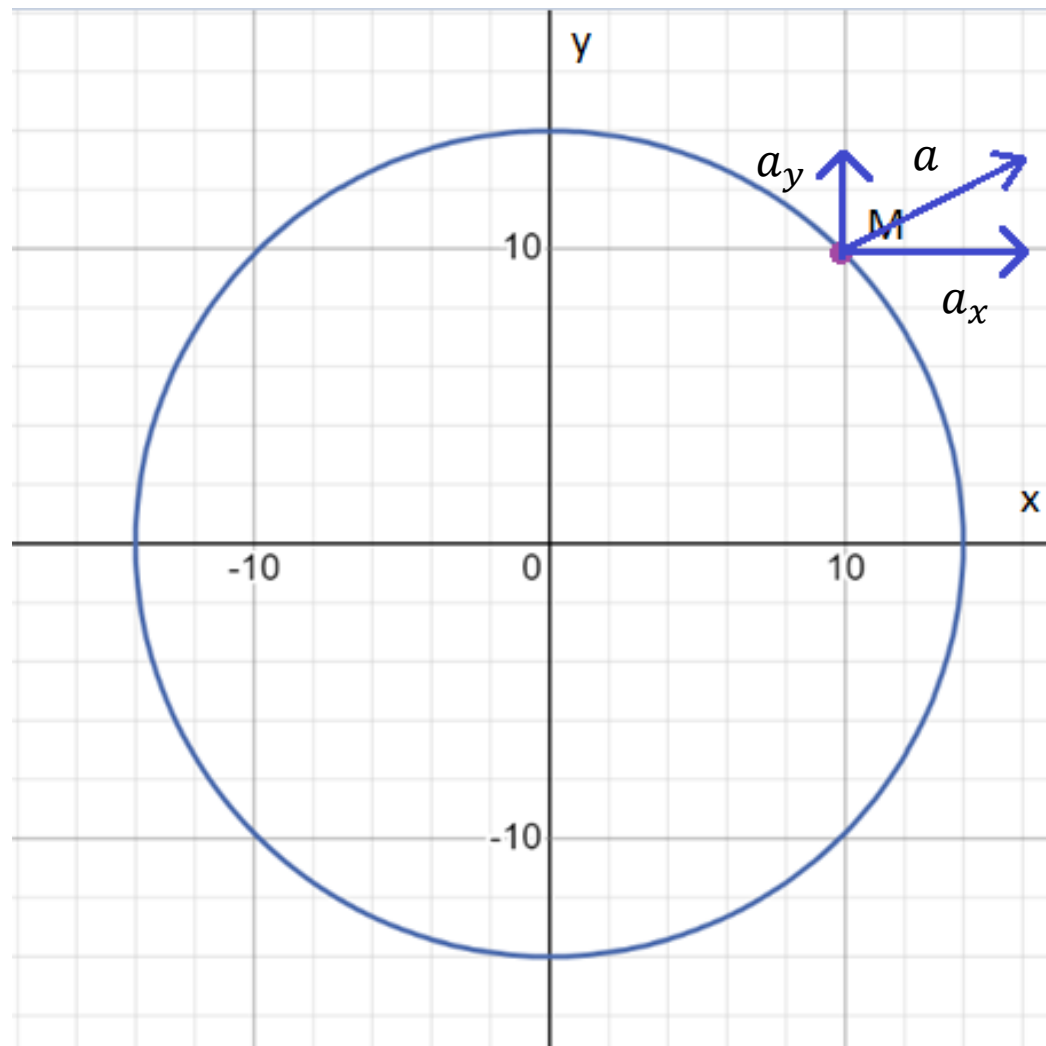
$$a = \frac{28\pi \sqrt{4\pi^2 t^4 + 12\pi t^2 \times \cos\left(\frac{\pi t^2}{3}\right) \sin\left(\frac{\pi t^2}{2}\right) + 6\pi t^2 \times \sin\left(\frac{2\pi t^2}{3}\right) + 9\sin\left(\frac{\pi t^2}{2}\right)^2 + 9\cos\left(\frac{\pi t^2}{3}\right)^2}}{9}$$

