

grafovi

Nikola Bebić / Petnica / 2023

šta je graf ?

- skup čvorova (vertices) V i ivica (edges) $E \subseteq V^2$
 - ivica = par uv , pri čemu $u, v \in V$

tipovi grafova

- neusmereni vs usmereni
- ciklični vs aciklični
- netežinski vs težinski
- prosti vs sa petljama vs sa multigranama

susedstvo

- susedi čvora u – čvorovi sa kojima je u povezan

$$N(u) = \{v \in V \mid uv \in E\}$$

- stepen čvora u – broj suseda

$$\delta(u) = |N(u)|$$

- kod usmerenih grafova:
 - ulazni/izlazni susedi
 - ulazni/izlazni stepen

putevi

- put -- niz čvorova $u_1 u_2 \dots u_n$, gde $u_i u_{i+1} \in E$
 - dužina puta = broj "koraka"
 - kod težinskih -- težina puta = zbir težina svih ivica
- ciklus -- put gde $u_1 = u_n$

povezanost

- u i v su *povezani* ukoliko postoji put $uw_1w_2 \dots w_nv$
- graf je *povezan* ukoliko su svaka dva čvora povezana
- *povezane komponente* su maksimalni povezani podskupovi grafa

stablo

- **stablo** je aciklični povezani neusmereni graf
 - uvek ima n čvorova i $n - 1$ ivicu
 - nije povezan – šuma

usmereni aciklični graf

- **usmereni aciklični graf (DAG)** je usmereni aciklični graf

podgraf

- **podgraf** grafa -- graf koji se sastoji od podskupa čvorova i podskupa ivica
 - **indukovani podgraf** -- podgraf koji "uzme" sve ivice između čvorova iz početnog grafa

još neki tipovi grafova

- **kompletan graf** -- graf koji ima ivice između svaka svoja dva čvora
 - **klika** (*clique*) -- kompletan podgraf
- **bipartitan graf**

šta je graf ?

- gomila stvari u medjusobnim relacijama

šta će nama graf ?

- dobar model za mnoge probleme
 - ljudi i međuljudski odnosi
 - mesta i putevi
 - web stranice i linkovi
 - pozicije u igri i potezi

grafovi u računarstvu

- kako predstavljamo grafove?
 - matrica susedstva
 - lista susedstva

algoritmi nad grafovima

- grafovski problem \rightarrow grafovsko rešenje

najkraći put

- prost graf – BFS
- težinski graf – Dijstra
- sa heuristikom – A*

razapinjuće stablo (*spanning tree*)

- "odsečemo" "višak" ivica, tako da ostane stablo
 - minimalno = sa minimalnim ukupnim zbirom ivica
- Kruskal

topološko sortiranje

- poređati čvorove DAG-a, tako da ivice idu "sa leva na desno"

bojenje grafa

- dodeliti oznake (boje) čvorovima, tako da susedi uvek imaju različitu boju

mećing (uparivanje)

- podeliti čvorove u disjunktne parove suseda
- maksimalni mećing -- u težinskom grafu, maksimizovati zbir težina uparenih ivica

graf toka (*flow graph*)

- težine u grafu = maksimalni protok
- koliki je ukupni protok u grafu
- *max-flow min-cut* algoritam

kompleksne mreže

- veliki, netrivialni grafovi (*mreže*)
 - društvene, biološke, tehničke, ...
- interesuju nas makroosobine same mreže, a ne mikroosobine čvorova

problemi u kompleksnim mrežama

- prečnik mreže, prosečna dužina puta
- koeficijent klasterovanja
- centralnost
- pronalaženje društava, modularnost
- pronalaženje maksimalnih klika

