

SIGNAL

**Formation Télécom Réseaux
Pléneuf**

V 1.1 – Septembre 2011

Edition numérique

SECTION 1 Signaux

1. Description des Signaux	1
1.1 Classification des signaux	1
1.2 Signal Sinusoïdal	2
1.3 Puissance	5
1.4 Signal numérique	8
1.5 Les Signaux Physiques	11
 2. Analyse Temps-Fréquence	 15
2.1 Représentation Temps/Fréquence	15
2.2 Théorie de Fourier	16
2.3 Fonctions non-périodiques	18
2.4 Dirac	20
2.5 Produit de convolution	21
2.6 Corrélation	23
2.7 Fonctions complexes	27
2.8 Transformée de Hilbert	29
2.9 Propriétés spectrales des signaux	31
 3. Filtrage	 33
3.1 Aspects mathématiques	33
3.2 Approche physique	38
3.3 Filtrage et mesure	42
3.4 Filtrage en télécommunication	43
3.5 Dispersion	47
 4. Le Bruit	 51
4.1 Qu'est ce que le bruit ?	51
4.2 Classification des bruits	51
4.3 Origines du bruit	54
4.4 Modèles du bruit	55
4.5 protections contre le bruit	58
4.6 Rapport Signal sur Bruit	59
4.7 Systèmes numériques : S/N et Taux d'erreur	62

SECTION 2 Modulations Analogiques

5. Modulation d'Amplitude	67
5.1 Principe de la modulation d'amplitude	67
5.2 La modulation d'amplitude	68
5.3 Modulations intermédiaires	74
5.4 Technologie	75
5.5 Conclusion	78
 6. Modulation de fréquence	 79
6.1 Principe de la modulation de fréquence	79
6.2 La modulation de fréquence	80
6.3 Spectres FM	83

6.4 Technologie	87
6.5 Modulation de phase	88

7. Démodulation Analogique **89**

7.1 Les techniques de démodulation	89
7.2 Démodulation d'amplitude : détection d'enveloppe	89
7.3 Démodulation FM	93
7.4 Performances	98
7.5 Comparaison AM-FM	103

SECTION 3 Modulations Numériques

8. Modulations Numériques **105**

8.1 Vocabulaire	105
8.2 Modulation numérique d'amplitude	105
8.3 Modulations numériques de fréquence – FSK	107
8.4 MSK - Minimum Shift Keying	112
8.5 Porteuse en Quadrature	114
8.6 PSK – Phase Shift Keying	115
8.7 QAM – Quadrature Amplitude Modulation	120
8.8 APSK – Amplitude And Phase Shift Keying	124
8.9 Lecture des spectres	125
8.10 Tableau comparatif	128

9. Techniques de modulations **129**

9.1 Modulations différentielles	129
9.2 Modulation codées	131
9.3 TCM	133
9.4 OFDM	136

10. Les techniques d'accès **141**

10.1 L'accès au support de transmission	141
10.2 FDMA – AMRF	142
10.3 TDMA – AMRT	143
10.4 CDMA – AMRC	144
10.5 AMRP – PDMA	152
10.6 AMRS – SDMA	152
10.7 AMRL – WDMA	153
10.8 Nature des liaisons	155

11. Démodulation **157**

11.1 Le Canal de transmission	157
11.2 IIS- Interférences Inter Symbole	162
11.3 Aspects théoriques de la démodulation	170
11.4 Structure des démodulateurs	172
11.5 Analyse d'un signal QPSK	176
11.6 Schéma synthétique du démodulateur	177

12. Performances	179
12.1 Chaîne de démodulation	179
12.2 Evaluation théorique des performance	180
12.3 Mesure des rapports signaux à bruit	182
12.4 Canal et capacité	184
12.5 Comparaison des performances	187

13. Spécification des systèmes	191
---------------------------------------	------------

SECTION 4 Codages

14. La Chaîne de codage	193
--------------------------------	------------

15. Conversion analogique numérique	195
15.1 Chaîne d'acquisition de données	195
15.2 La conversion Analogique/Numérique	196
15.3 L'échantillonnage	196
15.4 Quantification	204
15.5 Structures de CAN	212
15.6 Acquisition de signaux HF	215
15.7 Trames	217

16. Codage de source	219
16.1 caractéristique d'un code de source	219
16.2 Codage de source sans perte	221
16.3 Techniques de compression avec pertes	223
16.4 Images fixes : codes de sources avec pertes	226
16.5 Images vidéos : codes de sources avec pertes	229
16.6 Son: code de sources sans et avec pertes	232

17. Codage de canal	237
17.1 Introduction au codage de canal	237
17.2 Représentation polynomiale	239
17.3 Codes blocs	241
17.4 Codes convolutifs	245
17.5 Techniques de protections supplémentaires	247
17.6 Turbocodes	250
17.7 LDPC	254
17.8 Gain de codage	256
17.9 Séquences Pseudo-Aléatoires	258

18. Codage en bande de base	263
18.1 Généralités	263
18.2 Aspects mathématiques	264
18.3 Codage NRZ -antipolaire	265
18.4 Autres exemples de codages	266

SECTION 5 Techniques Numériques

19. Traitement Numérique du Signal 269

19.1 Transformée en z	269
19.2 Chaîne de Traitement Numérique	272

20. Introduction au Filtrage Numérique 275

20.1 Stabilité	275
20.2 Filtre RIF – FIR	275
20.3 Filtre RII – IIR	277

21. FFT 281

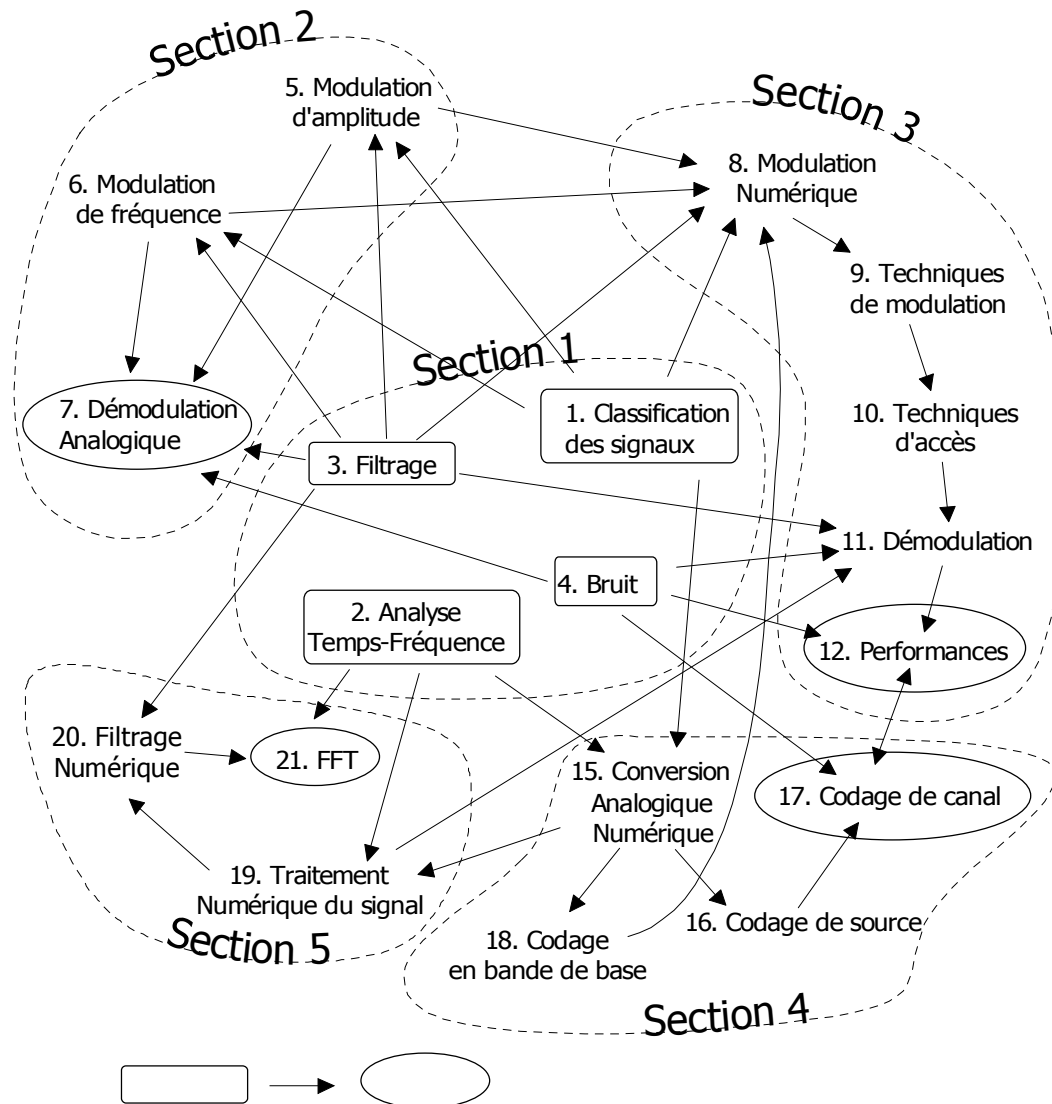
21.1 Transformées de Fourier TF&DSF	281
21.2 Transformées discrètes	282
21.3 Résumé des transformées	286
21.4 TF et FFT	287
21.5 Fenêtrage temporel	291
21.6 Méthodologie de mesure	296

Annexe A :	Transformées de Fourier	299
Annexe B :	Fonction $x \rightarrow \sin(x)/x$	300
Annexe C :	Filtre du premier ordre	301
Annexe D :	Fonction <i>erfc</i> & TEB	302
Annexe E :	Performances	303
Annexe F :	Gain de codage	304
Annexe G :	Formulaire	305
Annexe H :	Chaîne Numérique	306
Annexe I :	Signaux Physiques	307
Annexe J :	Abaque Conversion dB	308
Annexe H :	Tableau ASCII étendu	309

Bibliographie	310
----------------------	------------

Index	311
--------------	------------

Cartographie



Avant-Propos

Le but de cet ouvrage est de fournir un support de référence à destination des étudiants qui découvrent pour la première fois (et parfois la deuxième) de nombreux concepts avec lesquels il faut se familiariser.

Modulation, Codage, Traitement du signal, Analyse de Fourier, Analogique ou Numérique... Autant de références indispensables à celui qui découvre le territoire des Télécoms.

On trouvera ici regroupé un grand nombre de ces notions. L'objectif n'est pas de faire ici un cours rigoureux ou une thèse documentée, mais pour des raisons d'efficacité et de synthèse, un manuel pratique permettant de survivre avec plus ou moins de bonheur dans un univers en perpétuelle évolution, voire révolution.

En un siècle, les progrès techniques et théoriques en électronique, informatique et mathématique ont créés des outils dont la complexité est en mesure d'être comparée aux capacités cérébrales des êtres vivants. Ces progrès ne semblent pas se ralentir, et chaque année de nouvelles approches enrichissent le panorama des réalisations possibles.

Depuis les communications morse jusqu'aux systèmes 4G, cette accélération modifie en profondeur notre vie quotidienne, mais également notre environnement global. L'abolition de l'espace et la continuité des relations sont devenues naturelles créant une nouvelle écologie technologique, maillant les réseaux dans lequel l'homme doit apprendre à vivre aujourd'hui. Ce qui était un outil pour s'adapter à l'environnement est devenu un univers étonnant et déconcertant dans lequel nous devons à nouveau nous adapter.

Si jadis nous gardions la maîtrise objective de nos moyens de communications, force est de constater qu'aujourd'hui nous en sommes devenus les observateurs et les spectateurs. C'est la responsabilité de chacun d'en rester les acteurs éclairés. Puisse cet ouvrage y contribuer modestement.

*Je remercie tout particulièrement l'ensemble de mes étudiants qui ont
au fil des années contribué à l'élaboration de cet ouvrage*

MF

1. Signaux de Référence

1.1 Classification des signaux

1.1.1 Qu'est ce qu'un signal ?

Nous pouvons définir un signal selon au moins deux aspects, l'un mathématique et l'autre physique.

Sur le plan mathématique, il s'agit d'une fonction à une variable, qui sera le temps t ou la fréquence f .

Sur le plan physique, le signal sera en règle général de nature électrique et sa valeur s'exprimera en Volts (V) dans le cas de la tension, ou en Ampères (A) dans le cas d'un courant.

Ces définitions très générales nécessitent un complément et une classification afin de signifier précisément les types de signaux en jeu dans le domaine des télécommunications qui nous concernera ici.

1.1.2 Grandeurs caractéristiques

Nous définirons par la suite précisément toutes les grandeurs utiles pour un signal. Cependant, nous pouvons donner une liste des éléments fondamentaux pour la description d'un signal :

- ♦ La tension (ou le courant) par sa valeur crête, efficace ou moyenne
- ♦ La puissance, liée à une impédance, qui peut être remplacée par la tension ou le courant au carré
- ♦ Les aspects temporels, en particulier le caractère permanent ou transitoire
- ♦ Les aspects spectraux, selon que le signal soit composé de raies (caractère permanent) ou décrit par une densité spectrale de puissance (caractère transitoire)
- ♦ La nature des signaux, aléatoire ou déterministe...

Ces divers paramètres seront traités dans les parties qui suivent : ils constituent le référentiel des études qui sont menées dans le cadre des télécommunications et des transmissions.

Notons en effet que ce qui nous intéressera concerne *les techniques de transmission de l'information par l'utilisation de signaux*.

Le chapitre 1.5 traite des signaux usuels dans les systèmes de télécommunication:

- ♦ La voix humaine
- ♦ La vidéo animée
- ♦ Les données

1.1.3 Classification

La classification est une première étape pour comprendre la nature des études qui seront menées par la suite, ainsi que pour en définir les propriétés fondamentales.

Signal continu	Il peut prendre une infinité de valeurs
Signal discret	Il ne prend qu'un nombre fini de valeurs
Signal analogique	Signal physique continu
Signal numérique	Signal discret, échantillonné et quantifié
Signal déterministe	Il est connu pour tout instant t et obéit à une loi $f(t)$
Signal aléatoire	Les valeurs qu'il prend sont imprévisibles. Il obéit à une loi statistique.
Signal à énergie finie	Signal à puissance nulle
Signal à puissance finie	Signal à énergie infinie
Signal transitoire	Signal de durée limitée – signal à énergie finie
Signal permanent	Signal de durée infinie – signal à puissance finie
Signal causal	Signal réel qui advient après sa cause
Signal acausal	Signal qui advient avant la cause qui le provoque
Signal périodique	Signal se répétant à l'identique au bout d'une durée finie T
Signal apériodique	Signal de période infinie.
Signal Bande Large	Signal occupant une large bande de fréquence
Signal Bande étroite	Signal occupant une très petite bande de fréquence
Signal Bande de base	Signal dont le spectre comprend de très basse fréquence
Signal Bande transposée	Signal dont le spectre est situé autour d'une fréquence non nulle

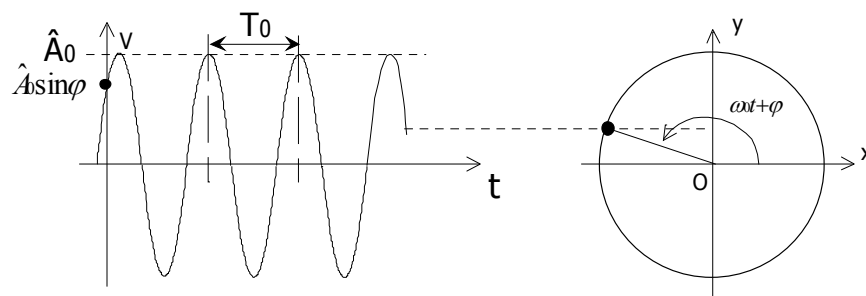
1.2 Signal Sinusoïdal

1.2.1 Représentation temporelle

Un signal sinusoïdal pur est une fonction mathématique que nous pouvons exprimer par la relation

$$s(t) = \hat{A}_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

Cette fonction se représente sous la forme suivante:



L'amplitude est \hat{A}_0 , c'est la valeur crête ou maximale du signal. Le déphasage φ exprime le décalage de la courbe à $t=0$. On rappelle ainsi que le signal sinusoïdal correspond au développement du rayon d'un cercle en rotation.

La fréquence f_0 exprimée en Hertz est définie par la relation

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} \quad [\text{Hz}]$$

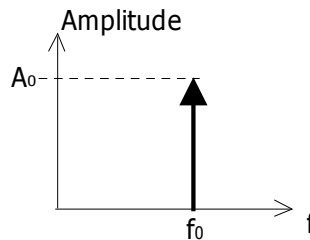
Où ω_0 est la *pulsation* en rad/s.

Ce signal est un signal périodique de période T_0 exprimée en seconde et valant:

$$T_0 = \frac{1}{f_0} \quad [\text{s}]$$

1.2.2 Représentation spectrale

Il s'agit de ne représenter dans un repère amplitude/fréquence que la raie correspondant à la fréquence f_0 de la porteuse et d'amplitude $A_0 = \hat{A}_0 / \sqrt{2}$, ou d'amplitude crête.

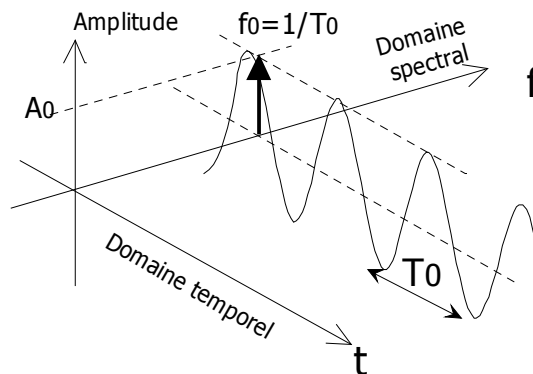


Sur le spectre, la raie est représentée traditionnellement par une flèche. Cela signifie que le signal est permanent dans le temps, et que sa largeur spectrale est nulle, c'est à dire que les caractéristiques de ce signal sinusoïdal pur (fréquence, phase, amplitude) sont inchangées dans le temps, c'est à dire à l'infini dans le passé et le futur.

Dans le cas contraire, on dira que ce signal, qu'on désignera parfois sous le nom de *porteuse*, est à bande large ou encore "modulé", et la représentation utilisera la notion de densité spectrale de puissance. Cette notion sera explicitée plus loin [§1.4.3].

Notons que cette représentation est théorique : aucun signal n'est infini dans le temps et sa mesure ne pourra se représenter que par une densité de puissance, c'est à dire une courbe fonction de la fréquence.

1.2.3 Représentation 3D



Pour résumer les deux représentations précédentes et éclairer leur relation, on peut représenter sur un même graphique ci- dessus les deux aspects temporel et spectral.

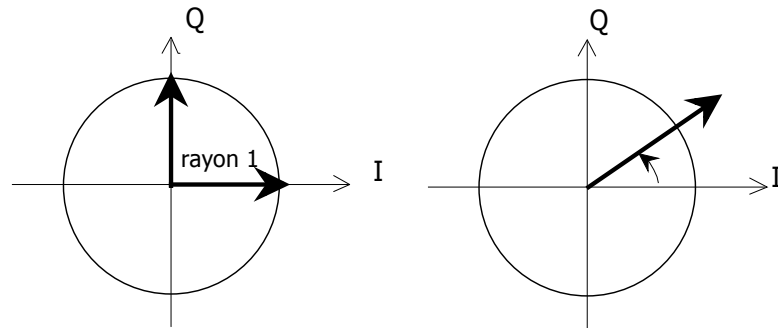
On peut constater que l'information sur la phase n'est pas visible sur le spectre. On peut l'obtenir seulement sur une représentation temporelle.

1.2.4 Représentation I/Q

Cette information sur la phase d'un signal est capitale dans le cas où les signaux modulateurs sont "numériques" et que l'on utilise des modulations de phase. On utilise alors la représentation I/Q, qui correspond au plan complexe ou trigonométrique, mais inversé.

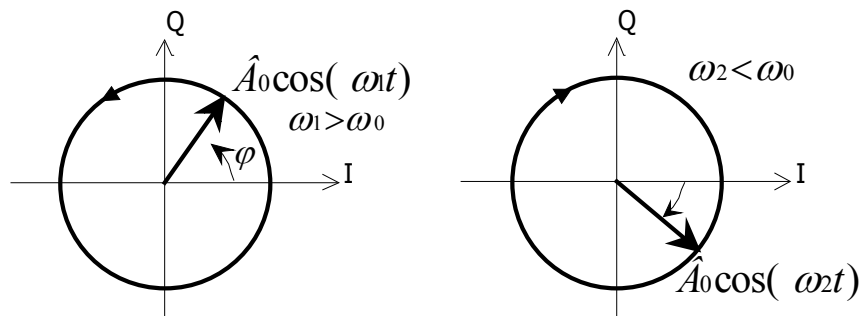
Sur le graphique qui suit on représente la porteuse $p(t)$ dans cette représentation.

L'amplitude de la flèche correspond à l'amplitude de la porteuse. La phase est l'angle de la flèche par rapport à l'axe des abscisses appelé axe I pour *In Phase* (en phase). L'axe Q désigne l'axe en Quadrature. Ce système d'axe (I/Q) tourne sur lui même à la pulsation ω_0 .



- ♦ **Axe I** : *In phase*, composante en phase avec $\cos(\omega_0 t)$.
- ♦ **Axe Q** : *Quadrature*, composante en quadrature avec $\cos(\omega_0 t)$.

Une information importante à visualiser sur ce type de graphique est la fréquence. En fait ce schéma n'est valable que pour une fréquence (ou une pulsation) précise, ici $f_0 = \omega_0 / 2\pi$. Si on désire représenter ici une porteuse p_1 de pulsation $\omega_1 > \omega_0$, alors on aura un cercle : l'extrémité de cette porteuse va tourner plus vite que les axes eux-mêmes qui sont synchronisés sur ω_0 , et elle va tourner vers la gauche.



En effet, en se rappelant que la pulsation instantanée est la dérivée de la phase instantanée, l'augmentation de la phase signifie une pulsation supérieure, et sur le schéma l'augmentation de cette phase se traduit bien par une rotation de la flèche vers la gauche.

Par principe, on ne représente que l'extrémité de la porteuse dans le diagramme I/Q et que l'on symbolise par un point.

1.2.5 Représentation complexe

Dans de nombreux cas il est utile d'utiliser la représentation complexe. Dans ce cas la porteuse $p(t)$ est associée au nombre complexe suivant :

$$\hat{A}_0 e^{j\omega_0 t}$$

$$\text{et alors: } p(t) = \text{Re}[\hat{A}_0 e^{j\omega_0 t}]$$

Si à présent on considère le point C d'affixe c

$$c = a + jb = \alpha e^{j\varphi}$$

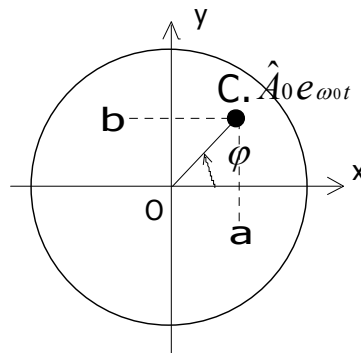
alors le produit de c par l'expression de la porteuse complexe conduit à :

$$\alpha e^{j\varphi} \cdot \hat{A}_0 e^{j\omega_0 t} = (a + jb) \cdot \hat{A}_0 e^{j\omega_0 t}$$

et l'expression de sa partie réelle redonne la valeur:

$$a\hat{A}_0 \cos(\omega_0 t) - b\hat{A}_0 \sin(\omega_0 t)$$

Placer le point C dans le plan complexe est donc identique à placer la porteuse "modulée" c'est à dire ici multipliée par l'affixe c . On a donc une identité entre le plan complexe et le plan I/Q. Cette remarque peut conduire à des représentations mathématiques complexes très poussées mais qui se représentent aisément sur ce type de graphe.



1.3 Puissance

1.3.1 Valeur efficace

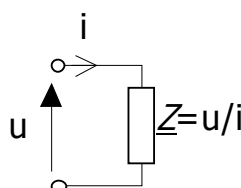
Nous avons défini pour le moment la valeur crête ou maximale du signal périodique: \hat{A}_0 , ainsi que la valeur :

$$A_0 = \hat{A}_0 / \sqrt{2} \quad [\text{V}]$$

Celle-ci est appelée valeur efficace du signal *sinusoïdal*. On parlera ainsi de tension efficace (U) ou de courant efficace (I). Sa définition intégrale est rappelée au §2.2.4.

1.3.2 Impédance et puissance

L'impédance d'un dipôle \underline{Z} est par la loi d'Ohm le rapport entre la tension et le courant instantanée appliqués à un dipôle :



Cette grandeur \underline{Z} peut a priori être complexe s'il existe un déphasage entre le courant et la tension. Dans le cas qui nous intéresse en télécommunication pour le traitement du signal, nous ne considérerons en général que des grandeurs réelles pour les impédances utiles, en particulier 50Ω .

La puissance instantanée P dissipée par le dipôle correspond au produit courant – tension instantanés :

$$P(t) = u(t) \cdot i(t) \quad [\text{W}]$$

En considérant un signal sinusoïdal (paragraphe 1.2.1) on a avec la loi d'Ohm:

$$u(t) = \sqrt{2} \cdot U \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad \text{et} \quad i(t) = \sqrt{2} \cdot I \cos(\omega_0 t) \\ u(t) = Z \cdot i(t)$$

la puissance moyenne, c'est à dire en prenant la moyenne temporelle de la puissance instantanée et qu'on qualifie aussi qualifiée d'active ou réelle, relative à ce signal, vaut :

$$\boxed{P_0 = U \cdot I \cos(\varphi)} \quad [\text{W}]$$

et dans le cas d'une impédance Z réelle:

$$\boxed{P_0 = \frac{U^2}{Z}} \quad [\text{W}]$$

1.3.3 Puissance et complexe

L'utilisation des grandeurs complexes conduit à l'utilisation d'une définition spécifique de la puissance compatible avec celle de la puissance réelle :

$$\underline{P}(t) = \frac{1}{2} \underline{u}(t) \cdot \underline{i}^*(t)$$

Cette définition permet d'éliminer la composante temporelle:

$$\underline{P} = \frac{1}{2} \hat{U} \hat{I} e^{j\varphi} \quad \text{avec en outre} \quad \underline{Z} = \frac{U}{I} e^{j\varphi}$$

Ce qui permet de conclure : $P_0 = \text{Re}(\underline{P}) = \text{Re}\left(\frac{U^2}{\underline{Z}}\right)$

En outre, la composante imaginaire $\text{Im}(\varphi)$ est appelée *puissance réactive*.

1.3.4 Décibels

La comparaison de deux puissances P_1 et P_2 s'exprime en calculant leur rapport P_1 / P_2 . Cependant, les écarts de puissance sont parfois tels que ce rapport peut atteindre des proportions largement supérieures au milliard. Ces valeurs étant très difficiles à appréhender pour l'esprit, l'utilisation du décibel (dixième de Bel) permet de ramener ces écarts à des proportions aisément manipulables.

L'écart entre ces deux puissances s'exprime en décibels (dB) par:

$$\boxed{G_{dB} = 10 \log\left(\frac{P_1}{P_2}\right)} \quad [\text{dB}]$$

La conversion des puissances en tension à l'aide de la relation du §1.3.2 et avec une impédance de référence identique conduit ainsi à la relation équivalente:

$$\boxed{G_{dB} = 20 \log\left(\frac{U_1}{U_2}\right)} \quad [\text{dB}]$$

1.3.5 dBm et dBW

Le décibel permet de comparer des puissances, mais pas d'exprimer simplement une puissance absolue. Afin de faciliter les manipulations mathématiques, on introduit la notion de dBm, pour *décibel milliwatt*. Ainsi, au lieu d'exprimer une puissance P en Watt, milliwatt, microwatt... on utilisera son expression en dBm, c'est à dire que l'on calcule son rapport avec la puissance de 1mW :

$$P_{dBm} = 10 \log \left(\frac{P(W)}{1mW} \right) \quad [dBm]$$

Ainsi, le 0dBm correspond à 1mW exactement. Les valeurs positives seront supérieures à cette référence, celles qui sont négatives seront plus petites.

Dans le cas de fortes puissances (à l'émission principalement), on préfère utiliser le dBW, pour décibel Watt:

$$P_{dBW} = 10 \log \left(\frac{P(W)}{1W} \right) \quad [dBW]$$

1.3.6 dBV et dBμV

La mesure des tensions, parallèlement, utilise ses propres références appelées dBμV et dBV:

$$U_{dBV} = 20 \log \left(\frac{U(V)}{1V} \right) \quad [dBV]$$

$$U_{dB\mu V} = 20 \log \left(\frac{U(V)}{1\mu V} \right) \quad [dB\mu V]$$

1.3.7 Tableau (cf Annexe G)

Le tableau qui suit permet de lire simultanément les niveaux équivalents en tension et puissance sur 50Ω.

Puissance W	dBm	dBW	dBμV	dBV	Volts
1MW (Méga)	90	60	197	77	7kV
1kW (kilo)	60	30	167	47	224V
1W	30	0 dBW	137	17	7V
1mW (milli)	0 dBm	-30	107	-13	224mV
1μW (micro)	-30	-60	77	-43	7mV
1nW (nano)	-60	-90	47	-73	224μV
1pW (pico)	-90	-120	17	-103	7μV

1pW	1μW	1mW	1W	1kW	1MW	→ W
-60	-30	0	30	60	90	→ dBm
-90	-60	-30	0	30	60	→ dBW
47	77	107	137	167	197	→ dBuV (sur50Ohms)

1.4 Signal numérique

1.4.1 Définitions

On entend ici par signal *numérique*, un signal physique sensé ne représenter qu'un nombre fini de valeurs. Nous allons donc considérer ici des signaux qui cette fois ne prennent qu'un nombre de valeurs de tension limité (2, 4,...). Ces signaux représentent essentiellement des messages binaires, constitués de "0" et de "1".

Pour caractériser ces signaux, nous utiliserons les définitions suivantes:

L'élément binaire	Noté eb , il désigne dans un message binaire un « 0 » ou un « 1 ». En anglais, on dit <i>bit</i> pour <i>binary digit</i> .
Le bit	Il s'agit en français de l'unité qui mesure la quantité d'information (on dit aussi de <i>décision</i>) contenue dans un message binaire. A ne pas confondre avec le <i>bit</i> anglais qui désigne un eb! [En anglais, nous signalons également que <i>Byte</i> signifie Octet en français]
Moment	Il s'agit de l'état physique que peut prendre la porteuse modulée par un signal numérique (amplitude, phase et fréquence).
Symbole	Combinaison d'eb associée à un moment
Valence	la valence d'un signal modulé c'est le nombre m de moments de la porteuse modulée
Débit de moments ou Rapidité de modulation	Il s'agit du nombre de moments que prend la porteuse par unité de temps. Sa signification physique est essentielle : le débit de moments représente la vitesse de changement d'états physiques de la porteuse dans le milieu de transmission. Si T est la durée d'un moment, alors le débit R vaut
$R = \frac{1}{T} \text{ et s'exprime en Bauds (Bd)}$	
Débit d'information D	Il représente la quantité d'information par unité de temps qui est transmis dans le système de communication. Il dépend donc de m , valence du signal. Plus m est grand, plus « on peut dire de choses », donc plus l'information est grande.

On retiendra la relation fondamentale qui exprime le débit d'information en bit par seconde :

$$D = R \log_2(m) \quad [\text{bit/s}]$$

[La notation *bit/s* pour bit par seconde est parfois remplacée par *bps* ou *b/s*]

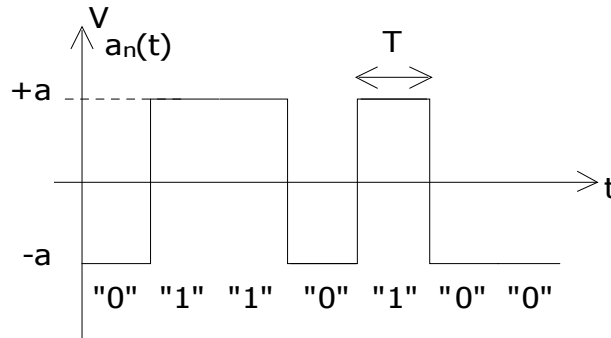
En conséquence, si la valeur de la valence est de la forme 2^n , où n sera le nombre d'eb constituant un symbole, et ce qui est pratiquement toujours le cas, alors :

$$D = n.R \quad [\text{bit/s}]$$

et un eb porte alors exactement *un* bit d'information : le débit d'eb par seconde et celui de bits par seconde sont identiques; d'où la confusion traditionnelle entre bit et eb.

1.4.2 Signal de référence : NRZ

Le signal de référence est un signal qui prend deux niveaux de tension : $+a$ et $-a$ Volts. La durée de chaque niveau est constante et vaudra T dans toute la suite. On notera $a_n(t)$ le signal temporel constitué d'une succession d'éléments a_n prenant la valeur $+a$ ou $-a$ de manière aléatoire et équiprobable : $a_n \in \{-a, +a\}$. Ce signal porte le nom de NRZ pour Non Retour à Zéro, sous entendu, non retour à zéro au cours de la durée d'un moment T .

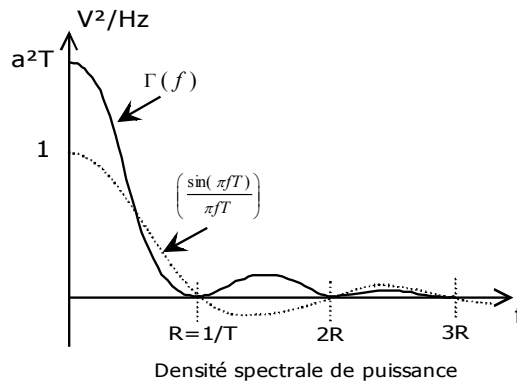


La *valence* de ce signal est $m=2$. Les deux *moments* sont $+a$ Volts et $-a$ Volts pendant T . Il porte respectivement les *symboles* "1" et "0". La *vitesse de modulation* de ce signal en Baud sera donc $R=1/T$. Le débit binaire lui est égal.

1.4.3 Densité spectrale de puissance

On ne peut pas représenter le spectre d'un tel signal par des raies [il n'est pas périodique, cf partie 2.2] dont la puissance totale se calculerait simplement. On utilise donc la *densité spectrale de puissance*, qui représente la valeur moyenne de la puissance du signal en fonction de la fréquence. Dans le cas où l'apparition des moments $+a$ et $-a$ est équiprobable, on montre que :

$$\Gamma(f) = a^2 T \left(\frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T} \right)^2 \quad [\text{V}^2/\text{Hz}]$$



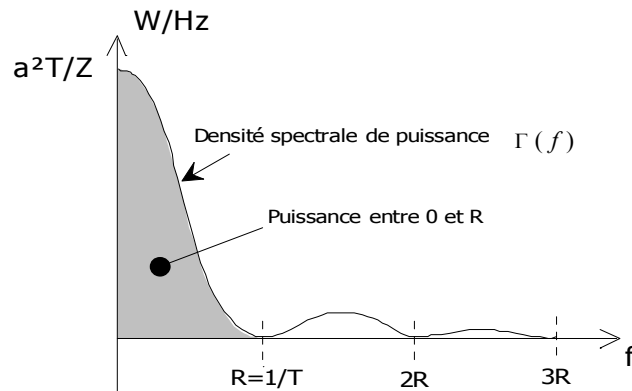
Cette expression est détaillée au §2.6.3. Notons que cette grandeur peut également s'exprimer en W/Hz , en considérant une impédance de travail Z , $[\Gamma(f)/Z]$, ou en dBm/Hz , en référence à 1mW $[10 \log(\Gamma(f)/Z \cdot 1\text{mW})]$.

On peut noter le cas particulier du signal "tout à a ", qui est une tension continue a Volts. Sa puissance vaut a^2/Z . Cette valeur correspond à l'intégrale de la densité spectrale de puissance (cf §2.3.4) :

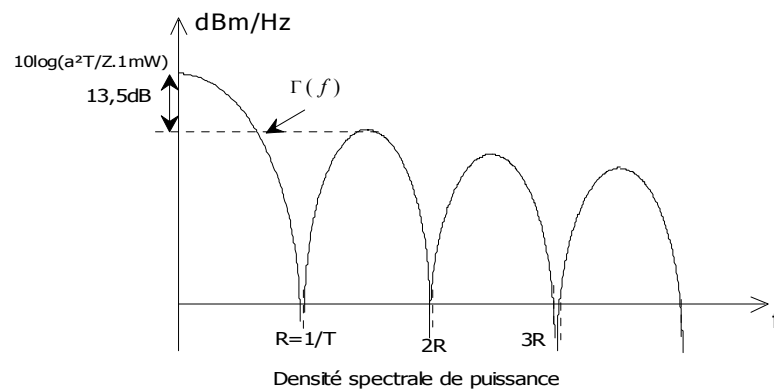
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma(f) df = a^2 \quad [\text{V}^2]$$

La puissance du signal est proportionnelle à la **surface** sous la courbe, et non à la valeur de cette courbe. Ainsi, on notera que plus de 60% de la puissance est contenue dans le lobe principal, entre 0 et

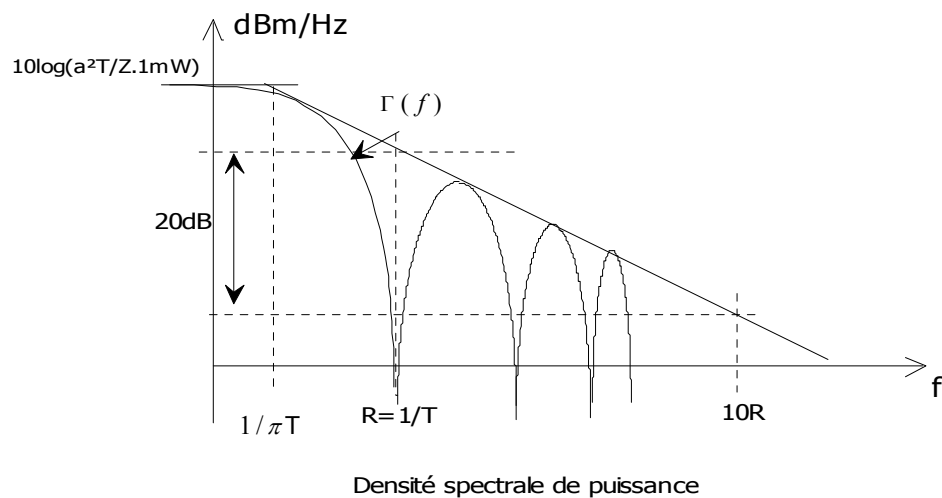
R . Donc plus la vitesse du signal modulant sera grande, plus la puissance occupera une place importante au niveau spectral.



Les représentations graphiques de cette densité spectrale de puissance peuvent se faire soit en linéaire, soit en logarithmique. La figure qui suit utilise une représentation logarithmique pour l'axe des ordonnées :



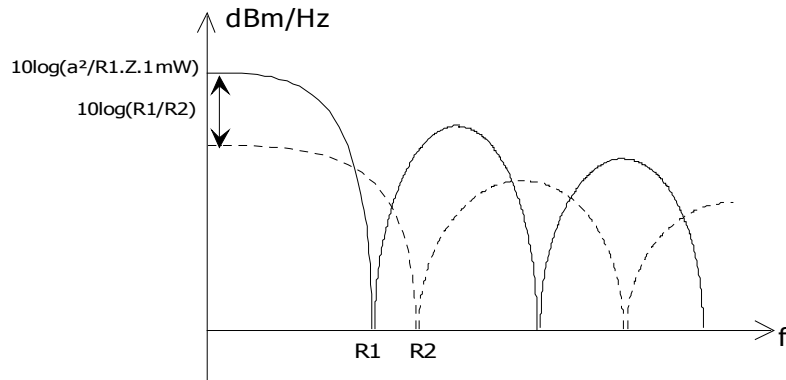
Les lobes dits secondaires auront une influence sur la remontée du niveau de bruit jusqu'à des fréquences élevées par rapport à la vitesse R du signal modulant. Cette large étendue spectrale est liée essentiellement aux fronts raides des transitions de tension entre $+a$ et $-a$. La figure qui suit utilise également une échelle logarithmique sur l'axe des abscisses f .



Afin d'évaluer les nuisances dues à ce type de signaux, on retiendra que les pertes sont de l'ordre de 20dB/décades , ce qui contribue à un niveau de bruit élevé. Nous verrons qu'un filtrage est absolument nécessaire dans ces conditions pour la transmission de signaux radios et la gestion de l'occupation du spectre.

1.4.4 Influence de la vitesse

La vitesse R a une double influence sur l'allure de cette répartition spectrale : les lobes s'élargissent et le sommet du lobe principal s'abaisse. Le schéma qui suit indique la différence entre deux représentations spectrales pour une vitesse $R1$ et $R2 > R1$. Le signal le plus rapide est représenté sous forme pointillée.



1.4.5 Signal m -aire

Dans la plupart des modulations numériques, on manipule également des signaux modulateurs qui peuvent avoir non pas deux mais trois ou quatre niveaux de tension. On parle alors de signaux m -aire avec m nombre d'états de tensions.

Au niveau spectral, cela n'apporte aucune différence par rapport à ce qui a été vu dans les paragraphes précédents, excepté le niveau absolu de puissance. Si m est le nombre de niveau et D_v le niveau de tension entre deux niveaux voisins, tous équidistants, alors la densité spectrale de puissance d'un tel signal vaut:

$$\Gamma(f) = \frac{D_v^2 T}{12} (m^2 - 1) \left(\frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T} \right)^2 \quad [\text{V}^2/\text{Hz}]$$

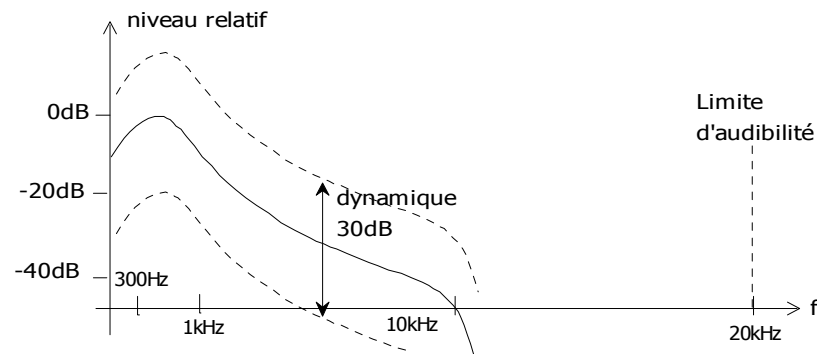
1.5 Les Signaux physiques

1.5.1 La voix

La voix humaine a fait l'objet de nombreuses études récentes, en particuliers concernant sa reconnaissance automatique ou sa synthèse. Son traitement par des codages adéquats motive également des recherches sur ce qui la rend compréhensible à l'oreille humaine, et en particulier son *timbre*, ce qui permet de reconnaître une voix et ce qu'elle évoque (émotions, tempérament...). De nouvelles techniques de compression et de transmission peuvent alors être développées avec succès.

Nous ne retiendrons ici que les propriétés spectrales globales concernant l'occupation du spectre ainsi que quelques propriétés utiles dans le dimensionnement des systèmes de télécommunications.

Bande analogique de la voix	50Hz-8kHz
Bande téléphonique	300Hz-3kHz
Bande Hi-Fi	15Hz-15kHz
Dynamique (voix forte/faible)	30 dB
stabilité des caractéristiques	20-50ms
Délai optimal de transmission	<150ms
Délai inacceptable	>400ms
Pause entre deux mots	~100ms
Débit numérique standard	64 kbit/s



1.5.2 La vidéo analogique

Les signaux vidéos sont bien entendu plus délicats à représenter car ils dépendent de leur technique d'acquisition. Nous nous intéressons ici au signal vidéo analogique classique couleur, diffusé par voix hertzienne (TV) ou sur câble vidéo (type connectique RCA/cinch). Les signaux numériques seront traités ultérieurement dans la section 4.

Le signal vidéo standard se décompose en trois signaux fondamentaux correspondant aux trois couleurs rouge (R), bleu (B) et vert (V) qui fournissent les paramètres de luminance (Y) et de chrominance (C). La luminance permet la visualisation Noir et Blanc d'un signal couleur. Le signal chrominance divisé en deux composantes (Cr et Cb) permet de fournir les informations sur la couleur.

Le signal de luminance déterminé de manière empirique s'exprime:

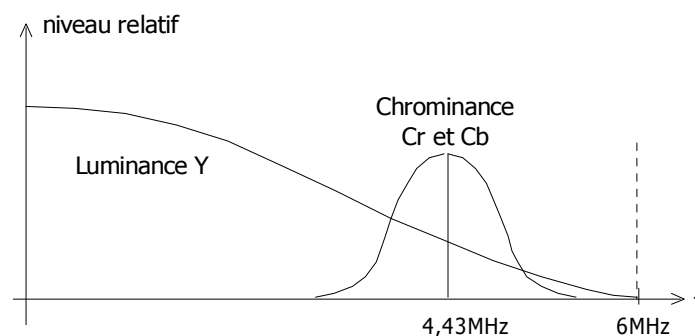
$$Y = 0,30.R + 0,59.V + 0,11.B$$

avec 0 pour le noir et 1 pour le blanc. Les signaux de chrominance sont respectivement :

$$Cr = R - Y$$

$$Cb = B - Y$$

Du point de vue spectral, le signal de luminance occupe la plus grande partie du spectre en bande de base. Les signaux de chrominances sont moins riches et occupent une faible bande spectrale; chacun d'eux peut moduler (NTSC et PAL) en amplitude deux porteuses de même valeur en quadrature (Cosinus et sinus) afin d'occuper le moins de place possible.



On distingue en outre les normes NTSC (National TV Systems Committee) pour les Etats-Unis PAL (Phase Alternative Line) pour l'Europe et SECAM (Séquentiel A Mémoire) pour la France qui diffèrent sur le traitement du signal de chrominance : le SECAM utilise deux sous porteuses pour Cr et Cb modulées en fréquences.

Dans le format YUV, on ajoute à la composante Y (Luminance) on pondère les deux autres composantes de chrominance :

$$U=0,492*(B-Y)$$

$$V=0,877*(R-Y)$$

1.5.3 Les données (cf Annexe H)

Présentes dans les fichiers, les telex, mail, sms meta-données de flux audio ou vidéo, on les représente sous forme binaire, associée à une représentation des caractères alphabétiques, des chiffres et des caractères de ponctuation ou de contrôle. Le code ASCII (American Standard Code for Information Interchange) est l'un des plus populaires et des plus utilisés. [on obtient ces caractères dans un traitement de texte courant avec la combinaison ALT+n°caractère]

Décimal ASCII	Hexa ASCII	caractère	Décimal ASCII	Hexa ASCII	caractère	Décimal ASCII	Hexa ASCII	caractère	Décimal ASCII	Hexa ASCII	caractère
0	00		32	20	Espace	64	40	@	96	60	`
1	01	☺	33	21	!	65	41	A	97	61	a
2	02	☹	34	22	"	66	42	B	98	62	b
3	03	♥	35	23	#	67	43	C	99	63	c
4	04	♦	36	24	\$	68	44	D	100	64	d
5	05	♣	37	25	%	69	45	E	101	65	e
6	06	♠	38	26	&	70	46	F	102	66	f
7	07	•	39	27	'	71	47	G	103	67	g
8	08	▣	40	28	(72	48	H	104	68	h
9	09	○	41	29)	73	49	I	105	69	i
10	0A	◼	42	2A	*	74	4A	J	106	6A	j
11	0B	♂	43	2B	+	75	4B	K	107	6B	k
12	0C	♀	44	2C	,	76	4C	L	108	6C	l
13	0D	♪	45	2D	-	77	4D	M	109	6D	m
14	0E	🎵	46	2E	.	78	4E	N	110	6E	n
15	0F	☀	47	2F	/	79	4F	O	111	6F	o
16	10	▶	48	30	0	80	50	P	112	70	p
17	11	◀	49	31	1	81	51	Q	113	71	q
18	12	↕	50	32	2	82	52	R	114	72	r
19	13	!!	51	33	3	83	53	S	115	73	s
20	14	¶	52	34	4	84	54	T	116	74	t
21	15	§	53	35	5	85	55	U	117	75	u
22	16	—	54	36	6	86	56	V	118	76	v
23	17	↕	55	37	7	87	57	W	119	77	w
24	18	↑	56	38	8	88	58	X	120	78	x
25	19	↓	57	39	9	89	59	Y	121	79	y
26	1A	→	58	3A	:	90	5A	Z	122	7A	z
27	1B	←	59	3B	;	91	5B	[123	7B	{
28	1C	└	60	3C	<	92	5C	\	124	7C	
29	1D	↔	61	3D	=	93	5D]	125	7D	}
30	1E	▲	62	3E	>	94	5E	^	126	7E	~
31	1F	▼	63	3F	?	95	5F	_	127	7F	△

Une normalisation ISO plus complète permet d'exploiter des variantes de divers alphabets. Celle associée à l'alphabet latin d'Europe de l'Ouest est notée ISO 8859-1 [-15 pour l'ajout du symbole €].

2. Analyse Temps-Fréquence

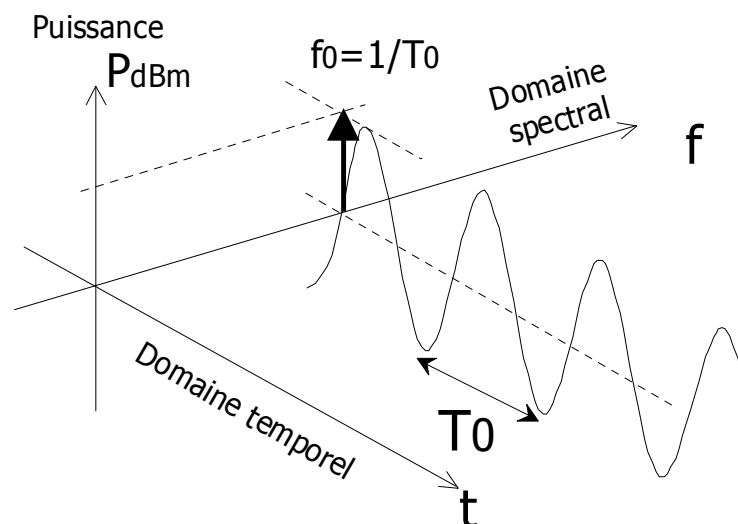
2.1 Représentation Temps/Fréquence

L'étude d'un signal peut se faire de nombreuses façons. L'aspect temps/fréquence/amplitude est le plus classique mais pas le seul, et dans certains cas il est largement insuffisant. Il faut y ajouter les notions d'étude statistique, comme pour certains signaux numériques, ou pour le bruit.

Néanmoins, l'étude temps/fréquence reste suffisante dans le cadre d'une première approche. Elle implique deux appareils de mesure essentiels dans le domaine analogique : l'oscilloscope et l'analyseur de spectre.

Ces mesures peuvent aussi se réaliser dans le domaine numérique, ce qui implique une acquisition du signal et une bonne connaissance des difficultés associées (repliement du spectre, bruit de quantification, codage...). L'intérêt est de remplacer des appareils lourds et coûteux par un micro-ordinateur. Cette étude sera menée dans les dernières sections (Section 4 et 5) de ce document.

On pourra compléter ces équipements par un analyseur de réseaux qui permettra d'analyser le signal en phase, et non plus seulement en amplitude.



Cette partie permettra de poser les fondements mathématiques à l'analyse et au traitement du signal.

2.2 Théorie de Fourier

2.2.1 DSF – Développement en Série de Fourier

Considérons un signal temporel $s(t)$, que l'on assimilera à une fonction réelle. Supposons ici que ce signal est une fonction périodique du temps, de période T_0 . La théorie de Fourier permet d'affirmer l'existence d'un développement en série de la forme :

$$s(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} a_k \cos(k\omega_0 t) + b_k \sin(k\omega_0 t)$$

avec :

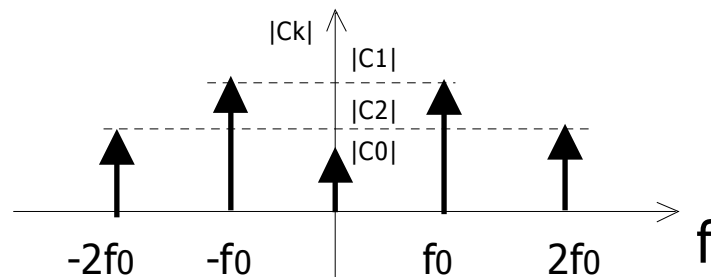
$$a_k = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} s(t) \cos(k\omega_0 t) dt \text{ et } b_k = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} s(t) \sin(k\omega_0 t) dt$$

On peut également utiliser la représentation complexe :

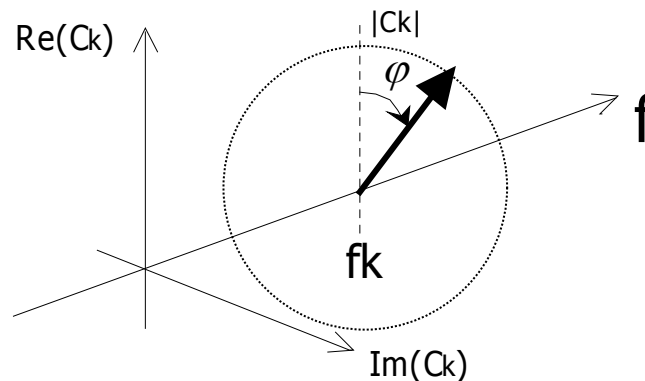
$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_k e^{jk\omega_0 t} \text{ avec } C_k = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} s(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$$

2.2.2 Représentation

On dit que le spectre obtenu pour un signal périodique est un spectre de raies. Seulement, cette représentation est partielle puisqu'elle ne peut représenter fidèlement que l'amplitude des raies $|C_k|$.



La phase de la raie $\arg(C_k)$ n'apparaît pas sur ce graphique en deux dimensions. Il faut soit lui adjoindre un second graphique représentant la phase en fonction de la fréquence, soit utiliser une représentation 3D du spectre, comme sur le schéma ci-dessous.



2.2.3 Propriétés

On retiendra les propriétés suivantes pour un signal périodique :

- ♦ Le spectre est constitué de valeurs discrètes : c'est un spectre de raies.
- ♦ L'écart de fréquence entre deux raies consécutives est de $1/T$ ou T est la période du signal périodique
- ♦ Le spectre est symétrique par rapport à $f=0\text{Hz}$ si le signal est réel.
- ♦ Si les valeurs des raies C_k sont complexes, alors on a une symétrie pour les modules et une antisymétrie pour la phase :

$$C_k = C_{-k}^*$$

- ♦ La valeur C_0 correspond à la valeur moyenne du signal aussi appelée *offset* ou *décalage*.

2.2.4 Puissance

On définit pour un signal périodique sa *valeur efficace* par

$$S_{eff}^2 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s^2(t) dt \quad [V^2]$$

On appelle alors *puissance moyenne* quadratique la valeur :

$$P = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s^2(t) dt \quad [V^2]$$

Le terme quadratique est associé au carré de la valeur du signal. On prendra garde à diviser par l'impédance (exprimé en Ohms) pour obtenir une grandeur homogène à une puissance.

Le **théorème de Parseval** permet d'assurer l'égalité entre la puissance moyenne du signal et la somme de la puissance de chaque raie du spectre :

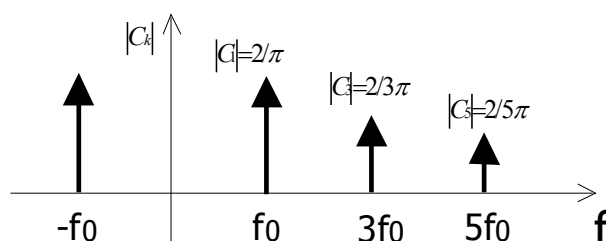
$$P = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |C_k|^2 \quad [V^2]$$

2.2.5 DSF du signal carré

On considère un signal carré périodique de période T et d'amplitude normalisée à 1. Ce signal revêt une grande importance en télécommunication. Il peut être le modèle de base pour toutes les horloges numériques. Un modèle plus fin utilisera un signal trapézoïdale (§ 4.2.3).

Pour le signal carré simple le coefficient C_n s'exprime par :

$$|C_n| = \left| \frac{2}{\pi n} \right| \text{ pour } n \text{ impair } n = 2k+1$$



La décroissance est donc de 20dB/dec pour la puissance des raies. C'est la plus faible possible, et donc la plus gênante en terme de parasites (perturbations électromagnétiques).

2.3 Fonctions non-périodiques

2.3.1 Limite de la DSF

Le développement en série de Fourier n'est possible que pour des fonctions périodiques. Or dans la plupart des cas on traite de signaux quelconques, non périodiques. Il faut alors utiliser un autre outil pour déterminer les propriétés spectrales à partir du signal temporel : cet outil c'est la *transformée de Fourier*.

Il s'agit en fait d'une extension de la DSF en considérant qu'un signal quelconque est un signal périodique de période T_0 où T_0 tend vers l'infini.

$$C_k = \int_{-T_0/2}^{T_0/2} s(t) e^{-jk2\pi/T_0} \frac{1}{T_0} dt \quad \left| \begin{array}{l} T_0 \rightarrow +\infty \\ k/T_0 \rightarrow f \end{array} \right.$$

2.3.2 Transformée de Fourier

Considérons un signal $s(t)$, alors la transformée de Fourier de $s(t)$, notée $S(f)$, $TF[s(t)]$ ou $\mathcal{F}[s(t)]$ s'exprime :

$$S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad [\text{V/Hz}]$$

C'est une opération linéaire. La plupart des propriétés s'obtiennent en utilisant les techniques de changements de variables et les propriétés de l'exponentielle complexe.

L'opération réciproque appelée transformée de Fourier inverse se note TF^{-1} :

$$s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f) e^{j2\pi ft} df \quad [\text{V}]$$

2.3.3 Représentation

La fonction $S(f)$ obtenue par cette opération est continue de la fréquence. De plus si la fonction $s(t)$ est réelle, comme dans le cas des signaux périodiques, $S(f)$ est symétrique par rapport à l'axe zéro Hertz. La courbe obtenue sera conventionnellement dénommée *spectre de $s(t)$* .

On peut à nouveau utiliser la représentation du §2.3.1 pour justifier la continuité : dans le cas périodique, nous avons des raies, donc des valeurs discrètes. Comme nous supposons que T tend vers l'infini, $1/T$, la distance entre les raies tend vers 0. Donc le spectre de raies se resserre jusqu'à devenir un spectre continu « à la limite ».

2.3.4 Puissance

On exprime la puissance moyenne d'un signal par :

$$P = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s^2(t) dt \quad [\text{V}^2]$$

On montre plus loin [§ 2.6.1] que cette valeur est aussi appelée fonction d'autocorrélation du signal en zéro. Elle est égale à la relation :

$$P = \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma(f) df \quad [V^2]$$

où $\Gamma(f)$ est la densité spectrale de puissance du signal $s(t)$, fonction définie comme la transformée de Fourier du produit d'autocorrélation de $s(t)$. [§ 2.6.2].

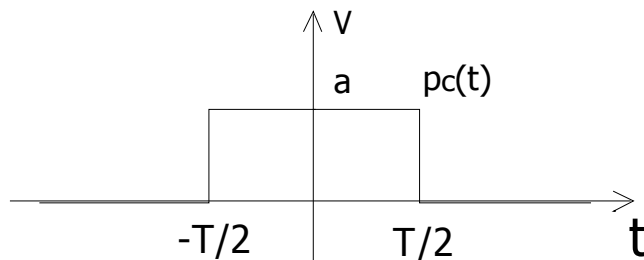
Le **théorème de Parseval** appliqué aux signaux quelconques permet d'écrire :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} s^2(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} S^2(f) df$$

Attention : il ne s'agit pas d'égaliser cette relation avec la puissance P . On montre que la grandeur en jeu dans ce théorème est l'énergie totale du signal $s(t)$, qui peut être infinie.

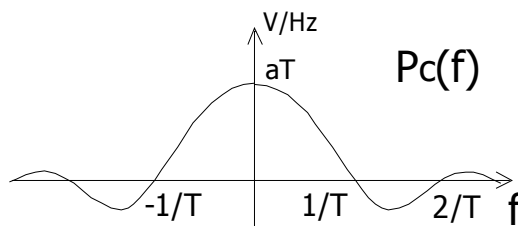
2.3.5 Cas de la fonction porte

La fonction porte carrée $p_c(t)$ est associée au schéma qui suit :



Le calcul de la transformée de Fourier de ce signal est assez simple et on montre que :

$$P_c(f) = TF[p_c(t)] = aT \frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T} \quad [V/Hz]$$



On rappelle que la fonction *sinus cardinal* est celle qui à x associe $\sin(\pi x)/\pi x$ et est notée parfois $\text{sinc}(x)$. on montre que :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(x)}{x} dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin^2(x)}{x^2} dx = \pi = \pi \int_{-\infty}^{+\infty} \text{sinc}_e(x) dx$$

Cette relation permet de montrer la validité du théorème de Parseval pour cette fonction :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p^2(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} P^2(f) df = a^2 T \quad [V^2/Hz]$$

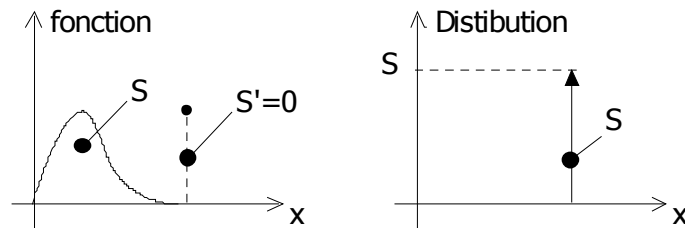
$a^2 T$ correspond donc à l'énergie du signal porte. L'homogénéité avec les relations physiques nécessite de diviser par l'impédance pour obtenir une grandeur homogène à l'énergie, dont l'unité est le Joule [J].

2.4 Dirac

2.4.1 Fonctions et distributions

Les mathématiques ont introduit le concept classique de *fonction* qui permet de réaliser une relation entre un paramètre ou une variable et une valeur finie.

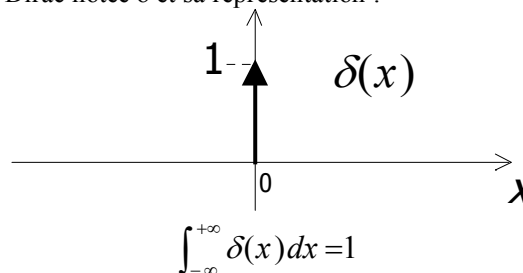
La notion de *distribution* est plus délicat à interpréter. Elle peut correspondre à une extension de la notion de fonction dans le cas où cette dernière pourrait prendre des valeurs infinies.



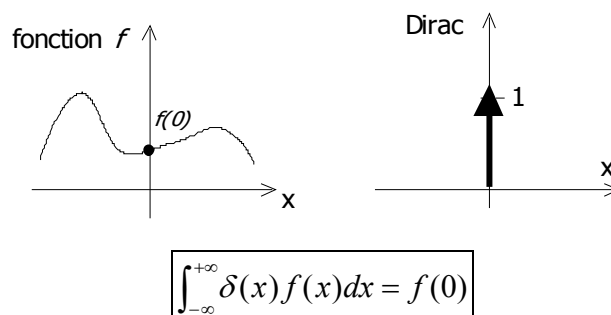
La conséquence directe est que cette distribution peut présenter une surface non nulle en un point unique, ce qui est impossible pour une fonction car la surface sous ce point y est nécessairement nulle. On représente alors cette valeur infinie par une flèche dont la hauteur est proportionnelle à S .

2.4.2 Définition intégrale du Dirac

La définition intégrale du Dirac notée δ et sa représentation :



Avec f une fonction est δ la distribution de Dirac



2.4.3 Interprétation du Dirac

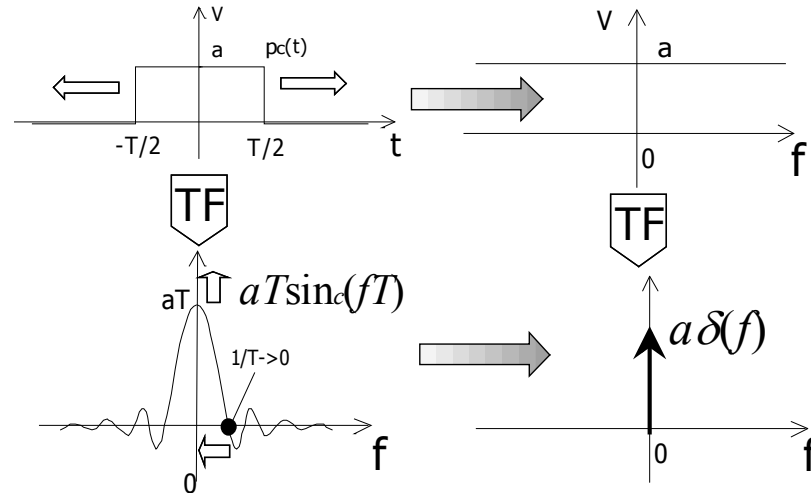
On peut néanmoins présenter le Dirac d'une façon plus intuitive en s'appuyant sur sa transformée de Fourier et sur ce qui a été traité dans le paragraphe §2.3.5 consacré à la fonction porte $p_c(t)$. La transformée de Fourier d'un Dirac vaut 1 de par sa définition intégrale citée ci-dessus :

$$TF[\delta(t)] = 1$$

De même réciproquement on montre en passant par la TF inverse d'un Dirac :

$$TF[a] = a\delta(f)$$

or la fonction constante a peut être assimilée à une fonction porte dont la durée T tend vers l'infini. La transformée de Fourier de cette fonction porte est donc un sinus cardinal qui se « resserre » sur la raie zéro, et de par la relation qui précède, elle tend vers une fonction Dirac.



On peut écrire mathématiquement que :

$$\delta(f) = \lim_{T \rightarrow +\infty} T \sin_c(\pi f T)$$

La surface du Dirac est donc constante et vaut toujours 1. Sa hauteur est infinie (d'où la flèche), et sa largeur nulle (d'où le trait). Une autre définition est donnée en §2.7.2.

2.5 Produit de convolution

2.5.1 Définition du Produit de convolution

Soient deux signaux $x_1(t)$ et $x_2(t)$. On appelle produit de convolution de ces deux fonctions la grandeur notée $x_1 * x_2$:

$$x_1 * x_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x_1(\tau) x_2(t - \tau) d\tau \quad [V^2/Hz]$$

Ce produit est commutatif, associatif et distributif par rapport à l'addition.

Le Dirac présente la propriété d'être l'élément neutre de la convolution :

$$x * \delta = x$$

2.5.2 Propriété fondamentale – Théorème de Plancherel

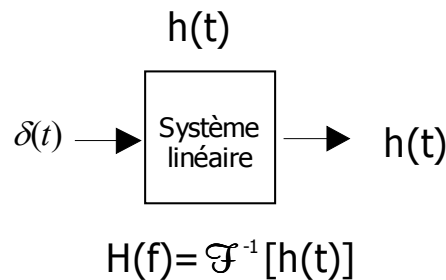
La transformée de Fourier du produit de convolution est égale au produit des transformées de Fourier :

$$\mathfrak{F}(x_1 * x_2) = \mathfrak{F}(x_1) \cdot \mathfrak{F}(x_2) = X_1(f) \cdot X_2(f)$$

Cette propriété, connue aussi sous le nom de théorème de Plancherel, se montre simplement en utilisant les définitions du produit de convolution et de la transformée de Fourier.

2.5.3 Fonction de transfert et réponse impulsionnelle

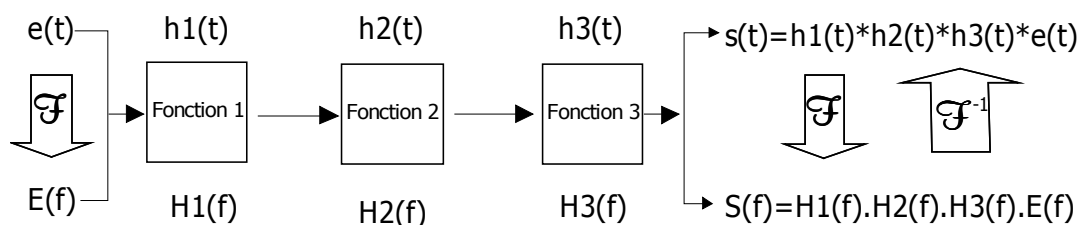
Pour expliciter la nature de $h(t)$, inverse de la transformée de Fourier de la fonction de transfert, il suffit de se reporter à la propriété du Dirac, élément neutre de la convolution. Si l'impulsion de Dirac, c'est à dire impulsion de durée nulle et d'amplitude infinie, est appliquée à l'entrée d'un système de fonction de transfert $H(f)$, alors la réponse temporelle est $h(t)$.



$h(t)$ est appelée *réponse impulsionnelle* du système. On peut appliquer ce résultat à la détermination de la fonction de transfert d'un système quelconque. On applique une impulsion très courte (à l'aide d'un générateur d'impulsions) et on récupère à l'aide d'un oscilloscope à mémoire la réponse temporelle. L'application d'une transformée de Fourier à cette réponse permettra d'obtenir la fonction $H(f)$.

2.5.4 Applications aux systèmes

Un système en télécommunication peut désigner soit une fonction (filtre, amplificateur, mélangeur, oscillateur, coupleur...) soit un ensemble de ces fonctions réalisant une opération de traitement du signal. Ce système peut être étudié soit dans le domaine spectral, soit dans le domaine temporel. L'opération de transformée de Fourier permet d'assurer la stricte équivalence entre les deux domaines. Choix est laissé à l'opérateur de celui qui convient le mieux.



Le traitement spectral reste plus aisé, le chaînage de fonctions se traduisant par le produit des fonctions de transfert, alors que le domaine temporel nécessite l'opération de convolution plus délicate mathématiquement.

2.5.5 Réponse indicielle

Une impulsion de durée très courte est très difficile à obtenir. On peut générer plus simplement un échelon de tension $u_i(t)$. Nous renvoyons au paragraphe 2.7.1 pour la formalisation de cette fonction.

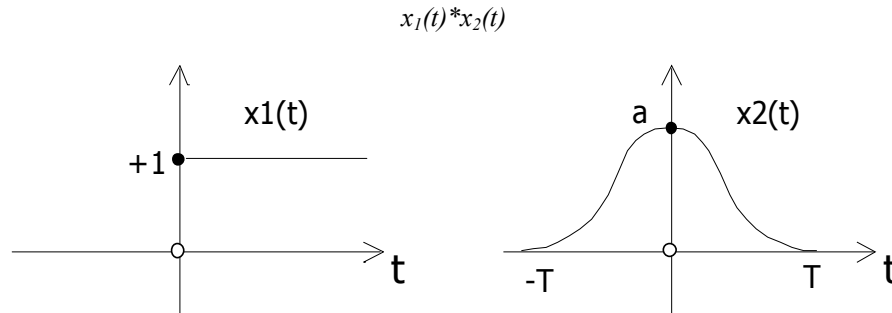
La réponse d'un système à cet échelon est appelée *réponse indicielle*. En anticipant sur le chapitre suivant 2.6 sur les signaux complexes, on montre que :

$$TF[u_i(t)] = \pi\delta(\pi f) + \frac{1}{j\pi f}$$

L'interprétation de la réponse est alors plus compliquée que dans le cas précédent.

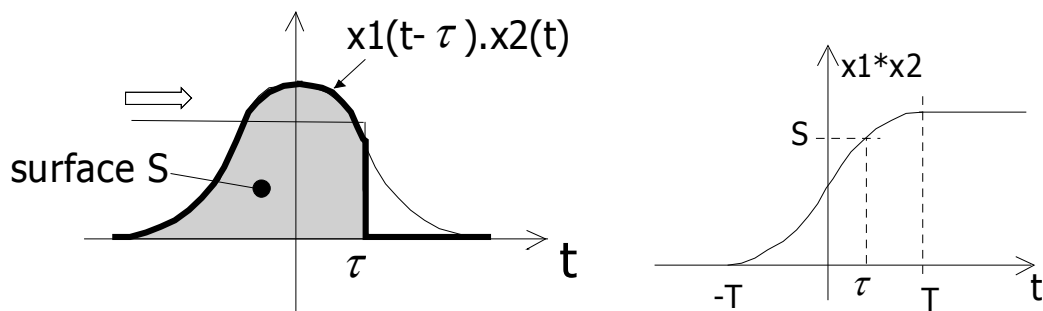
2.5.6 Exemple de convolution

Afin d'expliquer plus concrètement ce qu'est la convolution de deux signaux temporels, présentons ici le cas d'un échelon attaquant une fonction dont la réponse impulsionnelle est en forme de cloche. Nous allons donc déterminer le produit de convolution de ces deux signaux :



La relation de convolution exprime la surface S d'une courbe constituée par le produit des deux signaux $x_1(t-\tau)$ et $x_2(t)$. Ce produit renvoie la valeur de $[x_1 * x_2](\tau)$:

$$[x_1 * x_2](\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_1(t-\tau)x_2(t)dt$$



On obtient alors pour le produit de convolution une courbe constituée par la succession des surfaces quand le signal échelon « glisse » en fonction de la valeur de τ . Cette courbe est également, selon notre interprétation, la réponse indicielle de la fonction $x_2(t)$.

2.6 Corrélation

2.6.1 Définitions : intercorrélation et autocorrélation

Considérons deux signaux $s_1(t)$ et $s_2(t)$ à valeurs *réelles*, alors le produit d'intercorrélation de ces deux signaux vaut :

$$\langle s_1; s_2 \rangle(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} s_1(t)s_2(t+\tau)dt$$

Pour les signaux à énergie finie

$$\langle s_1; s_2 \rangle(\tau) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} s_1(t)s_2(t+\tau)dt$$

Pour les signaux à puissance moyenne finie.

Notons simplement que les signaux à durée limitée appartiennent à la première classe, et que les signaux périodiques ou aléatoires à la seconde.

L'autocorrélation consiste à considérer le même signal : $s_1(t) = s_2(t)$.

Citons comme exemples d'applications utilisant les propriétés de la fonction de corrélation,

- ♦ La définition de la densité spectrale de puissance d'un signal non périodique
- ♦ La détection d'écho dans un signal reçu, le traitement radar
- ♦ L'extraction d'un signal noyé dans un bruit élevé
- ♦ La détection de répétition dans une séquence
- ♦ La synchronisation d'un récepteur avec un émetteur (cas du GPS)

...

Ces aspects sont évoqués dans les paragraphes qui suivent.

2.6.2 Densité spectrale de puissance

considérons la fonction d'autocorrélation d'un signal à puissance moyenne finie :

$$\gamma(\tau) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} s(t)s(t+\tau)dt$$

Sa transformée de Fourier est par définition la *densité spectrale de puissance* de $s(t)$ et s'exprime donc :

$$\boxed{\Gamma(f) = \mathfrak{F}[\gamma(t)]}$$

$$\Gamma(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma(t)e^{-j2\pi ft} dt$$

soit par transformée inverse :

$$\gamma(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma(f)e^{j2\pi ft} df$$

soit en $t=0$

$$\gamma(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma(f)df$$

En exprimant le produit d'autocorrélation en 0 on trouve simplement, par définition de la puissance moyenne :

$$\gamma(0) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} s(t)^2 dt = P_{\text{moy}}$$

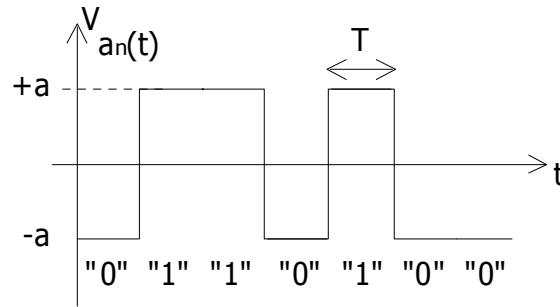
D'où la conclusion finale :

$$\boxed{P_{\text{moy}} = \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma(f)df}$$

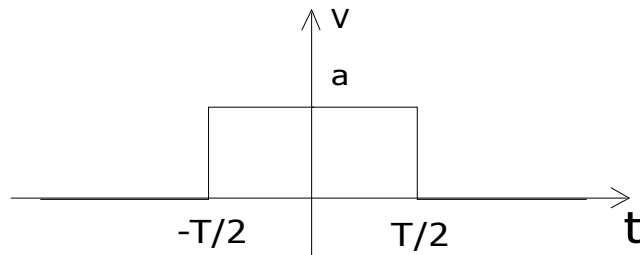
Ce qui justifie le terme *Densité Spectrale de Puissance*.

2.6.3 Cas du signal NRZ

Rappelons le signal NRZ : il s'agit d'un signal de caractère aléatoire, prenant au hasard les valeurs $+a$ et $-a$ sur une durée T . Ce signal est noté $a_n(t)$.



La fonction porte carrée $p_c(t)$ est associée au schéma qui suit :



Le signal NRZ est donc une série de portes et de portes inversées. On formalise cette description par la relation :

$$a_n(t) = \sum_k a_k \cdot p_c(t) * \delta(t - kT)$$

avec $a_k \in \{-a; a\}$ déterminant le message de $a_n(t)$. On peut réduire cette expression à :

$$a_n(t) = p_c(t) * \left[\sum_k a_k \cdot \delta(t - kT) \right]$$

La transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation de ce signal NRZ donne la densité spectrale de puissance qui s'exprime:

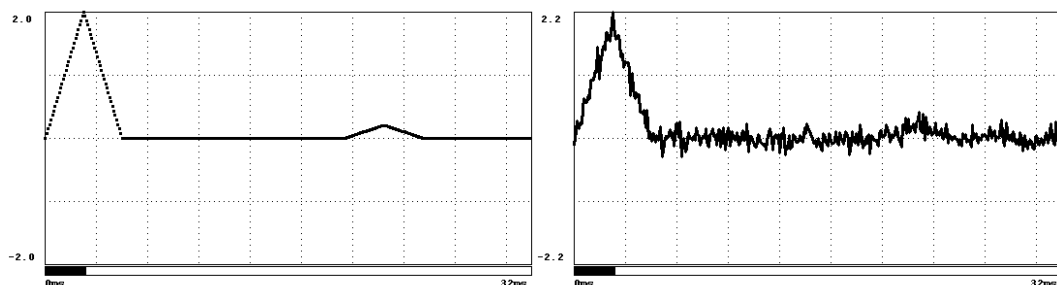
$$\Gamma(f) = \Im[< a_n(t); a_n(t) >]$$

$$\Gamma(f) = a^2 T \left(\frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T} \right)^2 \quad [\text{V}^2/\text{Hz}] \quad (\S 1.4.3)$$

Nous reverrons ce calcul dans le traitement des codages en section 4.

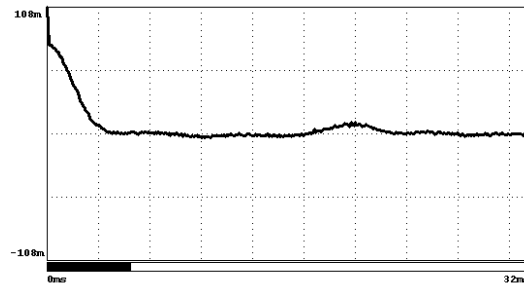
2.6.4 Détection d'échos

La fonction d'autocorrélation est une fonction temporelle. En $t=0$ on a vu (§2.5.2) que cette valeur correspondait à la puissance moyenne du signal. Que représente-t-elle ailleurs ? En règle général, cette fonction permet de déterminer si il y a des corrélations à l'intérieur même d'un signal, c'est à dire des « zones identiques » qui se répètent dans le temps, ce qui peut notamment être le cas d'échos à la réception d'un signal.



Le signal de gauche est le signal initial, le second est identique mais bruité : l'écho n'y est pas visible. Le schéma qui suit représente l'autocorrélation du signal bruité et fait apparaître deux éléments fondamentaux :

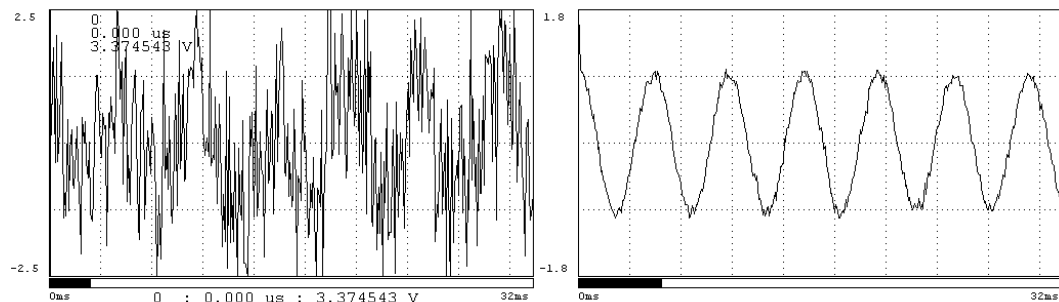
- ♦ La présence d'un écho par la présence d'un « pic » signifiant une corrélation interne au signal
- ♦ l'instant de l'écho par rapport à l'instant 0 qui permet le calcul du retard de cet écho



Un affichage en décibel sur l'ordonnée révélerait encore plus clairement la présence de cet écho.

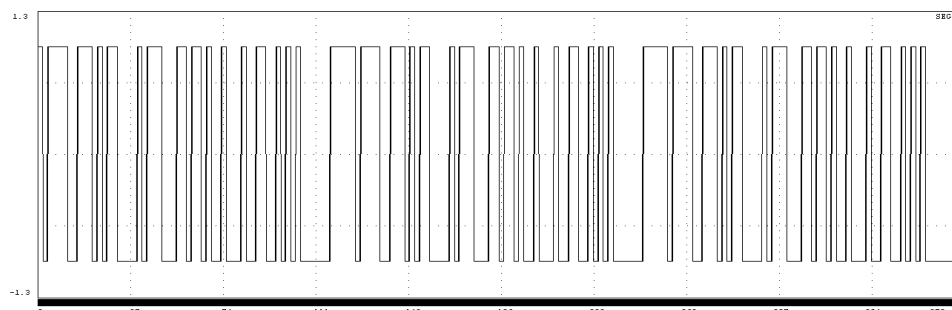
2.6.5 Extraction de signal

La fonction d'autocorrélation d'un signal bruité permet également de détecter la présence de signaux périodiques de très faibles niveaux et masqués par le bruit. L'oscillogramme de droite est l'autocorrélation de celui de gauche.

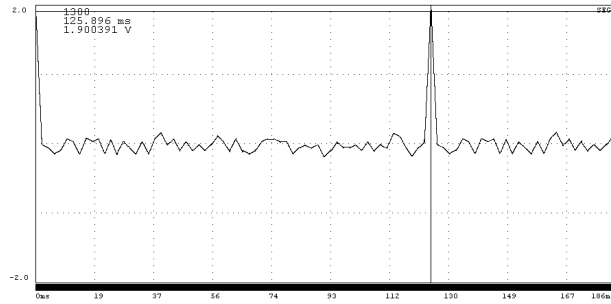


2.6.6 Répétition de séquences

Considérons la série constituée de 0 et de 1 ci-dessous. Cette séquence est-elle périodique ? ou plus simplement comporte-t-elle des séries binaires identiques et quelle durée les sépare ?



La réponse est assez délicate à apporter visuellement, mais en calculant la fonction d'autocorrélation des deux séquences, le retard apparaît nettement sous forme d'un « pic de corrélation ». Sur le graphe qui suit, le pic initial (à $t=0$ s) représente la valeur maximale possible. Ici le pic distant de 126ms a la même hauteur (2V) : la séquence est donc bel et bien périodique de période 126ms



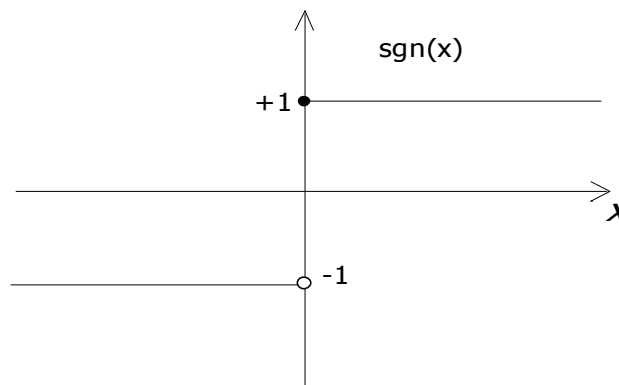
2.7 Fonctions complexes

2.7.1 Fonction échelon

Définissons pour commencer la fonction signe, qui donne le signal d'une valeur x telle que :

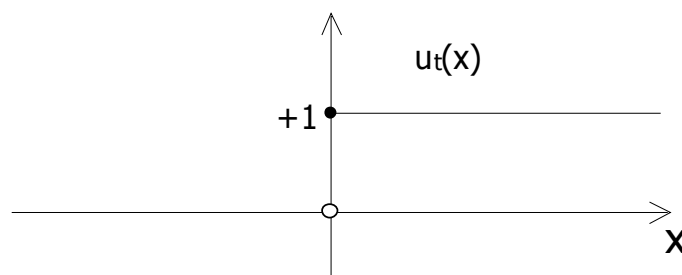
$$x \geq 0 \Rightarrow \operatorname{sgn}(x) = 1$$

$$x < 0 \Rightarrow \operatorname{sgn}(x) = -1$$



A partir de cette fonction on peut définir la fonction échelon notée $u_t(x)$.

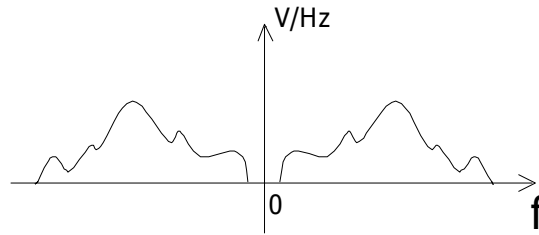
$$u_t(x) = \frac{1}{2}[1 + \operatorname{sgn}(x)]$$



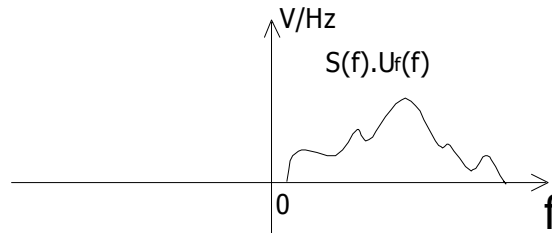
On utilisera ainsi l'échelon temporel noté $u_t(t)$ et l'échelon fréquentielle $U_f(f)$. ATTENTION, la seconde n'a rien à voir avec la transformée de Fourier de la première. Cette remarque est au départ de l'étude qui suit sur les signaux complexes.

2.7.2 Signaux complexes

Considérons le spectre d'un signal réel $s(t)$. Celui-ci, obtenu à partir de sa transformée de Fourier présente la particularité d'être symétrique par rapport à zéro (§2.3.3) :



On peut alors considérer le signal dont le spectre est donné par $S(f)$. $U_f(f)$, c'est à dire qu'il ne comporte aucune fréquence négative dans son spectre, c'est à dire dans sa transformée de Fourier.



La question qui se pose est alors : quelle est le signal temporel $z(t)$ dont la transformée de Fourier est $Z(f) = S(f) \cdot U_f(f)$? Pour répondre à cette question on est ramené au calcul de $u_f(t)$, inverse de la transformée de Fourier de $U_f(f)$. En effet, d'après le théorème de Plancherel :

$$z(t) = s(t) * u_f(t)$$

Le calcul de la transformée inverse conduit alors à montrer, avec les notations précédentes que le signal obtenu est une fonction temporelle à valeur complexe :

$$u_f(t) = \frac{1}{2} \left(\delta(t) - \frac{1}{\pi j t} \right)$$

Remarque : le calcul s'appuie sur une définition mathématique que nous évoquerons simplement ici sans lui donner la rigueur nécessaire. Un cours plus exhaustif sur les mathématiques du signal serait nécessaire, ce qui n'est pas notre objet ici :

$$\delta(t) = \frac{d}{dt} [\text{sgn}(t)]$$

2.7.3 Interprétation

Une explication est nécessaire pour donner à ce signal complexe une interprétation simple : en effet, qu'est-ce qu'un signal temporel complexe ?

Considérons un signal cosinusoidal simple :

$$s(t) = \cos(\omega_0 t)$$

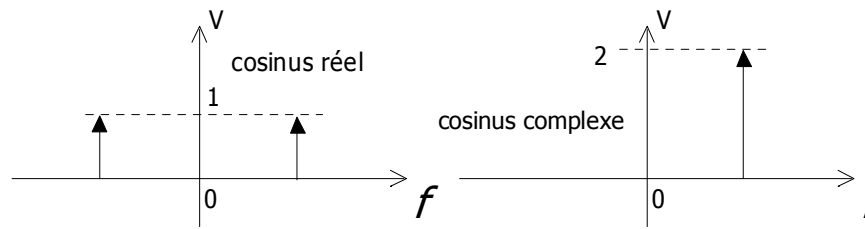
on lui associe classiquement un signal complexe noté

$$\underline{s}(t) = \cos(\omega_0 t) + j \sin(\omega_0 t)$$

On montre en le calculant que la transformée de Fourier du premier diffère du second par la présence d'un signal à fréquence négative :

$$TF[s(t)] = \delta(\omega + \omega_0) + \delta(\omega - \omega_0)$$

$$TF[\underline{s}(t)] = 2\delta(\omega - \omega_0)$$



Ceci permet de comprendre le rôle du signal complexe qui permet une analyse fréquentielle dans le domaine physique des fréquences positives. On constate que le poids (puissance) est le même pour les deux signaux et vaut 2. Nous allons généraliser ces notions dans le chapitre suivant.

2.8 Transformée de Hilbert

2.8.1 Signal analytique

Le signal analytique $z(t)$ associé à un signal réel $s(t)$ est un signal complexe dont le spectre ne comporte pas de fréquences négatives. Avec les notations de la partie précédente :

$$Z(f) = S(f) \cdot U_f(f)$$

$$z(t) = s(t) * u_f(t)$$

donc

$$z(t) = s(t) * \frac{1}{2} \left(\delta(t) - \frac{1}{\pi j t} \right)$$

$$z(t) = \frac{1}{2} \left(s(t) - s(t) * \frac{1}{\pi j t} \right)$$

2.8.2 Transformée de Hilbert

A partir de l'expression précédente on peut introduire le signal défini par :

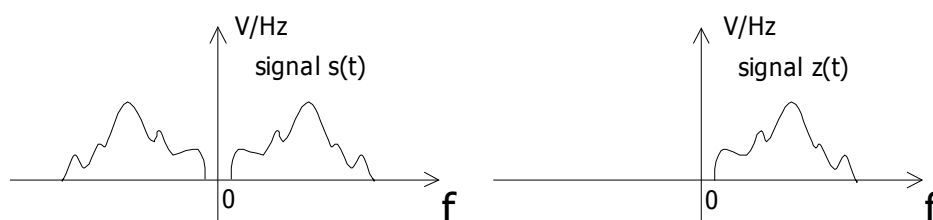
$$\sigma(t) = s(t) * \frac{1}{\pi t} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{s(\tau)}{t - \tau} d\tau$$

Ce signal est appelé transformée de Hilbert de $s(t)$:

$$H[s(t)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{s(\tau)}{t - \tau} d\tau$$

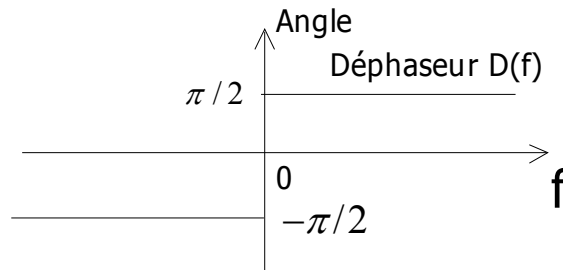
Le signal analytique est alors défini par :

$$z(t) = \frac{1}{2} (s(t) + jH[s(t)])$$



2.8.3 Réalisation pratique

La transformée de Hilbert d'un signal se réalise simplement en déphasant toutes les composantes d'un signal de 90° . En effet la transformée de Hilbert correspond à une opération de convolution, ce qui conduit à trouver la fonction dont la réponse impulsionnelle est $1/\pi t$.



La fonction de transfert complexe de ce déphaseur s'exprime :

$$D(f) = j \cdot \text{sgn}(f) = e^{j \frac{\pi}{2} \text{sgn}(f)}$$

et le calcul de la transformée inverse conduit à (calcul délicat analogue au §2.7.2) :

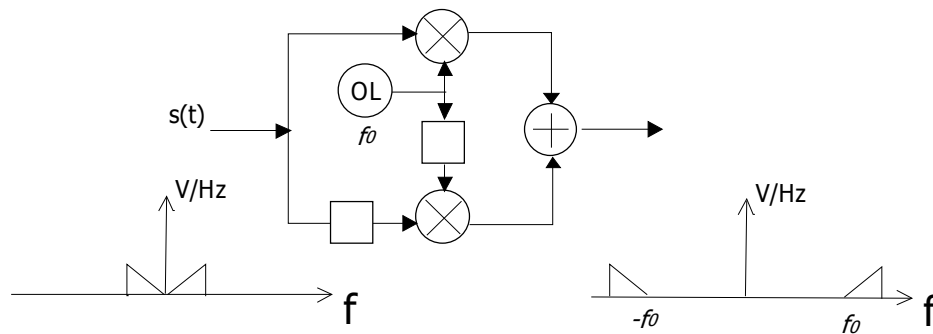
$$d(t) = \mathcal{F}^{-1}[D(f)] = \frac{1}{\pi t}$$

Ce déphaseur est délicat à réaliser physiquement en basse fréquence (BF), mais plus aisé en haute fréquence (HF). Un simple élément de câble de longueur adéquat peut assurer l'opération. De plus pour expliciter la forme particulière du déphaseur on peut étudier celle du cosinus :

$$TF[\cos(\omega t - \varphi)] = TF[\cos \omega t] \cdot e^{-j\varphi}$$

2.8.4 Application : modulation BLU

Le schéma suivant présente ainsi la méthode pour réaliser une modulation BLU (Bande Latérale Unique) à partir d'un signal réel $s(t)$. Cette structure réalise l'opération complète : elle élimine la partie négative du spectre de $s(t)$ et fait la transposition en fréquence porteuse.

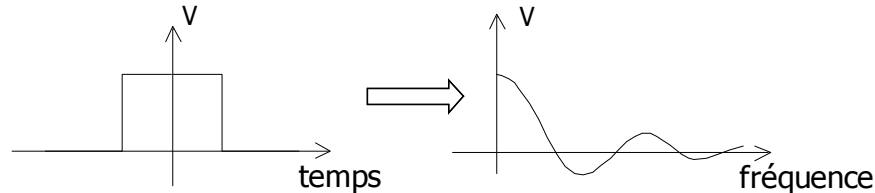


2.9 Propriétés spectrales des signaux

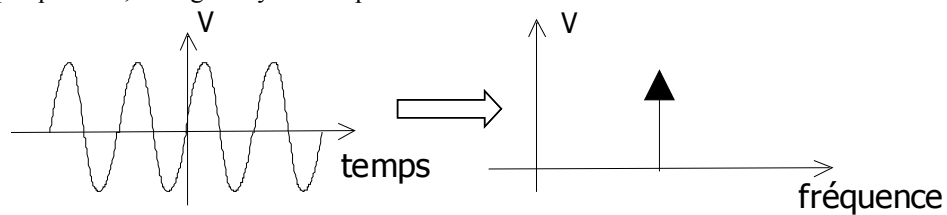
2.9.1 Propriétés fondamentales

Nous énoncerons ici des propriétés importantes des signaux courants rencontrés en télécommunication. Elles permettent d'anticiper sur les méthodes de mesure adaptées au signal utile.

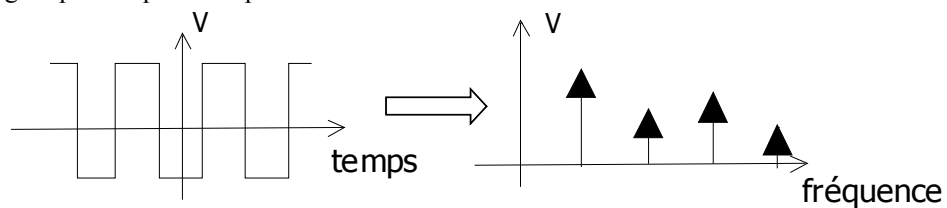
- ♦ Un signal borné dans le temps a un spectre infini.



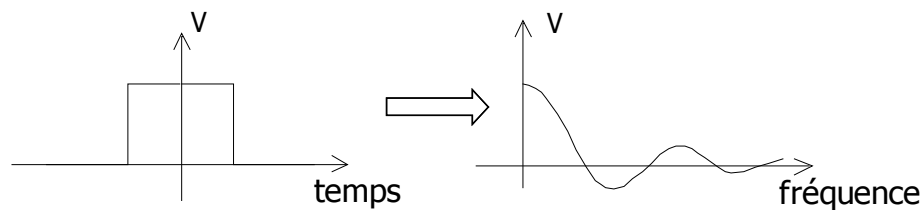
- ♦ Réciproquement, un signal ayant un spectre borné a une durée infinie.



- ♦ Un signal périodique a un spectre de raies.



- ♦ Un signal apériodique a un spectre continu.



2.9.2 Durée utile et largeur utile

Tout signal physique a une durée limitée, d'où un spectre qui occupe une largeur déterminée selon sa transformée de Fourier. Strictement, ce spectre a une largeur infinie. Physiquement, il est sans intérêt de considérer, dans le cas d'une porte carrée, des lobes atténués de 500dB. Il faut donc fixer une limite raisonnable à cette largeur.

La largeur utile B_u répond à une définition mathématique s'appuyant sur la répartition statistique du spectre. On peut admettre qu'elle correspond grosso modo à la largeur apparente du spectre.

De façon similaire, la durée utile D_u d'un signal à bande étroite correspond à la durée apparente d'un signal qui devrait être de durée infinie.

2.9.3 Relation d'incertitude

On montre en utilisant les définitions mathématiques propres la relation appelée relation d'incertitude :

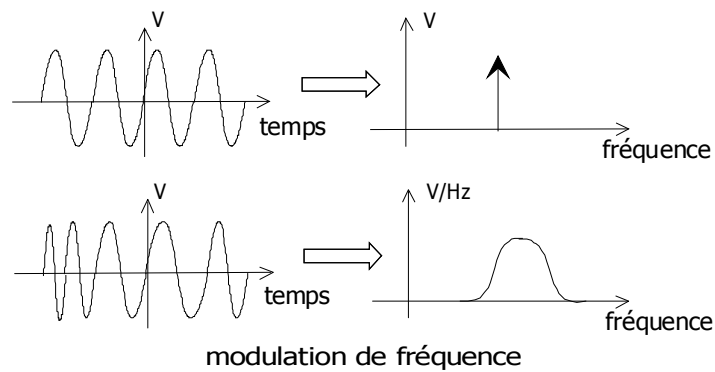
$$Du.Bu > 1/\pi$$

Cette inéquation est intéressante pour l'interprétation des propriétés spectrales :

- ♦ Plus un signal sera de courte durée, plus son spectre sera large.
- ♦ Inversement, plus un signal a un spectre étroit, plus sa durée est longue.

2.9.4 Théorème de Bernstein

On peut énoncer un théorème qui complète la relation précédente : un signal de spectre large et borné aura des variations temporelles plus rapides qu'un signal à spectre étroit.



En corollaire, on peut préciser qu'un signal qui présente une variation temporelle de pente infinie (impulsion ou échelon) présente un spectre non borné.

3. Filtrage

3.1 Aspects mathématiques

3.1.1 Notion de système linéaire sans distorsion

Un système sera dit *linéaire* s'il ne produit en sortie aucune fréquence qui n'était pas présente à l'entrée. En d'autres termes, toute sinusoïde à l'entrée provoquera en sortie l'apparition d'une autre sinusoïde de même fréquence, éventuellement déphasée et atténuée, voire d'amplitude nulle.

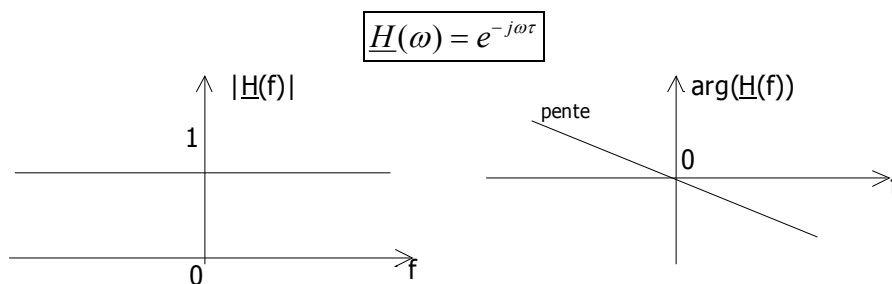
On peut imposer en outre que ce système ne provoque aucune distorsion d'amplitude ou de phase au signal qui lui est appliqué à l'entrée [cf chapitre 3.5]. La seule opération qui corresponde à cette définition est celle de la fonction retard qui restitue en sortie le signal d'entrée avec un certain retard τ .

$$s(t) = e(t - \tau)$$

En appliquant les propriétés de la transformée de Fourier à cette relation, on obtient alors :

$$\underline{S}(\omega) = e^{-j\omega\tau} \cdot \underline{E}(\omega)$$

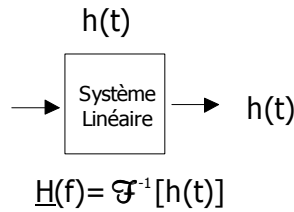
Cette dernière relation détermine la fonction de transfert d'un filtre idéal :



L'opération de filtrage consistera donc à limiter cette fonction aux plages de fréquences que l'on souhaitera conserver en sortie du filtre, toujours avec le retard τ .