Решение:

1) Найдём **ускорение** точки в **ДСК**

$$a = \frac{28}{9} * \pi \sqrt{4\pi^2 + 9} \approx 68 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$$

$$\mu_a = 0,3 \frac{\text{мм}}{\text{М}/\text{с}^2}$$




Решение:

1) Найдём **скорость** точки в **ПСК**

Перейдём от ДСК к ПСК:

$$\left\{ \begin{array}{l} r(t) = \sqrt{196(\cos^2(\frac{-\pi t^2}{3}) + \sin^2(\frac{-\pi t^2}{3}))} \\ \varphi(t) = \arcsin\left(\frac{14\sin(\frac{-\pi t^2}{3})}{\sqrt{196(\cos^2(\frac{-\pi t^2}{3}) + \sin^2(\frac{-\pi t^2}{3}))}}\right) \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} r(t) = 14 \\ \varphi(t) = \frac{-\pi t^2}{3} \\ t = 1 \end{array} \right.$$




Решение:

1) Найдём **скорость** точки в **ПСК**

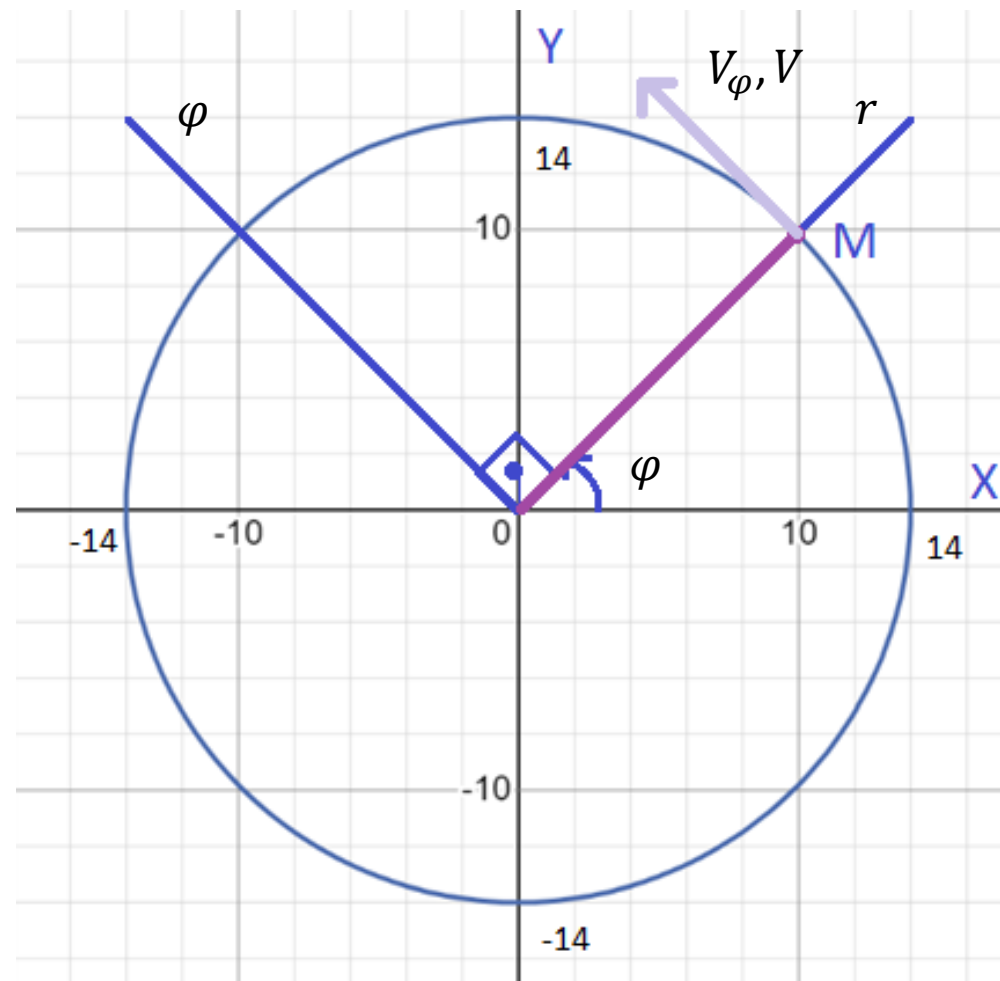
$$V_r = \dot{r} = 0$$

$$|V_\varphi| = \sqrt{V^2 - V_r^2}$$

$$|V_\varphi| = \frac{28}{3} * \pi \approx 29,3 \frac{\text{М}}{\text{с}}$$

$$\mu_{V_\varphi} = 0,68 \frac{\text{мм}}{\text{М/с}}$$


20 мм



Решение:

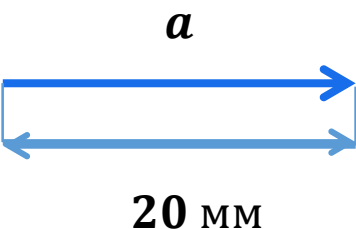
1) Найдём **ускорение** точки в **ПСК**

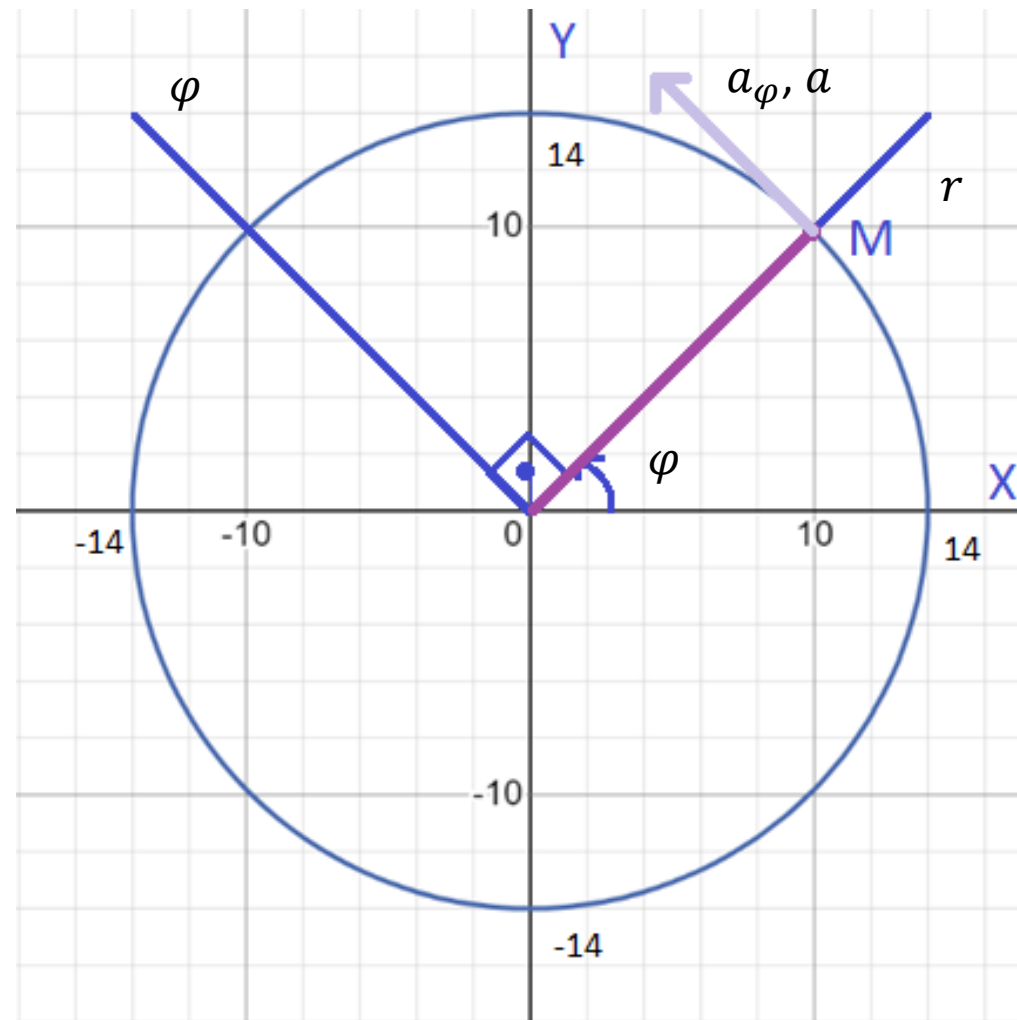
$$a_r = \ddot{r} - \dot{r}\dot{\varphi}^2$$