3.1.2 Réponse impulsionnelle et convolution

Nous avons vu dans la partie précédente que la réponse impulsionnelle d'un système était la transformée de Fourier inverse de la fonction de transfert :

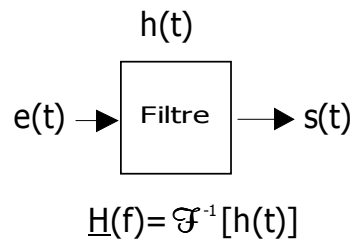


Dans notre cas ici, la réponse impulsionnelle à notre filtre idéal du §3.1.1 sera un Dirac, donc le signal d'entrée, parfaitement restituée mais avec un retard :

$$h(t) = \mathcal{F}^{-1}(e^{-j\omega\tau}) = \delta(t - \tau)$$

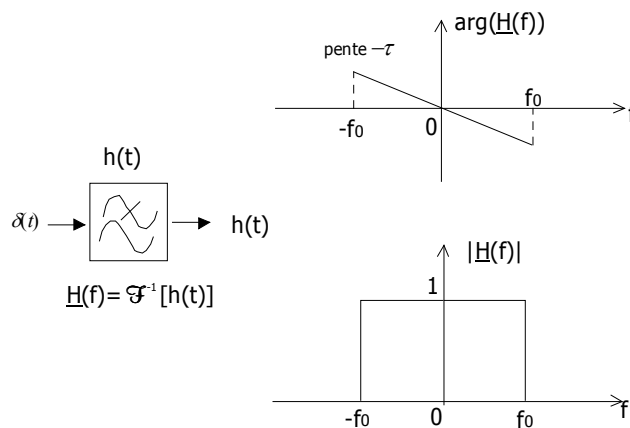
dans le cas d'un filtre quelconque, la réponse temporelle en sortie du filtre sera la convolution de la réponse impulsionnelle avec le signal d'entrée :

$$s(t) = h(t) * e(t)$$



Nous remarquerons ici que cette relation est fort peu utilisée par les praticiens des filtres physique, que nous évoquerons dans le second chapitre, et dont le travail s'appuie essentiellement sur l'aspect spectral. Cependant, elle est fondamentale dans le cas d'une approche des filtres numériques et apporte un complément dans l'étude des comportements des systèmes aux signaux transitoires.

3.1.3 Cas du filtre Passe-bas



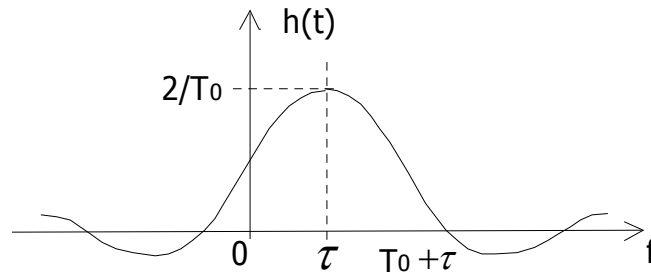
Abordons ici le cas du filtre passe-bas ; d'une part parce que l'étude des autres types est analogue, d'autre part parce que son usage le rend indispensable dans tous les dispositifs de traitement des signaux.

Considérons un filtre passe-bas idéal, de fréquence de coupure $f_0 = 1/T_0$. Sa fonction de transfert correspond à celle du filtre idéal limité à la fréquence de coupure :

$$\begin{aligned} \underline{H}(f) &= e^{-j2\pi f \tau} \text{ pour } |f| < f_0 \\ \underline{H}(f) &= 0 \text{ pour } |f| > f_0 \end{aligned}$$

On montre alors sans difficultés mathématiques majeures que la transformée de Fourier inverse de $H(f)$ s'exprime :

$$h(t) = \frac{\sin(2\pi f_0(t - \tau))}{\pi(t - \tau)}$$

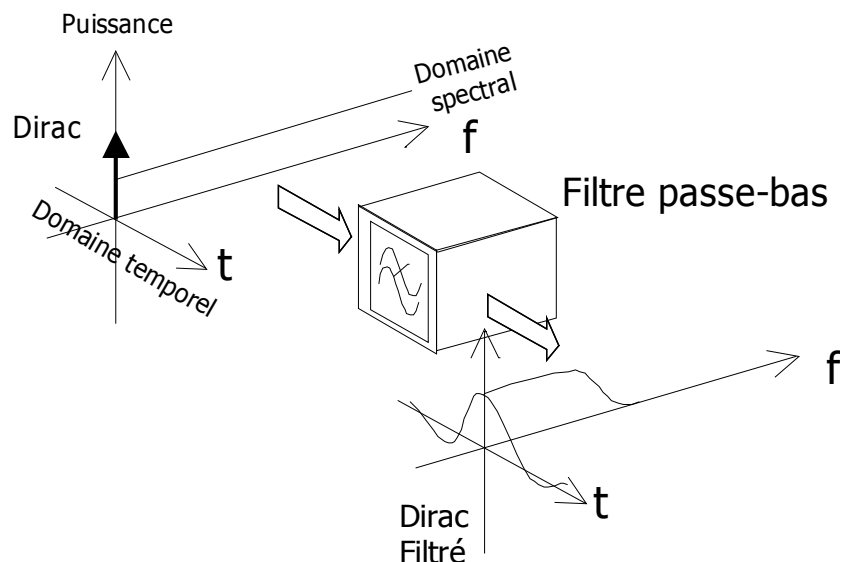


C'est la réponse impulsionnelle : nous ne sommes pas surpris de retrouver un Dirac décalé dans le temps et déformé en $\sin(x)/x$ par l'opération de filtrage.

On constate que ce signal est de type *acausal*. En effet, la réponse $h(t)$ est non nulle pour t négatif, c'est à dire *avant* l'impulsion cause de la réponse : le signal commence avant sa cause ! On annulera la partie pour $t < 0$ pour synthétiser un filtre physiquement réalisable. Ainsi l'introduction de retard τ permet de comprendre que plus il sera important dans la réalité physique, plus le filtre pourra être sélectif, c'est à dire que pour une fréquence de coupure déterminée, le nombre de rebonds à droite et à gauche du lobe principal pourra être important et donc la pente du filtre raide.


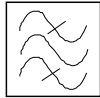
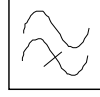
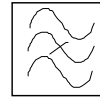
Bien entendu, un filtre réel aura une réponse causale mais également *finie dans le temps*, ce qui n'est pas le cas ici. On parle de signal de durée limitée ou bornée.

3.1.4 Schéma synthétique



3.1.5 Classification des filtres

On donne classiquement 4 types de filtres. Ils se définissent tous par la limitation de la fonction identité sur une plage de fréquence passante ou bloquée à certaines fréquences. Nous résumons dans le tableau qui suit leur description sommaire, leur symbole classiquement associé et quelques uns de leurs rôles dans les dispositifs de télécommunication.

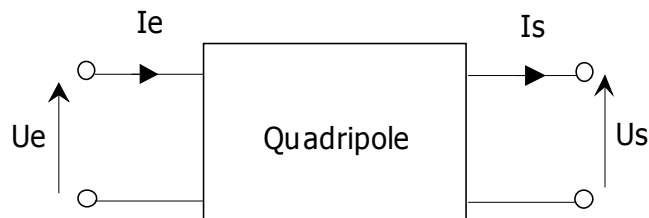
Passe – bas LPF (Low Pass Filter)	Passant pour $f < f_1$	Filtres de détection audio Filtres anti repliement Modèle de support de transmission Filtre anti interférence intersymbole Filtres de boucle PLL	
Passe – bande BPF (Band Pass Filter)	Passant pour $f_1 < f < f_2$	Filtres FI dans les récepteurs Modèle de canaux de transmission Récupération d'horloge Filtres d'harmoniques	
Passe – haut HPF (High Pass Filter)	Passant pour $f_2 < f$	Filtre de préaccentuation Modèle du guide d'onde rectangulaire	
Coupe – bande Réjecteur BSF (Band Stop Filter)	Passant pour $f < f_1$ et $f_2 < f$	Filtre réjecteur dans les récepteurs	

Pour l'ensemble du tableau $f_1 < f_2$

3.2 Approche physique

3.2.1 Notion de quadripôle

Tout dispositif constitué de composants électroniques (alimentés ou non par une source extérieure) peut-être modélisé comme une « boîte noire » avec un ou plusieurs accès (entrées, sorties...). Le quadripôle est l'un des plus simples : il dispose d'une entrée (deux pôles) et d'une sortie (deux pôles).



Les grandeurs électriques de sortie (tension ou intensité) sont liées à celles d'entrée par la *fonction de transfert* noté \underline{T} ou \underline{H} . Dans le cas où cette relation est linéaire on peut noter :

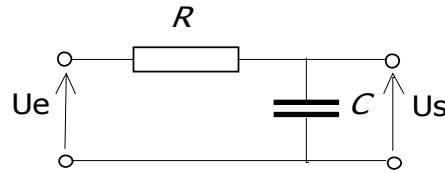
$$\underline{T} = \frac{\underline{S}}{\underline{E}}$$

Où \underline{S} et \underline{E} symbolisent les grandeurs d'entrée et de sortie (tension ou intensité) sous forme complexe. \underline{T} est aussi appelée *transmittance*.

La transmittance peut donc être représentée sous la forme de son module (gain) et de son argument (phase). L'ensemble des *deux* représentations, sous forme de courbes où \underline{T} varie en fonction de la fréquence, est appelé *diagramme de Bode*.

3.2.2 Le filtre passe-bas du premier ordre

Rappelons ici les résultats de l'étude du filtre passe-bas du premier ordre, ou filtre RC, réalisé à l'aide d'une résistance R et d'une capacité C.



Le calcul de la transmittance complexe conduit à l'expression :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

On peut donc mener deux études complémentaires : l'étude du gain ou *module*, et l'étude de la phase ou *argument*.

♦ L'expression du gain en décibel sera alors :

$$G_{dB} = 20 \log(|\underline{H}(j\omega)|) = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} \quad [\text{dB}]$$

avec :

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

où la grandeur $\tau = RC$ est appelée également *constante de temps* du filtre RC.

♦ L'expression de la phase sera en radian :

$$\varphi = \arg[\underline{H}(j\omega)] = -\arctan(RC\omega) \quad [\text{rad}]$$

3.2.3 Bande passante à -3dB

On définit la fréquence de coupure à -3dB du filtre passe-bas comme la valeur de la fréquence f_0 où G_{dB} vaut -3dB, par rapport à son gain maximal, qui ici vaut 0dB quand la fréquence tend vers zéro. Si on considère à présent l'expression du rapport des tensions, cet affaiblissement de 3dB correspond à une diminution de la tension d'un facteur $\sqrt{2}$.

$$G_{dB} = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} = -3\text{dB} \Leftrightarrow \left| \frac{U_{\text{coupure}}}{U_{\text{max}}} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

La fréquence de coupure vaut alors exactement pour notre filtre RC :

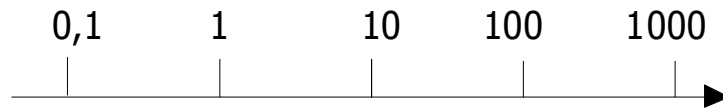
$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC} \quad [\text{Hz}]$$

A cette fréquence, le déphasage entre la sortie et l'entrée du filtre est de $-\pi/4$ radians (-45°).

3.2.4 L'échelle logarithmique

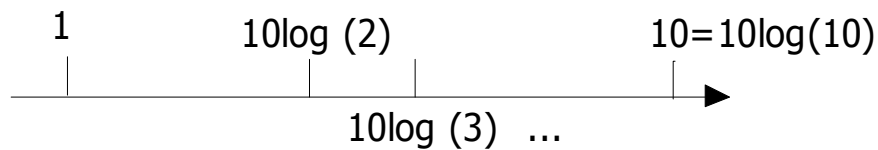
Il est important de savoir réaliser un diagramme logarithmique, ou de savoir ce qu'il signifie. En effet, l'échelle linéaire est mal adaptée à la représentation des performances des filtres. La

dilatation/compression opérée par l'échelle logarithmique permet de visualiser et de comparer les qualités des différents filtres dans de bonnes conditions.



Sur cette échelle, la distance entre deux graduations est identique, mais la valeur est multipliée par 10. Cet intervalle est appelé *décade* (entre x et $10x$). On peut de la même façon réaliser une échelle où l'on double la valeur d'une graduation à l'autre, on appelle alors l'intervalle *octave* (entre x et $2x$).

Il peut aussi être utile de placer les valeurs intermédiaires entre les graduations. Il est alors utile de s'armer d'une calculatrice ou d'une table de logarithme (décimale) pour les placer précisément :



Cette échelle peut être utilisée en abscisse, où il s'agit en principe de la fréquence, ou bien en ordonnée, auquel cas elle est adaptée à la représentation des décibels.

3.2.5 Représentations graphiques

Les courbes suivantes permettent de comparer les propriétés des différents types de représentation d'un système du premier ordre, en particulier d'apprécier l'amélioration de la lecture.

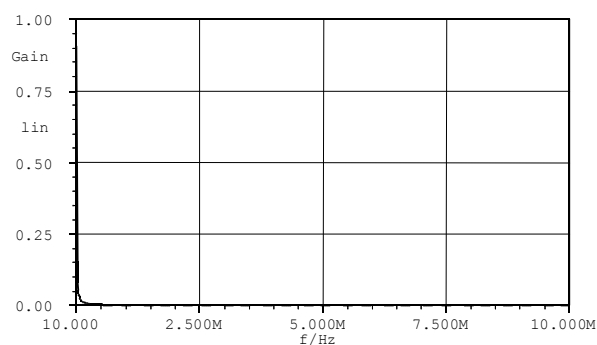
Le filtre étudié ci-après utilise les valeurs suivantes :

$$R=10\text{k}\Omega$$

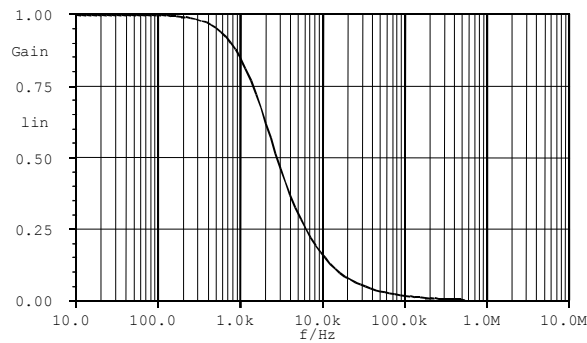
$$C=10\text{nF}$$

Donc la fréquence de coupure vaut 1,6kHz

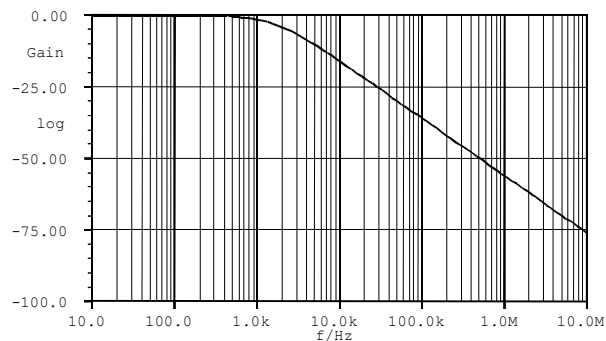
Sur la première courbe, on représente U_s/U_e en fonction de la fréquence linéaire. On constate que les variations sont peu lisibles : la courbe est « tassée » contre les axes.



La seconde courbe utilise un axe des abscisses avec une échelle logarithmique : les valeurs pour les fréquences faibles sont dilatées et donc plus visibles.



La troisième représente en outre les ordonnées de manière logarithmique, c'est à dire les variations en décibels. La courbe est alors très lisible (éloignée des axes). On peut également y voir une pente à -20dB/déc au delà de la fréquence de coupure

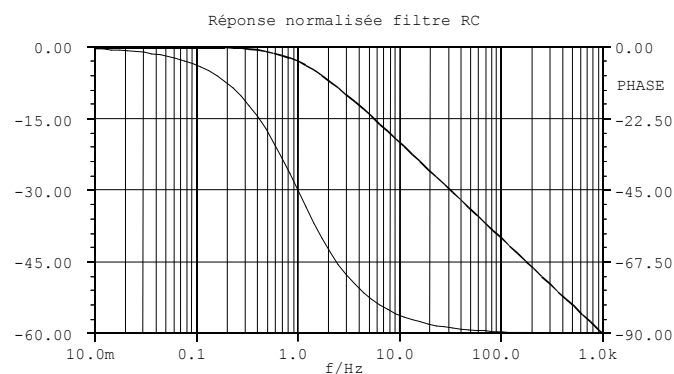


Cette dernière est la plus utilisée en physique et électronique. Le *diagramme de Bode* utilise cette représentation pour l'amplitude et une seconde représentation pour la phase.

Remarque : la bande passante à -3dB pour le dernier schéma correspond à une diminution de $1/\sqrt{2}$ de U_s/U_e et donc de $1/2$ pour la puissance...On retrouve cette subtilité dans l'expression du gain $[10\log(\text{puissance})$ ou $20\log(\text{tension})$ §1.3.5 §1.3.6]

3.2.6 Diagramme de Bode du filtre RC

Le diagramme de Bode inclut la double représentation en phase et en gain de la fonction de transfert.

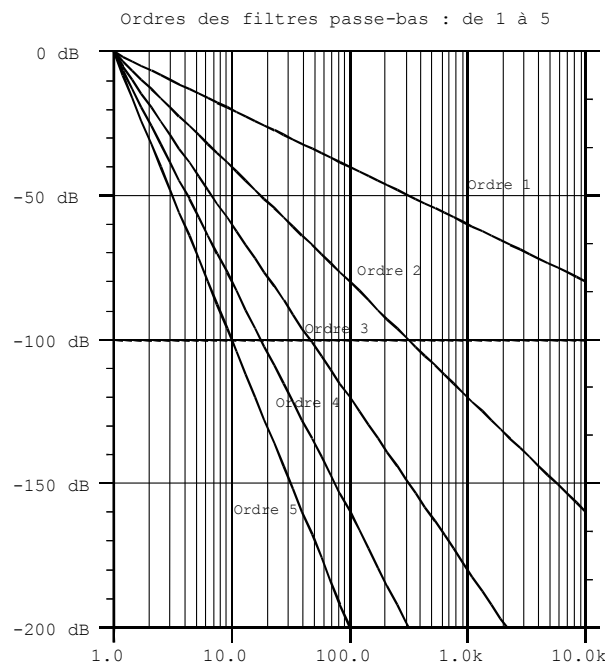


3.2.7 Ordre d'un filtre

Soit la fonction de transfert H d'un filtre. Elle s'exprime sous la forme d'une fraction à nombre complexe dont la variable est la pulsation. Pour prendre le cas du filtre passe-bas, l'ordre n d'un filtre signifie qu'à l'infini H est équivalent à ω^{-2n} . La pente sera donc de $-20*n$ dB/déc.

On pourra étendre cette définition aux autres types de filtres, et consulter le chapitre 3.4.

Le graphe suivant compare les divers pentes en diagramme logarithmique. On y a représenté les ordres de 1 (20dB/dec) à 5 (100dB/dec).

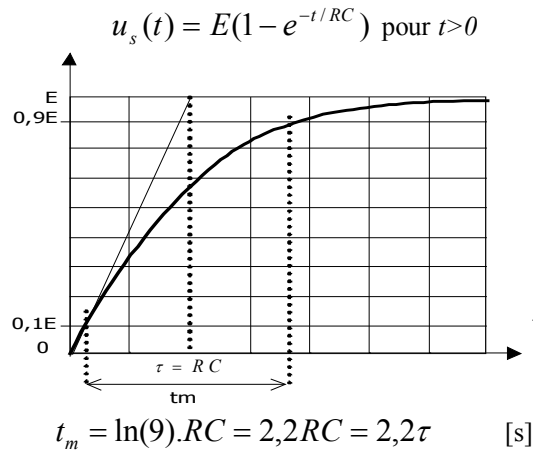


3.2.8 Réponses temporelles

Les réponses temporelles classiquement étudiées sont de deux types :

- ♦ La réponse impulsionnelle : utile en théorie elle reste très délicate à réaliser en pratique, un Dirac pur n'étant pas réalisable : on utilise des impulsions très courtes avec des générateurs spécifiques.
- ♦ La réponse indicielle, ou réponse à un échelon (ici de tension) plus aisée à visualiser à l'aide de générateurs de signaux carrés de fréquences suffisamment basses.

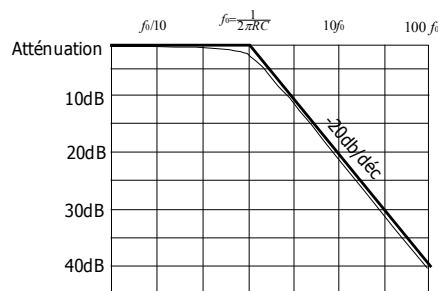
Le schéma qui suit résume les propriétés de la réponse indicielle pour le filtre RC : Il s'agit de la réponse à un échelon de tension E à l'instant $t=0$.



Le temps de montée t_m est défini comme la durée nécessaire pour passer de 10% à 90% de la valeur d'équilibre E .

On en déduit la formule fondamentale donnant l'équivalent réponse temporelle/réponse fréquentielle, en utilisant $B = 1/2\pi RC$ la bande passante du filtre :

$$t_m = \ln(9)/2\pi B = 0,35/B \quad [\text{s}]$$



On peut l'utiliser pour modéliser l'entrée des appareils de mesure, comme les oscilloscopes.

3.2.9 Réalisation des filtres

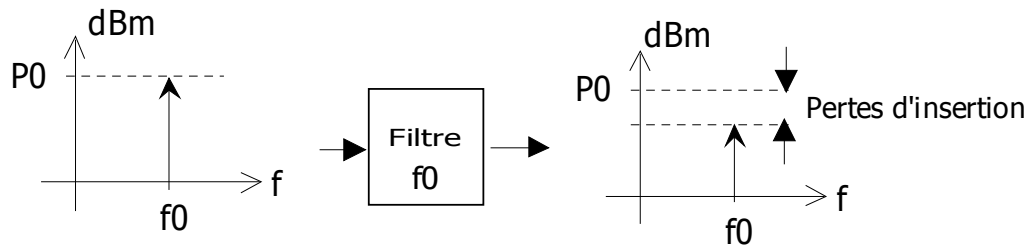
Les filtres peuvent être réalisés par des éléments passifs (R , L et C) [sous une forme discrète (composant) ou répartie (éléments de lignes de transmission, substrats)] et on parle de *filtres passifs*, et d'autres utilisent des éléments amplificateurs actifs nécessitant une alimentation électrique externe, on parle alors de *filtres actifs*.

Ces filtres sont dits **analogiques** car ils traitent directement le signal physique, par opposition aux filtres **numériques** qui sont des unités de calcul traitant des échantillons quantifiés du signal et dont l'étude ne nous concerne pas ici. Ils seront traités dans la section 5.

La synthèse de filtres est l'opération théorique qui conduit à l'étude de la réalisation physique du filtre. Cette étude s'appuie sur la fonction de transfert \underline{H} du filtre. On utilise à ce propos la transformée de Laplace ; cette dernière consiste à remplacer la notation $j\omega$ par p dans les expressions de $\underline{H}(j\omega)$.

3.2.10 Pertes d'insertion

Un filtre physique réel passif, dans sa bande passante, atténue le signal qu'il est sensé transmettre en sortie. Cette perte est appelée perte d'insertion puisque la présence du filtre en est responsable. La perte s'explique physiquement par la perte d'énergie dans les composants entrant dans la réalisation du filtre (bobines, condensateurs, ferrites, résistances, fils, soudures...).



3.3 Filtrage et mesure

3.3.1 Filtre d'analyse

Tout appareil de mesure se comporte comme un filtre à l'égard du signal. C'est le cas de l'oscilloscope et celui de l'analyseur de spectre : toute analyse d'un signal se fait à travers un filtre qui déforme le signal étudié. Cette déformation aura une double influence : une influence sur l'amplitude du signal et une seconde sur la phase (cf chapitre 3.5).

Nous étudierons ici succinctement le cas des deux appareils de mesure classiques que sont l'oscilloscope et l'analyseur de spectre.

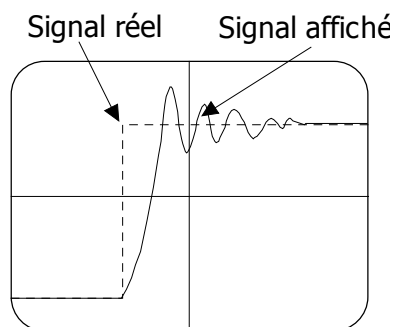
3.3.2 L'oscilloscope

Pour un oscilloscope, le filtrage (domaine fréquentiel ou spectral) se traduit sur l'écran (domaine temporel) par un temps de montée minimal. Il existe un lien direct entre la bande passante B à -3dB en Hertz de l'oscilloscope (passe-bas) et le temps de montée t_m (en seconde) minimale affiché à l'écran (cas du filtre passe-bas RC du premier ordre) :

$$t_m = \ln(9) / 2\pi B = 0,35 / B$$

Pour un oscilloscope de 100MHz, le temps de montée est ainsi de 3,5ns. Cette formule empirique est à peu près toujours valable, même pour des filtres d'ordre élevé.

Ainsi, un signal carré pur présentera sur l'écran une certaine pente. Cette dernière est provoquée par l'appareil : l'écran n'affiche pas le signal réel !



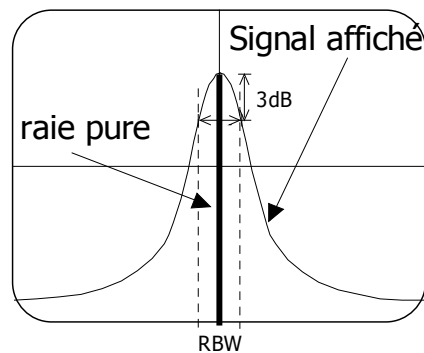
Autre conséquence pour un signal périodique de fréquence élevée, seules quelques harmoniques (voire une seule) seront représentées et l'aspect du signal n'aura rien à voir avec ce qu'il est en réalité.

3.3.3 L'analyseur de spectre

L'analyseur donne l'allure du spectre d'un signal. Il est conçu pour l'étude des signaux permanents, qu'ils soient ou non périodiques.

Dans le cas des signaux périodiques, on a vu que le spectre est un spectre de raies. Ces raies sont mathématiquement des Dirac, donc de largeur nulle. Un analyseur de spectre affichera à la place de la raie la fonction de transfert du filtre d'analyse utilisé par l'appareil.

Ainsi la largeur de la raie affichée à 3dB du maximum correspond à la bande passante du filtre de résolution sélectionné par l'analyseur de spectre. Cette valeur est indiquée sur l'écran, par exemple sous la référence RBW (Resolution Band Width).



3.4 Filtrage en télécommunication

3.4.1 Les filtres en traitement du signal

Un des usages fondamentaux du filtrage dans le traitement du signal est celui lié à la limitation des harmoniques du spectre d'un signal carré, ou plus généralement d'un signal NRZ. En effet, ces signaux sont d'une part facilement synthétisables avec des composants à semi-conducteurs fonctionnant en commutation et d'autre part bien adaptés à la transmission de l'information numérique, 0 ou 1.

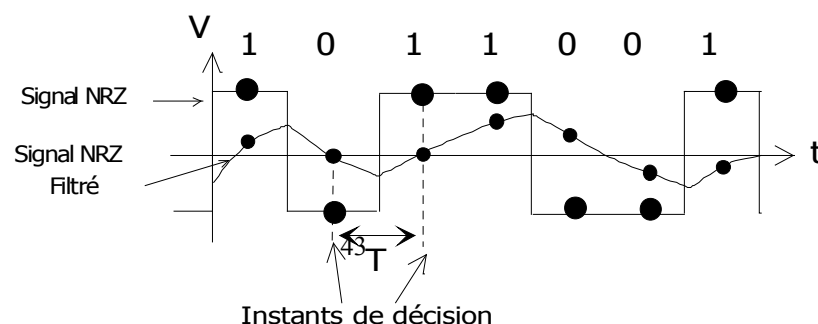
Cet aspect de réduction du spectre induit, positive en terme de bruit (cf partie 4) et de bande passante, a une conséquence fâcheuse sur la nature temporelle des signaux et sur la qualité de la décision entre l'état haut et l'état bas.

On a donc introduit des filtres particuliers qui concilient ces deux aspects :

- ♦ Limiter fortement l'occupation spectrale
- ♦ Garantir une qualité de *décision* maximale sur le niveau, haut ou bas, c'est à dire distinction entre 0 et 1.

3.4.2 Filtrage et décision

La décision signifie la capacité pour l'observateur d'un signal de pouvoir décider quel est l'état du signal à un moment donné, appelé *instant de décision*. Un signal NRZ pur a une excellente grande qualité de décision, un signal filtré est beaucoup plus délicat à interpréter, comme le montre le schéma suivant. Nous reviendrons dans la section 3 consacrée aux démodulations sur ces définitions fondamentales.



On constate rapidement qu'un filtre passe bas de type RC ne garantit aucune de ces deux exigences : atténuation trop faible (20dB/dec) et le temps de montée incompatible avec un débit élevé et une décision fiable.

Nous résumerons ici les propriétés de deux classes de filtres beaucoup plus adaptés très répandus :

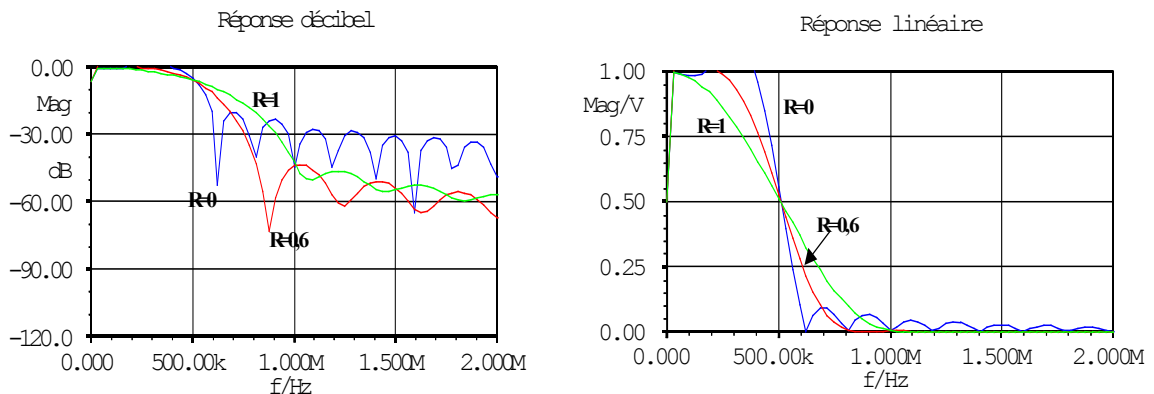
- ♦ Les filtres en cosinus surélevés
- ♦ Les filtres de Gauss.

Ainsi que d'autres filtres courants en télécommunication.

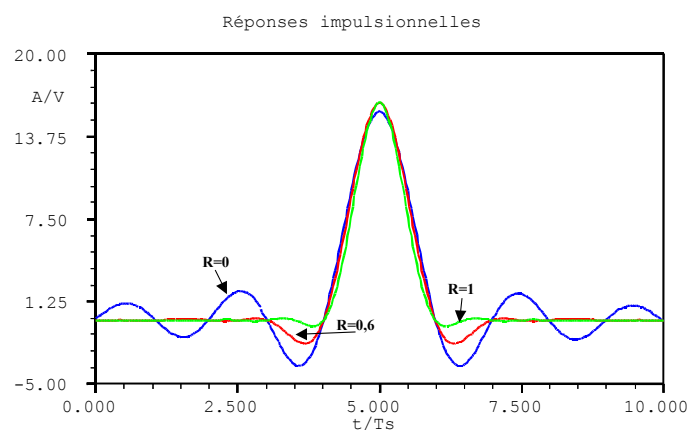
3.4.3 Filtres en cosinus surélevés

Ces filtres, le plus souvent numériques, ont d'excellentes performances. Ils sont caractérisés par un coefficient de *roll-off*, c'est à dire d'arrondi, R variant entre 0 et 1. Ce coefficient permet un compromis entre la bande passante et la qualité de la réponse temporelle : un filtre à bande passante plus large aura une réponse temporelle impulsionnelle sans presque aucun rebond ; a contrario un filtre à bande passante étroite aura une réponse impulsionnelle comportant de nombreux rebonds qui réduise la qualité de décision.

Réponse spectrales :

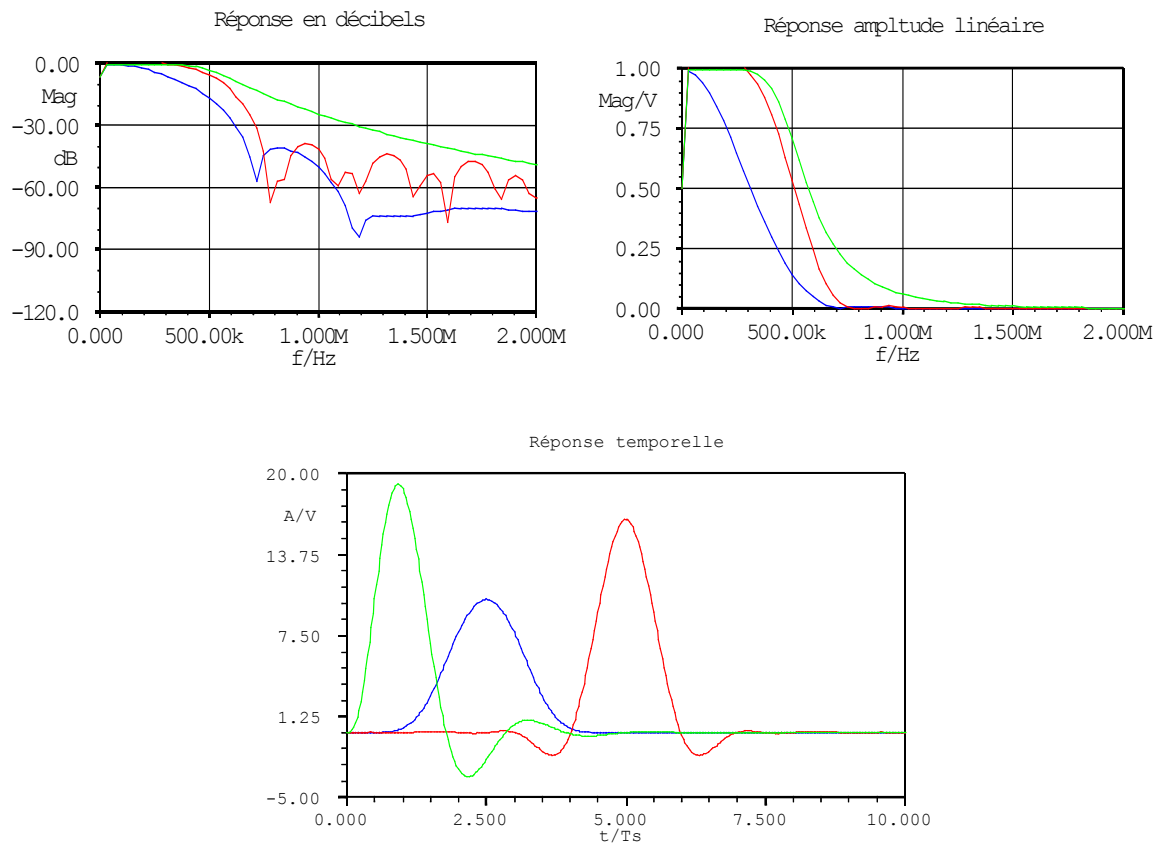


Réponses temporelles



3.4.4 Les filtres de Gauss

Les schémas qui suivent comparent (de gauche à droite) trois types de filtres : le filtre de Gauss, le filtre en cosinus surélevé vu précédemment, et un filtre de Butterworth (40dB/dec)



On présente les réponses temporelles associées : de gauche à droite :

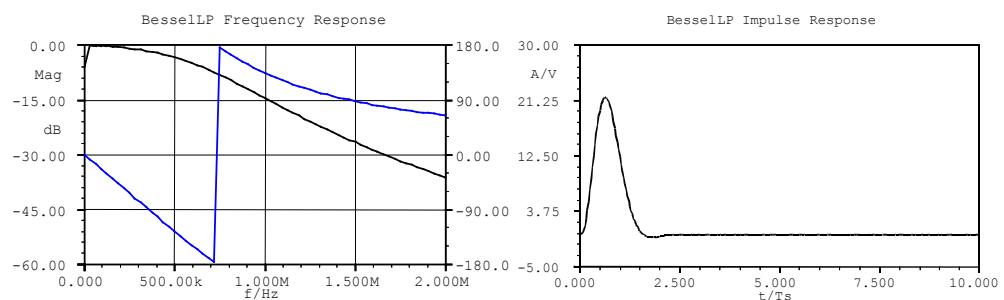
- ♦ Filtre de Butterworth, réponse amortie pseudo-sinusoïdale
- ♦ Filtre de Gauss, réponse en courbe de Gauss, sans rebond
- ♦ Filtre en cosinus (Rolloff 0,6) avec rebonds et retard temporel de l'impulsion.

Le filtrage de Gauss assure une réponse temporelle sans aucun rebond, contrairement aux autres filtrages.

3.4.5 Les filtres de Bessel

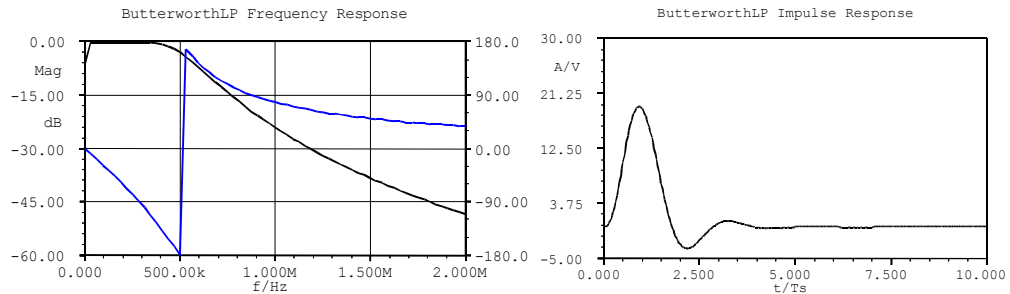
Ces filtres sont également utilisés pour une propriété fondamentale : la linéarité de la phase dans la bande passante. Ceci garantit une absence de distorsion de phase (Voir partie suivante, 3.5). En contre-partie, l'affaiblissement est faible. On les utilise particulièrement en communication optique.

Le filtre suivant à une fréquence de coupure de 500kHz et un ordre 4.



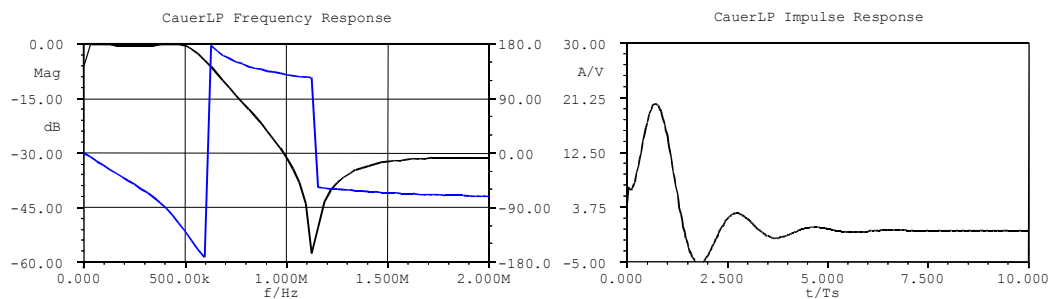
3.4.6 Les filtres de Butterworth

La fonction présente un gain plat dans la bande passante.



3.4.7 Les filtres de Cauer

Appelés aussi *filtres elliptiques*, ils se caractérisent par la possibilité de définir non un ordre mais la valeur de la bande passante et la valeur de la bande bloquée. Il est également possible de fixer l'ondulation dans la bande passante et l'atténuation de la bande bloquée.

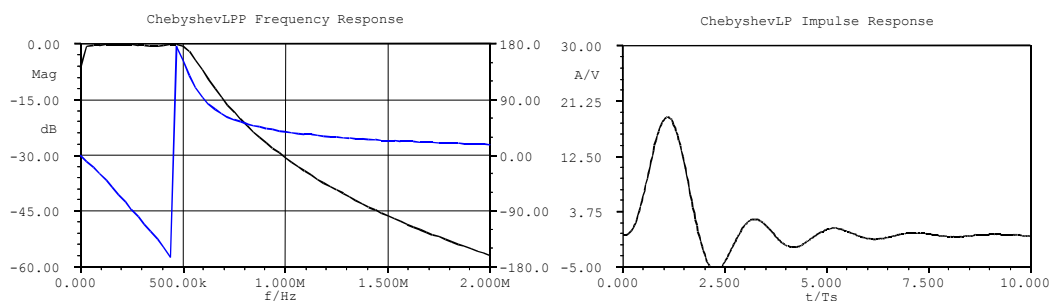


Le filtre simulé ici donne 500kHz pour la bande passante et 1MHz pour la bande bloquée.

3.4.8 Les filtres de Tchebycheff

Ils présentent une ondulation faible dans la bande passante.

Le filtre suivant a une fréquence de coupure à 500kHz et un ordre 4.



3.5 Dispersion

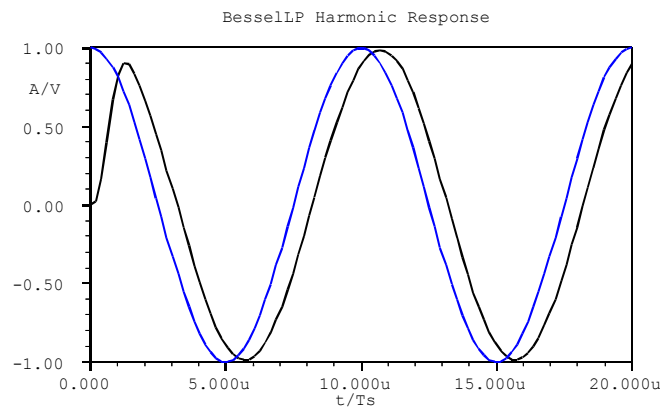
3.5.1 Phase et retard

Le retard imposé à un signal lors de sa traversée du filtre est lié à la phase¹ du filtre, c'est à dire au déphasage imposé à chaque fréquence du spectre. Dans le cas d'un filtre idéal, vu au chapitre 3.1, alors le déphasage entre la sortie et l'entrée est de la forme :

$$\Delta\varphi = -2\pi f\tau \quad [\text{rad}]$$

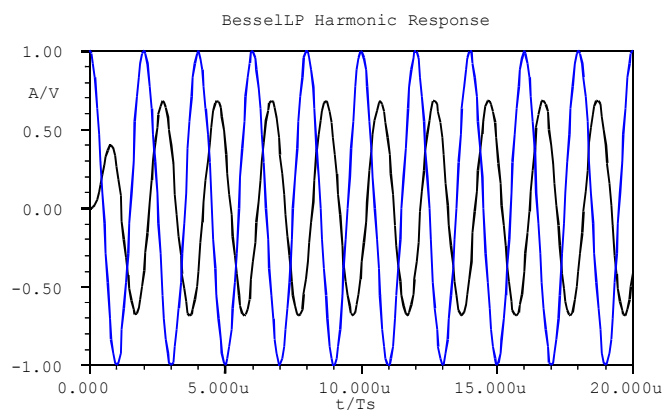
où τ est le retard et f la fréquence considérée.

Le graphique suivant, correspondant au filtre de Bessel du §3.4.5 représente le signal à l'entrée (de 100kHz) et la réponse filtrée. Le retard est de 0,7 μ s. La relation précédente permet d'en déduire le déphasage en radian puis en degré, soit 13° environ.



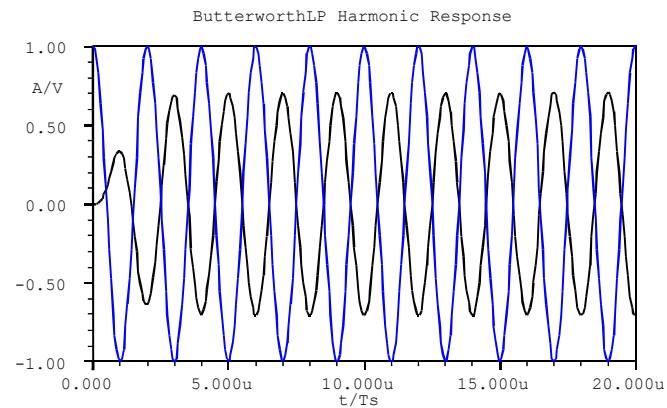
3.5.2 Notion de phase linéaire

En considérant toujours le même filtre de bande passante 500kHz, étudions le comportement harmonique pour un signal de 500kHz dans la même fenêtre temporelle :



Le retard est identique, mais le déphasage est différent puisque bien sûr la fréquence a augmentée. On constate en outre une atténuation de l'amplitude correspondant aux 3dB d'atténuation à la fréquence de coupure. L'identité du retard dans les deux cas correspond à cette notion de phase linéaire (en fonction du retard). Le filtre de Bessel utilisé ici est particulièrement apprécié pour cette propriété.

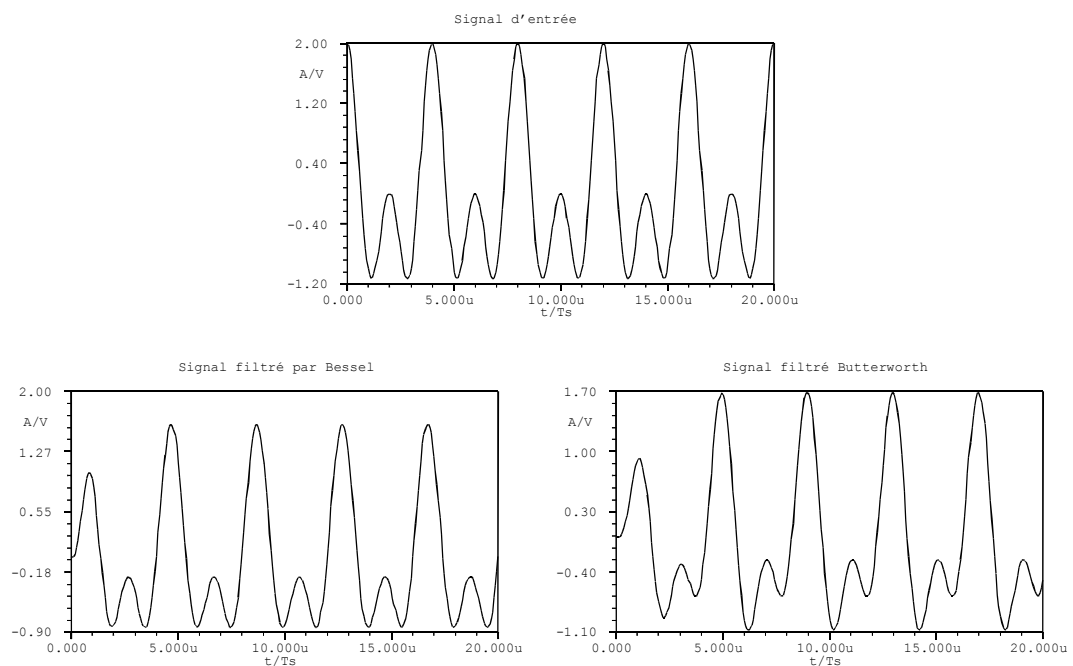
¹ Phase doit être entendu ici comme différence de phase entre le signal de sortie et le signal d'entrée du filtre.



Le filtre de Butterworth qui précède, n'offre plus cette garantie : pour des fréquences basses, le retard est pratiquement identique au filtre de Bessel utilisé précédemment (cf §3.4.4 et §3.4.5, réponse impulsionnelle) mais à la fréquence de coupure le retard a augmenté : la phase n'est plus linéaire et le déphasage a crû plus vite que la loi du §3.5.1.

3.5.3 Conséquences de la dispersion

La dispersion a pour conséquence pratique de modifier l'allure temporelle des signaux. Sur l'exemple qui suit le même signal composé de deux fréquences harmoniques voit sa forme conservée par le filtre de Bessel non dispersif (à gauche) mais déformée par le filtre dispersif de Butterworth (à droite).



3.5.4 Distorsion linéaire

Tout signal est la somme de fréquences pures, en vertu de la théorie de Fourier. Dans une opération de filtrage, chaque fréquence subit donc un retard et une atténuation qui lui est propre. Le non respect d'un retard identique pour toutes les fréquences, ou bien une atténuation différente, provoque alors un décalage des phases et une différence des amplitudes entre les fréquences à la sortie, leur somme est donc altérée et la forme d'onde résultante modifiée : on parle de distorsion de phase, ou de distorsion d'amplitude. Le paragraphe 3.5.3 en donne une illustration.

Ces distorsions sont qualifiées de *linéaires* car elles sont provoquées par un filtre qui par définition travaille de manière linéaire, c'est à dire qu'il ne crée aucune fréquence nouvelle à la sortie, ou encore qu'une sinusoïde à l'entrée produit une sinusoïde en sortie.

- ♦ La distorsion de phase est aussi appelée *dispersion*
- ♦ La distorsion d'amplitude est aussi appelée *atténuation*

L'atténuation peut être compensée par l'usage d'amplificateurs ou d'atténuateurs. Cependant, ceux-ci présentent également une dispersion qui va aggraver celle du filtre : un technicien pense naturellement à compenser l'atténuation, mais beaucoup moins la dispersion. Or la dispersion globale sera d'autant plus grave que, nous le verrons, les signaux de nature numérique sont eux même modulés en phase, ou en fréquences. Nous étudierons ultérieurement les conséquences pratiques.

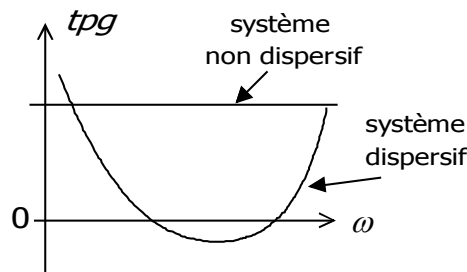
Signalons enfin que la dispersion est un phénomène physique très répandu : il est à la base de l'interprétation de la *décomposition de la lumière blanche* par un prisme de verre dont l'indice varie avec la longueur d'onde. Dans les systèmes de télécoms, il est connu comme variation du *temps de propagation de groupe* et doit être mesuré pour être éventuellement éliminé, particulièrement dans les transmissions satellites.

3.5.5 Temps de propagation de groupe

On définit le temps de propagation de groupe (*tpg*, en anglais *group delay*) comme la dérivée de la phase φ par rapport à la pulsation du signal. Le terme « phase » qualifie ici la différence de phase entre le signal d'entrée et le signal de sortie.

$$tpg = \frac{\partial \varphi}{\partial \omega} \quad [\text{s}]$$

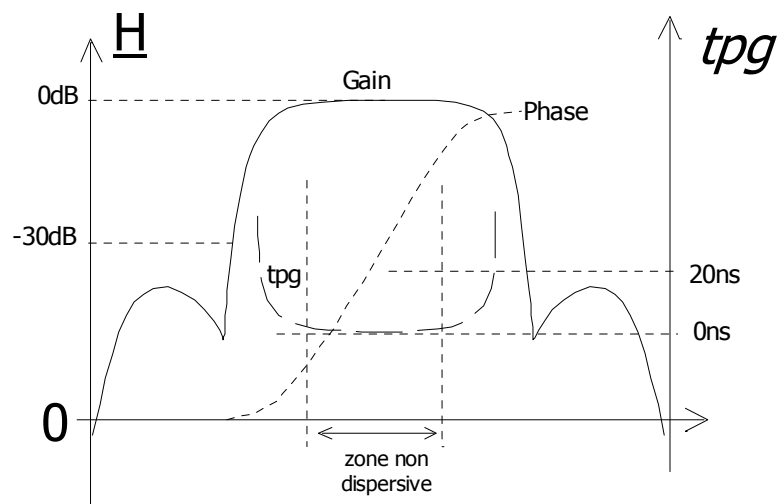
Cette valeur est donc un temps exprimé en seconde et fonction de la fréquence : c'est physiquement la durée mis par le signal de pulsation ω pour traverser le dispositif. Dans le cas d'un filtre de phase linéaire, cette durée est une constante : c'est le retard τ imposé par le filtre à toutes les fréquences. Sinon, *tpg* est une fonction variable de la fréquence.



Dans le cas de systèmes dispersifs, c'est à dire où le temps de propagation de groupe n'est pas constant, on veillera à le maintenir dans certaines limites, selon en particulier le débit de la liaison et la nature des modulations mises en œuvres.

3.5.6 Exemple de gabarit

Ci dessous nous représentons le gabarit d'un filtre pour la norme satellite DVB-S avec la phase et le temps de propagation de groupe associé : tant que la phase est linéaire, assimilable à une portion de droite, alors le temps de propagation de groupe est constant, donc la dispersion quasi nulle.



Temps de propagation de groupe
associé à un gabarit de filtre passe-bande

4. Le Bruit

4.1 Qu'est ce que le bruit ?

C'est l'ensemble des phénomènes qui vont par leurs conséquences perturber une transmission d'information ou dégrader la qualité du signal. Aussi le bruit dans le domaine des télécommunications n'a pas d'intérêt en lui-même mais en temps qu'il dégrade un signal utile ou *information* et qu'il nuit à sa restitution après transmission ; cette remarque guidera notre étude du bruit vers les points qui nous intéressent plus particulièrement.

La nature du bruit est elle-même très large pour les techniciens des télécoms. Un signal "utile" peut être considéré comme un bruit, en tant qu'il perturbe une transmission. Les bruits dus à l'intermodulation des amplificateurs de puissance, aux brouilleurs intentionnels ou non, ou les largeurs de modulation trop grandes entrent dans ce cadre.

Nous donnerons dans un premier temps une classification des différents types de bruit puis une étude de la nature des bruits dits "de fond", ou bruits blancs.

4.2 Classification des bruits

4.2.1 Classification générale

Le tableau qui suit donne une série de classification des bruits qui présente certaines analogies avec celle des signaux présentée au paragraphe 1.1.3

Bruit transitoire	Bruit de durée très courte voire impulsif
Bruit permanent	Bruit de durée longue de caractéristiques stationnaires
Bruit Bande Large	Bruit occupant une large bande de fréquence
Bruit Bande étroite	Bruit occupant une très petite bande de fréquence
Bruit naturel	Bruit provoqué par des éléments naturels (astres, foudre,...)
Bruit artificiel	Bruit provoqué par les activités humaines (industriels, électroniques,...)
Bruit rayonné	Bruit se propageant par rayonnements électromagnétiques
Bruit conduit	Bruit se propageant sur les câbles ou conducteurs métalliques
Bruit BF	Bruit Basse fréquence – Fréquences audio
Bruit HF	Bruit Haute fréquence – Fréquences de propagation radio

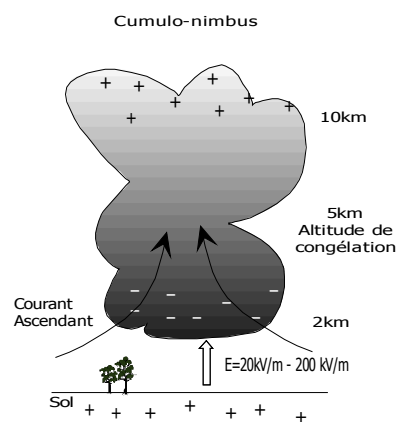
Nous allons donner en exemple deux cas particuliers opposés mais significatifs dans les systèmes de télécommunications : la foudre et les horloges numériques.

4.2.2 La foudre

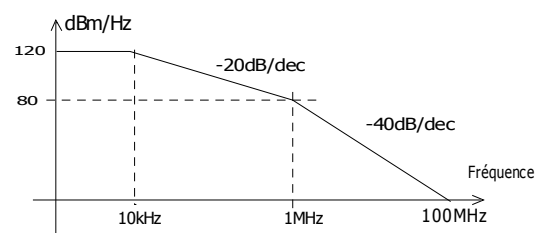
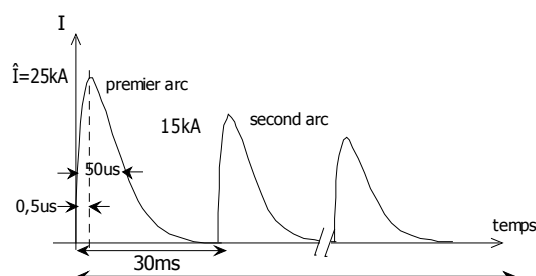
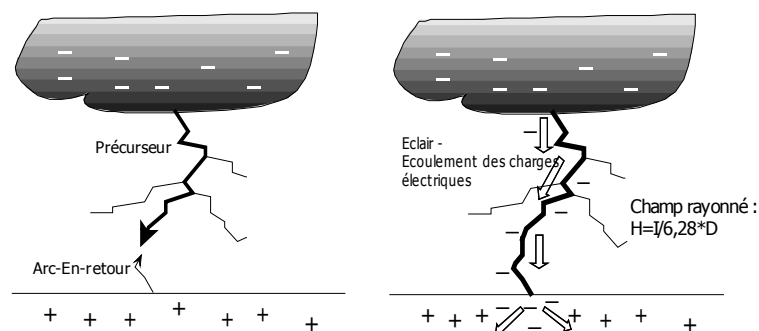
La foudre est un bruit:

- ♦ naturel
- ♦ impulsif
- ♦ se produisant de manière aléatoire
- ♦ puissant
- ♦ couvrant tout le spectre de fréquences

Le terme de “bruit” s’appliquant à la foudre peut paraître faible, compte tenu des dégâts qu’elle peut provoquer : perturbations des transmissions, destruction de matériels et de locaux, blessures pouvant être mortelles... Les schémas qui suivent résument les caractéristiques de ce phénomène atmosphérique courant.



La foudre est un écoulement violent de charges négatives depuis un nuage (cumulo-nimbus) vers le sol. L’éclair se forme par la descente par bonds successifs d’un précurseur qui va créer un canal ionisé conducteur à travers l’air isolant; Les charges vont se déplacer sous l’effet d’un champ électrique intense (de 20 à 200kV/m). Arrivé à quelques dizaines de mètres du sol, un arc en retour se forme pouvant prendre naissance au bout d’une extrémité (clocher, piquet, arbre, antenne...) et va à la rencontre du précurseur : au point de contact, le canal conducteur entre le nuage et le sol est ouvert, l’écoulement des charges commence : c’est la foudre.



Le violent échauffement provoqué par les charges s'écoulant provoque une brutale dilatation de l'air environnant causant le bruit du tonnerre.

Température	$T=30.000^{\circ}\text{C}$
Longueur de l'éclair	Jusqu'à 150km
I crête	>25kA dans 50% des cas >200kA dans 1% des cas
Pente	40kA/ μs à 400kA/ μs
Nbre moyen de coup de foudre en France	4/jour/km ²
Niveau keraunique (jours d'orage) en France	10 à 200 selon régions

Signalons brièvement deux types d'effets importants de la foudre : la perturbation par conduction sur les fils (alimentation électrique, téléphonique, câble d'antennes...) et celle par rayonnement électromagnétique dans les boucles de masses provoquant des courants de mode commun, c'est à dire des défauts graves d'équipotentialité des masses électriques.

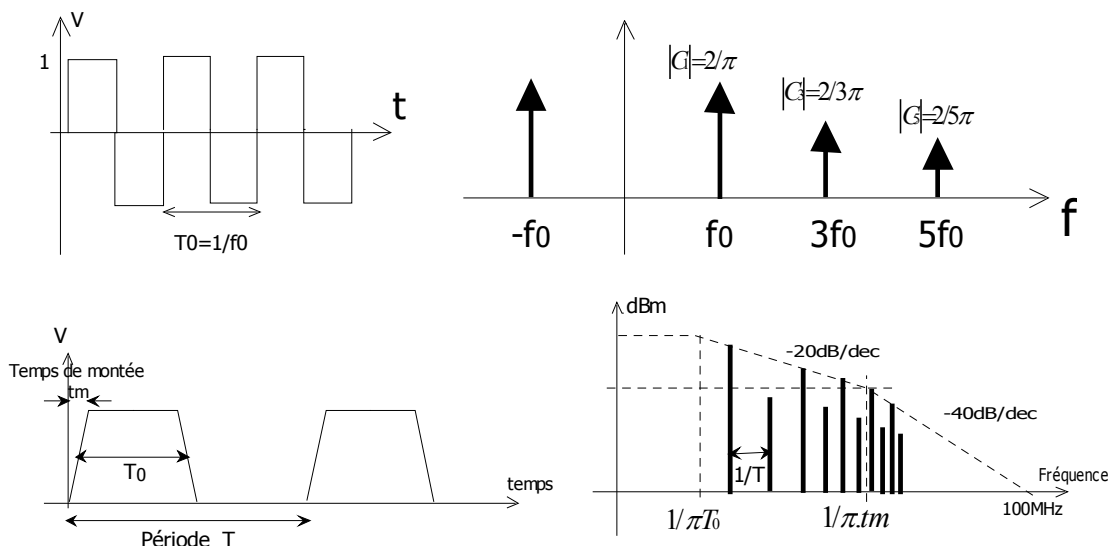
4.2.3 Les horloges

Une horloge numérique est un bruit:

- ♦ artificiel
- ♦ permanent et périodique
- ♦ se produisant systématiquement
- ♦ peu puissant
- ♦ avec un spectre de raies

Il s'agit donc d'un modèle parfaitement antagoniste de celui de la foudre. Il est également mieux connu et plus facile à traiter dans un système par les concepteurs, mais les problèmes de compatibilité entre divers équipements peuvent toujours arriver.

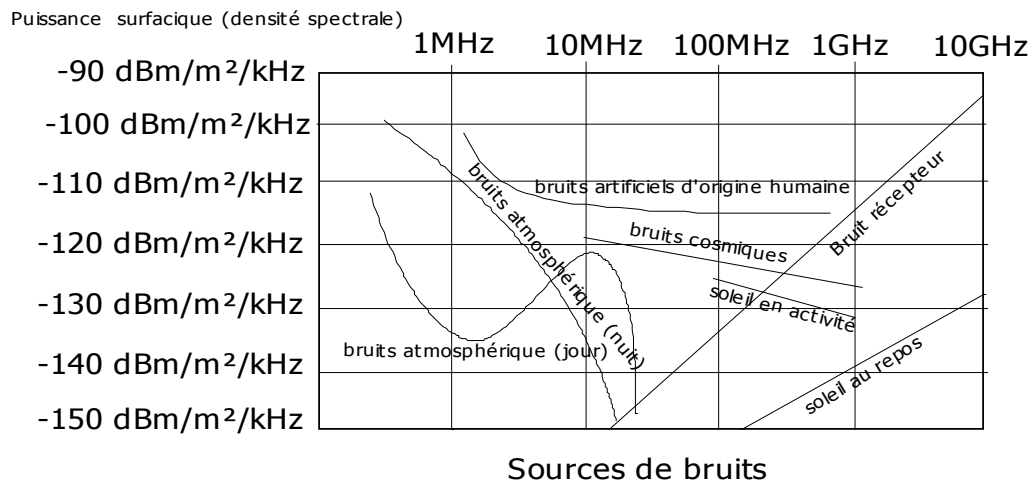
On peut utiliser deux modèles mathématiques : le premier associé au signal carré – le plus défavorable – et le second plus proche de la réalité associé au signal trapézoïdal avec un temps de montée maximale limite.



Aujourd'hui, dans certains dispositifs, des techniques de filtrages des fronts voir de modulation de la fréquence des horloges visant à étaler le spectre des raies sont utilisées pour réduire les niveaux des harmoniques.

4.2.4 Carte des bruits rayonnés

Les valeurs indiquées sont des valeurs moyennes des bruits rayonnés. Cette carte propose en fonction de la fréquence les bruits susceptibles d'être gênants : ceux d'origine humaine sont prépondérants.



4.3 Nature du bruit

4.3.1 Bruits d'origine externe

Le caractère *externe* se comprend ici par rapport au système de transmission.

On peut ainsi citer tous les parasites provoquant des perturbations électromagnétiques : étincelles, alimentation à découpage, onduleurs, moteurs électriques ou à combustibles, lignes d'alimentations, foudre, soleil, rayons cosmiques... On y distinguera les bruits *naturels* des bruits dits *artificiels* ou d'origine humaine.

L'objet de la CEM (compatibilité électromagnétique) est d'établir des méthodes pour traiter ces différents bruits et protéger les installations et les personnels.

4.3.2 Bruits d'origine interne

Il s'agit cette fois du bruit provoqué par les éléments mêmes constituant le système de transmission. En effet, tout équipement ne se contente pas de traiter le signal, mais il le dégrade plus ou moins suivant sa qualité. Sur un amplificateur hifi, il suffit de débrancher les sources et de monter le volume : on perçoit un léger souffle dû à l'électronique interne (même s'il est délicat d'assimiler directement ce bruit uniquement aux sources internes (alimentation, couplages...)).

On distingue deux sources de bruit d'origine interne :

- ♦ Le bruit de grenaille (ou bruit Schottky)
- ♦ Le bruit thermique (ou bruit Johnson)

On trouve d'autres qualifications du bruit, comme le bruit de phase, qui correspondent à des phénomènes physiques particuliers et que nous aborderons ultérieurement.

4.3.3 Le bruit de grenaille

Ce bruit (en anglais *shot noise*) qui porte également la qualification de bruit *Schottky* apparaît principalement dans les semi-conducteurs (diodes, transistors...) lors de la traversée d'une jonction

PN par exemple, ou dans les sources directes de charges, (tubes...). Il caractérise un déplacement de charges :

- ♦ En faible quantité
- ♦ Se déplaçant à des vitesses importantes

Les fluctuations qui en résultent (au niveau microscopique, le courant n'est pas "continu") provoquent ce bruit de fond. C'est un bruit blanc, qui dépend donc de la bande passante, mais également de l'intensité du courant moyen qui traverse les matériaux, et ce jusqu'à des fréquences supérieures au Gigahertz.

4.3.4 Le bruit thermique

Ce bruit aussi appelé bruit *Johnson* caractérise les conducteurs où on a :

- ♦ Une grande quantité de charges mobiles
- ♦ Une faible vitesse de déplacement global des charges

Il apparaît dans les résistances (au sens large) et est directement lié à "l'agitation thermique" des électrons. Contrairement au bruit de grenaille, il existe même en l'absence de toutes sources de courant; Ce sera en première approximation un bruit blanc proportionnel à la température (en Kelvin) et la bande passante (en Hertz) des filtres de bruit considérés.

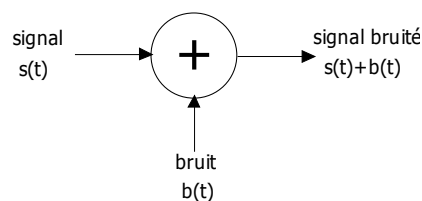
4.3.5 Le bruit de scintillation

Ce dernier (aussi appelé bruit de scintillation ou *flicker noise*) apparaît dans les transistors principalement et a la caractéristique de dépendre de la fréquence et de décroître suivant $1/f$. Il est donc essentiellement sensible aux basses fréquences (jusqu'à quelques kilohertz).

4.4 Modèles du bruit

4.4.1 Modèle additif

Nous décrirons dans ce chapitre le bruit dit *additif*, c'est à dire qui s'additionne ou se superpose au signal utile. On dit également que ce type de bruit n'est pas lié au signal, à la différence de ceux qui sont générés par les dispositifs qui créent le signal (filtrage, dérive des VCO...).



La modélisation mathématique du bruit implique des calculs sur les probabilités et les processus stochastiques, c'est à dire des processus dont l'origine échappe à des lois déterministes. Nous entrerons peu dans les démonstrations et nous nous contenterons de rappeler les résultats fondamentaux.

4.4.2 Bruit stationnaire

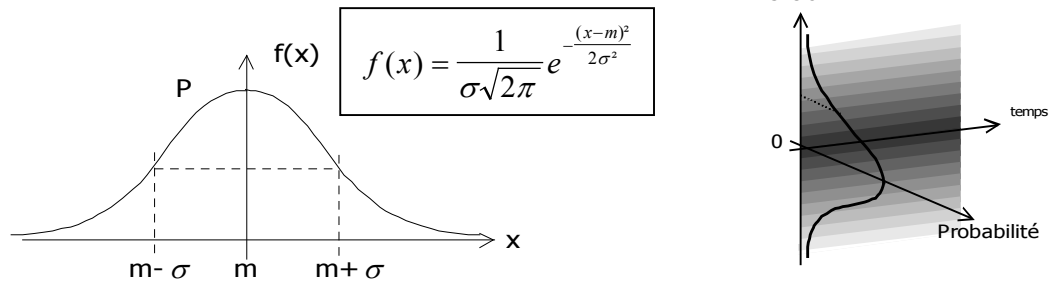
Cette qualification détermine le bruit dans le **domaine temporel**.

Cela signifie que les propriétés statistiques du bruit ne changent pas au cours du temps : même valeur moyenne, même loi de probabilité...

4.4.3 Bruit gaussien

Il caractérise l'**amplitude** du niveau de bruit.

La valeur du bruit à un instant donné correspond à une règle de dispersion ou loi de probabilité gaussienne.

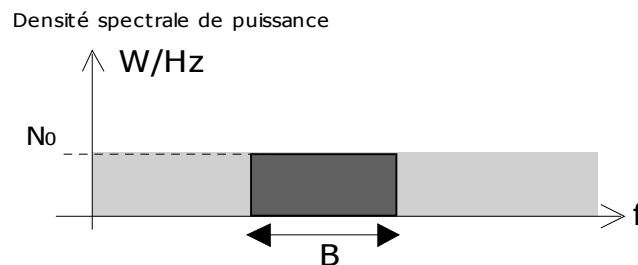


On lit en abscisse la valeur de la variable x et en ordonnée sa densité de probabilité d'apparition. Par conséquent, les plus fortes probabilités d'apparition correspondent à des valeurs proches de la valeur m appelé *espérance*. Dans le cas d'une tension continue U , $m=U$. Si un bruit gaussien s'ajoute à cette tension, la valeur efficace du bruit U_{eff} est égale à l'*écart-type* σ . L'écart type est représentatif de la dispersion de la tension autour de sa valeur moyenne m .

La valeur σ^2 est appelée *variance*. On peut dans notre cas l'assimiler à la puissance. En effet la puissance de bruit sous une impédance Z est alors U_{eff}^2/Z .

4.4.4 Bruit blanc

Il s'agit d'une caractéristique **spectrale** du bruit.



Dans ce modèle, la *densité spectrale de puissance du bruit* est indépendante de la fréquence et s'exprime en W/Hz ou en dBm/Hz. En gros, cela correspond à la notion de plancher de bruit dans un spectre.

La puissance de bruit (notée souvent N pour noise) s'obtient dans la bande de fréquence B considérée. Elle est proportionnelle à la surface délimitée. Il s'agit en fait de l'intégration de la densité spectrale de bruit sur une plage de fréquence de largeur B :

$$N = N_0 B \quad [\text{W}]$$

N peut s'exprimer en Watts ou en dBm. Un bruit blanc limité à une bande de fréquence B porte également le nom de *bruit rose*.

En anglais on note ce modèle de bruit AWGN : Additionnal White Gaussian Noise.

4.4.5 Température et puissance de bruit

Le bruit se modélise mathématiquement en mécanique quantique et une formule approchée répond tout à fait aux besoins des calculs effectués dans le domaine fréquentielle des télécommunications. On donne pour la densité spectrale de puissance du bruit blanc la relation de Boltzmann :

$$\boxed{N_0 = kT} \quad [\text{W/Hz}]$$

$$k = 1,380662 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

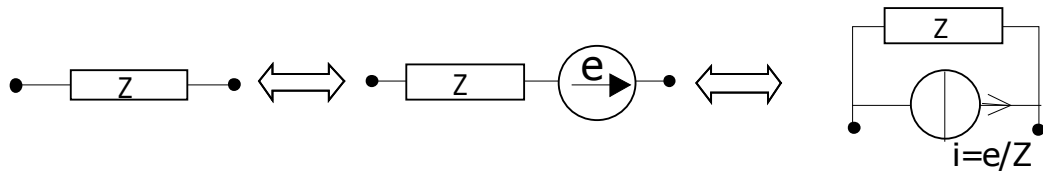
Où k est la constante de Boltzmann et T (en Kelvin-K) la température absolue de bruit. La puissance de bruit N dans une bande de fréquence B est donc :

$$\boxed{N = kTB} \quad [\text{W}]$$

On peut conclure de cette expression qu'il y a deux contributions majeures au bruit dans les systèmes électroniques : la température et les largeurs de filtres.

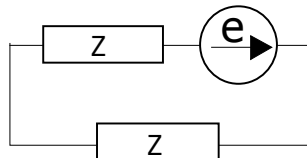
4.4.6 Cas d'une résistance bruyante

Tout élément métallique peut être assimilé à une résistance. On modélisera le bruit généré par cet élément au moyen d'un générateur de tension en série (ou de Thévenin) de tension efficace e , ou d'un générateur de Norton équivalent:



$$e = 2\sqrt{kTZB} \quad [\text{V}]$$

Avec B la bande de fréquence considérée. Sa température de bruit T correspond à la température physique ambiante du composant lui-même. Cette valeur de tension de bruit est mesurée *à vide*, c'est à dire sous impédance infinie.



Ce générateur provoque l'apparition d'une puissance supplémentaire qui est la puissance du bruit N dans la bande B fournie cette fois à l'adaptation, sous impédance Z .

En conséquence toute résistance dans un système électronique sera source de bruit interne. (Cas des atténuateurs à résistance). À noter que si un courant électrique traverse cette résistance, il chauffe et devient donc plus bruyant.

4.4.7 Bande équivalente de bruit

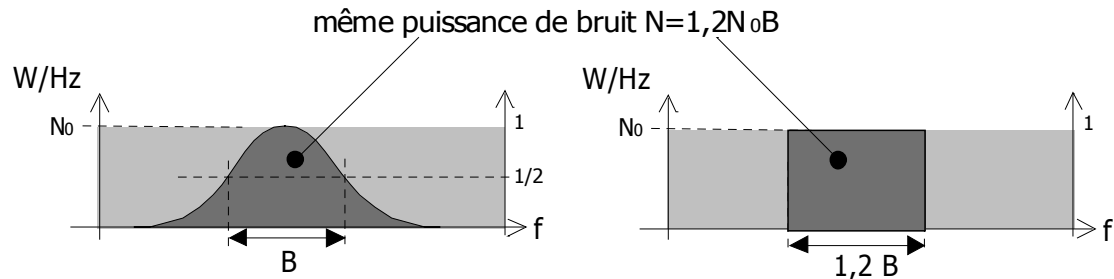
On a vu que la puissance du bruit dépendait de la bande de fréquence B dans laquelle on le considérait. Cependant, les filtres réels n'ont pas des fronts suffisamment raides pour affirmer que la puissance du bruit vaut $N = kTB$ avec B bande passante du filtre.

Dans ce cas on considère la relation

$$\boxed{N = 1,2.kTB} \quad [\text{W}]$$

Ainsi, $1,2B$ est appelée *bande équivalente de bruit*. Cette relation est valable pour les filtres **gaussiens** couramment utilisés dans les appareils de mesure. Les filtres passe bas du premier ordre du type **cellule RC** ont une bande équivalente égale à $\frac{\pi}{2}B$

Le schéma ci-dessous illustre cette notion de bande équivalente de bruit pour un filtre gaussien.



4.5 Protections contre le bruit

4.5.1 Effets du bruit

Dans une transmission le bruit intervient essentiellement comme brouilleur provoquant des erreurs dans les systèmes numériques et des difficultés de compréhension dans les systèmes analogiques qui compromettent l'intégrité et la fiabilité des données. Il est donc fondamental de diminuer son influence.

On se reportera aux chapitres 4.6 et 4.7 pour des détails sur la mesure de la qualité des transmissions avec la définition des paramètres fondamentaux que sont le rapport signal sur bruit et le Taux d'erreur binaire.

4.5.2 Le bruit blanc

La formule de Boltzmann permet de mesurer la puissance du bruit : elle dépend essentiellement de deux paramètres, la température et la largeur de bande.

Il existe donc deux moyens directs de diminuer la puissance :

- ♦ Réduire la température T
- ♦ Réduire le bande de fréquence B .

le premier point peut être obtenu par usage de systèmes de refroidissement (gaz liquide, module à effet Peltier), ou par des composants spécifiques comme les amplificateurs faible bruit (LNA – Low Noise Amplifier).

Le second nécessite l'usage de filtre adapté, au sens d'adapté à la modulation et à sa largeur de bande. Nous y reviendrons dans le cours sur les modulations (section 2 et 3).

En outre, il existe des techniques indirectes de réduire les conséquences du bruit, et en particulier en ce qui concerne les transmissions numériques :

- ♦ Les taux de modulations élevés en transmission analogique
- ♦ La numérisation des signaux et des codages performants
- ♦ Les codages autocorrecteurs...

Nous aborderons les codages dans la section 4.

4.5.3 Techniques particulières

Les bruits de rayonnement HF provoqués par la foudre ou les horloges ou tout autre phénomène impulsif, ainsi que les bruits de plus en plus courants liés aux équipements de transmission radio (émetteurs de puissance, téléphone mobile, bornes radio...), peuvent nécessiter des traitements particuliers que nous pouvons indiquer :

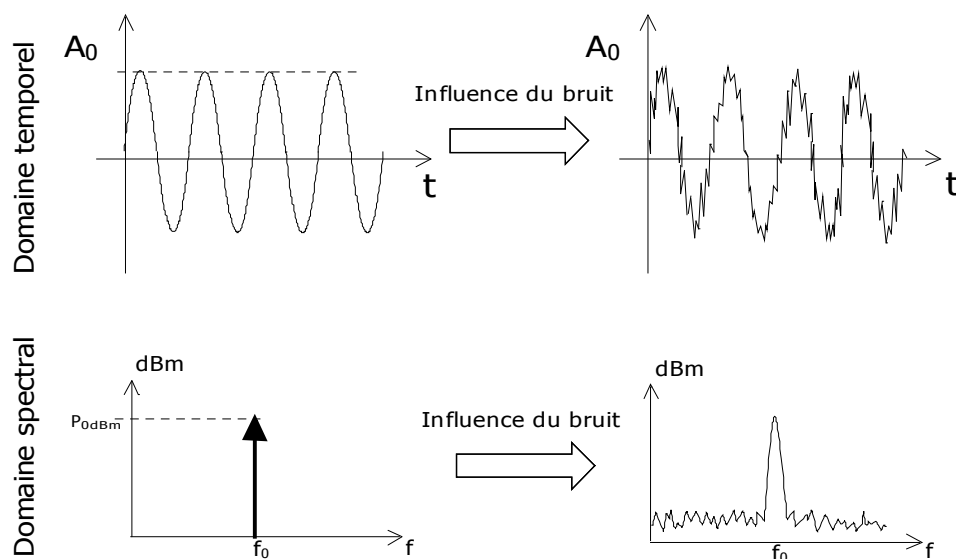
- ♦ Les anneaux de ferrite sur les câbles métalliques
- ♦ Les éclateurs (parafoudre) sur les descentes d'antenne
- ♦ Le blindage métallique ("faradisation") des équipements ou des locaux
- ♦ Les règles de conception des circuits à risques (victimes ou coupables)

4.6 Rapport Signal sur Bruit

4.6.1 Notion de rapport signal sur bruit

La notion de bruit est tout d'abord pratique : écouter la radio ou regarder un écran de télévision en diffusion analogique a permis à chacun de se familiariser avec ce qu'était le *bruit de fond*, ou souffle, la puissance de bruit et son influence sur la qualité de réception etc.

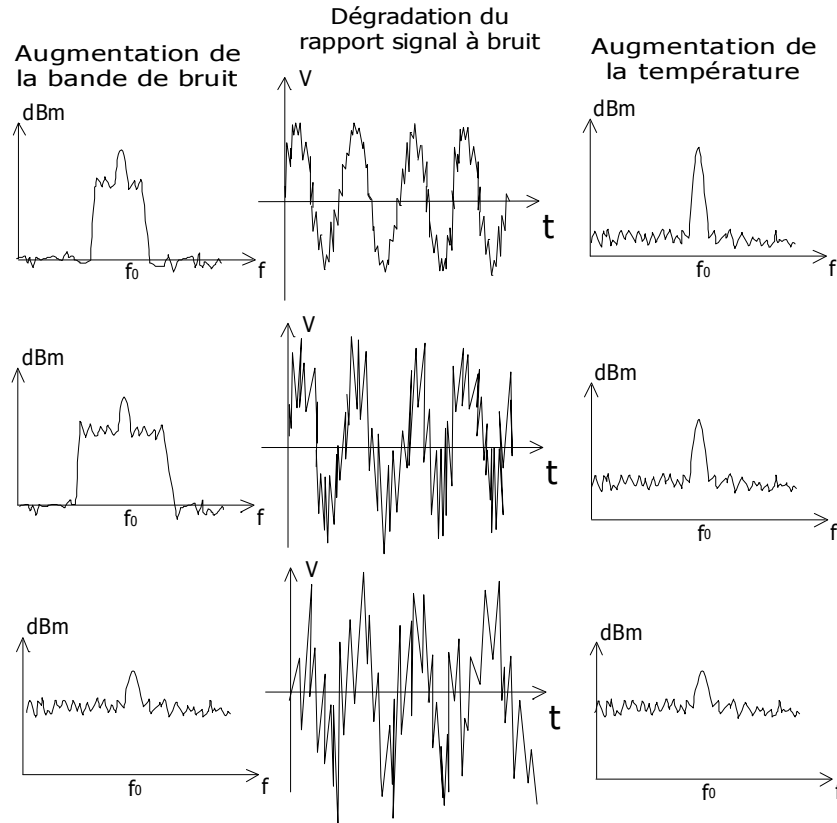
Dans une voiture mal insonorisée, chacun sait que pour être audible, on doit monter le volume de l'autoradio, et le réduire à l'arrêt sinon c'est "trop fort", le bruit de fond du moteur et des frottements (pneux, vent) étant alors nul ; cet exemple concret illustre ce que peut être un *rapport signal à bruit*. Aussi les spécificités propres à l'oreille humaine ou à l'œil conditionnent directement les normes de qualité des systèmes de transmission analogique ou numérique.



4.6.2 Dégradation du rapport Signal à Bruit

Il existe donc deux origines distinctes à l'augmentation de la puissance de bruit blanc : l'augmentation de la température de bruit ou celle de la bande de bruit. Ces deux origines comme on la vus dans la partie précédente (§4.5.2) doivent être bien distinguées pour être traitées séparément avec des techniques adéquates.

Le schéma qui suit illustre les conséquences sur la dégradation du rapport Signal à Bruit selon ces deux origines.



4.6.3 Notations C/N et S/N

Les grandeurs notées C/N , (ce qui restera valable avec S/N , E_b/N_0 ,...) sont en réalité des rapports de puissance et ils s'expriment en dB (décibels). Il ne s'agit pas à proprement parler d'un rapport (division) de deux valeurs, mais de l'expression d'un écart en dB. Ainsi pour le C/N on a exactement :

$$\frac{C}{N} = 10 \log \left(\frac{P_0}{P_N} \right) \quad [\text{dB}]$$

Où P_0 et P_N sont les puissances de la porteuse pure qui en anglais se nomme *Carrier* (C) et du Bruit (anglais *Noise* (N)) exprimés en Watts dans les conditions de mesure. C/N est appelé *rapport porteuse à bruit*. Avec les notations précédentes dans on a donc:

$$P_0 = \frac{A_0^2}{2Z} \quad \text{et} \quad P_N = kTB \quad [\text{W}]$$

Dans le cas où la porteuse est modulée, sa puissance est notée S . Dans le cas où la modulation fera intervenir des variations d'amplitude (comme l'AM, où la QAM) S et C ne seront pas identiques; Dans le cas des modulations de phase ou de fréquence (FM, FSK, PSK) l'enveloppe temporelle est constante et égale à A_0 . Dans ce cas $S=C$. Nous reviendrons en détails sur ces éléments par la suite.

Dans le cas des signaux audio en bande de base, on utilise également la notation S/N pour évaluer la qualité du signal démodulé. Le paragraphe suivant donne des valeurs typiques.

On se rappellera donc que « C/N » et « S/N » sont à considérer comme des notations.

4.6.4 Exemples de S/N – Signal audio

Afin de fixer les idées, nous pouvons présenter dans le tableau qui suit une échelle donnant en fonction du S/N la qualité d'un signal audio pour l'oreille humaine:

La qualité s'accroît de manière linéaire et progressive avec l'augmentation du rapport S/N en décibels, c'est à dire avec une croissance exponentielle des niveaux de puissance.

S/N	Qualité
<10dB	Inaudible
10 à 20dB	Mauvais
20dB à 50dB	Médiocre
50dB à 70 dB	Bon
>90dB	Excellent (qualité CD)

4.6.5 Energie par bit sur densité spectrale de bruit : E_b/N_0

Pour émettre un signal, l'émetteur dispose d'une certaine puissance P_0 . Au cours d'une durée T il va dépenser une énergie $P_0.T$. Pendant ce temps, il a émis une certaine quantité de bits d'information à un débit D (en bits/s). Donc au total pendant T il a émis une quantité $T.D$ d'information exprimée en bit. On peut donc dire qu'il a utilisé pour émettre un bit d'information une quantité d'énergie notée **E_b** et appelée *énergie par bit* et qui vaut :

$$E_b = \frac{P_0.T}{T.D} = \frac{P_0}{D} \quad [\text{W}/(\text{bit/s})]$$

Cette quantité pourra permettre de comparer entre eux différents matériels, fonctionnant à différents débits et avec des puissances différentes. C'est une grandeur capitale pour la comparaison des performances des systèmes de télécommunication.

Cette valeur E_b est traditionnellement comparée à la densité spectrale de bruit N_0 afin de s'affranchir également du filtre B de bruit.

le rapport E_b/N_0 est donc :

$$\frac{E_b}{N_0} = \left(\frac{P_0}{D} \right) \left(\frac{B}{N} \right) \quad [\text{dB}/\text{Hz}/\text{bps}]$$

On définit également la grandeur E_c associé à une densité spectrale de puissance par

$$E_c = \frac{P_0}{B} \quad [\text{W}/\text{Hz}]$$

4.6.6 Efficacité spectrale

On exprimera cette grandeur sous sa forme logarithmique et on la notera classiquement (avec les abus de notation présentés dans le §4.4.2 :

$$\boxed{\frac{E_b}{N_0} = \left(\frac{C}{N} \right)_{dB} - 10 \log \Gamma} \quad [\text{dB}]$$

Où Γ est appelée *l'efficacité spectrale* et dépend du type de modulation utilisée.

$$\Gamma = \left(\frac{D}{B} \right); \text{ unité le bit/s/Hz}$$

D : débits en bit/s et B : bande de fréquence du filtre de bruit

Plus Γ est grande, plus le débit est élevé pour une bande de fréquence donnée.

Notons en outre que C désigne en principe la puissance de la porteuse non modulée. On prendra en fait la puissance moyenne utilisée par la porteuse modulée, qui dans une première approche correspondra à C dans le cas des modulations de phase et de fréquence.

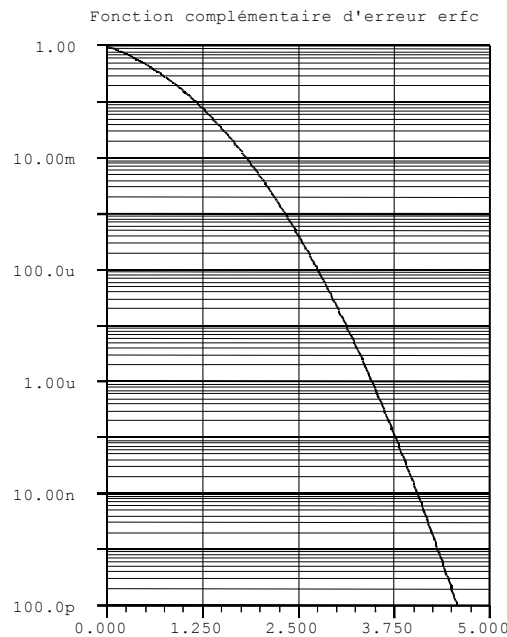
4.7 Systèmes numériques : S/N et Taux d'erreur

4.7.1 Fonction complémentaire d'erreur

On se propose de présenter succinctement l'origine et l'intérêt de la fonction complémentaire d'erreur aussi appelé *erfc* (error function complementary). Sa définition mathématique est :

$$\boxed{\text{erfc}(x) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-y^2} dy = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{+\infty} e^{-y^2} dy} \quad (1)$$

La fonction *erfc* n'est pas simple à calculer : on peut la trouver sous forme de tabulation ou de graphique.



4.7.2 Loi de Gauss

La fonction de Gauss est donnée par $g(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}}$ (2)

Elle correspond à la loi de probabilité de nombre de phénomènes aléatoires, et en particulier au bruit blanc. Dans ce cas, g donnerait une espérance de 0 et un écart-type de 1. En effet dans le cas général on a pour un écart type σ la loi de probabilité suivante, appelée *distribution gaussienne*:

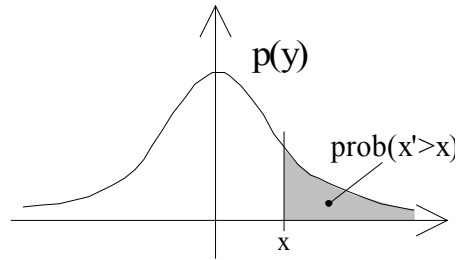
$p(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}}$ déjà abordée au §4.4.3. Dans le cas du bruit thermique à distribution gaussienne, L'écart -type peut alors être assimilé à la tension efficace du bruit U_{eff} .

Cette loi de Gauss vérifie donc les relations suivantes :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(y) dy = 1 \quad (3)$$

$$\text{prob}(x' > x) = \int_x^{+\infty} p(y) dy = \int_{x/\sigma}^{+\infty} g(y) dy \quad (4)$$

l'expression [4] donnant la probabilité de trouver une valeur x' supérieure à x .



4.7.3 Expression de *erfc*

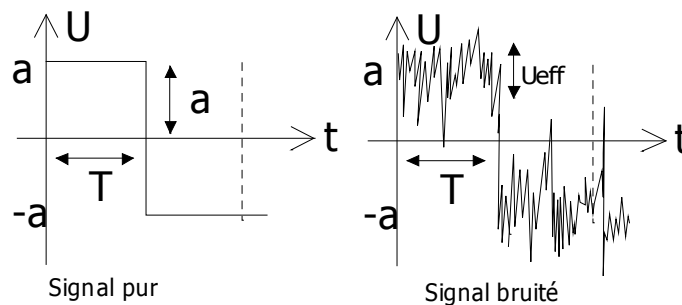
On montre simplement, avec les propriétés précédentes ((4) et (1) en utilisant (3)) qu'on pourra exprimer la probabilité de trouver une valeur $x' > x$ par:

$$\text{prob}(x' > x) = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{x}{\sigma\sqrt{2}}\right) \quad (5)$$

cette relation clé sera utilisée pour évaluer les risques qu'une tension dépasse certaines valeurs, et en particulier que la tension efficace de bruit dépasse la demi-distance entre deux valeurs de références pour la prise de décision (ou encore demi-ouverture de l'œil).

4.7.4 Cas du bruit blanc

Supposons que l'on ait un signal NRZ (antipolaire) prenant deux valeurs $+a$ et $-a$, selon que l'on transmette un "0" ou un "1". Il faut déterminer la probabilité qu'a le bruit blanc de tension U_{eff} (valeur de l'écart-type) de dépasser la demi distance entre ces deux niveaux, c'est à dire $+a$:



$$\text{prob}(U_{\text{bruit}} > a) = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{a}{U_{\text{eff}}\sqrt{2}}\right) \quad (6)$$

il reste à préciser deux choses

- la relation entre la tension a et la densité spectrale de puissance du signal NRZ
- la relation entre la tension U_{eff} et la densité spectrale de bruit N_0

On se souvient que sur une impédance Z , une tension continue $+a$ développe une puissance constante $P = a^2/Z$.

D'après ce qui a été vu sur le bruit, sur une impédance Z , $N = N_0 B = U_{\text{eff}}^2/Z$ d'où la relation :

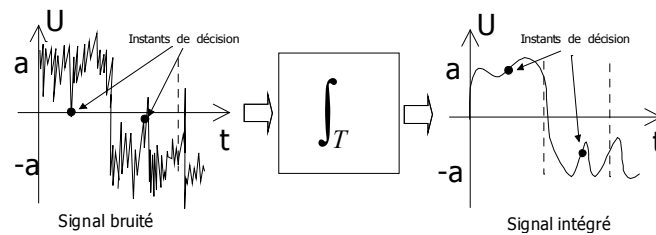
$$\text{prob}(U_{\text{bruit}} > a) = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{\sqrt{P.Z}}{\sqrt{N_0 B.Z}\sqrt{2}}\right) \quad (7)$$

Or, comme P désigne en réalité la puissance moyenne, $P.T$ désigne l'énergie E_b utilisée pour émettre 1 eb (de tension a) et si le filtrage est supposé répondre au premier critère de Nyquist (en première approximation on peut donc écrire $B = 1/2T$, cf section 3, §11.2.2) alors $P/B = 2E_b$ et enfin :

$$TEB = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{Eb}{N_0}} \right) \quad (8)$$

puisque TEB désigne bien le *taux d'erreur binaire* (ou probabilité d'erreur sur la réception d'un eb) de la liaison. Cette formule (8) est encore valable pour une modulation 2-PSK ainsi que pour une modulation QPSK.

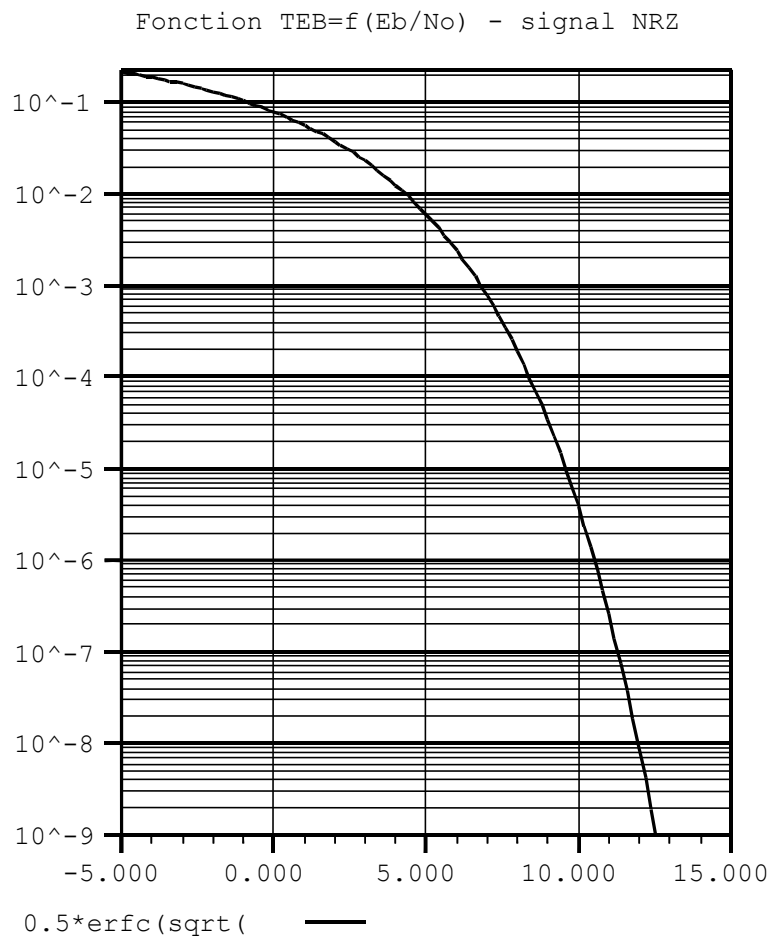
4.7.5 Intégrateur et décision



Il est courant de placer un intégrateur avant le détecteur de seuil effectuant la prise de décision afin de "lisser" le signal et de minimiser les écarts dus à des pics transitoires de bruits pouvant affecter gravement la prise de décision.

Nous reviendrons sur cette technique ainsi que sur l'évaluation de la décision (dure ou douce) dans la section 4 sur les codages.

4.7.6 Représentation graphique du TEB



La valeur de la variable E_b/N_0 est donnée habituellement en dB pour le calcul du TEB. On rappelle alors qu'il faut effectuer au préalable la transformation des dB en linéaire avant de calculer la courbe du taux d'erreur. Le graphe qui suit donne cette fois la fonction (8) établie précédemment (§4.7.4).

On note traditionnellement le taux d'erreur binaire (TEB) sous la forme d'une puissance de 10 : c'est le rapport entre le nombre d'eb faux et le nombre d'eb correctement transmis, nombre nécessairement plus petit que 1. Ainsi 10^{-n} signifie que l'on reçoit *un* eb faux sur 10^n envoyés.

4.7.7 Conclusions

Sur le plan des résultats, nous remarquerons, pour continuer le parallèle avec l'étude menée sur les rapports S/N en analogique, que les transmissions numériques sont de bonne qualité quand le taux d'erreur descend sous la valeur 10^{-6} , soit un eb faux sur un million. Pour des valeurs de 1 pour mille (10^{-3}), la liaison est inexploitable et la démodulation quasi impossible. Ces remarques sont purement indicatives et nous verrons que l'utilisation de codages correcteurs d'erreurs (section 4) permet de relativiser ces remarques.

E_b/N_0	TEB	Qualité
5dB	10^{-2}	Inexploitable
7dB	10^{-3}	Inexploitable
11dB	10^{-6}	Excellent
12dB	10^{-8}	Excellent
13dB	10^{-10}	Excellent

On constate donc qu'il faut environ 4dB sur le rapport E_b/N_0 pour passer d'une liaison inexploitable à une liaison quasi parfaite. La modification de 4dB du rapport de puissance peut être provoquée par de très légers défauts sur une liaison : modification de la météo, léger déplacement d'une antenne, ou défaut de connexion d'un câble par exemple.

Ces remarques nous conduisent à la notion *d'effet de seuil* : la liaison numérique est ou bien parfaite ou bien inexistante, et le passage de l'une à l'autre se fait brutalement. Ainsi, l'augmentation du rapport signal à bruit est, à partir de ce seuil, sans effet sur la qualité du signal, contrairement aux transmissions analogiques (§4.6.3).

Sur le plan mathématique et théorique, le calcul du TEB mené dans le cas précédent illustre la méthode qui peut conduire à l'expression théorique du Taux d'erreur sur une liaison numérique, quelque soit la nature de cette liaison : par exemple dans le cas des modulation QAM ou PSK, on considérera la demi-distance entre les points les plus proches de la constellation pour développer le calcul. Cependant, ce dernier ne tiendra pas compte d'éventuelle codage (GRAY, code protecteur...) qui amélioreront les résultats.

La suite de ce document (sections 3 et 4) est consacrée en partie à la considération de ces problèmes : l'utilisation de techniques spéciales qui permettent de détecter et corriger les erreurs et donc d'améliorer les résultats de la formule (8). On se posera alors le problème de la *capacité du canal* (partie 12.4)

5. Modulation d'Amplitude

5.1 Principe de la modulation d'amplitude

5.1.1 Les contraintes du canal

On transmet habituellement des signaux par voie hertzienne, par des câbles métalliques ou des fibres optiques. Ces canaux physiques de transmission ne sont aptes à transmettre que certains types de fréquences, sous une forme électrique, radio-électrique ou lumineuse.

Pour émettre un signal de 1kHz, on doit alors réaliser un dispositif permettant d'associer cette fréquence basse à une fréquence plus élevée et adaptée au canal en question. Un changement de fréquence permet de décaler le spectre du signal à transmettre autour d'une fréquence élevée : la *fréquence porteuse*.

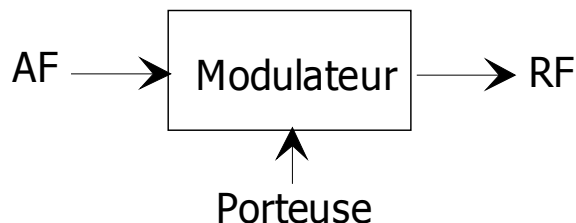
C'est cette série d'opérations de translation, de duplication et de multiplexage du spectre que l'on réalise lors d'une *modulation*.

5.1.2 Principe de base

Ce principe décrit le "Mélange" d'une onde BF (voix) avec une onde HF (porteuse)

On distingue trois signaux de dénominations variées:

- **BF:** AF (audio frequency), signal modulant, information, voix ou son
- **HF:** RF (radio frequency), signal modulé
- **Porteuse:** onde HF ou RF non modulée : c'est une fréquence pure



La modulation d'amplitude est aussi dénommée **A3E** en radiodiffusion : modulation à double bande latérale avec porteuse conservée.

5.2 La modulation d'amplitude – A3E

5.2.1 Description des signaux de référence

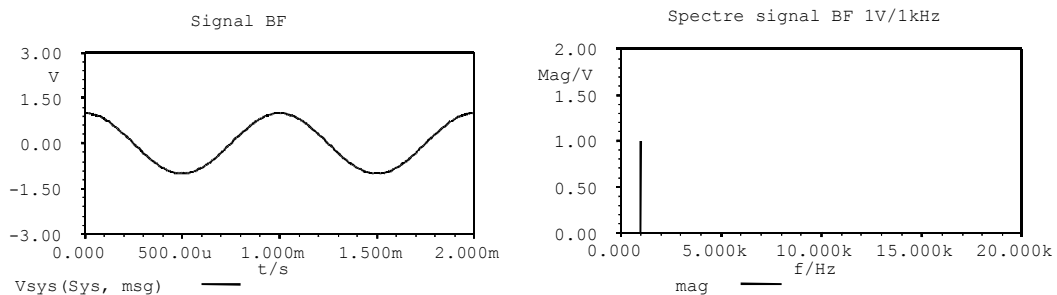
Pour décrire cette opération, nous allons définir les deux signaux que nous manipulerons ici, et dans la modulation de fréquence.

- ♦ Le signal BF, de forme sinusoïdale
- ♦ Le signal HF (porteuse non modulée) également sinusoïdal

• Signal BF

Expression littérale temporelle du message:

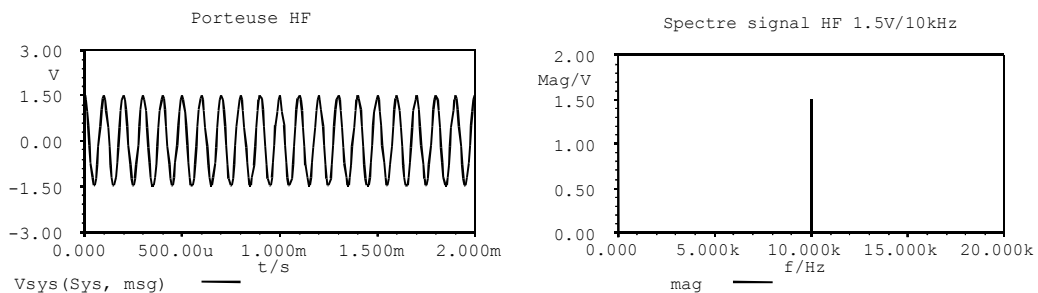
$$m(t) = \hat{a} \cos \omega t \text{ avec } T = \frac{2\pi}{\omega}$$



On rappelle la relation entre valeur crête et valeur efficace : $\hat{a} = \sqrt{2} \cdot a$. Nous donnons ici les allures temporelle et spectrale de $m(t)$ pour 1Volts crête et 1kHz de fréquence:

• Porteuse HF

Expression temporelle de la porteuse:



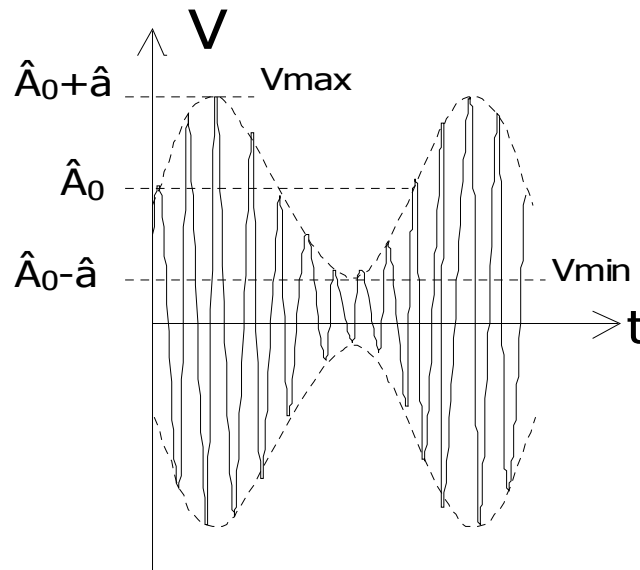
$$p(t) = \hat{A}_0 \cos(\omega_0 t) \text{ avec } T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{1}{f_0}$$

5.2.2 La modulation d'amplitude

L'opération de modulation d'amplitude (MA, en anglais AM pour *Amplitude modulation* ou A3E en radiodiffusion) consiste à modifier l'amplitude de l'onde porteuse selon celle de l'onde BF, ou signal modulant. La forme du signal modulant est ainsi présentée sur le schéma suivant:

L'amplitude sur le diagramme temporel est une tension exprimée en volts.

• Oscillogramme de $h(t)$:



Expression du signal modulé en amplitude AM :

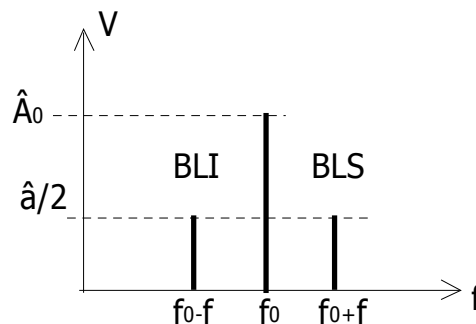
$$h(t) = [\hat{A}_0 + m(t)]\cos(\omega_0 t) = \hat{A}_0 \cos(\omega_0 t) \cdot \left[1 + \frac{\hat{a}}{\hat{A}_0} \cos \omega t \right]$$

On appelle k le taux de modulation : $k = \frac{\hat{a}}{\hat{A}_0} = \frac{a}{A_0}$ et on l'exprime en %.

• Spectre de $h(t)$:

Une opération simple sur l'expression $h(t)$ permet d'écrire celle-ci comme la somme de fonctions sinusoïdales. On peut donc représenter le spectre du signal sous la forme de 3 raies: la raie centrale appelée "porteuse" et deux raies latérales caractérisant le signal modulant.

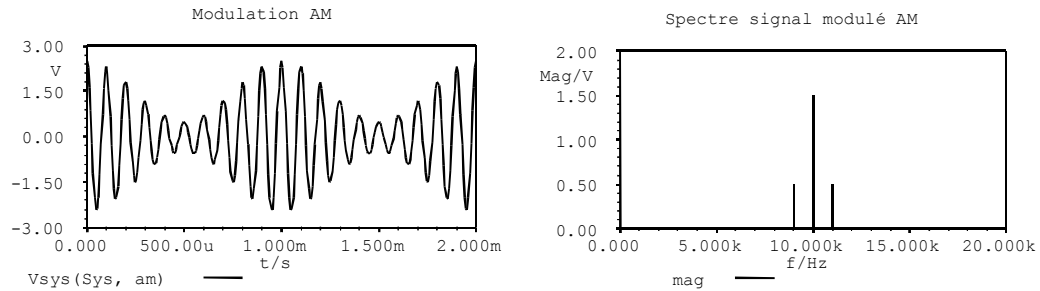
L'amplitude sur le spectre peut s'exprimer en Volts ou en Watts sur une impédance donnée.



Les deux raies latérales sont écartées de f de la raie centrale : plus la fréquence du signal BF (f) est élevée, plus les deux raies latérales sont éloignées de la porteuse. On dit que la bande passante de $h(t)$ vaut $2f$. La raie de gauche est appelée raie latérale inférieure (BLI – Bande latérale inférieure) et celle de droite appelée raie latérale supérieure (BLS – Bande latérale supérieure).

• Simulation

les deux signaux de références décrits précédemment (§1.2.1) et impliqués dans une modulation d'amplitude donnent les résultats suivants:



5.2.3 Cas limites

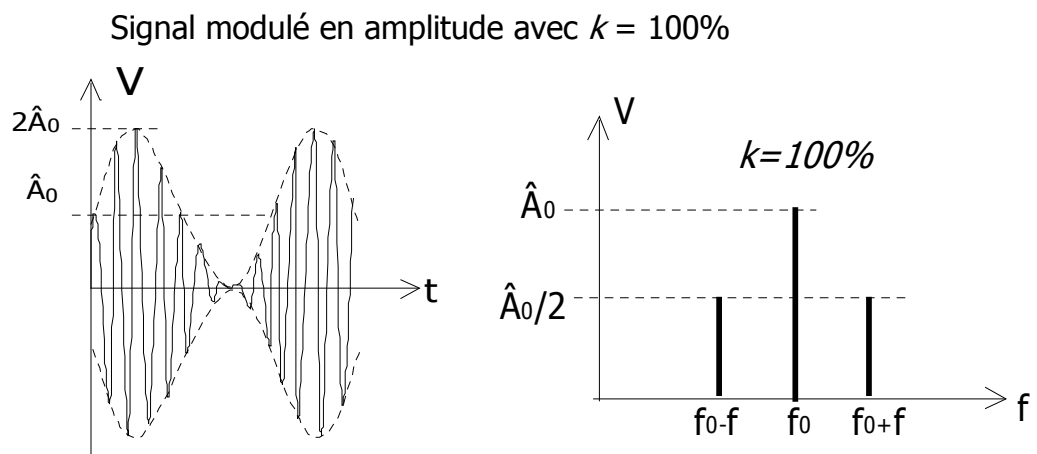
On distingue plusieurs cas limites utiles pour la description de la modulation d'amplitude ; ces cas dépendent de la valeur du taux de modulation k .

- **$k=0\%$**

Il n'y a pas de signal modulant; ou encore $\hat{a}=0$. Le signal $h(t)$ est égale à la porteuse pure.

- **$k=100\%$**

Si le taux de modulation est de 100%, on a alors $\hat{a} = \hat{A}_0$. Le signal a la forme suivante:



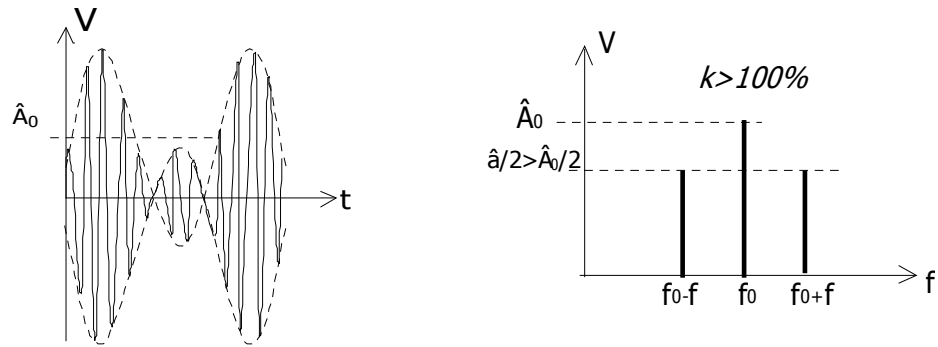
On observe un pincement du signal modulé appelé aussi “creux de modulation”. Par opposition, le point où le signal modulé atteint le niveau maximale de $2\hat{A}_0$ en tension est appelé “crête de modulation”.

Au niveau de la crête de modulation, la puissance instantanée du signal modulé est maximale ; cette puissance est nulle au niveau du creux de modulation. On parlera de signal à forte dynamique d'amplitude.

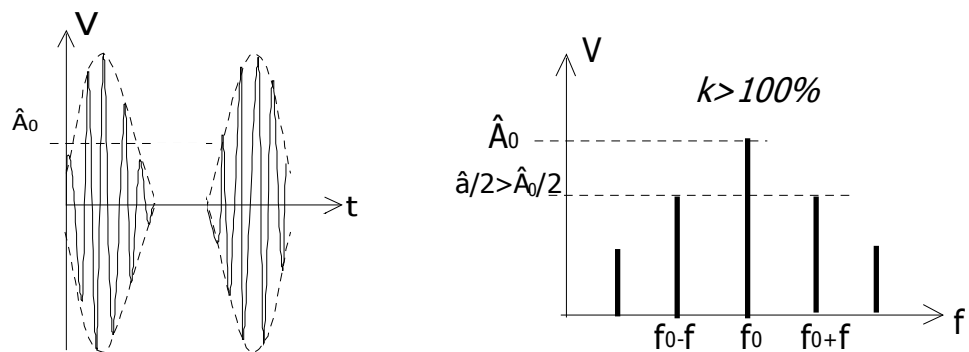
- **$k>100\%$; surmodulation.**

Dans le cas d'une surmodulation, le taux de modulation est supérieur à 100%. Deux cas peuvent se présenter.

Du point de vue théorique, il n'y pas de difficultés : le spectre est inchangé et les courbes délimitant l'enveloppe se croisent comme dans le schéma ci dessous



Cependant, pour des raisons technologiques il y a dans les modulateurs saturation des transistors constituant les étages amplificateurs et le signal réellement obtenu en surmodulation ressemble au second :

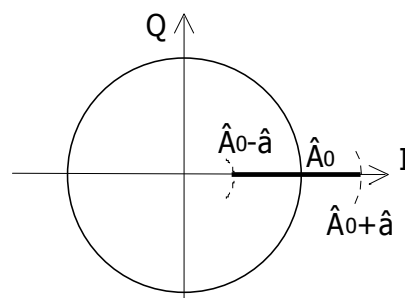


Ce cas pose au moins deux problèmes techniques et un troisième légal:

- ➔ Une impossibilité de démodulation classique et simple par détection d'enveloppe, donc la nécessité d'une démodulation de type "synchrone" ou "cohérente" beaucoup plus complexe.
- ➔ Un élargissement du spectre dû à la saturation des amplificateurs utilisés pour réaliser techniquement l'opération de modulation d'amplitude. Notons bien que cet inconvénient est d'ordre technique et non théorique.
- ➔ L'interdiction (à cause du problème précédent d'élargissement du spectre hors de la bande allouée) d'émettre en surmodulation. En pratique, les stations émettant en modulation d'amplitude (A3E) sont limitées à $k=97\%$.

5.2.4 Constellation AM

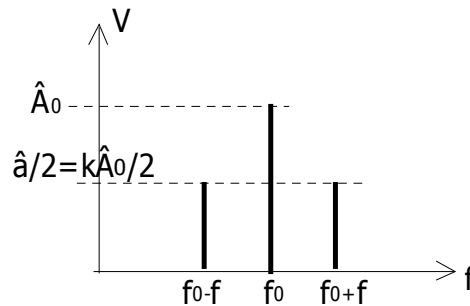
On peut utiliser la représentation polaire pour la porteuse modulée en amplitude. Dans ce cas, la fréquence ne change pas, seule l'amplitude varie, c'est à dire la longueur de la flèche. On obtient donc un segment de droite sur l'axe en phase I (ou plus généralement le long d'un rayon).



Constellation AM

5.2.5 Puissances

Considérons le cas de la modulation d'amplitude avec une sinusoïde comme signal modulant. Nous reproduisons ci-dessous le spectre du signal modulé :



f_0 : fréquence porteuse
 \hat{A}_0 : amplitude crête de la porteuse pure
 A_0 : tension efficace de la porteuse pure
 f : fréquence du signal modulant
 \hat{a} : amplitude crête du signal modulant
 a : tension efficace du signal modulant

Pour déterminer la puissance moyenne efficace totale du signal, il suffit de déterminer celle de chaque raie séparément :

♦ **Puissance efficace sur la porteuse:** $P_0 = \frac{A_0^2}{Z}$

♦ **Puissance efficace sur une bande latérale:** $P_l = \left(\frac{k \cdot A_0}{2} \right)^2 \frac{1}{Z} = \frac{k^2 A_0^2}{4Z} = \frac{k^2}{4} P_0$

La puissance sur la bande latérale inférieure et sur la bande latérale supérieure est la même.

♦ **Puissance totale moyenne du signal modulé fournie par le générateur:**

$$P_t = P_0 + 2P_l = P_0 \left(1 + \frac{k^2}{2} \right) \quad [\text{W}]$$

Où P_0 est la puissance de la porteuse pure, ou non modulée. P_0 est en principe la puissance affichée par le générateur.

♦ **Puissance crête du signal modulé fournie par le générateur:**

Il s'agit de la puissance moyenne émise pendant la crête de modulation. La tension efficace de la porteuse modulée est alors $A_0 + a = A_0(1+k)$.

$$P_{\text{crête}} = P_0 (1+k)^2$$

Cette puissance peut donc atteindre 4 fois la puissance moyenne pour un taux de modulation de 100%. Ainsi un signal modulé à 100% avec une puissance moyenne de 50W nécessitera une puissance crête de 200W. Cela est fondamental lors de la conception des émetteurs de puissance en AM.

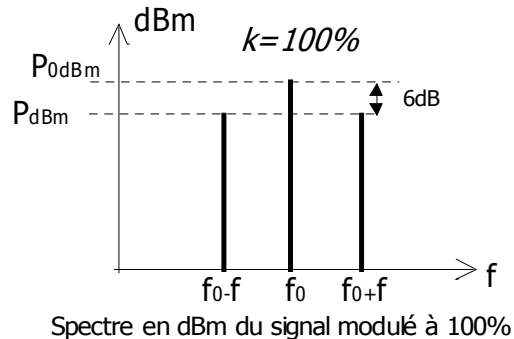
♦ **Expression en dBm**

$$P_{t_{\text{dBm}}} = P_{0_{\text{dBm}}} + 10 \log \left(1 + \frac{k^2}{2} \right) \quad [\text{W}]$$

Le rapport en décibel entre la puissance de la raie porteuse et celle d'une raie latérale vaut :

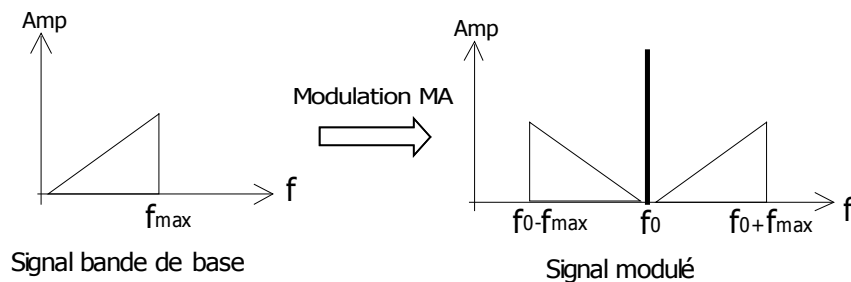
$$G_{dB} = 10 \log \frac{P_0}{P_l} = 6dB - 20 \log k$$

Ainsi pour $k= 100\%$ le rapport maximal entre la puissance sur la porteuse et la puissance sur les bandes latérales est de 6dB



5.2.6 Cas d'un signal à bande large

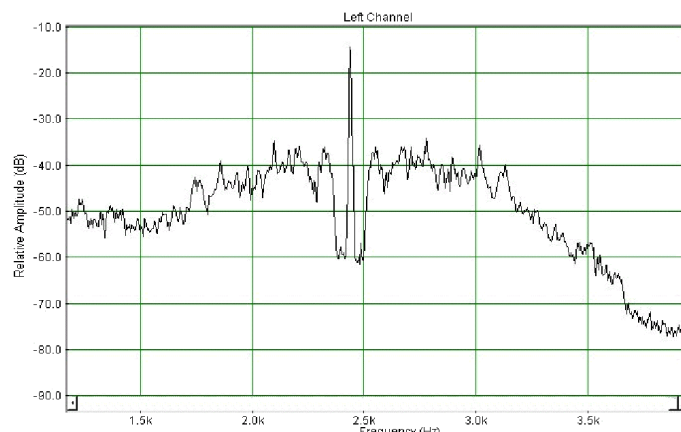
Si le signal modulant n'est plus une sinusoïde pure mais un signal à bande large, par exemple la voix, l'allure du spectre du spectre modulé sera comme précisé ci-dessous:



Les signaux de basses fréquences sont au pied de la porteuse et les signaux de plus haute fréquence seront les plus éloignés de la porteuse : plus le filtre autour de la porteuse sera large et plus il laissera passer les fréquences aigues. La largeur de bande du signal modulé est en conclusion

$$B = 2f_{\max}$$

Pour les signaux vocaux en radiodiffusion, la bande 50Hz-6000Hz est traditionnellement utilisée. Les largeurs des signaux modulés en A3E dans les gammes LF/MF/HF (Grandes Ondes à Ondes Courtes) sont ainsi de 12kHz environ.



Exemple de spectre AM dans la bande HF: 1kHz/div en abscisse, donc 4kHz de largeur de bande totale visible.

5.3 Modulations intermédiaires

5.3.1 Modulation d'amplitude à porteuse supprimée (MAPS/J3E)

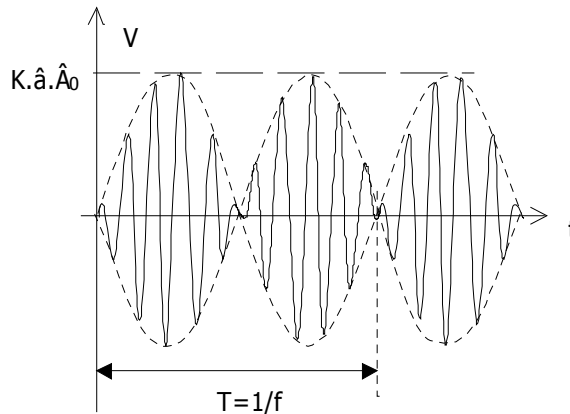
Dans la modulation d'amplitude, il apparaît que le signal modulé se compose d'une porteuse ne transportant aucune information et de deux bandes latérales transportant la même information, le tout dans une bande passante double de celle du signal modulant.

La suppression de la porteuse donne naissance à une Modulation d'Amplitude à Porteuse Supprimée aussi appelée MAPS.

• Allure temporelle

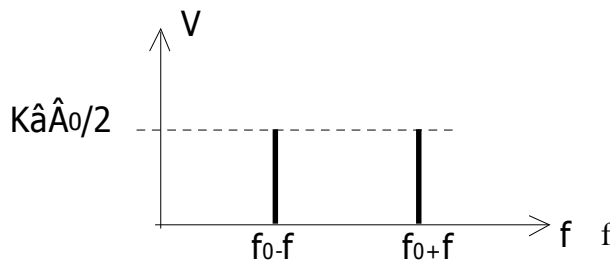
l'expression du signal modulée en MAPS vaut avec les notations définies au §1.2.1:

$$h(t) = Kp(t).m(t) = K\hat{A}_0 \cos(\omega t) \cos(\omega_0 t) = K \frac{\hat{A}_0}{2} [\cos[(\omega - \omega_0)t] + \cos[(\omega + \omega_0)t]]$$



ATTENTION: ne pas confondre avec la surmodulation §1.2.3.

• Spectre



On constate bien l'absence de raie porteuse sur le spectre.

• Puissance

La puissance totale est alors celle des deux raies et vaut:

$$P_t = 2P_l$$

Nous verrons lors de l'analyse technologique que cette puissance est liée au coefficient K_0 introduit par le multiplicateur réalisant l'opération de modulation (§ 5.4.1).

5.3.2 Modulation d'amplitude en bande latérale unique (BLU/SSB)

Pour accroître encore l'efficacité de l'émission, et compte-tenu du fait que dans le spectre précédent on a deux raies qui transportent la même information (f et a), il est possible de n'émettre qu'une seule raie : on parle alors de modulation Bande Latérale Unique (BLU – English: Single Side Band SSB)

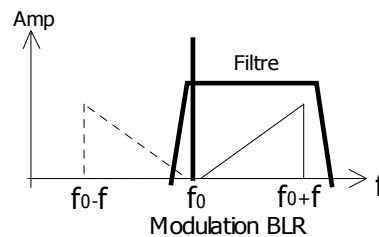
Lorsque la bande inférieure est conservée, on module en BLI ou BLU INF ou LSB (Lower Side Band).

Lorsque la bande supérieure est conservée, on module en BLS ou BLU SUP ou USB (Upper Side Band).

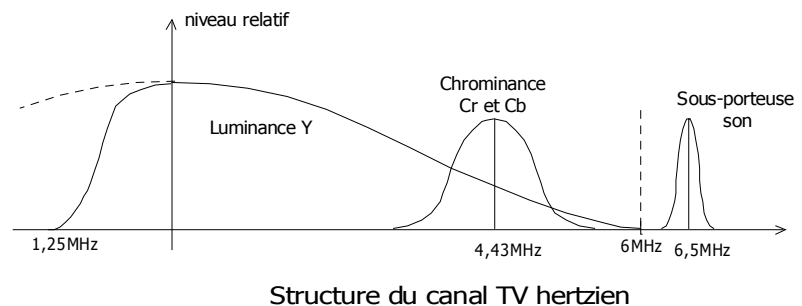
5.3.3 Modulation d'amplitude en bande latérale résiduelle (BLR/VSB)

Aussi appelée Vestigial Side Band en anglais (ou VSB) et désignée par C3E.

Il s'agit de filtrer le signal modulé en amplitude classique de façon à éliminer une partie de la bande latérale inférieure et à utiliser la puissance pour l'émission de la bande supérieure seulement. Ce type de modulation est utilisé pour les signaux à bande large, en particulier la TV hertzienne analogique. On aurait pu envisager une BLU plus classique mais la réalisation technique de la BLU aurait endommagé les très basses fréquences du signal vidéo (en particulier la composante continue) qui sont fondamentales pour sa restitution.



Le signal TV transmis sur le canal radio est décrit ci-dessous, occupe des bandes réservées de 8MHz attribuées par les autorités de chaque pays. La sous-porteuse son est modulée en amplitude (en France) ou en fréquence.



Cette technique est supprimée dans le cas du passage au tout DVB-T (TNT).

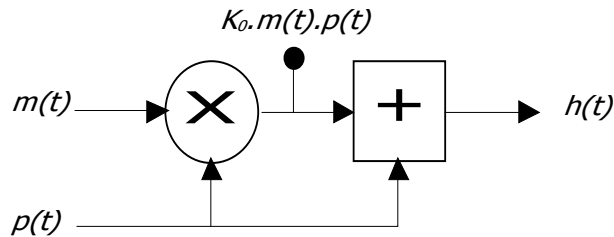
5.4 Technologie

5.4.1 Structure d'un modulateur d'amplitude

La structure de base répond à la relation mathématique du signal modulé $h(t)$:

$$h(t) = p(t) + K_0 m(t).p(t)$$

Elle nécessite donc deux opérations fondamentales : une multiplication et une addition de deux signaux :



On constate sur ce schéma, que derrière le multiplicateur on retrouve le signal MAPS.

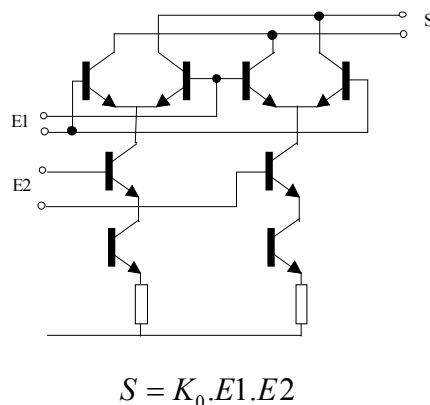
La réalisation technique de ces deux modulations s'appuiera sur ce schéma. Celle de la modulation BLU est plus délicate (ce n'est pas un simple filtrage ; elle se rapproche des principes utilisés en modulation numérique) et sera vue ultérieurement. L'opération d'addition se réalise simplement en électronique (additionneur de deux tensions) Celle de multiplication, aussi appelée *mélange* est moins simple. Elle dépend de la fréquence de porteuse (HF à SHF) et de la finalité (modulation ou transposition). On pourra se reporter au volume suivant traitant des émetteurs/récepteurs et de la SHF pour plus d'information.

Notons en outre que les modulations dites "numériques" utilisent également ce type d'opération, ce qui sera vu dans la section 3. Nous donnerons dans les paragraphes qui suivent les structures les plus classiques de mélangeurs.

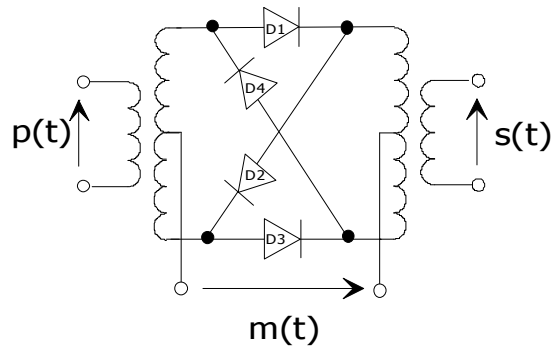
5.4.2 Multiplicateurs à transistors

Il existe de nombreuses structures à base de transistors. On retrouve dans les schémas des composants intégrés utilisés couramment, la structure de l'amplificateur différentiel, qui consiste en deux transistors dont les émetteurs sont connectés ensemble.

On peut retrouver des structures à un seul composant (bipolaire ou FET), à une ou deux diodes... Nous verrons que l'opération de mélange peut être liée à *l'intermodulation* entre deux signaux, opération synonyme de non-linéarité pour les composants actifs à semi-conducteurs. La description du fonctionnement de ces circuits sort du cadre de ce cours.



5.4.3 Mélangeur en anneau



Ce type de montage est utilisé à des fréquences élevées (de quelques MHz à quelques GHz). Les nombres de spires des 6 enroulements sont égaux.

Le fonctionnement peut s'expliquer simplement en considérant que les diodes fonctionnent en régime passant ou bloqué, et que les transformateurs ont un rapport unitaire.

Si $p(t) > 0$

Les diodes D1 et D2 sont passantes et ont une résistance dynamique faible. Pour les petites variations, le secondaire du transformateur de gauche est pratiquement en court circuit. Les diodes D3 et D4 sont bloquées et équivalentes à un circuit ouvert.

$$s(t) = -m(t)$$

si $p(t) < 0$

Les diodes D1 et D2 sont bloquées et équivalentes à un circuit ouvert.

Les diodes D3 et D4 sont passantes et ont une résistance dynamique faible. Pour les petites variations, le secondaire du transformateur de gauche est pratiquement en court circuit.

$$s(t) = m(t)$$

La tension de sortie est donc $s(t) = m(t).X(t)$

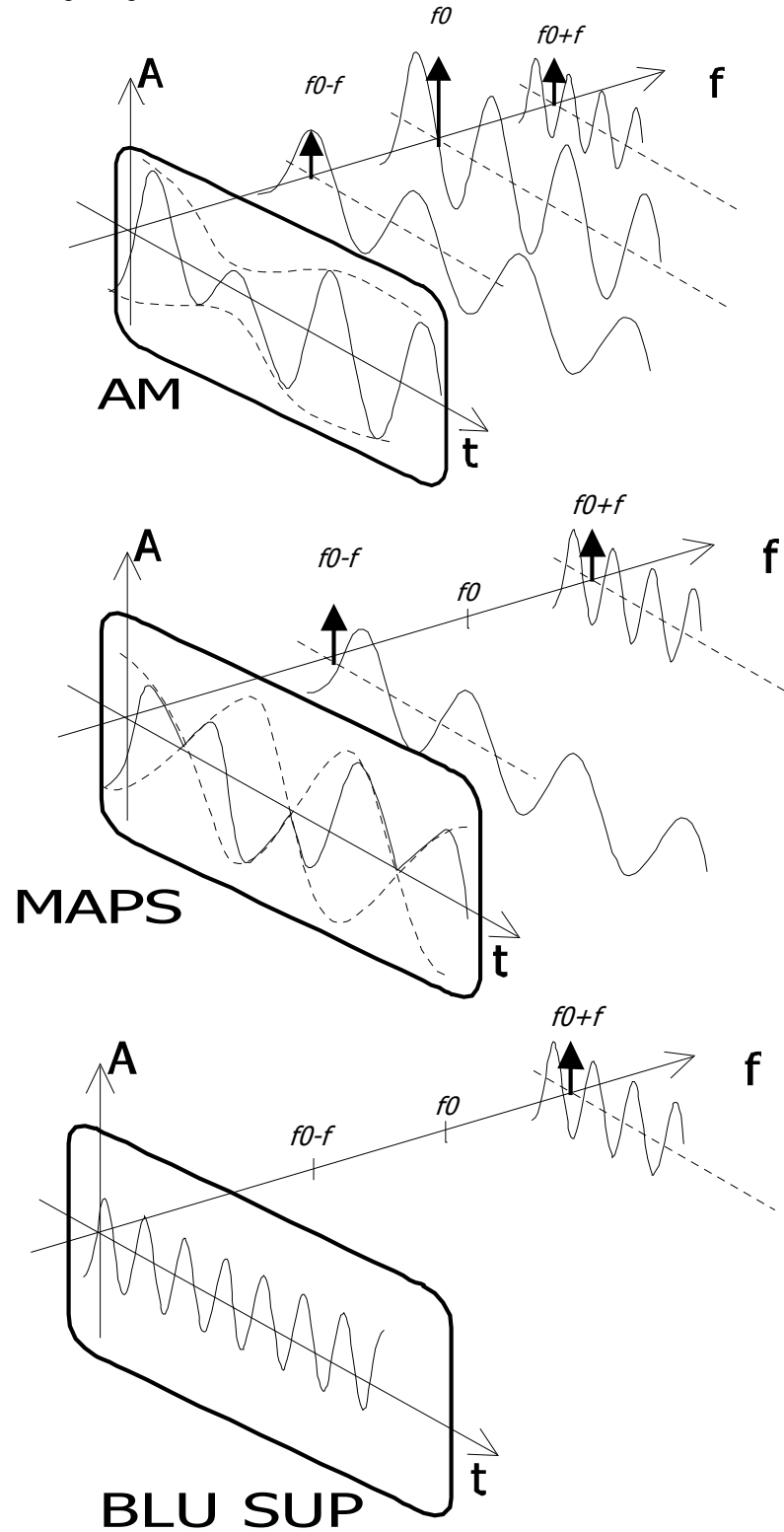
$X(t)$ étant un opérateur égal à -1 ou +1 selon l'alternance de $p(t)$

Pour des signaux de faibles niveaux, la conduction des diodes est progressive et la tension de sortie est directement proportionnelle à la quantité $p(t).s(t)$

Le signal de sortie est une MAPS, une modulation d'amplitude à porteuse supprimée (voir les signaux temporels et les spectres au-dessus). Il reste à additionner la porteuse pure pour obtenir la MA.

5.5 Conclusion

Les schémas qui suivent synthétisent les représentations temporelles et spectrales de la modulation d'amplitude et des principales modulations intermédiaires :



6. Modulation de fréquence

6.1 Principe de la modulation de fréquence

6.1.1 Historique

C'est Edwin Howard Armstrong qui met au point le premier système à modulation de fréquence pour la radio diffusion en 1936. Cependant c'est dès 1922 que John Renshaw Carson avait établi les bases mathématiques de cette technique. Ses conclusions, en particulier sur la largeur de bande nécessaire, avaient en effet dissuadé les opérateurs et techniciens de s'y intéresser. Les travaux d'Armstrong montrèrent cependant les intérêts de cette technique quant à la qualité de la transmission comparée à la modulation d'amplitude (résistance aux bruits et aux brouilleurs).

Aujourd'hui, et jusqu'à l'apparition des systèmes numériques, cette technique est la plus utilisée pour la radiodiffusion courte portée et les liaisons point à point, la Modulation d'amplitude étant conservée pour la TV hertzienne en BLR, la HF et les transmissions de longues portées. La bande FM pour la radio, les transmissions analogiques satellites, la CB (citizen band) ou les réseaux VHF utilisent la "FM" (Frequency Modulation).

L'arrivée des systèmes numériques et des modulations associées devrait à terme remplacer les modulations analogiques d'amplitude ou de fréquence pour tous les services cités précédemment.

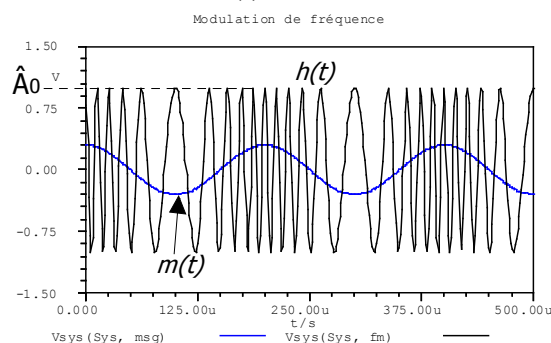
6.1.2 Principe

En conservant les notations utilisées dans l'étude de la modulation d'amplitude, la porteuse pure s'exprime :

$$p(t) = \hat{A}_0 \cos(\omega_0 t)$$

Et le signal modulant :

$$m(t) = \hat{a} \cos \omega t$$



Dans le cas de la modulation d'amplitude, c'était l'amplitude de la porteuse qui était modulée par le signal BF. Ici, c'est la fréquence de la porteuse qui va être modulée par le signal $m(t)$:

$$h(t) = \hat{A}_0 \cos(\omega_0 t + \varphi(t)) \text{ et } \frac{d\varphi}{dt} = 2\pi \cdot k_v \cdot m(t)$$

On précise que la dérivée de la phase instantanée correspond à la pulsation instantanée, c'est à dire la fréquence instantanée, d'où l'expression du signal modulé ci-dessus.

6.2 La modulation de fréquence

En radiodiffusion, la modulation de fréquence porte le nom technique de F3E.

6.2.1 Taux de modulation

On rappelle l'expression du signal modulé en fréquence:

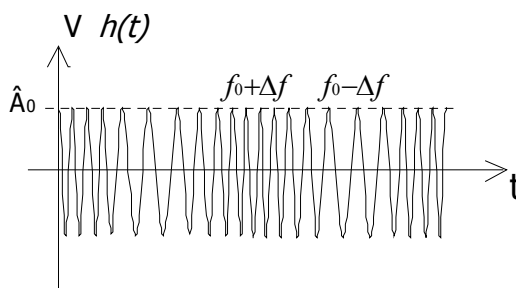
$$h(t) = \hat{A}_0 \cos(\omega_0 t + \varphi(t)) \text{ et } \frac{d\varphi}{dt} = 2\pi \cdot k_v \cdot m(t)$$

Dans le cas où le signal modulant est une sinusoïde pure la phase s'exprime alors:

$$\varphi(t) = \frac{k_v}{f} \hat{a} \sin(2\pi f t)$$

La *fréquence instantanée* du signal modulé est la dérivée de la *phase instantanée* notée $\theta(t)$

$$\begin{aligned} \theta(t) &= \omega_0 t + \varphi(t) \\ \frac{d\theta(t)}{dt} &= \omega_0 + \frac{d\varphi(t)}{dt} = 2\pi(f_0 + k_v \hat{a} \cos(\omega t)) \end{aligned}$$



On constate que cette fréquence varie entre $f_0 + k_v \hat{a}$ et $f_0 - k_v \hat{a}$.

La grandeur appelée *excursion de fréquence* est :

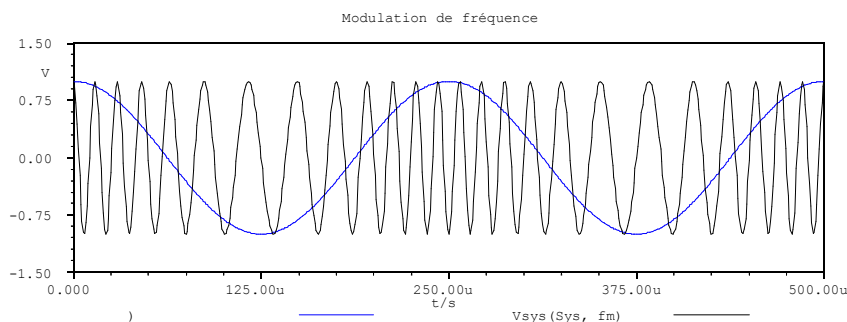
$$\boxed{\Delta f = k_v \hat{a}} \quad [\text{Hz}]$$

Où \hat{a} est la tension crête en Volt du signal modulant et k_v le coefficient de sortie du VCO en Hz/V [Voir le chapitre 2.4 – Technologie]. On appelle alors taux de modulation FM la grandeur:

$$\boxed{\delta = \frac{\Delta f}{f}} \quad [1]$$

Où f est la fréquence du signal modulant. Ce taux n'est pas directement fixé par les générateurs synthétisant la modulation FM. En principe, c'est l'excursion de fréquence qui est fixé par l'opérateur; à lui le soin de calculer le taux de modulation.

Dans l'exemple qui suit : $\hat{a} = 1V$; $\hat{A}_0 = 1V$; $k_v = 20kV / Hz$; $f = 4kHz$; $f_0 = 50kHz$



6.2.2 Exemples de taux de modulation

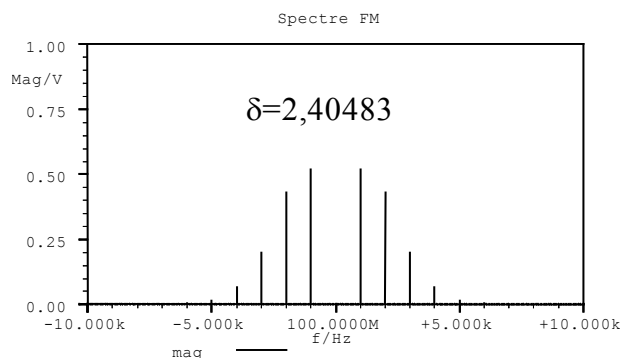
Les valeurs que peut prendre le taux de modulation FM vont de 0,1 à plusieurs unités. On distingue ainsi deux types de modulation de fréquence :

- La FM bande étroite, ou NBFM
- La FM bande large, ou WBFM
- $\delta < 1$: La modulation de fréquence bande étroite (NBFM – Narrow Band FM)
dans ce cas, et on se reportera aux spectres de la partie 2.3, la largeur de bande utilisée est faible. Elle s'apparente à un spectre de modulation d'amplitude. Ce type de modulation est utilisé pour certains réseaux privés de communication en VHF, en aéronautique...
- $\delta > 1$: La modulation de fréquence bande large (WBFM – Wide Band FM)
Ici la largeur du spectre s'accroît de manière significative par rapport à celle du signal modulant. Les taux peuvent aller de 5 à 10. C'est le cas des modulations pour les radios (bande FM 88-108MHz) où les signaux TV satellites analogiques, voir certains FH analogiques.

Ainsi, on prendra garde sur les récepteurs perfectionnés, de sélectionner la démodulation en rapport (c'est à dire le filtre de taille correcte pour le signal modulé), sinon certains signaux ne seront pas audibles.

D'autre part pour certaines valeurs du taux de modulation, la raie porteuse disparaît du spectre modulé. Le tableau qui suit donne les premières valeurs ; elles permettent notamment de régler avec précision les générateurs.

	Annulation de la porteuse		
Taux δ	2,40483	5,52008	8,65373



6.2.3 Aspects spectraux

On se reportera à la partie 6.3 pour visualiser des exemples de spectres. On retiendra les points suivants, dans le cas d'un signal modulant sinusoïdal pur de fréquence f :

- ♦ Le spectre est un spectre de raies (signal périodique)
- ♦ Il est symétrique par rapport à la raie centrale où fréquence porteuse
- ♦ Deux raies adjacentes sont séparées d'un écart de fréquence f
- ♦ L'amplitude des raies est variable et dépend du taux de modulation.
- ♦ Le nombre de raies augmente avec δ .

● La formule de Carson, valable en WBFM, c'est à dire pour des taux de modulation supérieurs à 1, donne l'ordre de grandeur de la largeur spectrale B du signal modulé.

$$B \approx 2(\Delta f + f) \quad [\text{Hz}]$$

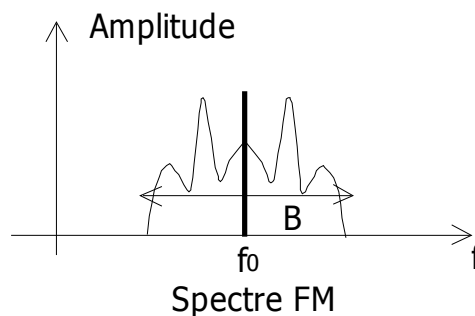
Cette largeur est supérieure à $2f$, ce qui montre que son occupation spectrale est plus importante (donc moins intéressante) qu'en AM.

En NBFM (pour des taux $\delta < 1$), la relation vue en modulation AM reste valable : $B \approx 2f$

● Les fonctions de Bessel (dites de première espèce) notées $J_n(\delta)$ permettent de déterminer les amplitudes de chacune des raies du spectre. L'amplitude de la $n^{\text{ième}}$ raie à partir de la porteuse ($n=0$) vaut $A_0 |J_n(\delta)|$. Leurs expressions mathématiques étant délicates, ces valeurs en fonction de n ou δ sont données dans des tables, sur des graphes ou calculables par des logiciels de simulation. Le paragraphe 6.3.1 explicite leur utilisation.

6.2.4 Cas des signaux modulant à bande large – Bande de Carson

Dans le cas où le signal est composé de nombreuses fréquences, les représentations temporelles et spectrales ne sont pas simples. En effet, la déviation spectrale Δf est fixée par le générateur une fois pour toute; donc **chacune des fréquences sera modulée avec un taux δ différent**, puisque δ dépend de f . Les fréquences basses seront modulées avec un taux plus élevé que pour les fréquences hautes.



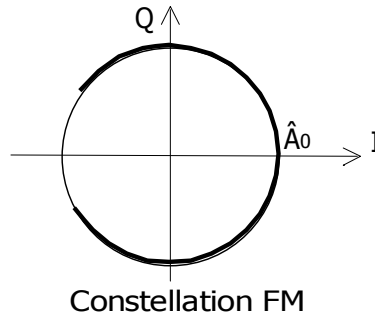
En conséquence, la forme du spectre est liée à la densité de probabilité des tensions du signal modulant; on montre même qu'elle lui est identique. On retiendra que la porteuse est en règle générale conservée et donc visible et que la largeur correspondant à la bande de Carson, et on définit le taux de modulation en utilisant f_{\max} , fréquence maximale du **signal modulant**

$$B \approx 2(\Delta f + f_{\max}) \quad \text{et} \quad \delta = \frac{\Delta f}{f_{\max}}$$

NB: la formule de Carson est toujours valable pour $\delta > 1$

6.2.5 Constellation FM

La représentation polaire, centrée sur la fréquence porteuse f_0 , permet de visualiser la “constellation” FM sous forme d’un cercle ou d’un arc de cercle suivant la valeur du taux de modulation, c’est à dire de l’écart maximal de phase par rapport à la porteuse pure qui est identique au taux de modulation FM δ exprimé en radian.



6.2.6 Puissance

La puissance d’un signal FM est constante. En effet, l’enveloppe du signal temporel modulé en fréquence est constante et vaut \hat{A}_0 . En conséquence, sur une impédance Z , la puissance efficace moyenne du signal FM vaut:

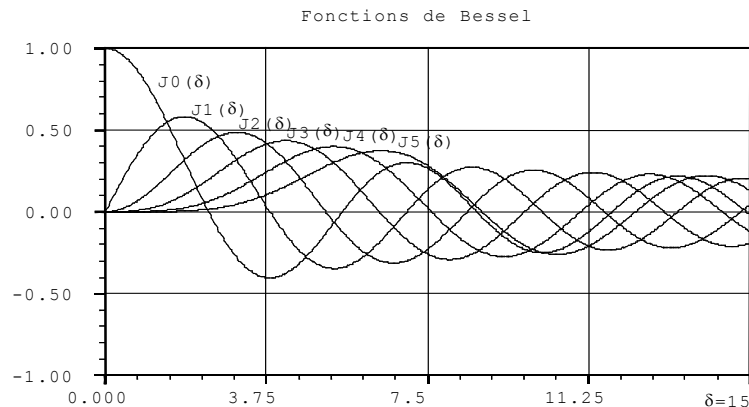
$$P_{FM} = \frac{\hat{A}_0^2}{2Z} \quad [\text{W}]$$

Une conséquence importante est que la dynamique et la linéarité de l’amplificateur de puissance n’ont aucune importance puisque la puissance ne change pas au cours du temps. Il peut cependant apparaître des difficultés de conversion phase-amplitude. (Cf volume 2 – Télécoms)

6.3 Spectres FM

6.3.1 Les fonctions de Bessel

Les fonctions de Bessel de premières espèces, dont l’expression mathématique s’obtient en effectuant un développement en série, permettent, pour un taux de modulation δ donné, de connaître l’amplitude de chacune des raies du spectre FM dans le cas d’un signal modulant sinusoïdal. La fonction $J_n(\delta)$ donne l’amplitude de la raie n à partir de la porteuse. $J_0(\delta)$ donne l’amplitude de la raie porteuse. Les graphes suivants donnent les premières fonctions de Bessel.



On constate que les points d'annulation de $J_0(\delta)$ donnent bien les taux de modulation où la porteuse s'annule (tableau du paragraphe 6.2.2). Avec \hat{A}_0 l'amplitude de la porteuse pure, Chaque raie a alors pour amplitude U_n la valeur :

$$U_n(\delta) = \hat{A}_0 J_n(\delta) \quad [\text{V}]$$

6.3.2 Présentation

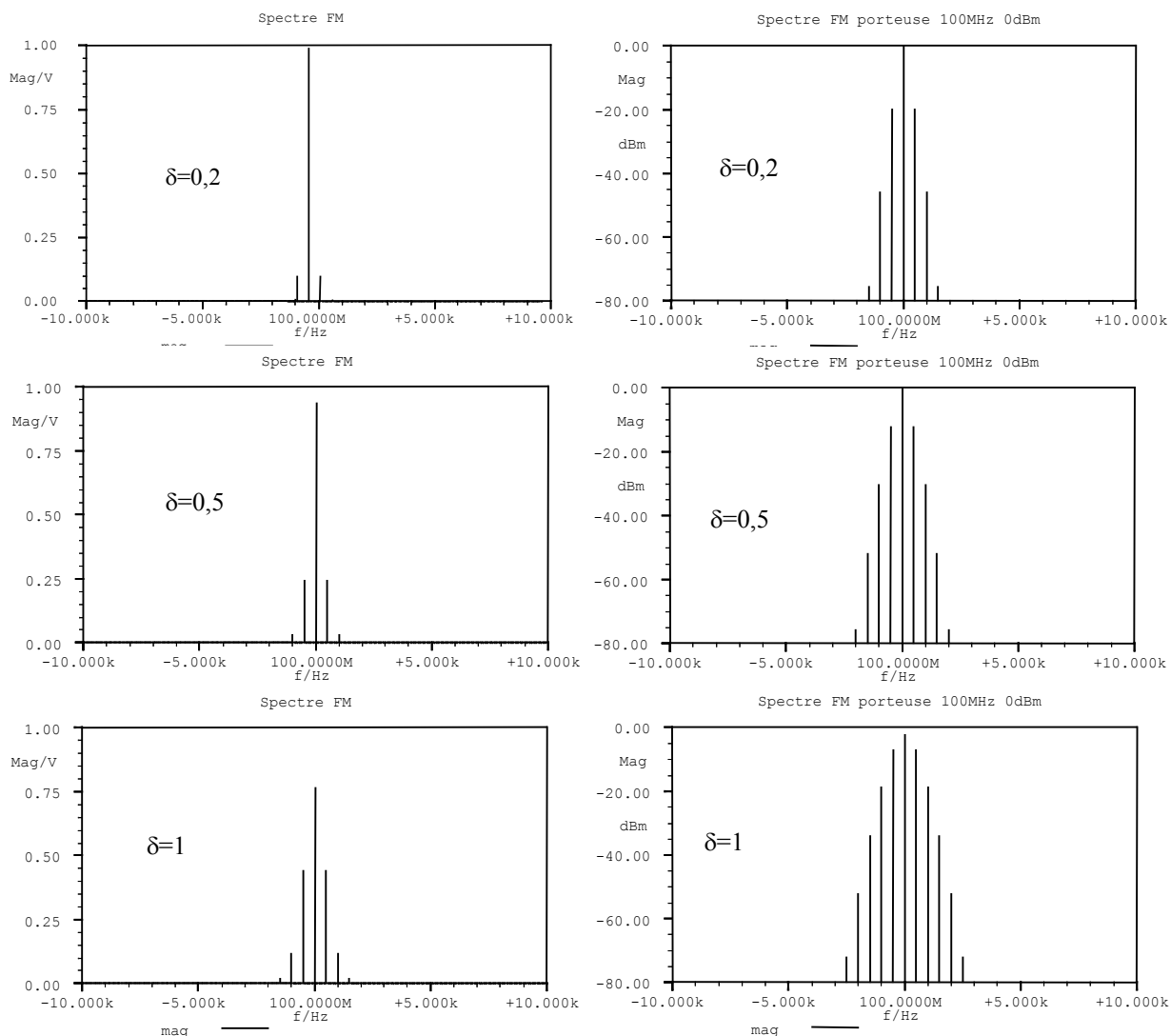
Nous présentons dans cette partie les aspects spectraux de la modulation de fréquence. On constatera bien les points importants rappelés au paragraphe 6.2.2 et on notera tout particulièrement les différences dans les représentations linéaires, adoptées pour une présentation théorique et mathématique, et les représentations en décibels correspondant aux mesures classiques effectuées sur un analyseur de spectre.

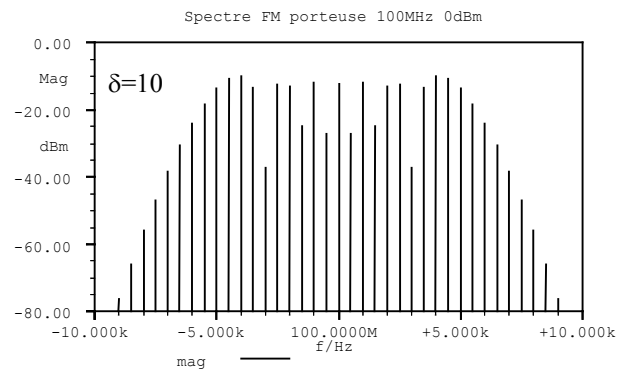
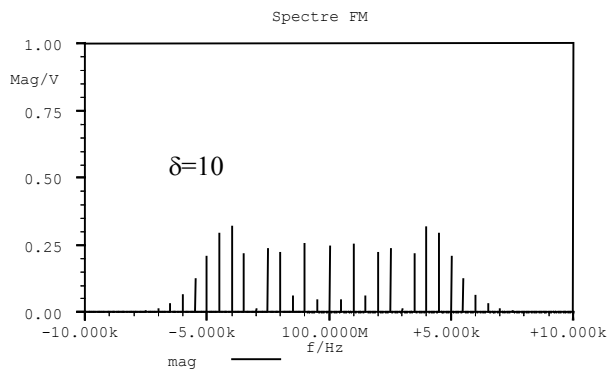
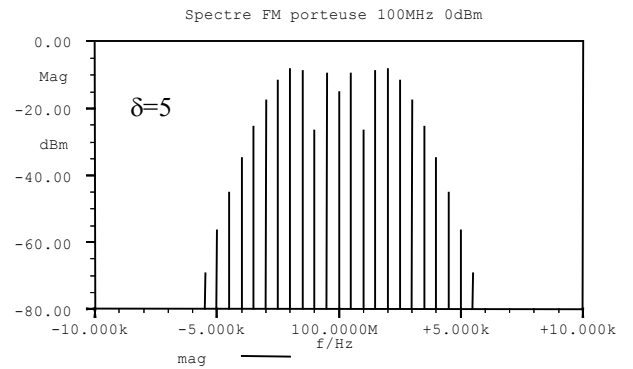
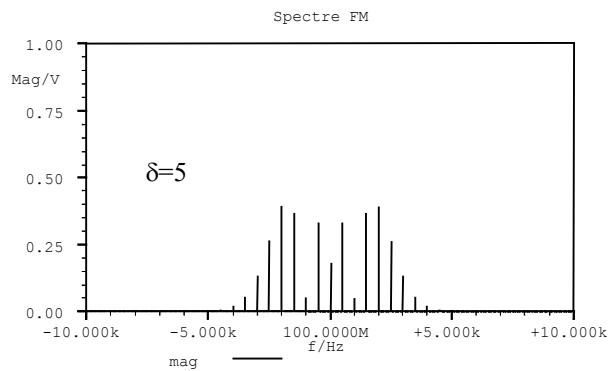
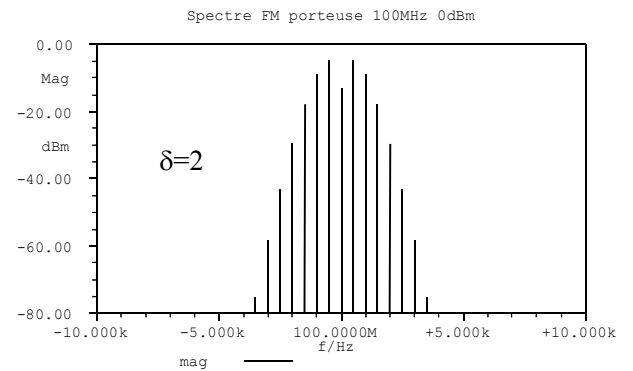
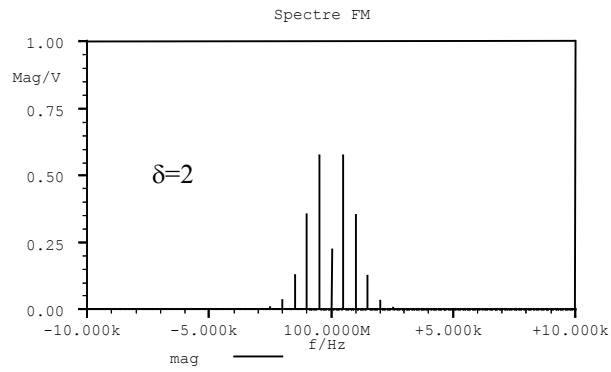
- La fréquence porteuse est 100MHz
- Le signal modulant a une fréquence de 500Hz

En linéaire [colonne de gauche], l'amplitude de la porteuse est 1V.

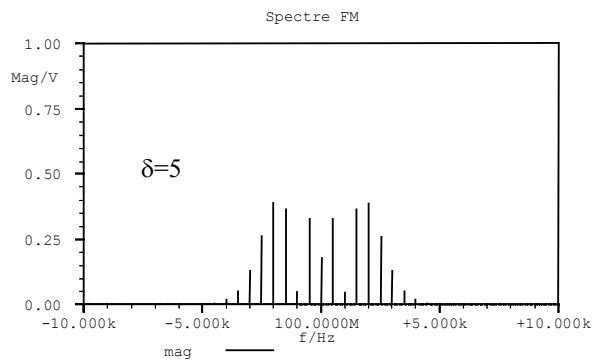
En décibel [colonne de droite], la porteuse pure est prise pour une valeur de 0dBm.

6.3.3 Simulations

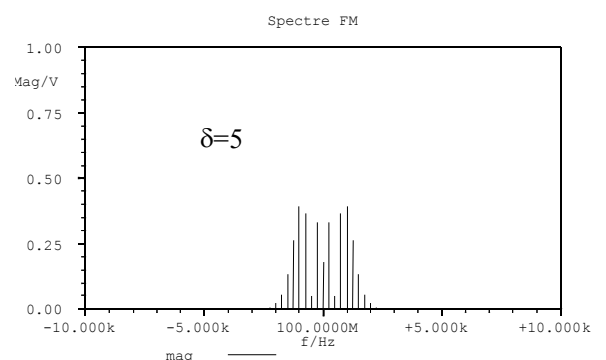




Ces spectres ont été réalisés à fréquence modulante constante (500Hz). On peut néanmoins utiliser une fréquence modulante (250Hz) plus basse et une déviation plus basse (1250Hz) pour conserver un taux de modulation de 5, comme sur les spectres ci-dessus: On constate que les raies sont au même nombre avec les mêmes amplitudes mais plus resserrées (250Hz entre chaque raie au lieu de 500Hz).

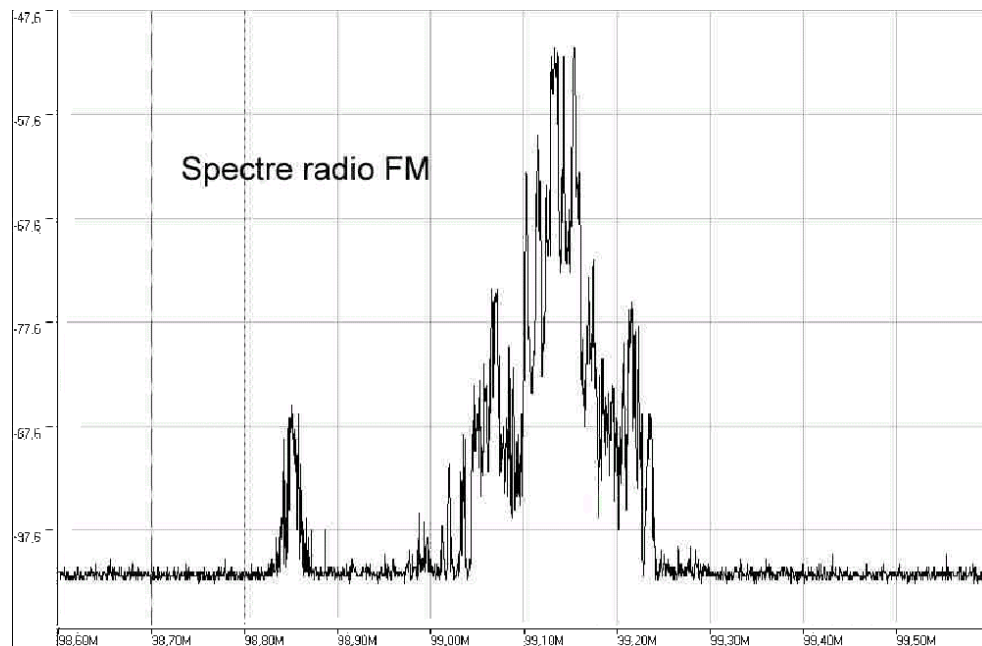


AF=500Hz

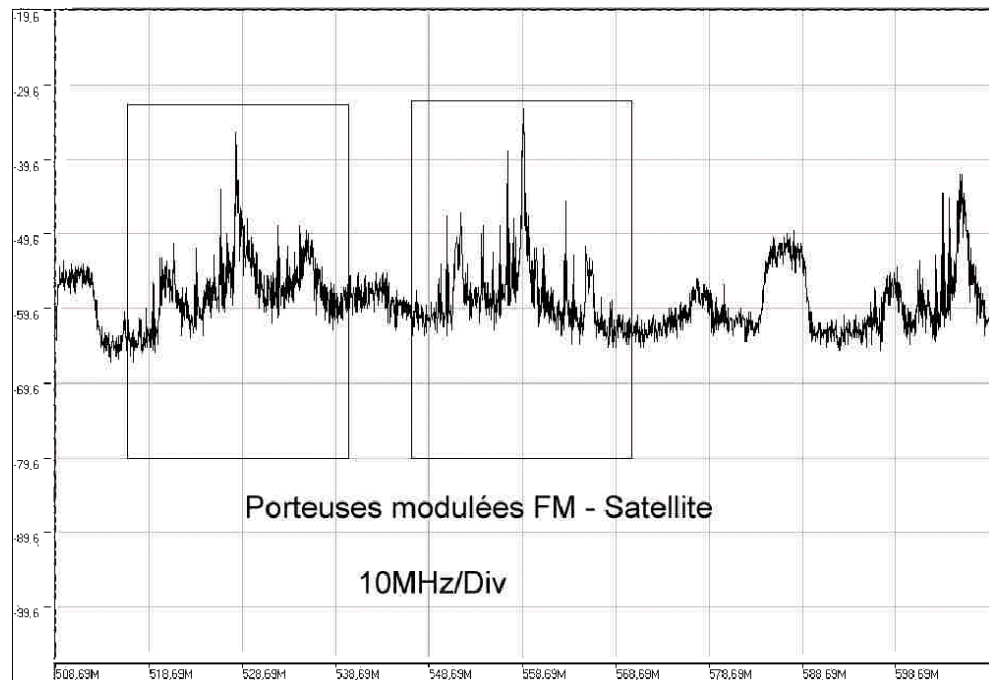


AF=250Hz

6.3.4 Exemples de mesures : spectres réels



Spectre d'une radio dans la bande FM (88-108MHz) : largeur du spectre environ 200kHz. Taux de modulation 5.

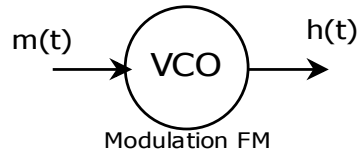


Spectre de chaînes de télévisions analogiques diffusées par satellite (HOT BIRD/ASTRA), modulées en FM : largeur du spectre environ 25MHz. Taux de modulation 5.

6.4 Technologie

6.4.1 Réalisation

La modulation en fréquence d'une porteuse se réalise par l'utilisation d'un générateur de fréquence appelé OCT (oscillateur commandé en Tension) ou VCO (Voltage Control Oscillator). Il suffit d'appliquer une tension en entrée pour fixer la valeur de la fréquence de la porteuse générée par le dispositif. Si la tension de référence est variable (message $m(t)$), alors la fréquence du signal de sortie va varier au rythme de ce message : on a réalisé la modulation de fréquence du signal de sortie.



$$h(t) = \hat{A}_0 \cos(\Phi(t)) = \hat{A}_0 \cos\left(\omega_0 t + k_v \int m(t) dt\right)$$

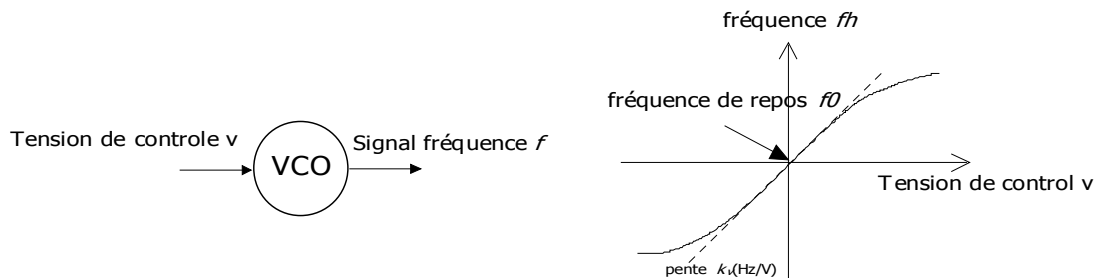
Au niveau électronique, la variation de la fréquence de l'oscillateur s'obtient en agissant sur l'élément de contre-réaction du circuit oscillant dont on fait varier les valeurs électriques : il s'agit en principe d'une varicap, ou capacité variable, obtenue en polarisant en inverse une diode. La variation de cette tension de polarisation (issue de $m(t)$) modifie la valeur de la capacité et donc la fréquence de résonance de l'oscillateur. Le second volume sur les télécommunications abordera en détail ces structures.

6.4.2 Description du VCO

La fréquence instantanée f_h en sortie du VCO est la dérivée de la phase instantanée du signal de sortie divisée par 2π :

$$\frac{d\Phi}{2\pi dt} = f_h$$

La fréquence de sortie répond à la relation linéaire : $f_h = f_0 + k_v v$ où f_0 est la fréquence de repos et k_v est le coefficient du VCO exprimé en Hz/V. Les notations utilisées au paragraphe 6.2.1 pour déterminer l'excursion en fréquence et le taux de modulation FM sont compatibles avec celles utilisées ci dessus.



6.5 Modulation de phase

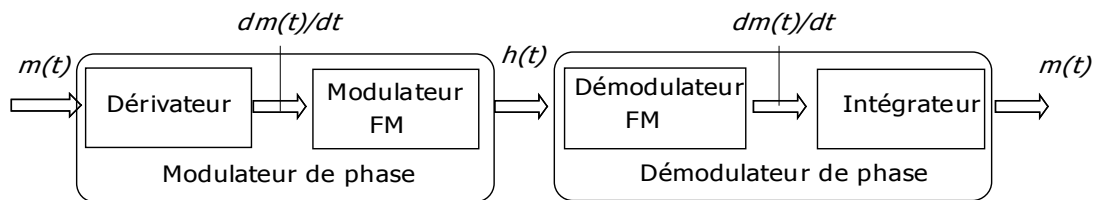
6.5.1 Réalisation

La modulation de fréquence est une forme de modulation de phase. La modulation de phase (PM – Phase Modulation) peut se réaliser simplement à partir du modulateur de fréquence. En effet, l'expression du signal modulé en phase est :

$$h(t) = A_0 \cos(\Omega_0 t + \varphi(t)) \text{ et } \varphi(t) = 2\pi.k_f.m(t)$$

En conséquence, en dérivant $m(t)$ puis en utilisant ce signal dérivé en entrée d'un modulateur de fréquence, on obtiendra une modulation de phase avec $m(t)$ modulant, puisque l'opération de modulation de fréquence intègre le signal modulant.

Réciproquement, la démodulation de phase se fera par une démodulation de fréquence, suivie d'une intégration pour restituer $m(t)$.



6.5.2 Dérivation et intégration

Les deux opérations mathématiques d'intégration et de dérivation peuvent se réaliser en utilisant des filtres passe-bas et passe-haut. Le filtre passe-bas se comporte en intégrateur sur la pente à -20dB/décade, alors que le filtre passe-haut réalise une dérivation sur la pente à +20dB/décade. On remarque bien qu'il faut travailler *en dehors de la bande passante* de ces filtres pour réaliser les opérations.

La fonction de transfert d'un *intégrateur* est en effet:

$$H_{\int dt}(j\omega) = \frac{\omega_0}{j\omega}$$

dont l'argument vaut -90° et qui en déphasant les composantes sinusoïdales de -90° provoque leur intégration au sens mathématique, et dont l'atténuation est -20dB/décade ($20\log(\omega)$).

De même pour le *dérivateur* avec :

$$H_{\frac{d}{dt}}(j\omega) = j\frac{\omega}{\omega_0}$$

7. Démodulation Analogique

7.1 Les techniques de démodulation

7.1.1 Démodulation, détection et discrimination

L'opération de démodulation consiste à restituer le signal AF $m(t)$ à partir du signal modulé $h(t)$. Selon les techniques ou les modulations considérées, le nom de *démodulation* est parfois remplacé par *détection* ou *discrimination*. On retiendra simplement que:

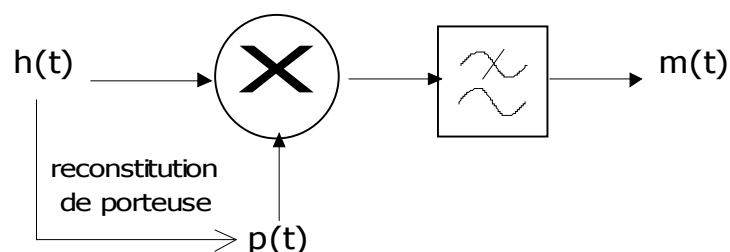
- ♦ *Détection* est souvent appliquée aux démodulations AM
- ♦ *Discrimination* est utilisé pour les démodulations FM

Le terme détection est généralement en rapport avec l'usage de diodes. Néanmoins, le plus grand flou règne dans ces qualifications utilisées parfois indifféremment.

7.1.2 Cohérence

On distingue les démodulations incohérentes (encore appelées simplement "détection") des techniques de démodulation cohérentes ou synchrones ("détection cohérente").

Dans le cas cohérent, il est nécessaire de récupérer non seulement la fréquence porteuse utilisée, mais aussi sa phase. Ces opérations sont donc très délicates car elles nécessitent des circuits d'asservissements de la porteuse locale utilisée en réception sur celle qui a été émise et qui est reçue avec le signal modulé.



Démodulation cohérente

Les techniques anciennes de démodulations étaient essentiellement incohérentes. Les techniques numériques (voir fascicule suivant) utilisent des démodulations cohérentes dans lequel le circuit à Boucle à verrouillage de phase (PLL – Phase Locked Loop) tient une grande place.

7.1.3 Détections linéaire et quadratique

Une dernière classification des techniques de détection consiste à considérer quel type de signal est restitué en sortie du démodulateur:

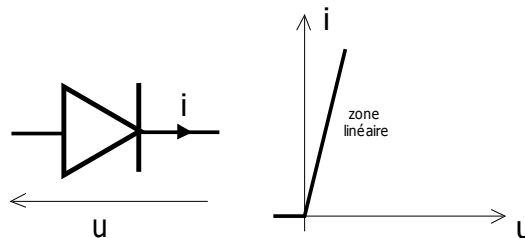
- ♦ Si le signal démodulé est proportionnel à $m(t)$ on parle de *détection linéaire* (Tension en Volt).
- ♦ Si le signal démodulé est proportionnel à $m^2(t)$, on parle de *détection quadratique* (puissance en Watt).

Les techniques linéaires sont les plus courantes. Les détections quadratiques, utiles pour la mesure de puissance de certains signaux, s'appuient sur la mesure de l'amplitude d'une harmonique 2 du signal détecté après une non-linéarité. On renvoie au paragraphe 7.2.1 pour quelques compléments.

7.2 Démodulation d'amplitude : détection d'enveloppe

7.2.1 La diode

La diode a une fonction de transfert simplifiée linéaire représenté ci-dessous.



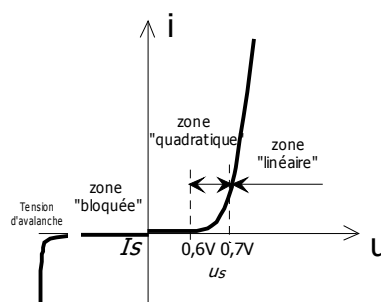
La diode peut donc être assimilée à une simple résistance de très faible valeur, proche du court-circuit, quand la tension est positive et à un circuit ouvert dans le cas contraire.

Cependant ce comportement n'est en réalité pas linéaire : La caractéristique de la diode est assimilable à une courbe exponentielle de la forme :

$$i = I_s \cdot e^{\frac{u}{u_t} - 1}$$

Avec I_s courant de seuil inverse de la diode, et u_t tension thermique de 26mV donnée à 300K. De cette relation on peut retenir trois zones :

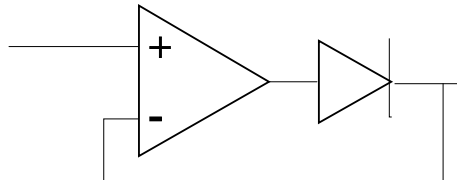
- ♦ La zone bloquée ou circule un faible courant négatif
- ♦ La zone « quadratique » pour des tensions de polarisation de l'ordre de la tension de seuil u_s (entre 600mV et 1V). Le terme quadratique fait référence au développement limité de la relation ci-dessus et dans lequel le terme u^2 est prépondérant.
- ♦ La zone « linéaire » ou la diode est passante.



7.2.2 Effet de seuil

Pour être passante il faut donc appliquer à la diode une tension minimale, ou *tension de seuil*. Ainsi, si le signal à démoduler est trop faible, la diode ne sera pas passante et le signal non détecté. En outre si le signal n'est pas assez fort, la caractéristique de la diode sera dans sa partie dite « quadratique » et la détection sera elle-même quadratique, c'est à dire que le courant qui circule dans la diode est fonction du carré de la tension appliquée à la diode.

Pour éviter ce phénomène *d'effet de seuil* et assurer une linéarité parfaite sur toute la plage, et en particulier pour les signaux faibles, on peut placer dans le montage avant la diode un amplificateur opérationnel en suiveur.

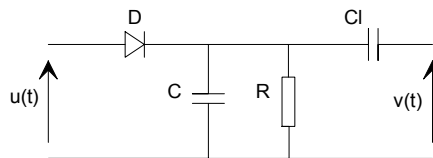


7.2.3 Détection d'enveloppe

La démodulation d'amplitude par **détection d'enveloppe** est le principe le plus simple. C'est une détection linéaire et incohérente quand les signaux modulés appliqués ont des niveaux élevés. Cependant ce type de démodulation devient quadratique quand ils sont faibles [cf paragraphe 3.2.3].

Un signal surmodulé ne peut cependant pas être démodulé correctement avec ce montage. Dans ce cas (bien qu'il soit légalement interdit), ou pour le cas de la MAPS, des systèmes cohérents doivent être employés.

Le schéma ci-dessous présente un détecteur d'enveloppe appelé aussi *détecteur quasi-crête*.



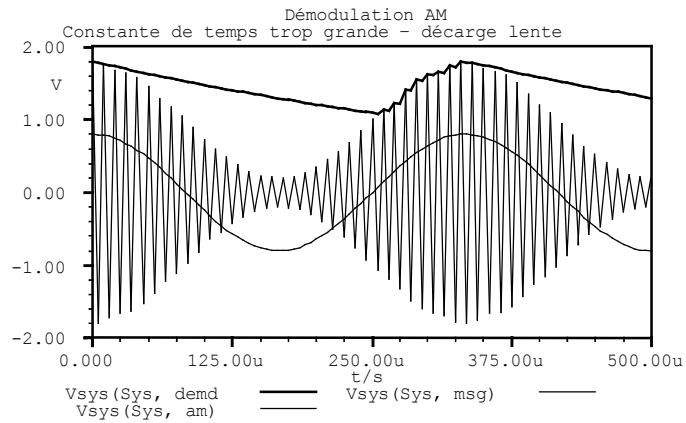
La présence de la résistance R en parallèle avec C est d'accélérer la décharge du condensateur pour suivre l'enveloppe du signal modulé. Sans cette résistance R , on obtient un *détecteur de crête*.

En outre une résistance peut être placée en série après la diode pour réaliser un filtre passe-bas et filtrer les résidus de porteuses dans les signaux redressés par la diode. Un calcul est nécessaire pour un dimensionnement correct des valeurs de R et C .

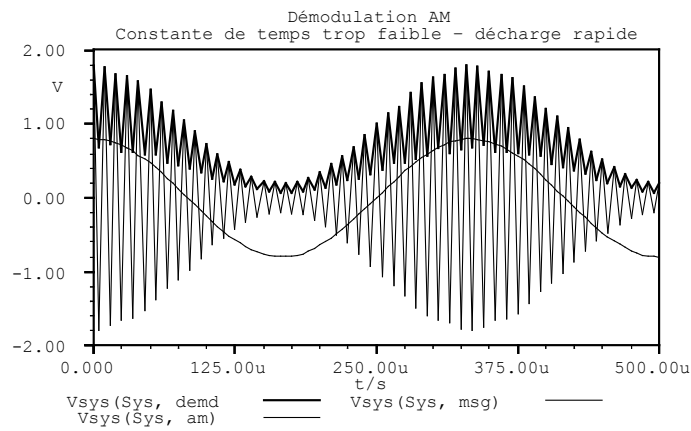
Le condensateur en sortie C_1 permet de filtrer la composante continue, c'est à dire d'éliminer la tension d'offset du signal détecté.

7.2.4 Simulations

Les simulations ci dessous illustrent les difficultés de détection. Si la constante de temps RC est trop grande, la décharge lente du condensateur ne permet pas de suivre les variations du signal modulant.



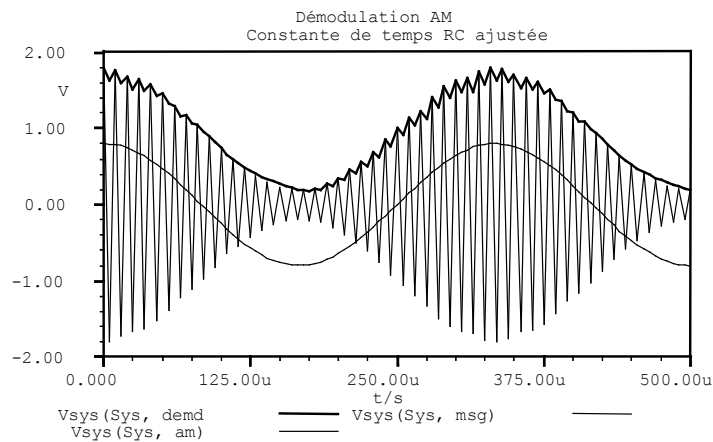
Si la constante de temps est relativement faible, on a une ondulation trop importante de la tension de sortie $v(t)$.



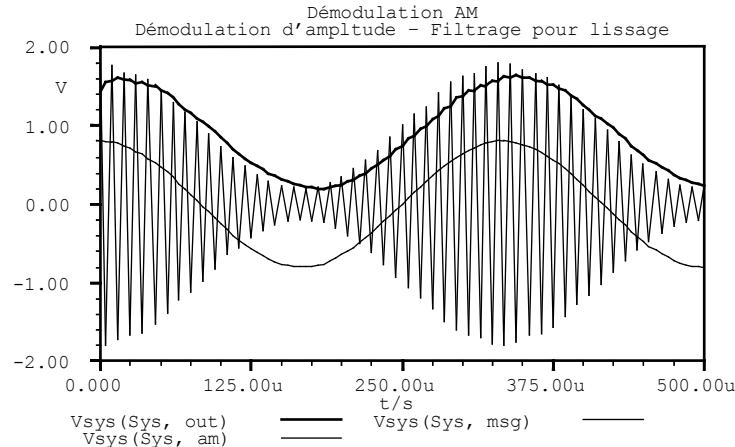
Après l'étude détaillée du fonctionnement, on établit que le démodulateur fonctionne correctement pour

$$\frac{1}{f_0} \ll RC < \frac{\sqrt{1-k^2}}{\omega \cdot k}$$

ω étant la pulsation la plus rapide ($2\pi f_{max}$) du signal modulant et k le taux de modulation AM.



On peut encore améliorer cette détection en plaçant une résistance en série avec le condensateur de découplage C_1 , ou un filtre passe-bas RC en sortie:



7.3 Démodulation FM

7.3.1 Les types de démodulation

Il existe de nombreuses méthodes de démodulation FM. Pour ne pas entrer dans un catalogue exhaustif, disons que deux approches sont envisagées:

- ♦ Soit on désire exploiter le principe du détecteur d'enveloppe étudié pour l'AM, auquel cas on tentera de convertir la modulation de fréquence en modulation d'amplitude par le même signal modulant, on parle de démodulation par conversion fréquence/amplitude ou par dérivation.
- ♦ Soit on considère le principe de la modulation de fréquence par VCO qui est un convertisseur Tension \rightarrow Fréquence, et on inverse le dispositif en créant un convertisseur Fréquence \rightarrow Tension

La seconde approche conduit à la classe des démodulateurs cohérents, et particulièrement les systèmes à PLL ou à comptage, qui compte le rythme des annulations de la porteuse modulée. Les systèmes à PLL sont aujourd'hui les plus répandus. (cf paragraphe 7.3.7).

La première approche conduit à des systèmes incohérents s'appuyant généralement sur des démodulateurs d'amplitude; le discriminateur de fréquence présenté ci-dessous (§ 7.3.4 et 7.3.5) en est un exemple. Son intérêt est d'utiliser des composants passifs et simples à étudier.

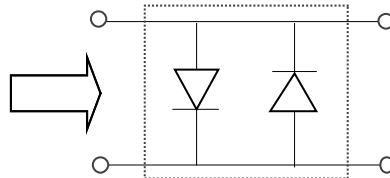
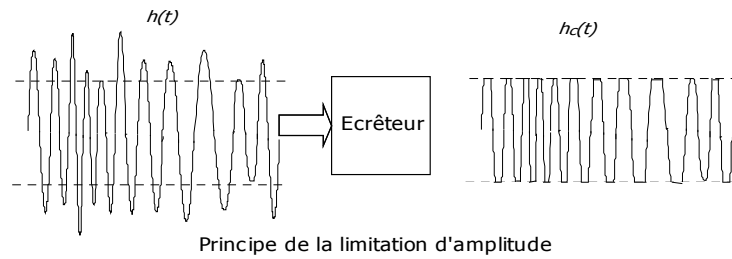
On peut citer en outre le comparateur de phase qui s'apparente à une démodulation différentielle.

7.3.2 Rôle de l'écrêtage

Un point très important, quelque soit le type de démodulateur, est l'écrêtage du signal modulé avant sa démodulation. En effet, un signal transmis sur un support (hertzien, filaire, optique...) subit des perturbations (affaiblissements sélectifs, distorsions, multi-trajets, parasites transitoires...) qui affectent au cours du temps essentiellement l'amplitude du signal, mais pas sa fréquence (exceptées bien entendu les cas des distorsions de phase dues à la dispersion).

Pour éviter d'avoir à traiter un signal présentant de fortes distorsions d'amplitudes, ce qui pourraient saturer voir endommager certains composants, on décide de contrôler son niveau; on peut utiliser pour cela un amplificateur à CAG (contrôle automatique de gain), qui ne sera pas décrit ici, ou un *écrêteur* aussi appelé *limiteur*, qui "rase" le signal modulé avant de le présenter au démodulateur.

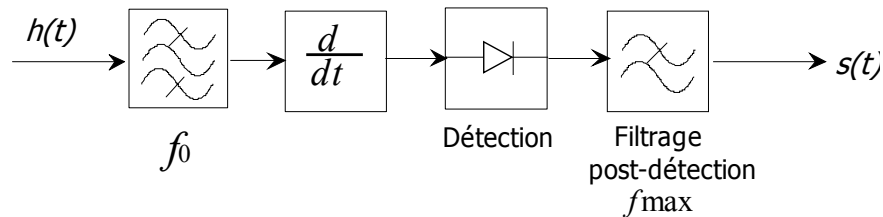
Les structures sont en principes simples : deux diodes peuvent suffire. Un exemple est proposé ci-dessous:



Le signal écrêté présente les mêmes variations de fréquence que le signal d'origine FM, et conserve donc intégralement l'information modulante. Un filtrage Passe-bande peut être ajouté pour éliminer les raies parasites provoquées par l'écrêtage. Bien entendu, cet écrêtage n'est utilisé que pour la modulation de fréquence, et jamais en AM.

7.3.3 Démodulation par dérivation

Avant d'aborder les systèmes techniques, évoquons le principe théorique de la démodulation FM: il consiste à dériver le signal modulé $h(t)$ pour en extraire ensuite le message par une détection d'enveloppe similaire à celle utilisée en AM.



Rappelons l'expression du signal modulé:

$$h(t) = \hat{A}_0 \cos(\omega_0 t + \varphi(t)) \text{ et } \frac{d\varphi}{dt} = 2\pi \cdot k_v \cdot m(t)$$

Sa dérivée s'exprime alors :

$$\frac{dh(t)}{dt} = -\hat{A}_0 \sin(\omega_0 t + \varphi(t)) \left[\omega_0 + \frac{d\varphi(t)}{dt} \right]$$

On constate alors que la porteuse devient modulée en amplitude par le message $m(t)$:

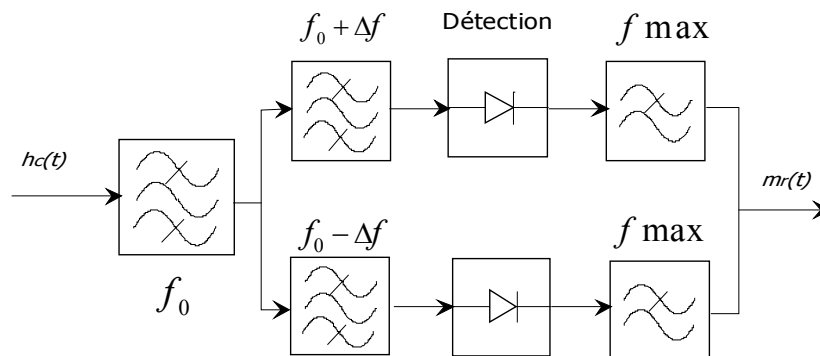
$$\frac{dh(t)}{dt} = -\hat{A}_0 \sin(\omega_0 t + \varphi(t)) [\omega_0 + 2\pi \cdot k_v \cdot m(t)]$$

Une détection d'enveloppe permettra de restituer un signal en sortie du démodulateur proportionnel à :

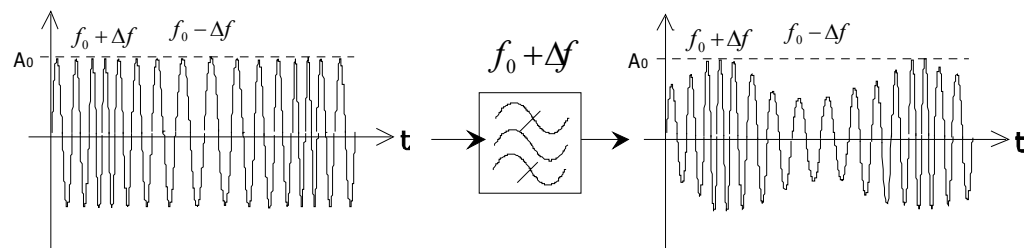
$$s(t) = 2\pi \hat{A}_0 \cdot k_v \cdot m(t) = 2\pi \hat{A}_0 \cdot \Delta f \cdot \sin(2\pi f t)$$

7.3.4 Discriminateur de Foster Seeley

Il s'agit d'un discriminateur à dérivation. Le principe est exposé sur le schéma qui suit:



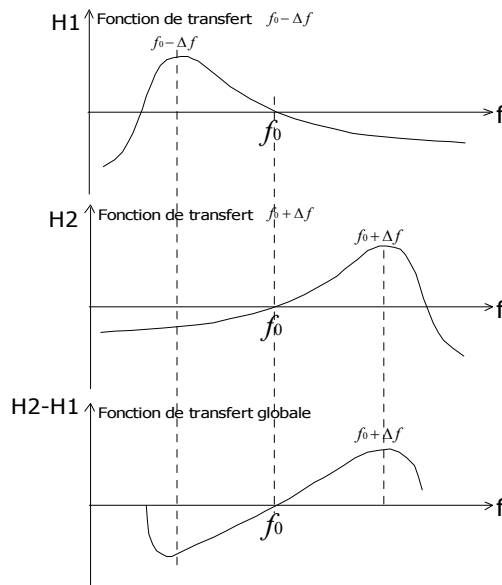
- ♦ Le premier filtre passe-bande, centré ici sur la fréquence du signal à démoduler (f_0), permet d'éliminer les signaux proches et indésirables.
- ♦ Les deux autres filtres qui travaillent en parallèle jouent le rôle de dérivateur: en travaillant en dehors de la bande passante, on provoque une distorsion volontaire de l'amplitude du signal modulé qui permet de convertir la FM en AM. Le principe, assimilable à une dérivation ou une intégration, est symbolisé sur le schéma ci-dessous:



- ♦ La diode de détection suivie du filtre constitue le détecteur d'enveloppe utilisé en AM. On récupère ainsi l'enveloppe du signal précédent.
- ♦ La seconde voie en parallèle réalise la même opération en favorisant les fréquences basses. L'association de ces deux opérations permet d'obtenir une bonne linéarité, mais une seule voie peut suffire pour des structures plus simples, avec cependant une qualité inférieure.

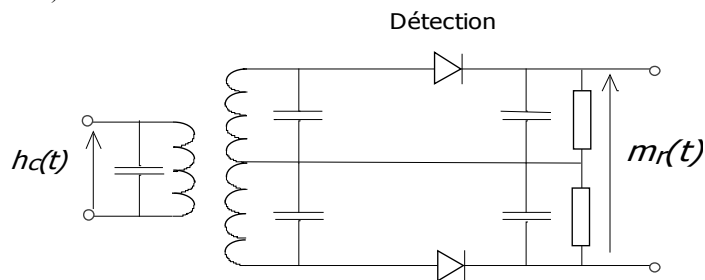
7.3.5 Fonction de transfert

L'utilisation d'une seule voie pourrait suffire mais pour une bonne linéarité l'usage des deux est nécessaire. Les fonctions de transfert ci-dessous correspondent à celles de discriminateurs réels. Les deux filtres symétriques par rapport à la fréquence centrale assurent une atténuation linéaire en fonction de la fréquence qui est l'analogue de la linéarité du VCO qui a été utilisé pour moduler en FM le signal.



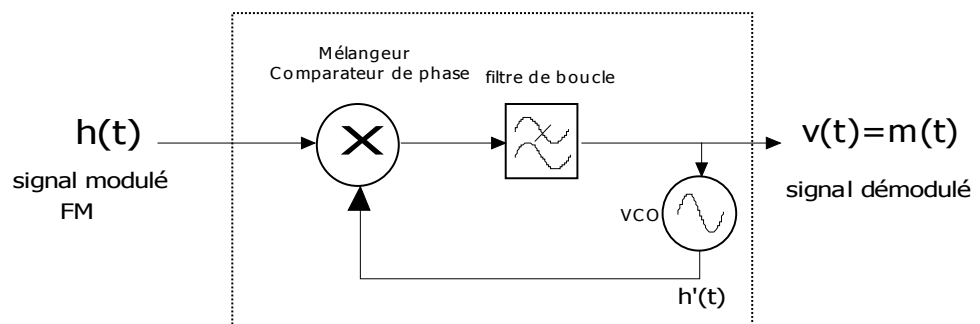
7.3.6 Structures des discriminateurs

De nombreuses variantes existent, mais respectent le schéma de principe exposé au paragraphe précédent (7.3.4)



7.3.7 Discriminateur à PLL

En anglais PLL signifie *Phase Locked Loop*, ou boucle à verrouillage de phase (BVP). Il s'agit d'un dispositif électronique intégrant principalement trois composants : un VCO, un mélangeur (aussi appelé multiplicateur ou comparateur de phase) et enfin un filtre passe-bas appelé filtre de boucle. Ce type de démodulateur est cohérent puisqu'il s'appuie sur la reconstitution de la fréquence porteuse.



Structure d'une PLL

Nous ne détaillons pas ici le fonctionnement général théorique mais seulement son application à la démodulation d'un signal FM.

■ En fonctionnement normal, dans le cas où la porteuse n'est pas modulée, alors la boucle est en équilibre et le VCO génère la même fréquence que celle injectée à l'entrée:

$$h(t) = \hat{A}_0 \cos(\omega_0 t)$$

$$h'(t) = \hat{A}'_0 \cos(\omega_0 t + \varphi')$$

En sortie du mélangeur et après filtrage de la composante de fréquence double on obtient alors:

$$v(t) = k_m k_f \hat{A}_0 \hat{A}'_0 \cos(\varphi')$$

Dans le cas où la fréquence de repos du VCO est la fréquence de $h(t)$, alors le signal $h'(t)$ est en quadrature avec le signal d'entrée:

$$\boxed{\varphi' = \frac{\pi}{2}}$$

On dit alors que la boucle est *verrouillée*.

■ Supposons à présent que le signal $h(t)$ à l'entrée est modulé en fréquence:

$$h(t) = \hat{A}_0 \cos(\omega_0 t + \varphi(t)) \text{ et } \frac{d\varphi}{dt} = k_0 m(t)$$

$$h'(t) = \hat{A}'_0 \cos(\omega_0 t + \pi/2 + \varphi'(t))$$

En sortie du mélangeur et après le filtre de boucle on aura donc une tension:

$$v(t) = k_m k_f \hat{A}_0 \hat{A}'_0 \cos(\varphi(t) - \varphi'(t) - \pi/2)$$

La notion de *comparateur de phase* prend ici sa signification en supposant que l'écart de phase est proche de zéro : $\varphi(t) - \varphi'(t) \approx 0$. Ce qui nous permet d'effectuer un développement limité du cosinus :

$$\boxed{v(t) \approx k_m k_f \hat{A}_0 \hat{A}'_0 (\varphi(t) - \varphi'(t))} \quad [V]$$

■ Mais pour conclure, il faut ici se rappeler que dans le cas où la boucle est verrouillée, la fréquence instantanée de $h(t)$ est identique à celle de $h'(t)$, à tout instant, c'est à dire que, comme la fréquence instantanée est la dérivée de la phase instantanée :

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\varphi'}{dt}$$

Or, la tension de commande du VCO de par sa fonction de transfert vaut:

$$k_v v(t) = \frac{d\varphi'}{dt}$$

soit avec les deux expressions qui précèdent :

$$\boxed{k_v v(t) = \frac{d\varphi'}{dt} = \frac{d\varphi}{dt} = k_0 m(t)}$$

Ce qui permet de conclure qu'en sortie de la boucle on retrouve bien le signal modulant initial.

On peut considérer simplement que ce dispositif est un démodulateur/remodulateur puisque le signal $m(t)$ est démodulé avant le VCO puis module à nouveau le VCO.

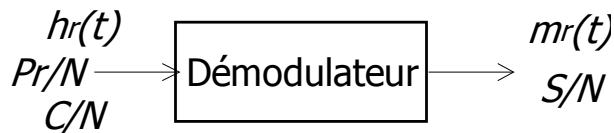
7.4 Performances

7.4.1 Rapport signal sur bruit

La qualité d'un démodulateur se mesure en évaluant la qualité du signal $m_r(t)$ en sortie du démodulateur. Cette qualité s'exprime en télécommunication par le rapport Signal sur Bruit, noté S/N , (Signal/Noise) qui en tant que rapport de puissance s'exprime en dB. Pour un signal audio on peut donner le tableau indicatif suivant:

S/N	Qualité
<10dB	Inaudible
10dB à 20dB	Mauvais
20dB à 50dB	Médiocre
50dB à 70 dB	Bon
>90dB	Excellent (qualité CD)

Plus le S/N est élevé, moins le bruit de souffle est audible par rapport au son du signal.



Cette valeur S/N va dépendre de deux choses fondamentales:

- ♦ La qualité du démodulateur (structure, composants, technique cohérente ou incohérente...)
- ♦ La puissance du signal modulé reçu en entrée.

Cette puissance du signal modulé reçu peut se noter P_r . Cependant elle s'obtient assez simplement à partir de C , la puissance du signal non-modulé. On peut reprendre les formules des §5.2.5 et §6.2.6.

AM	$P_r = C(1 + k^2 / 2)$
FM	$P_r = C$

Ainsi on parlera plus souvent du rapport C/N (Carrier to Noise) exprimé en dB pour mesurer la qualité du signal modulé qui va être fourni au démodulateur, et dont bien sûr va dépendre le rapport S/N en sortie.

On peut donc résumer ces deux points par la notation:

$$\frac{S}{N} = f\left(\frac{C}{N}\right)$$

Qui signifie que S/N [concernant le signal BF démodulé] dépend de la valeur de C/N [concernant la porteuse pure non modulée] et est fonction du démodulateur (qui correspond à l'expression de la fonction f).

7.4.2 Cas de l'AM

Les performances de la démodulation AM sont les plus médiocres. Cette modulation est très sensible aux bruits d'amplitude qui sont les plus importants. En d'autres termes, une bonne qualité en sortie du démodulateur ne se fera qu'au prix d'une puissance très importante en entrée. Il est rare d'obtenir des S/N supérieures à 50dB pour les signaux audio démodulés.

Le calcul de la fonction définie au paragraphe précédent s'appuie sur le spectre du signal modulé et sur l'expression de la puissance des bandes latérales exprimée au paragraphe 5.2.5:

$$P_l = \frac{k^2}{4} P_0$$

Où P_0 correspond ici à C , puissance de la porteuse pure (ou non modulée) qui reste conservée dans le signal modulé. Chaque bande contient l'information utile : la puissance récupérée S de manière optimale correspond donc à la somme de ces deux raies $2P_l$; la puissance de bruit N vaut $N_0 B$ dans la bande de bruit B égale à la largeur du signal modulé dans lequel le bruit a une densité spectrale de puissance constante N_0 . Par conséquent on a la relation :

$$\frac{2P_l}{N_0 B} = k^2 \frac{P_0}{2N_0 B}$$

$$\boxed{\frac{S}{N} = k^2 \frac{C}{N}} \quad [1]$$

- ♦ On remarque que plus le taux de modulation k est élevé, plus la qualité est grande. Elle est maximale pour $k=100\%$. Cependant, elle reste toujours inférieure à C/N , à cause de la présence permanente de la porteuse dans le spectre.
- ♦ On notera que la bande de bruit de calcul du C/N correspond au double de la largeur du signal en bande de base, c'est à dire à la largeur du signal modulé et démodulé dans la relation S/N .

7.4.3 Cas de la FM

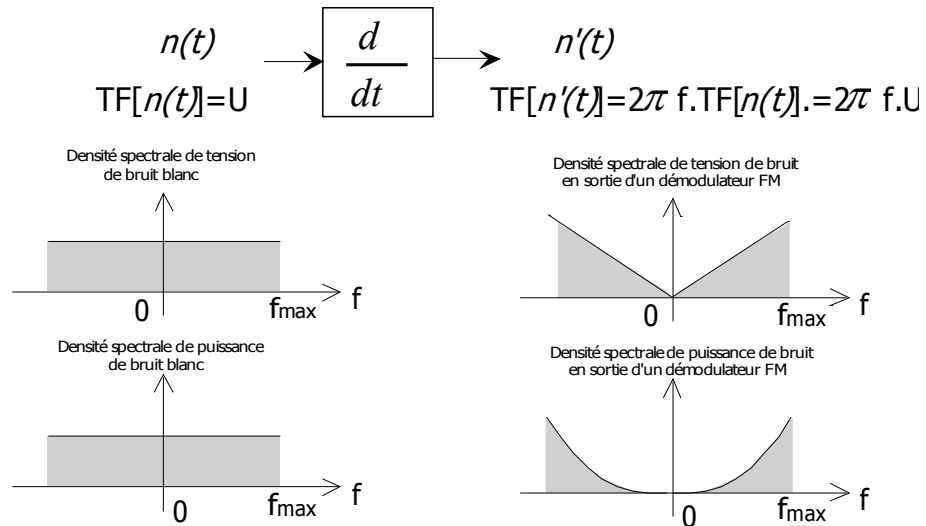
La FM est très résistante aux bruits d'amplitude sur le canal de transmission puisque l'amplitude du signal modulé ne joue aucun rôle dans la démodulation, ce qui permet notamment l'usage de l'écriteur. Par conséquent, la qualité est très bonne en sortie du démodulateur puisque les variations de fréquence du signal modulé ne sont pas affectées par les bruits usuels que l'on rencontre dans les équipements et les transmissions en télécoms.