$$a_r = \ddot{r}$$

$$|a_\varphi| = \sqrt{a^2 - a_r^2}$$

$$|a_\varphi| = \frac{28}{9} * \pi \sqrt{4\pi^2 + 9} \approx 68 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$$

$$\mu_a = 0,3 \frac{\text{ММ}}{\text{М}/\text{с}^2}$$




Решение:

1) Найдём **скорость** точки при **ЕСЗД**

Перейдём от ДСК к ЕСЗД:

$$S = \int_0^t \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} dt$$

$$S = \left(\frac{28}{3}\right) * \pi * t$$

$$S = \int_0^t \sqrt{\frac{784}{9} * \pi^2 * t^2 * \sin^2\left(\frac{-\pi t^2}{3}\right) + \frac{784}{9} * \pi^2 * t^2 * \cos^2\left(\frac{-\pi t^2}{3}\right)} dt$$



Решение:

1) Найдём **скорость** точки при **ЕСЗД**

$$V^{\tau} = \dot{S}$$

$$|V^{\tau}| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$


$$|V^{\tau}| = \sqrt{\frac{784}{9} * \pi^2 * t^2 * \sin^2\left(\frac{-\pi t^2}{3}\right) + \frac{784}{9} * \pi^2 * t^2 * \cos^2\left(\frac{-\pi t^2}{3}\right)}$$