Comme pour l'AM, il existe un lien direct entre le taux de modulation FM δ et le rapport S/N .

La puissance du signal démodulé obtenu par dérivation de la phase instantanée, et plus simplement du signal modulé lui-même, est liée à son amplitude qui est proportionnelle à l'excursion de fréquence de la modulation FM et à l'amplitude de la porteuse (paragraphe 3.3.3) :

$$S = K_d \cdot (\Delta f)^2 \cdot \hat{A}_0^2 \quad [\text{V}^2]$$

En outre, le bruit a en sortie du démodulateur une densité spectrale qui n'est plus constante mais parabolique dans la bande $2f_{max}$ du signal modulant. En effet, le démodulateur FM agit comme un dérivateur sur un bruit de tension efficace constante à l'entrée: or cette opération de dérivation multiplie le spectre de tout signal par $2\pi f$. En conséquence la puissance de bruit (ou tension efficace au carré) en sortie sera proportionnelle à $N_0 f^2$.



Après intégration : $N = K'_d \cdot N_0 f_{\max}^3$

On en déduit alors une relation de la forme :

$$\boxed{\frac{S}{N} = K \cdot \frac{C}{N} \delta^2} \quad [1]$$

où K est un coefficient qui dépend du filtre global de transmission, du démodulateur, du filtre dit de post –détection de bande f_{\max} (dernier filtre passe-bas de la chaîne) et des coefficients psychométriques qui tiennent compte de la fonction de transfert de l'oreille. En effet, l'oreille humaine se comporte comme un filtre avec sa fonction de transfert propre : en particulier l'oreille filtre naturellement les fréquences élevées ce qui améliore légèrement le S/N perçu par rapport au S/N mesuré par un appareil électronique. Ces coefficients rajoutent jusqu'à 2,5dB au S/N perçu.

On peut donc tirer de cette relation les remarques suivantes:

- La réponse S/N est proportionnelle à la puissance C/N .
- Pour une puissance d'émission constante (C) l'augmentation du taux de modulation δ permettra d'améliorer la qualité de la réception; cela se fera au détriment de la largeur de bande du signal modulé qui va augmenter (bande de Carson).
- Dans cette formule, la bande de bruit de C/N est bien $2f_{\max}$, et non la bande de carson. Si on veut considérer la bande de bruit du signal modulé pour le calcul du C/N alors la formule valide devient:

$$\boxed{\frac{S}{N} = 2K \cdot \frac{C}{N_{Bcarson}} \delta^2 (\delta + 1)}$$

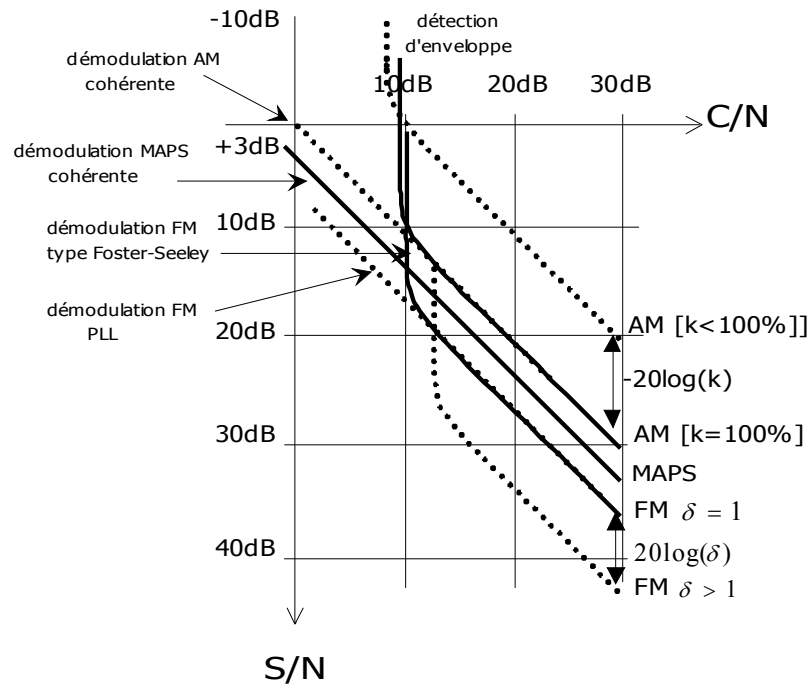
- A titre préventif, signalons que compte tenu de la remarque précédente, le terme C/N exprimé dans les modulations numériques (section 3) pour l'expression du TEB (Taux d'erreur binaire) est à prendre dans la bande de modulation.

7.4.4 Graphique et commentaires

Sur le graphique qui suit, on compare les performances des différentes modulations analogiques étudiées ainsi que les différents types de démodulations envisageables.

Les courbes s'appuient sur les formules des paragraphes précédents, exprimées sous formes décibels:

$$\begin{aligned} \text{En AM : } \frac{S}{N_{dB}} &= \frac{C}{N_{dB}} + 20 \log k \\ \text{En FM : } \frac{S}{N_{dB}} &= \frac{C}{N_{dB}} + 10 \log K + 20 \log \delta \end{aligned}$$



- ♦ On constate que la modulation FM offre (dans le cas FM bande large) des performances supérieures à l'AM à C/N identique (c'est à dire puissance porteuse disponible identique). Dans tous les cas en modulation analogique, la courbe est une droite de pente 1.
- ♦ Si la modulation AM offre une limite supérieure avec le taux $k=100\%$, la FM peut permettre d'accroître théoriquement le S/N de manière illimitée à C/N constant en augmentant δ . En réalité, la bande de fréquence disponible limite cette possibilité.
- ♦ Les démodulations cohérentes et incohérentes ont des performances comparables tant que la puissance du signal reçu est suffisante. Cependant à partir d'un certain seuil (environ 10dB sur le graphique), les démodulateurs de nature incohérente sont incapables de restituer l'information : le signal est perdu de manière brutale; on parle alors de capture par le bruit du signal démodulé. En outre l'effet de seuil est d'autant plus sensible que le taux de modulation est élevé : au dessous du seuil de capture par le bruit, l'augmentation du taux de modulation est inutile et ne permet pas de "récupérer" le signal.
- ♦ En revanche les démodulateurs cohérents ne présentent pas cet inconvénient et sont capables de restituer, avec certes une faible qualité, l'information avec un signal modulé de très faible puissance.
- ♦ De par sa nature, la démodulation MAPS est nécessairement de nature cohérente.

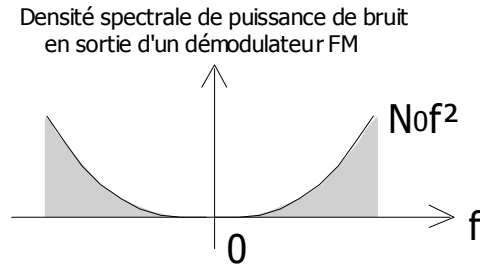
7.4.5 Préaccentuation

Le bruit blanc qui s'ajoute au signal modulé et dégrade sa qualité va avoir une contribution particulière dans le cas de la FM.

En effet, nous avons montré (§ 7.4.3) que la densité spectrale de puissance du bruit ne sera plus constante (qui est le propre du bruit blanc) mais va dépendre de l'éloignement de la fréquence porteuse : Plus on s'éloigne de la fréquence porteuse (sons aiguës) plus la puissance du bruit est élevée.

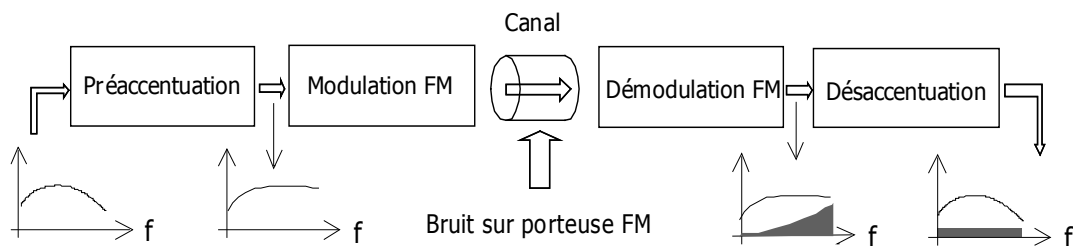
On peut le justifier en remarquant que le taux de modulation FM dépend de la fréquence du signal modulé : les fréquences hautes sont modulées avec un taux plus faible que les fréquences basses. On a vu au paragraphe 7.4.3 que le rapport S/N du signal démodulé était proportionnel à δ^2 , d'où la

dégradation des S/N pour les fréquences hautes. Les fréquences aiguës du signal transmis seront donc plus dégradées que les fréquences basses, ce qui s'avère désagréable à l'oreille. La préaccentuation est une technique qui vise à éviter ce phénomène.

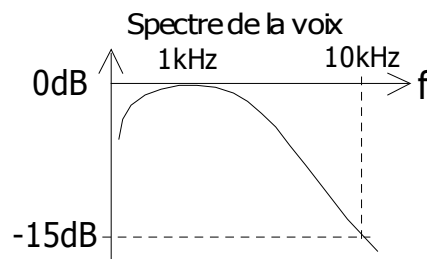


Cette solution simple consiste à augmenter le taux de modulation pour les fréquences hautes du signal modulant, tout en conservant un taux plus bas pour les autres, en augmentant la déviation de fréquence Δf . On peut réaliser cette opération en amplifiant l'amplitude des fréquences hautes par rapport à celle des fréquences basses.

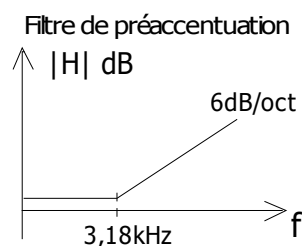
A l'émission on amplifie plus les fréquences hautes du spectre BF avant la modulation ; cette opération s'appelle la **préaccentuation**. A la réception, après démodulation, on effectue l'opération inverse à l'aide d'un filtre qui atténue les fréquences hautes et le bruit surajouté ; cette opération s'appelle la **désaccentuation**. Au total, le rapport S/N n'est pas dégradé pour les fréquences aiguës.



Cette technique de préaccentuation/désaccentuation est d'autant plus utile que les fréquences vocales aiguës ont une puissance faible et qu'elles sont donc très sensibles au bruit.



La préaccentuation permet donc de redonner au signal modulant BF une dynamique faible, ce qui est toujours souhaitable dans les systèmes électroniques. Les filtres de préaccentuations sont normalisés ; en particulier, en Europe on utilise le filtre dont le gabarit est donné ci-après et qui correspond à une constante de temps de 50 μs .



7.5 Comparaison AM-FM

	AM	FM
Fréquence signal modulant $m(t)$	f_{\max}	f_{\max}
Amplitude du signal modulant $m(t)$	\hat{a}	\hat{a}
Porteuse modulée	$h(t) = [\hat{A}_0 + m(t)]\cos(\omega_0 t)$	$h(t) = \hat{A}_0 \cos(\omega_0 t + \frac{k_v}{f} \hat{a} \sin(2\pi f_{\max} t))$
Taux de modulation	$k = \frac{\hat{a}}{\hat{A}_0} = \frac{a}{A_0} \quad k < 100\%$	$\delta = \frac{\Delta f}{f_{\max}} = \frac{k_v \hat{a}}{f_{\max}}$
Puissance du signal modulée	$P_{AM} = P_0 \left(1 + \frac{k^2}{2}\right) = \frac{\hat{A}_0^2}{2Z} \left(1 + \frac{k^2}{2}\right)$	$P_{FM} = \frac{\hat{A}_0^2}{2Z} - \text{Constante}$
Largeur de bande du signal modulé	$B = 2f_{\max}$ - Faible	$B \approx 2(\Delta f + f_{\max})$ - Large
Rapport S/N après démodulation	$\frac{S}{N} = k^2 \frac{C}{N}$	$\frac{S}{N} = K \cdot \frac{C}{N} \delta^2$
Résistance au bruit	Faible	Bonne
Résistance aux non-linérités des amplificateurs	Faible	Bonne
Services	<ul style="list-style-type: none"> ♦ Radiodiffusion en HF (OL/OM/OC)* ♦ TV Hertzienne en V/UHF** 	<ul style="list-style-type: none"> ♦ Radiodiffusion en bande FM 88-108MHz ♦ CB (citizen Band) 27MHz ♦ Réseaux de communications professionnels et privés en V/UHF** ♦ Transmission analogique TV par satellite
AVANTAGES	<ul style="list-style-type: none"> ♦ Faible bande de modulation ♦ Simplicité des équipements 	<ul style="list-style-type: none"> ♦ Bonne résistance aux bruits ♦ Bonne qualité du signal démodulé
INCONVENIENTS	<ul style="list-style-type: none"> ♦ Sensible aux bruits ♦ Qualité médiocre du signal démodulé 	<ul style="list-style-type: none"> ♦ Bande de modulation large ♦ Complexité des équipements
<p>* OL:ondes longues 30-300kHz OM : ondes moyennes 0,3-3MHz OC : ondes courtes 3-30MHz</p> <p>** V/UHF : Very/UltraHigh Frequencies VHF 30-300MHz – UHF 300-3000MHz</p>		

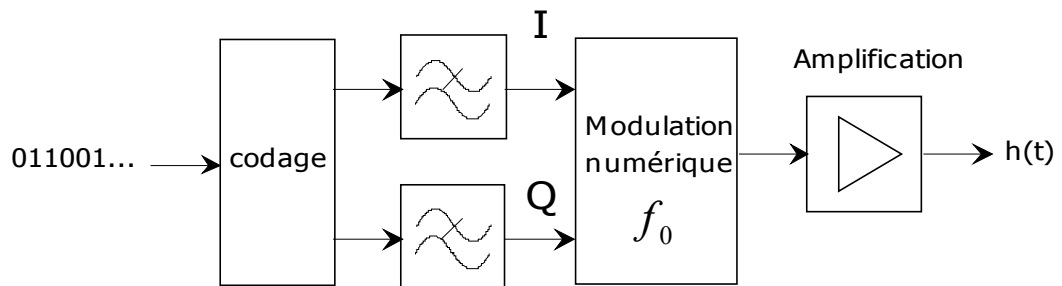
8. Modulations Numériques

8.1 Vocabulaire

Le terme de *modulation numérique* qui sera utilisé ici désigne la modulation d'une fréquence porteuse pure par un signal modulant à valeurs discrètes, de type binaire ou m-aire décrit dans la première section. On aurait donc dû nommer ce chapitre modulation analogique sur fréquence porteuse d'un signal à valeurs discrètes. On ne l'a pas fait car c'est un peu long pour un titre, et l'usage courant préfère celui cité.

Ce type de modulation est parfois appelé également *modulation analogique discrète*.

Attention cependant, le terme *modulation numérique*, comme *filtrage numérique* ou plus généralement *traitement numérique* fait référence à un traitement réalisé par un microprocesseur. Tout ce qui est abordé ici peut effectivement être mis en œuvre soit par un circuit électronique analogique, soit par un algorithme dans un processeur. Nous renvoyons à la section 5 de ce document.



8.2 Modulation numérique d'amplitude

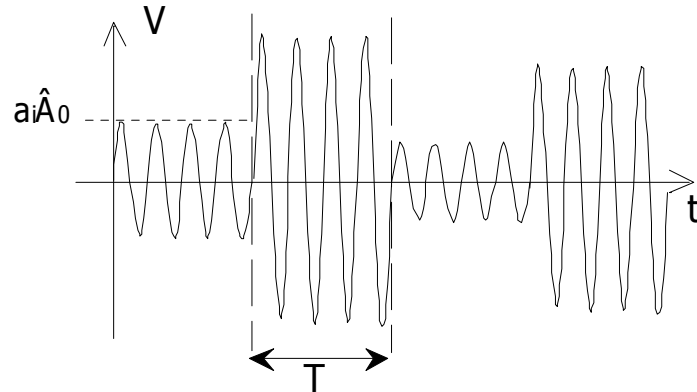
8.2.1 Modulation à déplacement d'amplitude - ASK

La Modulation d'Amplitude Numérique ou modulation à saut d'amplitude [ASK, Amplitude Shift Keying] affecte à chaque état ou symbole numérique une valeur d'amplitude de la porteuse $h(t)$.

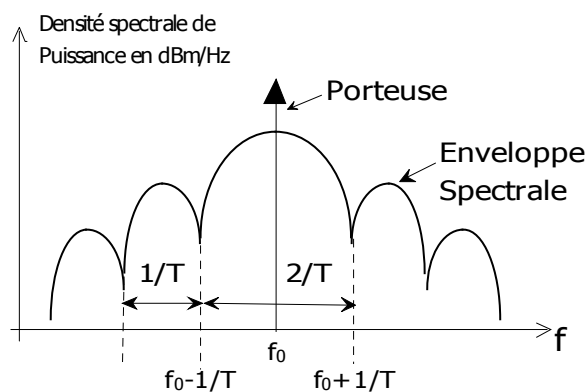
$$h(t) = a_n \hat{A}_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Où a_n est une valeur numérique et n le nombre total de symboles possibles. Cette modulation est en réalité une modulation d'amplitude avec un message modulant de forme carrée à un ou plusieurs niveaux.

● **Représentation temporelle :**



● **Représentation spectrale :**



Le spectre de modulation correspond à celui de la modulation AM analogique : la porteuse au centre avec deux bandes latérales symétriques correspondant au spectre du signal modulant. Nous renvoyons le lecteur à la section 1. [§1.4.3]

8.2.2 Modulation par *tout ou rien* -OOK- (On Off Keying)

C'est le cas le plus simple et le plus utilisé des modulations d'amplitude, c'est un cas de modulation ASK :

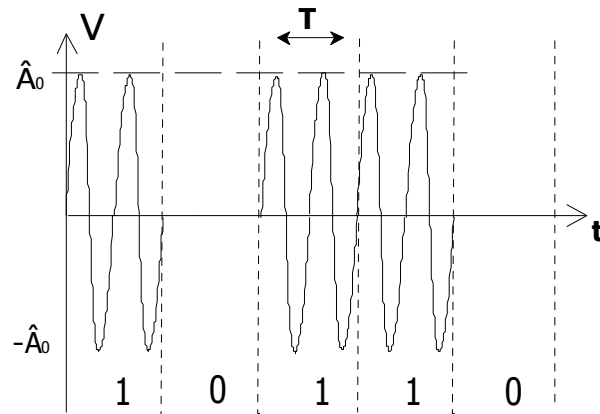
- ➔ à l'eb "1" correspond l'émission de la porteuse,
- ➔ à l'eb "0" correspond son interruption.

On peut par convention choisir le codage inverse. La modulation peut-être interne (modulateur allumé/éteint) ou externe (interrupteur à la sortie de l'émetteur).

C'est LA modulation, celle associée au code morse et utilisée pour les premières transmissions de données.

Peu efficace et ne permettant pas de distinguer le symbole "0" et absence d'information, cette modulation est surtout utilisée en transmission optique incohérente, car elle permet d'utiliser des sources non cohérentes (Diodes électroluminescentes DEL) ou de cohérence insuffisante (cas de certaines diodes laser).

● Représentation temporelle :



● Représentation spectrale :

Elle est identique à celle du paragraphe précédent pour l'ASK (§ 8.2.1). On peut identifier cette modulation à une modulation d'amplitude (AM) où un signal NRZ occupe la place du signal modulant : deux bandes latérales et la porteuse au centre.

8.3 Modulations numériques de fréquence - FSK

8.3.1 Définition

La Modulation de Fréquence Numérique ou modulation à saut de fréquence FSK, Frequency Shift Keying ou bien encore MDF (Modulation par déplacement de fréquence) affecte à chaque état ou symbole numérique une valeur de fréquence différente.

$$h(t) = \hat{A}_0 \cos(2\pi(f_0 + f_i)t + \varphi)$$

où f_i désigne l'écart de fréquence avec la porteuse, écart associé au symbole à transmettre. Pour un nombre m de symbole, on parle de modulation FSK- m .

L'amplitude est constante, et on retrouve les avantages de la modulation de fréquence en radiodiffusion :

- Insensibilité aux variations des conditions de transmissions,
- Possibilité de contrôle du gain.

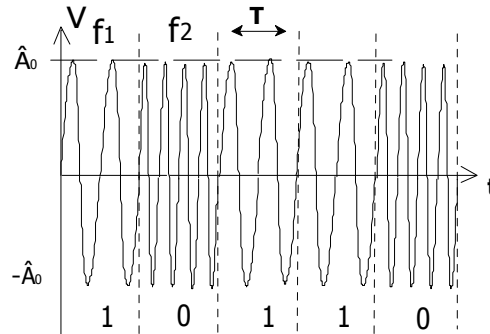
8.3.2 FSK-2

Même s'il est possible de moduler à un grand nombre d'états, en pratique on fait surtout de la modulation à deux états. On parle alors de FSK 2 ou MDF 2:

- ➔ à l'eb "0" correspond f_1
- ➔ à l'eb "1" correspond à f_2 (peu importe le signe de $f_1 - f_2$)

● Représentation temporelle :

en FSK2 on associe à chacun des deux états une fréquence particulière.



On définit par analogie avec la FM un taux de modulation :

$$x = \frac{|f_2 - f_1|}{R} \quad [1]$$

avec $R = \frac{1}{T}$ [Bd]

Remarque : si on utilise la déviation par rapport à la porteuse, alors le taux de modulation vaut :

$$x = \frac{2\Delta f}{R} \quad [1]$$

où $R/2$ remplace donc la valeur de la fréquence maximale du signal modulant. Nous renvoyons à l'étude des critères de Nyquist pour des compléments.

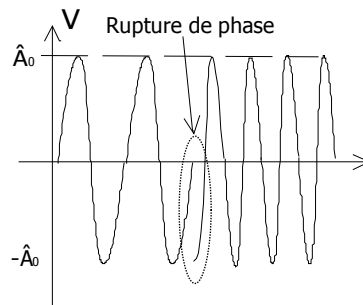
En étudiant cette allure temporelle, on distingue 2 types de FSK2 :

- ♦ sans continuité de phase (phase discontinue) : On juxtapose deux modulations d'amplitude OOK
- ♦ avec continuité de phase (phase continue) : On utilise le principe d'une modulation FM avec un modulateur constitué d'un VCO.

Le spectre va être différent selon les deux cas.

■ sans continuité de phase:

Cette méthode consiste à utiliser deux oscillateurs délivrant respectivement les signaux sinusoïdaux de fréquence f_1 et f_2 . Un inverseur commandé par le signal binaire, permet d'envoyer sur la ligne de transmission l'une ou l'autre de ces deux fréquences.

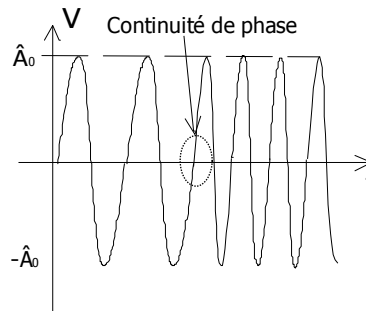


Du fait de la non-synchronisation des deux oscillateurs, le signal présente des sauts de phase au moment des changements de fréquences. Ces discontinuités de phase se traduisent par des

modifications brutales de l'amplitude du signal, dues à la différence de niveau de sortie des oscillateurs et de leur impédance de sortie, et donc de la désadaptation avec le circuit de sortie qui suit. Cette méthode a été très utilisée compte tenu de sa simplicité de réalisation (Modem filaire téléphonique, transmission radio en ondes courtes, sauvegarde de données sur des supports audio...)

■ avec continuité de phase:

Il est possible de s'affranchir de ces modulations brutales d'amplitudes parasites en faisant en sorte qu'il n'y ait pas de rupture de phase lors du passage d'une fréquence à une autre. On peut par exemple utiliser un oscillateur unique dont on modifie la fréquence via une commande en tension (VCO).

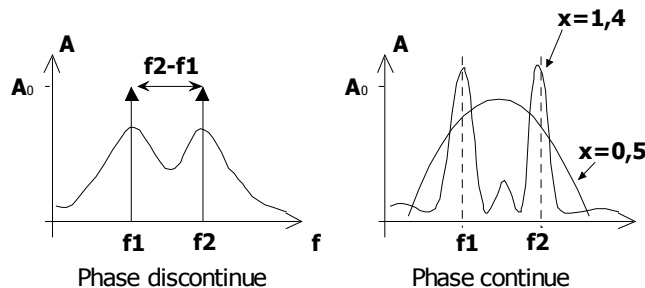


● Spectre d'un signal FSK

Du fait de la non-linéarité du procédé FM, le spectre d'un signal FSK est très complexe. Il se simplifie avec l'hypothèse suivante : Si le signal FSK est généré par commutation entre deux générateurs

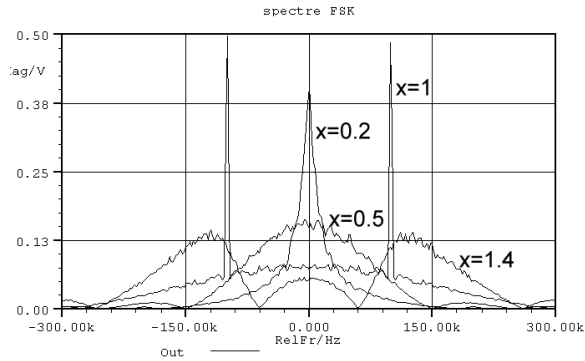
sinusoïdaux, $f_0 + \Delta f$ et $f_0 - \Delta f$ alors $\Delta f = \frac{1}{2}(f_2 - f_1)$ et $f_0 = \frac{1}{2}(f_2 + f_1)$, il peut être

considéré comme la somme de deux signaux OOK ayant l'une ou l'autre de ces fréquences comme porteuse et modulé l'un par le signal binaire original, l'autre par son inverse logique. *Dans ce cas, on note la présence de raies aux fréquences des générateurs.*



Comme on l'a vu plus haut, cette méthode engendre une discontinuité de phase. En réalité le signal FSK est rarement généré de cette manière, mais plutôt par variation de la fréquence d'un oscillateur commandé en tension (VCO), ce qui conduit à un signal secondaire à phase continue (§ 8.3.3 Montages 1 et 2). Ce détail, en apparence insignifiant, modifie le spectre : les raies disparaissent dans le cas général mais restent présentes pour les valeurs entières du taux de modulation x .

Les résultats de simulation ci-dessous présentent des comparaisons entre les différents taux de modulation pour le cas d'un VCO modulé par une séquence pseudoaléatoire NRZ.



Ici : $R = 200\text{kBd}$

8.3.3 Modulateurs analogiques de fréquence FSK

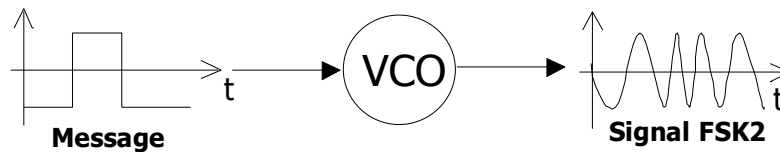
On trouve en pratique deux formes de modulateur numérique en fréquence :

- Soit on utilise les modulateurs analogiques,
- Soit on réalise une synthèse numérique des signaux modulés.

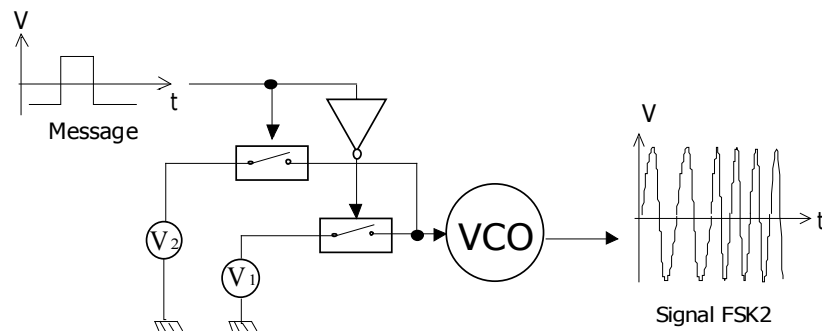
Dans ce paragraphe on traite la première catégorie. La seconde est abordée dans le paragraphe suivant.

On présente deux modulateurs assurant la continuité de phase (VCO) mais présentant deux pilotages différents.

MONTAGE 1



MONTAGE 2



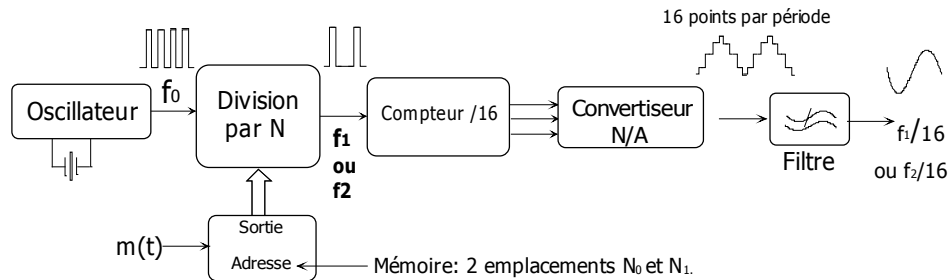
Le montage 1 présente de par sa simplicité quelques défauts dont le principal est que les niveaux logiques ne sont pas définis de manière très précise, ce qui génère une incertitude sur les fréquences f_1 et f_2 .

Pour le montage 2 les fréquences f_1 et f_2 sont fonctions des tensions contrôlées V_1 et V_2 . Le signal binaire commandant alors la sélection entre f_1 et f_2 . L'incertitude sur les fréquences est minimale grâce à la plus haute stabilité des sources de tension.

Enfin signalons dans certains cas la présence de circuit d'adaptation entre les générateurs de tensions et l'entrée du VCO. En effet, le simple branchement d'une impédance passive à l'entrée du VCO peut modifier très sensiblement la valeur de la fréquence centrale f_0 .

8.3.4 Synthèse numérique de signaux modulés FSK

Les procédés précédents sont assez limités quant à la précision sur les fréquences f_1 et f_2 . En effet, celle-ci est tributaire de la régulation des sources de tension V_1 et V_2 . Pour certaines applications on préfère opérer par voie numérique.



L'usage de plus en plus répandu des processeurs numériques de signal (DSP: Digital Signal Processor) tend à rendre cette méthode très utilisée, pour la FSK comme pour les autres techniques (voir section 5).

- **Oscillateur à quartz**

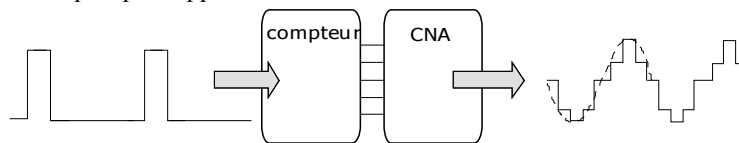
On part d'un oscillateur à quartz unique (cela permet d'éviter les problèmes de déphasages engendrés par le couplage de 2 oscillateurs, donc d'obtenir un signal à phase continue). Cet oscillateur de fréquence f_0 servira d'étalon. Le passage de f_0 à f_1 et f_2 fait appel aux techniques de division de fréquence par comptage : on retient une impulsion toutes les N en sortie

- **Compteur à préchargement**

On utilise ici un compteur à préchargement qui contient en mémoire deux valeurs pour N sélectionnées par $m(t)$. En choisissant correctement des diviseurs N_1 et N_2 on obtiendra en sortie les fréquences désirées $f_1 = f_0/N_1$ et $f_2 = f_0/N_2$. Le signal d'entrée permet de choisir en mémoire N_1 ou N_2 . Le compteur va délivrer entre deux impulsions successives un signal codé sur 16 niveaux et ayant la forme d'une sinusoïde.

- **Synthèse numérique d'une porteuse**

On peut détailler rapidement ce qu'on appelle la synthèse digitale (ou numérique) de porteuse analogique. Le principe s'appuie sur la théorie de Fourier et la réduction du niveau des harmoniques par rapport au fondamental.



- ♦ On divise le signal par 16 (compteur/16)
- ♦ Les sorties du compteur sont les adresses d'une mémoire à 16 emplacements, contenant 16 valeurs d'une période de sinusoïde.
- ♦ On convertit en analogique le mot binaire pour un CNA. On obtient une approximation sur 16 paliers d'un signal sinusoïdal.
- ♦ Le filtrage final est beaucoup plus simple à réaliser (niveau des harmoniques plus faibles) que pour un signal carré.

- **Modulation FSK**

En filtrant par un passe-bas les signaux à niveaux discrets de sortie du compteur on réalise ainsi une modulation FSK aux fréquences f_1 et f_2 de la séquence binaire d'entrée. Le filtre utilisé est d'ordre suffisamment élevé pour ne conserver que la fréquence fondamentale. Comme il a été déjà expliqué, on aurait pu filtrer directement un signal carré, mais l'ordre du filtre devrait être plus grand.

8.3.5 FSK-m

Tous les principes et raisonnements présentés ici peuvent être étendus à une modulation numérique de fréquence à m états, appelés FSK- m , ou modulations multi-tons: dans un spectre audio, cela revient en effet à utiliser une note pour émettre un symbole de plusieurs eb.

8.4 MSK - Minimum Shift Keying

8.4.1 Définition

Les modulations dites à saut de fréquence minimal "MSK, Minimum Frequency Shift Keying" sont des modulations à déplacement de fréquence (FSK) particulières. Elles peuvent ainsi être considérées comme des modulations à quatre états de phase (parfois plus), qui n'autorisent que les transitions d'un état à un état voisin ($\pm 90^\circ$). [voir chapitre 1.5].

On peut donc la considérer comme une FSK-2 [à phase continue] où la bande spectrale occupée B est minimale.

$$\boxed{x = \frac{1}{2} = \frac{2\Delta f}{R}} \quad [1]$$

$$2\Delta f = \frac{f_2 - f_1}{R} = \frac{1}{2} \Rightarrow \Delta f = \frac{1}{4T}$$

$$B = 1,17 \cdot \frac{1}{T} \quad [\text{Hz}]$$

8.4.2 Expression temporelle

En vertu de la définition, on peut exprimer la porteuse temporelle de la MSK par :

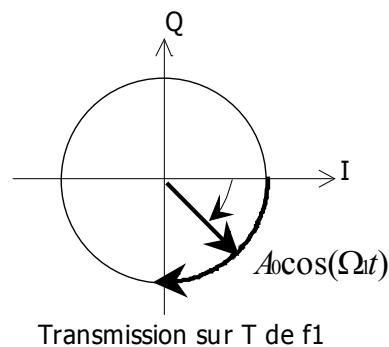
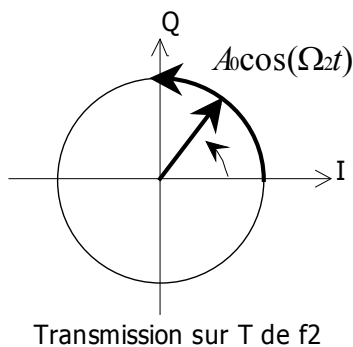
$$h(t) = A_0 \cos(\omega_0 t \pm \frac{\pi}{2T} t)$$

Les deux fréquences instantanées de la porteuses modulées sont:

$$f_1 = f_0 - 1/4T$$

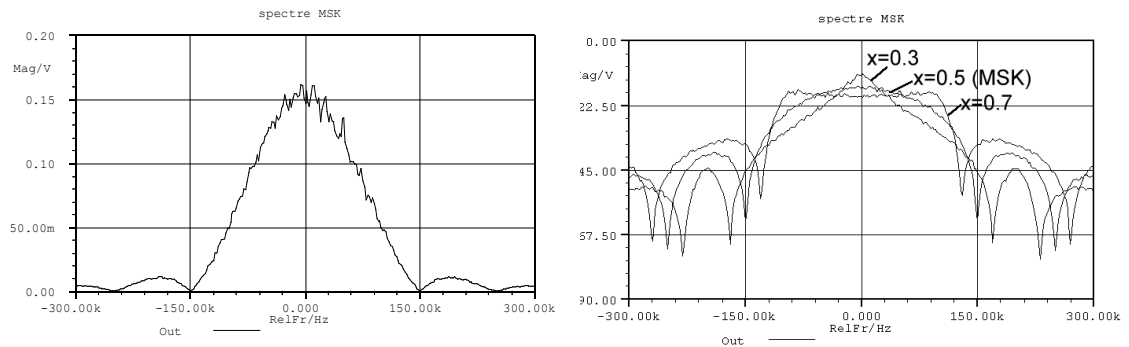
$$f_2 = f_0 + 1/4T$$

Contrairement à une FSK classique, la MSK présente donc la particularité que la porteuse modulée effectue un quart de tour dans le diagramme de Fresnel pendant la durée T d'émission d'un eb.



8.4.3 Aspects spectraux

Les deux graphes présentent la modulation MSK en linéaire et en décibels.



La courbe de gauche permet de comparer l'allure de la MSK avec les autres FSK de taux de modulation proche. La FSK présente un lobe principal parfaitement arrondi.

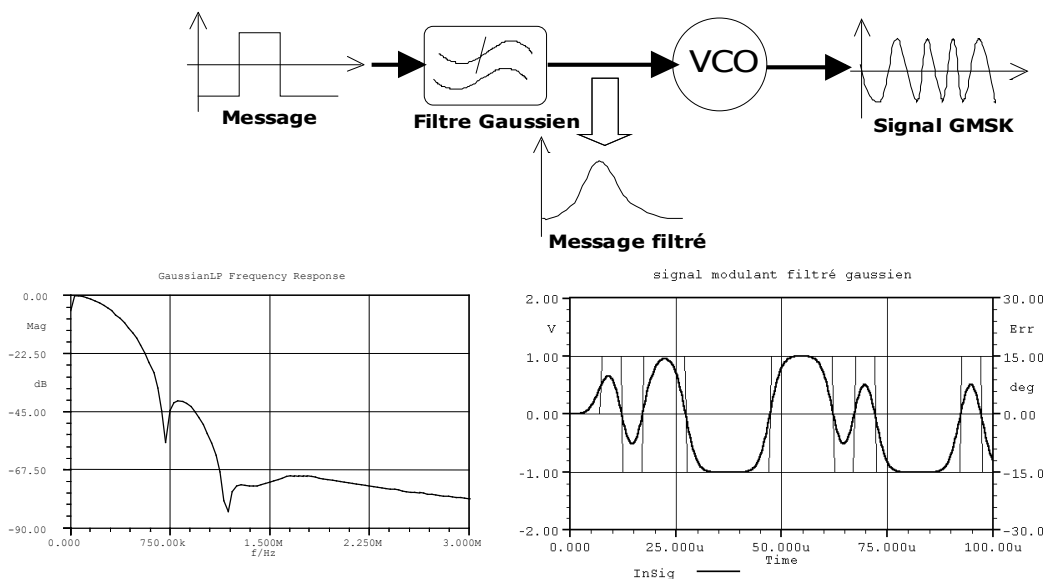
8.4.4 Intérêt et utilisation

La valeur limitée du saut de phase (+ ou - $\pi/2$ au maximum) et la vitesse ralentie de la transition entre moments réduisent considérablement les composantes spectrales hors de la bande utile. Les brouillages hors de la bande du signal sont alors beaucoup plus faibles. De plus nous verrons que cette modulation de fréquence peut s'apparenter à une modulation de phase à 4 états, ce qui permet de créer des modulateurs et des démodulateurs analogues à ceux de la QPSK.

Cependant, les changements de fréquences sont en principe abruptes ce qui provoque des rebonds importants, issus du signal modulant NRZ. Pour éliminer cet inconvénient, on utilise un filtrage gaussien.

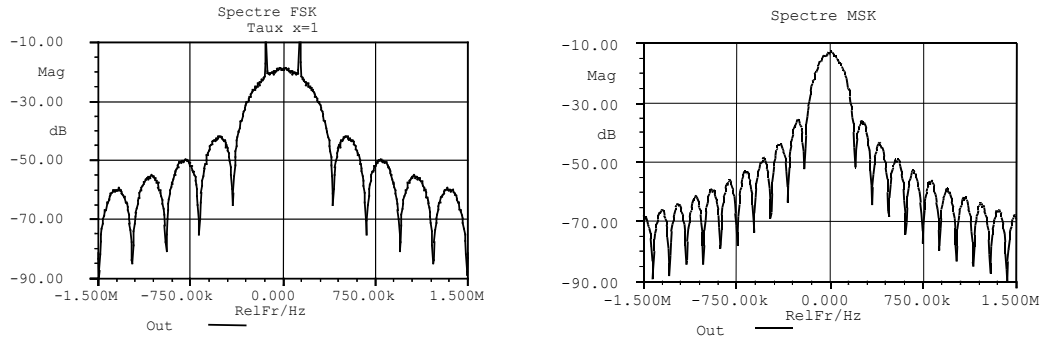
8.4.5 Filtrage gaussien

L'intérêt est donc ici d'assurer des transitions de fréquences très « molles », donc de limiter la bande spectrale occupée. On remarque au passage que le signal modulé ressemble fort à une modulation de fréquence analogique (FM). cette propriété est utilisée dans la modulation utilisée pour le GSM, la GMSK : Gaussian Filtered MSK, et dans la technique Bluetooth qui utilise la GFSK, Gaussian Filtered FSK.



Ci-dessus on présente la fonction de transfert d'un filtre gaussien et une séquence NRZ filtrée.

8.4.6 Spectres FSK – MSK - GMSK

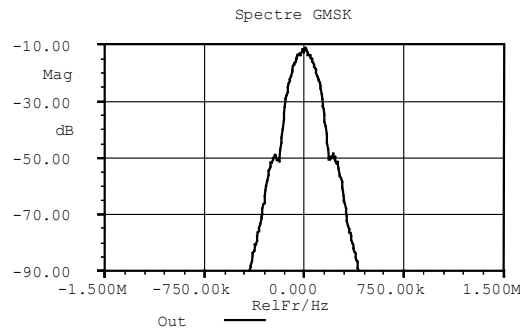


Le débit utilisé pour ces simulations est celui du GSM soit $D=271\text{kbit/s}$.

8.5 Porteuses en quadrature

8.5.1 Expression mathématique et représentation

Si on utilise la notation réelle générale du signal modulé en amplitude, phase ou fréquence on obtient alors :



$$h(t) = \hat{A}_0(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi(t))$$

Soit en utilisant les relations trigonométriques:

$$h(t) = \hat{A}_0(t) [\cos(2\pi f_0 t) \cos(\varphi(t)) - \sin(2\pi f_0 t) \sin(\varphi(t))]$$

On peut donc utiliser la représentation de cette expression dans un diagramme I-Q, tel qu'il a été présenté dans la première section. L'extrémité de la porteuse sera représenté par un point : en modulation de phase pure "PSK" ils sont sur un cercle de rayon constant correspondant à la tension crête de la porteuse.

Le signal modulé en phase s'exprime alors sous la forme :

$$h(t) = a_n \cos(\omega_0 t) - b_n \sin(\omega_0 t)$$

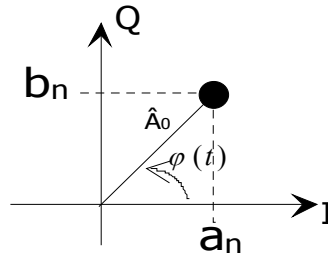
avec:

$$a_n = \hat{A}_0(t) \cos(\varphi(t))$$

$$b_n = \hat{A}_0(t) \sin(\varphi(t))$$

8.5.2 Constellation

On représente alors $h(t)$ dans un diagramme IQ, ou polaire :



Pour les modulations numériques, a_n et b_n prennent des valeurs discrètes, c'est à dire qu'elles sont en nombre fini.

La forme obtenue pour l'ensemble des points est appelée *constellation*; nous verrons que c'est la seule méthode pour distinguer les différentes modulations.

8.5.3 Approche complexe

Pour faciliter l'approche de ces modulations, en particulier au niveau mathématique, il peut être utile d'utiliser la représentation complexe. Dans ce cas, le moment de la porteuse est caractérisé par ses états d'amplitudes, de phase et (éventuellement) de fréquence. Alors on associe le point de la constellation au nombre complexe:

$$c_n = a_n + jb_n$$

La modulation par une fréquence porteuse est alors:

$$\underline{h}(t) = c_n e^{j\omega_0 t}$$

et dans ce cas on conserve l'expression réelle présentée au paragraphe 8.5.1:

$$h(t) = \text{Re}\{\underline{h}(t)\}$$

8.6 PSK – Phase Shift Keying

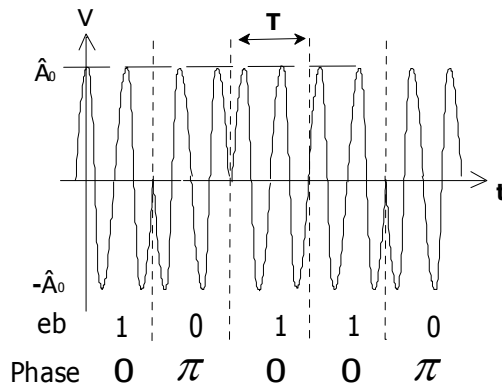
PSK-n : n Phase Shift Keying

MDP-n : Modulation à déplacement de phase n états de phase.

8.6.1 BPSK (Binary PSK)

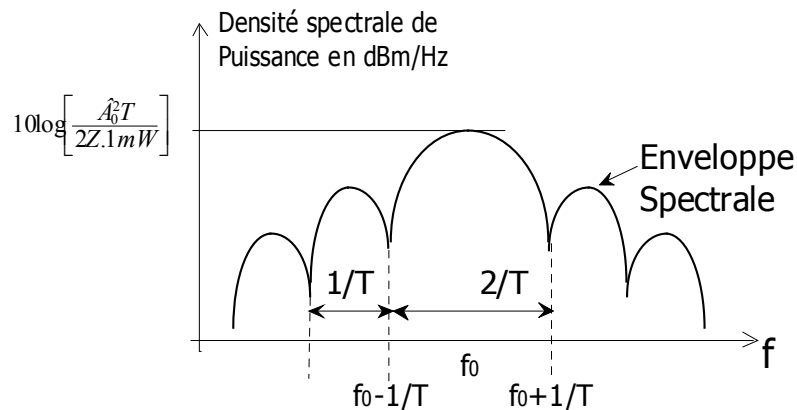
Ce signal est aussi appelé PSK-2, modulation à déplacement de phase à deux états.

♦ On représente sur le schéma qui suit l'aspect temporel d'une porteuse modulée en 2PSK par un message binaire



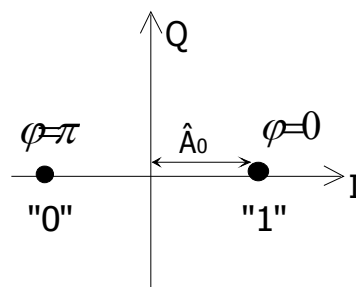
Pour l'eb "1", on émet la porteuse pure $p(t)$, pour l'eb "0" on émet la porteuse en opposition de phase $-p(t)$. Si $a_n(t)$ code le message avec un type NRZ :

$$h(t) = a_n(t) \cdot p(t)$$



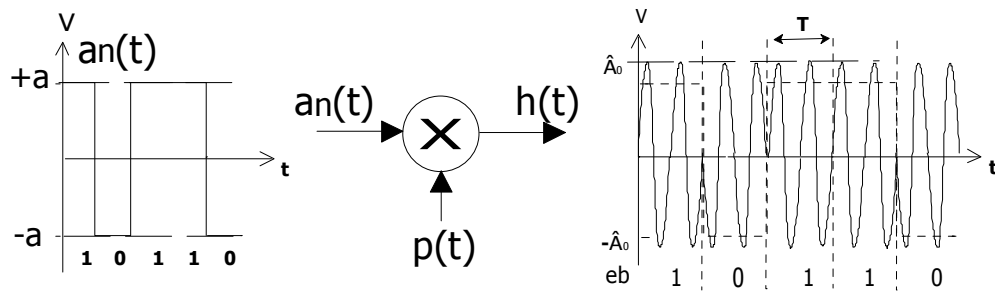
♦ De par son expression temporelle, le signal modulé à deux états de phase correspond à une MAPS avec un signal modulant carré NRZ antipolaire (+1 ou -1 Volts). Le spectre est alors constitué des deux bandes latérales sans porteuse: le spectre du signal modulant et de son spectre symétrique par rapport à la fréquence porteuse. On retrouvera un spectre identique pour toutes les modulations numériques PSK (et également QAM). La seule information accessible est, outre une valeur approchée de la fréquence porteuse, le rythme horloge $R=1/T$.

♦ La constellation permet de connaître l'information sur la phase :



Elle est constituée de deux points opposés par le centre du diagramme, c'est à dire en opposition de phase.

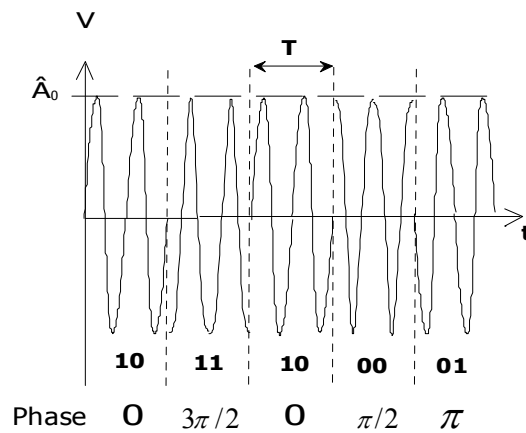
♦ On peut utiliser un mélangeur pour réaliser une telle opération de modulation PSK2, ou une multiplication numérique de la porteuse pure avec le signal modulant.



8.6.2 QPSK (Quaternary PSK)

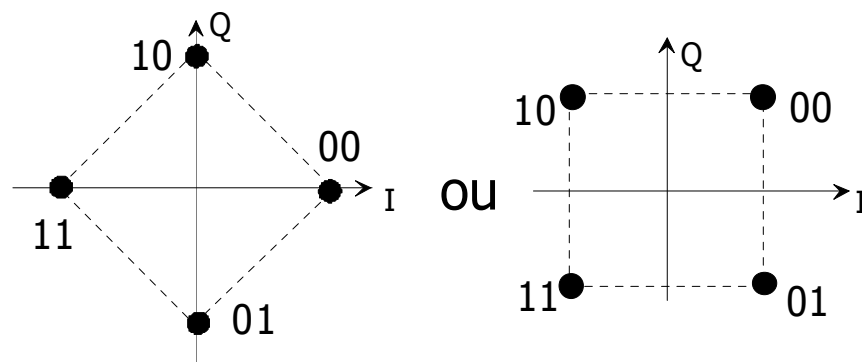
La QPSK est une PSK-4.

- ♦ En étendant le principe de la PSK2 à 4 états de phase, l'aspect temporel se déduit simplement :

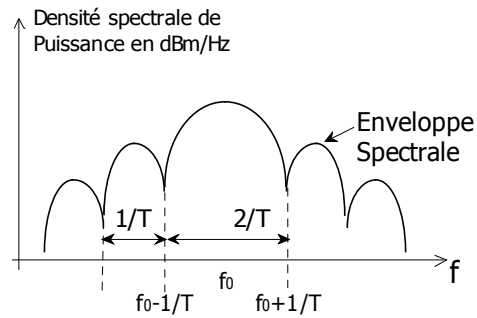


Comme la modulation présente une valence de 4, on peut regrouper les eb par deux et coder chaque couple par un état de phase particulier. Le nombre d'eb par symbole est donc de deux, et pendant la durée T d'un moment, on émet un symbole de deux eb, alors qu'en PSK2 on n'émet qu'un eb.

- ♦ **Constellation** : Les deux représentations sont équivalentes; l'important est qu'il y ait quatre points répartis sur un cercle. On parle d'*offset* de phase pour décrire les rotations éventuelles de l'ensemble de la constellation.



- ♦ **Spectre** : Il est rigoureusement identique à celui de la PSK2, sous réserve que la durée des symboles est identique et vaut $T=1/R$.



La densité spectrale de puissance s'exprime alors, comme pour toutes les modulations de ce type:

$$\Gamma_{QPSK}(f) = \frac{\hat{A}_0^2 T}{2} \left(\frac{\sin(\pi T(f - f_0))}{\pi T(f - f_0)} \right)^2 \quad [\text{V}^2/\text{Hz}]$$

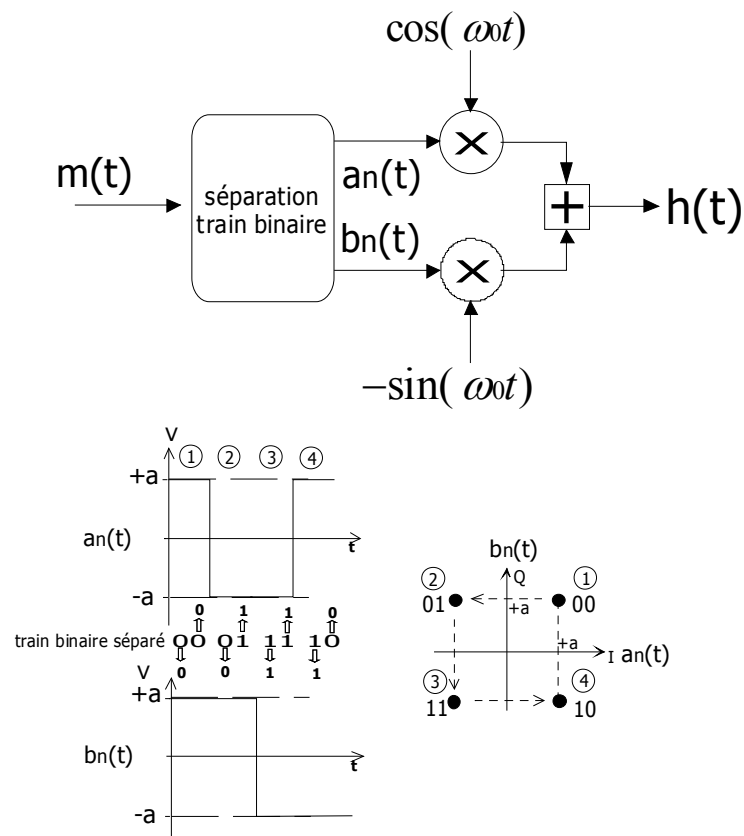
et on montre que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma_{QPSK}(f) df = \frac{\hat{A}_0^2}{2} \quad [\text{V}^2]$$

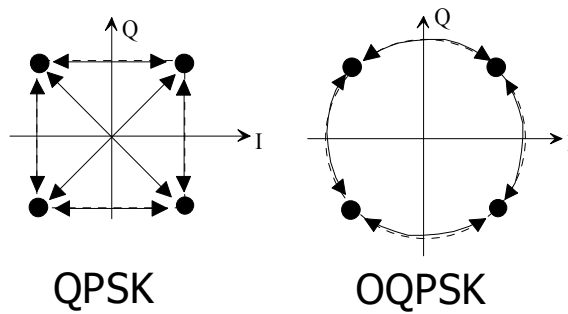
On retrouve ainsi la puissance de la porteuse pure non modulée P_0 .

♦ **Modulateur** : l'idée est de réaliser une modulation de chacune des deux porteuses en quadrature. Cette opération nécessite un traitement des éléments binaires de façon à appliquer les signaux convenables aux mélangeurs (1 eb sur 2). On a ainsi deux BPSK avec des porteuses en quadrature.

$$h(t) = a_n \cos(\omega_0 t) - b_n \sin(\omega_0 t)$$



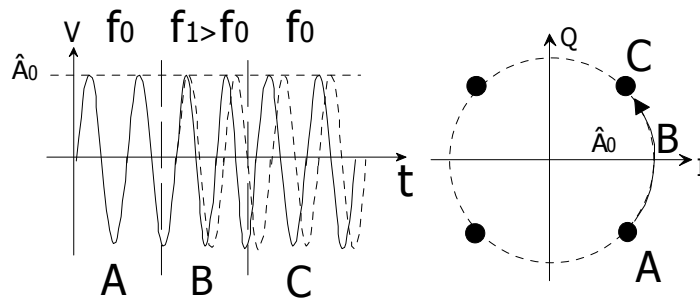
8.6.3 OQPSK (Offset QPSK)



Dans ce cas particulier, toutes les transitions entre certains moments ne sont pas possibles. On interdit en particulier les passages par 0 qui sont des inversions brutales de phase et donc ont tendance à élargir le spectre.

Les transitions pour une OQPSK peuvent se décrire comme des variations progressives de la fréquence afin de décaler la phase de la porteuse.

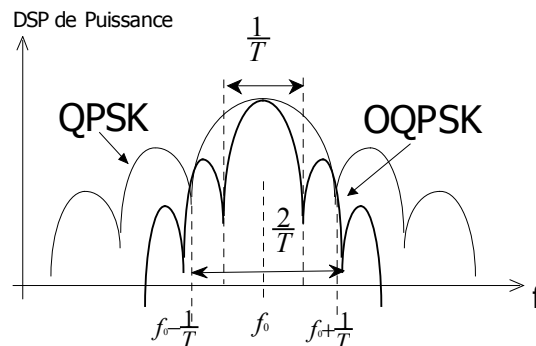
- A : Porteuse pure à la fréquence f_0 ; on a un point sur la constellation
- B : Porteuse pure de fréquence $f_1 > f_0$. La porteuse tourne dans la constellation sur le cercle (enveloppe constante).
- C : Porteuse pure à la fréquence f_0 ; on a un point sur la constellation, mais déplacé par rapport au point précédent.



Une autre technique consiste à décaler le train binaire sur la voie Q d'une durée égale à la moitié de la durée d'un moment par rapport à la voie I. Ainsi les transitions ne sont jamais simultanées sur les deux voies I et Q. On a ainsi le déplacement sur un carré sans les diagonales. Un filtrage permet d'"arrondir" les transitions.

Les intérêts d'une OQPSK sont :

- ♦ Signal modulé moins sensible aux non-linéarités des amplis. (enveloppe constante comme en FM)
- ♦ Spectre plus étroit (transitions moins brutales) : la largeur du lobe principal peut-être divisée par 2.



Les transitions étant limitées à $\pm 90^\circ$ il n'est plus possible de transmettre 2π par moment transmis mais seulement π . On détaille cette difficulté au chapitre sur les modulations différentielles dans la partie suivante. Par exemple un déplacement vers la droite transmet l'eb "0" pendant T et un déplacement vers la gauche transmet l'eb "1" pendant T: on retrouve alors la MSK. Pour obtenir le même débit qu'une QPSK, il faut alors doubler la vitesse de modulation de l'OQPSK, donc élargir le spectre par 2 : on retrouve le spectre de la QPSK ! On évite cependant les transitions brutales de phase et on assure une absence de modulation d'amplitude parasite.

La GMSK est une forme d'OQPSK avec des transitions lentes dues au filtrage gaussien (Durée de l'état B grande devant A et C : la durée de la transition vaut la durée d'un moment T).

8.6.4 Remarques sur les structures de modulateur

Les considérations précédentes permettent de signaler que l'on trouve deux structures de modulateur différentes:

- ♦ Une structure à deux voies parallèles I et Q utilisant deux mélangeurs et un sommateur
- ♦ Une structure à VCO modulé par un train binaire direct

La seconde est peut-être plus simple mais assure une moins bonne stabilité et une moins bonne précision.

8.6.5 Puissance en PSK

Pour une modulation PSK : $\sqrt{a_n^2 + b_n^2} = \hat{A}_0$ où \hat{A}_0 est l'amplitude crête de la porteuse. Dans ce cas la puissance de la porteuse modulée, qui est égale à la puissance moyenne de la porteuse non modulée vaut :

$$P_0 = \frac{\hat{A}_0^2}{2Z} \quad [\text{W}]$$

Cette relation est valable quelque soit le type de modulation PSK, en particulier quelque soit le nombre d'état m . Cependant en pratique, les filtrages sont susceptibles d'introduire des modulations d'amplitudes non désirées, en particulier en 2PSK.

8.7 QAM – Quadrature Amplitude Modulation

QAM-n: Quadrature Amplitude modulation n states

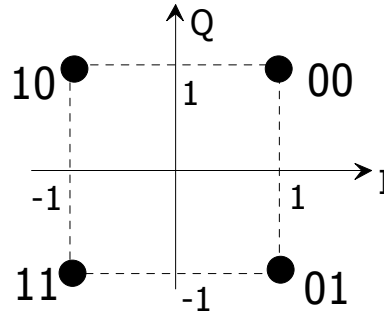
8.7.1 Définition

Les modulations Amplitude-Phase couplent les principes de la modulation d'amplitude ASK et de phase PSK. Elles sont classiquement appelées "QAM" (MAQ, en français) car elles utilisent le principe des modulations d'amplitude (ASK) sur des porteuses en quadrature.

Les composantes a_n et b_n appartiennent à des ensembles de valeurs discrètes et n'ont pas de relation entre elles : les points associés ne sont plus répartis sur un cercle mais peuvent se trouver dans l'ensemble du plan.

8.7.2 QAM-4

Exemple : $a_n \in \{-1; 1\}$
 $b_n \in \{-1; 1\}$

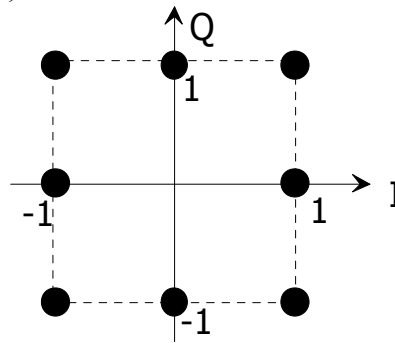


Ce type de modulation est identique à une QPSK, il s'agit d'une 4-QAM. En pratique, on ne distingue pas ces deux modulations et on parle exclusivement de QPSK. Le modulateur et le démodulateur sont identiques à celui de la QPSK.

8.7.3 QAM-8

$$a_n \in \{-1; 0; 1\}$$

$$b_n \in \{-1; 0; 1\}$$

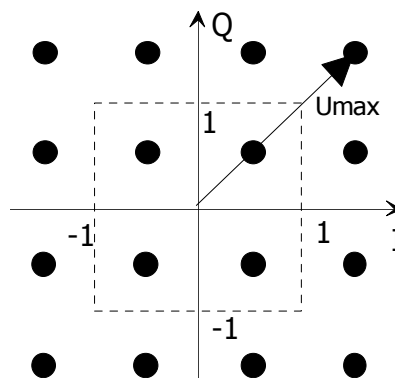


Tous les couples (a_n, b_n) ne sont pas utilisés : le couple $(0,0)$ correspondant au point central (absence de porteuse) n'est pas utilisé. Il y a donc 8 symboles de 3eb à transmettre.

8.7.4 QAM-16

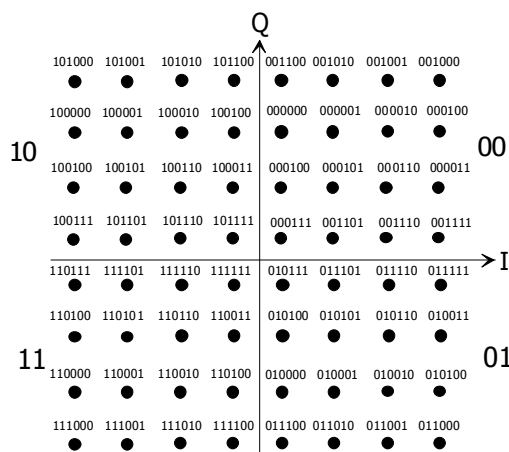
$$a_n \in \{-1,5; -0,5; 0,5; 1,5\}$$

$$b_n \in \{-1,5; -0,5; 0,5; 1,5\}$$



8.7.5 QAM 64

Ce type de modulation est exploitée sur les réseaux câblés peu sensibles aux bruits, comme pour la norme V34 (V90) pour les modems téléphoniques, ou sur les réseaux fibres optiques pour la diffusion TV.



8.7.6 Puissance d'une modulation QAM

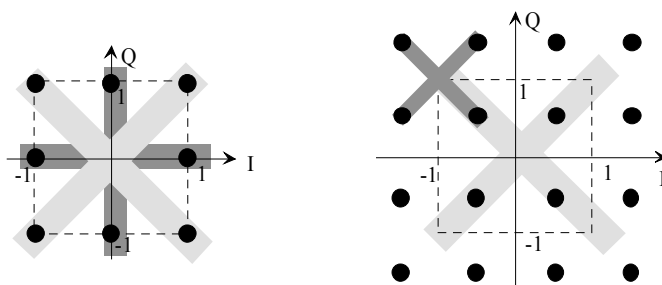
La variation de l'amplitude de la porteuse en QAM provoque au cours du temps des variations de la puissance crête émise alors qu'elle est constante en PSK. Elle va donc dépendre du type de modulation (valence) mais aussi de la loi de probabilité d'apparition des moments. Si ceux-ci sont équiprobables (ce qui est le cas courant en télécommunication), on peut donner les relations suivantes pour la puissance moyenne d'une modulation QAM :

Modulations	Puissance
Porteuse pure	$P_0 = \frac{U_{\max}^2}{2Z} \text{ [W]}$
QAM -8	$P = \frac{3U_{\max}^2}{8Z} \text{ [W]}$
QAM-16	$P = \frac{5U_{\max}^2}{18Z} \text{ [W]}$

où U_{\max} désigne la tension maximale pouvant être prise par la porteuse. On montre cette relation en calculant la puissance moyenne pour chacun des points possibles pris par la porteuse dans la constellation, puis en effectuant la moyenne. Cette méthode pourra être utilisée avec profit pour les autres modulations.

8.7.7 Modulateurs QAM

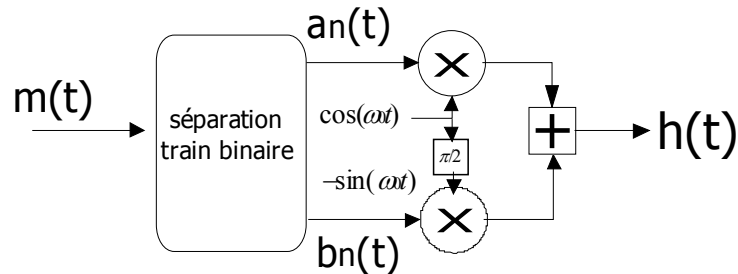
Une modulation QAM peut-être réalisée avec des modulateurs QPSK. Ainsi on montre sur les schémas qui suivent que les modulation 8-QAM et 16-QAM peuvent être réalisées avec seulement deux modulateurs QAM.



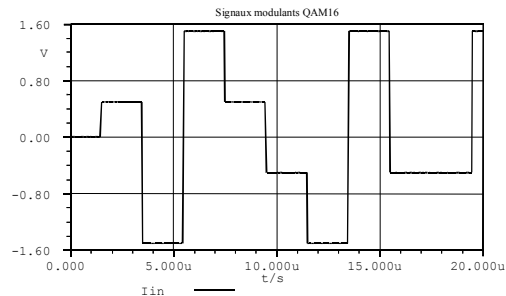
Dans le cas de la 9-QAM, on utilise un ou l'autre des modulateurs, commandés par des circuits de traitement du signal binaire. Dans le cas de la 16-QAM, on utilise le premier modulateur pour

sélectionner un quadrant (sur les deux eb de poids fort) puis le second pour sélectionner un des quatres points du quadrant (sur les deux eb de poids faible).

Avec les méthodes numériques, il devient plus simple d'utiliser le modulateur QPSK décrit au paragraphe avec des signaux modulateurs a_n et b_n ternaires pour la 8-QAM, quaternaire pour la 16-QAM, Et générés par des circuits numériques adaptés.



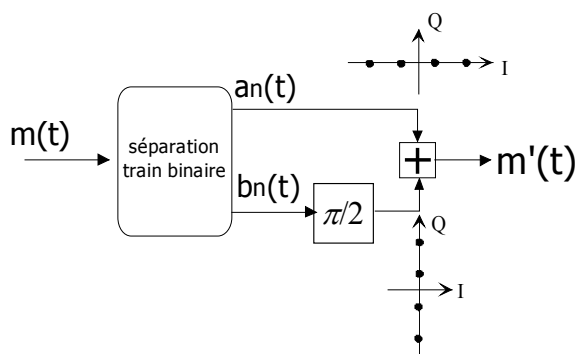
Le graphe suivant représente le signal modulant sur une des voies pour la modulation 16QAM.



8.7.8 Modulation CAP

La Modulation CAP (Carrier less Aplitude and Phase) Est un variante de la modulation QAM utilisée particulièrement sur certains modems ADSL (Asymétrical Digital Subscriber Line). Il s'agit de simplifier la réalisation de la modulation et d'accroître les performances.

La différence essentielle est d'utiliser pour le signal $b_n(t)$ sur la voie en quadrature non pas un mélange externe avec une porteuse sinusoïdale mais un déphaseur de $\pi/2$, ce qui correspond mathématiquement à une transformée de Hilbert. On déphase ainsi les trains binaires en bande de base, le signal $m'(t)$ peut alors être directement mélangé à la porteuse désirée avec un unique mélangeur.



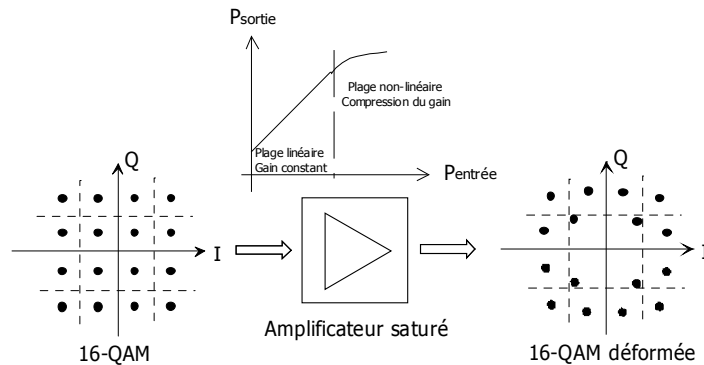
Les intérêts sont de simplifier la structure du modulateur, mais surtout de pouvoir la mettre en œuvre de manière totalement numérique en bande de base sur un processeur en évitant la présence de mélangeurs et déphaseur analogiques sur les porteuses en quadrature.

8.8 APSK – Amplitude and Phase Shift Keying

8.8.1 Non linéarité et déformation des constellation

Lors de leur transmission dans le canal de transmission (équipement de transposition de fréquence, support de transmission amplificateur de puissance et faible bruit...) les porteuses sont déformées. Les constellations qui en résultent après la démodulation est alors visible mais difficilement interprétable.

Le cas le plus courant est l'amplification de puissance qui est non linéaire, en particulier en régime saturé amplifie de manière plus franche les signaux de faibles amplitudes que ceux de fortes amplitudes (cf § 11.1.9)



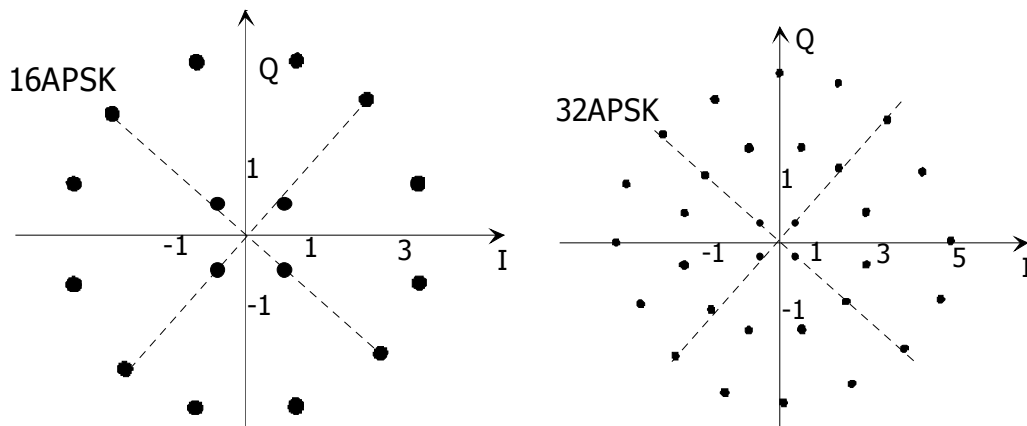
Deux conséquences directes sur les modulations étudiées :

- ♦ Les PSK supportent très bien ce genre de déformation car les points restent sur un cercle et les angles sont conservés.
- ♦ Les QAM (cf schéma précédent) sont très malmenées. L'usage d'amplificateur à très bonne linéarité (et donc coûteux) est obligatoire.

8.8.2 Modulation à valences élevées

Il se trouve que l'augmentation de la valence est délicate pour les modulations de phase pure, la discrimination angulaire étant de plus en plus délicate, ce qui est moins sensible en QAM la répartition des points étant plus équilibrée dans le plan IQ.

Afin de permettre l'augmentation de la valence avec peu de déformation et une bonne répartition, on utilise des modulations dites APSK dont les constellations sont données ci-dessous. Elles sont utilisées pour la diffusion satellite (norme DVB-S2).



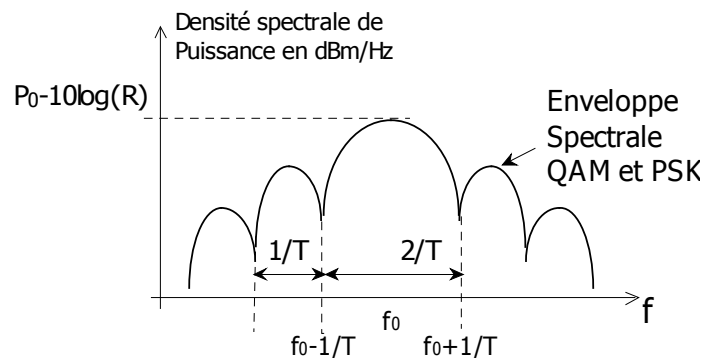
8.9 Lecture des Spectres

8.9.1 Vitesse et débit

Pour l'ensemble de ces modulations n-PSK et n-QAM, **le spectre est totalement identique**, tant que la vitesse de modulation R est la même pour toutes. En revanche, la valence m de ces modulations étant différente, le débit sera d'autant plus élevé que m est grand

$$R = \frac{1}{T} \text{ [Bd]} \quad \text{et} \quad \boxed{D = R \log_2(m)} \text{ [Bit/s]}$$

Sur le spectre, il est alors possible de mesurer la vitesse avec une bonne précision.

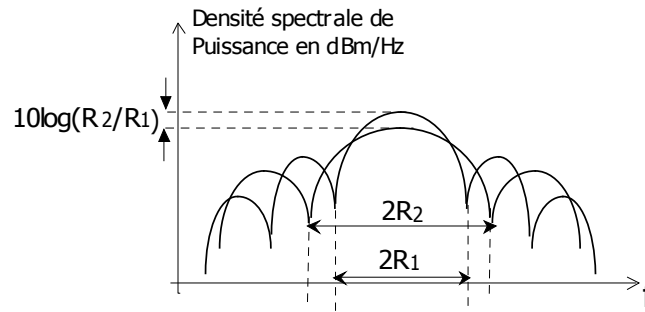


Ainsi, le débit d'une 8-PSK est 3 fois celui d'une 2-PSK pour la même occupation spectrale. En contre-partie, les modulations à valence élevée seront plus sensibles au bruit : la distance entre les points de la constellation diminue pour une puissance donnée. Nous reviendrons sur ce point dans la discussion des performances.

Modulation	Débit (bit/s)
BPSK – FSK2	R
OQPSK – GMSK	R
QPSK – FSK4	2R
8PSK 8QAM	3R
16PSK 16QAM 16APSK	4R
32QAM 32 APSK	5R
64QAM	6R
256QAM	8R

8.9.2 Vitesse et puissance

En outre, le niveau de puissance dépend également de la vitesse du signal. Il correspond au niveau de puissance de la porteuse non modulée P_0 en dBm auquel on retranche $10\log(R)$ où R est la vitesse en Bauds du signal modulant.



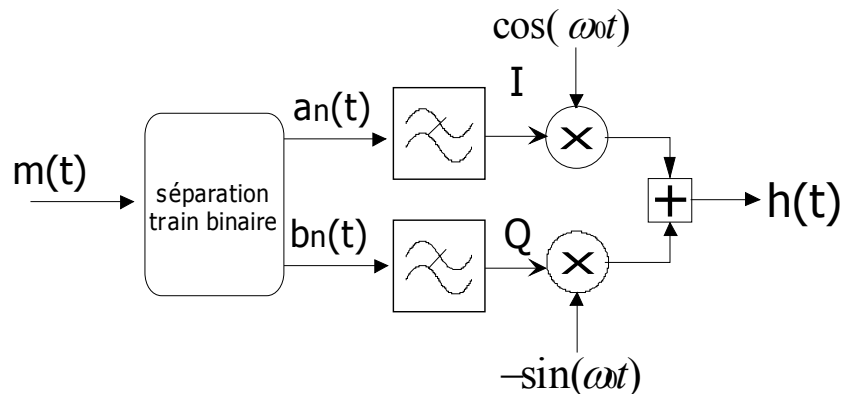
Si cette vitesse augmente, de R_1 à R_2 , le sommet du lobe principal s'abaisse légèrement, de $10\log(R_1/R_2)$. Nous renvoyons à l'étude du signal NRZ dans la première section.

8.9.3 Introduction aux filtrages

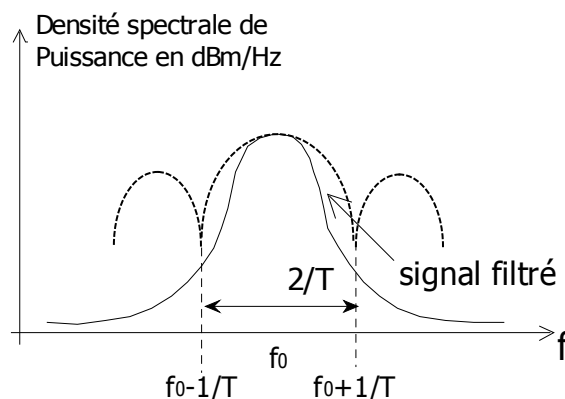
Afin de limiter les "rebonds" des lobes latéraux et l'occupation du spectre qui s'en suit, on filtre le signal modulé pour ne conserver que la partie centrale du spectre, autour de la fréquence porteuse. Il y a alors deux possibilités :

- ♦ Un filtrage passe-bande direct HF, autour de la porteuse.
- ♦ Un filtrage passe-bas "indirect" des signaux modulateurs NRZ, c'est à dire un filtrage des composantes $a_n(t)$ et $b_n(t)$.

La première solution n'est pas utilisée car trop lourde à mettre en œuvre ; il est beaucoup plus simple d'utiliser la seconde solution, surtout de manière "numérique", avec des circuits adaptés (CNA). Il s'en suit le schéma structurel :



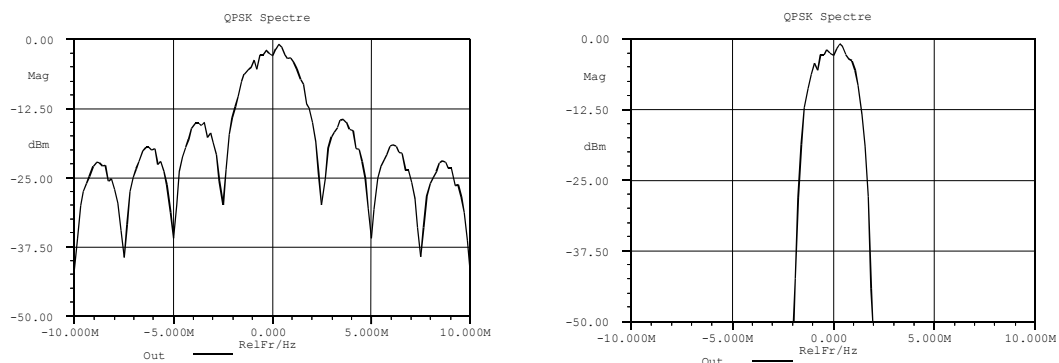
Pour conclure ce chapitre, l'usage (universel) de filtre modifie l'allure globale de la constellation et du spectre ce qui rend la lecture directe de la vitesse sur le spectre très délicate, et ce qui peut dégrader l'aspect de la constellation. Nous renvoyons à la partie 4- *démodulation* de cette section pour les allures globales, ainsi qu'au chapitre 3- *filtrage* de la section 1.



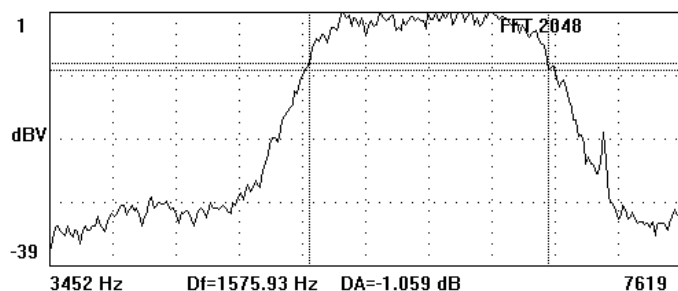
8.9.4 Exemple de filtrage

Un filtre couramment utilisé et qui sera détaillé dans la partie 4 est dénommé *filtre en cosinus surélevé* ou *Raised Root Cosine* en anglais. Nous verrons que ce filtre a des propriétés très intéressantes pour conserver les caractéristiques essentielles du signal transmis.

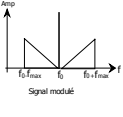
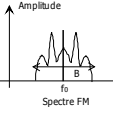
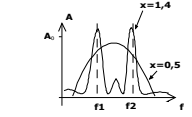

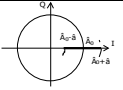
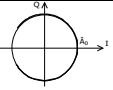
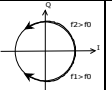
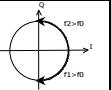
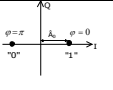
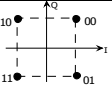
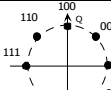
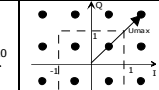
La simulation ci-dessous reproduit le spectre avant et après filtrage d'une modulation QPSK, de vitesse $R=2,5$ MBd.



Exemple d'un signal satellite QPSK réel filtré en sortie d'un modem, c'est à dire avant transmission.



8.10 Tableau comparatif

Porteuse non modulée : $h(t) = \hat{A}_0 \cos(\omega_0 t)$								
	AM	FM	FSK2	MSK	BPSK	QPSK	8PSK	16QAM
Nature	Analogique		Numérique					
Signal modulant	$m(t) = \hat{a} \cos \omega t$ Signal physique		Un signal NRZ à deux niveaux Vitesse $R=1/T$			Deux signaux NRZ	Deux signaux Pentavalents	Deux signaux quadrivalents
Puissance	$P_t = P_0 \left(1 + \frac{k^2}{2}\right)$		$P_0 = \frac{\hat{A}_0^2}{2Z}$					$P = \frac{5U_{\max}^2}{18Z}$
Largeur de modulation	$B = 2f_{\max}$	$B \approx 2(\Delta f + f_{\max})$	$B \approx 2\Delta f$	$B \approx 1,5R$	$B \approx 1,2R$ filtré - $B = 2R$ lobe			
Spectre								
Constellation								
Valence	—	—	2	2	2	4	8	16
Débits binaire	—	—	R	R	R	2R	3R	4R
Utilisation	<ul style="list-style-type: none"> • Radiodiffusion en HF (OL/OM/OC) • TV Hertzienne en V/UHF 	<ul style="list-style-type: none"> • Radiodiffusion en bande FM 88-108MHz • CB (citizen Band) 27MHz • Réseaux de communications professionnels et privés en V/UHF • Transmission analogique TV par satellite 	<ul style="list-style-type: none"> • Modem numérique HF et câble • V21 V23 • Modulation GFSK Gaussian FSK pour Bluetooth 	<ul style="list-style-type: none"> • Transmission radio • Modulation GMSK Gaussian MSK pour GSM et GPRS 	<ul style="list-style-type: none"> • Transmission satellite • UMTS avec étalement 	<ul style="list-style-type: none"> • Transmission satellite DVB-S pour la TV et la téléphonie • UMTS avec étalement • Modems filaires V22 V26 	<ul style="list-style-type: none"> • Transmission satellite haut-débit • Modems V27 • EDGE 	<ul style="list-style-type: none"> • V32 • Faisceau hertzien

9. Techniques de modulations

9.1 Modulations différentielles

9.1.1 Définition

Les modulations de phase différentielles DPSK (Differential Phase Shift Keying) sont une variante des modulations PSK. L'information n'est plus contenue dans la phase absolue de la porteuse mais dans l'écart de phase par rapport à l'état précédent.

On peut en donner trois illustrations différentes.

9.1.2 QPSK différentielle

On peut construire une modulation PSK à deux états différentielle avec :

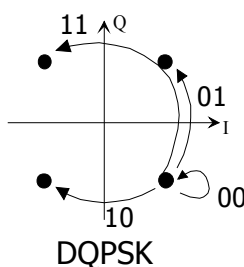
- ♦ Pour « 0 », conservation de la phase de l'état précédent
- ♦ Pour « 1 », inversion de la phase de l'état précédent

Cependant il existe un risque de pertes de la fréquence horloge. On peut donc utiliser une OQPSK et imposer une transition systématique tous les T : on ne transmet alors qu'un eb par moment :

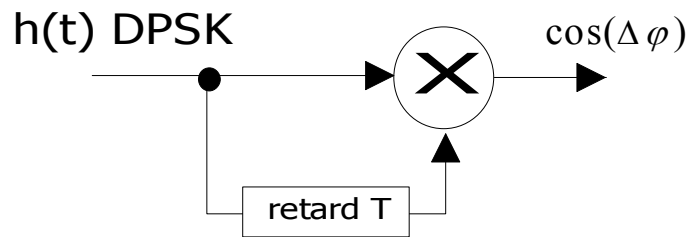
$$\text{saut } +\frac{\pi}{2}, \text{ e.b. transmis } 1 \qquad \text{saut } -\frac{\pi}{2}, \text{ e.b. transmis } 0$$

Dans le cas d'une QPSK pure, le saut de 180° peut être utilisé et on peut transmettre deux eb par moments.

Symbole	Saut de phase
00	Pas de saut (0°)
01	Saut de 90°
10	Saut de -90°
11	Saut de 180°



Les modulations non différentielles sont aussi appelées *cohérentes* car elles nécessitent de connaître la phase de la porteuse. Ici, seules les transitions sont importantes et on pourra utiliser des démodulateurs « incohérents », c'est à dire qui ne nécessitent pas la récupération de la porteuse en phase (avec PLL) .



Démodulation incohérente d'une modulation différentielle

9.1.3. PSK8 différentielle

On peut encore optimiser le principe en utilisant une 8-PSK. On peut également utiliser les 8 sauts de phase possibles et ainsi transmettre à chaque moment 3eb. On retrouve ainsi la même efficacité spectrale qu'une 8-PSK.

Symbole	Saut de phase	Symbole	Saut de phase
000	Pas de saut (0°)	110	Saut de 180°
001	Saut de 45°	111	Saut de 225°
101	Saut de 90°	011	Saut de 270°
100	Saut de 135°	010	Saut de 315°

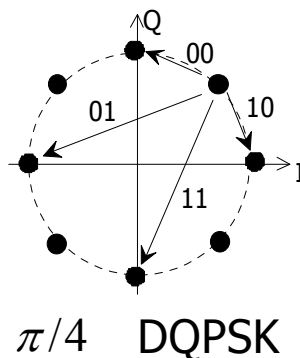
9.1.4. Intérêts et inconvénients

Le principale intérêt réside dans l'incohérence de la démodulation, qui devient très simple à réaliser, sans récupération de porteuse.

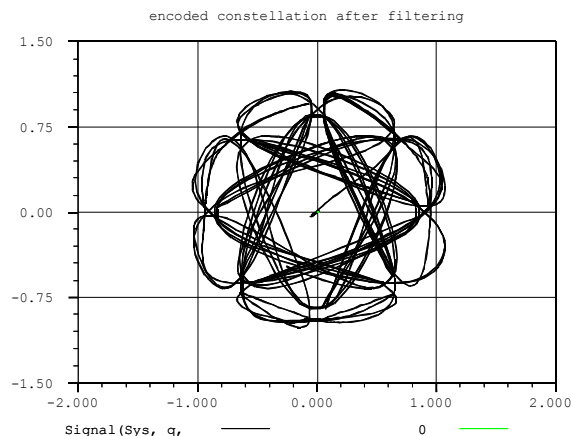
Le principal inconvénient réside dans le risque d'erreurs : en effet, si on se trompe sur un saut de phase, la mesure du saut suivant sera également faussée (trop grande ou trop petite suivant la première erreur). On risque sur une 8-PSK 6 eb erronés pour une erreur de décision sur un symbole. Il est donc important d'utiliser un codage de GRAY (§ 9.3.2) pour les sauts de façon à limiter ces risques. Le tableau précédent répond aux exigences du code de GRAY.

9.1.5. $\pi/4$ DQPSK

C'est une modulation différentielle à huit états de phase mais qui transmet seulement 2eb par moment. Tous les sauts ne sont pas utilisés, ce qui présente l'intérêt d'éviter les transitions par 0 qui provoquent des annulations de la porteuse (saut de 180°).



Sur le graphe qui suit on montre la constellation d'une $\pi/4$ DQPSK dont les signaux modulants ont été filtrés par des filtres en cosinus surélevés.



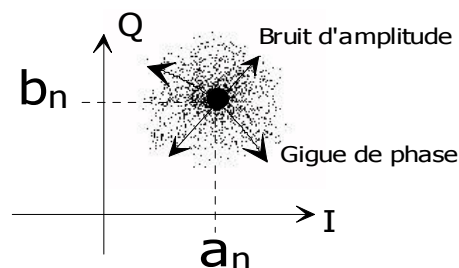
Ce type de modulation est utilisé par les téléphones cellulaires américains et japonais.

9.2 Modulations codées

9.2.1 Nature et intérêts

Afin d'augmenter l'efficacité d'une modulation, c'est à dire d'assurer un taux d'erreur le plus faible possible dans des conditions données (cf chapitre 11- Démodulation), on a développé des techniques où le codage est associé au "mappage" des symboles sur la constellation. C'est à dire que les symboles (combinaisons d'eb) sont associés de manière précise aux différents points de la constellation et en rapport avec les contraintes de la liaison.

Ce chapitre anticipe quelque peu sur la partie suivante, auquel nous renvoyons pour des détails supplémentaires.



9.2.2 Influence du bruit sur la constellation

Tout les points de la constellation vont être sensibles aux bruits et auront tendance à « s'étaler » autour de leur position idéal défini par le couple (a_n, b_n) .

L'origine des bruits et leur contribution peut se classer en deux catégories :

Gigue de phase :

Elle modifie la phase de la porteuse et peut être due à différentes causes :

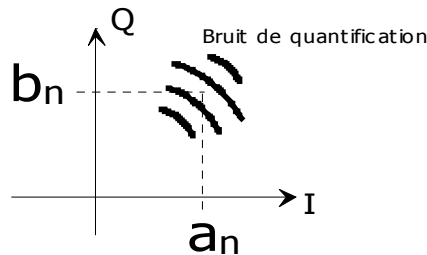
- ♦ Stabilité des oscillateurs (VCO, PLL...)
- ♦ Effet Doppler (mouvement de l'émetteur par rapport au récepteur)
- ♦ Non linéarité des phases de filtres (dispersion)

Bruit d'amplitude :

Il joue sur l'amplitude de la porteuse

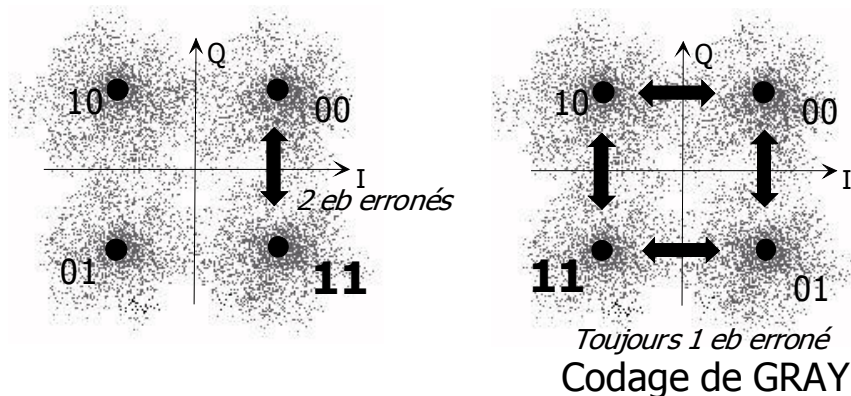
- ♦ Parasites externes (Foudre, étincelles...)
- ♦ Bruits électroniques (bruit blanc thermique)
- ♦ Fading (évanouissements dus aux multi-trajets)

On peut signaler en outre l'influence du **bruit de quantification**, provoqué par le nombre d'état de quantification limité du CAN lors de la numérisation du signal modulé. Les amplitudes de la porteuses sont discrétisées selon la figure qui suit :

**9.2.3 Codage de GRAY**

Pour diminuer le risque d'erreurs on utilise un codage type «codage de Gray», les zones de décision adjacents ne codent que les séries qui diffère d'un e.b. (voir schéma ci-dessous).

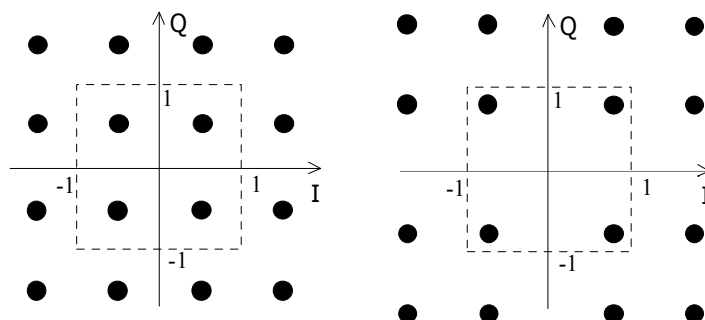
Le codage de Gray peut encore être utilisé pour une 8-PSK.



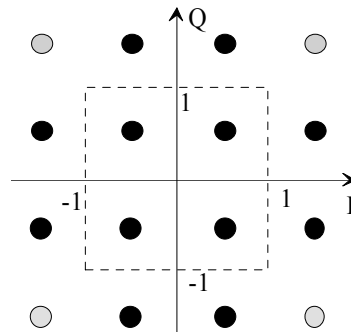
En revanche, il est impossible à réaliser pour une modulation QAM vu la structure de la constellation. On utilise alors le concept de *modulation hiérarchique*.

9.2.4 Modulations hiérarchiques

Le codage de GRAY étant impossible à réaliser en QAM avec une efficacité comparable aux modulations PSK, on utilise d'autres procédés qui permettent de limiter les erreurs. On parle dans ce cas de *modulations hiérarchiques*. Plusieurs variantes coexistent.



Elles s'appuient en grande partie sur la nature des e_b à transmettre (codage) et privilégient la transmission de certains (poids fort) sur les autres. Sur le schéma ci-dessus, la constellation de droite permet d'identifier de manière plus sûre les quadrants qui portent les 2 e_b de poids forts. Ainsi dans le cas de la 16QAM, les quatre quadrants peuvent coder chacun 2 e_b en codage de Gray comme pour une QPSK ; les 2 e_b suivant seront de poids faibles.



Autre possibilité : sur la constellation ci-dessus, les points grisés peuvent être modulés séparément des autres comme une QPSK classique. La résistance au bruit de cette modulation sera plus grande que celle utilisant les points noirs. On transmettra ainsi de manière fiable 2 e_b .

On va être ainsi conduit à transmettre simultanément deux flux binaires distincts

- ♦ Le *flux Haute priorité* (HP Stream, High priority Stream) mieux protégé, avec un débit inférieur pouvant être reçu dans des conditions médiocres : à l'intérieur d'un bâtiment, dans un véhicule, loin de l'émetteur...
- ♦ Le *flux Basse priorité* (LP stream, Low Priority Stream) moins sûr. Avec un débit supérieur devant être reçu dans de bonnes conditions : à l'extérieur d'un bâtiment, fixe, prêt de l'émetteur...

Ces procédés sont utilisés pour les cas où la transmission doit être continue et où certaines erreurs peuvent être tolérées (transmission "temps réel", images et sons). Ce type de modulation est utilisé pour les normes de types DVB-T (Digital Video Broadcasting – Terrestrial) dans le cas d'une 64-QAM.

9.2.5 PCM – Pulse Coded Modulation

le terme PCM se traduit par MIC – Modulation d'Impulsions Codées. Cette technique n'est pas à proprement parlé une modulation, mais une technique de transcodage électrique en bande de base. Elle est historiquement associée au traitement numérique de la voix avec un débit de 64kbit/s. Nous la détaillerons dans la section suivante.

Initialement élaborée pour les réseaux numériques, on la retrouve aujourd'hui sur les boucles locales analogiques pour accroître le débit binaire dans les normes telles que V90 et V92, même si ces lignes ne sont pas prévues pour cela.

9.3 TCM

9.3.1 Treillis Coded Modulation

Plus récemment développée, la modulation TCM (ou MCT, Modulation Codée en Treillis) est en réalité une technique de codage du train binaire modulant qui permet d'accroître l'efficacité spectrale, c'est à dire le débit binaire à conditions égales de transmission (puissance, bruit et bande passante). Cette technique est assimilable à celle des codages détecteurs correcteurs d'erreurs dits convolutifs et qui seront étudiés dans la section suivante.

L'idée est de ne pas autoriser les transitions par certains points au cours de la transmission, ce qui permettra une détection plus efficace des erreurs de décision et un pouvoir de correction grâce à l'exploitation d'un treillis (cf section 4).

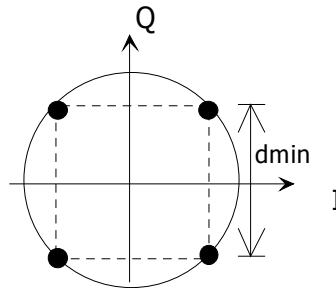
On peut ainsi doubler le débit binaire transmis en utilisant cette technique.

9.3.2 Transitions simples en modulation de phase

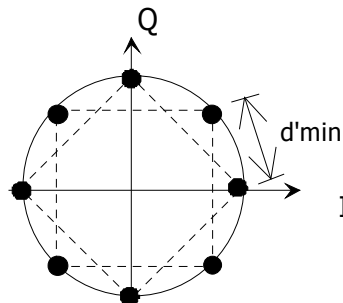
Pour transmettre le train binaire, on peut aller indifféremment d'un point de la constellation à un autre. Le plus petit trajet possible est donc la distance entre deux de ces points, soit sur une porteuse de 1 Volts, une distance de d_{min} :

$$d_{min} = \sqrt{2} = 1,414 \text{ V}$$

L'erreur, causée par l'influence de la tension de bruit (cf section 1 de ce document), est donc limitée par cette valeur. Diminuer l'erreur revient à augmenter la distance entre les points, donc à accroître la valeur de la porteuse.



Dans le cas d'une 8PSK, Tout comme en QPSK, la distance entre deux points limite l'erreur. Comme les points sont plus rapprochés, le risque d'erreur est plus grand

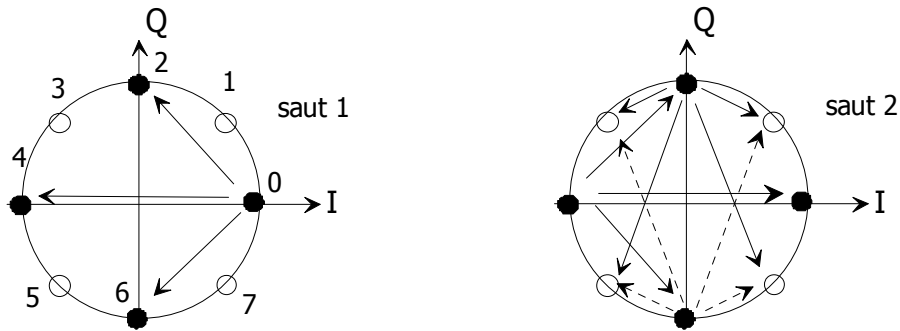


$$d'_{min} = 2 \sin(\pi / 8) = 0,765 \text{ V}$$

Ainsi, pour une porteuse de puissance identique, la 8PSK est moins performante que la QPSK, l'identification non ambiguë des points de la constellation nécessitant moins de bruit. En contre-partie, le débit est augmenté pour une bande passante équivalente dans un rapport 3/2.

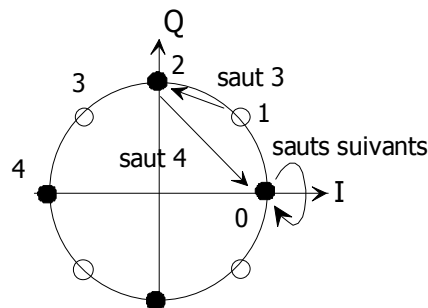
9.3.3 Codage et chemin

Supposons à présent que toutes les transitions à partir d'un point ne soient pas autorisées. Ce principe a déjà été évoqué dans le cas de l'OQPSK, ou de la $\pi/4$ DQPSK (§ 9.1.5). Ainsi, dans le cadre de la 8PSK, à partir d'un point, seuls 4 sont accessibles dans la sous-constellation QPSK à laquelle il appartient. Le débit et les performances pour cette transition sont donc identiques à celle d'une QPSK :

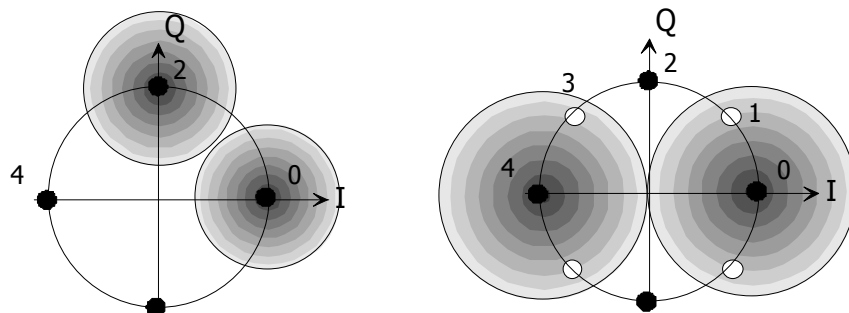


Seulement, au second saut, les points les moins distants du point d'origine (2 et 6) vont diverger vers la seconde sous constellation. Seul le point le plus éloigné (4) autorise le saut de retour au point de départ (0).

Au troisième saut, d'autres chemins peuvent passer à nouveau par le point de départ. L'ordre des sauts et des chemins est déterminé par un treillis qui permet de lire les chemins valides (cf plus bas). Le premier chemin qui convergera à nouveau vers l'origine et pourra y rester aux sauts suivants, est celui présenté sur la figure suivante :



Supposons que la séquence toute nulle soit transmise. En principe, dans ce cas le code est également nul et le même point (point 0 sur la constellation) est transmis en continu : la porteuse est fixe. Le trajet le plus court qui diverge et reconverge est l'aller-retour par le point opposé (0-4-0), de longueur 4, suivi par le trajet (0-2-1-2-0) de longueur $2 \times (1,414 + 0,765) = 4,36$. Comparé à la QPSK où le trajet le plus court était (0-2-0), le trajet (0-4-0) est ici racine de deux fois plus long. Par conséquent, il faudra deux fois plus de bruit (en terme de puissance) pour compromettre le trajet nul, c'est à dire le confondre avec un trajet valide.



Surface (puissance) de bruit en QPSK

Surface (puissance) de bruit en 8PSK-TCM

Le gain obtenu par ce procédé, appelé 8PSK-TCM est de 3dB sur une QPSK classique à débit équivalent.

9.3.4 Codage en Treillis

On fournit ci-dessous un treillis à quatre états, avec à gauche les transitions possibles et à droite les di-bits du train binaire modulant. La séquence décodée impose la réception de plusieurs moments

successifs afin de comparer le trajet reçu avec l'ensemble des trajets possibles. Seul le trajet le plus probable sera retenu à la démodulation. Cette technique est détaillée dans la section 4 consacrée au codage de canal convolutif.

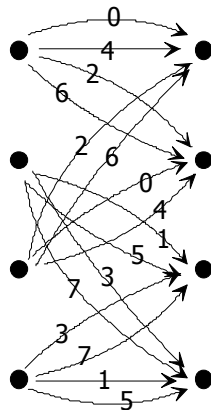
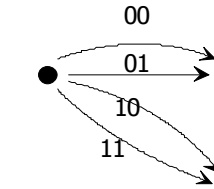


Diagramme des changements d'états
possibles: Points de la constellation



Exemple de codage de dibits

9.4 OFDM

9.4.1 Principe

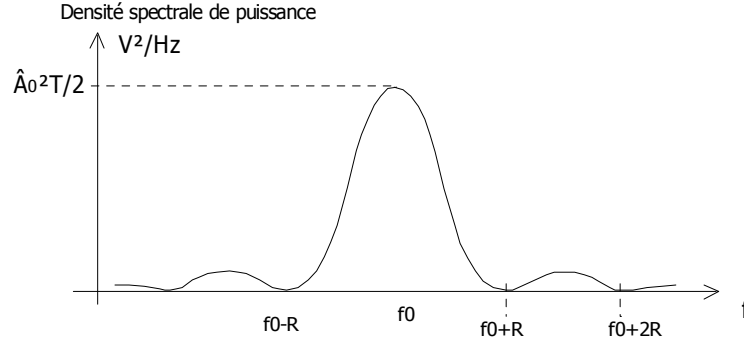
L'OFDM (Orthogonally Frequency Division Multiplex) désigne une technique visant à améliorer l'occupation spectrale et la résistance aux conditions de propagation difficiles. On la qualifie également de modulation multi-porteuses (MCM – Multi Carrier Modulation).

Il s'agit de mettre en œuvre une multitude de porteuses multiplexées en fréquence sur une bande de fréquence donnée, puis de moduler chacune de ces porteuses par un train binaire séparé. La vitesse de modulation de ces porteuses sera faible pour assurer à la fois une largeur de modulation faible et une résistance importante aux buits. En particulier, l'affaiblissement sélectif en fréquence a de forte probabilité d'affecter le canal d'une unique sous-porteuse de manière uniforme, ce qui ne nécessitera pas d'égalisation au niveau de la démodulation.

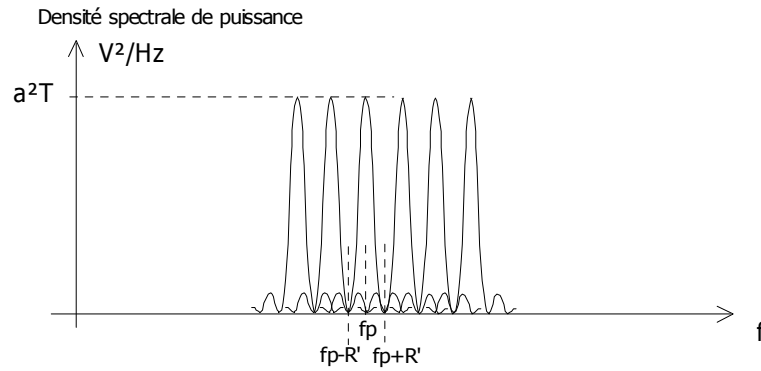
Cette technique, Mise au point dans les années 60 dans les laboratoires de BELL aux Etats-Unis et améliorée 20 ans plus tard au CCETT (Centre Commun d'Etude en Télédiffusion et Télécommunication) en France, est de plus en plus utilisée pour les communications hertziennes terrestres ou filaires ; on la trouve couplée à des techniques TCM décrites au §9.2.5. Elle est utilisée pour les normes de diffusion de TV numérique Hertzienne et pour les nouvelles techniques de réseaux sans fils (IEEE 802.11, Hyperlan,...).

9.4.2 Le multiplex OFDM

Considérons une porteuse modulée en QPSK ou QAM. Son spectre (représenté ici en diagramme linéaire) a la forme décrite dans la partie précédente :



R représente la vitesse de modulation. A présent, considérons une multitude de fréquences porteuses f_1, f_2, \dots, f_q . Chacune d'elle est modulée à une vitesse R' beaucoup plus basse. En outre, pour assurer l'orthogonalité des signaux, l'écart entre deux porteuses adjacentes f_p et f_{p+1} vaut exactement R' . On obtient ainsi le spectre suivant :



Globalement, le multiplex offre un spectre aux flancs beaucoup plus raide, et donc une perturbation très faible des bandes adjacentes. Il faut ensuite calculer le compromis entre vitesse R' et nombre de porteuses q pour calculer le débit global, tout en tenant compte de la valence des modulations, donc du nombre n d'eb par symbole. Si toutes les porteuses sont modulées de manière identique, alors le débit global vaut

$$D' = n.q.R'$$

9.4.3 Modulateur OFDM

Le train binaire modulant doit donc subir une opération de séparation et de mise en forme pour être appliqué aux différentes porteuses. On peut alors envisager de mettre en parallèle autant de modulateur que nécessaire et de coupler les sorties : ce serait très lourd et très coûteux.

La technique utilisée est purement mathématique et repose sur une utilisation judicieuse des opérations de TFD (Transformée de Fourier discrète) et de ITFD (Transformée de Fourier Discrète Inverse) qui seront décrites dans le chapitre 21 de ce volume.

En effet, chaque porteuse i est modulée par un symbole c_i , la série des c_i codant le train binaire modulant. : on obtient alors n porteuses modulées (cf §8.5.3) :

$$h_i(t) = c_i e^{j\omega_i t} \text{ avec } \omega_i = \omega_0 + 2\pi i.R'$$

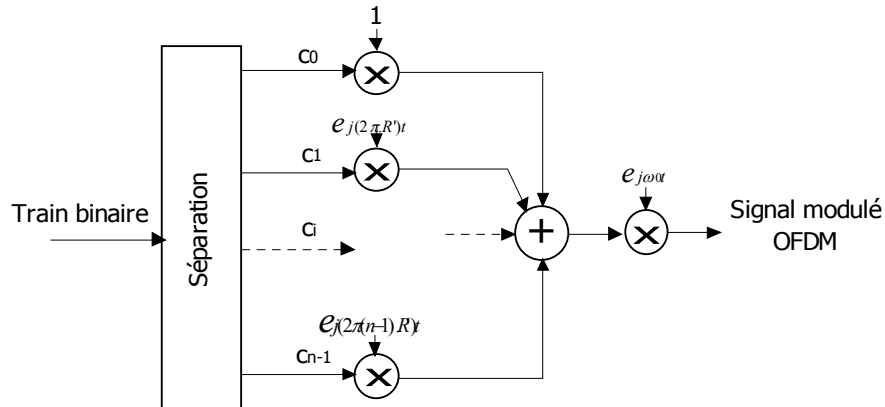
et donc l'expression du signal modulé est par somme :

$$h(t) = \sum_{0 \leq i < n} h_i(t) = \sum_{0 \leq i < n} c_i e^{j(\omega_0 + 2\pi i.R')t}$$

$$h(t) = e^{j\omega_0 t} \sum_{0 \leq i < n} c_i e^{j(2\pi i.R')t}$$

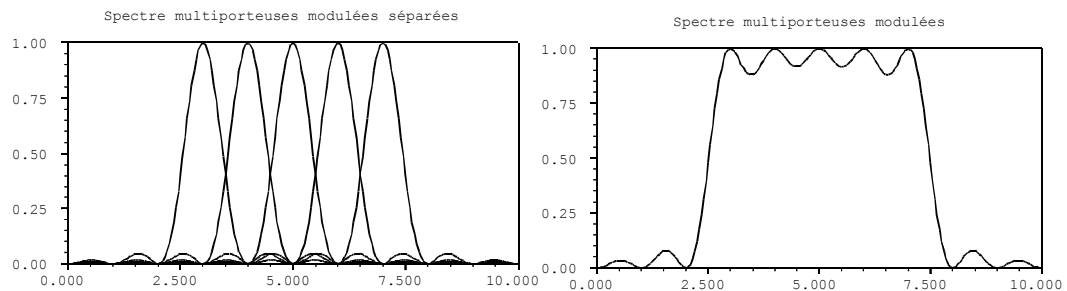
La partie réelle de ce signal correspond au signal OFDM modulé qui sera physiquement transmis. On peut le voir également comme la modulation de la porteuse f_0 par le second membre du produit ; il est aussi possible de recentrer la porteuse au centre de la bande de modulation à $f_0 + nR'/2$. En réalité, ce signal n'est pas produit directement, mais il est discrétisé pour des instants multiple de la durée $1/nR'$ puis calculé par une opération de ITFD que nous détaillerons ultérieurement (§ 21.4.5)

$$hc(kT'/n) = \sum_{0 \leq i < n} c_i e^{j2\pi k/n}$$

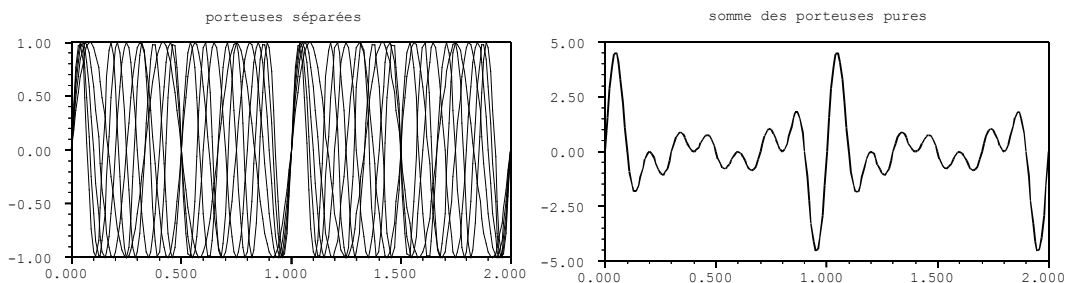


9.4.4 Simulations

Les graphes suivant présentent un multiplex OFDM de 5 porteuses au niveau spectral

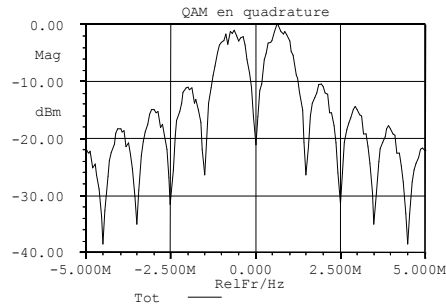


Les graphes qui suivent montre l'aspect temporel, et en particulier l'inconvénient majeur de ce type de technique : il existe en effet un risque statistique que les porteuses ajoutent leur phase de manière locale ce qui provoquera des pics de puissances sur une durée courte, et ce pic sera d'autant plus important que le nombre de porteuse sera élevée. Pour éviter ces additions, un codage approprié sera nécessaire de façon à coder les moments de manière appropriée.

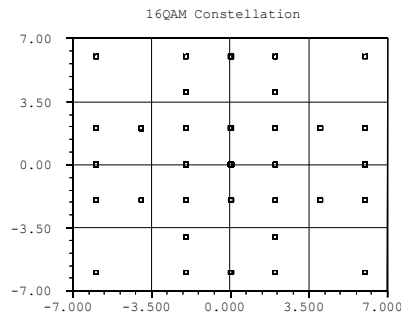


9.4.5 Démodulation et constellation

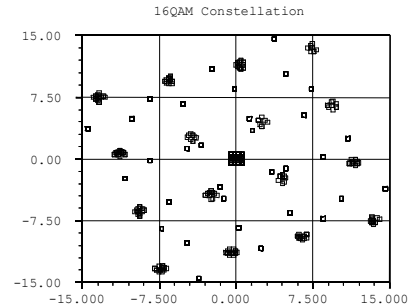
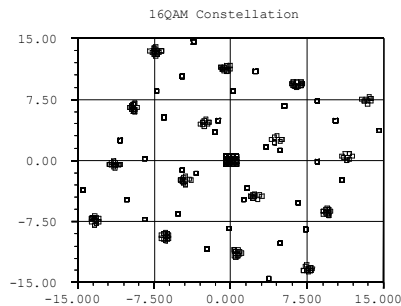
Cas d'une 16 QAM simple. Avec deux porteuses en quadrature non filtrées.



Constellation d'une porteuse QAM avec la présence de la porteuse en quadrature.



Ci dessous deux constellations ayant subies une égalisation (intégration simple des paires orthogonales) pour les deux porteuses en quadrature. La condition d'orthogonalité autorise la reconnaissance de la modulation et donc sa démodulation sans difficulté au prix d'une égalisation qui élimine les effets de la porteuse en quadrature non désirée.



9.4.6 Entrelacement des porteuses

Pour accroître la résistance dans des conditions où le canal de propagation présente des atténuations importantes, ce qui risquerait d'interdire la réception d'une porteuse du multiplex, ou de plusieurs, les flux binaires modulant chaque porteuse sont entrelacés pour répartir les erreurs et permettre la reconstitution du flux initial. On parle alors de COFDM, pour Coded OFDM.

Cette technique s'appuie également sur un accès TDM des porteuses qui ne sont présentes que pendant une durée précise. Un certain intervalle de garde de durée variable est alors imposé entre deux émissions successives dans le même canal.

Cette technique, pouvant être combinée avec la TCM pour le codage des constellations, s'apparente et s'appuie sur les techniques de codage convolutif que nous aborderons dans la section 4.

9.4.7 Système DVB-T et OFDM

On donne dans le tableau qui suit un résumé de l'application de l'OFDM en DVB-T, pour la Télévision Numérique Terrestre. La bande de fréquence du canal est de 9,15 MHz pour une bande effective de 7,7MHz.

Le mode 2k comporte moins de porteuses. Elles sont plus espacées qu'en mode 8k et ce mode supporte donc mieux les décalages de fréquences provoqués par l'effet doppler en mode mobile (au dessus de 100km/h, §11.1.5). Le mode 8k, en général préférable, permet d'augmenter l'intervalle de garde jusqu'à $896/4=224\mu\text{s}$, et d'offrir une meilleure résistance aux échos longs.

OFDM	Mode 2k	Mode 8k
Nombre de porteuses	1705	6817
Durée symbole utile	224 us	896 us

Intervalle de garde (/Durée symbole)	Débit 64 QAM	Durée écho Mode 8k	Durée écho Mode 2k
1/32	24,13 Mbit/s	28 μs	7 μs
1/16	23,42 Mbit/s	56 μs	14 μs
1/8	22,12 Mbit/s	112 μs	28 μs
1/4	19,91 Mbit/s	224 μs	56 μs

9.4.8 Système WIMAX et OFDM

Certaines spécifications des futures normes Wimax incluent une modulation OFDM de 256 sous-porteuses avec des canaux pouvant aller de 1,75MHz à 20MHz et supportant la 64-QAM.

Des évolutions vont permettre d'augmenter le nombre de sous-porteuses (2048) et d'utiliser l'OFDM comme technique d'accès avec la SOFDMA (scalable OFDM Access)

D'autres approches combinent étroitement le signal OFDM aux architectures multi-antennaires MIMO détaillés dans le volume suivant (Volume 2 – Télécom)

10. Les techniques d'accès

10.1 L'accès au support de transmission

10.1.1 Les supports de transmission

Le signal à transmettre, décrit dans les parties qui précèdent, va être émis sur un support de transmission, ou support physique. Nous étudierons en détail ces différents supports dans le volume suivant consacré aux télécommunications. Nous nous bornerons ici à en donner une vision partielle pour d'une part fixer les idées et d'autre part comprendre les différentes contraintes liées à l'accès.

On donne deux grandes classes de support :

- ♦ Les supports filaires , ou à propagation guidée
- ♦ Le support hertzien, ou à propagation libre

Le tableau qui suit en résume les différents types couramment utilisés en télécommunication :

Propagation	Support	Usage
Guidée	Paire symétrique cuivre	Fil téléphonique Câblage réseau
	Câble coaxial	Câblage réseau Câblage équipement HF Mesure
	Guide d'onde	Transmission satellites Radar
	Fibre optique	Câblage réseau Câbles sous-marins Artères Hauts-débits
Libre	hertzien	Communications satellites Téléphone mobile Faisceaux hertzien Radiodiffusion Communications ionosphériques Réseaux locaux sans fils

10.1.2 Partage du support

La contrainte commune à l'ensemble de ces supports est qu'il faut autoriser le partage d'un support unique entre des utilisateurs multiples. Le cas du support hertzien est flagrant, mais c'est encore vrai pour l'ensemble des autres.

Une seconde contrainte vis-à-vis du support est de garantir une utilisation optimale en terme de ressources (spectrales et temporelles) selon le nombre d'utilisateurs et leur mode de partage. Il faut avant tout éviter le "gaspillage". La complexité croissante des modes d'accès s'accompagne d'une grande efficacité, et donc de services de meilleures qualités.

De nombreuses techniques ont été développées pour cela et sont résumées dans le paragraphe qui suit.

10.1.3 Résumé des modes d'accès

Les modes d'accès au support sont qualifiés de AMR en français et de DMA en anglais :

AMR : Accès multiple à Répartition

DMA : Division Multiple Access

Nous donnons ici les différents types que l'on pourra rencontrer. Ils sont détaillés dans les chapitres suivants.

Mode	Signification
AMRF FDMA	Accès multiple à répartition en Fréquence Frequency division multiple access
AMRT TDMA	Accès multiple à répartition en Temps Time division multiple access
AMRC CDMA	Accès multiple à répartition en Code Code division multiple access
AMES SSMA	Accès multiple à Etalement de spectre Spread Spectrum Multiple Access
AMRP PDMA	Accès multiple à répartition en Polarisation Polarisation division multiple access
AMRS SDMA	Accès multiple à répartition Spatiale Spatial division multiple access
AMRL WDMA	Accès multiple à répartition en Longueur d'onde Wavelength division multiple access
AMRFO OFDMA	Accès multiple à répartition en fréquence orthogonales Orthogonal Frequency division multiple access

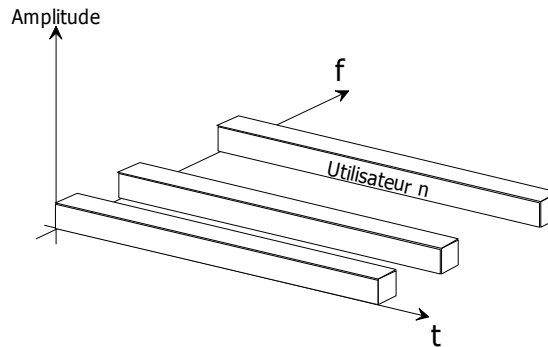
Signalons également les techniques protocolaires plus élaborées fondées sur une écoute du support et une détection de son occupation éventuelle ; elles seront abordées dans le cours consacré aux réseaux :

CSMA/CD	Carrier Sense Multiple Access / Collision Detection
CSMA/CA	Carrier Sense Multiple Access / Collision Avoidance

10.2 FDMA – AMRF

10.2.1 Principe

L'accès multiple à répartition en fréquence consiste à partager le spectre disponible entre les différents utilisateurs. On attribue à chacun une fréquence porteuse et une largeur de bande que pourra occuper le signal modulé pendant une durée illimitée.



La diffusion FM est le cas typique de ce partage de la bande FM (88-108MHz).

10.2.2 Avantages et inconvénients

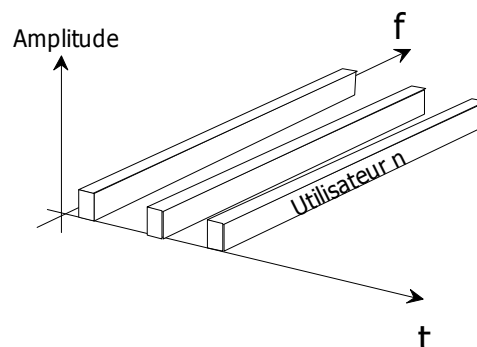
L'avantage indéniable de cette technique est sa simplicité. On doit seulement veiller sur les équipements au bon respect des valeurs de fréquences porteuses et de bande de modulation (dérive des oscillateurs en particulier).

L'inconvénient majeur est un gaspillage important de la bande passante si un ou plusieurs utilisateurs sont silencieux et n'exploitent pas la bande allouée. En outre, la présence de nombreux utilisateurs sur des canaux de fréquences proches provoque des interférences ou un brouillage mutuel co-canal, ce qui a tendance à dégrader la qualité de transmission en diminuant le rapport signal à bruit sur l'ensemble des canaux.

10.3 TDMA – AMRT

10.3.1 Principe

L'accès multiple à répartition en temps consiste à partager la durée disponible entre les différents utilisateurs. On attribue à chacun la même fréquence porteuse et toute la largeur de bande possible pendant une durée limitée. On parle de transmission en *Burst* : l'information est émise par rafales de paquets de longueurs finis.



10.3.2 Avantages et inconvénients

L'avantage est de pouvoir optimiser l'occupation du spectre en contrôlant le nombre de paquets que doit envoyer chaque utilisateur, en lui attribuant ou en lui supprimant des intervalles de temps selon ses besoins. Un autre intérêt vient des techniques de traitements numériques : on peut faire coïncider les fenêtres temporelles de traitement de FFT sur la durée du burst et donc sur le dimensionnement du Convertisseur Analogique Numérique (CAN) utilisé.

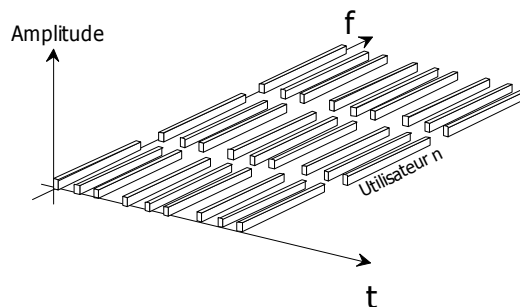
La présence d'un seul utilisateur à tout instant limite également les brouillages co-canaux.

Parmi les inconvénients, l'optimisation peut nécessiter un traitement logiciel pour contrôler les besoins. Mais le problème essentiel est le partage par tous de la même horloge de référence pour émettre et s'interrompre dans la bonne fenêtre temporelle, et ne pas "parler" en même temps que les autres. Cette difficulté est levée en principe par la mise en place d'un relais fédérateur qui fournit à tout le monde le "top" de référence.

En outre, la synchronisation entre émetteur et récepteur impose pour chaque burst des séquences de synchro qui consomment de la bande passante et réduisent le débit utile. Cet inconvénient n'apparaît pas en FDMA.

10.3.3 F/TDMA

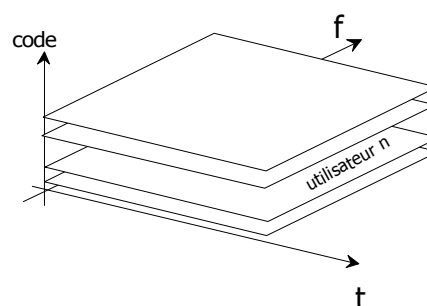
On trouve également le terme de F/TDMA pour désigner un système TDMA à l'intérieur d'un système FDMA. C'est à dire que l'on attribue à plusieurs utilisateurs une porteuse identique avec la même largeur, et que cette porteuse est partagée dans la durée. Le système GSM utilise cette technique de partage.



10.4 CDMA – AMRC

10.4.1 Principe

L'accès multiple à répartition en code consiste à offrir à tous les utilisateurs toute la bande disponible sur une durée illimitée : tout le monde parle en même temps au même endroit ! Pour que ce dispositif fonctionne, il faut alors que chacun parle une langue différente pour que le récepteur reconnaisse l'information qui lui est envoyé.



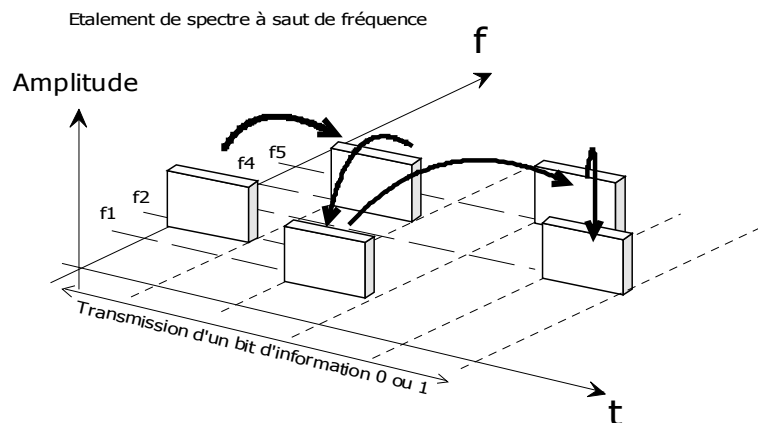
Cette technique ne peut coexister qu'avec des techniques de traitements numériques. Nous allons détailler le CDMA dans les paragraphes qui suivent. Cette technique d'accès repose sur les travaux consacrés à l'étalement de spectre (spread spectrum) et sur ces propriétés particulières.

10.4.2 L'étalement de spectre à saut de fréquence

Inventée au cours de la seconde guerre mondiale par une actrice d'Hollywood – Hedy Lamar – et son pianiste, le procédé de saut de fréquence (auss appelé *évasion de fréquence*) ne sera réellement mise en œuvre que plusieurs années après. L'idée est de transmettre une information en modifiant la fréquence porteuse par saut à des valeurs prises de manière pseudo-aléatoires.

Il existe plusieurs approches du saut de fréquences – Frequency Hop :

- ♦ Le *saut de fréquence lent*, où plusieurs bits d'information sont transmis sur une porteuse modulée avant que la valeur de cette porteuse soit modifiée – C'est le cas du saut de fréquence dans le GSM.
- ♦ Le *saut de fréquence rapide* ou étalement de spectre à saut de fréquences (FHSS Frequency Hopping Spread Spectrum) nécessite la transmission successive de plusieurs fréquences successives pour émettre un seul bit d'information. Cette technique a des avantages équivalents à ceux de l'étalement à séquence direct (§ 10.4.3) ; tant au niveau des générations de séquences pseudo-aléatoires des fréquences de saut, que du gain au de l'accès multiple.

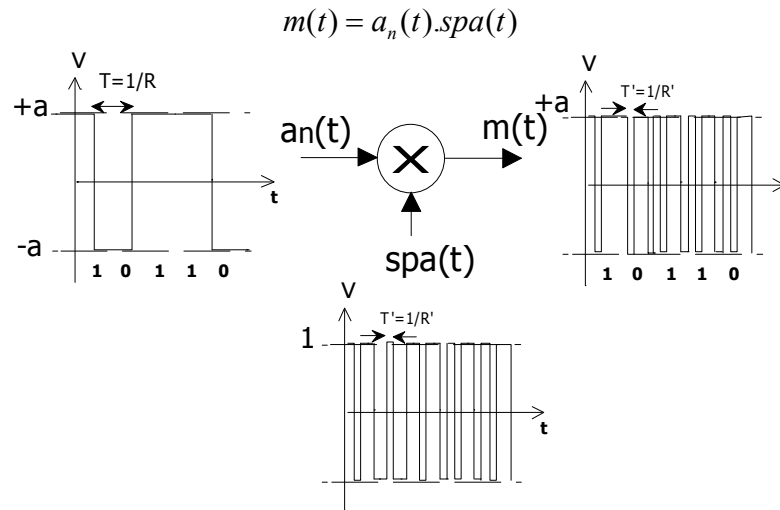


Cette technique est mise en œuvre dans la normalisation HomeRF de transmission de données à courte portée. Son intérêt principal est de permettre une diversité de fréquences afin d'éviter les perturbations de brouilleurs fixes, intentionnels ou non et donc d'assurer une qualité moyenne. Néanmoins, sa mise en œuvre ne permet pas des débits très élevés ; il s'agit donc d'une technique à privilégier dans des cas de transmissions dégradées.

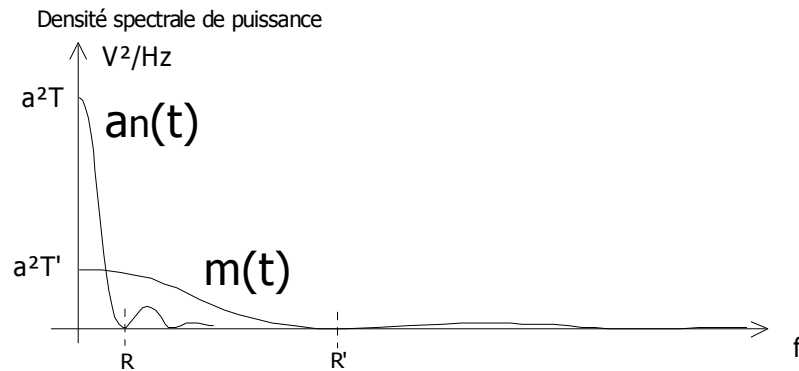
10.4.3 L'étalement de spectre à séquence directe

L'étalement de spectre à séquence directe (DSSS – Direct Sequence Spread Spectrum en anglais) est une technique étroitement liée au CDMA. Elle est aussi qualifiée d'étalement "pseudo-bruit" (en anglais Pseudo Noise Spread Spectrum – PNSS) ou de SSMA (Spread Spectrum Multiple Access). Il faudra attendre les années 80 pour qu'elle devienne réellement opérationnelle, en particulier dans un contexte multi-utilisateurs.

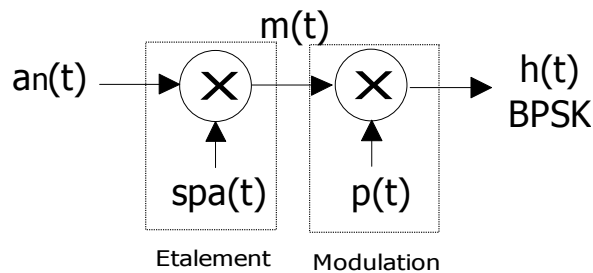
L'étalement de spectre à séquence directe s'appuie sur la génération de séquences binaires pseudo-aléatoires (cf section 4-codage pour les détails concernant la génération de ces séquences) de vitesse R' très élevée devant la vitesse R du signal numérique, supposé ici NRZ, à transmettre. Le flux binaire "lent" $a_n(t)$ utile est alors multiplié au flux pseudo-aléatoire $spa(t)$ "rapide" pour créer un signal $m(t)$ rapide contenant l'information :



Le terme de *spectre étalé* se comprend si on compare le spectre du signal d'entrée avec celui du signal de sortie. Compte-tenu de la vitesse très élevée du signal en sortie, et en vertu de ce qui a été vu (§ 1.4.3) on aboutit au spectre suivant :



En général, le signal étalé $m(t)$ est ensuite modulé en BPSK (ou en QPSK) sur une fréquence porteuse. On obtient donc le schéma suivant pour le modulateur :



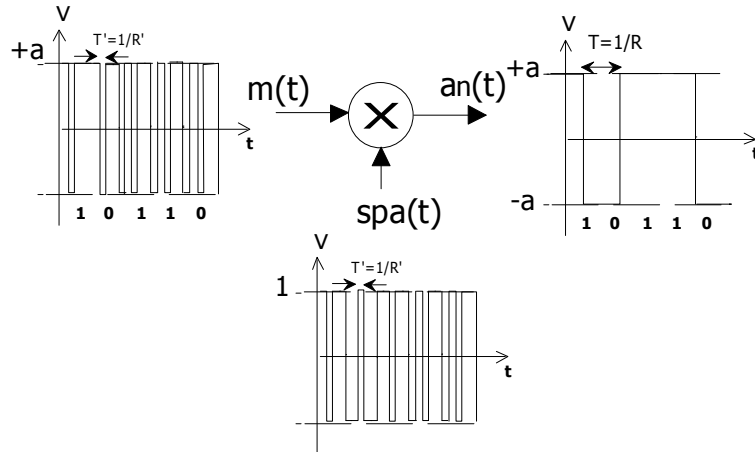
10.4.4 Démodulation et récupération

En principe, il suffit d'inverser la chaîne précédente pour récupérer le signal. En effet, la séquence $spa(t)$ multipliée par elle-même donne la fonction identité :

$$spa(t) \cdot spa(t) = 1$$

En conséquence une fois le signal BPSK démodulé, c'est à dire une fois $m(t)$ récupéré, on retrouve le signal d'origine en multipliant à nouveau par la séquence :

$$a_n(t) = m(t) \cdot spa(t)$$



En pratique se pose un problème fondamental : la synchronisation de la séquence de réception avec la séquence d'émission. En effet, la récupération implique de multiplier $m(t)$ avec $spa(t)$ synchronisée exactement avec celle utilisée au départ.

Il existe pour cela plusieurs techniques : envoi d'une séquence simple de synchronisation avant l'émission proprement dite, utilisation des propriétés d'autocorrélation des séquences pseudo-aléatoires (cf section 4),...

Une difficulté supplémentaire apparaît dans les cas de multi-trajets ou d'échos, le signal étalé retardé s'ajoutant au signal original ce qui perturbe sérieusement la séquence pseudo-aléatoire et rend la synchronisation très délicate, à cause d'un risque de synchro sur la séquence retardée.

Les aspects typiques des concepts liés à la démodulation comme l'influence du bruit blanc, seront traités en conséquence dans la partie suivante.

10.4.5 Gain de codage

Quel intérêt à cette manipulation d'étalement de spectre qui, au final, consomme plus de bande passante à l'arrivée qu'au départ pour la même quantité d'information ? On peut apporter deux réponses à cette excellente question.

- ♦ Dans un premier temps, le signal gagne en "furtivité" : le pic de puissance est faible et peu élevé au dessus du plancher de bruit, et donc difficilement détectable par un éventuel intercepteur. Il devient également beaucoup moins sensible aux brouilleurs éventuels étend donné sa largeur. Cela explique pourquoi les militaires se sont intéressés en premier à cette technologie.

- ♦ Dans un second temps, le signal gagne en résistance au bruit et donc aux erreurs de transmission. On parle alors de gain de codage, exprimé en décibels. En effet, le rapport signal sur bruit du signal étalé reçu après démodulation est de la forme

$$\frac{S}{N_{m(t)}} = 10 \log \left(\frac{a^2 / Z}{N_0 \cdot R'} \right) \text{ où } R' \text{ est la bande de bruit du signal étalé}$$

Quant au signal $a_n(t)$ sa puissance est identique mais sa bande de bruit n'est plus que de R :

$$\frac{S}{N_{a_n(t)}} = 10 \log \left(\frac{a^2 / Z}{N_0 \cdot R} \right) = \frac{S}{N_{m(t)}} + 10 \log \left(\frac{R'}{R} \right)$$

On définit ainsi le gain de codage par :

$$G_{dB} = 10 \log \left(\frac{R'}{R} \right) \quad [\text{dB}]$$

On a vu en effet (section 1, § 4.7.4) que le taux d'erreur binaire est lié étroitement au rapport signal à bruit. Donc si la puissance est limitée à l'émission pour $a_n(t)$ (tension a) et si on veut néanmoins augmenter le rapport signal sur bruit à la réception, il suffit de transmettre le message à l'aide d'un étalement de vitesse $R' > R$. Ou bien, en maintenant la plage de fréquence initiale, on réduit la vitesse du signal à transmettre.

Pour illustrer ce résultat, on peut dire qu'un symbole d'information "0" ou "1" de durée T est constitué d'un nombre p d'états haut ou bas de durée courte T' :

$$T = pT'$$

Ces états sont appelés *chips* en anglais, c en abrégé, pour les différencier des *eb* ou *bits* d'information. Ainsi, un symbole "0" ou "1" est codé par un mot de p chips. La vitesse R' est alors exprimée en *cps*, chip par seconde. Si un des chips arrive erronée, le mot reste facilement identifiable, surtout si le mot pour "0" est très différent de celui utilisé pour "1". Le tableau qui suit donne un exemple ou $N=20$

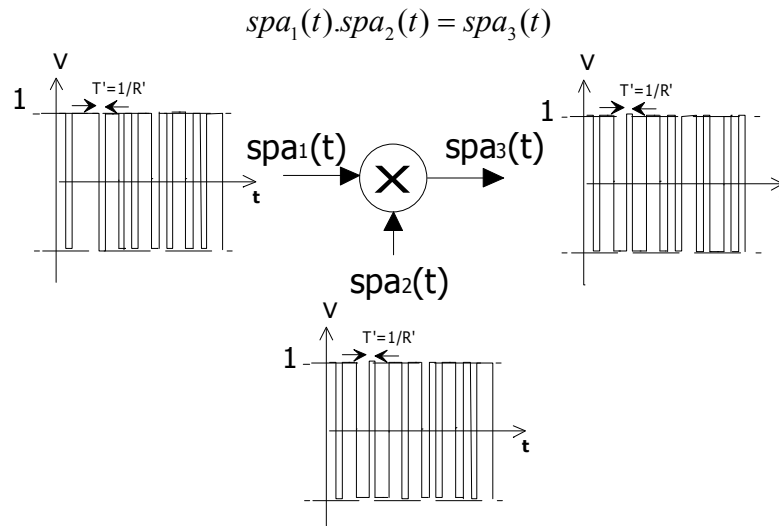
Symbole	Mot de code
« 1 »	01001110101011010110
« 0 »	10110101011100000101

Supposons qu'arrive le mot 0101110010101010110 à la réception. Ce dernier est plus proche (au sens de Hamming) du mot codant "1" que de celui codant "0". On identifiera donc sans erreur ce mot avec 1, malgré un TEB de 0,2 à la réception.

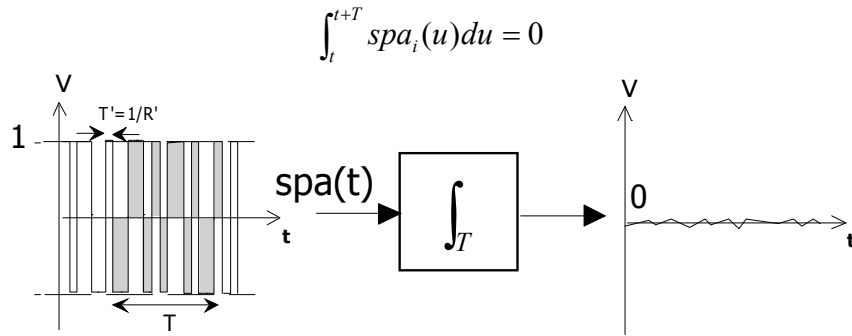
Remarque : dans le cas de séquences pseudo-aléatoires, ces mots de codes changent au cours du temps.

10.4.6 Séquences orthogonales

Nous allons expliquer le principe de la cohabitation de plusieurs séquences pseudo-aléatoires. Considérons deux séquences $spa_1(t)$ et $spa_2(t)$. On dira que ces deux séquences sont orthogonales si elle sont non corrélées. Disons simplement que le produit des deux séquences est une troisième séquence $spa_3(t)$ elle-même pseudoaléatoire. C'est à dire, et c'est une propriété essentielle de ces séquences, que son intégrale est nulle sur une durée suffisamment longue $T \gg T'$.



Nous rappelons que la propriété intégrale est liée à la surface sous la courbe. Ici, le nombre d'état +1 et -1 étant équivalents, c'est à dire équiprobables, en plus du caractère pseudo aléatoire de la séquence, la surface est nulle sur une durée assez longue.



10.4.7 Accès en code

Nous allons à présent aborder l'accès en code proprement dit, en exploitant les techniques d'étalement. Supposons à présent que chacune des deux séquences aléatoires est modulée par un signal d'information différent $a(t)$ et $a'(t)$. Cela correspond au cas où deux utilisateurs utilisent simultanément cette technique d'étalement de spectre à séquence direct, avec sur le canal radio la même fréquence porteuse en BPSK par exemple. Le signal reçu par un éventuel récepteur sera donc la somme des deux signaux étalés.

$$m(t) = a(t).spa_1(t)$$

$$m'(t) = a'(t).spa_2(t)$$

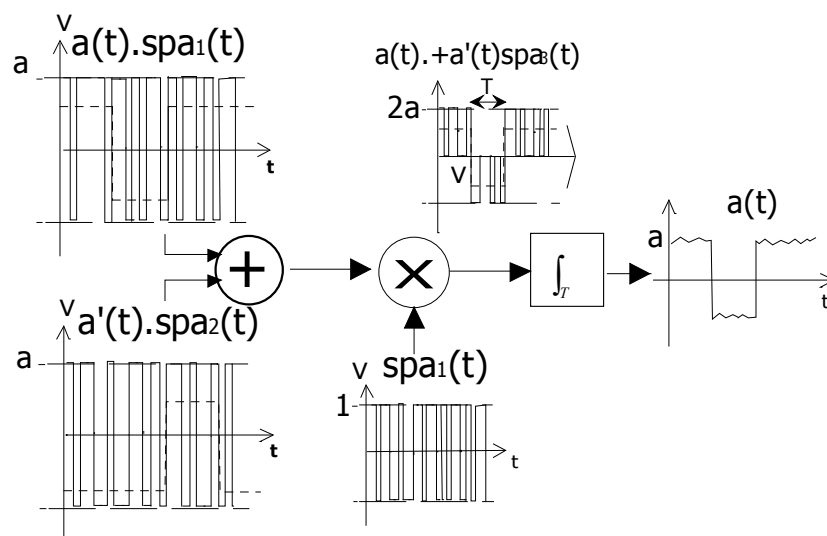
$$\text{Signal reçu : } h(t) = m'(t) + m(t)$$

Pour identifier dans ce signal la séquence $a(t)$, il faudra simplement multiplier par la séquence associée à $a(t)$, c'est à dire par $spa_1(t)$. En intégrant ensuite sur la durée T , on éliminera la composante associée à $a'(t)$:

$$h(t).spa_1(t) = a(t) + a'(t).spa_3(t)$$

$$\int_T h(t).spa_1(t) dt = a(t) + a'(t).0 = a(t)$$

Pour récupérer $a'(t)$, il suffit de multiplier par l'autre séquence. C'est le principe de l'accès en code, CDMA. Le graphe qui suit représente le principe détaillé ci-dessus :



10.4.8 Capacités multi-utilisateurs

Bien sûr, plus le nombre d'utilisateurs sera important, plus la puissance de "bruit" dont ils sont à l'origine augmente. Ainsi, on peut dire que la contribution globale de bruit N dans le cas de K utilisateurs émettant à une puissance identique C vaut

$$N = (K - 1).C$$

Le rapport signal à bruit en réception pour un utilisateur est donc :

$$\frac{C}{N} = \frac{1}{K - 1}$$

Cette valeur permet de déterminer la valeur de la marge de brouillage : en effet, le gain de codage R'/R peut compenser dans une certaine mesure la dégradation provoquée par les $K-1$ autres utilisateurs, jusqu'à ce que le C/N soit trop faible pour assurer une qualité suffisante.

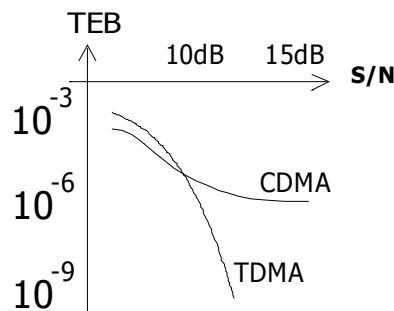
10.4.9 Intérêts et limites du CDMA

L'intérêt majeur de cette technique est, outre la résistance élevée aux brouilleurs, une capacité à transmettre un signal numérique dans des conditions de rapport signal à bruit faible, en exploitant le gain de codage. Ces conditions peuvent s'accompagner dans la dimensionnement des systèmes d'une réduction des puissances en jeu et de la taille réduite des antennes en contre-partie d'une consommation en bande passante.

Cependant, lors d'une liaison fortement perturbée et en particulier en présence de *multi-trajets*, des problèmes spécifiques apparaissent pour la gestion de la synchronisation du récepteur : en effet les séquences d'étalement retardées se comportent comme des brouilleurs extérieurs et les propriétés d'autocorrélation des séquences doivent être étudiées avec précision. Notons que certaines techniques (comme le système MIMO) permettent de détecter ces échos et de les resynchroniser sur la séquence principale afin d'améliorer la qualité : l'inconvénient devient un avantage.

Néanmoins, et, paradoxalement, ses performances sont limitées dans le cas d'une utilisation multi-utilisateur : le TEB est limité à cause du bruit dû aux multiples séquences des utilisateurs qui limite le rapport S/B. Dans ce cas on parle d'ailleurs de rapport S/I, où I est la puissance des autres utilisateurs. Bien sûr, celle-ci est toujours élevée, et d'autant plus que le nombre d'utilisateurs est grand.

On a donc une "compression" des performances, même avec des puissances fortes, ce qui n'est pas le cas avec le TDMA où l'utilisateur est seul.



En conséquence, le CDMA, s'il est intéressant pour la voix, présente néanmoins des limites pour le transfert des données fiables (fichiers de données sensibles, bancaires...).

10.4.10 GPS - Global Positioning System

Le GPS s'appuie sur une constellation de 24 satellites émettant chacun en continu une séquence d'information de 1500eb sur deux fréquences appelées L1 et L2 modulées en BPSK.

$$L1=1,57542 \text{ GHz}$$

$$L2=1,22760 \text{ GHz}$$

Cette séquence, de débit réel 50eb/s, est donc émise en 30 secondes. Elle est étalée, par une séquence unique propre à chacun des satellites pour permettre l'accès CDMA et ainsi la distinction par le récepteur des différents satellites. Deux étalements coexistent, de vitesse différente. L'idée initiale est de fournir une séquence bas débit (C/A : Coarse/Acquisition) pour l'acquisition, et le positionnement peu précis, puis une seconde plus rapide et plus longue pour un calcul précis et une meilleure résistance aux brouillages (P : Precise).

Le tableau qui suit résume les propriétés de ces deux séquences pseudo-aléatoires.

Nom	Vitesse	Longueur	Durée	Longueur du chip	Gain de codage
C/A	1023kcps	1024eb	1ms	300m	43dB
P	10,23Mcps	>200Geb	267jours	30m	53dB

La longueur de la séquence P est due en outre à une volonté de sécurité pour empêcher un utilisateur pirate d'accéder au positionnement précis : une clé est nécessaire pour synchroniser la séquence P à la réception alors que la longueur très courte de la séquence C/A autorise une synchronisation rapide et automatique par corrélation.

La particularité est que ces deux séquences sont superposées dans le signal transmis, où si l'on préfère que le signal étalé C/A est à nouveau étalé avec P.

10.4.11 UMTS – Universal Mobile Telecommunication System

L'UMTS a adopté pour l'interface radio plusieurs techniques fondées sur l'étalement à séquence directe et le CDMA.

L'accès appelé W-CDMA pour Wide-CDMA ou AMRC large bande est exploitée pour deux modes d'accès concernant le duplexage dénommés UTRA/FDD et UTRA/TDD [Universal Terrestrial Radio Access/ Frequency(Time) Division Duplex]. Ils s'appuient sur des séquences (une par utilisateur) de vitesse 3,84Mcps ou 1,28Mcps pour la compatibilité avec d'autres systèmes CDMA (Cdma2000). Ces séquences sont modulées en BPSK ou QPSK pour occuper un canal réservé de largeur 5MHz dans une des bandes de fréquences attribuées.

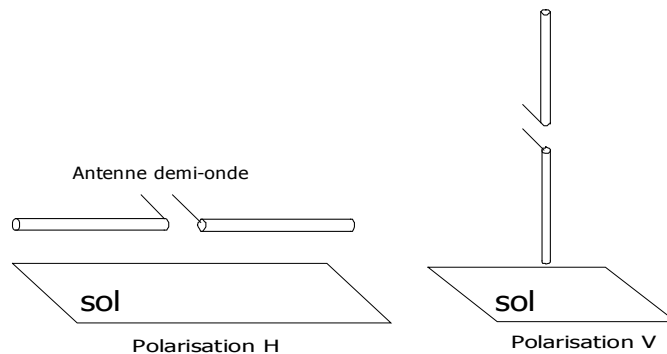
	UTRA/FDD	UTRA/TDD
Etalements	3,84Mcps / 1,28Mcps	
Facteur d'étalement	4 à 512 VM	1 ou 16 (VD)
	4 à 256 VD	1, 2, 4, 8 ou 16 (VM)
Bandes (MHz)	1920-1980 (VM)	1900-1920 (VM)
	2110-2170 (VD)	2010-2025 (VD)
Séparation porteuses	5MHz	
Modulation	BPSK (VM)	QPSK
	QPSK (VD)	
Débits	15kbit/s à 1920kbit/s selon facteur d'étalement	
VM : Voie montante VD : voie descendante		

Le débit théorique prévu était de 2Mbit/s, il est limité à 384kbit/s maximum. Il dépend en pratique des conditions de transmission et de propagation qui déterminent la qualité du canal : en intérieur ou en extérieur, émetteur fixe ou en mouvement...

10.5 AMRP – PDMA

10.5.1 Principe

L'accès Multiple à répartition en polarisation est une dénomination de l'utilisation de la polarisation des antennes dans la transmission d'un signal radio. En principe, s'il s'agit d'une antenne à base de doublet, ou demi-onde, l'orientation de l'antenne par rapport au sol donne son nom à la polarisation : horizontale (H) ou verticale (V).

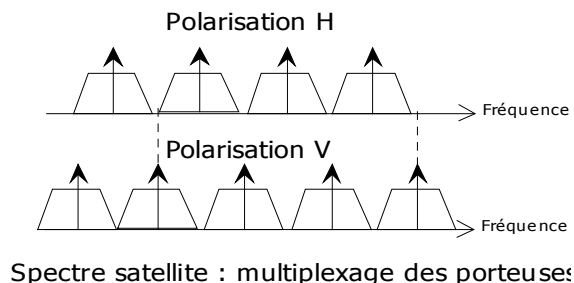


Si le dispositif antenne est plus complexe (antenne à fente ou dipôle croisé, antenne hélicoïdale...) il est possible d'utiliser la polarisation circulaire droite (CD – en anglais RHCP – Right Hand Circular Polarisation) ou circulaire gauche (CG – en anglais LHCP – Left Hand Circular Polarisation).

Pour résumer, l'AMRP permet de faire coexister en même temps et dans la même bande de fréquence 4 accès simultanés sur un système d'antennes (H, V, CD et CG).

10.5.2 Utilisation

La transmission par satellite utilise l'ensemble de ces accès pour accroître la bande passante des canaux, ou répéteurs satellites. La polarisation des antennes (H/V) permet ainsi d'atténuer d'environ 20dB les signaux sur la polarisation croisée (donc V ou H) et ainsi d'enrichir le multiplexage en fréquence. Néanmoins, un décalage des porteuses est mis en œuvre pour une synchronisation plus aisée et une atténuation plus élevée.

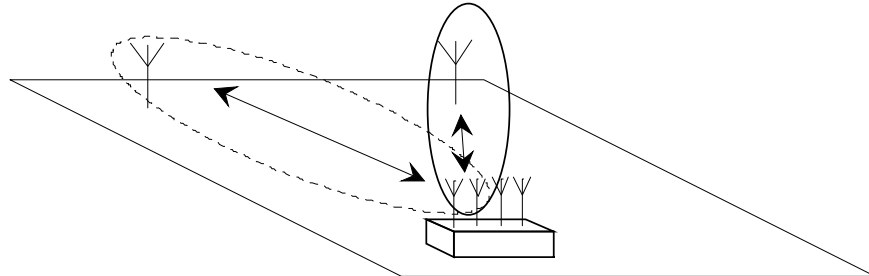


10.6 AMRS – SDMA

Tout comme l'AMRP, l'Accès Multiple à Répartition Spatiale est une technique liée aux antennes. Celle-ci concerne les réseaux d'antennes et les possibilités offertes par les dispositifs électroniques qui

les contrôlent. L'idée est ici d'accroître le nombre d'utilisateurs potentiels en les "isolant" géographiquement et en les pointant avec une antenne directive, en principe adaptative, c'est à dire dont le lobe principal, c'est à dire la zone de visibilité, peut être modifiée au cours du temps et suivre l'utilisateur.

Les utilisateurs exploitent toute la durée sur tout le spectre, ils sont distingués les uns des autres par leur position, les antennes de réception localisant les sources.



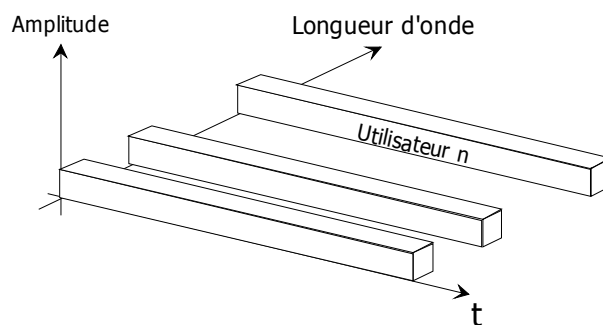
Cette technique peut être combinée avec le FDMA, le TDMA ou le CDMA. Cette technique est prévue dans la normalisation UMTS pour accroître la capacité ; elle impose cependant de nombreux calculs au niveau des antennes pour configurer le faisceau directif, ce qui rend son développement à grande échelle délicat.

Notons que le principe d'un câble pour une liaison, associé à une commutation de circuit, peut être appelé un accès SDMA.

10.7 AMRL – WDMA

10.7.1 Principe et domaine d'application

L'Accès Multiple à Répartition en Longueur d'onde est une technique spécifique à la technologie des fibres optiques. Il s'agit en réalité d'une technique FDMA mais aux fréquences optiques (plusieurs centaines de THz), on préfère manipuler les longueurs d'ondes, en lien avec les diodes LASERS qui les génèrent.



On rappelle en effet la relation entre la longueur d'onde λ et la fréquence f :

$$\lambda = \frac{c}{f} \text{ où } c \text{ est la vitesse de la lumière dans la fibre}$$

On peut associer chaque longueur d'onde à une couleur. Ainsi, dans le spectre de l'optique et du proche optique (Infra-Rouge) chaque utilisateur aura pour sa transmission une couleur (ou canal) qui correspond à une fréquence porteuse et une largeur de bande autour pour la modulation.

Ce multiplexage présente un intérêt car il évite d'utiliser plusieurs fibres, avec une fibre par canal ce qui reviendrait à une forme de SDMA. C'est un gain de place et un accroissement de la bande

passante totale disponible. Mais on se heurte ici à de nombreux problèmes techniques, la manipulation des photons étant plus délicat que celle des électrons, pour aboutir au traitement des canaux, insertion, extraction, commutation...

Cette technique spectrale peut se trouver combinée, comme dans le domaine radio avec un multiplexage temporel appelé OTDM, Optical Time Division Multiplex.

10.7.2 Fenêtres optiques

On utilise en théorie trois gammes de longueur d'onde, ou trois fenêtres, pour la transmission. Le tableau qui suit donne les trois longueurs d'onde centrales de ces fenêtres, qui se trouvent toutes dans la gamme dite des infra-rouge.

Fenêtre	Longueur d'onde
Première fenêtre	850nm
Seconde fenêtre	1300nm
Troisième fenêtre	1550nm

Elles correspondent aux minima d'atténuation dans le fibre. La première est aussi la plus ancienne (premières fibres) et n'est plus utilisée. Les fibres modernes travaillent dans la seconde et essentiellement la troisième. Elles présentent des intérêts supplémentaires qui seront évoqués dans le volume sur les télécommunications.

10.7.3 WDM

Le multiplexage présente un intérêt quant à l'exploitation de la largeur de la bande de la fibre, qui est énorme, mais qui ne peut se faire que par des canaux multiples, les largeurs supérieures à 100GHz étant aujourd'hui hors de portée. L'accès multiple en longueur d'onde classique permet de multiplexer sur une même fibre jusqu'à dix canaux. Cela reste faible. Il y a à cela plusieurs raisons :

- ♦ Qualité et stabilité des diodes LASERS
- ♦ Filtrage des signaux optiques
- ♦ Qualité des fibres
- ♦ Amplification et régénérations des signaux.

Aujourd'hui, les progrès technologiques autorisent d'évoluer vers le DWDM.

10.7.4 DWDM

Le Dense Wavelength Division Multiplex est une variante des techniques précédentes, mais avec un nombre accru de canaux (d'où le terme *dense*).

On peut obtenir plusieurs dizaines de canaux de 10GHz de large espacés de 50GHz sur une unique fibre.

Les technologies optiques développent des composants pour manipuler ces canaux dans les conditions les meilleures :

- ♦ L'amplification des signaux sur la fibre par *amplification directe* sur un tronçon de fibre dopée, c'est à dire ne nécessitant pas la reconversion et l'amplification électronique avant la régénération et la remodulation sur une autre fibre.
- ♦ Le filtrage et la séparation des signaux très larges bandes (plusieurs GHz, jusqu'à 40GHz) en bande de base pour la modulation des sources lumineuses
- ♦ L'insertion et l'extraction simple de canaux dans le multiplex de la fibre, si possible là encore en évitant le passage par l'électronique, mais en utilisant des *coupleurs* optiques.
- ♦ Le brassage et la commutation optique des canaux dans une architecture réseau, l'adressage correspondant à la couleur de l'onde par exemple.

Toutes ces évolutions sont en marche dans les sociétés de pointes qui développent des produits dans le domaine de l'optique. L'avenir est au tout optique, mais les défis techniques sont nombreux et encore du domaine de la recherche fondamentale.

10.8 Nature des liaisons

10.8.1 Liaisons 2 fils – Liaisons 4 fils

Lors d'une liaison entre deux points A et B, il est parfois utile de caractériser la nature de cette relation. Elle s'appuie ici essentiellement sur la description du support physique utilisé.

Une liaison 2 Fils s'appuie sur un support parfaitement symétrique et pouvant transmettre inconditionnellement les signaux de A vers B et de B vers A, dans les mêmes conditions. Les câbles coaxiaux, paires filaires, fibre ou support hertzien s'appliquent à cette définition

Une liaison 4 fils nécessitent à au moins un point de sa structure physique une distinction entre les deux sens de transmission ; il peut s'agir par exemple d'un amplificateur ou d'un filtre actif qui impose de séparer les deux sens.

Les liaisons ou une technique d'accès spécifique est utilisée (FDMA, TDMA, CDMA...) peuvent être qualifier de *pseudo* 4 fils, le support physique étant parfaitement commun au deux sens.

10.8.2 Liaison en mode Simplex

Une liaison est qualifiée de simplex si elle ne peut être exploitée que dans un seul sens : de A vers B par exemple. La diffusion (TV, ou radio) est caractéristique de ce type simplex

10.8.3 Liaison en mode Duplex

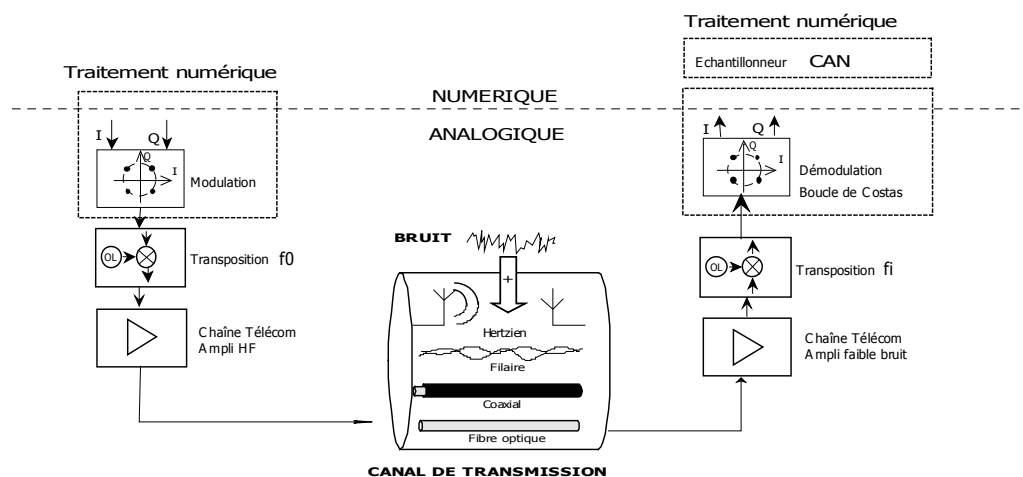
Ici, la liaison duplex (parfois aussi appelé *full-duplex*) désigne une transmission bidirectionnelle totalement symétrique entre les deux extrémités de la liaison. C'est le cas d'une liaison téléphonique. Lors d'une liaison Modem, deux bandes de fréquences peuvent être réservées dans le canal téléphonique, une pour chaque sens.

Le mode *semi-duplex* ou *half-duplex* qualifie une liaison où la communication se fait alternativement dans un sens, puis dans l'autre. C'est le cas lors d'une communication Morse, ou lors de l'usage de portatif type "talkie-walkie" utilisant un commutateur PTT (Push To Talk).

11. Démodulation

11.1 Le Canal de transmission

11.1.1 Synoptique



Ce schéma ne traite pas de l'acquisition et du codage du signal physique initial ainsi que de son décodage et de sa restitution. Cette partie sera traitée dans la section suivante. On s'intéresse dans cette partie à la façon de récupérer le signal modulé dans de bonnes conditions, c'est à dire de restituer les composantes en quadrature $a_n(t)$ et $b_n(t)$ sur les voies I et Q, puis le train binaire modulant initial.

L'ensemble de ce qui est présenté dans la zone "analogique" du schéma peut être considéré comme le canal de transmission pris au sens le plus large.

Les contraintes principales et antagonistes pour ce type de liaisons sont :

- ♦ Des puissances d'émission faibles
- ♦ Des débits d'information élevés
- ♦ Un encombrement spectral le plus réduit possible

Nous allons détailler les éléments perturbateurs de cette liaison et qui risquent d'interdire la restitution du train binaire initial.

11.1.2. Contributions du bruit

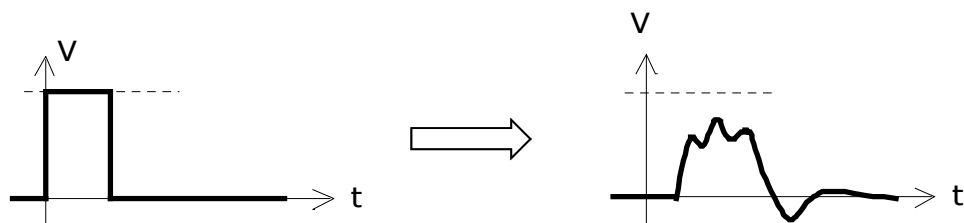
On distingue deux contributions majeures au "bruit" qui risquent de rendre la récupération du signal modulant délicate :

- ♦ la déformation du signal par *filtrage* due au canal :
 - ♦ Filtrage, affaiblissement
 - ♦ Dispersion
 - ♦ Doppler
 - ♦ Fading
 - ♦ Brouilleurs
- ♦ Le *bruit de fond* et déformations dû aux éléments électroniques internes à la chaîne
 - ♦ Bruit thermique
 - ♦ Dérive des PLL
 - ♦ Dispersion et distorsion des filtres

11.1.3 Filtrage

Le filtrage déforme le signal selon plusieurs aspects complémentaires : l'atténuation dans la bande passante, la distorsion d'amplitude et la distorsion de phase.

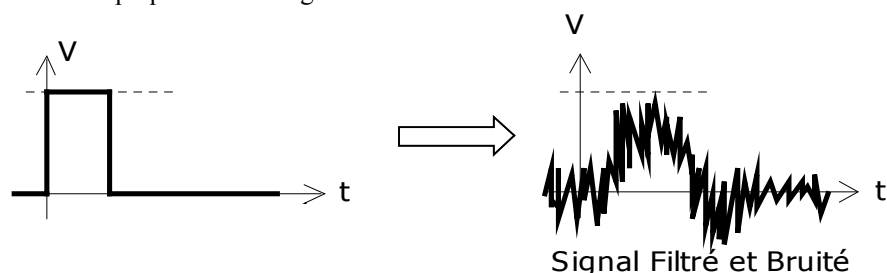
Nous avons abordé ces aspects dans la première section (chapitre 3 – Filtrage). Nous résumerons les conséquences ici par le schéma suivant : une impulsion rectangulaire, représentant un élément binaire, sera déformée lors de son passage dans le filtre, et de manière général, à travers le filtre global constitué par l'ensemble de la chaîne de transmission.



Nous verrons que la dispersion, ou distorsion de phase, peut provoquer des rotations parasites des constellations dans le plan IQ du signal modulé, ce qui déforme les composantes en quadrature du signal.

11.1.4 Bruit thermique

Le bruit a été traité dans la section 1 – chapitre 4. Comme conséquence, quelque soit son origine exacte, il provoque un étalement de la tension du signal autour de sa valeur moyenne selon un profil gaussien. Il va se superposer au filtrage.



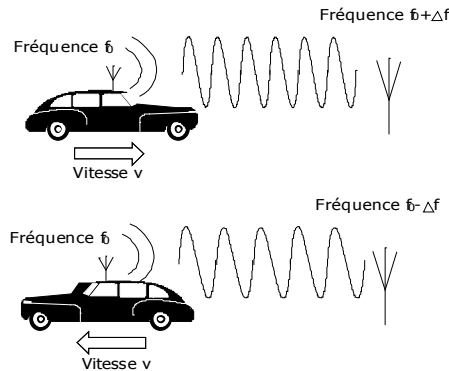
11.1.5 Effet Doppler

Ce phénomène physique bien connu explique pourquoi un véhicule qui se rapproche d'un spectateur émet un bruit plus aigu que le même véhicule qui s'éloigne, et pourquoi en passant devant ce spectateur il y a distorsion du bruit émis par un haut-parleur placé sur le véhicule. Ce qui est valable pour les ondes sonores le reste pour les ondes radio.

L'effet Doppler est lié au mouvement relatif du récepteur par rapport à l'émetteur. Cet effet est particulièrement sensible pour des applications comme la téléphonie mobile, à bord de véhicules au sol ou aérien.

Pour résumer les conséquences de ce mouvement, on peut dire que les fréquences porteuses se décalent légèrement autour de leur valeur initial :

Si il y a rapprochement, la fréquence de réception augmente
 S'il y a éloignement, la fréquence de réception diminue.



Les écarts de fréquence Δf dépendront de la vitesse relative. On montre simplement que :

$$f_0 + \Delta f = \frac{c}{c - v} f_0 \approx \left(1 + \frac{v}{c}\right) f_0$$

Avec v vitesse de rapprochement ($v > 0$, et $v < 0$ pour l'éloignement). Cette formule est valable pour des vitesses v non relativistes ; dans ce cas, il faut étendre cette formule (relation de Doppler Fizeau). Pour ce qui nous concerne ici dans les télécommunications, cette relation suffira amplement. On retiendra que :

$$\Delta f = \frac{v}{c} f_0 \quad [\text{Hz}]$$

Sur la constellation, on a une rotation de la porteuse impliquée par ce décalage. On comprend que cette rotation peut provoquer des erreurs dans l'identification de la constellation, puisque le décalage de phase vaut $\Delta f \cdot t$ pendant la durée t . Ils sont en principe faibles mais sur des liaisons à débit élevés, cela peut s'avérer suffisant pour perturber la communication.

Ce phénomène physique explique également pourquoi un véhicule qui se rapproche d'un spectateur émet un bruit plus aigü que le même véhicule qui s'éloigne, et pourquoi en passant devant ce spectateur il y a distorsion du bruit émis par un haut-parleur placé sur le véhicule.

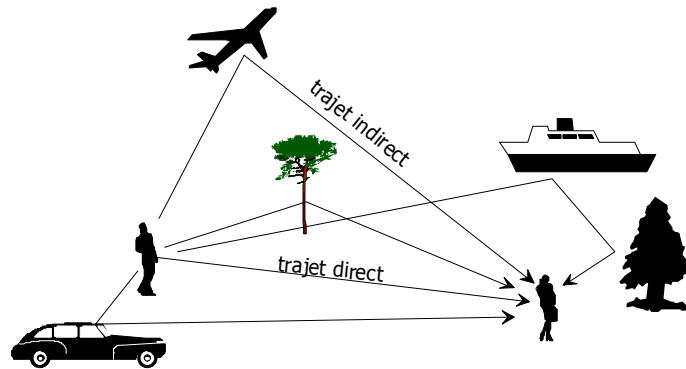
11.1.6 Fading et multi-trajets

Le *fading*, ou évanouissement, désigne des variations de l'amplitude du signal à la réception. Ce défaut est provoqué essentiellement parce ce qu'on appelle les multitrajets : un même signal arrive par deux chemins différents. On peut noter deux causes distinctes :

- ♦ Les échos naturelles sur des obstacles
- ♦ Les échos artificiels dans les réseaux mono-fréquence ou plusieurs émetteurs transmettent le même signal

En effet, quand deux émetteurs/récepteurs communiquent entre eux par un canal radio, le trajet du signal n'est pas forcément rectiligne, ni nécessairement unique. On va donc classer la propagation selon les trajets prépondérants utilisés :

- ♦ Trajet direct : LOS Line of Sight
- ♦ Trajet Indirect : NLOS Non Line of Sight



Les différentes longueurs des trajets provoquent à l'arrivée des décalages de phase. Si ce dernier vaut π pour la porteuse, c'est à dire qu'il y a opposition de phase entre deux signaux, il y alors annulation par sommation de l'amplitude au niveau du récepteur : il y a évanouissement, ou fading.

Une autre conséquence importante est l'allongement de la durée du symbole transmis, avec l'apparition d'échos, puisqu'il peut y avoir des trajets plus longs que le trajet direct qui s'y superpose. (cf conséquences § 9.4.7)

Pour conclure, on distingue deux types de multi-trajets qui sont traités différemment, tant dans la modélisation mathématique que dans la nature des signaux modulés mis en œuvre :

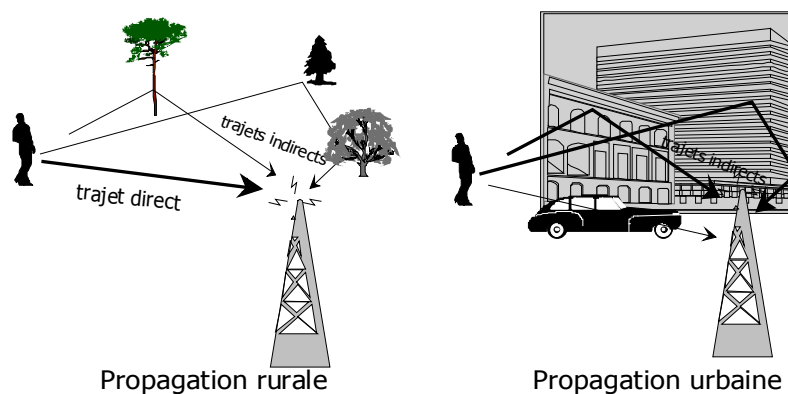
- ♦ Le multi-trajet en environnement urbain où les trajets *indirects* sont prépondérants
- ♦ Le multi-trajet en environnement rural où le trajet *direct* est prépondérant

La maîtrise de ce phénomène, modélisé par un filtre, implique l'usage de techniques modulatrices comme l'OFDM, ainsi que des techniques de codage spécifiques qui seront abordées dans la section suivante.

11.1.7 Canaux de Rayleigh et de Rice

Ces canaux correspondent à des distributions mathématiques caractérisant le niveau de puissance après la propagation des signaux radioélectriques dans un environnement donné. On classe ainsi les milieux de propagation pour les ondes V/UHF en deux catégories :

- ♦ Le *milieu rural*, où le trajet direct est prépondérant : *canal de Rice*
- ♦ Le *milieu Urbain* où les trajets indirects sont prépondérants : *canal de Rayleigh*



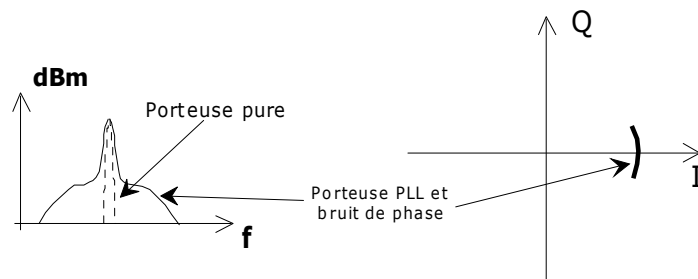
Ces caractérisations sont particulièrement utiles pour la planification des structures des réseaux de téléphonie mobile et pour la diffusion numérique hertzienne.

11.1.8 Stabilité des générateurs ; PLL et Bruit de phase

Tout signal physique nécessite l'utilisation d'un générateur chargé de produire la fréquence porteuse. Les défauts de cet appareil auront des conséquences sur la qualité du signal modulé. Un des défauts les plus communs est la stabilité de ce générateur, c'est à dire la variation de la fréquence instantanée autour de sa valeur moyenne. Le cas de la PLL permet d'approfondir ce point.

Nous avons déjà rencontré la PLL (Phase locked Loop, ou boucle à verrouillage de phase) pour la démodulation FM. Nous la traiterons de nouveau dans le chapitre 10.3 de cette section. Signalons ici sans calcul que ce circuit est chargé de synthétiser des fréquences avec une grande souplesse, ce qui est crucial dans les émetteurs et récepteurs modernes.

Cependant, la boucle de rétroaction permettant d'asservir le VCO présente un certain temps de réponse, et d'autre part la tension de commande du VCO est elle-même susceptible d'être bruitée. Ces facteurs induisent sur la porteuse une légère vibration de sa fréquence au cours du temps. Au niveau spectrale, on parle de *bruit de phase*. La représentation de la porteuse dans le plan IQ conduit un léger arc de cercle autour de la position de stabilité.



Ici encore, la qualité de la PLL aura des conséquences directes sur la qualité du signal démodulé selon les déformations engendrées sur la constellation, qui peuvent se résumer à une légère oscillation autour du point de stabilité.

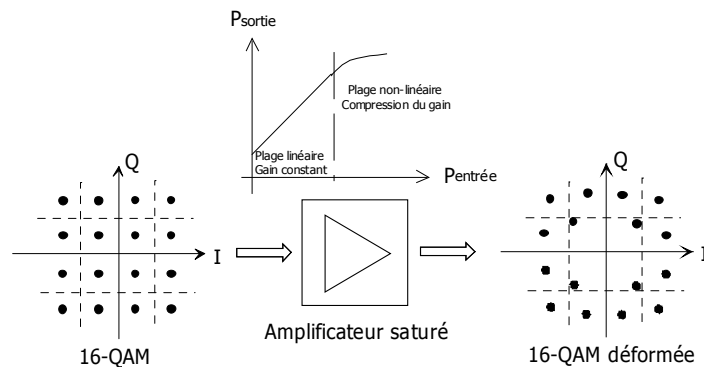
11.1.9 Amplification de puissance

L'amplification de puissance est l'un des derniers éléments de la chaîne d'émission. Il est en principe suivi par un filtre d'harmoniques, puis par l'antenne.

Nous aborderons ici les conséquences de la non-linéarité de l'amplification de puissance sur la constellation du signal modulé émis ; il s'agit pour simplifier d'un effet de filtrage particulier. Un amplificateur de puissance a, pour des raisons techniques, tendance à fonctionner en régime non-linéaire, c'est à dire qu'on sature toujours légèrement de genre d'équipement pour une puissance élevée à l'émission. On dit alors que l'amplificateur provoque une compression de la puissance : le gain de l'amplificateur n'est pas constant, il amplifie plus les puissances faibles que les puissances fortes présentes à l'entrée.

Il y a donc une conséquence immédiate sur les modulations d'amplitudes (AM, QAM...) puisque les fortes amplitudes seront moins amplifiées que les faibles, d'où la déformation visible sur le schéma.

Pour les modulations de phase et de fréquence, cet inconvénient n'a plus de conséquences, la constellation se situant sur un cercle. Il existe également des dispositifs numériques de traitement visant à compenser ces défauts en déformant *a priori* le signal d'entrée de façon à ce que la compression de l'amplificateur crée en sortie une constellation régulière. Ces systèmes utilisent une boucle de rétroaction et des convertisseurs analogiques-numériques.



Les modulations de phase et de fréquence ont en théorie une enveloppe d'amplitude constante, puisque leur constellation se trouve sur un cercle ; cependant les filtrages des paires orthogonales et les transitions par zéro des constellations provoquent des variations de cette enveloppe.

Retenons que pour les modulations de types FM, PSK ou FSK, des amplificateurs de qualité moyenne suffisent ; ce n'est en revanche plus le cas des équipements utilisant la QAM qui seront particulièrement soignés, et donc plus coûteux. Les techniques récentes (OFDM et CDMA en particulier) présentent des caractéristiques propres quant à leur enveloppe (cf §9.4.4) et selon la modulation mise en œuvre.

11.1.10 Conclusions

On doit distinguer les traitements en amont, concernant la nature de la modulation utilisée et son efficacité sur le canal considéré, et les traitements en aval sur le signal reçu et déformé, ce qui concernera la suite de cette partie sur la démodulation.

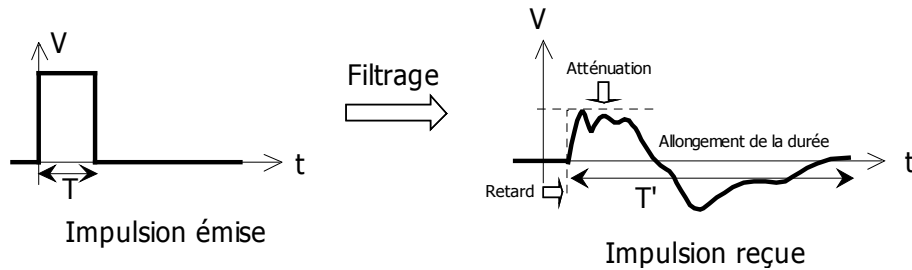
On retiendra ainsi pour résumer la suite de cette partie que les deux contributions distinctes au sens large que sont le filtrage et le bruit thermique sont traitées de manière séparée avec des techniques propres à chacune.

- ♦ Les effets du filtrage (Doppler, filtres de canal, multi-trajets, saturation...) peuvent être compensés dans de bonnes conditions avec la technique de l'égalisation, et l'usage de filtres de Nyquist.
- ♦ Le bruit proprement dit peut être limité de deux façons suivant son origine (cf section 1 – chapitre 4)
 - Le bruit blanc thermique par un filtrage à bande étroite ou des dispositifs de refroidissement
 - Le bruit externe par blindage, filtres CEM...

11.2 IIS – Interférences Inter Symbole.

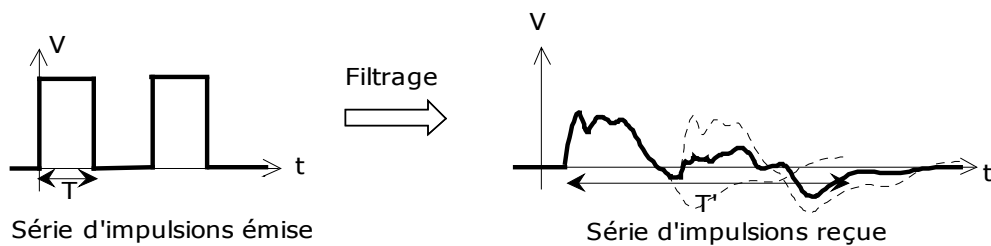
11.2.1 Description et causes de l'IIS

L'IIS (en anglais ISI – Inter Symbol Interferences) est un des problèmes majeurs à traiter lors de la démodulation d'un signal numérique. Pour l'expliquer simplement, considérons la transmission d'un signal simple sur un support quelconque. Le codage simple consiste à envoyer une impulsion de durée T pour un "1" et une absence d'impulsion pour "0".



Une fois transmis, ce signal aura été filtré par l'ensemble du canal et les moments peuvent se superposer dans une certaine mesure à la réception, le filtrage pouvant allonger la durée de transmission de l'impulsion de durée T en un signal de durée $T' \gg T$.

Sur un signal numérique, la reconnaissance des impulsions à la réception peut être impossible : c'est l'interférence inter symboles :



L'ensemble des caractéristiques du canal au sens large (fonction de transfert des filtres, amplificateurs, caractéristiques de propagation dans le canal, multi-trajets et échos, Doppler...) peut être responsable de cet allongement du temps de réponse T' .

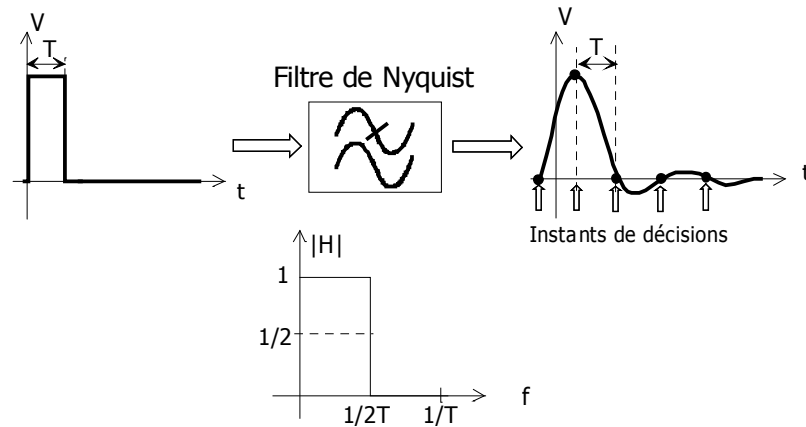
L'augmentation du rapport T'/T rend donc d'autant plus incontournable le traitement de ces interférences. L'augmentation de la durée du symbole émis T est une solution simple et signifie en fait une diminution du débit, ce qui est au final peu compatible avec les exigences modernes. Les techniques modulatrices comme l'OFDM sont une alternative efficace, le nombre élevé de porteuses compensant leur vitesse faible de modulation.

Une autre possibilité consiste à utiliser des filtres particuliers qui tout en ayant une réponse longue dans la durée rendront possibles la reconnaissance des symboles individuels : Il s'agit des filtres répondant aux critères de Nyquist. Combiné à la technique d'égalisation, le traitement offert est en principe de très grande qualité. La suite de cette partie détaille ces méthodes.

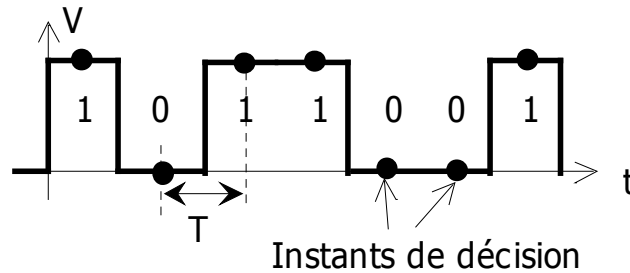
11.2.2 Filtrage de Nyquist et décision : Premier critère

On montre que si un symbole (carré, triangulaire...) passe dans un filtre particulier appelé filtre de Nyquist, alors le symbole filtré s'annule pour des valeurs précises du temps.

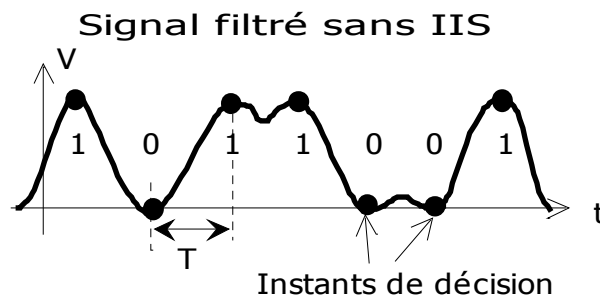
Considérons ici le cas de l'impulsion carrée qui est la référence en télécommunication. Si on utilise un filtre passe-bas idéal décrit dans la section 1 au chapitre 3.1, on sait que la réponse filtrée est un signal de la forme $\sin(x)/x$, avec un retard induit par le filtre.



Les points d'annulation de la réponse en sortie correspondent aux *instants de décision*. Ce concept est fondamental dans les transmissions numériques. Il s'agit des instants supposés où l'on peut prendre la décision sur la nature du symbole transmis, dans notre cas, état haut ou état bas, états "0" ou "1". Ces instants sont bien entendu distants de T , durée de chaque symbole. L'intérêt du filtre précédent est qu'il assure un niveau de tension nulle pour tous les instants de décision sauf celui du moment considéré.

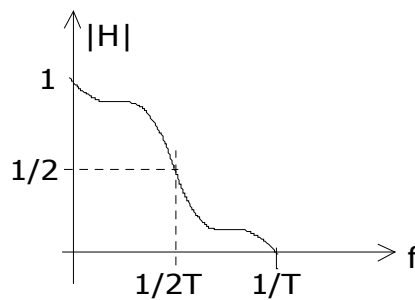


L'intérêt de ce filtre est donc d'assurer une annulation du signal filtré à tous les instants de décision, distants de kT . Ainsi, pour un instant de décision, seul le symbole qui nous concerne prend une valeur non nulle (et maximale) et les réponses de tous les autres moments sont nulles à cet instant précis. On dit que ce filtre répond au *premier critère de Nyquist*.



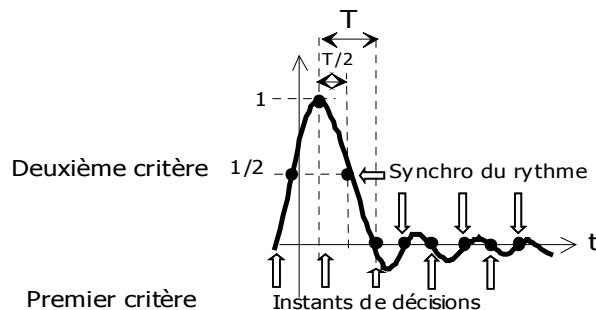
On montre que tout filtre dont la fonction de transfert est symétrique par rapport au point $(1/2T ; 1/2)$ répond au premier critère de Nyquist et assure une IIS nulle aux instants de décision.

Premier critère : cas général



11.2.3 Filtrage de Nyquist et synchronisation : Second critère

Un des inconvénients du premier critère est, outre un temps de réponse infini, une absence de signaux fiables pour la synchronisation du rythme T . Or, tout récupération de l'information impose une connaissance exacte de cette valeur pour déterminer avec précision les instants de décision.

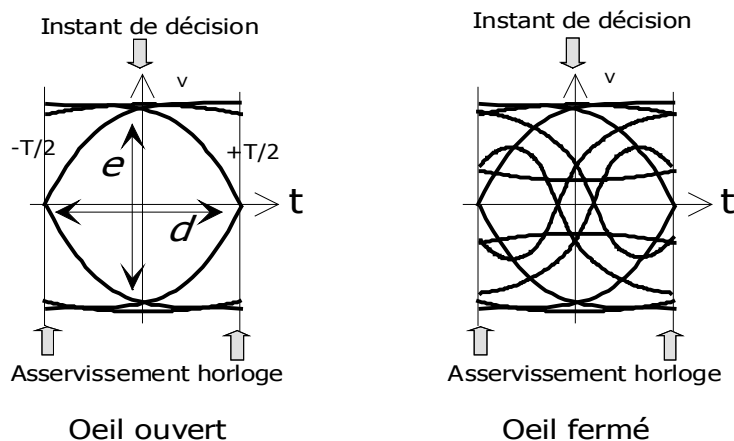


Ainsi les filtres répondant au *second critère de Nyquist* laisse passer les fréquences entre 0 et $1/T$ et assure un nouveau type d'annulation : Les points d'annulations tous les $kT+T/2$ ($k>0$) qui assurent une meilleure synchronisation de l'horloge.

Satisfaire aux deux critères assure une réponse optimale pour la démodulation du signal.

11.2.4 Diagramme de l'œil

Le diagramme de l'œil est le repliement sur la durée T d'un moment du signal modulant $a_n(t)$ ou $b_n(t)$. C'est une méthode de mesure de la qualité d'une liaison numérique. Sa visualisation permet de déterminer si les paramètres importants peuvent être récupérer dans de bonnes conditions. Dans le cas d'un signal modulant NRZ, on a les diagrammes qui suivent :



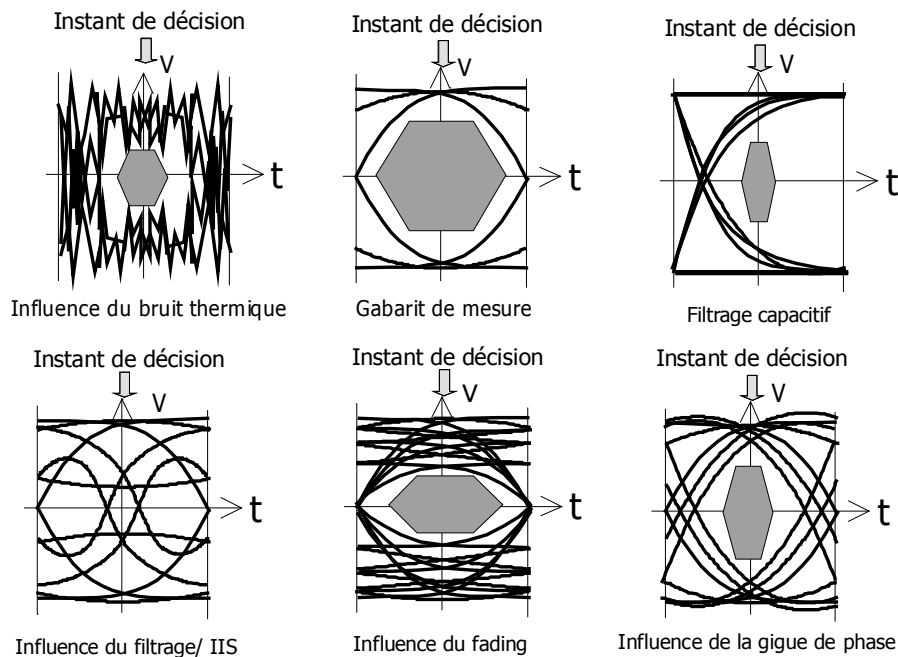
Les normes de transmission définissent un gabarit pour l'ouverture optimale de l'œil, mais en pratique les traitements ultérieurs du signal permettent d'accroître cette qualité malgré un œil de très mauvaise qualité (cf l'égalisation).

Pour réaliser le diagramme, on reproduit donc le signal $a_n(t)$ (ou $b_n(t)$) reçu (noté $a_{nr}(t)$) en repliant toutes les valeurs prises au cours du temps sur une seule durée T . En pratique, il suffit d'utiliser un oscilloscope sur lequel on règle la base de temps (horizontale) de façon à avoir une durée T sur la largeur de l'écran.

■ Exemple d'un signal NRZ à deux états :

- Avec e : On mesure le risque d'erreur sur la décision 0 ou 1.
- Avec d : On mesure la précision de l'horloge (rythme).

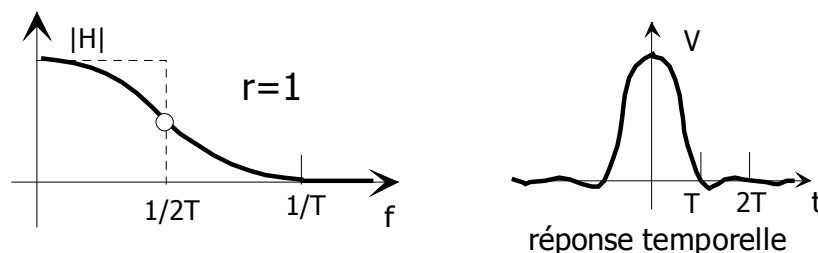
On peut ainsi représenter les différentes contributions de bruit sur le diagramme de l'œil :



11.2.5 Filtrage en « cosinus surélevé » (Cf section 1- § 3.4.3)

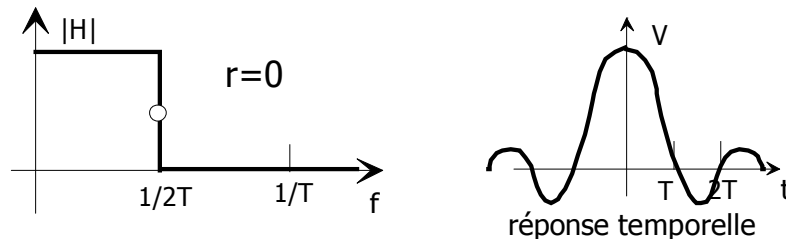
Une classe de filtre très utilisée s'inspire des notions théoriques du filtrage de Nyquist. On les retrouve dans tous les systèmes modernes de transmissions numériques. Ils sont caractérisés par un facteur de roll-off r ou coefficient d'arrondi compris entre 0 et 1 et qui caractérise les réponses temporelles et fréquentielles. Attention, ces filtres sont un compromis avec les critères de Nyquist et ne répondent pas rigoureusement à ceux-ci.

Le nom de « cosinus surélevé » est dû à la relation mathématique qui définit le profil de la fonction de transfert du filtre et qui utilise un cosinus simple additionné de 1, donc « surélevé » par rapport à zéro. (La notion de haut et bas n'est pas très mathématique mais correspond bien à la manière dont on doit tenir le livre)

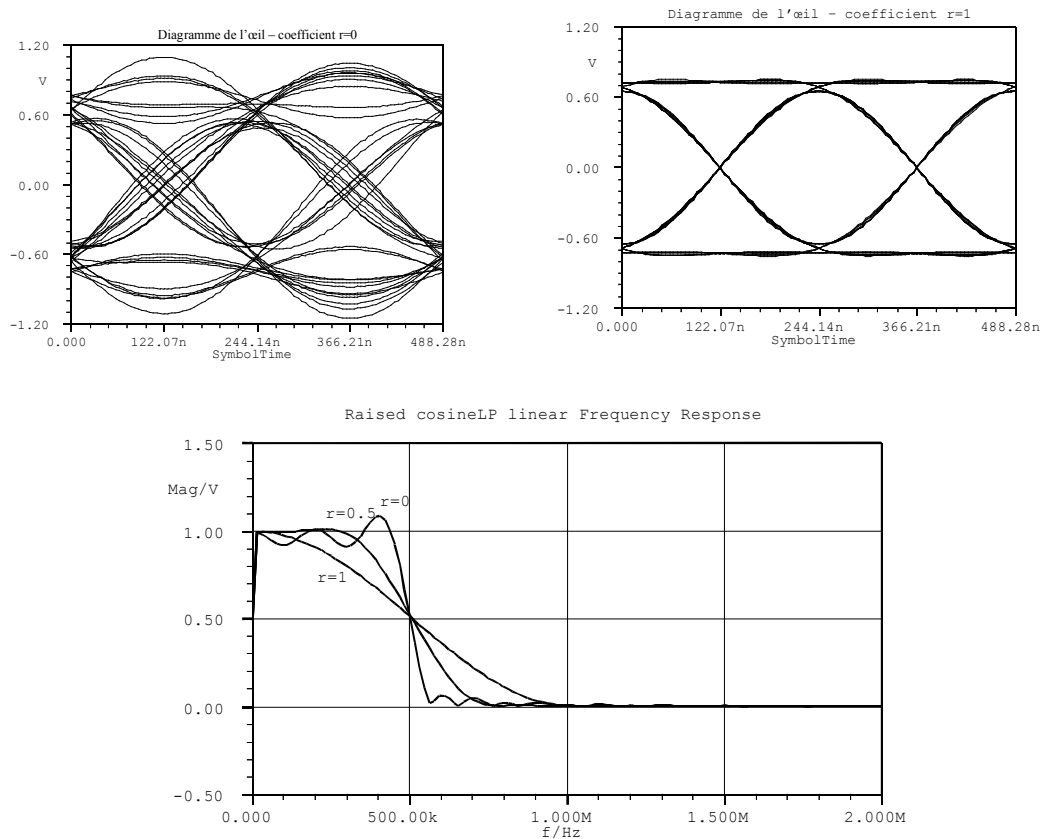


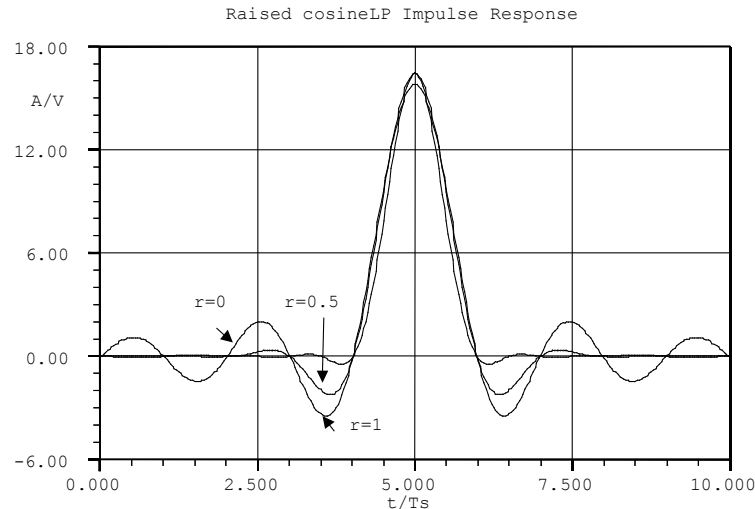
Le filtre avec $r=1$ assure une réponse temporelle avec de très faibles rebonds. L'IIS est donc très limitée et le diagramme de l'œil bien ouvert. En contrepartie, le filtre est large.

Le filtre avec $r=0$ assure une réponse temporelle avec des rebonds importants sur une longue durée (il tend vers un $\sin(x)/x$) ce qui "brouille" le diagramme de l'œil tous en assurant une IIS faible aux instants de décision. En contrepartie, le filtre est deux fois plus étroit et tend vers un filtre idéal. En pratique ce filtre a une pente très abrupte mais non infinie.



Ci-dessous les diagrammes de l'œil pour les deux roll-off extrêmes 0 et 1.





La valeur de $r=0,35$ est utilisée dans les filtres pour la transmission TV numériques par satellites (norme DVB-S), et celle de $r=0,22$ a été retenue pour la transmission sur l'interface radio UMTS.

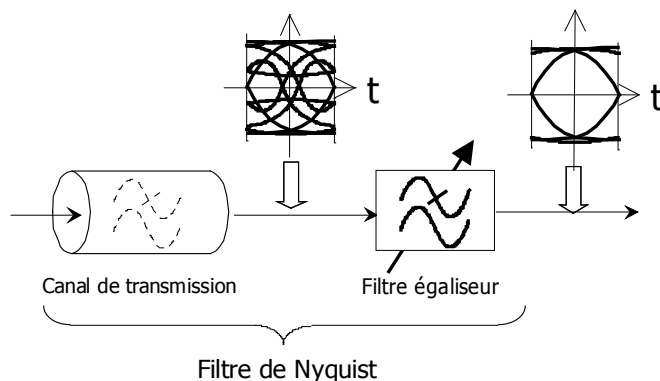
11.2.6 Filtrage et canal de transmission : Egalisation

Le filtre de Nyquist peut se trouver en tête et filtrer le signal modulant de base ($a_n(t)$) (Filtre passe-bas) ou bien filtrer la porteuse modulée (filtre passe-bande) ou bien encore dans la chaîne de transmission et filtrer le signal modulant démodulé.