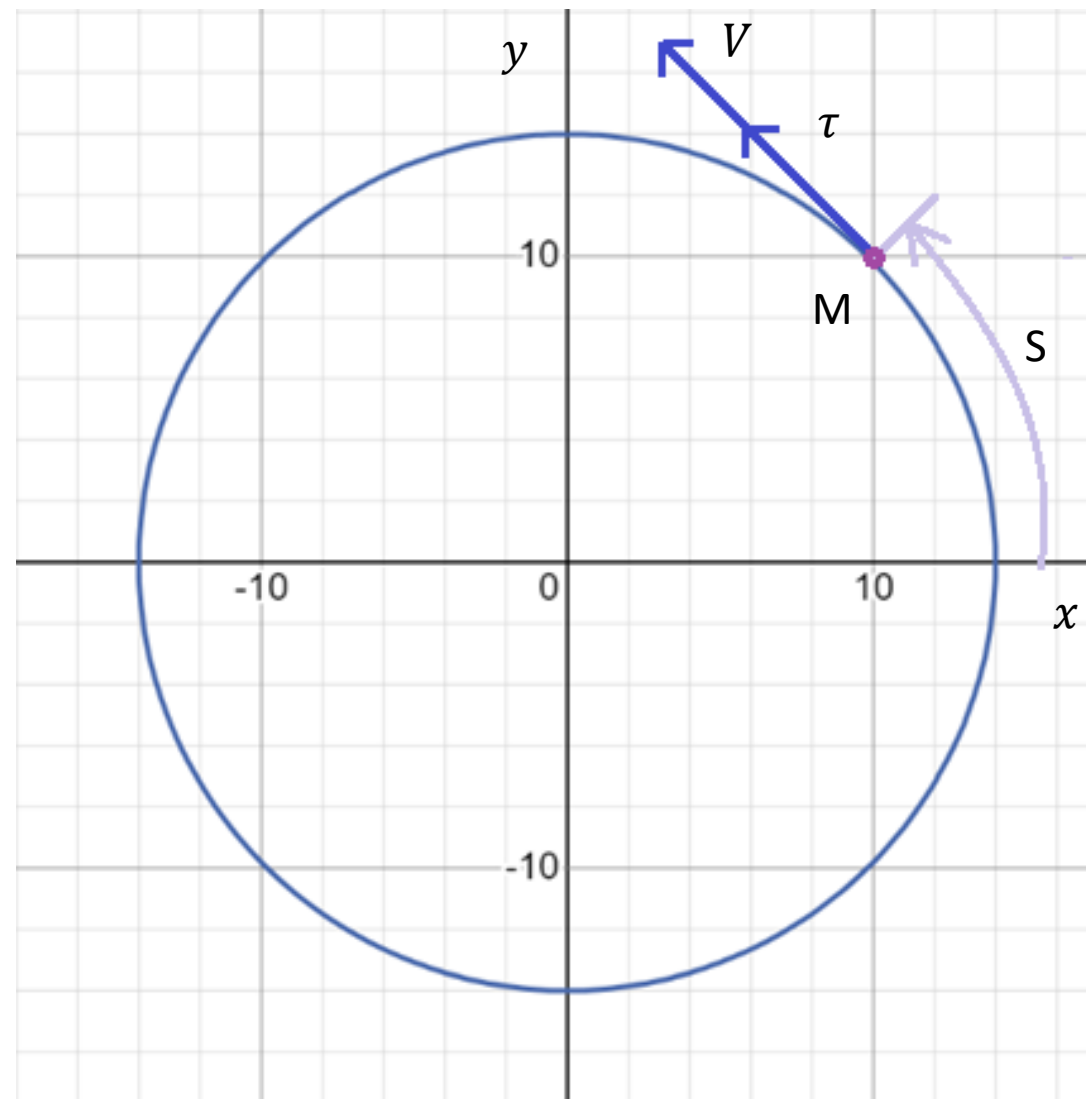
Решение:

1) Найдём **скорость** точки при **ЕСЗД**

$$|V^\tau| = \frac{28}{3} * \pi \approx 29,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\mu_{V^\tau} = 0,68 \frac{\text{мм}}{\text{м/с}}$$


20 мм



Решение:

1) Найдём **ускорение** точки при **ЕСЗД**

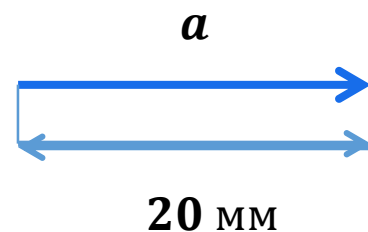
$$a^\tau = \ddot{S}$$

$$|a^\tau| = \left| \frac{dV^\tau}{dt} \right| = \left| \frac{28}{3} * \pi \right| = \frac{28}{3} * \pi \approx 29,3 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$$

$$|a_n| = \sqrt{a^2 - a_r^2} = \sqrt{\left(\frac{28}{9} * \pi \sqrt{4\pi^2 + 9} \right)^2 - \left(\frac{28}{3} * \pi \right)^2}$$

$$|a_n| \approx 61,4 \frac{\text{М}}{\text{с}}$$

$$\mu_a = 0,3 \frac{\text{ММ}}{\text{М} / \text{с}^2}$$



Спасибо!