Cependant, dans le cadre du synoptique présenté au paragraphe 11.1.1, le filtrage du signal modulé est réparti sur la totalité du canal de transmission. Aussi le filtrage global n'a-t'il en principe rien à voir avec un filtre de Nyquist et dans la plupart des cas provoque une IIS inacceptable. Cette remarque nous conduit à introduire le concept d'*égalisation*.

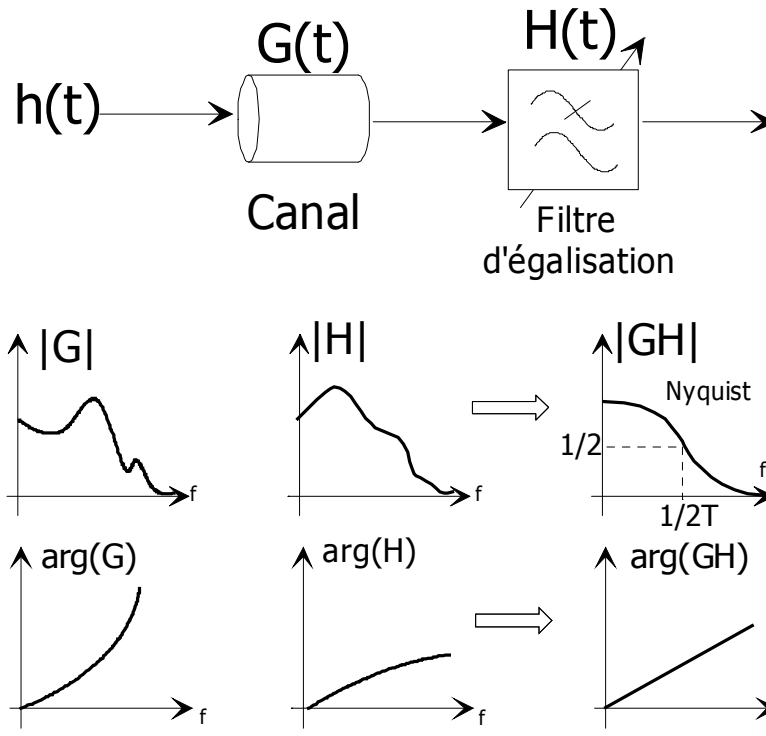
On peut considérer la configuration indiquée sur le schéma suivant. Le canal a un gabarit de filtre qui est a priori différent de ce qu'il faudrait pour respecter scrupuleusement les critères de Nyquist. Il faut donc réaliser un filtre dit égaliseur qui permettra de synthétiser un filtre de Nyquist pour l'ensemble.

L'égaliseur tient compte de la forme de la fonction de transfert du canal pour compenser d'une part les amplifications ou atténuations de l'amplitude et d'autre part les avances ou retard de phase (on dit qu'il inverse le filtre de canal), il tient compte également de l'allure du symbole élémentaire de base transmis.



Le schéma précédent présente un filtre de Nyquist constitué par le canal et le filtre d'égalisation. Ce type de filtre peut être placé au niveau de la porteuse modulée reçue ou après la chaîne de démodulation. Sur les systèmes analogiques, le filtre est en tête pour plus de simplicité. Sur les systèmes numériques, les puissances de calcul disponibles permettent une égalisation sur les trains a_n et b_n démodulés. Nous renvoyons à la partie suivante sur les structures des démodulateurs.

Ainsi, le filtre est soit centré autour de la fréquence porteuse, soit en bande de base. Dans le cas d'équipement bande de base (modems filaires) il peut être en tête et en bande de base.

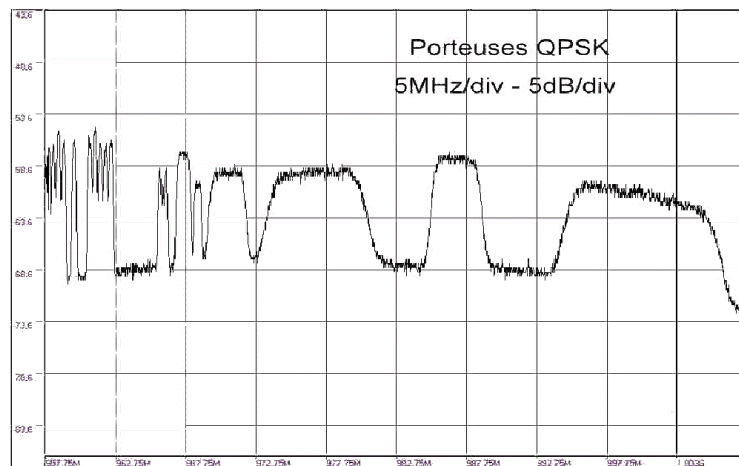


Dans la plupart des cas, le signal émis sur le canal est filtré et a déjà une forme “arrondie” pour limiter l’occupation spectrale du signal émis sur le canal. Ce filtre est en principe optimal, l’égalisation “corrige” les défauts du canal. Dans le chapitre suivant on décrira des techniques d’égalisation

11.2.7 Exemple de signaux modulés et filtrés

Nous présentons à titre d'exemple une série de porteuses satellites modulées en QPSK : on remarque le caractère raide des pentes du lobe principal, caractère lié au filtrage des signaux modulateurs pour respecter les critères de Nyquist (filtre en cosinus surélevé). Il n’y a donc pas de lobes latéraux et il est possible de multiplexer en fréquence un grand nombre de porteuses.

Dans la partie centrale, le spectre de la porteuse modulée par une séquence quelconque est pratiquement plat : on dit qu’il s’agit de pseudo-bruit, et que sa densité spectrale de puissance est quasi-constante dans la bande passante du filtre utilisé.



11.2.8 Conclusions

Les critères de Nyquist ont été présentés succinctement pour permettre de comprendre le point fondamental qu'est le traitement de l'IIS par un filtrage optimal qui est, de manière classique, un filtre en cosinus surélevé.

Ce dernier, offre par son coefficient de roll-off un compromis entre la bande passante occupée, entre $1/2T$ et $1/T$, et la précision du diagramme de l'œil. Ce diagramme permet de visualiser rapidement la qualité d'une liaison numérique. On peut le mesurer en différent point de la chaîne de modulation, et il a son équivalent sur la constellation du signal modulé. Ce point sera abordé dans le chapitre 3.3.

11.3. Aspects théoriques de la démodulation

11.3.1 Les objectifs

Rappelons qu'un signal modulé est de la forme :

$$h(t) = a_n(t) \cdot \cos(2\pi f_o t) + b_n(t) \cdot \sin(2\pi f_o t) + n(t)$$

Où nous précisons les composantes essentielles :

- ♦ f_o Est la fréquence porteuse modulée, éventuellement affecté de variation faible (Doppler, bruit de phase, dérive).
- ♦ $a_n(t)$ et $b_n(t)$ sont les composantes en phase et en quadrature qui représentent le message modulant. Leur recouvrement impose de connaître le rythme T de l'information.
- ♦ $n(t)$ est le bruit blanc thermique gaussien additif qui se rajoute au signal à la réception.

Les objectifs de la démodulation sont donc :

- ♦ La récupération de la fréquence porteuse
- ♦ La récupération du rythme T et des paires en quadrature
- ♦ L'élimination du bruit
- ♦ Et enfin, la restitution optimale du train binaire par traitement de l'IIS.

11.3.2 Récupération de la porteuse : multiplication de fréquence

Il s'agit dans un premier temps de retrouver avec une (très) grande précision la valeur de la fréquence porteuse ce qui implique de suivre ses éventuelles variations.

La connaissance *a priori* de la fréquence n'est pas suffisante. Il ne suffit pas d'utiliser la valeur connue en sortie d'un oscillateur (VCO) : il y a en effet peu de chance dans ce cas de récupérer le signal. Il faut en effet suivre avec une précision et une rapidité élevée (devant les valeurs de la porteuse et du débit utilisés) les variations du signal porteur émis. On n'est en effet pas à l'abri des glissements de fréquence du VCO du modulateur, de bruit de phase, d'imprécision des quartz de référence ou d'effets Doppler.

En conséquence on peut donner deux techniques pour « récupérer » la fréquence porteuse. La récupération peut se faire à l'aide de la présence de la porteuse dans le spectre (raie) appelée aussi fréquence pilote ; ou bien on peut reconstituer la porteuse par multiplication. Utilisée pour les modulations de phase (BPSK et QPSK), la multiplication « Efface » les déplacements de phase :

BPSK	x 2
QPSK	x 4
8-PSK	x 8

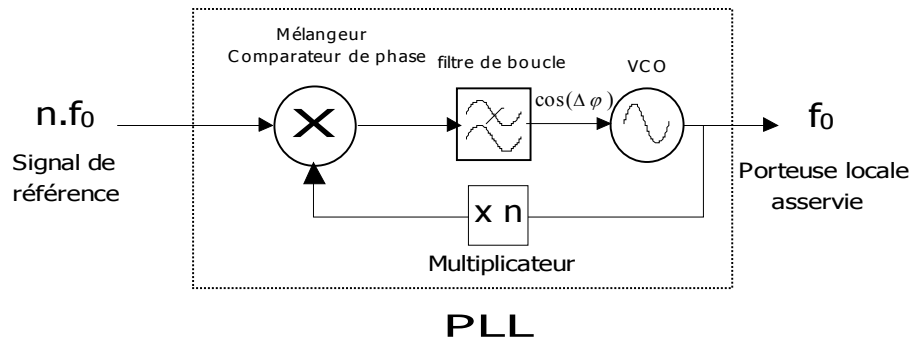
On multiplie ainsi la valeur de la fréquence par 2^n . Il suffira de diviser la valeur obtenue pour récupérer la porteuse originelle avec ses éventuelles défauts.

Le *multiplicateur* peut être simplement une diode, ou un élément actif créant des non-linéarités et provoquant l'apparition de raies harmoniques. Un filtrage permettra de sélectionner la valeur adéquat. Les dispositifs comme les doubleurs (mélangeurs) sont courant et peuvent être cascades facilement quand il s'agit de réaliser des multiplications par des puissances de 2.

Le *diviseur* de fréquence peut utiliser une boucle à verrouillage de phase (PLL, décrite au paragraphe suivant) pour verrouiller l'oscillateur sur un sous multiple de la fréquence de référence.

11.3.3 Récupération de la porteuse : asservissement de fréquence

Une technique couramment utilisée consiste à asservir une porteuse générée localement sur celle du signal modulé. Le dispositif clé pour ce type d'opération est la boucle à verrouillage de phase (PLL : Phase Locked Loop). Il permet d'asservir le VCO utilisé par le démodulateur sur les variations de la porteuse émise.



Nous allons rappeler le principe de l'asservissement par PLL d'une fréquence. On compare à l'aide du mélangeur le signal multiplié issue du signal modulé, de fréquence $n.f_0$ avec la porteuse générée par le VCO, et elle-même multipliée par n . La comparaison de ces deux fréquences génère après le filtre de boucle une tension qui, appliquée au VCO, va imposer des variations de fréquences à la porteuse locale de façon à annuler la différence de phase $\Delta\phi$ entre les deux porteuses.

- ♦ Si la fréquence du signal de référence augmente, le signal appliqué au VCO augmente f_0
- ♦ Si la fréquence du signal de référence diminue, le signal filtré par le filtre de boucle impose au VCO de réduire f_0

On asservit ainsi la phase de la porteuse locale sur celle reçue.

Le point délicat est ici de *verrouiller la boucle*, c'est à dire de parvenir à la faire fonctionner comme décrit ci-dessus. En effet, si le signal de référence varie trop rapidement ou avec une déviation de fréquence trop grande, ou lors d'une interruption de la liaison, le VCO peut ne plus être commandé par le signal de contrôle issu du filtre de boucle. Il faut alors un certain temps pour verrouiller à nouveau et la liaison est interrompue.

11.3.4 Récupération des paires orthogonales

On rappelle que le signal modulé est de la forme :

$$h(t) = a_n \cos 2\pi f_0 t - b_n \sin 2\pi f_0 t$$

f_0 = fréquence porteuse récupérée

Le rythme est la fréquence des symboles transmis par le couple (a_n, b_n) . La récupération de ce rythme $R=1/T$ est assez aisée sur le signal physique modulé car il mesure la vitesse de variation des

paramètres phase/amplitude/fréquence de la porteuse. Toute non linéarité appliquée au signal modulé fera ainsi apparaître une raie de référence correspondant exactement à la vitesse du signal.

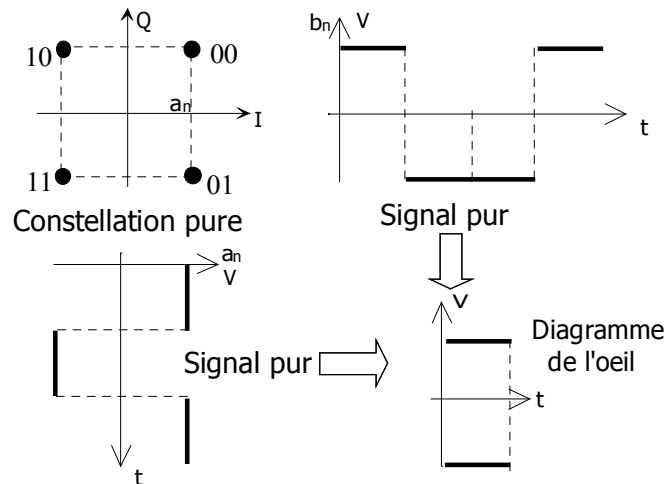
Par la suite, l'utilisation d'une PLL est nécessaire pour suivre les variations du rythme imposées par le modulateur. Il s'agit donc d'un principe analogue à celui de la récupération de la fréquence porteuse, mais s'avère plus simple à effectuer en pratique.

Mais la connaissance de R doit être couplée à la détermination des valeurs de la paire (a_n, b_n) pour identifier le moment transmis, et le symbole binaire associé. Le dispositif à boucle de Costas est décrit au paragraphe 11.4.1.

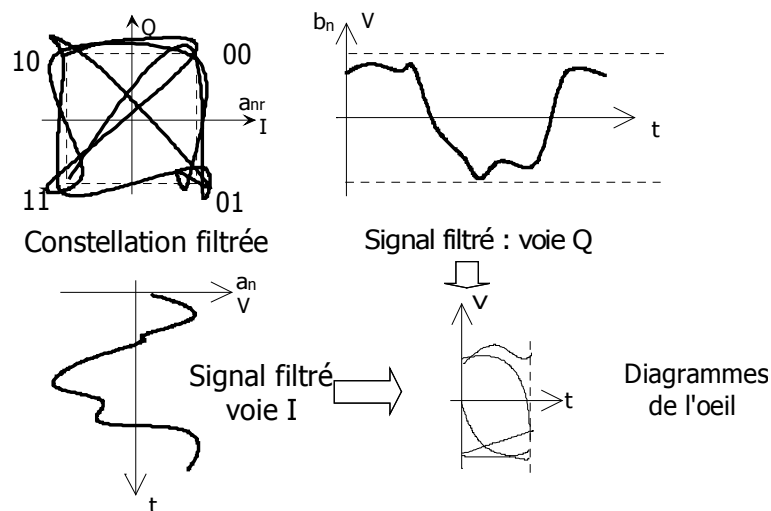
11.3.5 Diagramme de l'œil

Le diagramme de l'œil est le repliement sur la durée T d'un moment du signal modulant $a_n(t)$ ou $b_n(t)$. Il a été décrit au §11.2.4. Son aspect était alors associé à un signal temporel du type NRZ : deux états haut et bas. Dans le cas d'un QPSK, il existe deux voies en quadrature, donc une paire de signaux modulants à deux états (a_n, b_n) . L'étude du diagramme de l'œil a donc un sens sur chacune des voies : il en faut donc deux. L'association des deux est liée à l'allure globale de la constellation récupérée.

A la réception, le signal ayant subi l'ensemble des filtrages voulus ou non, l'allure finale est la suivante :



La connaissance du rythme permettra d'identifier avec précision l'instant où le signal passe par la zone de la constellation caractérisant un moment et d'en déduire son symbole (ici, 00, 01, 10 ou 11).



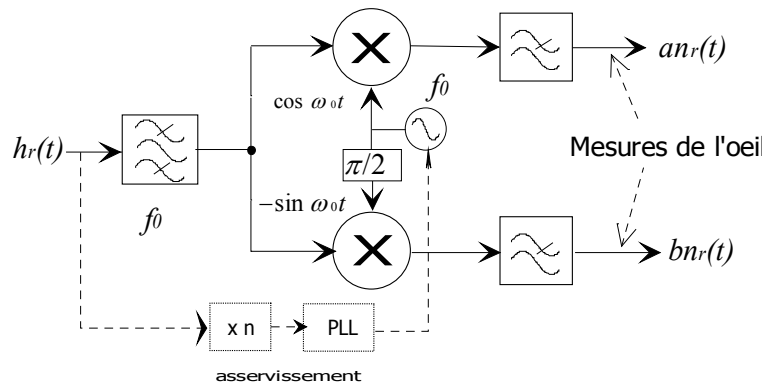
11.4. Structure des démodulateurs

11.4.1 Boucle de Costas

La structure en boucle de Costas est du type *cohérente* : c'est à dire que le démodulateur nécessite une récupération de la porteuse (par asservissement d'une PLL) afin de suivre les déviations de fréquences de la porteuse émise. La récupération des an_r et bn_r dans une «boucle de Costas» se réalise donc par une démodulation sur deux voies en quadrature.

On rappelle que le signal modulé reçu s'exprime (en négligeant le bruit thermique) :

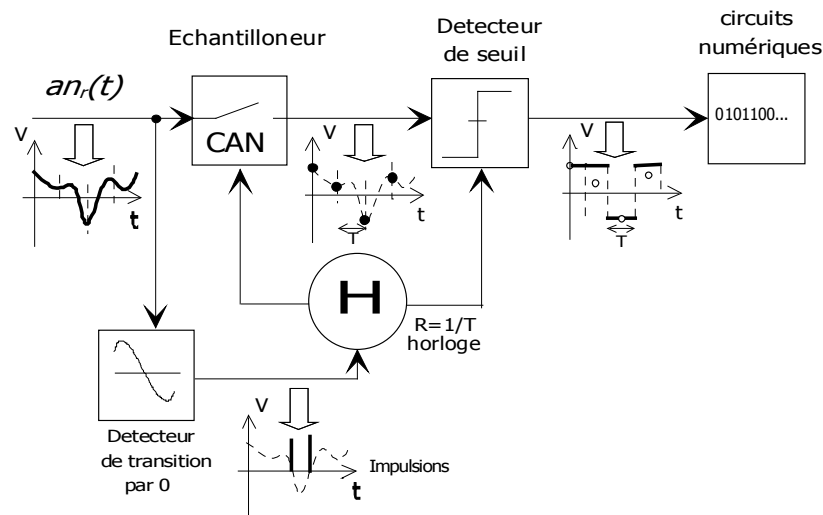
$$h_r(t) = an_r(t) \cos \Omega_0 t - bn_r(t) \sin \Omega_0 t$$



Le dispositif permet d'extraire la paire en quadrature ; l'asservissement en fréquence est indispensable pour une grande qualité de démodulation, mais il n'entre pas directement dans la structure proprement dite.

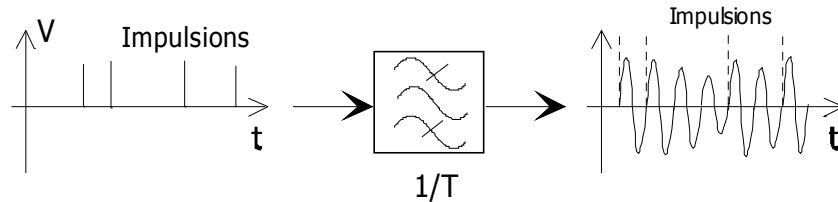
11.4.2 Régénération des paires an et bn initiales

On doit compléter le schéma précédent par le début de la chaîne numérique qui permet de restituer au final les symboles (mots binaires) associés aux moments.



Le rôle de l'horloge est fondamental : c'est elle qui indique l'instant de décision au CAN et fixe le rythme de restitution du train a_n original en sortie du détecteur de seuil. Comme précédemment, le détecteur de transition par zéro peut être une simple diode suivie d'un dérivateur.

L'horloge est asservie par une PLL de façon à suivre les dérives éventuelles de l'horloge originale. Si le signal a été filtré et respecte le second critère de Nyquist, les transitions par 0 se font bien à des durées multiples de T . La reconstitution d'un signal périodique à partir d'une série d'impulsions qui apparaissent de manière aléatoire mais distantes de kT peut se faire en utilisant un filtre passe-bande centrée sur $1/T$ et avec une bande passante étroite : la réponse temporelle est une sinusoïde amortie qui peut être utilisée pour synchroniser un VCO dans une PLL, qui générera l'horloge locale de référence.

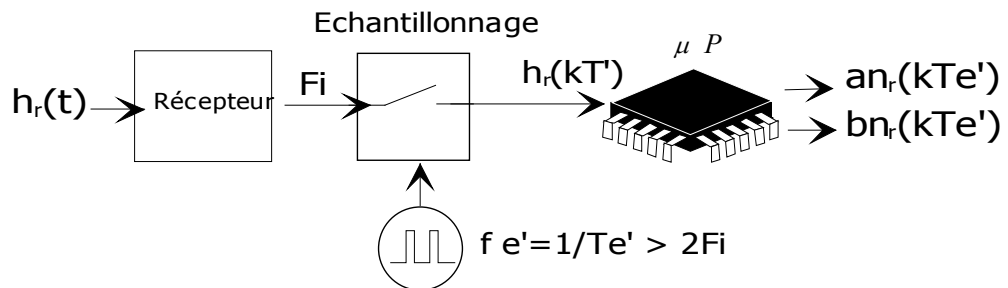


La condition devient qu'il doit y avoir suffisamment de transitions pour maintenir l'oscillation en sortie du filtre.

NB : dans ce schéma, le signal a_n a deux états. Il peut en avoir plusieurs suivant la valence de la modulation utilisée (3 pour 9QAM, 4 pour 16QAM, 5 pour 8PSK...). La voie en quadrature dispose d'un circuit analogue pour b_n .

11.4.3 Démodulation numérique

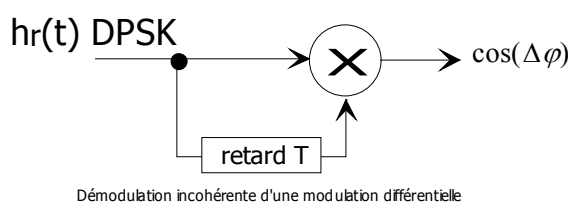
La démodulation numérique est en réalité une série de calcul sur le signal $h_r(t)$ échantillonné. Les opérations vues précédemment (mélange, génération de porteuse et d'horloge, filtrages...) sont réalisées dans le même ordre mais de manière *numérique*, c'est à dire par des algorithmes de calcul sur les valeurs des échantillons.



Cette méthode présente des avantages certains : fiabilité, pas d'usures des composants, simplicité de réalisation matérielle avec en particulier une miniaturisation extrême, une consommation réduite, une puissance de calcul permettant des fonctions puissantes de codages... Cependant, l'échantillonnage d'entrée est un point délicat qui nécessitera un soin tout particulier afin notamment de ne pas dégrader dans des proportions inacceptables le rapport signal sur bruit.

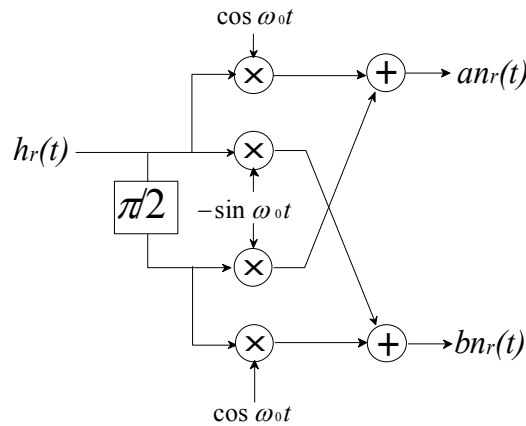
11.4.4 Démodulation différentielle

La démodulation différentielle ou incohérente ne nécessite que de se confronter à la phase du signal reçu pendant la durée symbole précédente : il n'est pas nécessaire de connaître la fréquence porteuse avec précision. Le schéma très simple qui suit peut alors être utilisé.



11.4.5 Démodulation en quadrature

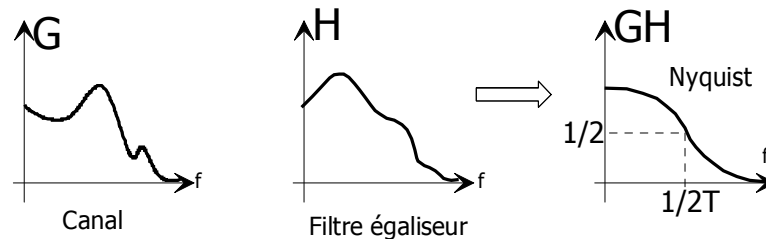
Cette technique particulière présente l'avantage de ne pas nécessiter de filtre post-détection comme c'est le cas pour la boucle de Costas afin d'éliminer les signaux résiduels situés autour de $2f_0$.



Le déphasage par $\pi/2$ exploite la transformée de Hilbert du signal modulé. Ce type de structure est particulièrement adapté à l'intégration logicielle (démodulation numérique § 11.4.3).

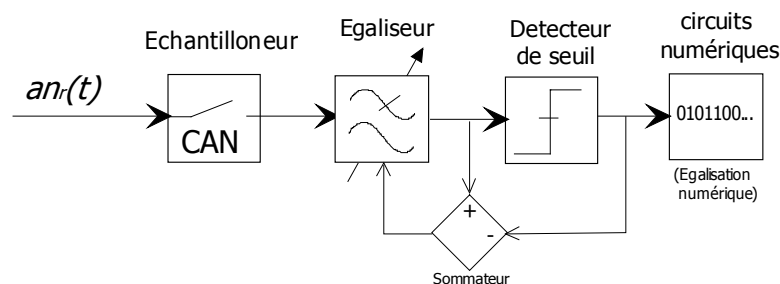
11.4.6 Egaliseur

Cette opération qui consiste à inverser la fonction de transfert du filtre dû au canal de transmission (au sens large) a été décrite au paragraphe 3.2.6.



Le calcul du filtre d'égalisation peut être très complexe. La technique s'appuie sur les techniques de filtrage numérique qui seront vues dans la section 5, mais historiquement des filtres analogiques étaient mis en œuvre. Le réglage de ce filtre s'effectue en principe par l'envoi au récepteur de séquences d'initialisation connues (ou *séquence d'apprentissage*). Ce dernier peut alors calculer le filtre optimal qu'il utilisera pour le train binaire transportant l'information et qu'il ne connaît pas.

On peut cependant présenter succinctement un dispositif simple appelé *égaliseur auto-adaptatif linéaire*. Il est auto-adaptatif car il utilise le signal qu'il reçoit pour recalculer à la volée le filtrage optimal. Le caractère linéaire est liée à la structure qui n'utilise que le signal utile et n'introduit aucune correction locale.



Notons que ceci n'est qu'un schéma indicatif : L'égaliseur peut se trouver avant le CAN ou être intégré dans les circuits numériques, ce qui est courant dans les dispositifs actuels.

11.5 Analyse d'un signal QPSK

11.5.1 Caractéristiques

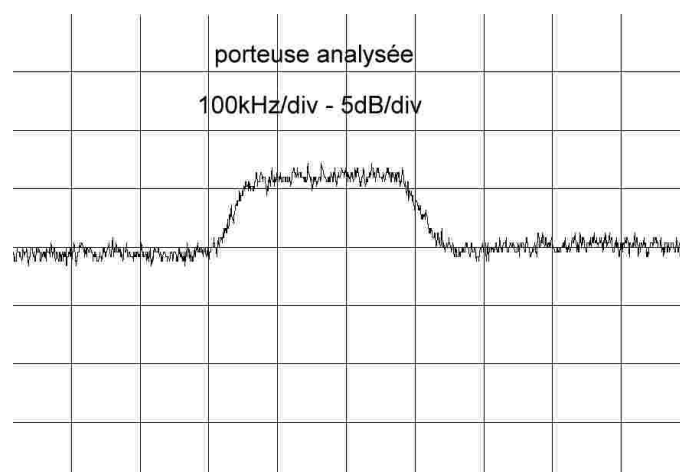
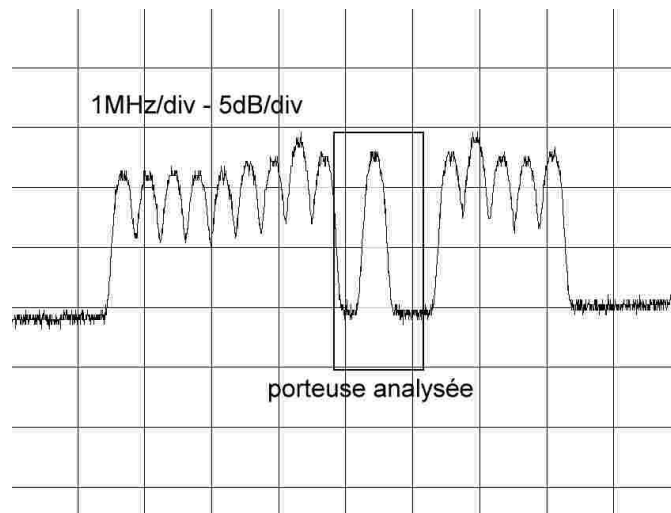
Nous étudions ici une porteuse modulée prise dans une série de porteuses captées sur un transpondeur satellite. Le signal étudié ici est un signal satellite modulé en QPSK. La largeur de bande estimée est de 350 kHz à 10dB et la vitesse calculée par le logiciel d'analyse donne 247kBd.

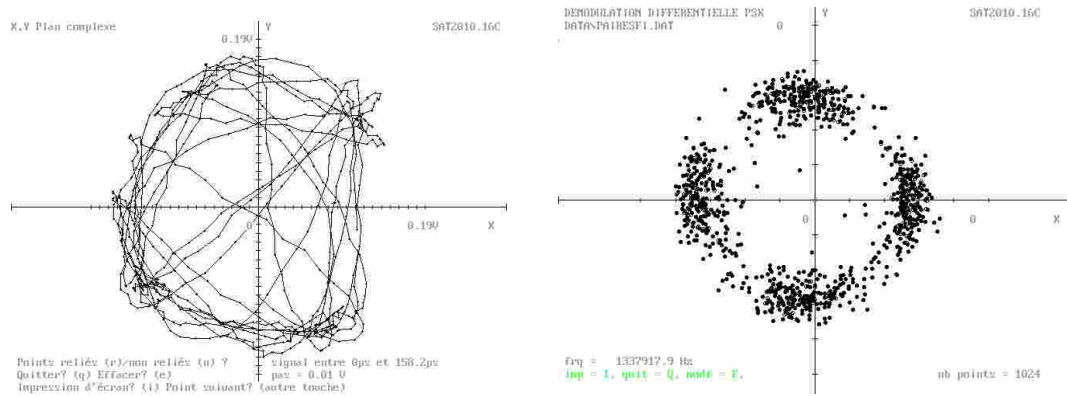
On remarquera la forme du spectre avec des flancs raides dus à un filtrage de Nyquist, c'est à dire ici à l'utilisation pour les symboles modulants de signaux respectant une IIS nulle. On mesure ici la relation d'équivalence entre largeur du spectre et vitesse de modulation.

La constellation montre le caractère filtré accentué de manière très nette : les transitions entre les points sont lentes.

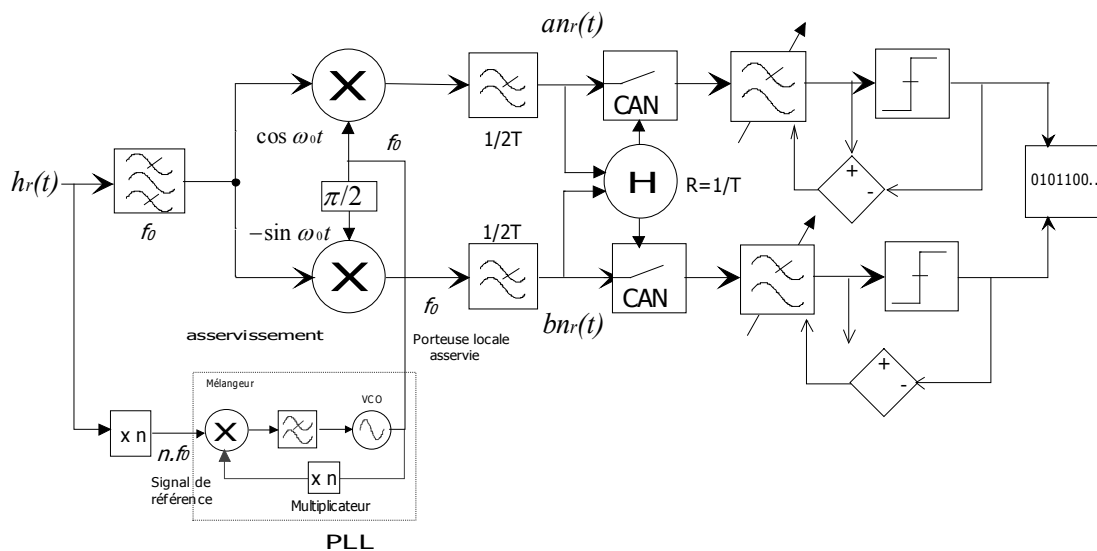
La constellation en démodulation différentielle confirme la modulation à 4 états de phase.

11.5.2 Spectres et constellation





11.6 Schéma synthétique du démodulateur



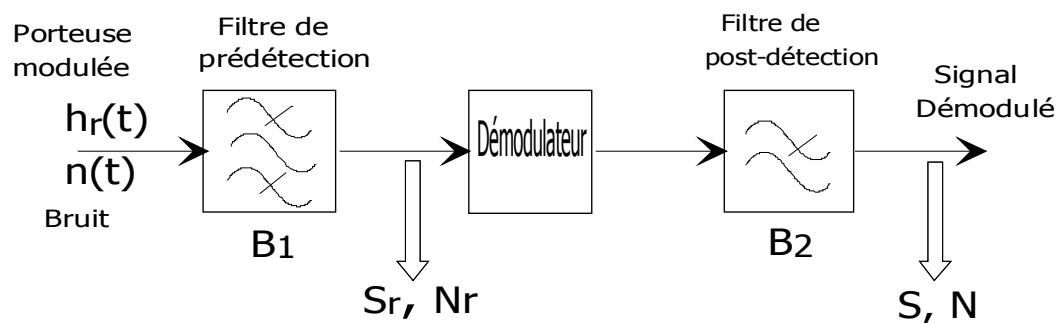
12. Performances

12.1 Chaîne de démodulation

12.1.1 Synoptique de la chaîne de démodulation

On utilise les éléments introduits dans le chapitre 11. On présente ici le cadre qui nous concerne, c'est à dire celui des démodulateurs et de la mesure des performances. Ce qui est présenté dans cette partie reste valable pour les modulations analogiques et numériques. Nous les distinguerons ultérieurement.

Le schéma suivant présente une chaîne de démodulation :



12.1.2 Signaux et bruit dans la chaîne

Nous allons définir les paramètres utiles dans l'évaluation des performances des démodulateurs :

S_r : Puissance du signal $h_r(t)$ filtré (puissance moyenne)

N_r : Puissance du bruit $n(t)$ filtré par B_1 : $N_r = kT_r B_1$

S : Puissance du signal utile ou information, démodulé et filtré

N : Puissance du bruit en sortie (filtré par B_2) : $N = kTB_2$

Les températures du bruit ne sont pas nécessairement identiques, le démodulateur et le filtre de post détection ayant une température de bruit propre qui s'ajoute à celle issue du signal d'entrée. Les performances entre les différents démodulateurs se mesureront entre autre en comparant ce bruit propre à chaque dispositifs.

On définit donc :

$$\frac{S_r}{N_r} : \text{Rapport à l'entrée du démodulateur}$$

$$\frac{S}{N} : \text{Rapport en sortie du filtre de post détection.}$$

12.1.3 Notion de performances

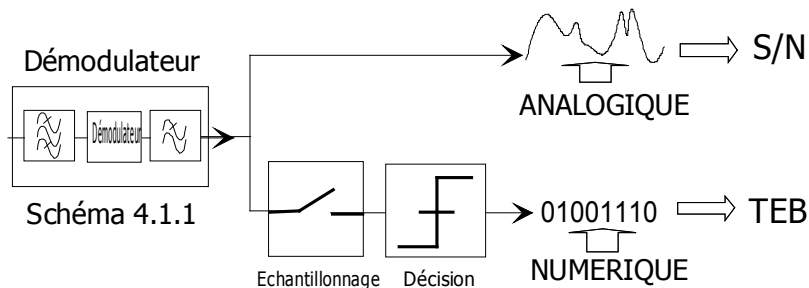
Il existe plusieurs aspects dans la détermination des performances.

- ♦ L'une d'elle consiste à comparer les $\frac{S}{N}$ pour une valeur donnée de $\frac{S_r}{N_r}$ et en modifiant la structure interne du démodulateur et la technique de démodulation (synchrone, asynchrone...) : On compare ainsi les démodulateurs physiques entre eux pour une modulation et une puissance donnée.
- ♦ Un second consiste à évaluer $\frac{S}{N}$ en fonction du $\frac{S_r}{N_r}$ dans le cas d'un démodulateur donné : on a ainsi les performances en terme de résistance au bruit du démodulateur étudié.
- ♦ Enfin, un troisième aspect consiste à comparer les modulations entre elles et leur résistance au bruit, pour un démodulateur donné. Dans ce cas, on interprète souvent en fonction de la puissance de la porteuse non modulé notée C . On renvoie à la section 1 chapitre 4.

12.2 Evaluation théorique des performances

12.2.1 Spécificités analogique/numérique

Nous devons à ce point distinguer les deux types de signaux modulateurs manipulés, analogique ou discret. Selon le cas considéré, la mesure de la qualité n'est pas tout à fait la même :



- ♦ Pour les systèmes analogiques : On mesure le $\frac{S}{N}$ (Son / Souffle)
- ♦ Pour les systèmes numériques : On mesure le TEB Taux d'erreur binaire (BER, Bit Error Rate). On utilise aussi de TES (Taux d'Erreur Symbol) (SER Symbol error rate) pour évaluer le nombre d'erreur sur les symboles de la constellation ou le TET (Taux d'erreurs Trames) (FER Frame Error Rate) pour évaluer le nombre d'erreur sur les trames ou suite de symboles.

Bien entendu, dans le cas d'un signal "numérique" c'est à dire constitué de 0 et 1, il faudra le restituer sous une forme sonore ou visuelle, mais c'est la qualité du codage qu'il faudra alors analyser, et non la transmission des eb. C'est l'objet de la section suivante.

12.2.2 Définitions du TEB : et de la distance de Hamming

Si on considère deux séquences binaires, la séquence émise et la séquence reçue, on va les comparer pour déterminer la quantité d'eb qui ont été inversés, c'est à dire les eb faux. On définit ainsi le TEB par :

$$TEB = \frac{\text{nbr d'eb erronés}}{\text{séquence reçue}} = 10^{-n} \quad [1]$$

$$10^{-n} = 1 \text{ eb erroné pour } 10^n \text{ reçus.}$$

La distance de Hamming entre les deux séquences est définie comme le nombre exacte d'eb différents entre les deux séquences, émises et reçues, on considère ainsi les deux séquences de 32 eb :

```

-00110100100010111010010010010001-
-00110000100010011010010110010001-
-      E      E      E      -

```

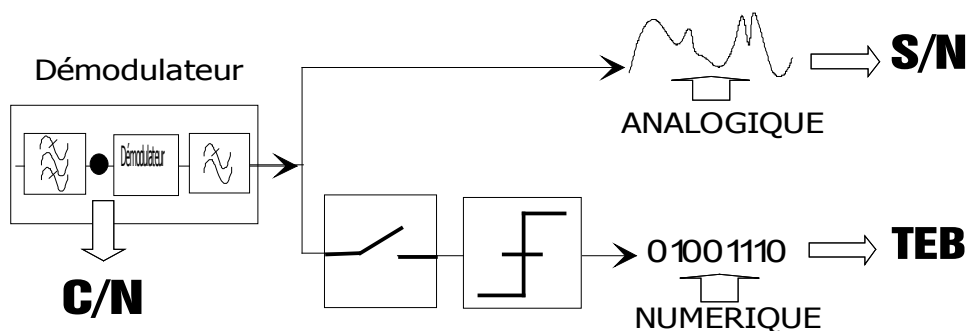
La distance de Hamming vaut 3 et le taux d'erreur $3/32=9.10^{-2}$

12.2.3 Expressions C/N, S/N, TEB.

Il est assez difficile de mesurer directement la puissance d'un signal modulé sur un analyseur de spectre. En effet, dans le cas d'un signal modulant aléatoire (voix analogique, train binaire...) on lira sur l'appareil de mesure la densité spectrale de puissance du signal modulé. Sa puissance totale est liée à la bande de fréquence utilisée. En clair, il n'est pas possible de mesurer directement la puissance d'un signal modulé – En tout cas pas sans certaines acrobaties, plus ou moins aisées selon la nature de la modulation.

Pour faciliter la lecture on décide donc de prendre pour référence la puissance de la porteuse pure (non modulée) que l'on appellera *C* (Carrier en anglais). Précisons qu'il est nécessaire de distinguer la nature des modulations utilisées :

- ♦ Dans le cas des modulations de phase ou de fréquence (FM, PSK...) la puissance du signal modulé est égale à celle de la porteuse non modulée
- ♦ Dans le cas des modulations d'amplitude (AM, QAM...) il existe une manière simple de relier la puissance du signal modulé à *C*. (§8.7.6)



12.2.4 Protocole de mesure

On procède en deux étapes :

- ♦ Etape 1 : mesure du *C/N*

On mesure $\frac{C}{N}$ à l'entrée du démodulateur, dans le cas où la porteuse est *non modulée*.

♦ Etape 2 : mesure du S/N ou du TEB

On module cette fois la porteuse à l'émission et on mesure $\frac{S}{N}$ ou le TEB en sortie du démodulateur.

On obtient ainsi les relations :

$$\frac{S}{N} = f\left(\frac{C}{N}\right) \text{ en analogique et } TEB = g\left(\frac{C}{N}\right) \text{ en numérique.}$$

Les fonctions f et g dépendent des performances du démodulateur (détecteur de seuils, qualité des composants, techniques synchrones ou asynchrones...). Elles sont représentatives des performances du démodulateur.

12.2.5 Commentaires

- ♦ Cette façon de procéder permet techniquement de connaître a priori la qualité d'une transmission en mesurant le C/N et en se référant au matériel et au type de signaux qui seront employés. La lecture des courbes données par le constructeur sera directe et ne nécessitera aucune mesure en sortie du démodulateur.

- ♦ A la place de $\frac{C}{N}$ on trouve les grandeurs suivantes : $\frac{C}{N_0}, \frac{Eb}{N_0}, \frac{Ec}{N_0}$ ($Ec = \frac{C}{B}$). On renvoie à la section 1, partie 4.6.

- ♦ g fait intervenir une fonction mathématique notée $erfc$ (Error Function Complementary)

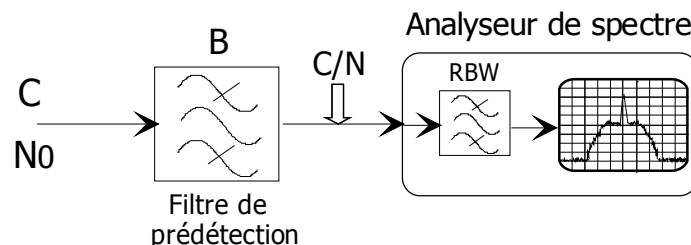
$$erfc(x) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-y^2} dy$$

liée à la loi gaussienne du bruit blanc perturbant les transmissions. Un exemple de calcul est donné dans la section 1 partie 4.7 pour un signal simple. Dans le cas d'une modulation numérique, le calcul peut s'étendre simplement en considérant comme seuil de décision la demi-distance entre les deux points les plus proches de la constellation.

12.3 Mesure des rapports signaux à bruit

12.3.1 Mesures à l'aide d'un analyseur de spectre

Dans le cas où le signal utile est une porteuse pure, sa puissance, notée C , se mesure simplement en prenant le niveau de la porteuse.

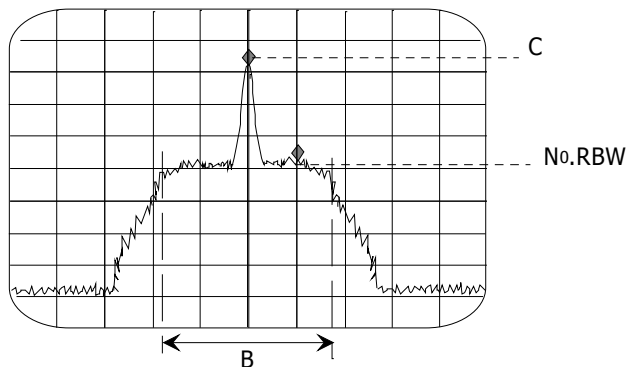


RBW désigne la largeur du filtre de résolution de l'analyseur de spectre. B est la bande équivalente de bruit du filtre utilisé dans la chaîne. Le rapport C/N avant l'analyseur de spectre vaut donc :

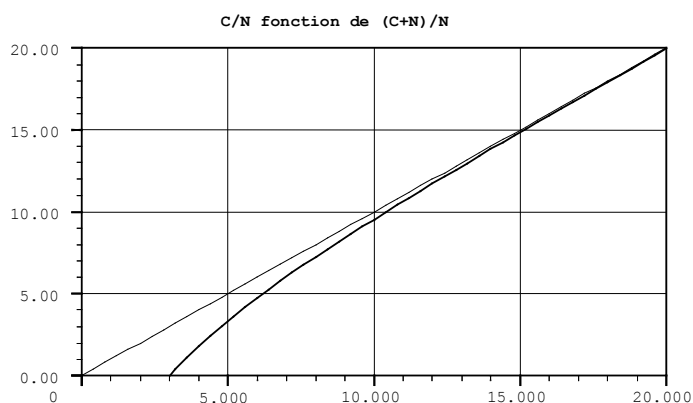
$$\frac{C}{N} = 10 \log \left(\frac{C}{B \cdot N_0} \right) \text{ [dB]}$$

N_0 est la densité spectrale de bruit avant l'analyseur de spectre. On la mesure sur l'écran en évaluant en dBm la hauteur du plancher de bruit au pied de la porteuse. Cette puissance vaut $N_0 \cdot RBW$.

En réalité cette mesure ne sera valable qu'à 2 ou 3dB prêt, selon la précision sur la bande équivalente de bruit du filtre, la précision de mesure, le filtre vidéo...

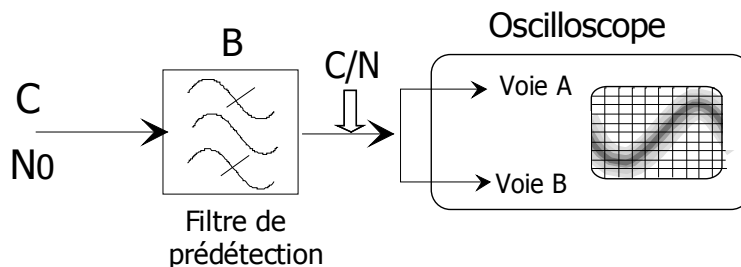


Le calcul ci-dessus doit éventuellement être corrigé si son niveau est inférieur à 10dB environ. En effet, la mesure directe de C est entachée d'une erreur irréductible due à la présence du bruit pris dans le filtre d'analyse. La lecture du marqueur fournit la valeur $C+N$ – Porteuse + Bruit – et non C tout seul. Un correctif est alors nécessaire ; on peut utiliser la courbe suivante pour déterminer le C/N réel en fonction du $(C+N)/N$ lu.



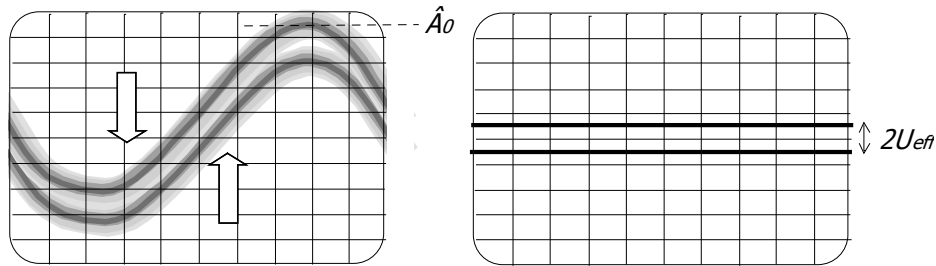
12.3.2 Mesures à l'aide d'un oscilloscope

On peut utiliser la méthode *oscilloscopique tangentielle*, avec des résultats moins bons que pour un analyseur de spectre.



On injecte le signal à mesurer en parallèle sur les deux voies A et B de l'oscilloscope avec la *même longueur de câble*. On obtient donc sur l'écran le même signal dédoublé. La mesure de la tension crête

de la sinusoïde (cas de la porteuse pure) donne \hat{A}_0 et la distance entre les deux courbes ajustées l'une à l'autre manuellement donnera $2U_{eff}$, où U_{eff} est la tension efficace de bruit.



Les deux sinusoïdes sont ajustées :
annulation de la zone claire

On débranche les deux voies

Le bruit se caractérise sur l'écran d'oscilloscope par un flou autour du signal moyen. La largeur de ce flou est difficile à estimer. Les propriétés de la distribution de bruit gaussienne permettent de justifier qu'avec cette méthode on obtienne bien la variance du signal de bruit.

On a alors pour la puissance efficace de la porteuse sur une charge Z (dans l'hypothèse ou

l'impédance de mesure est infinie) :

$$C = \frac{\hat{A}_0^2}{2Z} \quad [\text{W}]$$

Et pour la puissance de bruit sur Z :

$$N = \frac{U_{eff}^2}{Z} \quad [\text{W}]$$

D'où le rapport C/N , indépendant des impédances.

12.4 Canal et capacité

12.4.1 Largeur du canal

Les performances sont limitées par la largeur spectrale du canal de transmission et sa fonction de transfert. Dans le meilleur des cas, la bande utile est la bande totale disponible pendant toute la durée de la liaison.

Pour avoir une IIS nulle, il existe donc une relation entre cette taille B et la vitesse du signal $R=1/T$. En effet, si on veut respecter les critères, la condition est que la largeur B de bande du canal de transmission doit au moins contenir le signal répondant au critère fréquentiel de Nyquist, c'est à dire que :

$$B > 1/2T$$

Cette relation lie la largeur de bande du support B (en Hz) à la vitesse de modulation $1/T$ (en Baud) et donc au débit d'information (en Bit/s). Le premier critère de Nyquist dit donc qu'il faut 0,5 Hz pour un baud (un bit/s dans le cas de valence 2).

$$B = 1/2T$$

En réalité, la bande passante nécessaire dépend de nombreux facteurs liés aux équipements et à la nature de la modulation et est nécessairement supérieure à cette limite. Une formule permet d'évaluer plus précisément les besoins dans le cas d'une modulation numérique (PSK ou QAM) :

$$B_{Hz} = k \frac{1}{T} \frac{1}{\eta} \frac{1}{n} \quad [\text{Hz}]$$

Avec $1/T$ vitesse de modulation, η rendement du code correcteur (<1 ; voir le fascicule suivant sur le codage), n nombre d'eb par moments et k facteur dépendant du modem utilisé ($k=1,2$). La valeur de 0,8Hz par baud est donc beaucoup plus réaliste.

$$B=0,8/T$$

Si la bande est limitée, on peut néanmoins augmenter la quantité de bits par seconde (ou débit) en augmentant la valence du signal et donc le nombre de bits par symbole transmit. Ce sera un des rôles des *modems*.

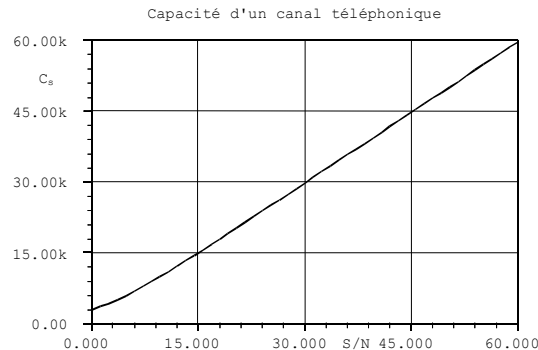
12.4.2 Capacité du canal et débit

On ne pourra pas néanmoins augmenter indéfiniment la valence du signal à cause du bruit dans le canal. Si les différences entre moments différents transmis sont faibles (en terme d'amplitude, de phase ou de fréquence), il y a de plus grands risques de perturbations et d'erreurs.

Le mathématicien Claude E Shannon (1916-2001) a donné la limite maximale théorique C_s en bit/s que l'on peut transmettre *sans erreur* dans un canal de largeur de bande B :

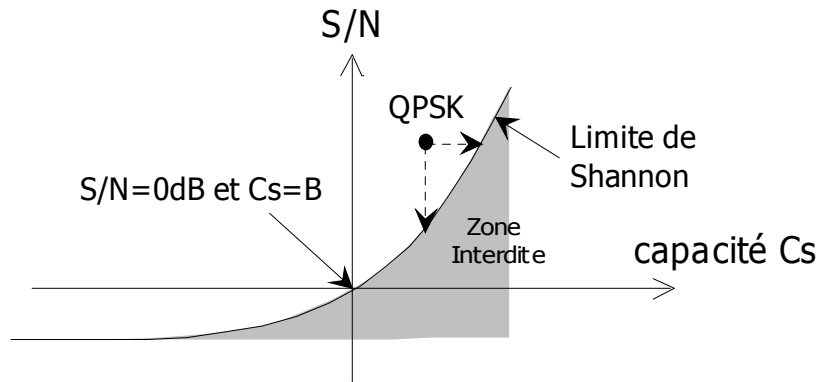
$$C_s = B \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right) \text{ [bit/s]}$$

S/N est le rapport signal à bruit en sortie du canal. On peut appliquer cette formule au RTC (réseau téléphonique commuté public) où la bande B vaut $3400-300=3100\text{Hz}$. Dans ce cas, les performances d'un modem sur une telle ligne seront équivalentes à celle d'une ligne RNIS à 64kbits/s si le rapport S/N dépasse les 60dB. La qualité d'une telle ligne téléphonique exige d'être excellente. On atteint les limites théoriques du modem vocal.



12.4.3 Limite de Shannon

Cette fameuse limite C_s appelée limite de Shannon est en pratique très difficile à atteindre. Les raisons sont multiples : elles tiennent en partie dans la qualité du canal qui est loin d'être toujours optimale sur toute sa largeur, et dans la performance des codes et modulations utilisés pour traiter l'information à transmettre. On sait s'en approcher de manière asymptotique, en particulier depuis l'invention des turbocodes (partie 17.5)...

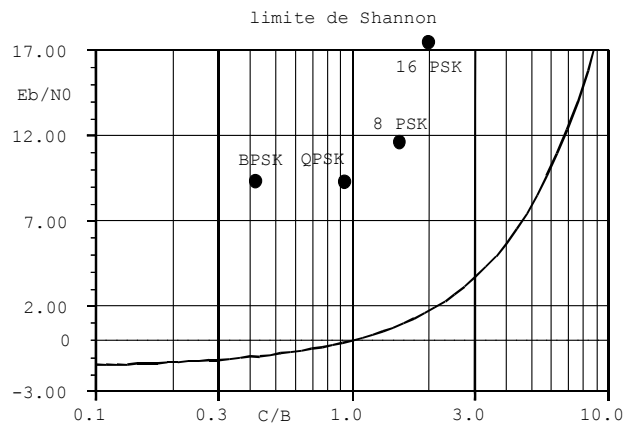


On trace ci-dessus la courbe de cette limite et on y indique la place d'une QPSK (son rapport S/N et le débit réel de la transmission).

La zone sous la courbe est interdite. La zone au dessus la courbe est celle où l'on trouve les modulations usuelles. La courbe est la limite vers laquelle on doit tendre. Si on étudie le cas de la QPSK, on peut dire que pour le S/N donné, on peut encore espérer un débit supérieur (se déplacer vers la droite) en trouvant des codages plus performants, en particulier les turbocodes. On peut également espérer dégrader le rapport S/N sans diminuer C_s (se déplacer vers le bas).

L'équation de cette courbe ci-dessous est issue de l'inversion de la relation du paragraphe précédent (on rappelle qu'au §4.7.4 de la section 1 on avait défini $S=E_b C_s$).

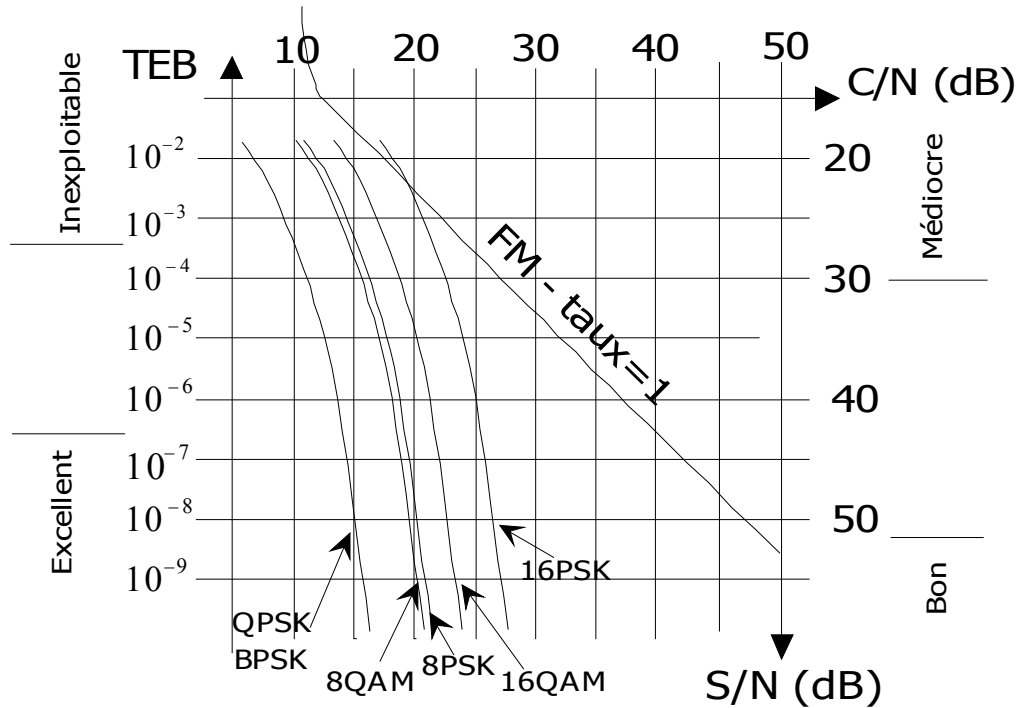
$$\frac{E_b}{N_0} = 10 \log \left(\frac{2^x - 1}{x} \right) \text{ avec } x = C_s/B \text{ efficacité spectrale en bit/s/Hz}$$



12.5 Comparaison des performances

12.5.1 Courbes comparatives

On peut donner les points les plus saillants de la comparaison entre une démodulation analogique et une démodulation numérique, ainsi que leurs spécificités essentielles :



♦ Analogique

On obtient une droite de pente +1 : quand on gagne 10dB sur $\frac{C}{N}$ on gagne 10dB sur $\frac{S}{N}$.

Cela est valable en FM, AM, BLU... [Cf section 2 §7.4.4] En FM, on a la possibilité d'augmenter le S/N en augmentant le taux de modulation sans augmenter la puissance de la porteuse C .

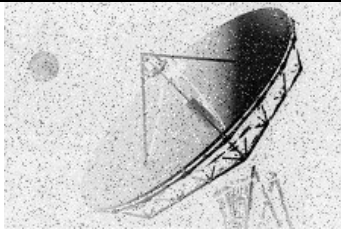
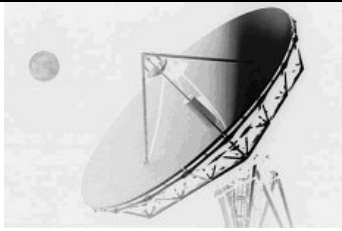
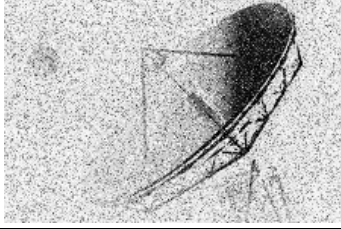
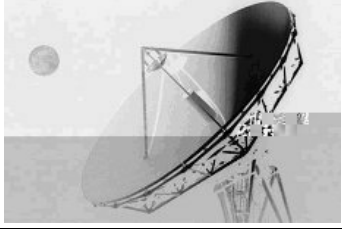
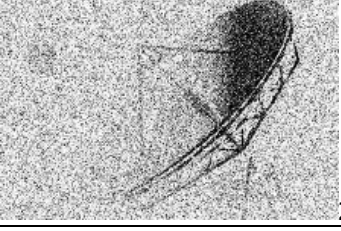

♦ Numérique

On a une notion de *seuil* : en quelques dB à la réception du signal modulé on passe d'une liaison inexploitable ($TEB=10^{-3}$) à une liaison quasi parfaite ($TEB=10^{-8}$). Il sera donc inutile d'utiliser des puissances importantes pour une excellente qualité. Cependant, l'augmentation de la valence de la modulation pénalisera plus ou moins le rapport C/N si on désire conserver une qualité identique à débit constant (bit/s). Il convient donc de planifier sa liaison de manière optimale en faisant le meilleur compromis débit/puissance.

En numérique, plus la courbe est « tassée » sur l'axe vertical gauche, plus la modulation est efficace en terme de résistance au bruit.

12.5.2 Conséquences et illustrations

Pour donner une illustration simple de la comparaison des effets du bruit sur des signaux analogiques et des signaux en numérique, on propose quelques photos permettant de comprendre la notion de dégradation linéaire en analogique et celle de seuil en numérique

Analogique – S/N	Numérique - TEB
 40dB	 $<10^{-5}$
 30dB	 10^{-4}
 20 dB	 10^{-3}

12.5.3 Commentaires

En ce qui concerne les modulations nPSK, on constate que plus la valence du signal est importante, plus la puissance nécessaire est importante pour obtenir la même qualité (TEB). La bande de fréquence utilisée sera la même à vitesse R constante. En revanche le débit augmente avec la valence. Il s'agit donc d'un compromis puissance/qualité/Bande/Débit.

On constate également que la courbe est identique pour les modulations 2PSK et QPSK ; on retrouve cette particularité dans la figure de la limite de Shannon du §12.4.3. En effet, sur la constellation, la distance minimale entre les points passe de $2\hat{A}_0$ (BPSK) à $\sqrt{2}\hat{A}_0$ (QPSK). En contre-partie, à *débit constant*, la largeur de bande du signal modulé en QPSK et donc la puissance de bruit est divisée par 2. C'est à dire que la tension de bruit est divisée par $\sqrt{2}$, comme la distance entre les points. Le rapport entre la distance entre les points et la tension de bruit est donc identique pour la 2PSK et la QPSK.

Cette particularité n'est pas sans conséquences : cela signifie que la QPSK, avec la même puissance équivalente et dans *la même bande de fréquence* transmet un débit binaire double avec la même qualité. Cela explique son utilisation massive en transmission satellite, malgré une réalisation technique plus complexe que la 2PSK, ce qui a retardé son exploitation.

On constate en outre qu'à valence et donc débit identique pour une largeur de bande identique, la QAM est plus performante que la PSK (elle est plus à gauche sur le graphique). En effet, la densité des points dans une modulation QAM est plus grande que pour une modulation PSK : pour écarter les points en PSK il faut plus de puissance (amplitude de la porteuse) que pour une QAM. Cependant des problèmes techniques majeures se posent en QAM (enveloppe non constante et amplification de puissance).

En pratique, Dans les milieux sûrs (FH, fibre, coaxial, lignes) on utilise des modulations QAM à valence élevée. Dans les milieux perturbés (hertzien mobile, satellite) une valence basse avec des modulations de phase est préférée.

Enfin, dans le cas d'une utilisation multi-utilisateurs, les techniques d'accès (CDMA particulièrement, et FDMA dans une moindre mesure) ne sont pas sans conséquences sur la qualité du signal.

L'influence se traduit par une augmentation du bruit mais qui n'est pas inclus dans les calculs qui précèdent. En effet, ici n'est pris en compte que le bruit blanc pour le cas d'un utilisateur seul, mais pas le bruit d'intermodulation ou de brouillage dans un cadre multi-utilisateurs. Les courbes sont ainsi valables en TDMA, moins en CDMA. [cf § 10.4.9].

12.5.4 Courbe normalisée

Afin de simplifier la mesure de manière indépendante de la vitesse de modulation on exprime les courbes en utilisant la variable définie dans le §4.6.6 de la section 1 :

$$\frac{E_b}{N_0} = \left(\frac{C}{N} \right)_{dB} - 10 \log \Gamma \quad [\text{dB}]$$

Où Γ est appelée l'efficacité spectrale et dépend du type de modulation utilisée.

$$\Gamma = \left(\frac{D}{B} \right) ; \text{unité le bit/s/Hz}$$

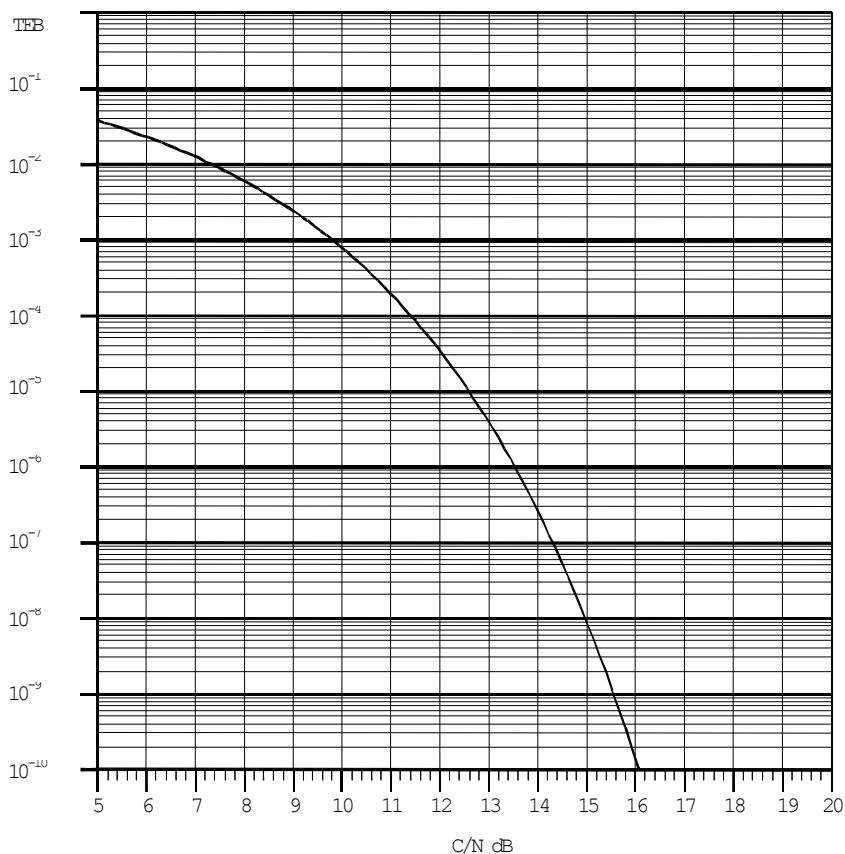
D : débits en bit/s et B : bande de fréquence du filtre de bruit

A titre d'exemple, dans le cas d'une modulation à deux états (type BPSK) l'efficacité spectrale optimale est de 2 dans la bande de Nyquist. on a alors :

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{C}{N}_{dB} - 3 \text{ dB}$$

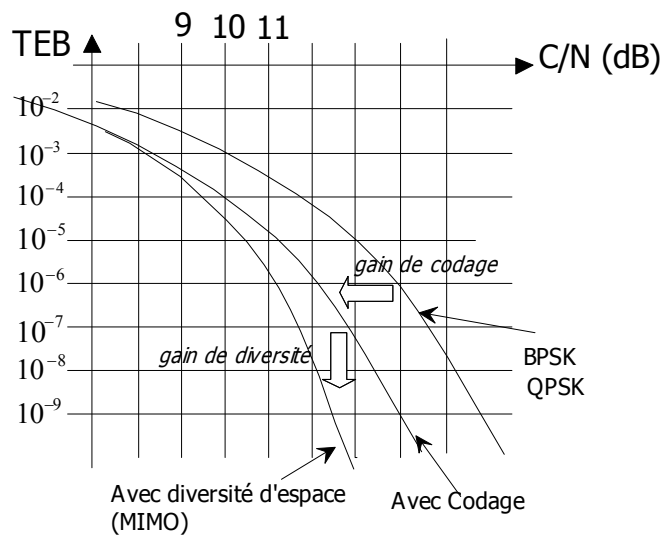
12.5.5 TEB d'un signal QPSK

TEB d'un signal numérique QPSK



12.5.6 Optimisations

Il existe des techniques supplémentaires de traitement pour modifier la courbe de référence et améliorer la qualité (TEB) pour un niveau (dB) donné. Les codages, étudiés dans la section suivante [codes correcteurs], ou les techniques multi-antennaires de diversité d'espace, étudiées dans le volume sur les télécommunications [MIMO-Multi Input Multi Output].



Le gain de diversité se révèle beaucoup plus sensible pour des taux C/N élevé, c'est à dire dans de bonnes conditions de transmission.

13. Spécifications des Systèmes

Systèmes radios					
Nom	Modulation	Accès	Bande	Bande passante	Débit Utile *
DVB-S	QPSK (rolloff=0,35) 8PSK, 16QAM	FDMA	10.7-12.75GHz↓ -	36MHz -	40Mbit/s
DVB-S2	QPSK;8PSK;16APSK;32APSK (rolloff=0,20 ; 0,25)	F/TDMA			60Mbit/s
DVB-T	OFDM 6817-1705 porteuses	TDMA	V/UHF	7,61MHz	24Mbit/s
DVB-T2	OFDM 27264 Port. QPSK;16QAM;64QAM ;256QAM	TDMA			32Mbit/s
DVB-H	OFDM – QPSK – 16QAM	TDMA	UHF/bande L(1670MHz)	5-8MHz	3-11Mbit/s
DAB	OFDM	FDMA	V/UHF	1,536MHz	5Mbit/s
Bluetooth	GFSK (BT=0,5 ;x=0,32)	FDMA	2.4465-2.4835GHz (France)	1MHz	1Mbit/s
IEEE 802.11 Wi-Fi	Nombreuses techniques normalisées QAM - OFDM - DSSS...		5,15-5,25 ; 5,25-5,35 5,725-5,825 GHz et 2,4 - 2,4835GHz	Selon modulation	(11.b) 11 Mbit/s (11.a) 54 Mbit/s
IEEE 802.16 Wimax	Modulation BPSK-QPSK-16QAM-64QAM. OFDM SOFDMA		2-11GHz 20GHz-66GHz	1,75 - 10MHz	70Mbit/s
Hyperlan2	OFDM – 52 porteuses BPSK-QPSK 16QAM-64QAM	FDMA	5,150 – 5,3 GHz	20MHz	6->54Mbit/s
ERMES	FSK4	FDMA	169,425-169,800 MHz	3,125kHz	6.250kbit/s
GSM	GMSK	F/TDMA	890-915MHz↑ 935-960MHz↓	200kHz	9,6kbit/s
GPRS	GMSK	F/TDMA	890-915MHz↑ 935-960MHz↓	200kHz	171,2kbit/s
EDGE	8PSK	F/TDMA	890-915MHz↑ 935-960MHz↓	200kHz	384kbit/s
UMTS	QPSK (Rolloff= 0,22)	T/CDMA W-CDMA	1900-1920 / 2010-2025MHz 1920-1980 / 2110-2170MHz 2170-2200MHz(satellite)	5MHz 5MHz (4,685MHz)	384kbit/s à 1920kbit/s
HomeRF	QAM – FHSS	CDMA	2.45GHz		10Mbit/s
IEEE 802.15.4 ZigBee	BPSK-QPSK	CDMA	868MHz ; 2,4Ghz	3MHz	20 à 250kbit/s
UWB	Impulsionnelle			25% de la fréquence porteuse	
HSDPA	QPSK/16QAM	W-CDMA	1920/1980 MHz ↑ 2110/2170 MHz ↓	5MHz	<384 kbit/s ↑ 14Mbit/s ↓
HSUPA	QPSK/16QAM		1920/1980 MHz ↑ 2110/2170 MHz ↓		5,8 Mbit/s ↑ 14Mbit/s ↓
LTE	QPSK/16QAM - OFDM	OFDMA (MIMO)	1920/1980 MHz ↑ 2110/2170 MHz ↓		< 1Gbit/s ↓ (fixe) < 100Mbit/s ↓ (Mobile)

* débit utile indicatif en réalité souvent inférieur à celui indiqué

Bande	Gamme de fréquence	Services
Bande III	174 – 238 MHz	TV analogique, TNT, DAB, FM
Bande IV	470 – 614 MHz	TV analogique, TNT
Bande V	614 – 862 MHz	TV analogique, TNT
Bande L	1452 – 1467 MHz 1467 – 1492 MHz	DAB terrestre DAB satellite

Nom	Signification	utilisation
Bluetooth	Sumom d'un roi viking qui mangeait beaucoup de myrtilles (!)	Transmission de données sans fil
DAB	Digital Audio Broadcasting	Diffusion radio hertzienne
DVB-S	Digital Video Broadcasting – Satellites	Diffusion TV par satellites
DVB-T	Digital Video Broadcasting – Terrestrial	Diffusion TV hertzienne
DVB-H	Digital Video Broadcasting – Hertzien	Diffusion TV hertzienne -mobile
EDGE	Enhanced Data rate GSM Evolution	Téléphonie mobile de 2,75 ^{ème} génération
ERMES	European Radio Message System	Radio-messagerie
GPRS	General Packet Radio System	Téléphonie mobile
GSM	Global System for mobile communication (ETSI)	Téléphonie mobile
Hyperlan2	ETSI : European Telecommunication Standards Institute	Réseaux locaux radios
IEEE 802.11 WiFi	International Electricity & Electronics Engineers Wireless Fidelity	Réseaux locaux radios
IEEE 802.16 WIMAX	Worldwide Interoperability for Microwave Access	Réseaux Métropolitains radio (4G)
UMTS	Universal Mobile Telecommunication System	Téléphonie mobile de 3 ^{ème} génération
HSDPA	High Speed Downlink Packet Access	Téléphonie 3,5G
HSUPA	High Speed Uplink Packet Access	Téléphonie 3,5G
HomerF	Groupe Intel – Compaq – IBM – HP...	LAN résidentiel
LTE	Long Term Evolution (3GPP)	Téléphonie 4G

Modems - Câble					
Nom	Modulation		Bande	Bande passante	Débit Utile *
V34	QAM64 – QAM 256		300-3400Hz	3kHz	33600 bit/s
V90	QAM 256 – PCM		300-3400Hz	3kHz	56000 bit/s ↓ 33600 bit/s ↑
V92	QAM 256 – PCM		300-3400Hz	3kHz	56000 bit/s ↓ 48000 bit/s ↑
ADSL	CAP – DMT		200kHz – 1,1MHz	1MHz	1-8Mbit/s↓
ADSL2+	CAP – DMT		200kHz – 2,2MHz	2MHz	20Mbit/s
DVB-C	QAM64		-	8MHz	40Mbit/s
*: Les valeurs indiquées sont purement indicatives. (Elles sont inférieures dans tous les cas)					

14. La Chaîne de Codage

La section précédente traitait des techniques de représentation d'un message binaire sur une fréquence porteuse.

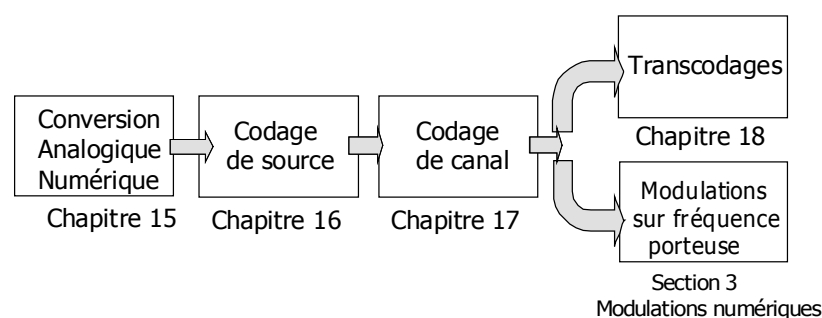
La présente section a pour objet la présentation des éléments fondamentaux de la numérisation et du traitement des données en amont, qui présentent un grand nombre d'avantages :

- ♦ l'immunité aux bruits,
- ♦ la transparence des équipements à la nature de l'information,
- ♦ le haut niveau d'intégration des équipements,
- ♦ les facilités de stockage et de traitements pour la transmission des données
- ♦ réduction des puissances mises en jeu et accroissement des bandes passantes

Les données issues d'une chaîne d'acquisition se présentent initialement, en règle générale, sous forme de signaux analogiques (tension électrique). Il est donc nécessaire de les convertir, dans un premier temps, sous la forme d'un *message numérique*, c'est à dire d'un train d'éléments binaires.

D'autre part, la transmission numérique est soumise à certaines contraintes, notamment:

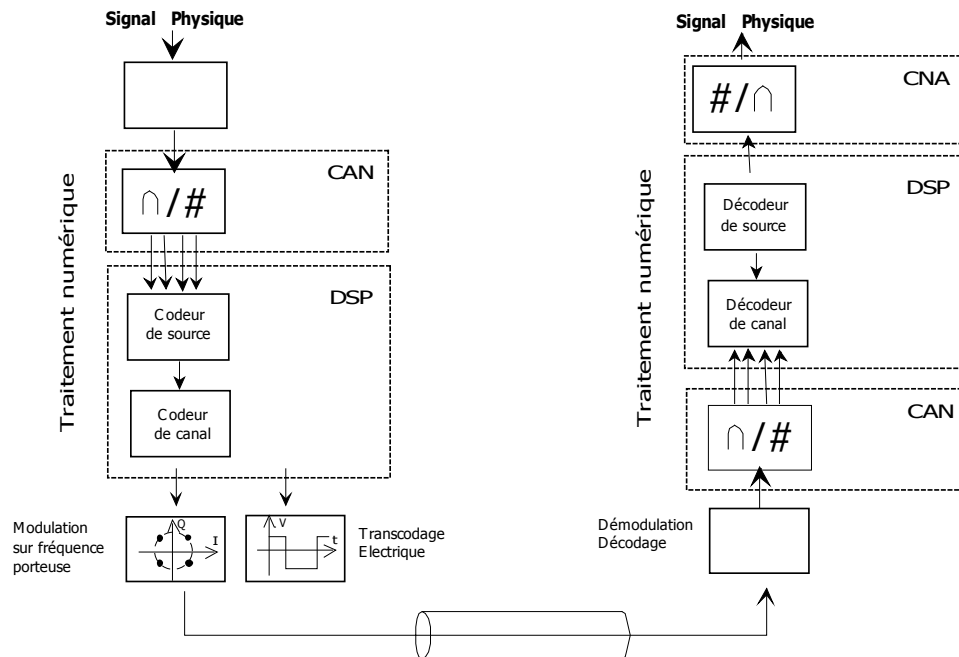
- ♦ les durées de traitement et de transmission non négligeables,
- ♦ les erreurs de transmission. En effet, la perte d'un seul eb peut modifier considérablement la valeur de la donnée à transmettre.



Ces différents aspects sont présentés en quatre chapitre :

- **Chapitre 15** : la conversion analogique-numérique - principe de l'échantillonnage et de la quantification.
- **Chapitre 16**: les codages de source destinés à résoudre les problèmes de compression de données pour minimiser la longueur des messages à transmettre.
- **Chapitre 17**: les codages de canal destinés à résoudre les problèmes d'erreurs de transmission, pour les détecter et éventuellement les corriger.

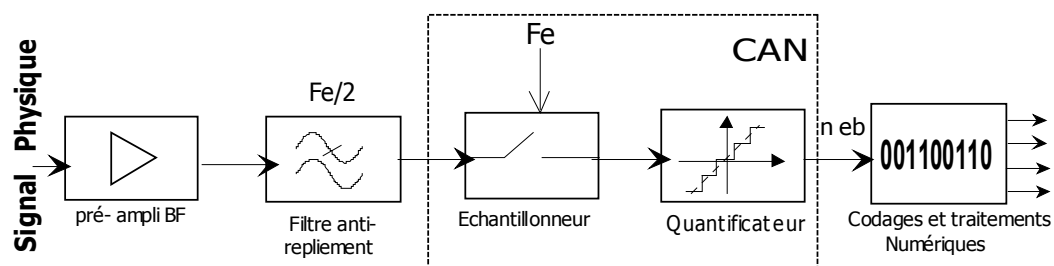
■ **Chapitre 18:** les codages en bande de base sous une forme électrique, permettant de transmettre sur un support un message numérique (constitué d' eb).



15. Conversion analogique numérique

15.1 Chaîne d'acquisition de données

15.1.1 Schéma synoptique

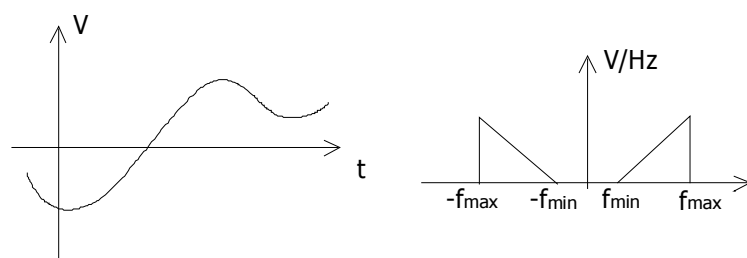


- ♦ **L'amplificateur** redonne au signal physique un niveau de tension suffisant pour le convertisseur analogique-numérique (CAN).
- ♦ Le **filtre** (ou filtre anti-repliement) doit permettre un échantillonnage dans le respect du théorème de Shannon.
- ♦ **L'échantillonneur** ne garde du signal initial qu'une série de valeurs discrètes.
- ♦ Le **quantificateur** permet une quantification des valeurs échantillonnées sur une échelle adaptée.
- ♦ Le **codage** et le **traitement numérique** donnent une chaîne d'eb conforme à la transmission (cf parties suivantes).

Notre étude portera dans cette partie sur les deux aspects fondamentaux de la conversion : l'échantillonnage et la quantification.

15.1.2 Le signal physique

Le signal physique est, en règle générale, de nature analogique. Il peut prendre une infinité de valeurs au cours du temps. C'est un signal électrique représenté par sa tension $s(t)$, variable dans le temps. L'unité est le Volt(V).



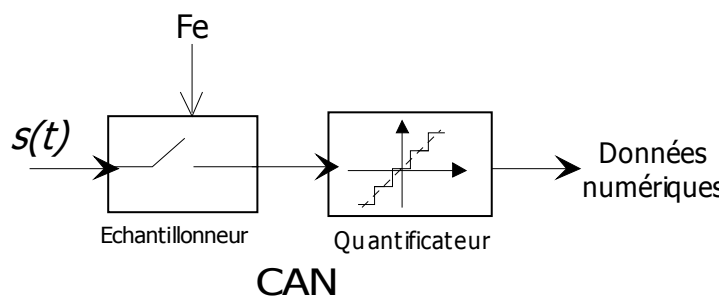
Signalons à nouveau ici que le signal réel $s(t)$ a un spectre symétrique par rapport à $f=0\text{Hz}$ [cf section 1, §2.3.3 et §2.7.2] On pourra supposer qu'il s'agit de la voix dans le cadre télécom, mais tout signal peut être ainsi représenté, et en particulier tout signal électrique issu d'un capteur (température, vitesse, vidéo, onde électro-magnétique provenant d'une antenne...).

15.2 La Conversion Analogique-Numérique

15.2.1 Les deux opérations fondamentales

La conversion analogique – numérique (en abrégé CAN, en anglais ADC Analog to Digital Conversion) est réalisée par deux fonctions :

- ♦ l'échantillonnage,
- ♦ la numérisation ou *quantification*.



Les deux blocs sont souvent représentés sous la forme d'un seul circuit dénommé CAN (Convertisseur Analogique Numérique) ou ADC en anglais (Analog to Digital Converter).

15.2.2 Grandeurs caractéristiques

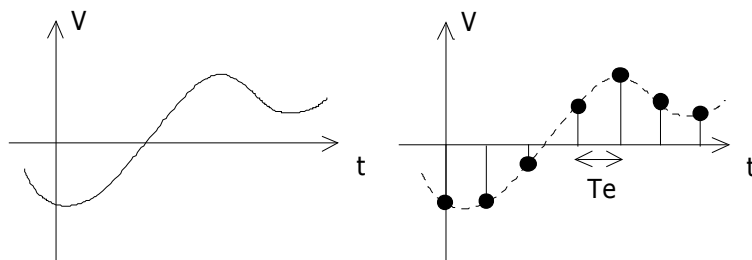
Les principales caractéristiques d'un tel circuit sont :

- ♦ Les **tensions maximales** et minimales admissibles en entrée [valeurs crêtes de $s(t)$]
- ♦ La **fréquence d'échantillonnage** $[F_e]$
- ♦ Le **nombre de bits** n sous lequel est quantifiée la valeur échantillonnée $[s(k/F_e)]$

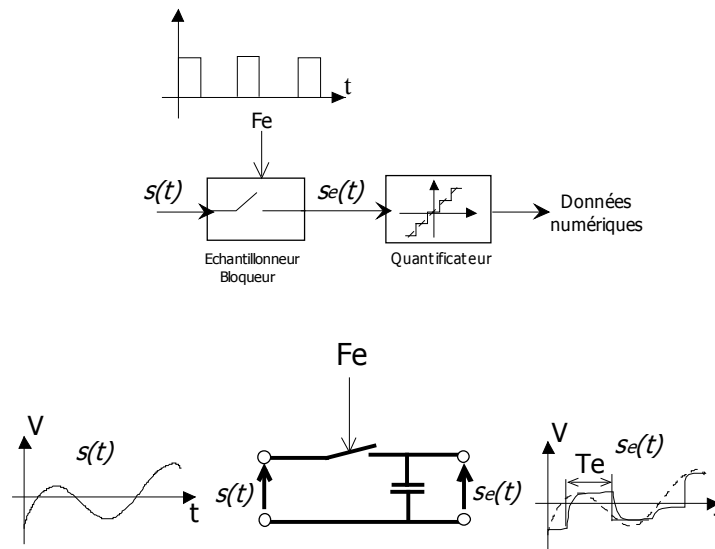
15.3 L'échantillonnage

15.3.1 Principe

Echantillonner un signal consiste à prélever des valeurs de ce signal à des instants régulièrement espacés.



Cette fonction est réalisée par un circuit échantillonneur-bloqueur. Cadencé par un signal d'horloge de fréquence Fe , ce circuit prélève, à chaque impulsion d'horloge, une valeur du signal analogique et la mémorise (en chargeant un condensateur) pour la transmettre au convertisseur analogique-numérique.



Principe de l'échantillonneur bloqueur

le signal $s(t)$ pouvant évoluer au cours du temps, la capacité permet de charger sur un temps très court (correspondant à la durée pendant laquelle l'interrupteur est fermé) la valeur de $s(t)$ à un instant donné. Puis, l'interrupteur étant ouvert, le CAN qui suit a le temps nécessaire pour évaluer la valeur de cette tension afin de la quantifier dans de bonnes conditions. En principe la structure réelle est plus complexe. Elle peut compter en particulier un amplificateur suiveur en sortie pour adapter l'impédance avec l'entrée du CAN et un transistor de type MOS pour la commutation. La fréquence Fe est appelée **fréquence d'échantillonnage**.

$$Fe = \frac{1}{Te} \quad [\text{Hz}]$$

Où Te appelée période d'échantillonnage est la durée séparant deux échantillons.

15.3.2 Impulsion de Dirac : Rappels

Pour obtenir une expression mathématique du signal échantillonné, on considère que l'échantillonnage est réalisé par une succession d'impulsions de Dirac.

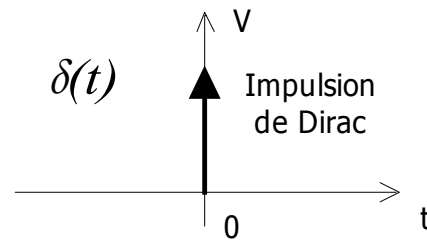
Nous avons déjà traité le Dirac à la section 1 chapitre 2.4. Rappelons que c'est une impulsion de surface unitaire. Elle correspond à une impulsion de durée nulle et d'énergie finie ; sa hauteur est donc infinie et sa largeur nulle : le produit des deux (hauteur*largeur=surface) est égale à 1. On la note : $\delta(t)$.

On en déduit la propriété fondamentale et intégrale du Dirac:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta(t)dt = f(0)$$

Où $f(t)$ est une fonction normale, c'est à dire dans notre cas, un signal.

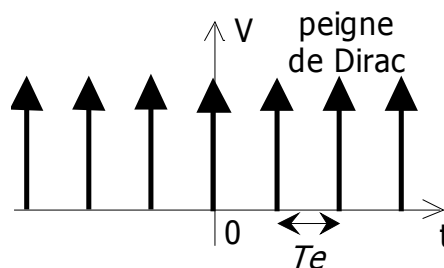
La hauteur étant en principe infinie et la largeur de la base nulle, on représente le Dirac par une flèche verticale. Sa hauteur, en volts, pourra correspondre à sa surface, c'est à dire 1V pour un Dirac simple.



On pourra considérer le Dirac comme l'impulsion idéale, associée à l'ouverture/fermeture de l'échantillonneur sur une durée nulle.

15.3.3 Peignes de Dirac

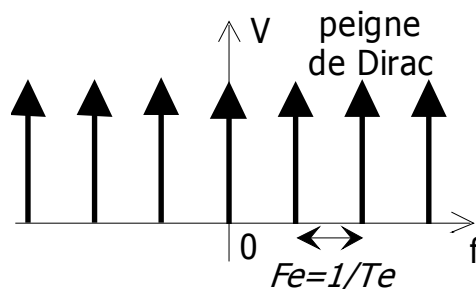
On appelle peigne de Dirac la répétition périodique d'une impulsion de Dirac au cours du temps. On appellera T_e la durée entre deux Diracs consécutifs.



On le note $\pi(t)$: et son expression mathématique est :

$$\pi(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT_e)$$

Le spectre d'un peigne de Dirac est aussi un peigne de Dirac et est appelé **peigne de Dirac en fréquence**. On le montre en calculant la développée en série de Fourier (DSF), puisque le peigne de Dirac est un signal périodique.



L'expression mathématique est alors:

$$\Pi(f) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(f - kf_e)$$

15.3.4 Approche mathématique de l'échantillonnage

Si on note $s_e(t)$ le signal échantillonné du signal $s(t)$, alors on démontre que :

$$s_e(t) = s(t) \cdot \pi(t)$$

On ne prélève ainsi que la série d'échantillons $s(kT_e)$ à partir de $s(t)$. On a donc l'expression suivante en distribuant :

$$s_e(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT_e) \cdot s(t)$$

ou bien, en exploitant la propriété intégrale du Dirac :

$$s_e(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT_e) \cdot s(kT_e)$$

15.3.5 Choix de la fréquence d'échantillonnage

On observe que pour obtenir une reproduction temporelle fidèle du signal, la fréquence d'échantillonnage doit être la plus élevée possible.

Cependant, la conversion (c'est à dire le calcul du mot binaire associé à l'échantillon) doit être terminée avant l'arrivée de l'impulsion suivante, c'est à dire qu'elle doit être réalisée impérativement pendant la période T_e qui doit être suffisamment importante.

En outre, une fréquence d'échantillonnage élevée génère une quantité importante de données numériques, pour lesquelles les temps de traitement et de transmission risquent d'être trop longs. Le choix de la fréquence d'échantillonnage est donc un compromis entre la qualité du signal et le temps de traitement.

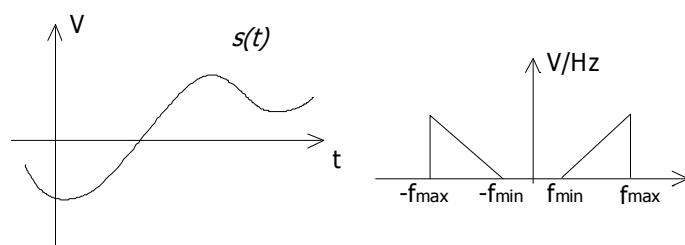
Une dernière remarque concerne les utilisations éventuelles des données pour des calculs de FFT. Une fréquence d'échantillonnage trop élevée risque de « tasser » le spectre vers les fréquences basses, et de compromettre sa lisibilité. Nous renvoyons à la section 5 – Techniques numériques.

Dans tous ces cas on peut diminuer la fréquence d'échantillonnage *a posteriori* par *décimation*, c'est à dire en enlevant un échantillon sur deux de façon à diviser la fréquence d'échantillonnage initiale par deux.

Si ces remarques limitent la fréquence *maximale* admissible, il existe une valeur *minimale* de F_e au-dessous de laquelle il ne faut pas descendre. Cette valeur minimale est donnée par le *théorème de Shannon*.

15.3.6 Théorème de Shannon : aspect spectral de l'échantillonnage

On considère un signal analogique $s(t)$ et son spectre:



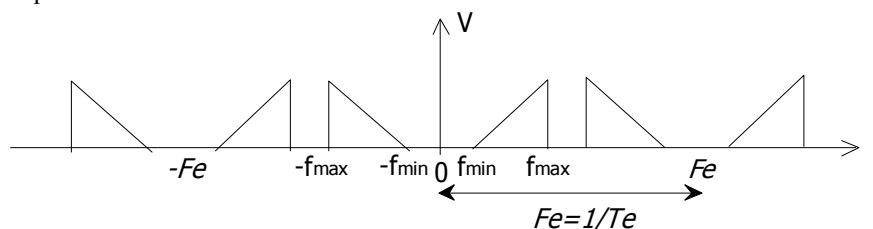
On l'échantillonne à l'aide d'un peigne de Dirac : on obtient donc le signal $s_e(t)$

$$s_e(t) = \pi(t) \cdot s(t)$$

le spectre du peigne de Dirac est $\Pi(f)$. Le spectre du signal échantillonné s'obtient en calculant la transformée de Fourier et avec le théorème de Plancherel [section 1, §2.5.2] :

$$S_e(f) = TF[s_e(t)] = \Pi(f) * S(f)$$

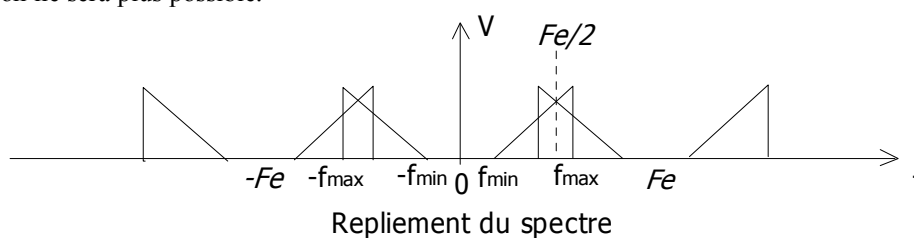
Le spectre du signal échantillonné est alors le spectre du signal initial *convolué* avec le peigne de Dirac ; c'est à dire que le spectre $S(f)$ est transposée autour de chaque fréquence nf_e du peigne de Dirac en fréquence :



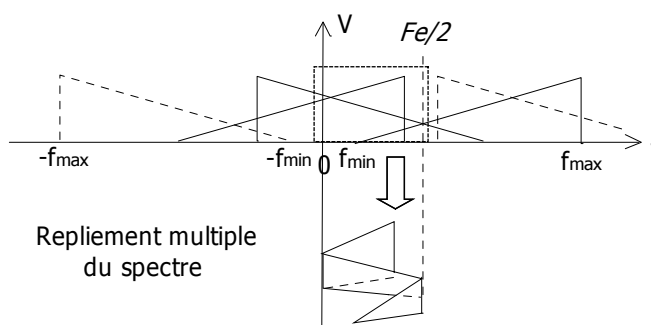
$$S_e(f) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} S(f - kFe)$$

Sur le spectre, on observe que la fréquence f_{max} du signal à convertir ne doit pas être supérieure à $\frac{Fe}{2}$

En effet Si $f_{max} > \frac{Fe}{2}$, on aura un *repliement du spectre*. Le signal est alors « endommagé » : sa restitution ne sera plus possible.



Le terme de *repliement* est associé à l'aspect du spectre entre 0 et $Fe/2$ qui signifie que le spectre du signal est comme « replié ». Si $Fe/2$ est faible devant f_{max} , ce repliement peut être multiple.

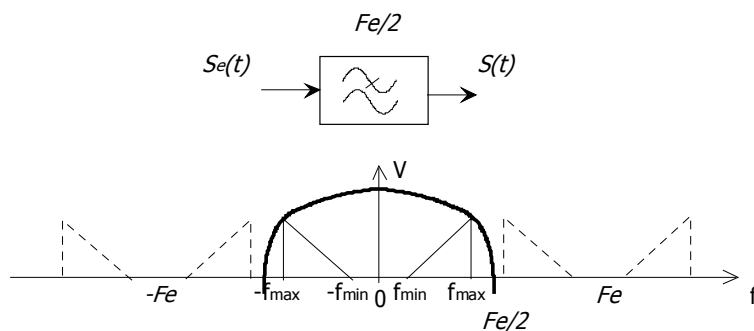


15.3.7 Restitution d'un signal échantillonné

Compte tenu de la représentation spectrale du signal échantillonné, un simple filtrage passe-bas permettra de restituer intégralement le signal de départ. La qualité du filtre est bien sûr prépondérante dans la forme du signal de sortie.

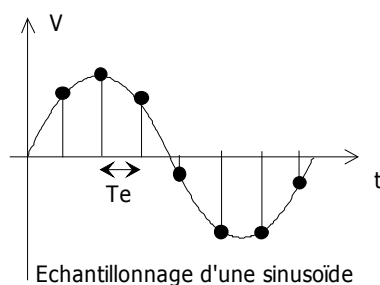
En outre la condition de Shannon est fondamentale : s'il y a eu repliement avant le moment de l'échantillonnage cette opération de restitution produira un signal inexploitable.

Restitution du signal :

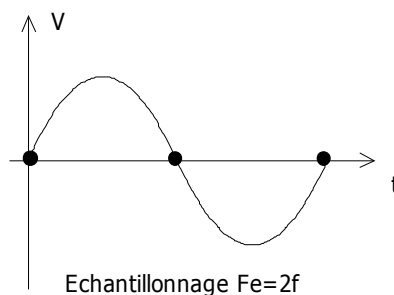


15.3.8 Théorème de Shannon : aspect temporel

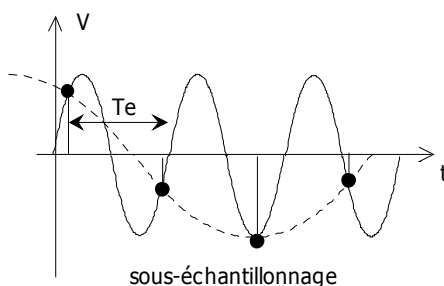
Le schéma qui suit présente l'échantillonnage d'une sinusoïde dans de bonnes conditions : il y a suffisamment de points sur une période pour restituer l'information fondamentale, c'est à dire la fréquence de la sinusoïde f .



Si on allonge la période Te , c'est à dire si on diminue la fréquence d'échantillonnage $Fe=1/Te$, alors la distance entre les points augmente et on risque de perdre cette information qu'est la fréquence : cela se produira exactement pour $Fe=2f$.



Si la fréquence diminue encore, la sinusoïde échantillonnée sera une autre sinusoïde de fréquence plus basse que f . On aura alors $Fe < 2f$.



Ce phénomène est parfaitement visible sur les oscilloscopes numériques et mérite d'être connu pour éviter les erreurs de mesure. En vertu de la théorie de Fourier, ces résultats s'étendent aux signaux quelconques.

15.3.9 Enoncé du théorème de Shannon :

On déduit des paragraphes précédents (§15.3.6 et §15.3.8) que pour qu'il n'y ait pas perte d'information lors de l'échantillonnage d'un signal, il faut respecter la condition :

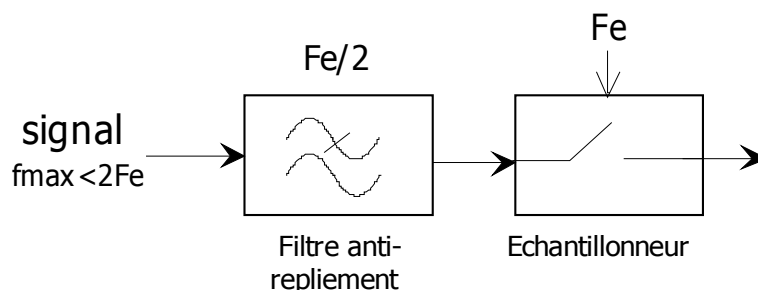
$$Fe > 2f_{\max}$$

avec :

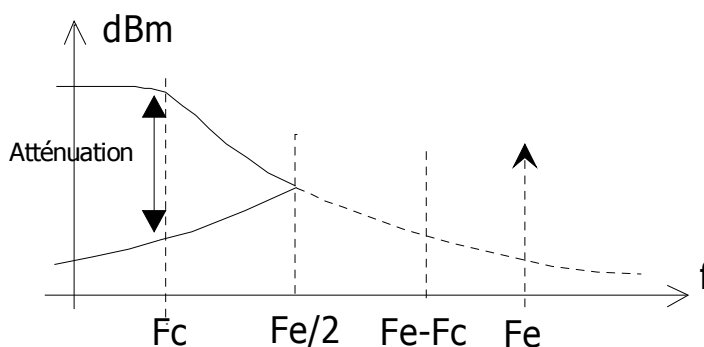
- ♦ Fe : fréquence d'échantillonnage
- ♦ f_{\max} : fréquence maximale du spectre du signal à échantillonner.

15.3.10 Filtre anti-repliement

Dans le cas où cette condition n'est pas respectée, on peut traiter le signal à convertir $s(t)$ par un *filtre anti-repliement*, filtre passe-bas qui supprime toutes les fréquences supérieures à $\frac{Fe}{2}$. Ce filtre garantit l'absence de repliement, mais pas l'acquisition du signal utile qui peut être filtré en parti ou complètement.



Néanmoins ce dispositif mérite d'être étudié car le filtre passe-bas n'est pas idéal. C'est au pire un filtre du premier ordre. Ce qu'il faudra assurer c'est que les signaux parasites (hors bande) soient suffisamment atténués pour ne pas « gêner » l'acquisition : la condition est que l'atténuation en dB par rapport à $s(t)$ soit plus petit que le quantum (distance minimale en volts entre deux échantillons, cf partie suivante 15.4)



Pour garantir une atténuation de 40dB (1% de la tension) avec un filtre ayant une pente de 20dB/décade, alors pour garantir les 40dB d'atténuation $Fe-Fc=100Fc$ (2 décades). Soit $Fe=101Fc$, On est donc très au-delà des conditions de Shannon.

L'utilisation d'un filtre d'ordre supérieur permettra de réduire le rapport Fe/Fc et de tendre vers 2. Ainsi avec un filtre d'ordre 3, on obtient un rapport $Fe/Fc=7$. Il s'agira d'un compromis entre la complexité du filtre et le choix de la fréquence d'échantillonnage.

On retrouve les mêmes remarques concernant le filtre de restitution du signal échantillonné.

15.3.11 Conséquences

■ Exemple des lignes téléphoniques numériques

Pour avoir une restitution fidèle de la voix humaine, il faut une bande passante de 300 Hz à 3400 Hz.

$$f_{max} = 3400 \text{ Hz}$$

$$2f_{max} = 6800 \text{ Hz.}$$

La fréquence d'échantillonnage choisie dans les systèmes numérique RNIS (Réseaux Numériques à Intégration de Services) est $F_e = 8000 \text{ Hz}$ ($> 2f_{max}$).

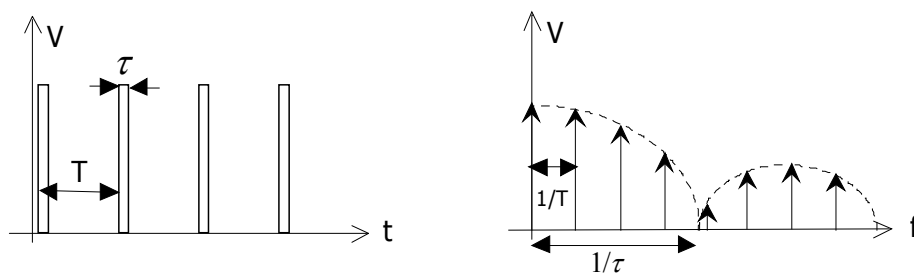
■ Cas des cartes de numérisation du son

Les cartes sons standards disponibles sur PC ont une fréquence d'échantillonnage maximale de 44,1kHz (qui correspond en réalité à une norme internationale utilisée également pour les CD), ce qui permet de numériser dans de bonnes conditions tous les sons audibles par l'oreille humaine ($< 20\text{kHz}$).

Les cartes sons haut de gamme offrent des capacités d'acquisition allant à des fréquences de 96kHz et 192kHz.

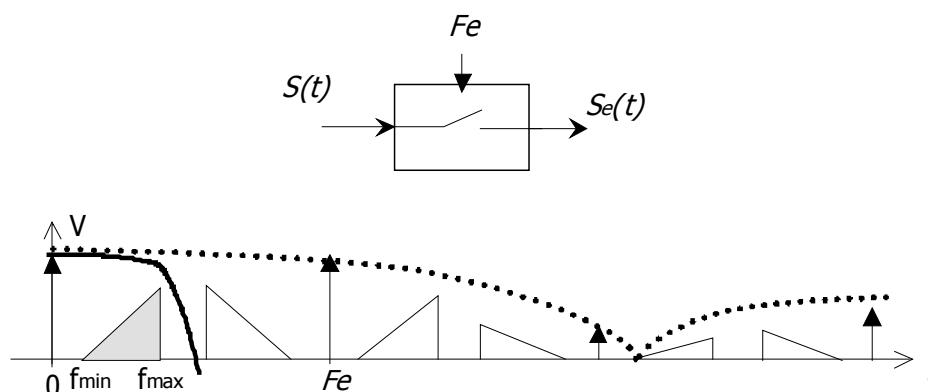
15.3.12 Echantillonnage réel

En théorie, l'échantillonnage est idéal, c'est à dire conduire à des échantillons ponctuels, de durée nulle ($\tau=0$). En pratique, la durée τ n'est pas nulle et on a affaire à un échantillonnage réel.



Si τ est petit devant T , la déformation du spectre est négligeable au niveau de $f=0$.

Dans tous les cas (idéal ou réels) Il suffit de filtrer à $F_e/2$ le signal échantillonné $s_e(t)$ pour retrouver le signal initial $s(t)$. Un filtre passe-bas avec un ordre suffisant restituera le signal sans déformation.



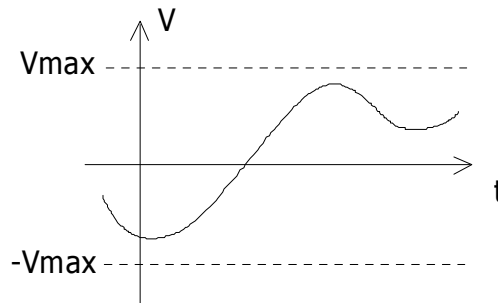
15.3.13 Influence de la durée d'acquisition

La durée pendant laquelle le signal est échantillonné a une influence non négligeable sur l'allure du spectre du signal échantillonné. Nous renvoyons à la section 5 sur le fenêtrage temporel.

15.4 Quantification

15.4.1 Ecrêtage

Commençons par signaler un point important pour le bon fonctionnement du convertisseur : la tension du signal $s(t)$ à échantillonner doit être plus petite en valeur absolue qu'une valeur limite notée V_{\max} .



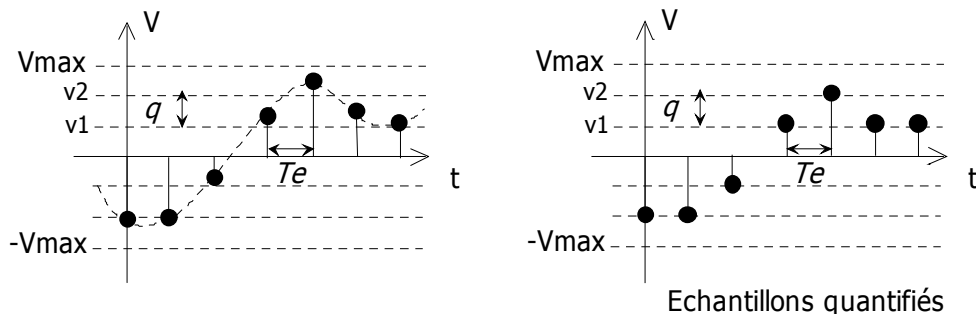
Si le signal dépasse ces valeurs, on aura un écrêtage par le CAN qui retournera la valeur la plus haute alors que le signal $s(t)$ varie. Deux causes peuvent être évoquées :

- ♦ L'écrtage par distance crêtes à crêtes supérieure à $2V_{\max}$.
- ♦ L'écrtage par une valeur d'offset non nulle provoquant un décalage du signal.

On prendra donc garde à visualiser préalablement le signal à l'aide d'un oscilloscope et en particulier à l'analyse AC/DC, afin d'utiliser le bon CAN, ou bien à choisir les bonnes tensions de référence sur un CAN.

15.4.2 Principe

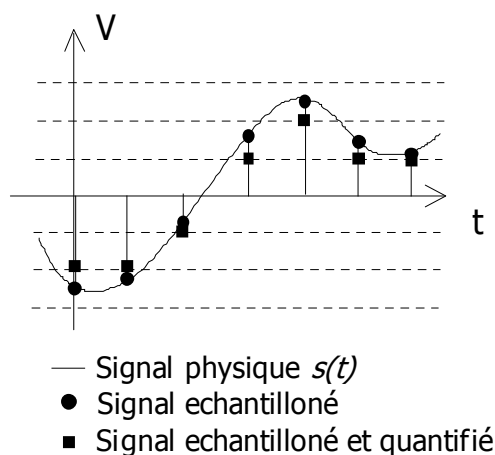
On code les valeurs du signal échantillonné $S(t)$ par des valeurs discrètes fixées a priori. Ces valeurs de tension sont ensuite représentées sous forme binaire.



Deux niveaux successifs correspondent à un saut d'une unité de N , donc à une excursion d'une valeur élémentaire de la tension d'entrée que l'on appelle *quantum*. Le quantum est noté q ; dans le cas d'une quantification uniforme, son expression est :

$$q = \frac{2V_{\max}}{K - 1} \quad [\text{V}]$$

Où K est le nombre total de niveaux de quantification possibles.



15.4.3 Codage des échantillons quantifiés

Le code le plus connu est le *code binaire naturel pondéré* sur n bit (ou n eb):

$$N = z_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \dots + z_1 \cdot 2^1 + z_0 \cdot 2^0$$

z_{n-1} est appelé le MSB (most significant bit)

z_0 est appelé le LSB (least significant bit)

Le nombre total de valeurs pouvant être codées est de la forme 2^n , n est le nombre d'e.b. utilisés pour coder. Ainsi, pour coder $16 = 2^4$ valeurs, il faut 4 e.b. On a alors pour la quantum :

$$q = \frac{2V_{\max}}{2^n - 1} \quad [\text{V}]$$

Le code binaire naturel ne permet pas le codage des valeurs négatives (code unipolaire). Pour coder des valeurs signées, il faut utiliser un *code bipolaire*. Les principaux sont présentés dans le tableau suivant (pour $n=4$ bits)

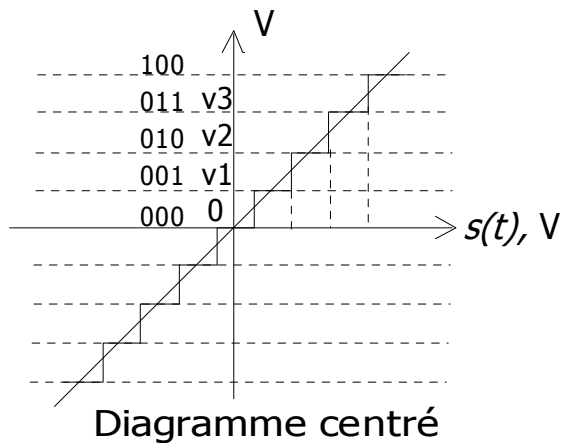
	Binaire signé	Complément à 1	Complément à 2	Binaire décalé	Code de Gray
N	S 2 ³ 2 ² 2 ¹ 2 ⁰	S 2 ³ 2 ² 2 ¹ 2 ⁰	S 2 ³ 2 ² 2 ¹ 2 ⁰	S 2 ³ 2 ² 2 ¹ 2 ⁰	S 2 ³ 2 ² 2 ¹ 2 ⁰
7	0 1 1 1	0 1 1 1	0 1 1 1	1 1 1 1	0 1 0 0
6	0 1 1 0	0 1 1 0	0 1 1 0	1 1 1 0	0 1 0 1
5	0 1 0 1	0 1 0 1	0 1 0 1	1 1 0 1	0 1 1 1
4	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0	1 1 0 0	0 1 1 0
3	0 0 1 1	0 0 1 1	0 0 1 1	1 0 1 1	0 0 1 0
2	0 0 1 0	0 0 1 0	0 0 1 0	1 0 1 0	0 0 1 1
1	0 0 0 1	0 0 0 1	0 0 0 1	1 0 0 1	0 0 0 1
0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	1 0 0 0	0 0 0 0
-0	1 0 0 0	1 1 1 1	0 0 0 0	1 0 0 0	1 0 0 0
-1	1 0 0 1	1 1 1 0	1 1 1 1	0 1 1 1	1 0 0 1
-2	1 0 1 0	1 1 0 1	1 1 1 0	0 1 1 0	1 0 1 1
-3	1 0 1 1	1 1 0 0	1 1 0 1	0 1 0 1	1 0 1 0
-4	1 1 0 0	1 0 1 1	1 1 0 0	0 1 0 0	1 1 1 0
-5	1 1 0 1	1 0 1 0	1 0 1 1	0 0 1 1	1 1 1 1
-6	1 1 1 0	1 0 0 1	1 0 1 0	0 0 1 0	1 1 0 1
-7	1 1 1 1	1 0 0 0	1 0 0 1	0 0 0 1	1 1 0 0
-8			1 0 0 0	0 0 0 0	

En outre, ces codes ont des propriétés particulières utiles pour certaines acquisitions, en particulier le code de Gray déjà abordé pour les modulations de phase (section 3) : la distance de hamming (la différence entre deux échantillons consécutifs) est limité à 1 bit.

15.4.4 Erreur de quantification

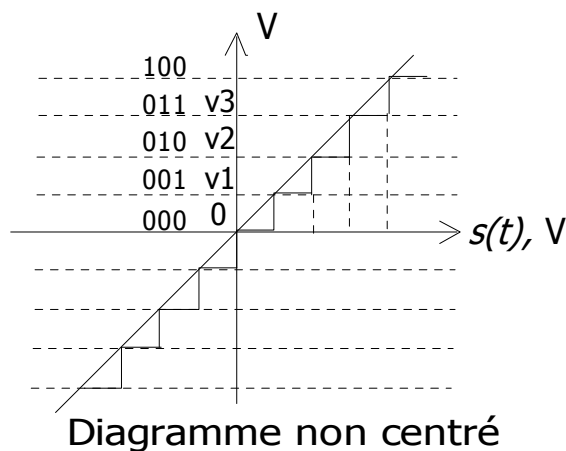
Le quantum étant indivisible, il peut y avoir une imprécision pouvant être égale dans le pire des cas à la valeur d'un quantum. Il y a deux cas possibles :

■ Diagramme centré :



La valeur de l'échantillon $s(kT_e)$ est arrondie à la valeur codée la plus proche.

■ Diagramme de codage par valeur inférieure (non centré)



Dans le diagramme ci-dessus, La valeur de l'échantillon $s(kT_e)$ est arrondie à la valeur codée inférieure. Dans ce cas l'erreur est maximale.

15.4.5 Bruit de quantification

Par conséquent l'erreur ε (en Volts) dans les deux cas envisagés au paragraphe précédent ne sont pas identiques pour les deux cas :

- ♦ Cas centré : $-\frac{q}{2} < \varepsilon < \frac{q}{2}$
- ♦ Cas non centré : $0 < \varepsilon < q$

Cette erreur de quantification est interprétée en terme de rapport signal sur *bruit de quantification*. En effet, l'erreur peut être assimilée à un bruit de tension maximale $q/2$ (cas centré) qui se surajoute au signal initial. Dans le cas centré on peut alors estimer que la valeur moyenne de la tension de bruit est de $q/4$ (ce qui n'est pas tout à fait exact et devrait imposer un calcul probabiliste) et que la tension maximale du signal est de V_{\max} , soit une valeur efficace de $V_{\max}/\sqrt{2}$:

$$Nq \approx q^2/16 \quad [V^2]$$

$$S = V_{\max}^2/2 = (2^{n-1})^2 q^2/2 \quad [V^2] \text{ d'après le §15.4.3}$$

Soit pour le rapport

$$\frac{S}{Nq} \approx 8.(2^{n-1})^2 = 2.2^{2n} \quad [1]$$

$$\boxed{\frac{S}{Nq_{dB}} \approx 3 + 6.n} \quad [dB]$$

Où Nq désigne le bruit de quantification, proportionnel à q^2 . On a ainsi les valeurs suivantes :

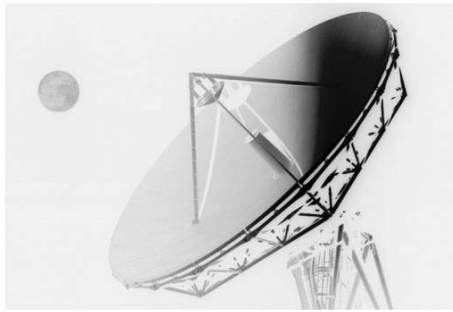
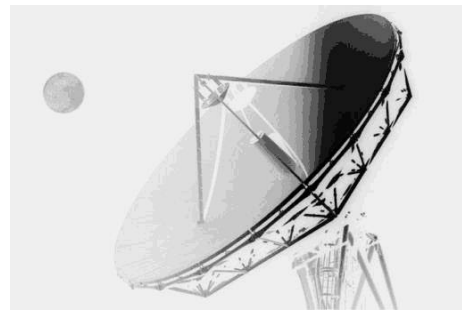
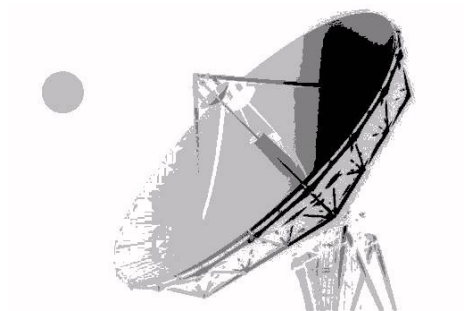
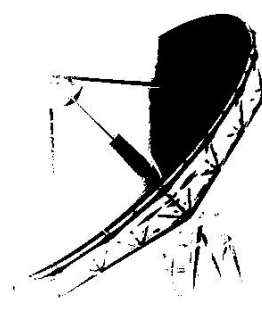
- ♦ Pour $n = 8$ $\frac{S}{Nq_{dB}} = 50dB$ Bonne qualité audio (qualité téléphonique)
- ♦ Pour $n = 16$ $\frac{S}{Nq_{dB}} = 98dB$ Excellente qualité (qualité CD)
- ♦ Pour $n = 24$ $\frac{S}{Nq_{dB}} = 147dB$ Qualité dolby-TrueHD. Au delà des capacités de l'oreille (et des systèmes audio)

Remarques :

- ♦ Le terme $6.n$ correspond à une augmentation de 6 dB à chaque fois que l'on rajoute un bit de précision, c'est à dire que l'on divise par 2 la valeur du quantum. On explique donc le gain de 6dB par une division par deux de la tension d'erreur. (on rappelle que $10\log 2=3$!).
- ♦ le rapport signal à bruit de quantification doit être mis en comparaison avec le rapport signal sur bruit avant échantillonnage. Si le signal $s(t)$ est bruité, l'acquisition n'améliorera pas le rapport signal sur bruit.
- ♦ Cette estimation reste valable pour un signal dont la valeur crête à crête est de $2V_{\max}$. Les signaux plus faibles seront plus bruité ; cf §15.4.8

15.4.6 Exemple de quantification

On peut appliquer ce qui a été vu à un signal à deux variables $s(x,y)$, c'est à dire une image. Un exemple classique est la quantification d'une image noire et blanc par niveaux de gris ; Chaque niveau de gris est quantifié ; si le nombre de bit est 8, le nombre de niveaux de gris est 256, si le nombre est 1, il n'y a que du noir et du blanc, 0 et 1

256=2⁸ Niveaux16=2⁴ Niveaux2²=4 niveaux2=2¹ niveaux

15.4.7 Quantification uniforme

La valeur du quantum est constante quelle que soit la valeur du signal à convertir :

$$q = \frac{2V_{\max}}{2^n - 1}$$

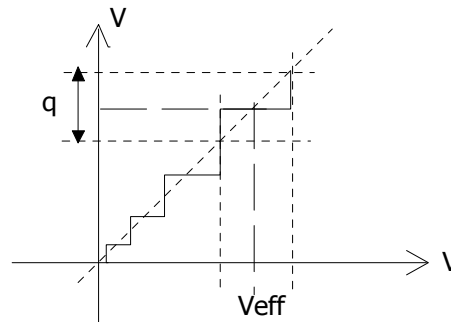
C'est cette valeur, comparée à $2V_{\max}$ qui permet de fixer la valeur d'atténuation minimale du filtre anti-repliement de façon à ce que les signaux atténués aient une valeur de tension inférieure à celle du quantum. (cf § 15.3.10).

$$A_{dB} = 6,01.(n - 1)$$

15.4.8 Quantification non uniforme

On rencontre une difficulté majeure lors de l'acquisition d'un signal de faible valeur : en effet, la valeur de quantum étant fixe, le rapport signal à bruit de quantification augmente quand le niveau du signal utile diminue. Le paragraphe 15.4.5 nous a permis de montrer :

$$\frac{S}{Nq} \approx 16.V^2_{eff}.q^{-2}$$

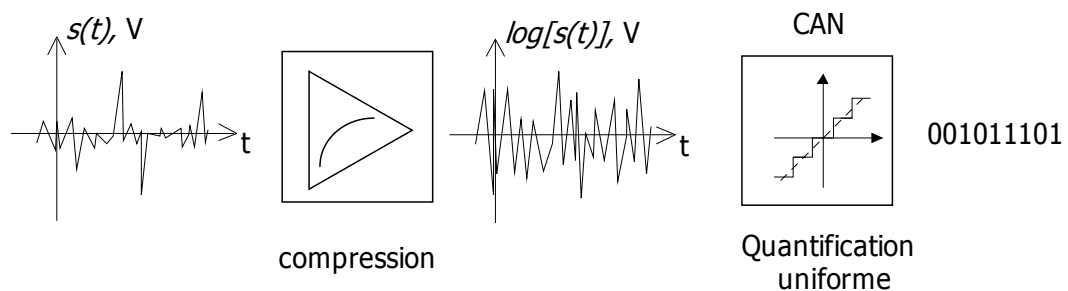


On peut envisager une solution en garantissant un rapport constant entre la valeur efficace du signal utile $s(t)$ de tension V et celle du quantum q :

En pratique, q ne peut pas changer linéairement avec V_{eff} , car le quantum est constant sur une plage d'acquisition. Une solution consiste alors à exprimer le pas de quantification q de manière proportionnelle à ΔV_{eff} , la variation de la tension du signal autour de V_{eff} .

$$q(V) = K \cdot \Delta V_{eff}$$

Cette relation conduit à introduire une loi de compression logarithmique pour le signal utile. Cette compression peut s'appuyer sur un amplificateur ayant une fonction de transfert logarithmique suivi d'un CAN à quantification uniforme.



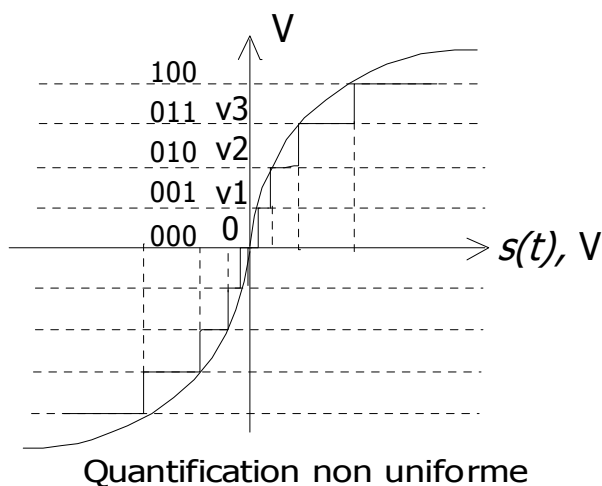
Pour certains signaux de faible valeur, dont la voix, il faut pouvoir distinguer les petites variations autour de la valeur moyenne, en général 0 Volts : il faut alors une grande précision, c'est à dire un quantum très faible. Celle-ci n'est plus nécessaire pour les valeurs d'amplitude plus fortes, et on peut alors se contenter d'un quantum important.

L'idée est donc d'adapter le codage en faisant varier le quantum en fonction de la valeur du signal :

- ♦ quantum faible pour les petites valeurs,
- ♦ quantum fort pour les grandes valeurs.

On obtient alors une compression du signal. Cette compression est utilisée en téléphonie pour la transmission de la voix.

Remarque : le terme *compression* (compending) signifie ici que l'on réduit la dynamique du signal physique, c'est à dire l'écart entre les valeurs de fortes et de faible amplitude. Le terme opposé est *expansion* (expanding).



15.4.9 Loi A et loi μ

Les fonctions de compression utilisées font souvent l'objet de normes. C'est ainsi qu'on emploie au Japon et aux Etats-Unis la **loi μ** , dont l'expression est:

$$y = \frac{\ln(1 + \mu x)}{\ln(1 + \mu)} \cdot \text{sgn}(x)$$

Les Européens préfèrent la **loi A** qui a pour expression :

pour $|x| \leq 1/A$

$$y = \frac{A}{1 + \ln(A)} \cdot x$$

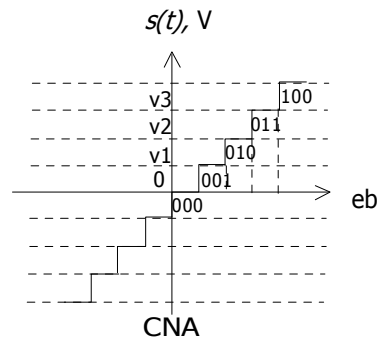
pour $1/A < |x| \leq 1$:

$$y = \frac{1 + [\ln(A|x|)]}{1 + \ln(A)}$$

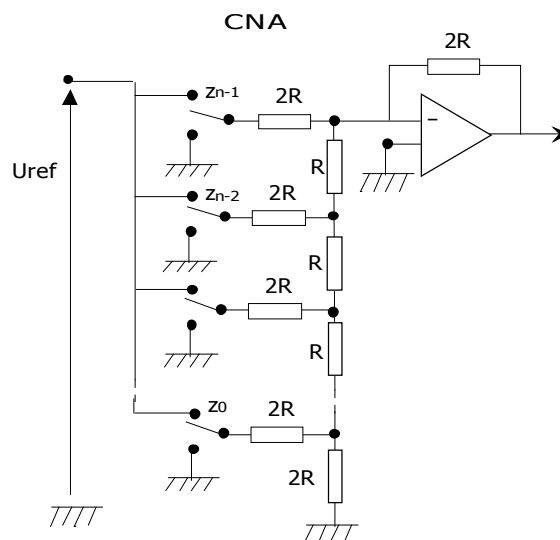
En ce qui concerne la **loi μ** , la valeur $\mu = 255$ est utilisée sur les réseaux numériques de téléphonie américaine, tandis que pour la **loi A**, les Européens attribuent la valeur 87.6 au paramètre **A**. Ces valeurs ont été retenues afin d'obtenir un rapport signal à bruit de quantification à peu près constant sur une dynamique de puissance du signal d'entrée de 40 décibels.

15.4.10 Restitution d'un signal quantifié : CNA

Un signal quantifié n'est pas représenté au sens strict par un signal physique, comme un signal simplement échantillonné, mais par une série d'eb. Le principe de la conversion numérique analogique (CNA, anglais DAC, Digital to Analog Conversion) est de restituer le signal physique d'origine $s(t)$ sous la forme d'une tension, en utilisant les eb de la numérisation. Ces derniers, 0 ou 1, vont commander des interrupteurs sur un réseau de résistance pour inverser la fonction de transfert d'un CAN.



Le schéma le plus classique consiste à utiliser un réseau R/2R à n interrupteurs :



On montre alors qu'en sortie le signal obtenue a pour équation :

$$v(t) = -\frac{U_{ref}}{2^{n-1}} [z_{n-1} 2^{n-1} + \dots + z_1 2 + z_0]$$

La valeur z_i à « 1 » commute l'interrupteur sur Uref, et il reste à la masse pour la valeur « 0 ».

L'intérêt de cette structure est de donner en sortie un signal dont la valeur est indépendante de R et que cette valeur ne se manipule qu'avec R et son double 2R ce qui est simple à mettre en œuvre et limite les imprécisions sur les valeurs de composants.

En outre, ce dispositif à interrupteurs risque de présenter aux instants de commutation des parasites (en anglais *glitches*, hoquets) qui devront être filtrés en sortie par un filtre passe-bas approprié.

15.4.11 Fichier WAV

Le format .wav est le format de référence pour l'acquisition d'un son, et de manière général tout signal pouvant être traité de manière informatisée. On le qualifie également de format PCM (Pulse Code Modulation – MIC Modulation d'impulsion Codée). Les échantillons sont stockés sous forme d'une série temporelle, sans aucune méthode de compression.

Dans l'en-tête on trouve stocké l'ensemble des informations utiles (longueur, fréquence d'échantillonnage, résolution...) puis les données proprement dites au format binaire signé complément à 2. (cf §15.4.3).

Voici l'en-tête d'un fichier et son interprétation dans le tableau.

```

52 49 46 46 58 0c 29 00 57 41 56 45 66 6d 74 20
10 00 00 00 01 00 01 00 44 ac 00 00 88 58 01 00
02 00 10 00 64 61 74 61 34 0c 29 00 ba fd 00 00
fc 00 00 00 fc 00 00 00 fa 00 00 00 f7 00 06 00

```

Champ hexa	Taille (o)	Valeur	Signification
52 49 46 46	4	RIFF	
58 0c 29 00	4	2 690 136	Taille du chunk (taille du fichier -8) en octets
57 41 56 45	4	WAVE	
66 6d 74 20	4	fmt	[début du sub-chunk fmt]
10 00 00 00	4	16	Taille (octet) du reste du sub-chunk fmt
01 00	2	1	Microsoft PCM
01 00	2	1 [2]	Nombre de canaux : mono [stéréo]
44 ac 00 00	4	44100	Fréquence d'échantillonnage en kHz
88 58 01 00	4	88200	Octet/sec
02 00	2	2	Canal*(bits par échantillons)/8
10 00	2	16	Résolution : bits par échantillons
64 61 74 61	4	data	[début du sub-chunk data]
34 0c 29 00	4	2 690 100	Longueur du champs data
ba fd	2	-582	Echantillon n°1
00 00	2	0	Echantillon n°2
fc 00	2	252	Echantillon n°3
...			Echantillon n°x

Les valeurs décimales sont codées avec l'octet de poids faible à gauche et l'octet de poids fort à droite. Ainsi, la valeur de la taille se calcule ainsi :

$$N=(h58)+(h0c)*256+(h29)*256*256$$

Pour les valeurs signées des échantillons, le signe est porté par le bit de poids fort de l'octet le plus à droite :

$$N1=(hba)+(hfd)*256=186+253*256=(64954-65536)=-582$$

15.4.11 Formats « sans pertes »

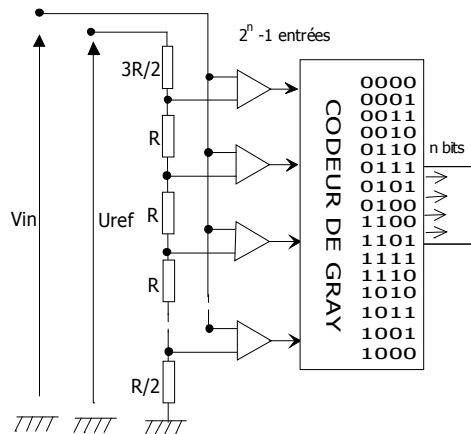
L'augmentation des capacités des formats de stockage permet de numériser le son avec des valeurs bien au delà des capacités de l'oreille humaine. Le format TrueHD (système Dolby) autorise une numérisation à 96kHz sur 24 bits, soit plus de 2Mbit/s par canal audio.

Le format FLAC (Free Lossless Audio Code) est une technique de compression sans perte appliquée à une acquisition de type PCM.

15.5 Structures de CAN

15.5.1 CAN Flash

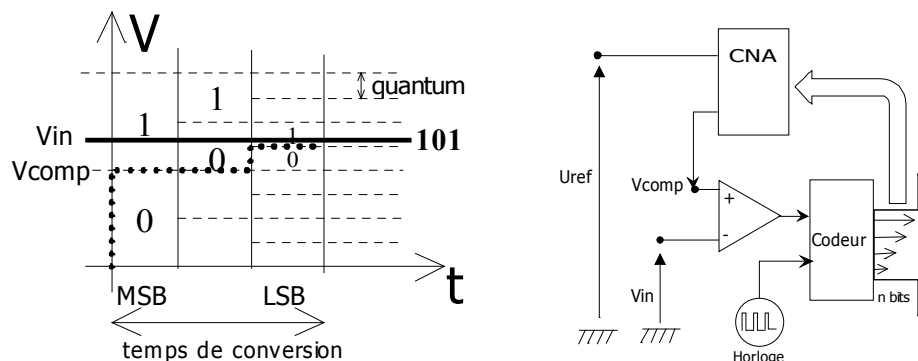
On les appelle également CAN à conversion directe ou convertisseur parallèle.



Leur principe est d'utiliser un réseau de comparateur analogique (Amplificateurs opérationnels) qui comparent le signal à quantifier avec les tensions de référence distantes du quantum $q = U_{ref}/2^n$.

- **Avantages** : ils sont très rapides 1 Géch/s
- **Inconvénients** : nombre de bits peu élevé, partie analogique lourde (comparateurs), encombrants, consommateurs... Ils sont en outre instables et sujets à des erreurs de codage. L'utilisation d'un code de Gray (ou binaire réfléchi) permet de limiter ces erreurs : la différence entre deux mots de code adjacents est toujours de 1eb. Ce code est identique à celui traité pour le codage des constellations.

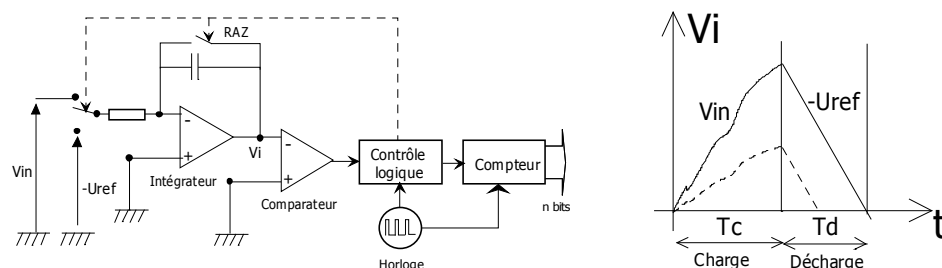
15.5.2 CAN à approximations successives



Ils utilisent le principe des pesées successives. On compare la tension inconnue à diverses valeurs de façon à l'approcher à la manière d'une dichotomie. Cette méthode nécessite de conserver la valeur inconnue un certain temps, donc de disposer d'un échantillonneur-bloqueur.

- **Avantages** : consommation minime ; faible coût
- **Inconvénients** : vitesse faible ; conception analogique lourde

15.5.3 CAN à intégration / à rampe



Ils peuvent être à simple rampe ou double rampe. Un intégrateur permet de mesurer la vitesse de charge d'une capacité soumise à la tension inconnue. Le temps de décharge sous une tension connue permet d'en déduire la tension à quantifier. La recherche d'une tension se transforme en la mesure d'une durée. Le mot binaire est alors généré par un compteur.

Sur le schéma précédent, la tension inconnue V_{in} se calcule par la relation :

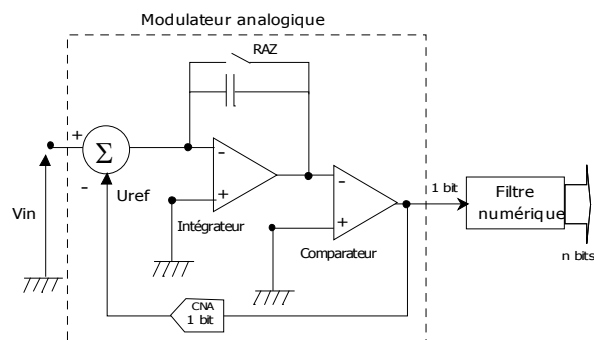
$$V_{in} = U_{ref} \frac{T_c}{T_d}$$

- **Avantages** : bonne résistance aux environnements perturbés (CEM)
- **Inconvénients** : très lents

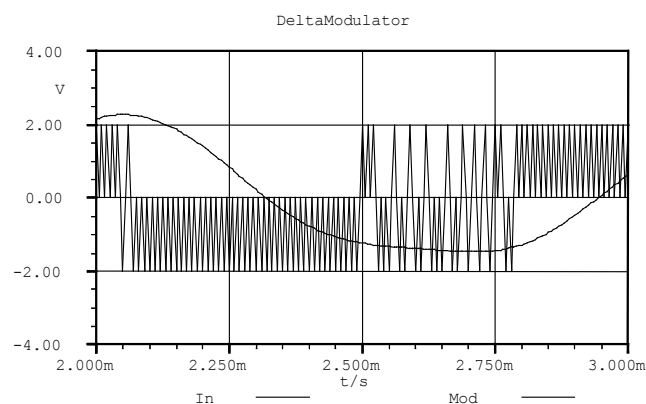
15.5.4 CAN Sigma Delta ($\Sigma \Delta$)

Aussi appelé convertisseur à équilibrage de charge. C'est une version améliorée et un peu plus complexe du CAN à intégration. Sa particularité principale est de travailler avec des fréquences d'échantillonnage très élevées par rapport à la condition de Shannon.

Son fonctionnement repose sur la notion d'intégration (au sens mathématique). Si on consulte le schéma qui suit, on constate qu'il est constitué de deux blocs : le « modulateur » et le filtre numérique. L'idée est de faire une acquisition du signal sur une résolution minimale de 1 bits (0 ou 1) mais à très grande vitesse. On introduit donc un bruit de quantification très important que l'on éliminera à l'aide du filtre numérique en réduisant la bande de bruit. (de 1MHz à Quelques dizaines de kHz).



Pour résumer, on peut dire que le nbre d'eb « 1 » ou de « 0 » en sortie du comparateur est proportionnel au niveau moyen de la pente du signal d'entrée pendant cette durée. Plus de 1 signifie une pente positive et plus de 0 une pente négative. Le graphe issu d'une simulation est présentée ci-dessous.

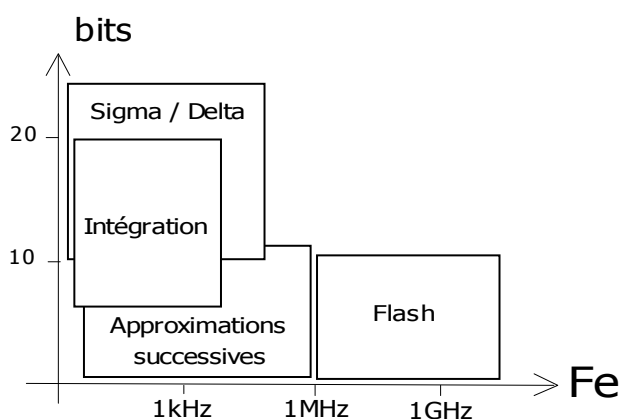


- **Avantages** : consommation minime ; faible coût. Filtre numérique et compatibilité DSP. Forte résolution.

- **Inconvénients** : vitesse d'échantillonnage finale limitée ce qui réserve cette technique aux acquisitions de signaux de faibles fréquences (audio).

15.5.5 Tableau comparatif

Architecture de CAN	Résolution maximale	vitesse
Flash	8 bits	1 Géch/s
Approximation successive	16 bits	250 kéch/s
Intégration	20 bits	50 kéch/s
Sigma-Delta	24 bits	200 kéch/s



La consommation est typiquement de quelques centaines de mW à quelques W.

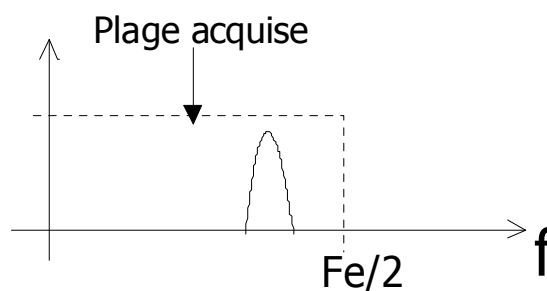
15.6 Acquisition de signaux HF

15.6.1 Facteur de bruit

On rappelle que lors d'une acquisition toute la bande comprise entre 0 et $F_e/2$ est échantillonnée. Ainsi toute la puissance de bruit dans cette bande est acquise par la convertisseur. Il n'est pas possible de numériser un signal autour d'une fréquence porteuse, sans se placer en « bande de base » pour le CAN.

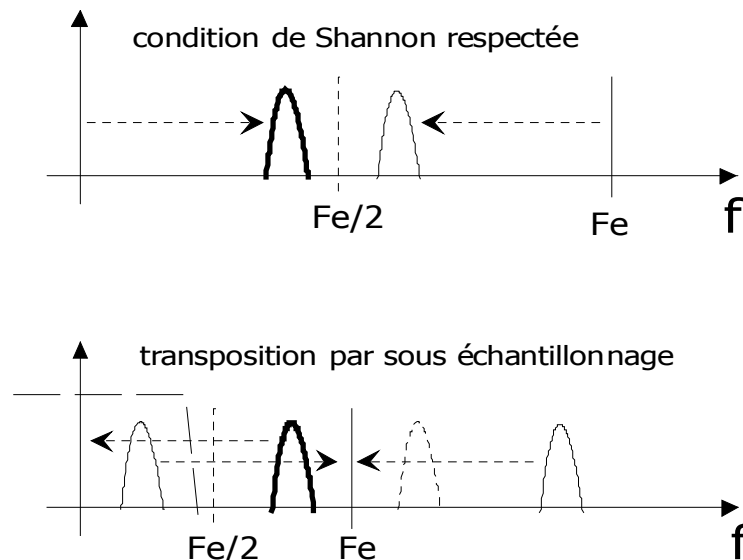
Comme conséquences on citera

- ♦ Un facteur de bruit élevé (40 à 50dB de dégradation du S/N)
- ♦ Une transposition en FI la plus optimale possible (typiquement $F_e/4$)



15.6.2 Sous échantillonnage

Il est possible d'utiliser la technique du sous-échantillonnage pour transposer le signal utile en bande basse. Cela consiste à utiliser une fréquence d'échantillonnage inférieure à $2f_{max}$ (donc à violer le théorème de Shannon). Le fait que le signal n'ait pas de composante en bande basse (proche du 0Hz) permet de conserver le signal intégralement sans repliement destructif. Un filtrage passe-bas permettra de restituer le signal utile en bande basse.



Cette technique est en particulier utilisée pour la récupération des multiplex téléphoniques ; on l'utilise aujourd'hui de plus en plus pour l'acquisition de signaux en FI hautes, ce qui évite une acquisition en FI basse et simplifie la structure de l'émetteur : c'est à dire que cela permet de supprimer au moins un étage de transposition analogique (filtres, ampli, mélangeur et oscillateur). C'est un gain de place, de consommation d'énergie, donc de poids dans les terminaux portables, et de simplicité de conception.

La condition d'échantillonnage peut alors s'énoncer comme suit :

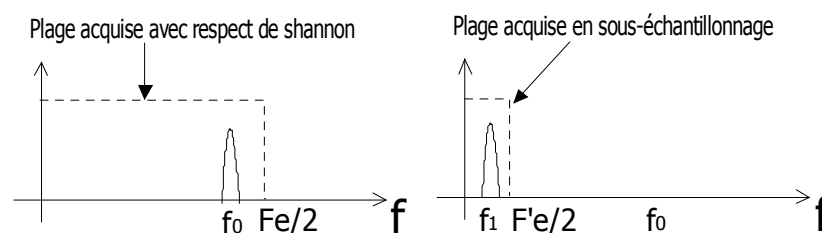
$$Fe > 2B$$

Où B est la largeur de bande du signal HF à acquérir. Précisons toutefois qu'il s'agit d'une condition nécessaire mais non suffisante : le respect de cette condition n'assure pas l'absence de repliement. Il faudra toujours vérifier que le signal échantillonné est bien au centre de la plage (autour de $Fe/4$).

15.6.3 Acquisition des signaux modulés

Le cas d'un signal modulé autour d'une fréquence f_0 de largeur de bande B est un bon exemple pour montrer l'efficacité du sous-échantillonnage. En effet, par cette technique, seule la valeur de la fréquence porteuse sera modifiée : ni la largeur de bande de modulation, ni les signaux modulateurs en général, ne seront affectés.

On conservera ainsi toute l'information et on augmentera même sa qualité, facilitant l'exploitation en fréquence basse.



Le nombre de points pour l'affichage étant identique dans les deux cas pour la plage acquise, on **augmente la résolution spectrale** grâce au sous-échantillonnage. (cf section 5).

15.6.4 Sous échantillonnage et bruit

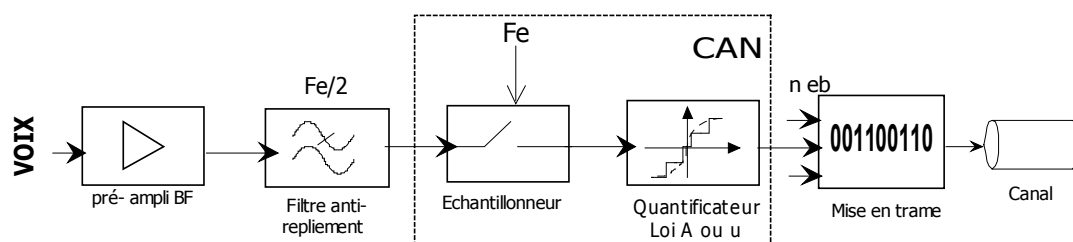
Le sous échantillonnage a pour conséquence d'élever la densité spectrale de bruit acquise en repliant les contributions du bruit dans la bande acquise. Entre autre, les harmoniques du signal vont en se repliant augmenter la distorsion du signal (dégradation du rapport SINAD [Signal to Noise And Distorsion]).

Il faudra donc un compromis entre la dynamique du signal amplifié (dBc) qui va augmenter la puissance des harmoniques et le rapport signal sur bruit en entrée du CAN.

15.7 Trames

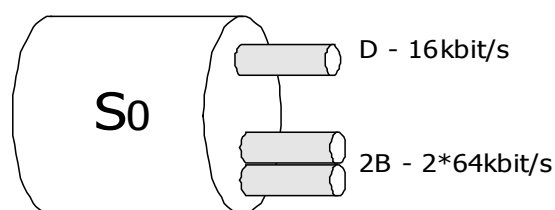
15.7.1 Trames de transport

La voix ayant subi l'ensemble des traitements successifs, il reste à ranger le flux binaire ainsi produit dans une trame pour la transporter dans le canal physique.



Dans les réseaux télécoms, on trouve deux types d'accès classiques que nous présentons ici et que nous reverrons en réseau (volume 3). Ces trames numériques constituent le format de base pour transporter les eb d'information en assurant le respect du rythme horloge, la synchronisation, la détection de problèmes...

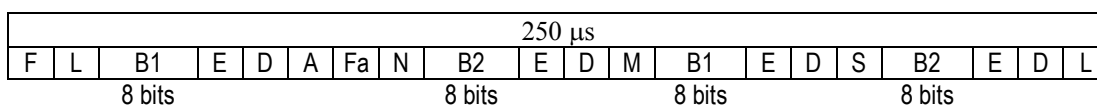
15.7.2 Accès de base S_0 (2B+D)



L'accès de base 2B+D (144 kbits/s) est subdivisé en trois sous-débits :

- ♦ 2 canaux dénommés B (B1 et B2) de 64 kbits/s chacun, permettant d'établir 2 liaisons téléphoniques numériques commutées indépendantes ou pouvant être utilisées pour différents services numériques.
- ♦ Un canal dénommé D de 16 kbits/s destiné à la signalisation (SS7) et à la transmission de données.

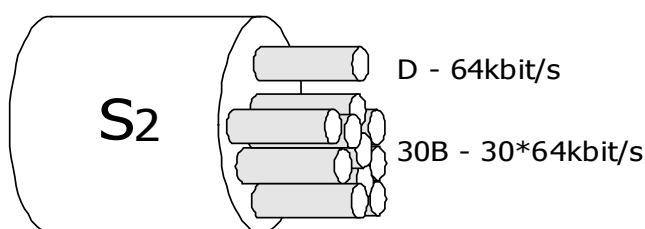
Le tableau ci-dessous présente la trame des eb sur la durée de 250 μ s.



B1 : premier canal B
 B2 : second canal B
 D : canal D
 E : écho de canal D
 M, S : bits réservés
 F, Fa, L, A : gestion et synchronisation

15.7.3 Accès primaire S₂ (30B+D) – Niveau E1

Cet accès offrant 30 canaux B de débit 64 kbit/s et un canal D de débit 64 kbit/s est principalement destiné aux flux de débits élevés.

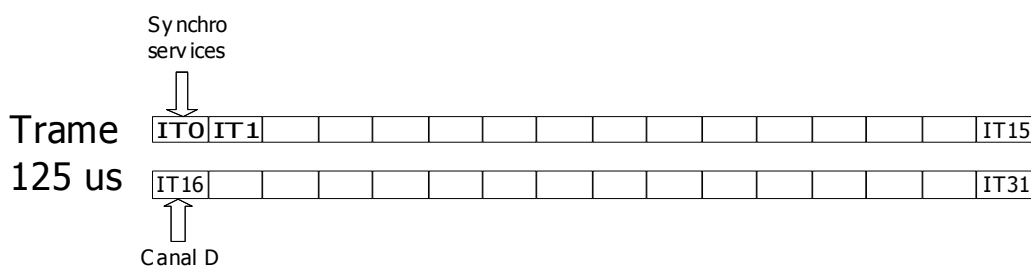


Niveau E1 = Accès S2 30B+D :

On a une trame de 256 eb sur 125 μ s , c'est à dire 32 IT (intervalle de temps) contenant chacun un octet de 8 bits , et véhiculant un canal à 64kbit/s. On obtient donc :

- ♦ débit utile est de $(30 * 64) + 64 = 1984$ kbit/s
- ♦ débit réel est de $256 / 125 \cdot 10^{-6} = 2048$ kbit/s

Le débit réel tient compte d'un canal B supplémentaire non destiné à l'utilisateur : c'est le premier IT (IT0). Le 17^{ème} IT (IT16) contient le canal D.



Ainsi, les 30 IT restant peuvent être utilisés pour transmettre les canaux vocaux, ou tout type de données numériques au débit maximal de 1,984 Mbit/s.

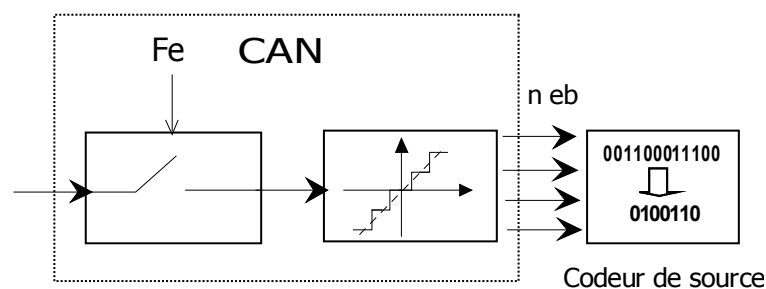
Le flux binaire en bande de base est codé en HDB3 (Haute Densité Bipolaire 3) qui sera décrit dans la dernière partie de cette section. (§18.4.4)

16. Codage de source

16.1 Caractéristiques d'un code de source

16.1.1 Architecture

Le codage de source a pour but la compression des données. Il consiste à enlever des e.b. pour *raccourcir le message* à transmettre et diminuer ainsi le temps de transmission, où la taille du volume de stockage.



Le nom de *code de source* correspond à la source des données numériques, c'est à dire au train binaire qui vient du CAN.

Le terme de compression est aussi couramment utilisé pour désigner cette opération. Il s'agit alors de compresser des données numériques, sous forme binaire, et non une compression de signal physique comme décrit précédemment.

16.1.2 Taux de compression

Une des caractéristiques fondamentales est le *taux de compression* qui permet d'évaluer l'efficacité du codage. On le note : μ .

$$\mu = \frac{\text{taille du fichier compressé}}{\text{taille du fichier non compressé}} < 1$$

On donne aussi parfois improprement $1/\mu$ pour le taux de compression. Il est alors plus grand que 1.

On trouve aussi $1-\mu$ exprimé en %.

Nous verrons dans les exemples de code que ce taux peut varier énormément suivant les techniques et les types de sources utilisées.

16.1.3 Dissymétrie du codage

La *dissymétrie entre compression et décompression* du codage de source est une particularité essentielle de la mise en œuvre de ces codes.

En effet, la finalité de la compression est :

- ♦ soit le stockage (disque dur, support magnétique ou optique...) qui doit être de bonne qualité tout en prenant le moins de place possible. La lecture doit en être facile et rapide
- ♦ soit la transmission (canal téléphonique ou radio...) qui doit prendre le moins de temps possible et pour laquelle les données doivent être rapidement utilisables à destination.

En conséquence on peut résumer les propriétés ainsi :

-La compression peut être coûteuse :

- ♦ en temps (durée du calcul de compression...)
- ♦ en moyens (matériel informatique, CAN, complexité algorithmique...)
- ♦ en argent (investissement dans le matériel, techniciens...)

-Par contre la décompression doit être :

- ♦ rapide (restitution instantanée, « temps réel »...)
- ♦ facile (peu de calcul, matériel léger voir portatif, mise en œuvre aisée...)
- ♦ possible une infinité de fois (réutilisation du support)

16.1.4 Compression et pertes

Un dernier point fondamental concerne la distinction entre *compression avec* ou *sans pertes* (en anglais *Lossy* ou *Lossless*)

Les compressions sans perte permettent de garantir une restitution à l'identique des données initiales non compressées. Ce type de compression est utilisé pour les fichiers de données (textes, chiffres, logiciels...).

Les compressions avec pertes autorisent un certain degré de dégradation du signal restitué par rapport au signal physique initial pour en diminuer le taux de compression : c'est le cas de la voix ou des images. L'œil et l'oreille reconstituent l'information de départ malgré les pertes. Attention : ces pertes sont liées à la qualité du codage et en rien aux erreurs de transmission qui inversent les éléments binaires.

<i>Informations</i>	<i>Compression</i>
Données textes	Sans perte
Fichiers	Sans perte
Voix	Avec pertes
Son	Avec pertes
Image	Avec pertes
Vidéo	Avec pertes

Les compressions *avec pertes* peuvent être de qualités très inégales. Dans certaines applications, les pertes doivent être très limitées pour éviter les problèmes de restitution ; ainsi, la compression JPEG a été interdite aux Etats-Unis pour la compression d'image médicale pour éviter les erreurs d'interprétation et donc de diagnostics, et les procès.

Les capacités des supports de stockage et la rapidité des circuits permet aujourd'hui de traiter des données audio (ou visuel) avec des traitements sans perte : TrueHD Dolby, FLAC...

16.1.5 Le facteur humain

On peut également signaler les points suivant concernant les sens humains : l'œil se comporte comme un *intégrateur* mathématique, ce qui permet de voir une image constituée d'éléments simples, comme des points de tailles diverses (photo journal) ou en nombre variable (imprimante Laser) ou des carrés en mosaïque (cf exemple qui suit), et de corriger d'éventuelles altérations.

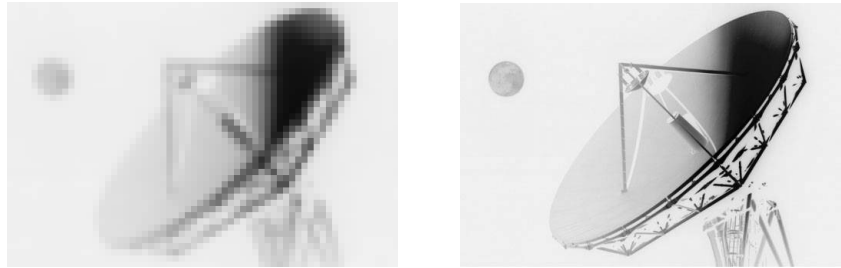


Image originelle et image altérée intégrée par l'œil

L'oreille est, elle, un *différentiateur*, sensible aux coupures et parasites de courte durée. En revanche elle a plus de difficultés à évaluer la différence de niveaux entre deux notes ou les variations lentes.

En conclusion, Les techniques de compression sont adaptées à la nature de leur restitution, et aux capacités de 'corrections' du cerveau humain. Retenons que l'œil est moins sensible que l'oreille à la dégradation des informations restituées, ce qui a des conséquences sur la qualité de la compression.

16.1.6 Mode binaire et mode caractère

La nature des données numériques à compresser est binaire, mais elle peut être appréhendée en mode caractère, notamment pour les fichiers de données. Dans ce cas on travaillera non pas sur des *eb*, *0* ou *1*, mais sur les symboles A, B, C, 1, 2, 3, *, \$... Ces caractères sont eux-mêmes associées à un code binaire. Le code le plus répandu est le code ASCII, American Standard Code for Information Interchange, qui compte 256 caractères codés chacun sur 8 bits.

Les compressions en mode binaires sont en principe plus efficaces, mais plus techniques.

16.2 Codage de source sans perte

16.2.1 Compression sans perte

On résume ici les principaux code de sources *sans perte* utilisés pour les données. Leur principe sera détaillé succinctement. Il permettra d'acquérir une certaine culture sur ce qui existe et ce qui peut se faire. Il est à signaler que certains autres codes (et en particulier les normes de codes avec pertes) utilisent une combinaison de ceux présentés ici. Ainsi La compression TIFF [Tagged Image File Format] utilise Huffman et ZL...

16.2.2 Le code Morse

Il s'agit de l'un des plus anciens (XIX^{ème} siècle) inventé par Mr Samuel Morse (1791-1872). Il sert à transmettre des caractères, essentiellement des lettres et des chiffres ainsi que des symboles de ponctuation. La longueur du code de chaque caractère est variable suivant sa fréquence d'apparition dans la langue anglaise.

Ainsi la lettre la plus fréquente (en anglais) est le E. Son code est donc le plus court.

E : •
T : —
Q : — — • —

16.2.3 Le code Q

Des requêtes définies par des réglementations internationales permettent d'accélérer la transmission des informations réellement utiles. Les questions sont codées sur trois lettres (dont la première est

toujours Q (QSO, QSR,...) et suivent généralement des noms de lieux où des données météorologiques, sur la qualité de la liaison, les secours en cas d'accident...

Ce code est en principe combiné au code Morse.

16.2.4 Le codage Run-Length Encoding (RLE)

Son principe est de supprimer toutes les séquences longues de caractères (ou octets) identiques en réduisant leur taille. A partir d'un certain seuil de répétition (4, 5...) on transmet le caractère répété suivi d'un caractère spécial et du nombre de répétitions. Les taux de compression dépendront donc de la structure de la chaîne d'eb.

Séquence initiale	Séquence compressée
AAAAAAAAAAAAAA	Ax15
15 octets	4 octets

Il conviendra pour des chaînes comportant de grandes suites de 0 ou de 1.
On peut obtenir : $\mu = 4/5$.

16.2.5 Le code de Huffman

Ce code utilise la probabilité d'apparition des lettres dans une langue donnée. On parle également de *code statistique* ou encore de *code entropique*. Dans le cas du code de caractères, les caractères les plus utilisés sont codés sur très peu d'eb, les plus rares nécessitent un nombre beaucoup plus élevé. [par comparaison le code ASCII retourne toujours 1 octet par caractère]. Ce code dépendra donc de la langue utilisée (anglais, français, allemand...).

■ Exemple 1 :

Caractère	Binaire ASCII	Code Huffman
[Espace]	00100000 (32)	10
e	01100101 (101)	011
x	01111000 (120)	1100011010

Le code de Huffman est surtout utilisé dans les fax ; on le combinera avec un code RLE, le nombre de 0 (blanc) ou 1 (noir) pouvant être important dans une zone donnée. Ceux-ci fonctionnent en mode graphique, ce ne sont plus les caractères ASCII qui sont codés (cf §16.1.6) mais des segments qui sont constitués d'une succession de blancs et de noirs identifiés par blocs. Ils reçoivent un code en fonction de leur probabilité d'apparition (les plus probables sont les segments blancs).

■ Exemple 2 :

Cette exemple est cette fois une approche binaire du codage statistique. Le tableau qui suit présente le codage de Huffman pour une probabilité d'apparition de 1 égale à 0,1 (et donc 0,9 pour 0)

Segment	000	001	010	100	011	101	110	111
Probabilité	0.729	0.081	0.081	0.081	0.009	0.009	0.009	0.001
Code	0	100	101	110	11100	11101	11110	11111

Ce type de codage considère que chaque segment est indépendant du suivant. C'est un codage *unidimensionnel*.

On peut améliorer la compression en le mélangeant avec un *codage bi-dimensionnel*.

■ Exemple 3 :

Codages unidimensionnel et bidimensionnel mélangés avec un coefficient $K = 4$.

Dans ce cas la 1^{ère} ligne reçoit un code unidimensionnel, les 3 suivantes un code bidimensionnel : chacune d'entre elles est comparée à la ligne précédente et seules les variations par rapport à la ligne précédente sont envoyées.

Le codage unidimensionnel est appliqué à la 1^{ère} ligne des tranches de 4 lignes, ceci pour limiter le risque de transmission d'erreurs de lecture d'une ligne sur la suivante.

16.2.6 Le codage Ziv-Lempel (ZL) ou Lempel-Ziv-Welch (LZW)

C'est un mélange de 3 principes :

- ♦ la distribution de caractères (principe de Huffman),
- ♦ la répétition de caractères (principe RLE),
- ♦ la dépendance de caractères.

Une des principales applications est la compression des données sur disque dur (Welch-1984).

Le principe est en quelque sorte inverse de l'approche Huffman : on va coder une séquence de caractères de longueur variable par un index qui se réfère à un dictionnaire. Ce type de compression implique l'existence de ce fameux dictionnaire constitué des données déjà compressées ; à la décompression on lit la suite d'index et on traduit à l'aide du dictionnaire. Il existe de nombreuses variantes de ce code.

séquence	Index – Mot de code
$\wedge^{[-1]}$	I0A1
abcdefg	I0BC
0123456789	I067
Cryptographie	ITA0

On peut obtenir : $\mu = 1/4$.

16.3 Techniques de compressions avec pertes

16.3.1 Intérêt

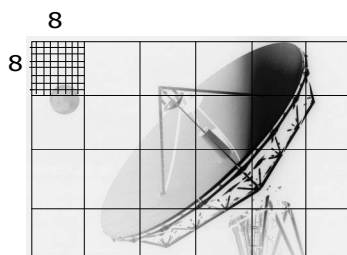
Les exemples qui suivent présentent des techniques de codage dont la nature est de dégrader la qualité de l'information acquise à partir du signal physique pour augmenter le taux de compression. Selon la nature des signaux, les critères de qualité ou d'économie de bande passante, la dégradation sera plus ou moins importante.

Ces codes s'appliquent aux images, fixes ou animées, et au son, dont la voix. Les paragraphes qui suivent décrivent les algorithmes les plus courants appliqués aux images.

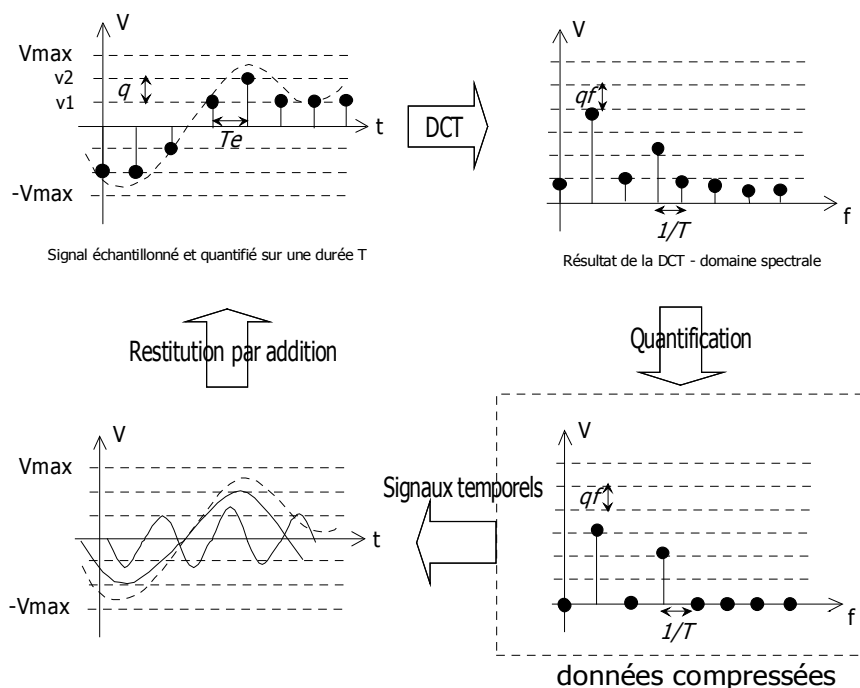
16.3.2 DCT

La transformée en cosinus Discrète (DCT, Discret Cosine Transform) est une opération mathématique qui permet une compression en modélisant un ensemble de point définissant une surface carrée (8x8 par exemple) par une courbe surfacique mathématique, d'en effectuer une transformation dans le domaine spectral, un peu comme une transformée de Fourier le fait à partir d'une courbe.

Le découpage en bloc permet une compression zone par zone, indépendamment du contenu de la zone, c'est à dire de la complexité de l'image.



Selon le taux de compression demandé, le bloc compressé sera plus ou moins fidèle à celui d'origine, une compression trop élevée créant des *effets de blocs* insupportables à l'œil.

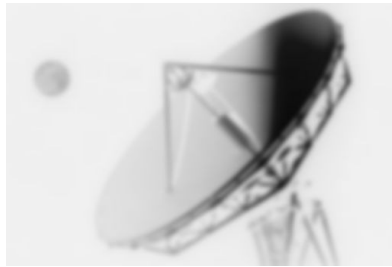


Pour expliquer le principe de cette opération, on peut considérer la compression d'un signal unidimensionnel (par exemple, une simple rangée de pixels).

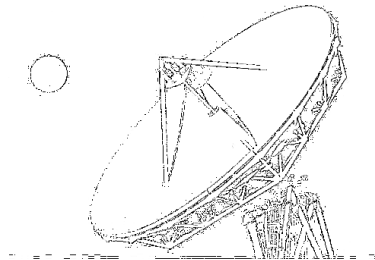
L'opération de DCT génère une série de valeurs associées au niveau de gris à partir des points. Cette opération est analogue à une transformée de Fourier discrète. Le terme *discrète* signifie que le nombre de valeurs est finie (ici 8). La quantification des échantillons obtenus dans le domaine spectral génère une série de valeurs non nulles en nombre réduit, d'où la compression du signal temporel qui pourra être reconstitué par addition des sinusôides pures.

16.3.3 Ondelettes - DWT

Le procédé de compression à DWT pour Dense Wavelets Transform, ou transformée en ondelettes discrète, s'appuie sur une approche plus sélective du contenu de l'image. Un filtrage passe-haut sur une image permet d'en extraire les hautes fréquences que sont les contours des objets (zone où le changement de contraste est élevé). Ces contours sont compressés de manière à être restitués sans dégradation. Ensuite les textures, assimilées aux basses fréquences (zone obscures et zones claires), sont compressées en utilisant des déformations de l'ondelette de base ou ondelette mère.

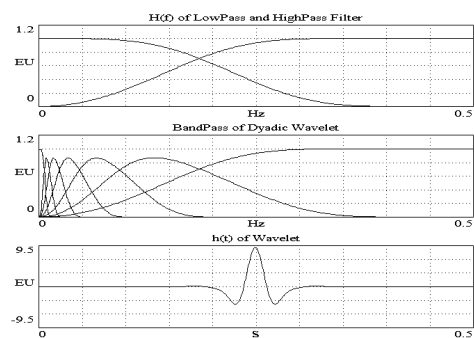
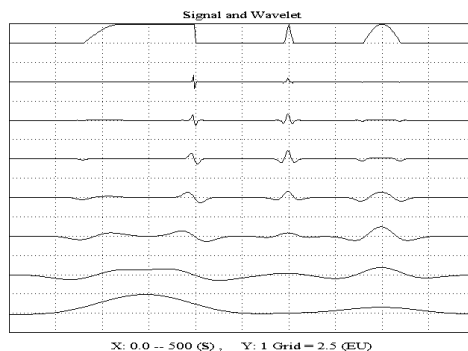


Zones claires et foncées : filtrage passe-bas



Tracé du contour : filtrage passe-haut

L'ondelette mère est un signal temporel connu ; en modifiant sa hauteur et sa largeur selon l'axe des temps, on va créer d'autres ondelettes. Chacune d'elles sera convoluée avec le signal à compresser de manière à transformer le signal original en une série de signaux. La sommation de chacun des signaux convolués permet de restituer le signal initial.



Sur l'exemple ci-dessus, la courbe supérieure est décomposée en une série de 7 signaux qui se composent tous de l'ondelette mère représentée en bas à droite, celle-ci étant liée aux filtres utilisés et définis en haut à droite (filtres passe-haut et passe-bas).

La transformée de Fourier transforme en une série de sinusoïde, la transformée en ondelettes en une série d'ondelettes.

Ces procédés à base de DWT sont beaucoup plus puissants que ceux à base de DCT. Notons deux points de comparaison important en faveur du DWT et de son utilisation sur les réseaux de télécommunication :

- ♦ Les algorithmes à base de DWT prendront en compte l'ensemble de l'image, et non des blocs de 8X8 pixels comme en DCT
- ♦ La décomposition de l'image en couches différentes par la transformée en ondelettes permet de contrôler la taille et la précision de l'image restitué, selon le niveau de couches utilisées pour la décompression.

On pourra ainsi obtenir des taux de compression très élevés avec une excellente qualité d'image pour l'œil avec la possibilité de l'adaptation de la qualité à la taille finale de l'image, une image de petite taille nécessitant moins de couches qu'une plus grande.

Les bases mathématiques ne seront pas présentées ici. Nous y reviendrons sur ces techniques lors de l'étude des techniques numériques dans la dernière section : filtrage, FFT, fenêtrage...

16.3.4 Exemple : ondelette simple et Scalability

Nous allons décrire le principe de compression d'une image en utilisant une série de filtrages simples à base d'ondelettes primitives. Chaque image est assimilable à une matrice de valeurs décimales contenant les niveaux de gris ou ceux de couleurs.

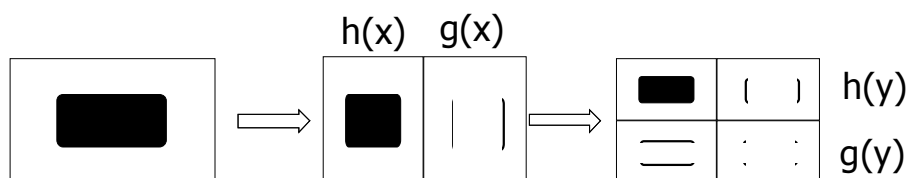
Les deux filtres de traitement seront :

Passe-Bas : $H(x) = \frac{x_n + x_{n+1}}{2}$ [Moyennage de deux pixels consécutifs]

Passe-Haut : $G(x) = \frac{x_n - x_{n+1}}{2}$ [Différence de deux pixels consécutifs]

On les appelle également *ondelettes de Harr*.

A partir d'une image de base de taille H sur L, on obtient alors l'image réduite de H/2 sur L/2 et trois composantes contenant les détails de l'image initiale et permettant de reproduire l'image initiale à partir de l'image réduite.



On obtient ainsi l'image réduite dans le cadre en haut à gauche et les images contenant les détails. Cette opération peut-être répétée sur le bloc contenant l'image réduite. On obtient ainsi divers degrés d'échelle et donc de qualité d'images. Les trois autres blocs peuvent être quantifiés facilement avant d'être compressés.

16.4 Images fixes : Codes de sources avec pertes

16.4.1 Résumé des normes

Le tableau qui suit résume les formats classiques de compression d'images fixes avec les algorithmes de référence. Le choix permettra une compression optimale en terme de taille et de qualité.

Norme		Compression	Taux
'RAW'	<i>Format brut lié au capteur</i>	aucune	
JPEG	<i>Joint Picture Expert Group</i>	Avec pertes - DCT et RLE	Élevé
JP2000	<i>JPEG 2000</i>	Avec pertes - DWT	Très élevé
GIF	<i>Graphic Interchange Format</i>	Sans Pertes - LZW	Moyen
TIFF	<i>Tag Image File Format</i>	Sans Pertes - LZW	Moyen
PNG	<i>Portable Network Graphic</i>	Sans Pertes - LZ77 (LZW)	Bon
BMP	<i>Bitmap</i>	Sans pertes - RLE	Très faible

Le JPEG est conseillé pour les photographies réalistes. Le format GIF (ou PNG) est conseillé pour les dessins, schémas et graphes avec du texte qui nécessitent une précision importante mais présentent une richesse faible des motifs et des couleurs.

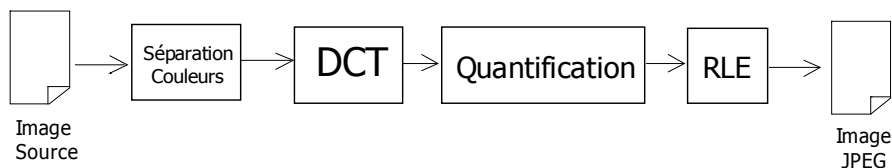
16.4.2 Code JPEG

JPEG désigne un groupe d'experts qui a étudié les techniques de compression d'images : Joint Picture Expert Group. Il s'agit aujourd'hui d'un algorithme de compression très répandu.

Une image (ici supposée fixe) numérisée est constituée de pixels [Abréviation de *Picture Element*] qui sont des points de petites tailles. Un écran d'ordinateur est classiquement d'un format de 800x600 pixels. Chacun de ces points est affecté d'une couleur, ou d'un niveau de gris, codé sur 8, 24 ou 32 bits selon la qualité. Une image 800x600 pixels codé sur 24 bits nécessitent donc a priori au moins $800 \times 600 \times 24 / 8 = 1,41 \text{ Mo}$ (1ko=1024 octets). Chaque plan de couleur (RVB ou LC)

L'idée générale du codage JPEG est de diviser l'image en blocs de taille fixe (8x8 pixels), et de leur appliquer une transformation mathématique (DCT Discret Cosine Transform) de façon à transformer

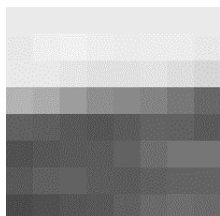
le bloc initial de 64 points en un bloc d'autant de point mais dans le domaine « spectrale ». Cette remarque est au fondement de la compression : on conservera les pics (valeurs des points élevées) et on affectera 0 aux points de faible valeur : c'est la quantification.



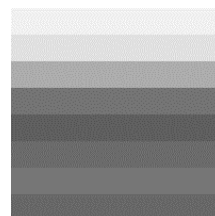
Seule une dizaine de pixels (quantifiés sur n bits) pourra alors être retenue sur les 64 initiaux. Cette hypothèse est à l'origine de la perte de qualité et explique qu'une trop grande complexité de l'image (c'est à dire des pixels juxtaposés très différents, donc des pics de valeurs élevés et en nombre important) provoquera une mauvaise restitution.

Enfin, Le nombre important de 0 issus de ces quelques 50 pixels non retenus sera compressé avec un code RLE.

Nous présentons ici deux blocs, celui d'origine et celui compressé à droite. On distingue parfaitement la périodisation des niveaux de gris nécessaire à la compression par DCT : on ne conserve que les lignes horizontales associées à un niveau de gris.



Bloc non compressé

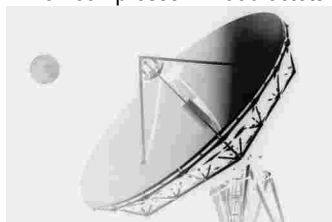


Bloc compressé

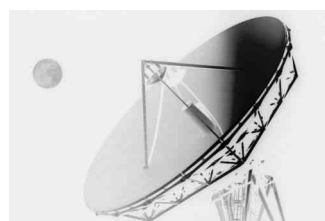
L'image qui suit a pour format 510x343 pixels codés sur 256 niveaux de gris



Non compressé 174930 octets



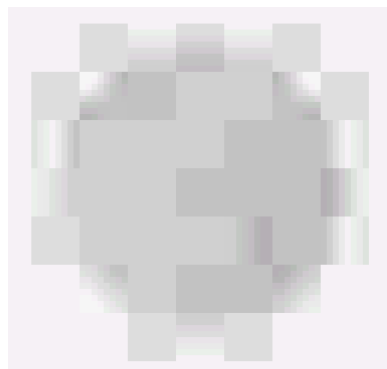
compressé JPEG 4809 octets



compressé JPEG 7692 octets



compressé JPEG 3794 octets

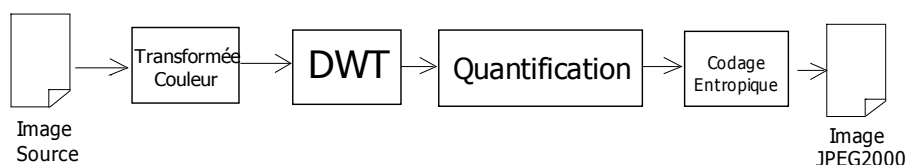


Ce détail sur la dernière image permet d'évaluer le principe de périodisation de l'algorithme de compression sur des blocs de taille identique : chaque bloc y est compressé indépendamment des autres. La conséquence est cet *effet de bloc* caractéristique de la surcompression qui cause, pour l'œil, une dégradation de la précision.

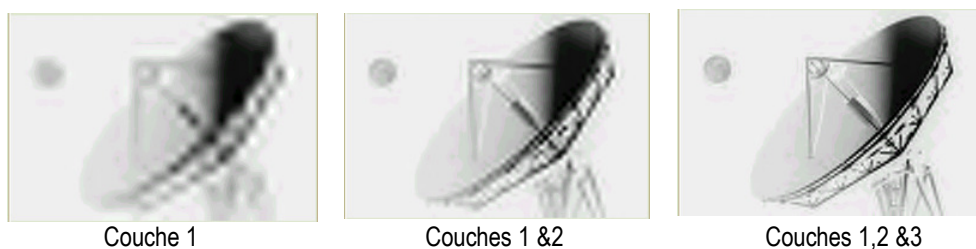
A titre de comparaison, la même image source compressée en GIF (sans pertes) nécessite une taille de plus de 80ko.

16.4.3 Le codage JPEG 2000 : *scalability*

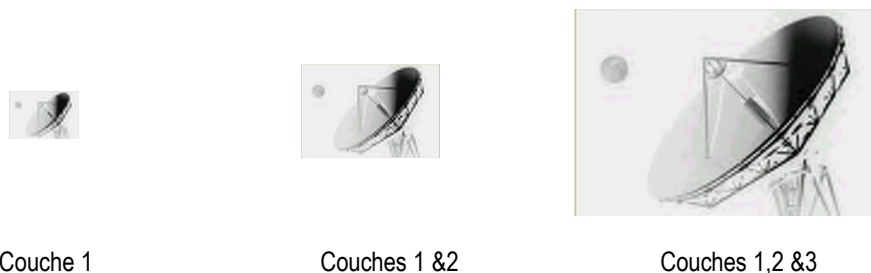
Les codes JPEG2000 proposent une compression basée sur les algorithmes à ondelettes (DWT). Une première opération de transformée couleur permet de convertir les plans RVB (Rouge Vert Bleu) en YUV (Luminance chrominance - §1.5.2) plus adapté.



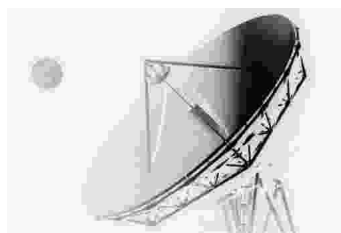
L'image subit une série de filtrage selon X et Y et chaque réponse « temporelle » de ces filtres est modélisée à partir de l'ondelette mère. La première réponse au filtre passe-bas correspond aux zones de contraste, les couches suivantes (filtre passe-bande) permettent d'ajuster la netteté des détails.



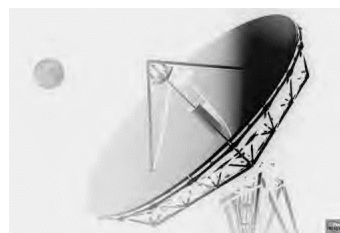
On peut ainsi ajuster la qualité de l'image à la taille nécessaire (écran haute résolution grande taille, écran petite taille, écran de portables...) avec la nombre de couches nécessaires.



Les performances permettent un gain important de compression à qualité équivalente par rapport à une compression JPEG classique à base de DCT.



Compressé JPEG 3794 octets



Compressé JPEG2000 3630 octets

16.5 Images vidéos : Codes de sources avec pertes

16.5.1 Les codes MPEG-n

On utilise les normes MPEG (Moving Picture Expert Group) pour compresser des images vidéos (animées). Elles se fondent sur la compression des images suivant la norme JPEG (Joint Picture Expert Group). Le débit d'une image animée de qualité standard non compressée, voire en HDTV (High Definition Television) peut largement atteindre 100 Mbits/s. De nombreuses normes sont à l'étude mais tardent à s'imposer devant la suprématie du format MPEG2 encore très largement diffusé.

Norme	
MPEG 1	Compression pour le stockage (CD ROM, Disque dur ...) Débit : 1 à 2 Mbits/s
MPEG 2	Compression pour les données de transmission (TVHD). C'est la norme la plus utilisée actuellement (DVBS,câble, DVD...). Il est donc bon de connaître les performances et la qualité de ce code (§3.5.2).
MPEG 3	Compression pour la TV haute définition (HDTV). Cette norme est aujourd'hui fondue avec MPEG2.
MPEG 4 (partie2)	Compression pour la visioconférence, la diffusion Internet, la recherche sur le contenu des documents à travers les moteurs de recherche.(§3.5.3)- Norme retenue pour le DVD HD, la HDTV, la TNT...
MPEG 7	Cette norme encore à l'étude concerne les applications multimédias en général. Elle devrait accroître les possibilités de recherche sur le contenu des données : scénario, objet, type de mouvement, texte, son...
MPEG 21	ou <i>multimedia framework</i> , devrait permettre la compression de données multimédias (sons, images mais aussi graphique, données, textes...). Pour bientôt

16.5.2 Le codage MPEG 2 (H263)

Pour assurer l'animation dans une séquence vidéo, l'envoi de 24 images par seconde compressée chacune en JPEG est hors de question car beaucoup trop lourd : les taux de compression resteraient trop faible. On doit encore optimiser la compression en tenant compte des propriétés des images animées.

L'idée du codage MPEG2 (Moving Picture Expert Group) est d'envoyer des images JPEG en alternance avec des images « allégées » qui seront déduites des images JPEG en ne retenant que les variations importantes (mouvement, couleurs...) et en supposant que deux images successives sont en principe très semblables, ce qui est le cas la plupart du temps.

Ainsi, sur 24 images par seconde au format cinéma, seules deux seront codées intégralement, (la 1 et la 12). Les autres seront interpolées et reproduites par le décodeur en tenant compte de ces deux

images et des informations transmises. Ces images intercalées sont elles-mêmes calculées avec un degré de compression variable.

Ce type de compression, qui s'appuie donc sur les procédés DCT, est aujourd'hui très répandu dans le cadre de la transmission vidéo, par Internet ou par satellite (norme DVB-S). Pour évaluer les performances d'une image de qualité vidéo compressé en MPEG2, on peut se référer au tableau qui suit.

Débit MPEG2	Qualité
2-4 Mbits/s	médiocre
4-6 Mbits/s	Bon
6-10 Mbits/s	Excellent

La perte de qualité en MPEG se traduit par des « effets de blocs » où des blocs d'image se figent avec la perte de l'animation, soit partielle soit complète, quand la complexité de l'image augmente. Ces effets sont liés directement au principe de la DCT.

16.5.3 Le codage MPEG 4 (H264)

Cette norme vise à devenir le standard de la compression vidéo pour les applications de contenus audiovisuels présents dans les applications multimédias : DVD, diffusion TV, HD, DVB S-T-H, RTP/IP (streaming IP)... Elle doit permettre d'améliorer les qualités des images, textures, expression du visage... ainsi qu'une certaine interactivité entre le spectateur et l'objet (vidéoconférence...).

On distingue donc deux aspects de la norme : la compression d'image et la description de la scène ; on parle également de *métadonnées* : métadonnées descriptives et métadonnées techniques. Ces différents aspects sont organisés sous forme de *partie (part)*

MPEG 4 - Partie	Rôle
Partie 1	Synchro audio et vidéo
Partie 2	Compression vidéo
Partie 3	Compression Audio
Partie 10	H 264/AVC-SVC
Partie 11	Description de scène

■ Partie 2

La partie de la norme spécifiquement consacrée à la **compression vidéo** (ou description du Codec) se nomme *MPEG4-partie 2*.

■ Partie 3

Le codage audio est qualifié d'AAC (Advanced Audio Coding) et améliore l'ancien MPEG 2 – Part 3 (ou mp3).

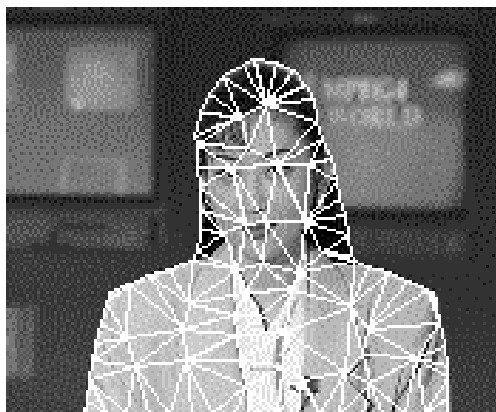
■ Partie 10

Une autre évolution dans la normalisation UIT, a fait évoluer ce codec vers le H264- AVC (Advanced Video Codec) ou *MPEG4 partie 10*. Notons que ce format de compression MPEG4 est basé sur les algorithmes à ondelettes (DWT).

■ Partie 11

Pour ce qui concerne l'aspect **descriptif de la scène vidéo**, L'idée est d'isoler dans une scène audiovisuelle les différents plans, fond immobiles, objets fixes ou mobiles, personnages fixes ou mobile, sons... puis de compresser chacun indépendamment. Cette approche *objet* permet une description exhaustive de la scène qui autorise une recherche simple dans le contenu (avion, tour, flamme...) et d'accéder à une information pertinente. Cette technique de compression s'appuie sur un algorithme de transformée en ondelettes. Les expressions des visages font appel à des techniques propres de maillage triangulaire 2D pour améliorer la qualité.

Cette description est associé à un langage de type balise (XML) et appelé BIFS (*Binary Format for Scene*).



Enfin, on peut envisager pour un objet MPEG-4 différents niveaux de décompression, suivant la qualité souhaitée, pour permettre un compromis qualité / débit du réseau / puissance de calcul. Le *facteur d'échelle* (Scalability - technique propre aux codages par couche des images cf §15.4.3) autorise ainsi une qualité variable suivant le format d'affichage, zoom... En outre, ce type de compression contient des outils de récupération d'erreur et de synchronisation afin d'offrir une grande robustesse pour la diffusion sur des réseaux mobiles sans fil. Un codec évolué gérant l'affichage d'échelle porte le nom de H264-SVC (Scalable Video Codec).

16.5.4 Comparaison des débits et formats.

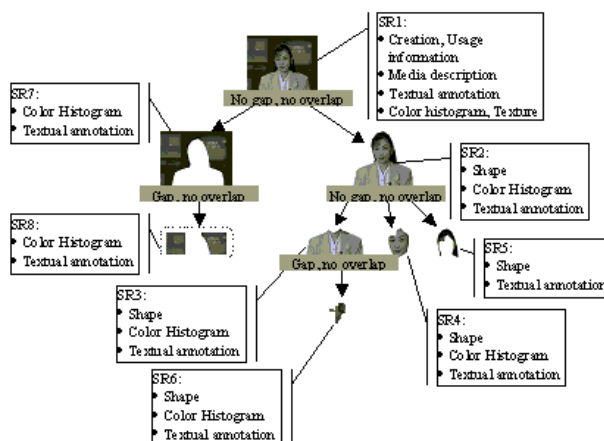
Les débits sont variables et dépendent du système de diffusion et de la qualité exigée. Ils peuvent aller de quelques dizaines de kbit/s à plusieurs centaines de Mbits/s. A qualité équivalente, le débit en MPEG4 est réduit de moitié environ par rapport au MPEG2.

Norme	Taille d'image	Débit standard
MPEG2	720×576	4Mbits/s
MPEG4	720×576	2Mbits/s
MPEG4 – HD	1920×1080	~10Mbit/s

16.5.5 Le codage MPEG 7

L'objectif de MPEG-7 est la recherche accélérée d'informations dans les contenus audiovisuels, ainsi que la sélection exhaustive de certains éléments de ces mêmes contenus. La recherche sur Internet ne se limite alors plus à la retrouver une chaîne de caractères, mais également la possibilité d'une recherche sur une mélodie, sur une forme spécifique, en 2D ou 3D, sur des types de mouvements ou d'actions...

On retrouve dans cette norme des aspects de MPEG 4 relatives aux métadonnées. Les techniques de compression sont optimisées en fonction de la nature de la scène (mouvement, motifs, couleurs, textures...), chacun des éléments étant isolés des autres. Les scènes sont alors décrites par des langages (XML – Extended Markup Language) contenant une série de descripteurs et organisés hiérarchiquement ; le tout pouvant être interprété comme un fichier texte et donc facilement analysable.



Il s'en suit un accroissement de la compression et des facilités de recherche sur le contenu des séquences vidéos.

La diffusion des objets d'une scène MPEG7 est également liée à la qualité de la restitution, certains éléments pourront ou non être transmis, relativement à leur nécessité, ou à la demande de l'utilisateur qui peut ne sélectionner que certains objets.

16.6 Son : Codes de sources sans et avec pertes

16.6.1 Codage de la voix : MIC/PCM

Pour fixer les idées, on donnera le calcul du débit non compressé de la voix sur un canal RNIS. La fréquence d'échantillonnage est de 8 kHz, c'est à dire que l'on a 8000 échantillons par seconde. Pour un codage sur 8 bits de chaque échantillon, le débit est :

$$D = 8000 \times 8 = 64 \text{ kbits/s}$$

Chacun des eb sera transmis par un procédé appelé MIC, Modulation d'Impulsion Codée, qui pour un « 1 » transmet une impulsion de tension, et pour un « 0 » aucune impulsion. En anglais on parle de PCM, Pulse Code Modulation. Ainsi chaque échantillon est transmis sur 8 bits (eb). Les normes de codages PCM imposent en outre une loi de compression (A ou μ) pour améliorer la qualité de la voix (§15.4.9).

Le format WAVE (ou .wav) est similaire dans le monde informatique. Il stocke sans perte et sans compression le flux acquis.

Pour les applications où le débit est limité, comme pour le GSM, ce débit étant inadmissible, on a mis aux points des algorithmes avec pertes pour économiser la bande passante sur le support.

Norme	codage	Débit
G 711	Voix – PCM – loi A/ μ	64kbit/s

Le format FLAC (*Free Lossless Audio Coding*) permet une compression sans perte de la voix et du son à partir du codage MIC.

16.6.2 code ADPCM

L'ADPCM (Adaptative Differential PCM) permet de diviser par deux le débit de transmission, et d'obtenir 32kbit/s. l'idée n'est plus de quantifier un niveau absolue sur 8 bits, comme pour le cas du

§15.5.1, mais de coder sur 4bits la différence d'amplitude. entre deux niveaux consécutifs : c'est la notion de code *différentiel*.

Le tableau montre un exemple de codage sur 1 eb, tel qu'il est utilisé dans le code *delta-sigma*.

eb	Variation
0	-q
1	+q

Le terme adaptatif se rapporte à la capacité d'adapter la quantification à la nature du signal vocal. Ainsi, le pas de quantification du signal varie en fonction de la nature du signal transmis, et chaque eb transmis a un poids différent en terme de quantum selon le nombre d'eb qui le précède.

eb	Variation
1 0	-q
0 1	+q
01 1	+2q
011 1	+3q

En outre, un algorithme permet de fixer les niveaux de référence et de restituer le signal de la voix avec une légère dégradation par rapport au code PCM non compressé.

Le tableau qui suit présente les différentes normes UIT et les techniques associées pour la compression vocale :

Norme	Compression	Débit
G 721 (G 726)	ADPCM	32kbit/s
G 722 (G 726)	~ADPCM	48 à 64kbit/s
G 723 (G 726)	~ADPCM	24kbit/s
G 728	LD CELP	16kbit/s
G 729	CS ACELP	8kbit/s

16.6.3 GSM

Compression RPE-LTP (Regular Pulse Excitation - Long Term Prédiction).

Le débit utile est pour les liaisons plein débit ou FR (Full Rate) est de *13 kbits/s* (en moyenne). 20 ms de signal analogique génère 260 e.b. (avant protection par codage de canal)

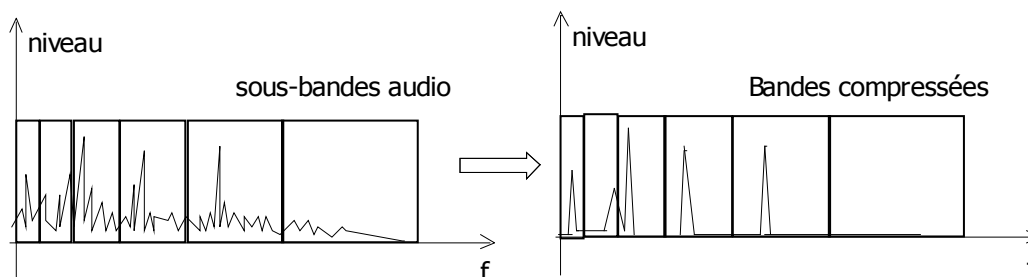
Des codeurs plus puissants, s'appuyant sur des algorithmes particuliers (ACELP - Algebraic Code Excited Linear Prediction ; VCELP – Vector Code Excited Linear Prediction) , permettent d'augmenter la qualité du signal ou de passer en liaison demi-débit.

Norme	Compression	Débit
GSM – EFR (Enhanced FR)	GSM (ACELP)	12.2kbit/s
GSM – FR (Full Rate)	GSM (RPE-LTP)	13kbit/s
GSM – HR (Half Rate)	GSM (VSELP)	5.6kbit/s

16.6.4 Les codes MP3 - Musicam

Utilisé pour compresser des signaux audio large bande (musique qualité hi-fi), ils trouvent une application pour la transmission du son sur Internet (MP3) et la compression de son pour MPEG2 (Musicam).

Le principe repose sur l'effet de masque de l'oreille humaine. Un son (fréquence pure) d'un certain niveau (en dB acoustiques) rend inaudible les fréquences adjacentes et d'un niveau plus faible (de 30 à 40 dB inférieures) : on ne codera tout simplement pas ces fréquences. On appauvrit ainsi considérablement le spectre tout en conservant l'illusion du son et en le comprimant efficacement. (Tout en gardant le label « numérique », gage de qualité irréprochable pour le consommateur).



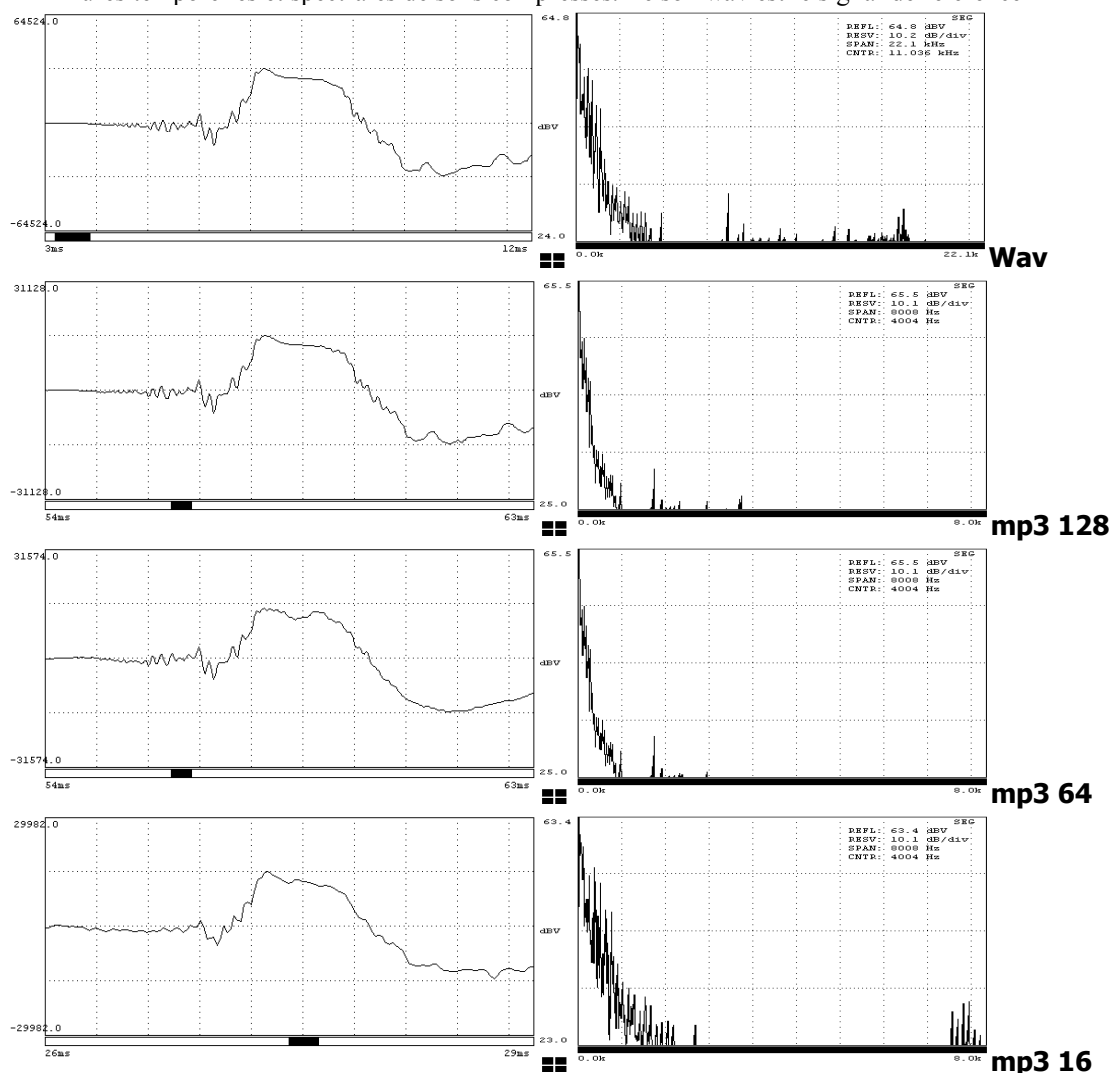
Le comportement de l'oreille est logarithmique pour les fréquences : les mêmes écarts de fréquences sont plus sensibles pour les fréquences basses que pour les fréquences élevées. L'effet de masque s'étend donc à des plages d'autant plus larges que la fréquence à quantifier est élevée.

Le masquage spectral s'accompagne d'un masquage temporel dont on peut faire l'expérience tous les jours, l'oreille ne réagissant pas instantanément aux variations brutales de niveau (supérieures à 40dB). Ainsi, on peut supprimer 2 à 3ms de son avant une impulsion (prémasquage) et jusqu'à 100ms après (postmasquage).

Les techniques mathématiques sont assimilables à la technique DCT qui permet de ne retenir qu'une information spectrale parmi plusieurs.

16.6.5 Exemples

Allures temporelles et spectrales de sons compressés. Le son wav est le signal de référence



16.6.6 Les codes AAC

L'advanced Audio Coding se veut le successeur du mp3. Intégré aux normes MPEG 4 (SD et HD) il offre une meilleure qualité pour des compressions améliorées.

	AAC	mp3
Fréquences d'échantillonnage	-> 96 kHz	-> 48 kHz
Spectre audio	>16kHz	<16kHz
Codage	VBR/CBR	VBR/CBR
Canaux	-> 48	-> 1
Compression	1/100	1/50

La famille AAC comprend de nombreuses variantes : LC (Low complexity), AAC+, HD-AAC,...

L'image originale qui suit a pour format 510x343 pixels codés sur 256 niveaux de gris

(§16.1.5) Intégration

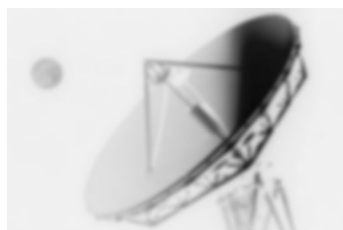


Image originelle (à gauche)

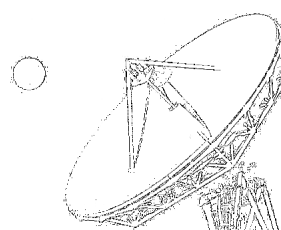


et image altérée intégrée par l'œil (à droite)

(§16.3.3) Ondelettes - DWT



Zones claires et foncées : filtrage passe-bas

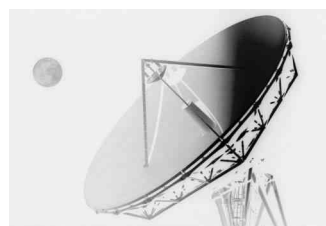


Tracé du contour : filtrage passe-haut

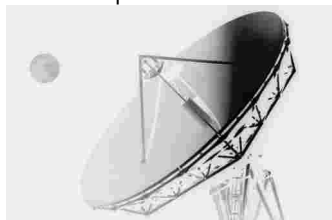
(§16.4.1) Code JPEG



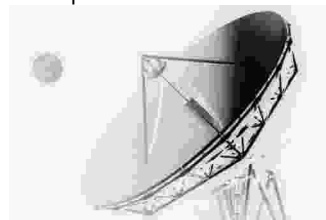
Non compressé 174930 octets



compressé JPEG 7692 octets

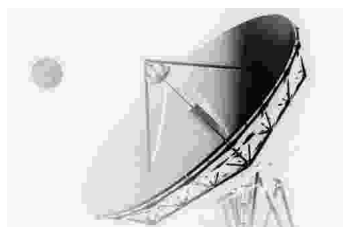


compressé JPEG 4809 octets

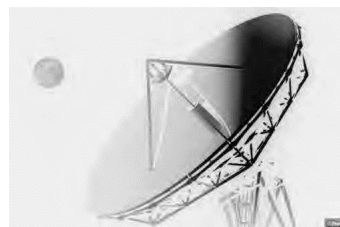


compressé JPEG 3794 octets

(§16.4.2) Code JPEG2000



Compressé JPEG 3794 octets



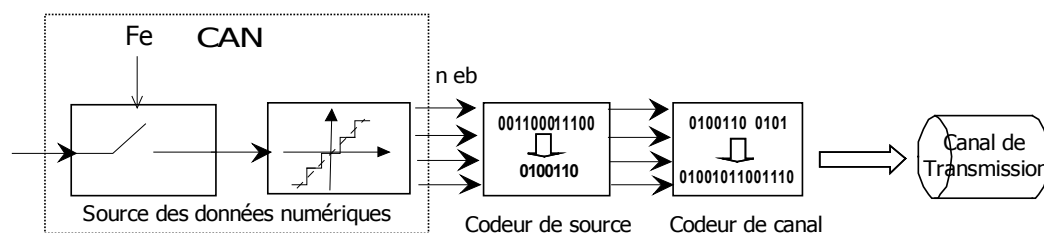
Compressé JPEG2000 3630 octets

17. Codage de canal

17.1 Introduction au codage de canal

17.1.1 Architecture

Le codage de canal a pour but la protection des données contre les erreurs de transmission pouvant se produire sur le canal de transmission. Il consiste à rajouter des e_b pour permettre le contrôle et éventuellement la correction des erreurs. Il est donc dans un sens antagoniste au code de source qui visait à enlever des e_b .



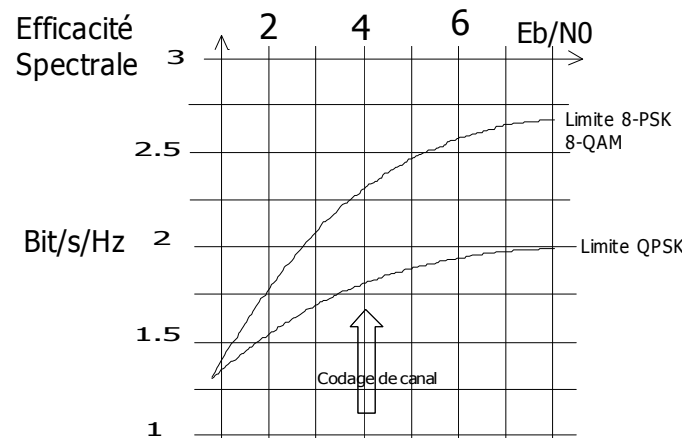
Il se place dans l'architecture système avant la modulation et l'adaptation au canal, donc en principe après le codage de source.

17.1.2 Capacité d'un canal

Claude Shannon a énoncé que théoriquement un canal de largeur B en Hz ne peut transporter qu'un débit limité d'information pour un rapport C/N (exprimé sans unité) donné. Mais il a dit également qu'en théorie il était possible de garantir ce débit sans aucune erreur. Il n'a pas dit comment.

$$C = B \cdot \log \left(1 + \frac{C}{N} \right) \text{ [bit/s]}$$

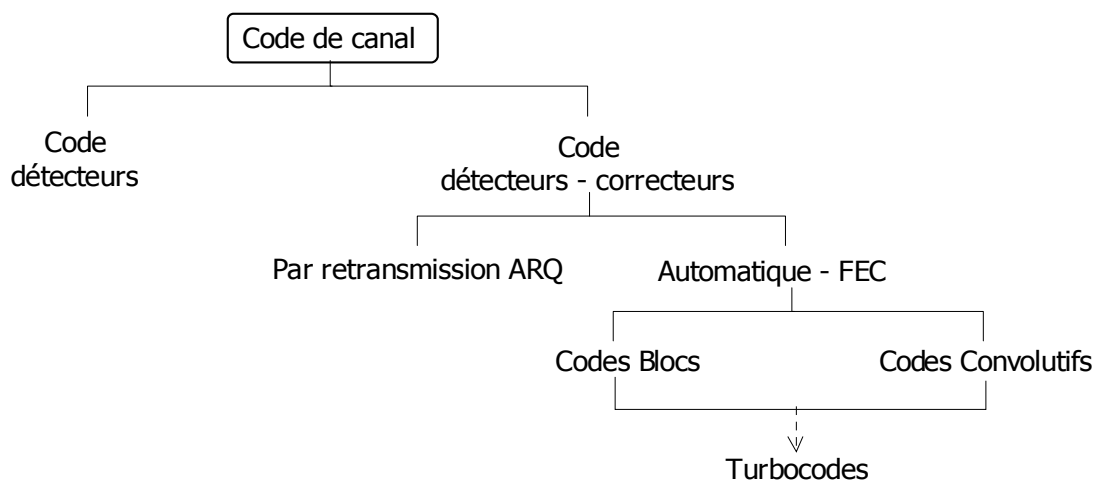
Les codes de canal permettent aujourd'hui d'atteindre cette limite.



17.1.3 Nature des codes

On distingue deux grands types de code :

- ♦ les codes détecteurs d'erreur. Dans ce cas, si on détecte une erreur, on peut réémettre le message. (redondance occasionnelle). Cela nécessite la mise en œuvre d'un protocole de niveau supérieur.
- ♦ les codes détecteurs et correcteurs d'erreurs.



On traitera ici des codes qui ne nécessitent pas un protocole de liaison ou technique procédurale (ARQ – Automatic Request Question) pour permettre la retransmission de paquets de données erronées car il ne s'agit plus alors de technique de codage autonome (FEC – Forward Error Correction) et permettant au décodeur de restituer seul le message initial. Les méthodes protocolaires seront vues au cours du cours consacré aux réseaux.

17.1.4 Rendement

Les codes de canal dits *automatiques* consistent à rajouter à l'information codée une partie contrôle ou «*redondance*» qui contiendra les éléments nécessaires à la détection et à la correction. Ce type de code est aussi qualifié de code FEC pour Forward Error Correction. La redondance est quantifiée par un paramètre appelé rendement du code noté ici η :

$$\eta = \frac{M}{N}$$

avec : M : nombre de bits d'information utile
 N : nombre de bits réellement transmis.

On a donc $\eta < 1$. En pratique, plus η est proche de 1, moins il y a de bits pour la correction et moins le code serait performant. On verra qu'il faut moduler cette remarque en fonction des techniques de codages utilisées.

Une conséquence directe du rendement est que la bande passante utile (c'est à dire réservée à l'utilisateur) diminue quand ce rendement tend vers 0. Il y a donc un compromis à trouver entre une capacité de correction élevée ($\eta \rightarrow 0$) et une bande passante élevée ($\eta \rightarrow 1$).

17.1.5 Classes de codes FEC

Il existe deux techniques classiques de codage de canal :

- ♦ le codage bloc,
- ♦ le codage convolutif.

On y ajoute deux nouvelles techniques plus récentes

- ♦ le turbo-codage
- ♦ le codage à parité faible densité

Les chapitres qui suivent donneront un aperçu des techniques mises en œuvre pour ces quatre classes de code.

Notons que le terme 'code' (english *code*) regroupe à la fois l'action de coder (english *encode*) et de décoder (english *decode*). Etudier un 'code' signifie donc également étudier les techniques de décodage associées, et pas seulement la technique « d'encodage ».

Nous définirons en fin de partie la notion fondamentale d'embrouillage qui vise à accroître encore les performances des codes.

17.2 Représentation polynomiale

17.2.1 Message binaire et polynômes

Un des principes du codage de canal s'appuie sur le calcul polynomial et les propriétés spécifiques des corps de polynômes (au sens mathématiques). Nous allons rappeler ici la notation polynomiale des messages binaires.

Soit un message binaire M d'un octet (8 éléments binaires) écrit ici avec bit de poids fort à gauche (MSB – Most Significant Bit) et bit de poids faible à droite (LSB – Least Significant Bit) :

$$M = 10011011$$

On peut l'écrire sous forme d'un polynôme de degré 7 ou le degré le plus élevé porte le bit de poids fort :

$$1.x^7 + 0.x^6 + 0.x^5 + 1.x^4 + 1.x^3 + 0.x^2 + 1.x^1 + 1.x^0 = x^7 + x^4 + x^3 + x^1 + 1$$

On va pouvoir ensuite effectuer des calculs sur ce polynôme. L'opération inverse, du polynôme au message binaire, est également valide.

17.2.2 Division euclidienne

Rappelons ici le principe de la division euclidienne d'un polynôme M par G . On démontre qu'il existe un couple unique de polynômes (Q, R) tel que

$$X^n.M = G.Q + R$$

avec $\text{degré}(R) < \text{degré}(G) = n$

La règle de calcul de base est ici

$$x'' + x'' = 0$$

pour tout n (entier)

Considérons par exemple le polynôme $G = 1 + x^2$. On calcule alors la division de $X^2 M$ par G :

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{c}
 \text{X}^2 \text{ M} \\
 \boxed{x^9 + x^6 + x^5 + x^3 + x^2} \\
 x^7 + x^6 + x^5 + x^3 + x^2 \\
 \hline
 x^6 + x^3 + x^2 \\
 x^4 + x^3 + x^2 \\
 \hline
 x^3 \\
 \boxed{x} \quad R
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 G \\
 \boxed{x^2 + 1} \\
 \hline
 \boxed{x^7 + x^5 + x^4 + x^2 + x} \quad Q
 \end{array}
 \end{array}$$

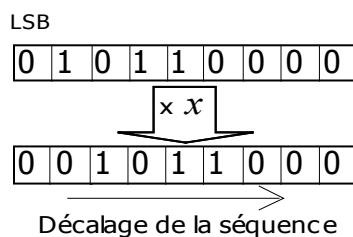
Le reste R de la division est de degré 1 strictement inférieur à celui de G (degré 2). $R = x + 0$, donc le reste binaire associé est 10 .

Notons que le message $X^2 M$ de degré 9 est représenté sur 10 eb : 1001101100 .

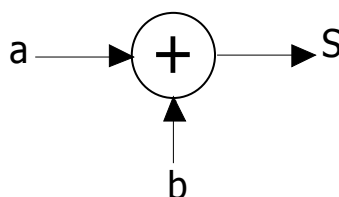
17.2.3 Mise en œuvre

Cette opération peut-être réaliser en utilisant des circuits électroniques à base de registre à décalage et de ou exclusif, afin d'obtenir des temps de traitements très supérieurs à un traitement logiciel. On résume ainsi les deux opérations de base :

- ♦ La multiplication par la variable x qui correspond à un décalage de la séquence binaire

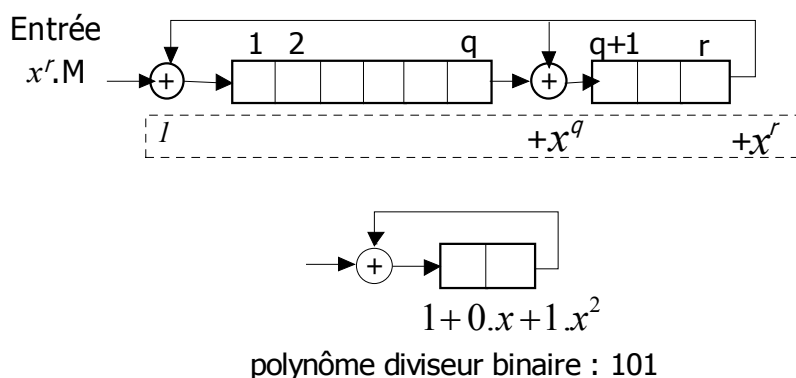


- ♦ L'addition modulo 2 qui correspond à une opération ou exclusif XOR.



a	b	S=a XOR b
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	0

On peut ainsi représenter la division d'un message $x^r.M(x)$ par $G = 1+x^2$ en utilisant la structure ci-dessous pour 8 coups d'horloge, donc le temps de faire défiler le message dans le codeur. Les deux registres contiendront à la fin de l'opération le reste de la division euclidienne.

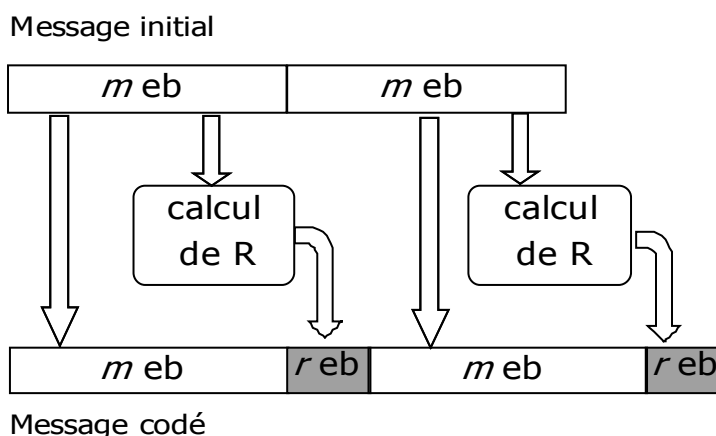


Cette figure permet en outre de montrer la représentation d'un polynôme, associée à une représentation binaire, sous forme d'un registre. Cela est réutilisé pour la génération de séquences pseudo-aléatoires (partie 17.9).

17.3 Codes Blocs

17.3.1 Principe du codage bloc

On considère un train binaire initial contenant l'information, éventuellement compressée par un code de source. On découpe alors ce message en blocs de longueur identique m . Alors, à une séquence M contenant m e.b. on rajoute une séquence de contrôle R de r e.b. On envoie alors MR , soit $(m + r)$ eb appelé aussi *mot de code*.



Un tel code porte une notation du type :

Code $m+r, m, (c)$

avec : *Code* : nom caractérisant le type de code (nom de l'inventeur en principe)
 $m+r$, nombre d'e.b. transmis
 m , nombre d'e.b. utiles appartenant au message initial.
 r , nombre d'eb de contrôle.
 c , (facultatif) représente le nombre d'eb (ou de symboles) pouvant être corrigé dans le bloc m

Certains codes répartissent les octets de correction à l'intérieur du bloc de données, pour accroître la résistance aux erreurs réparties.

17.3.2 Classes de codes blocs

On classe les codes blocs en plusieurs catégories selon leur technique ou leurs capacités de détection/correction.

- ♦ Les codes *linéaires* utilisent des transformations linéaires des eb du message pour calculer le bloc de correction. Ils peuvent être détaillé par des polynômes ou plus traditionnellement des matrices. Une des propriétés de ces codes est de travailler sur des mots (message M) de taille fixe. Ceci peut être un inconvénient pour les transmissions de données sur un réseau où les paquets sont de tailles variables.
- ♦ Les codes *polynomiaux* peuvent étendre le contrôle à des blocs de taille quelconque par la technique de la division euclidienne (§17.2.2). On utilise alors un polynôme générateur de référence pour effectuer le calcul.
- ♦ Les codes *cycliques* sont des codes linéaires à forte capacité de correction ; ils ont des propriétés quant à leur mots de codes (MR) qui sont tous des permutations circulaires les uns des autres. On retrouve le terme de CRC –Cyclic Redundancy Check – pour qualifier le bloc de correction.

17.3.3 Exemples de polynômes générateurs

En principe le calcul de R fait appel à une division euclidienne du message par un polynôme appelé *générateur* de degré r . La longueur du bloc de contrôle R est alors constante et vaut r eb. Ces polynômes générateurs sont déterminés pour leur capacités de détection ou de correction.

On donne ici quelques exemples de polynômes diviseurs qui sont utilisés pour le codage dans certains systèmes de télécoms.

Nom	Polynôme	r
ATM (HEC)	$x^8 + x^2 + x + 1$	8
CCITT V41	$x^{16} + x^{12} + x^5 + 1$	16
CRC16 (h8005+1)	$x^{16} + x^{15} + x^2 + 1$	16
CRC32 (hEDB88320+1)	$x^{32} + x^{31} + x^{30} + x^{28} + x^{27} + x^{25} + x^{24} + x^{22} + x^{21} + x^{20} + x^{16} + x^{10} + x^9 + x^6 + 1$	32
802	$x^{32} + x^{26} + x^{23} + x^{22} + x^{16} + x^{12} + x^{11} + x^{10} + x^8 + x^7 + x^5 + x^4 + x^2 + 1$	32
GSM (bits classe Ia)	$x^3 + x + 1$	3
RDS (Radio Data System)	$x^{10} + x^8 + x^7 + x^5 + x^4 + x^3 + 1$	10

17.3.4 Exemples de codes

Citons ici quelques noms de codes blocs polynomiaux cycliques courant en télécoms :

- ♦ les codes BCH (Bose, Chaudhuri, Hocquenghem)
- ♦ les codes de Hamming
- ♦ les codes RS - Reed-Solomon

Sans rentrer ici dans les détails de conception des codeurs et décodeurs (ce qui sera fait dans une prochaine édition), on peut signaler que les principales différences portent sur la nature du polynôme générateur utilisé dans les calculs.

Les codes BCH (Dont Hamming en est une forme particulière) ont une approche « bit » de la correction : ils utilisent des représentations binaires et des polynômes à coefficient 0 ou 1, tel que ceux qui ont été présentés dans la partie 4.2. Ils détectent et corrigent des bits simples. Ils sont retenus dans les normes DVB-T2 et DVB-S2 associés à des codes LDPC. Les polynômes sont de degrés 16 (ou 14 pour les trames courtes)

Les codes de Reed-Solomon ont eux une approche « octets » ou plus généralement « symboles » du calcul. Les polynômes sont à coefficients dans un corps de Gallois ce qui leur confère un pouvoir de correction très supérieur aux codes BCH. Un RS corrigera des octets (ou des symboles de q eb) entiers, donc jusqu'à 8 bits (ou q bits) erronés. Ils sont donc bien adaptés aux transmissions soumises aux erreurs en blocs, ou en rafales, ce qui est souvent le cas sur les réseaux câblés.

17.3.5 Les codes de Reed-solomon

Les codes classiques utilisent des représentations polynomiales à coefficients binaires, 0 ou 1, c'est à dire dans un corps de Gallois 2 éléments.

Un corps de Gallois à 4 éléments est caractérisé par les coefficients suivants :

Représentation binaire	Coefficient Gallois	polynôme
00	0	0
01	1	1
10	α	α
11	α^2	$1 + \alpha$

On étend ainsi les opérations sur les coefficients des polynômes pour les calculs de la division euclidienne. On donne ainsi également la taille du symbole de référence pour un code de Reed Solomon à $T=8$ pour des octets de 8 eb. Le corps de Gallois associé est donc à 64 éléments.

On désigne souvent dans les codes blocs Reed Solomon sous la forme

RS n,m,t

- ♦ n désigne la longueur totale en octet du paquet codé
- ♦ m la longueur en octet du bloc de données initiales
- ♦ $n-m=r$ taille en octet du bloc de contrôle
- ♦ et t le pouvoir correcteur en octet sur l'ensemble du bloc.

Le pouvoir de correction pour un Reed-Solomon est en principe égale à la taille du bloc de contrôle divisé par 2. Il s'agit du nombre maximal d'octets erronés pouvant être corrigés.

$$t=r/2$$

Le tableau ci-dessous donne les caractéristiques du codes de deux codes RS 255,239 utilisé en transmission TV numérique dans la norme DVB-S et protégeant les flux MPEG2, et RS 255,223 plus puissant en terme de capacité.

Reed Solomon	symbole	Bloc codé	message	contrôle	Correction
	T	n	m	r=m-n	r/2
RS	8 eb	255 octets	239 octets	16 octets	8 octets
RS	8 eb	255 octets	223 octets	32 octets	16 octets

Exemple de codage blocs : On fournit ci dessous un exemple de fichier encodé en RS 255,223. Le message est bien lisible ainsi que les blocs de corrections (surlignés ici en gras).

"Et un important inventeur français est mort voici presque six semaines, en Bretagne, dans une totale indifférence médiatique (et politique, d'ailleurs : aucun ministre ni sous-ministre ne s'en est non plus aperçu). Alors ? 'ZÁŮðàP+ PĚ4ŮŽL[-|)øÓ=)ŠfD=Ÿ Un complot des médias ? Une conspiration du silence, par exemple orchestrée par une école concurrente ? La vérité est certainement plus banale. Peut-être Alain Glavieux - on ose à peine l'écrire - n'avait-il tout simplement IiŮÚ"]Ÿi,„!(ze^{ky}Hb mÔ" F»'t jamais recherché la médiatisation. Peut-être n'avait-il jamais pris position dans ces débats (pour ou contre le port des insignes religieux ostensibles, pour ou contre l'homoparentalité), qui vous assurent un billet d'entlžâIüz°çĖv°;Ā;È~é[fç ĀŸD#-mneprée annuel dans les talk-shows. Il est certain que l'explication de ses travaux ne rendait pas vraiment les cerveaux disponibles.

Mais à quelque chose silence est bon : l'exploration de ce trou noir nous instruit, en creux8ŮŮæŸáCtwĀžž-"Źù?r;êi:Nq ,¼P», sur les critères des sujets médiatisables.

[-]

Ce silence ne nous parle pas seulement des turbocodes ou du journalisme scientifique. Il nous donne de mauvaises nouvelles sur le journalisme en général. Un système dans le5¶}ùKE,İŮ_|™«}ždĀø.wUµ† µĀŮ î=ŮEquel des kilomètres de colonnes, des heures d'antenne sont consacrés à des sujets sans intérêt mais excitants, et qui ignore les turbocodes, est un système malade." Libération - 6/11/2004

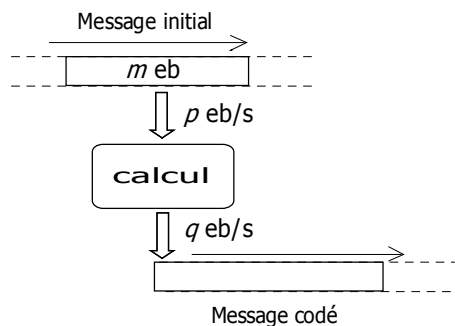
Ÿ

†@1)î%ó4÷hði0"Xcää"d(üþó%°,„Āû

17.4 Les codes convolutifs

17.4.1 Principe du code convolutif

les codes en treillis sont utilisés pour la TV numérique ou le système GSM entre autres.



Il s'agit d'un codage « à la volée » du message. A l'aide de registres à décalages et de portes OU exclusif qui constitue un bloc de logique combinatoire, on mélange le message à l'entrée par lui-même décalé. (cf TD)

La fenêtre de m eb va glisser d'eb en eb à l'entrée du codeur au rythme de p eb par seconde et le codeur va délivrer en sortie un message au rythme de q eb/s. Bien entendu la redondance introduite implique $q > p$.

On caractérise alors un code convolutif par deux grandeurs données dans son nom: Le *code* x,y a pour longueur de contrainte x et pour rendement y .

- ♦ **Longueur de contrainte** : nombre d'eb utilisés dans le registre du codeur (typiquement 3, 7..) équivalent au nombre de retard +1. Il s'agit dans notre exemple du bloc m considéré
- ♦ **Rendement** (<1) rapport du nombre d'eb en entrée du codeur avec le nombre d'eb en sortie (typiquement $1/2$ à $8/9$). Dans notre exemple $p/q < 1$.

Dans le cas où les bits du message ne sont pas présents dans le message codé, on parle de code *non-systématique*. Dans le cas où les bits du message sont concaténés en clair dans le message codé, à la manière d'un code bloc, le code est qualifié de *systématique*.

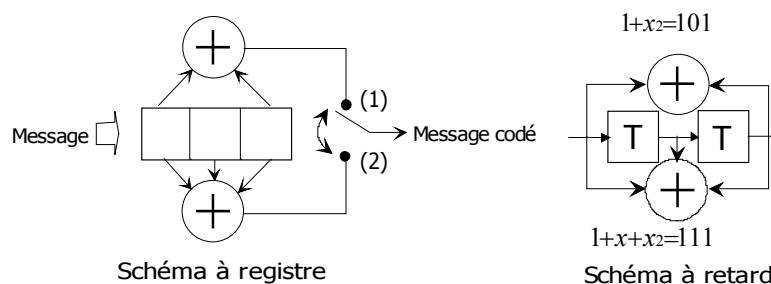
17.4.2 Codage en treillis

On présente un exemple de codeur convolutif de type **3, 1/2**. Il est associé aux deux polynômes générateurs suivants :

$$1 + x^2 = 101$$

$$1 + x + x^2 = 111$$

Pour chaque coup d'horloge, séparés d'une durée T , le signal progresse d'un eb dans le registre et en sortie deux eb sont délivrés (un pour chaque sortie d'addition).



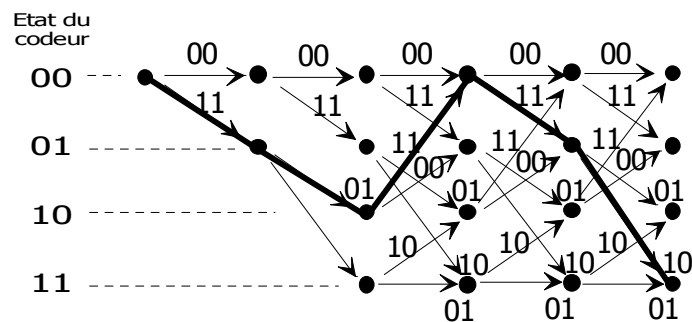
Pour des codes utilisés en TV numérique, le registre comporte 7 eb et le rendement est identique (1/2). Ce codeur peut se résumer par un treillis qui permet de suivre la sortie du codeur en fonction du message initial sans calcul. La règle est la suivante : à partir du point de départ

Pour un 1 en entrée, on prend la branche inférieure

Pour un 0 en entrée on prend la branche supérieure

On lit la sortie du codeur (2eb) sur la branche qui est prise.

Le tracé en gras indique ainsi le codage de la série 10011. Le mot de code est donc 110111110.



L'état du codeur indique la valeur des deux premiers eb du registre à décalage ; ou bien celles retenues dans les lignes à retard T du second schéma.

17.4.3 Décodage et algorithme de Viterbi

Pour la démodulation, il suffit de reprendre le même treillis et d'appliquer la règle opposée : on suit les deux eb donnés par la série codée, quand on prend la branche supérieure on sort un 0 et la branche inférieure on sort un 1.

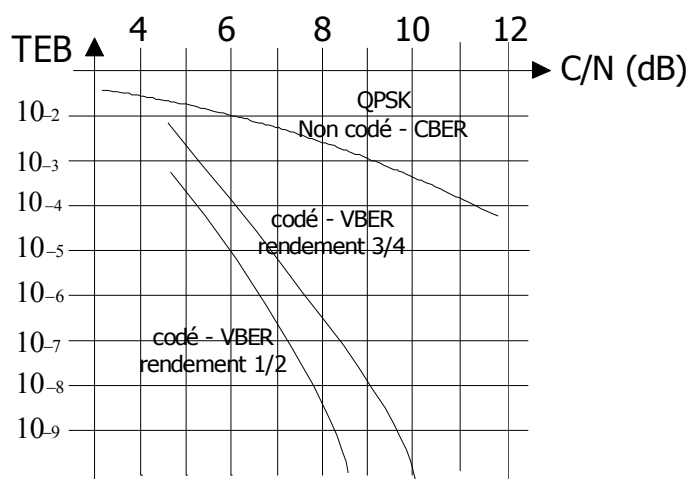
Le problème se pose lorsque une erreur intervient dans le train binaire. Si dans notre treillis le premier couple d'eb est 01 (le premier 1 est erroné et devient 0) alors *aucune de deux branches ne correspond* (00 ou 11). L'algorithme de Viterbi permet de suspendre la décision temporairement et de prendre les deux branches parallèlement. On emprunte ainsi de nombreux trajets possibles. On calcule ainsi la **distance de Hamming** entre les trajets empruntés dans le treillis et le signal reçu (la distance de Hamming est le nombre d'eb qui diffèrent entre les deux messages).

Les trajets décodés qui ressemblent le plus au code reçu, c'est à dire dont distance de Hamming la plus faible au bout d'un certain nombre de sauts, sont conservés, les autres sont écartés. L'algorithme qui effectue cette opération est appelé algorithme de Viterbi. Au final, le trajet le plus proche de celui reçu est retenu pour restituer le message décodé et corrigé.

17.4.4 CBER et VBER

On donne ainsi souvent deux taux d'erreurs binaires. Un TEB avant décodage (ou taux d'erreur Canal - Channel BER) et l'autre après décodage (Taux d'erreur Viterbi ou post Viterbi BER). En effet, on peut ainsi évaluer le nombre d'erreurs en entrée du treillis (train codé) avec la distance de hamming entre les deux trains (réels et estimés par le décodeur). Après application du décodage il peut rester un doute sur le trajet réel ce qui permet d'évaluer le taux d'erreurs en sortie. Le second est toujours meilleur que le premier. S'il y a trop d'erreurs en entrée, le décodeur décroche et la restitution de l'information initiale sera impossible.

Les courbes ci-dessus sont caractéristiques d'une liaison satellite numérique TV DVB.



17.5 Techniques de protections supplémentaires

17.5.1 Codes poinçonnés (Puncturing)

Les codes poinçonnés sont une variante appliquée aux codes convolutifs et aux turbocodes qui consiste à enlever régulièrement un eb (tous les 5 ou 6 par exemple) pour réduire le débit transmis tout en faisant confiance au pouvoir détecteur et correcteur du code pour restituer le train initial sans erreur.

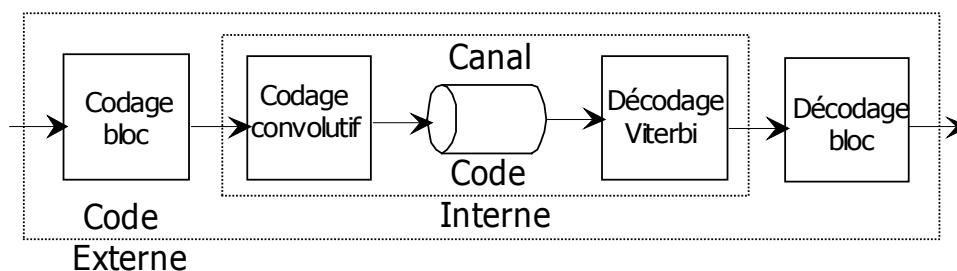
Train binaire	00110100110
Grille de poinçonnage	<u> X X X </u>
Train poinçonné	00_10_00_10
Train transmis	00100010

Il est ainsi préférable de choisir un code de rendement faible, puis de le poinçonner : on augmente ainsi artificiellement le rendement et la puissance du code permet, tout en connaissant la place des eb manquant, de les traiter comme des erreurs isolées facilement corrigibles.

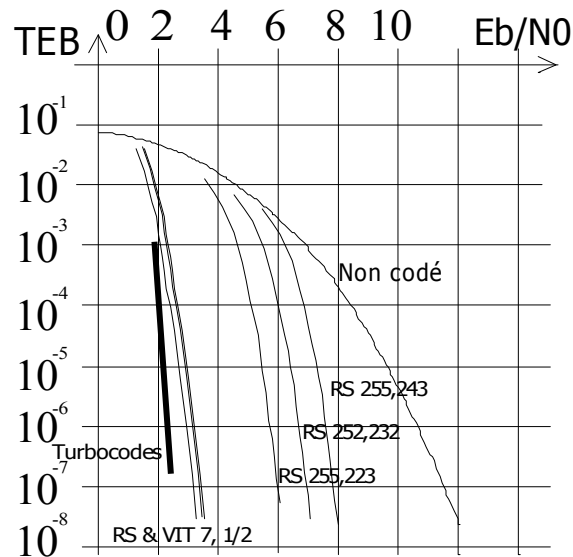
Cette technique de poinçonnage est au final plus pertinente que d'utiliser directement un code de rendement faible et non poinçonné.

17.5.2 Mise en cascade des codages de canal

Pour augmenter l'efficacité globale du codage de canal, on met en général en cascade un code bloc et un code convolutif. Le code d'entrée, bloc, est appelé « externe », le code de sortie, convolutif, est appelé « interne ».



On présente ci-dessous un exemple de courbe permettant d'évaluer les performances de tels codes.



On met ainsi en évidence le gain de codage réalisé par différents codes blocs (Reed Solomon) utilisés seuls puis par deux codes cascades (Reed Solomon et Viterbi 7, 1/2).

On constate que plus le nombre d'eb utilisé pour le bloc de protection est grand, plus fiable sera la transmission (pour E_b/N_0 donné) dans le cas où seul le code bloc est utilisé. En revanche si on cascade avec un code convolutif, la différence sur le nombre d'eb de correction du code bloc devient négligeable et le gain est dans les trois cas relativement important par rapport au code bloc seul.

Ces codes en cascade sont utilisés dans la plupart des systèmes de diffusion comme la TV numérique satellite...

Notons que l'utilisation d'un turbo code rend inutile cette technique : un seul code est nécessaire. De plus le rendement de l'ordre de 0,5 pour les codes concaténés vaut plus de 0,9 avec ces nouveaux codes. (partie 17.6)

17.5.3 Brassage – Embrouillage – Dispersion d'énergie

Tous ces termes se confondent, mais les objectifs visés peuvent se distinguer en plusieurs types :
Le premier consiste à mélanger les e.b. du message pour obtenir le maximum de transitions et asservir l'horloge. En effet, une suite ininterrompue d'eb identique risque, si le codage est simple, du type NRZ (cf partie suivante) de ne plus permettre la synchronisation de l'horloge du récepteur sur celle de l'émetteur : le risque est de compter trop ou pas assez d'eb dans le train démodulé.

Un autre but de l'embrouillage est de répartir les e.b. de façon à éviter les pics de puissance et de réaliser une dispersion d'énergie. Cela reste valable pour les techniques de modulations sur ondes porteuses.

17.5.4 Embrouilleurs - Scrambler

Les embrouilleurs ou brasseurs utilisent des générateurs de séquences pseudo aléatoires (SPA) qu'ils additionnent au signal binaire initial, ce dernier servant ou non au calcul de la séquence. Dans le cas où on utilise le signal d'information dans le calcul, on peut assimiler le dispositif à un codeur convolutif ; dans l'autre cas, à un cryptage.

Le point délicat pour ce genre de technique est la récupération du train initial qui impose une parfaite synchronisation entre la séquence reçue et le générateur de SPA. En effet, si le message émis est brouillé avant l'émission, il convient à la réception d'ajouter (XOR) le même mot pseudo aléatoire pour annuler le premier et restituer le train binaire initial.

Des procédés particuliers permettent de synchroniser le même générateur de séquences à la réception qu'à l'émission. Cette opération de synchronisation permet de caler le désembrouilleur sur la séquence émise. On peut ainsi distinguer les brouilleurs à synchronisation externe des embrouilleurs auto-synchronisables.

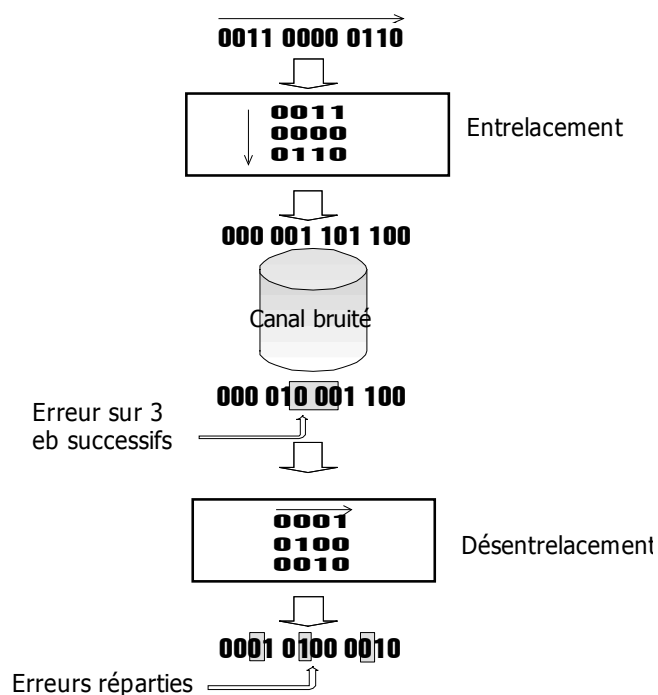
Elle peut se faire simplement (synchronisation externe) en émettant la séquence de sortie du SPA en claire, c'est à dire sans signal utile. Dans le cas d'un système auto-synchronisable, le message binaire utile est injecté directement dans le générateur de séquence pseudo-aléatoire (cf 4.8). La même opération à la réception permet la restitution de la séquence utile.

Retenons que les opérations de synchronisation externes sont plus complexes à réaliser, mais aussi plus sûres. Un des inconvénients des embrouilleurs autosynchronisables est de multiplier les erreurs de transmission dans le train désembrouillé.

17.5.5 Entrelacement

L'entrelacement a des propriétés différentes de celles décrites dans le paragraphe qui précède. En particulier les propriétés d'apparition de 0 et de 1 ne sont pas changées par l'entrelacement.

L'objet de cette technique est d'entrelacer différents blocs du message à transmettre pour répartir les erreurs de transmission. Le but est alors d'assurer une bonne protection contre les paquets d'erreurs. Cela accroît l'efficacité des codes correcteurs en transformant ces erreurs survenant en rafale (*burst errors*) en erreurs isolées qui sont beaucoup plus faciles à corriger.



17.5.6 Étalement de spectre (Spreading Spectrum)

L'étalement de spectre par séquence directe (ou pseudo-bruit) consiste à représenter un bit du message initial (0 ou 1) par une série d'une centaine de bits 0 et 1. Les séries représentant 0 et 1 étant très différentes (ou *décorrélées*), il est très facile de restituer les 0 et 1 du message initial, même si un nombre très important de bits du message transmis a été erroné.

Message initial	1	0
Message transmis	10010111010110	00111010110001
Message reçu	10XXX111X10X10 10101111110010	00XXX010X10X01 00000010010101
distance de Hamming avec le Message décodé \Rightarrow	5 <div>1</div>	7 0
		6 1
		5 <div>0</div>

Bien sûr le débit réel sera très supérieur au débit utile...

On renvoie au cours sur le CDMA – Section 3 – Partie 10.3.

17.6 Turbocodes

17.6.1 Historique

En 1992, deux enseignants chercheurs de l'ENST de Bretagne (Alain Glavieux et Claude Berroux) ont mis au point et développé l'algorithme d'un nouveau principe de codage de canal qu'ils ont baptisé *turbocode*, égard à sa puissance de correction très élevée et à sa structure particulière qui rappelle celle d'un moteur à turbocompresseur. Ils combinent les avantages des codes blocs et convolutifs :

- ♦ Un rendement élevé (Comme les codes blocs)
- ♦ Un pouvoir de correction d'erreurs très élevé, en erreurs rafales (blocs) ou diffusées (comme Viterbi)
- ♦ Un temps de calcul court.

Ces codes sont intégrés aux normes de systèmes télécom les plus récents (UMTS, DVB-RCS, Wimax...)

17.6.2 Famille des codes à fort pouvoir correcteur

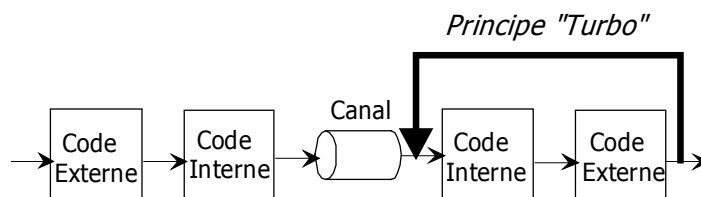
Cette découverte a relancé l'intérêt pour la recherche dans le domaine des codes correcteurs et d'autres familles sont venues compléter les techniques de turbocode.

- ♦ **TCC** : *Turbo code convolutionnel* – Approche historique reposant sur les codes convolutifs
- ♦ **TPC** : *Turbo Product Code* – Approche étendant la technique parallèle aux codes blocs
- ♦ **LDPC** : *Low Density Parity Check* – Approche de Gallager dans les années 1960.
« Concurrents » américains des turbocodes. (cf partie 17.7)

En terme de comparaison, les facteurs intervenant sont nombreux : efficacité du pouvoir de correction, rendement, efficacité spectrale, rapidité de correction et doivent être étudiés avec soin pour justifier l'emploi d'une technique plutôt que d'une autre.

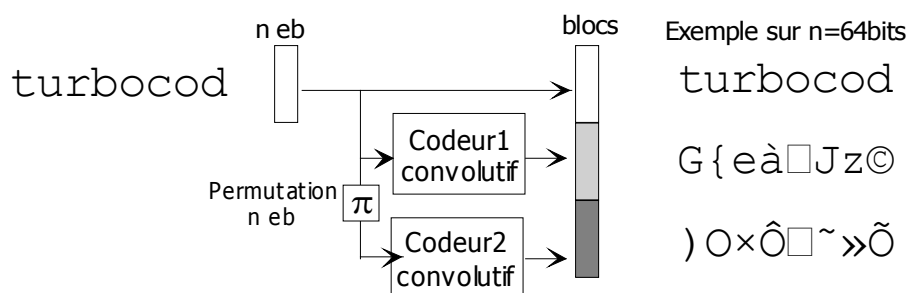
17.6.3 Principe du décodage 'turbo'

L'idée initiale est d'utiliser le décodeur de sortie du codage cascadié (code externe) pour renforcer le décodage du code interne. Cette rétroaction est avant tout un concept de l'électronique où elle garantit une stabilité des fonctions de transfert.



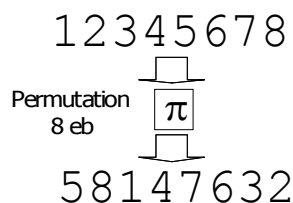
17.6.4 Structure du codeur

Pour le codeur, le principe conjugue la notion de code bloc, puisque le message est juxtaposé à un (ou plusieurs) mot de code, avec le codage convolutif qui est utilisé en parallèle. Le nombre de codeurs convolutifs, de 2 sur le schéma, peut être plus élevé si nécessaire.



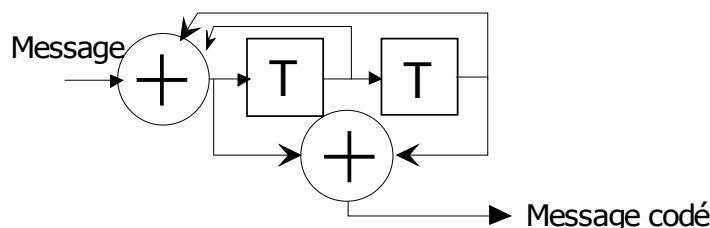
En pratique deux codes suffisent pour de très bons résultats. Un des intérêts de cette architecture parallèle est d'améliorer le rendement global du codage, sans aucun poinçonnage. En effet, le code parallèle aura un rendement de $1/3$ (1 bit de message en entrée et en sortie avec deux bits de codes). Si ces codes étaient placées en série, le rendement chuterait à $1/4$. Pour accroître le rendement global de $1/3$, on peut en plus utiliser la technique du poinçonnage décrit dans le paragraphe 17.5.1.

La permutation a un rôle assimilable à celui d'un embrouilleur. Le bloc de n bits est simplement mélangé pour renforcer la diversité et l'étalement. Plus la taille du bloc sera longue, meilleure sera la capacité de correction, au détriment du délai de transmission.



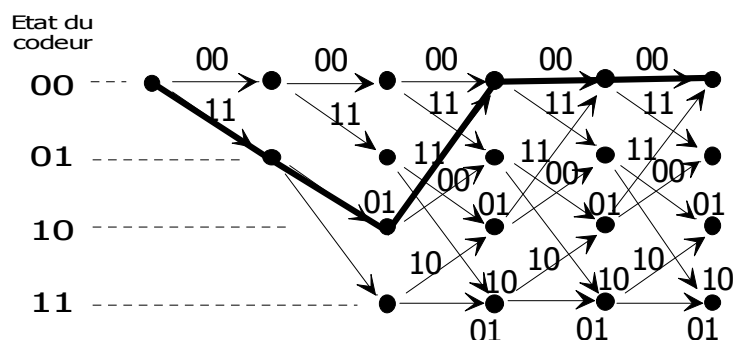
17.6.5 Distance minimal et codage récursif systématique

Le codeur détaillé §17.4.2 peut être utilisé ici pour les codeurs convolutifs, en ne prenant qu'une des deux sorties sur les deux. En pratique, on utilise un codeur convolutif qualifié de systématique (le bit d'entrée sera présent à la sortie) et récursif (la sortie est utilisée avec l'entrée du codeur).



La réponse impulsionnelle d'un codeur convolutif est la nature du train binaire de sortie avec un unique 1 présent en entrée. Le treillis de ce codeur est en fait identique à celui du § 17.4.2. Si on

parcourt ce treillis dans le cas du codeur non récursif, on comprend alors que nécessairement ce codeur non récursif se stabilisera sur la séquence nulle :



On notera également que dans ce cas cette réponse impulsionnelle donne la *distance libre* du codeur, c'est à dire le chemin le plus court et qui converge le plus rapidement avec la séquence toute nulle. Cette distance vaut ici 5 (cf tableau ci-dessous).

Dans le cas du codeur récursif, la rétroactivation déséquilibre le codeur qui génère alors une séquence pseudo aléatoire potentiellement illimitée en longueur :

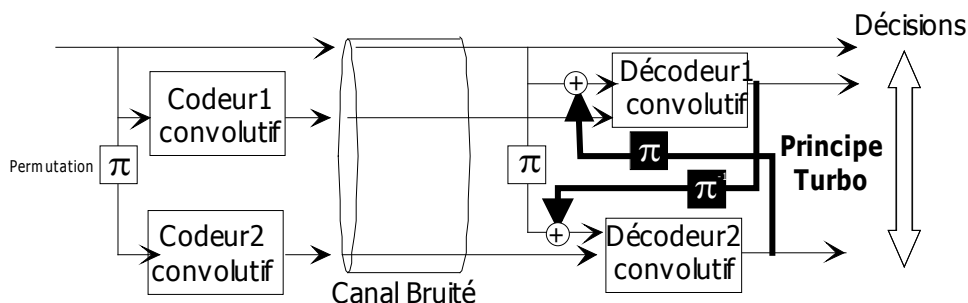
entrée	...010000...	distance Hamming
sortie codeur non récursif	...001101110000...	<6
sortie codeur récursif	...001101000101...	Illimitée (périodique)

Une conséquence est que pour converger à nouveau vers la séquence nulle, il est nécessaire d'introduire au moins un nouveau '1' en entrée du codeur récursif. Ici, la distance libre est identique (5) correspond au même chemin dans le treillis que précédemment mais à la troisième étape on ne reprendra la branche supérieure que si '1' est injecté à l'entrée.

17.6.5 Décodage

Le principe est similaire à celui du décodage de Viterbi, dans un treillis à branches multiples. Il y a cependant deux variantes importantes.

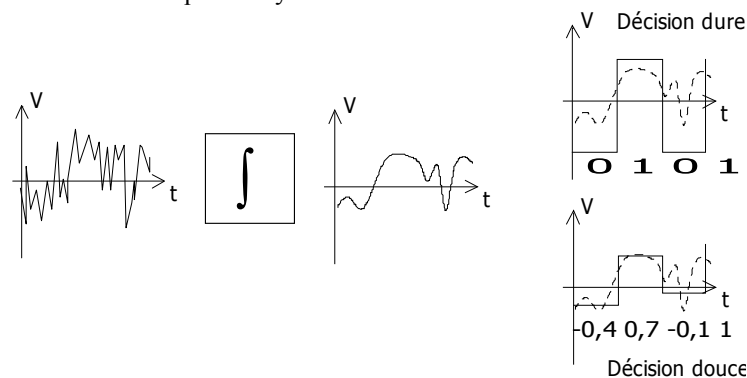
- ♦ La technique de *décision douce* (soft decision) est mise en œuvre dans les trajets empruntés dans les treillis.
- ♦ Le décodage n'est pas unique, puisque chaque codeur est associé à un décodeur convolutif. Les décodeurs fonctionnent en parallèle et l'innovation turbo est qu'ils comparent leur décision au fur et à mesure. Cette rétroaction permet un *décodage itératif*.



17.6.6 Soft Decision

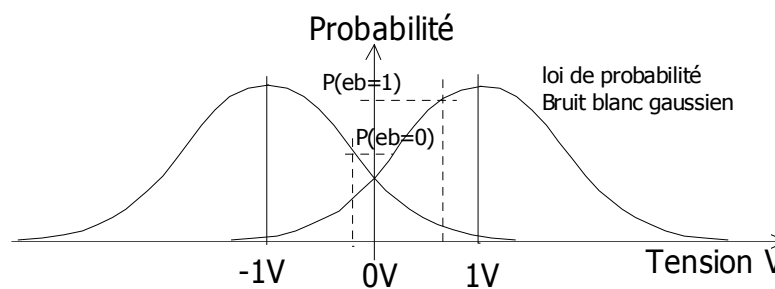
La *décision dure* (*hard décision*) est celle utilisée dans l'algorithme de Viterbi classique : on ne manipule que des eb 0 ou 1, c'est à dire que l'on travaille derrière un détecteur de seuil qui va

inévitablement augmenter l'erreur. La décision douce affecte chaque décision d'une forme de probabilité d'erreur. Le schéma qui suit symbolise cette différence



Sur l'exemple ci-dessus, le troisième eb '1' est sujet à caution : le risque d'erreur est important. En intégrant le signal sur la durée T, la valeur $-0,1V$ obtenue, proche de zéro, permet de garder en mémoire l'ambiguïté entre le $+1V$ (eb 1) et le $-1V$ (eb 0).

Ainsi en supposant le cas d'un simple code à répétition, et que ce troisième eb soit la répétition du second, en utilisant la décision dur, il y a détection d'une erreur mais impossibilité de déterminer la valeur initial de l'eb. En revanche, la décision douce nous permet de conclure que le choix $eb=1$ à $0,7V$ est plus probable que $eb=0$ à $-0,1V$. On déterminera non seulement la bonne valeur (1) mais aussi que pour l'instant du troisième eb le bruit a été élevé.



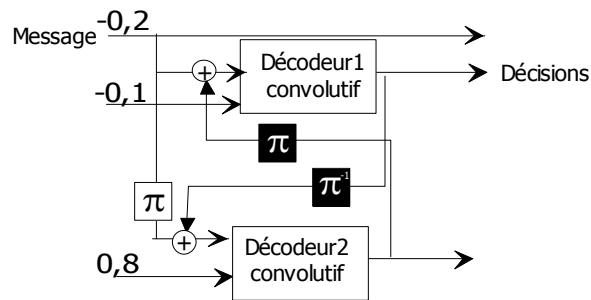
Au final, la décision douce substitue à la distance de hamming, la distance euclidienne en Volts entre Le trajet sans erreur et le trajet réel dans un treillis. On a ainsi une probabilité de pertinence des trajets correspondant aux écarts de tension, ce qui va permettre de lever certaines ambiguïtés, en particulier lors de la survenue d'erreurs en paquets.

17.6.8 Décodage probabiliste

Chaque bloc du message reçu est décodé séparément en utilisant une décision douce. Rappelons que le bruit n'affecte pas nécessairement les blocs de la même façon, en particulier grâce à la permutation et la diversité temporelle (blocs concaténés).

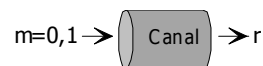
Cette notion de probabilité impose de déterminer le niveau du bruit blanc gaussien sur le canal E_b/N_0 (§4.7.4). Cette valeur servira à initialiser le décodeur pour la première itération. Elle sera modifiée lors des itérations suivantes en utilisant les résultats du second décodeur.

Pour pouvoir être utiliser ce calcul de probabilité les décodeurs doivent accepter une entrée soft (tension) et générer une sortie soft également. On les qualifie de SISO (Soft Input Soft Output).



Attention : cette approche est extrêmement simplifiée : le décodage fait appel à un algorithme de viterbi qui estime une sortie en tenant compte des eb précédents et suivant l'eb considéré.

Dans la pratique les valeurs de tension utilisées comme information extrinsèque, c'est à dire information apporté par le second codeur, sont pondérés sous forme logarithmique pour maximiser la probabilité : en effet les faibles valeurs (proches de zéro) sont peu fiables les valeurs fortes (proches de 1 Volt en valeur absolu) sont très fiables. Cette fiabilité est en relation directe avec la nature gaussienne du bruit blanc qui affecte ces valeurs de tension : on parle alors de Logarithme de Rapport de Vraisemblance (LRV) :



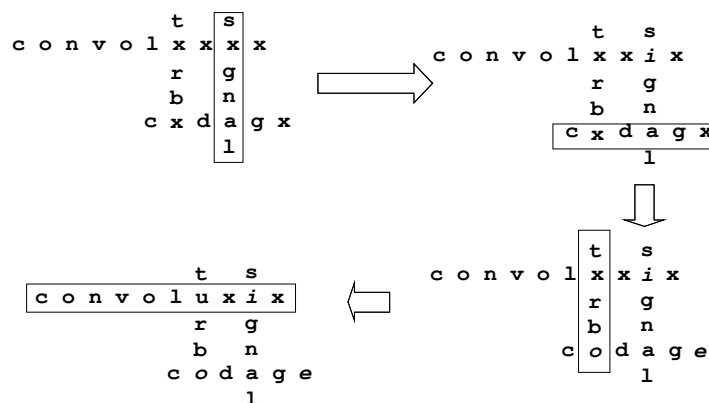
$$LRV = \ln \left(\frac{\text{prob}(m=0/r)}{\text{prob}(m=1/r)} \right)$$

Cette valeur va remplacer la probabilité associée au bruit blanc du canal. Les décodeurs convolutifs vont générer de nouveaux trajets dans les treillis et de nouvelles sorties qui seront utilisées comme information extrinsèque pour une seconde itération. Quand les deux décodeurs génèrent les mêmes éléments binaires, la convergence est atteinte et le décodage terminé.

L'esprit générale de cette méthode est de ne perdre aucun des éléments d'information reçu à travers un canal dont on estime le potentiel d'erreur.

17.6.7 Décodage itératif

Une particularité essentielle du décodage de ces codes est donc de pouvoir augmenter leur pouvoir correctif avec un nombre d'itérations supplémentaires. L'inconvénient est bien entendu la complexité des calculs et la durée induite par la répétition des itérations.



Principe du décodage itératif

Chaque nouvelle itération permettant de corriger des erreurs qui ne l'avaient pas été aux étapes précédentes, renforcer par la soft decision. On va pouvoir ainsi se rapprocher de manière asymptotique du message initial et sans erreur. Une décision pourra être prise quand les deux décodeurs convergeront vers le même résultat probable.

17.7 LDPC

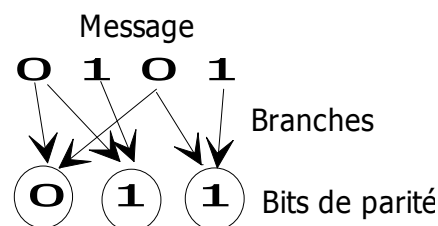
17.7.1 Historique

le principe du cadage LDPC (Low Densit Parity Check) est attribué à Gallager en 1962. Cette découverte est donc de 30 ans antérieurs aux turbo codes, mais à cette époque, les capacités de réalisation électronique rendait son exploitation inutilisable.

Suite à la découverte des turbo-codes et l'émulation dans la communauté du codage, ils furent redécouverts en 1995.

17.7.2 Code de parité

L'idée extrêmement simple est de réaliser une somme de parité sur les bits à transmettre, en choisissant judicieusement les éléments binaires à ajouter.



Ce calcul est associé à une matrice dont le choix est fondamental pour un bon rendement.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Le nombre de lignes correspond au nombre de bits de parités introduits.
- Le nombre de colonnes au nombre de bits du bloc message.

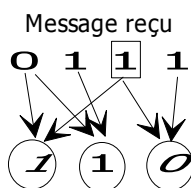
Pour chaque ligne l , le 1 indique la participation du bit du rang associé à la colonne au calcul du bit de parité l . Ici tous les bits participent une seule fois à un calcul (un seul 1 par colonne, et un 1 dans chaque colonne). En pratique moins de 1% des bits de la matrice sont à 1, ce qui explique le terme de 'faible densité' (Low Density). Le choix de la matrice est un élément capital dans les performances de ce code.

Le rendement du code se calcule avec : $c/(l+c)$

17.7.2 Décodage Itératif

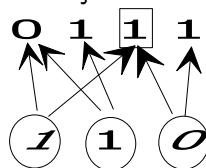
Le principe du décodage itératif déjà abordé au §17.6.7 est également mis en oeuvre pour les codes LDPC. Il existe plusieurs algorithmes de décodage. La résolution de l'ensemble des équations générées par la matrice demanderait beaucoup trop de calculs. Pour accélérer on utilise des techniques itératives qui permettent de converger rapidement vers une solution stable.

L'algorithme le plus courant est appelé à *propagation de croyance*. On procède d'abord à un calcul des bits de parité à partir du message, puis on compare les résultats avec ceux reçus.



Dans un second temps les bits de parité informent les bits du message de leur valeur supposée. En fonction du nombre de branches les bits du message estiment leur nouvelle valeur et on réitère le calcul. Le calcul de logarithme de rapport de vraisemblance associée à une approche soft decision permet de pondérer et de faire converger le décodage.

Le bit erroné reçoit deux signaux d'erreur

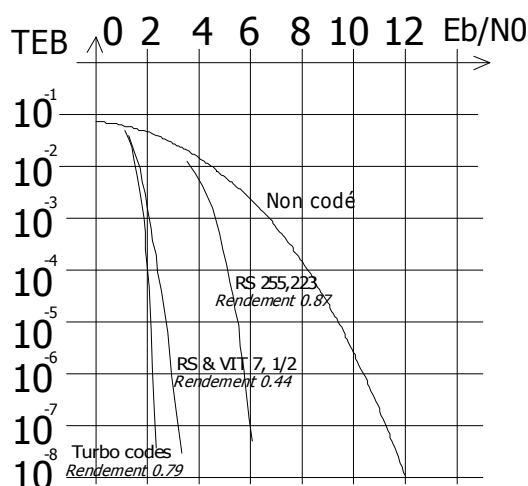


Dans notre exemple, le nombre de branche étant de 2, le pouvoir correctif sera limité car certains motifs recevant un signal d'erreur resteront indéterminés. La multiplication des branches permettra de décoder avec plus de capacité mais plus de complexité.

17.8 Gain de codage

17.8.1 Définition et comparaison

Toutes les opérations de codage décrites dans cette partie visent à réduire le nombre d'erreurs pour un rapport signal sur bruit donné. Nous verrons dans le paragraphe suivant les implications pratiques.



Le graphe du paragraphe 17.5.2 permet de lire que pour un C/N donné quel est le codage le plus performant, en principe celui dont la courbe est la plus à gauche. Réciproquement, pour un TEB donné, on lit quel codage nécessite le moins de puissance à l'émission.

On constate donc la qualité des turbocodes : n'oublions pas l'importance du rendement, qui doit être le plus proche de 1, et les temps de calcul processeurs imposés par l'algorithme de décodage.

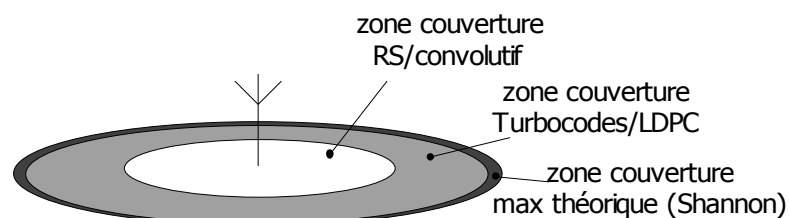
17.8.2 Compromis

L'intérêt du codage de canal et de toutes les autres techniques de protection est un gain de codage : à performance équivalente pour la qualité de la transmission (TEB constant), la puissance nécessaire (C/N) décroît. On verra que cela peut également se traduire par des conséquences technologiques fondamentales :

- ♦ Des puissances d'émission plus faible
- ♦ Des antennes plus petites
- ♦ Des consommations et des tailles d'équipement plus faibles (batteries).
- ♦ Une meilleure autonomie
- ♦ Une meilleure utilisation des moyens physiques des réseaux (amplificateurs, xDMA...)
- ♦ Un accroissement du nombre potentiel d'utilisateurs
- ♦ Une zone de couverture maximale

Doivent entrer en compte d'autres paramètres :

- ♦ Débit binaire utile et débit binaire réel (rendement)
- ♦ Largeur de bande utile (vitesse de modulation)
- ♦ Qualité du signal désirée
- ♦ Puissance de calcul des processeurs de signal

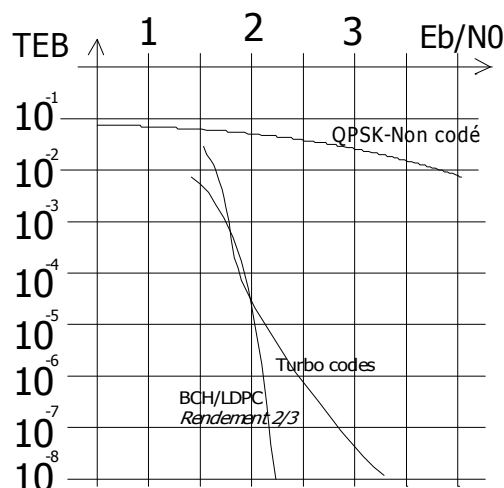


17.8.3 Evolution des performances

L'apparition des turbocodes et des nouvelles familles permet aujourd'hui de disposer de performances très avantageuses dans les systèmes les plus récents.

- ♦ Le Wimax et le DVB-RCS ont retenus les codes turbo.
- ♦ Le DVB-S2 (diffusion satellite TV HD) a retenu une concaténation de BCH (code blocs) avec le LDPC.

Ces nouvelles techniques ont mis en valeur des phénomènes spécifiques qui doivent être pris en compte dans le choix de ces codes. Les codes TPC sont victimes d'un '*error floor*', un seuil d'erreur, pour des rapports signaux sur bruit élevés, contrairement aux LDPC. Certaines versions (eTPC) permettent de corriger ce défaut. En revanche avec des temps de calculs plus important (nombre d'itérations) ils peuvent se révéler plus performants.



17.9 Séquences pseudo aléatoires

17.9.1 Représentation d'une séquence pseudo aléatoire

L'emploi de ces séquences en traitement du signal est très varié et très répandu ; citons l'étalement de spectre (DSSS), le cryptage, la synchronisation, l'embrouillage...

une SPA (séquence pseudo aléatoire) est une série équilibrée (balanced) de 0 et de 1, c'est à dire qu'elle contient autant de 0 que de 1. La caractéristique *aléatoire* signifie que ces 0 et 1 arrivent dans la séquence de façon équiprobable, équivalent à un tirage pile ou face. Le terme *pseudo* signifie qu'en réalité cette séquence n'est pas obtenue par tirage, mais par une fonction mathématique qui permet de reproduire la génération de la séquence autant de fois que l'on veut : on parle de séquence *déterministe*.

Il s'en suit en pratique que cette séquence est souvent périodique, et qu'elle se reproduit identique à elle-même au bout d'un certain temps.

On pourra la modéliser par une série d'eb :

$$\{a_k\}_{0 \leq k < N}$$

où les a_k seront soit 0 soit 1. Pour des raisons de représentations mathématiques on utilise des séries de -1, pour l'eb 1, et +1, pour l'eb 0 :

$$\{u_k\}_{0 \leq k < N} \text{ et } u_k = (-1)^{a_k}$$

Le caractère *équilibré* de la séquence est alors traduit par :

$$\sum_{0 \leq k < N} u_k = 0$$

17.9.2 Corrélations

On définit deux types de corrélation pour décrire les propriétés des séquences : l'autocorrélation et l'intercorrélation.

♦ La fonction d'*autocorrélation* d'une SPA est définie par :

$$R_u(n) = \sum_{0 \leq k < N} u_k u_{k+n}$$

Les caractéristiques d'une bonne séquence pseudo aléatoire sont

$$\begin{cases} R_u(0) = N \\ R_u(n \neq 0) = 0 \end{cases}$$

On parle de pic d'autocorrélation quand la valeur de la fonction est élevée (proche de N) comme lorsque les deux séquences corrélées sont synchrones ($n=0$) et de non-corrélation pour les autres cas. Cette propriété permet de repérer très précisément le début d'une séquence et de synchroniser le récepteur par rapport à l'émetteur.

♦ La fonction d'*intercorrélation* permet de comparer deux séquences différentes u_k et v_k .

$$R_{uv}(n) = \sum_{0 \leq k < N} u_k v_{k+n}$$

Elle permet de caractériser l'*orthogonalité* de deux séquences. Si la fonction R_{uv} est toute nulle alors les deux séquences sont orthogonales. Si la valeur de cette fonction est très inférieure à N, on dit que l'orthogonalité est bonne, et si la valeur est élevée, alors cette orthogonalité est pauvre. Deux séquences orthogonales pourront être distinguées aisément si on les ajoute, mais difficilement si cette orthogonalité est pauvre : il y aura un fort risque de confondre les deux séquences. On pourra se reporter au chapitre consacré à l'étude du CDMA et en particulier à la détection des codes pour plus de détails.

17.9.3 Exemples de séquences

Citons quelques exemples de séquences utilisées en télécommunication.

Les *m-séquences*, générées par un polynôme sont pseudo aléatoires avec une bonne autocorrélation.

Les *séquences de Gold*, avec une bonne intercorrélacion et une autocorrélacion correcte, générées à partir de plusieurs polynômes.

Les séquences de *Walsh-Hadamard*, qui présentent une très bonne orthogonalité mais une autocorrélacion pauvre. En outre ces séquences ne sont pas pseudo aléatoires. Les séquences qui suivent sont des exemples de séquences de Walsh-Hadamard.

```

10101010
11001100
10011001
11110000
10100101
11000011

```

Les séquences de *Barker* utilisées pour certaines séquences d'étalement, aussi appelées codes complémentaires (complementary code). Elles ne sont pas pseudo aléatoires mais ont des propriétés particulières d'auto et d'intercorrélacion.

Exemples de séquences à 8 bits et 11 bits :

```

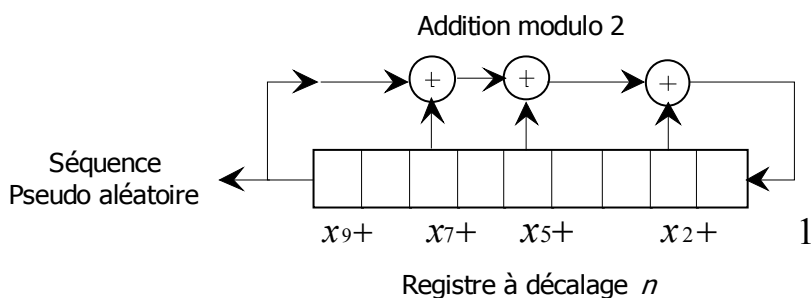
00011101
00010010

10110111000

```

17.9.4 Génération d'une SPA

Pour générer une séquence d'éléments binaires on utilise traditionnellement un registre à décalage plus ou moins long à partir duquel on effectue des calculs (additions binaires modulo 2, ou XOR) dont le résultat est appliqué par contre réaction à l'entrée du registre. Le signal en entrée (ou en sortie) constitue la séquence pseudo aléatoire



Ce registre peut être décrit en utilisant un polynôme, comme pour ceux mis en œuvre dans les codes convolutifs (§17.4.2). La longueur du registre est égale au degré du polynôme n .

Cette séquence est *pseudo* aléatoire car elle est en réalité périodique : elle se reproduit identique à elle-même au bout d'un certain temps lié à la longueur du registre à décalage.

Si le registre est initialisé avec tout à 0, alors la sortie sera toujours nulle. A l'inverse on montre que si au moins un *eb* 1 est injecté dans l'une des bascules, le registre prendra tous les états possibles sauf l'état tout à 0. Cette séquence ne sera pas obtenu pour tous les polynômes de degré n , mais seulement

pour une certaine classe d'entre eux appelés polynômes *primitifs*. La longueur de la séquence alors générée est maximale et vaut $2^n - 1$.

Si le registre est piloté par une horloge de période T , la durée de la séquence est donc $(2^n - 1)T$. Dans le tableau suivant quelques exemples de polynômes primitifs.

Degré	Polynôme	Longueur séquence
3	$x^3 + x^2 + 1$	7
4	$x^4 + x^3 + 1$	15
5	$x^5 + x^3 + 1$ $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$ $x^5 + x^4 + x^3 + x + 1$	31
6	$x^6 + x^5 + 1$	63
7	$x^7 + x^6 + 1$	127
8	$x^8 + x^7 + x^6 + x + 1$	255
9	$x^9 + x^5 + 1$	511
18	$x^{18} + x^{11} + 1$ $x^{18} + x^{16} + x^9 + x^3 + 1$ $x^{18} + x^{17} + x^{16} + x^{15} + x^{14} + x^{13} + x^{12} + x^2 + 1$	262145

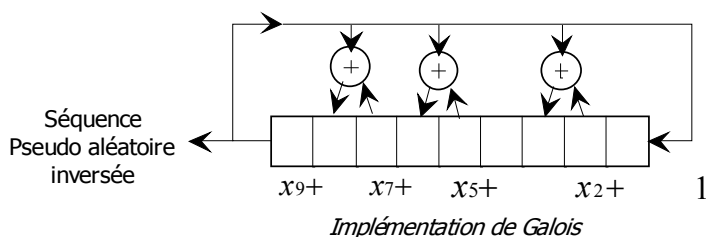
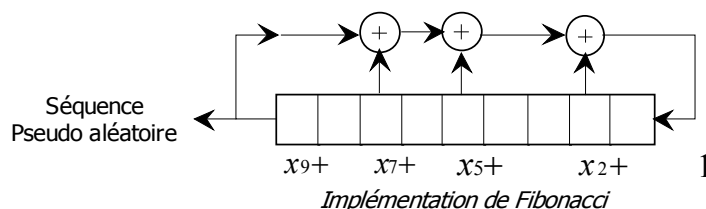
On appelle graine ou *seed* la séquence binaire utilisée pour initialiser le registre. La modification de cette graine aura pour effet de décaler la séquence générée, mais pas de modifier sa nature, c'est à dire l'ordre de génération de eb.

17.9.5 Implémentations des générateurs LSFR

Signalons l'existence de deux types de générateurs à base de registres aussi qualifiés de LSFR (Linear Feedback Shift Register).

- ♦ L'implémentation à contre réaction simple dite de Fibonacci.
- ♦ L'implémentation à contre-réactions internes multiples dites de Galois.

L'intérêt de ces deux implémentations est, outre les recherches dans ces domaines avec l'utilisation de registres multiples, la possibilité de générer la séquence dans des sens inverses, ce qui est utiles pour la corrélation de deux séquences.



18. Codage en bande de base

18.1 Généralités

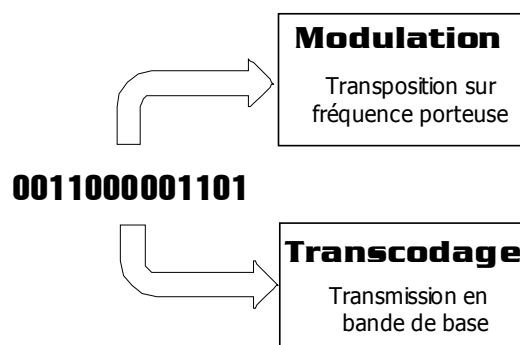
Une information numérique est une suite rythmée de nombres entiers qui peuvent représenter:

- ♦ les valeurs échantillonnées et quantifiées d'un signal analogique.
- ♦ des données, caractères, symboles... représentées par un nombre.

Ces nombres sont en général écrits en binaire, soient les niveaux logiques 0 ou 1. Une notion essentielle apparaît alors: le débit binaire de l'information qui est exprimé en bits/s. Il vient ensuite le problème de la **représentation** de ces éléments binaires

Une information numérique peut-être en effet transmise à distance de deux manières différentes:

- transmission par modulation d'une porteuse car la modulation a pour effet de transposer le spectre du signal autour de la fréquence porteuse f_0 . Elle permet de s'adapter à la bande passante du canal (bande passante étroite : transmission radioélectriques par exemple).
- transmission numérique en bande de base, où le signal est de type logique (2 ou 3 niveaux) et où l'information est contenue dans les niveaux. Son spectre a une très grande largeur de bande relative (s'étend essentiellement de la fréquence 0 à F_h , fréquence de l'horloge). On envoie le signal tel qu'il est sur la ligne sans transposition de fréquence. C'est le cas des signaux sur les supports filaires : réseaux informatiques, modems, téléphonie, fibre optique.



Cette partie concerne l'étude du **transcodage**. (la modulation numérique traite le premier cas)

18.2 Aspects mathématiques

18.2.1 Description d'une série binaire

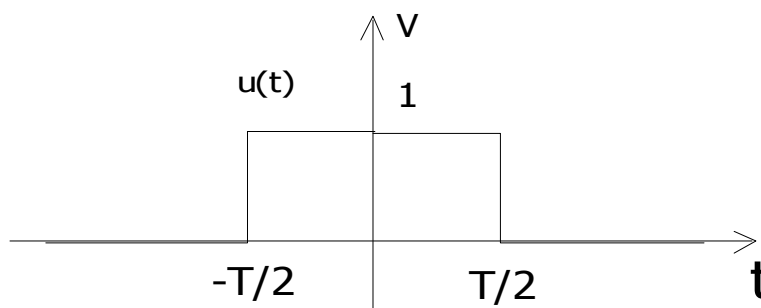
Considérons une série d'éléments binaires 0 ou 1.

$$\{a_k\}_{0 \leq k < N}$$

En utilisant la notation du peigne de Dirac introduite dans la section 2 on peut alors exprimer la série temporelle par :

$$a_d(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \delta(t - kT) a_k$$

Cette expression est discrète et elle ne retourne la valeur de l'eb que pour des instants précis kT . Afin d'utiliser une représentation temporelle sur l'ensemble de la durée du moment alors on convolue avec une forme temporelle $u(t)$.



$$a(t) = \left(\sum_{k=0}^{N-1} \delta(t - kT) a_k \right) * u(t)$$

18.2.2 Densité spectrale de puissance

La transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation de ce signal donne la densité spectrale de puissance (Section 1 - §2.6.2 et §2.6.3) qui s'exprime:

$$\Gamma(f) = \mathfrak{T}[\langle a(t); a(t) \rangle]$$

Soit en appliquant le théorème de Plancherel :

$$\Gamma(f) = \mathfrak{T} \left(\sum_{k=0}^{N-1} \delta(t - kT) a_k \right) \mathfrak{T}(u(t))$$

La première partie est appelée facteur de mode, elle dépend de la loi d'apparition des eb 0 ou 1 et de leur représentation polaire. Le second terme est la transformée de Fourier du signal élémentaire de base.

18.2.3 Facteur de mode

Le facteur de mode exploite trois représentations polaires résumés dans le tableau suivant :

élément binaire	unipolaire	Antipolaire	AMI
« 0 »	0	-1	0
« 1 »	+1	+1	+1 / -1

La polarité peut être assimilée dans un premier temps au signe que prendra la tension physique pour représenter l'élément binaire 0 ou 1. En AMI – Alternated Mark Inversion – la polarité de l'eb 1 est alternativement +1 ou -1.

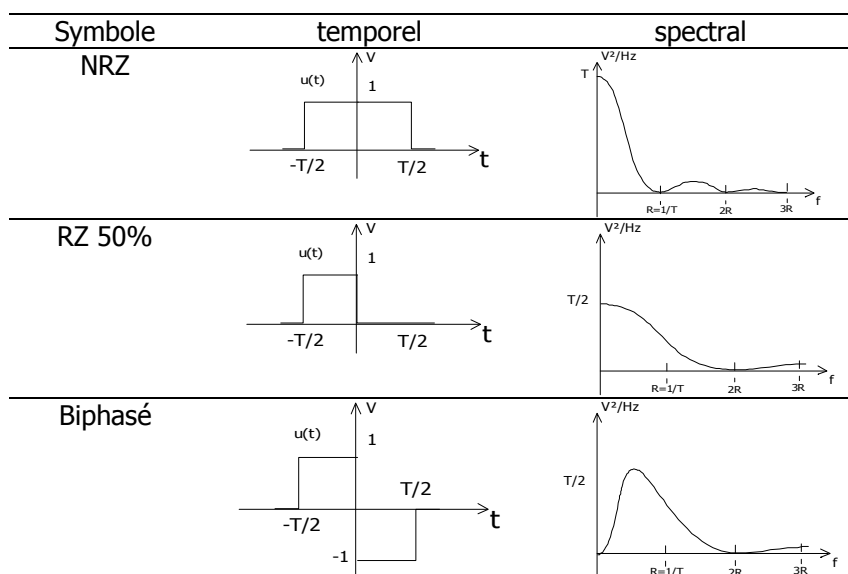
$$\mathfrak{Z}\left(\sum_{k=0}^{N-1} \delta(t - kT) a_k\right)$$

le terme a_k prendra les valeurs du tableau selon la polarité utilisée. La transformée de Fourier de ces modes présentent des propriétés différentes qui seront valables tant que les apparitions de 0 et de 1 sont équiprobables :

- ♦ Le mode unipolaire a une densité spectrale de puissance uniforme et présente des raies tous les k/T .
- ♦ Le mode antipolaire a une densité spectrale de puissance uniforme sans raies, similaire a un bruit blanc
- ♦ Le mode AMI a une densité spectrale non uniforme qui présente des valeurs d'annulation tous les k/T .

18.2.4 Symbole élémentaire de base

Les formes de $u(t)$ peuvent être très variables, et peuvent correspondre à un filtrage de la porte carrée, qui est la forme élémentaire de base la plus utilisée. Le tableau qui suit représente trois symboles courants.



18.2.5 Combinaisons

Tout signal réel sera la combinaison d'un mode et d'un symbole de base. L'allure de la densité spectrale de ces signaux sera le produit des deux.

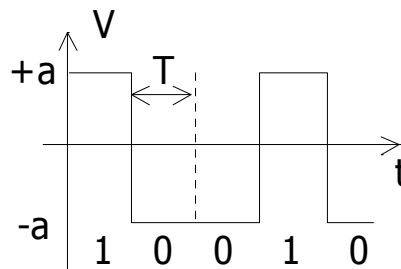
18.3 Codage NRZ - antipolaire

18.3.1 Aspect temporel

Une série d'eb est représentée le plus simplement et de manière courante par une succession de deux niveaux de tensions. On souligne que le nom exact de ce code est NRZ antipolaire.

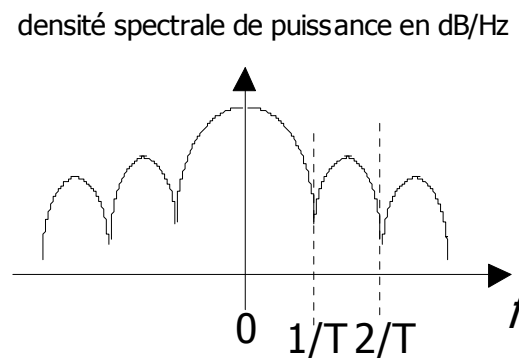
Pour un 0 on a un niveau de tension positif $+a$
 Pour un 1 on a le niveau de tension opposé $-a$

T est appelé durée du symbole. $1/T$ exprime donc ici le débit de bit/s (et d'eb/s)



18.3.2 Aspect spectral

Le signal binaire étant aléatoire, on montre en utilisant la transformée de Fourier et les propriétés statistiques d'apparitions de eb que le spectre est le suivant :



L'équation de la densité spectrale de puissance est alors

$$\Gamma(f) = \frac{a^2}{Z} T \left(\frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T} \right)^2 \text{ en } W / Hz$$

Ces éléments ont déjà été traités dans la partie signaux et bruit du fascicule précédent.

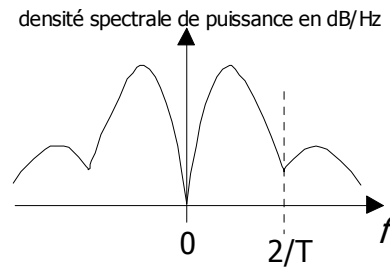
18.3.3 Conséquences

A la lumière des paragraphes précédents, on notera les points capitaux qui caractérisent ces codages en bande de base :

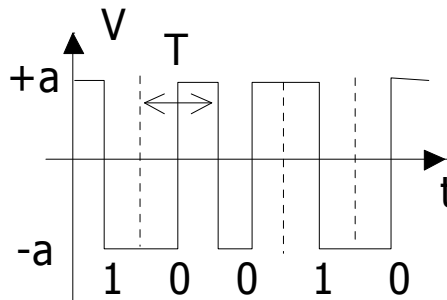
- ♦ La bande spectrale occupée est en théorie infinie. Le lobe à $1/T$ contient 90% de la puissance. Un filtrage de Nyquist à $1/2T$ est possible pour réduire l'occupation du spectre.
- ♦ La présence d'énergie à la fréquence 0 signifie physiquement la présence de courant continu dans la ligne de transmission. La présence de transformateurs d'adaptation et la consommation par effet Joule exigeront de tenter de supprimer ces fréquences très basses.

18.4 Autres exemples de Codages

18.4.1 Codage Manchester



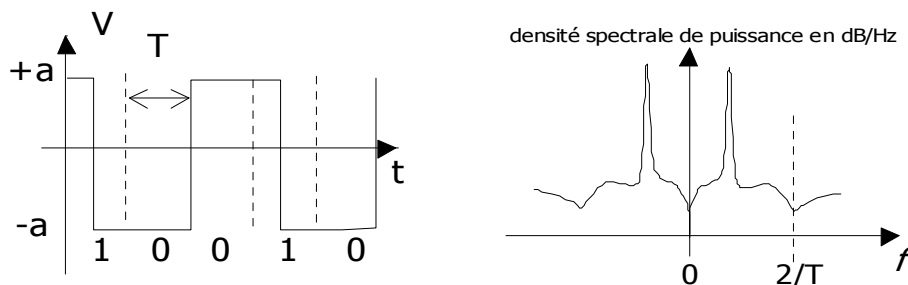
On peut le désigner par codage biphasé antipolaire. On notera également la présence d'une version différentielle de ce code. La norme ETHERNET sur bus coaxial utilise ce type de codage.



Le lobe s'élargit, par rapport au code NRZ, mais il n'y a plus de signal en bande basse.

18.4.2 Codage de Miller – DM - CMI

Tous ces noms désignent un code particulier et utilisé couramment (DM= delay modulation ; CMI=Coded Mark Inversion). C'est un code appartenant à la classe des codes à mémoire, puisque le choix de la polarité dépend des bits qui précèdent. On le réalise en divisant par deux un code de Manchester. C'est à dire qu'on ne réalise une transition que sur un front haut (par exemple) du code Manchester. On peut aussi expliquer ainsi le code :



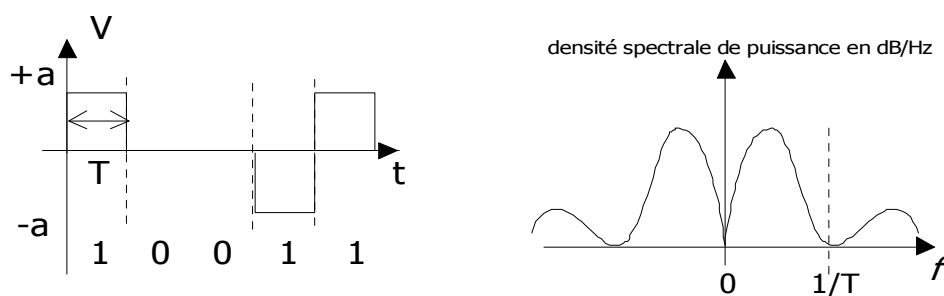
Pour un 1, transition Au milieu d'un bit

Pour un 0, Pas de transition au milieu mais entre deux 0 consécutifs.

Le spectre présente une raie de forte amplitude pour $f=0,4/T$.

18.4.3 Mode AMI

Le mode AMI transmet pour chaque 1, alternativement un symbole positif ou un symbole négatif ; Pour un Zéro rien n'est transmis.

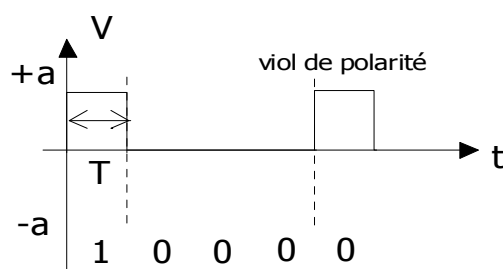


Ce mode est aussi qualifié de mode à mémoire car le choix de la polarité du symbole à transmettre dépend du dernier 1 transmis (et pas seulement du dernier symbole transmis).

18.4.4 Mode HDB3

Le mode précédent présente un risque important de perte de synchronisation en cas de transmission de longues suites de 0 impossibles à interdire lors de l'insertion directe d'un flux. Pour éviter ce risque, on décide d'interdire le codage de plus de 3 zéros par un zéro Volts. Le quatrième sera représenté par un symbole. Ce mode s'appelle Haute Densité Bipolaire 3. La question est alors comment distinguer ce symbole d'un bit 1 ?

Pour cela on transmet un symbole violant la polarité attendue pour un 1, comme sur le schéma qui suit :



Le problème alors est de ne pas transmettre trop de polarité identique ce qui provoquerait une valeur moyenne de tension du signal non nulle. On met alors en œuvre un système de bourrage chargé de restituer l'équilibre. On peut alors donner les règles suivantes de transmission de 4 zéros :

Somme des Polarités depuis le début	Polarité du dernier 1/viol	Codage de 0000
0	1	0001
	-1	000-1
1	1	-100-1
-1	-1	1001

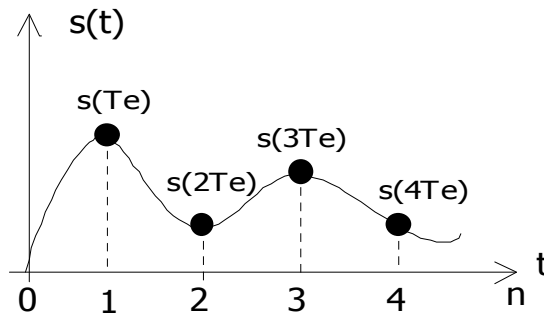
19. Traitement Numérique du Signal

19.1 Transformée en z

19.1.1 Définition

Considérons un signal physique $s(t)$, en principe une tension électrique. Ce signal est échantillonné à la fréquence $f_e = 1/T_e$. A partir de l'instant $t=0$. On obtient donc une série de valeurs $\{s_n\}$, résultats de l'opération :

$$s_n = s(nT_e) \quad n \geq 0$$



On génère ainsi un nouveau signal à partir de cette suite et noté en utilisant la fonctions de Dirac :

$$\hat{s}(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} s(nT_e) \cdot \delta(t - nT_e)$$

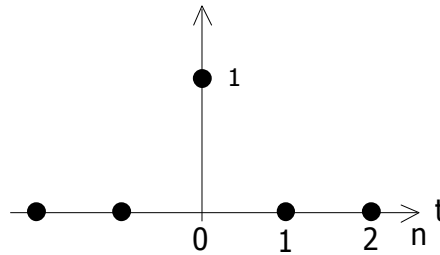
Cette fonction prend donc la valeur $s(nT_e)$ pour $t=nT_e$. A partir de la suite $\{s_n\}$ on définit la série appelée développement en z de $\{s_n\}$ et s'exprime :

$$\boxed{Z\{s_n\} = \sum_{n=0}^{+\infty} s_n \cdot z^{-n}} \quad [1]$$

où z est un nombre complexe. Mathématiquement, l'existence de cette intégrale ne va pas de soi. Des études de convergence sont nécessaires. Néanmoins, notre approche physique nous permet d'assurer que le signal est limité dans le temps et donc que la série converge nécessairement.

19.1.2 Cas du Dirac

La fonction de Dirac d'échantillonne en une suite $\{\delta_n\}$ tous nulle sauf δ_0 valant 1.

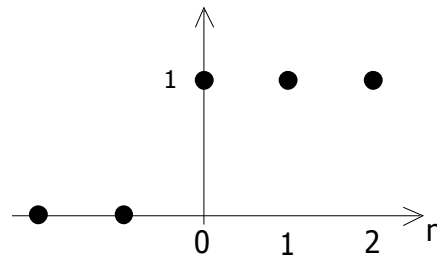


On montre alors simplement que la transformée en z de ce Dirac vaut 1.

$$\boxed{Z\{\delta_n\} = 1}$$

19.1.3 Cas de la fonction échelon

la fonction échelon $u(t)$, déjà présentée dans le fascicule analyse temps-fréquence, peut se représenter par :



on alors pour l'expression de sa transformée en z :

$$Z\{u_n\} = \sum_{n=0}^{+\infty} u_n \cdot z^{-n} = \sum_{n=0}^{+\infty} z^{-n}$$

C'est donc la somme d'une série géométrique de raison $1/z$ dont le calcul donne simplement :

$$\boxed{Z\{u_n\} = \frac{z}{z-1}}$$

19.1.4 Commentaires : relation avec la TF

Venons-en à quelques remarques d'ordre générale pour expliquer le but de cette opération de *transformée en z* .

L'idée essentielle est d'étendre ce qui a été vu pour un signal physique $s(t)$, tension continue variable en fonction du temps, à sa représentation échantillonnée $\hat{s}(t)$. En particulier, existe-t-il un outil mathématique équivalent à la transformée de Fourier ? C'est à dire un outil permettant de travailler simplement sur le signal échantillonné. La transformée en z donne la possibilité d'un travail théorique poussé.

Ainsi on peut évoquer la TF de $\hat{s}(t)$:

$$\hat{S}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{s}(t) e^{-j2\pi f t} dt$$

on obtient donc la série suivante, en utilisant la propriété intégrale du Dirac :

$$\hat{S}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{n=0}^{+\infty} s(nT_e) \cdot \delta(t - nT_e) e^{-j2\pi ft} dt = \sum_{n=0}^{+\infty} s(nT_e) \cdot e^{-j2\pi fnT_e}$$

Cette relation est donc bien de la forme de la transformée en z , avec z le nombre complexe

$$z = e^{-j2\pi fT_e} :$$

$$\boxed{\hat{S}(f) = \sum_{n=0}^{+\infty} s(nT_e) \cdot z^{-n}}$$

Cette relation permet de faire le lien entre transformée de Fourier et transformée en z donnée dans la relation [1]. Elle montre également que dans son approche mathématique, la transformée en z est beaucoup plus générale et donc plus puissante que pour la TF. Elle s'apparente en réalité à la transformée en p utilisée en électronique.

19.1.5 Théorème du retard

Si on considère une suite $\{s_n\}$, sa transformée en z se note :

$$Z\{s_n\} = \sum_{n=0}^{+\infty} s_n \cdot z^{-n}$$

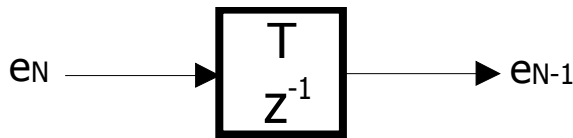
Si on impose un retard égale à T , durée séparant deux échantillons, alors la série retardée $\{s'_n\}$ satisfait à :

$$s'_n = s_{n-1}$$

La transformée en z de s'_n vaut alors :

$$Z\{s'_n\} = \sum_{n=0}^{+\infty} s'_n \cdot z^{-n} = \sum_{n=0}^{+\infty} s_{n-1} \cdot z^{-n} = \sum_{n=0}^{+\infty} s_n \cdot z^{-(n+1)} = z^{-1} \sum_{n=0}^{+\infty} s_n \cdot z^{-n} = z^{-1} Z\{s_n\}$$

Cette relation permet de montrer l'équivalence entre un retard T du signal physique et un produit avec z^{-1} de sa transformée en z .



19.1.6 Produit de convolution

Considérons deux séries $\{x_n\}$ et $\{y_n\}$ d'échantillons, on définit alors une troisième série $\{c_n\}$ appelée produit de convolution notée

$$\{c_n\} = \{x_n\} * \{y_n\}$$

et valant :

$$c_n = \sum_{k=0}^{+\infty} x_k \cdot y_{n-k}$$

Remarque : Toutes les valeurs non définies pour les deux séries (particulièrement pour les valeurs d'indices négatives) sont supposées nulles.

Propriété fondamentale :

on a pour la transformée en z l'équivalent du théorème de Plancherel pour la transformée de Fourier :

$$\boxed{Z[\{x_n\} * \{y_n\}] = Z\{x_n\} \cdot Z\{y_n\}} \quad [2]$$

Propriété du Dirac

Comme dans le cas des signaux continus, le Dirac numérique est l'élément neutre du produit de convolution :

$$\{x_n\} * \{\delta_n\} = \{x_n\}$$

19.1.7 Fonction de corrélation

Considérons deux séries $\{x_n\}$ et $\{y_n\}$ d'échantillons, on définit alors une nouvelle série $\{d_n\}$ appelée fonction de corrélation ou d'intercorrélation notée :

$$\{d_n\} = \langle \{x_n\}; \{y_n\} \rangle$$

et valant :

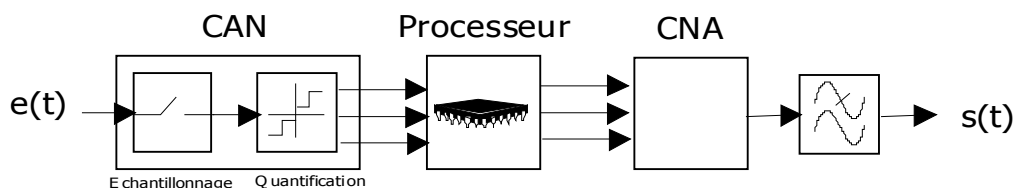
$$d_n = \sum_{k=0}^{+\infty} x_k \cdot y_{n+k}$$

La fonction d'autocorrélation correspond à la corrélation de la série $\{x_n\}$ avec elle-même. Les propriétés de cette fonction dans le domaine numérique discret sont identiques à celle dans le domaine continu ou analogique (cf section 1 – Partie 2.6). Elle est tout particulièrement utilisée pour la synchronisation des séquences pseudoaléatoires dans les techniques à étalement de spectre par séquence directe (DSSS-PNSS).

19.2 Chaîne de Traitement Numérique

19.2.1 Synoptique

Le principe du traitement numérique du signal est de réaliser avec un processeur une opération qui nécessiterait l'usage de composants analogiques discrets : modulation, filtrage, génération... Le schéma synoptique ci-dessous présente le schéma générale d'une chaîne, applicable en particulier aux traitements télécoms :

**19.2.2 Les fonctions mathématiques**

La réalisation des opérations mathématiques addition et multiplication de signaux peuvent s'effectuer simplement en additionnant ou multipliant les échantillons des signaux.

La division est plus délicate, mais les opérations de division de fréquence par 2^n sont simples en utilisant les retards sur un ou plusieurs (n) coups d'horloge.

Le déphasage d'un signal sinusoïdal est aussi aisé à effectuer par décalage des échantillons.

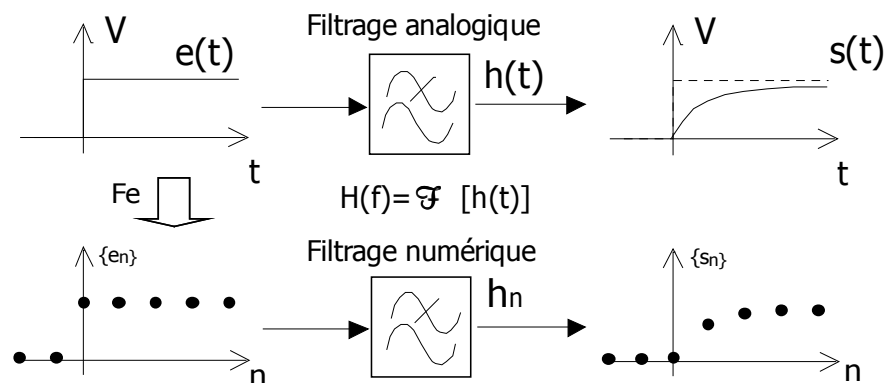
Ces opérations permettent ainsi de réaliser la plus grande partie des opérations de traitement du signal ; les principales sont décrites dans le tableau qui suit. on pourra également consulter les sections concernant les modulations.

Traitement	Opération
Mélange	Multiplication
Amplification	Multiplication par une constante
Modulation d'amplitude	Addition et multiplication
Modulation de phase	Déphasage de porteuse (I et Q) Multiplication
Transposition de fréquence	Multiplication et filtrage
Détection (diode)	non-linéarité : Valeur absolue, élévation au carré...

On pourrait ajouter à cette liste les opérations mathématiques de dérivation ou d'intégration.

19.2.3 Le filtrage numérique

L'opération de filtrage reste la plus délicate à réaliser, elle concernera l'essentielle de la suite de cette étude. Le schéma qui suit représente le principe de cette opération numérique et en quoi elle justifie le terme de filtrage.



Nous avons alors les relations suivantes ; pour le filtrage analogique :

$$e(t) * h(t) = s(t)$$

Si $Fe = 1/T_e$ désigne la fréquence d'échantillonnage alors :

$$e_n = e(nT_e) \quad n \geq 0$$

$$h_n = h(nT_e) \quad n \geq 0$$

$$s_n = s(nT_e) \quad n \geq 0$$

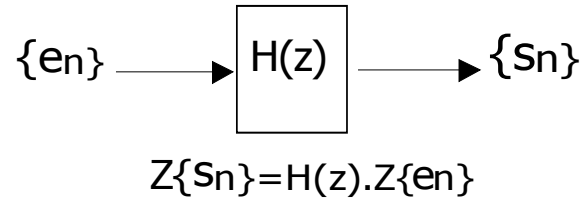
On a alors la relation intuitive entre l'échantillonnage du signal analogique $\{s_n\}$ et le résultat de convolution des séries d'échantillons $\{e_n\}$ et $\{h_n\}$:

$$\{s_n\} = \{e_n\} * \{h_n\}$$

Cela signifie que l'on peut obtenir la série échantillonnée du signal analogique filtré par le calcul de convolution numérique *sans utiliser le filtre physique*. C'est tout l'intérêt de la technique du filtrage numérique : remplacer le filtre physique constitué de composants analogiques par un calcul nécessitant des multiplications et des additions (§1.1.5).

19.2.4 Fonction de transfert $H(z)$

Nous pouvons terminer cette brève présentation avec la fonction de transfert. Toute opération linéaire dans le domaine analogique peut se représenter par une fonction de transfert $H(p)$ ou $H(j\omega)$. Cette opération a une correspondance directe avec la transformée en z .



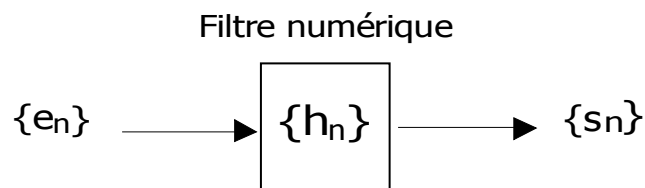
$H(z)$ est alors la transformée en z de la suite $\{h_n\}$ en vertu de la relation [2] du paragraphe 1.1.6.

20. Introduction au Filtrage Numérique

20.1 Stabilité

20.1.1 Définition d'un filtre numérique

Un filtre numérique est au sens large une série de valeurs numériques $\{h_n\}$. Cette série est exploitée pour obtenir une série de sortie $\{s_n\}$ à partir d'une série d'entrée $\{e_n\}$.



Il existe différents types de mise en œuvre du calcul, ce qui conduira à deux grandes classes de filtres décrites ci-après : les filtres RIF et RII.

20.1.2 Réponse impulsionnelle et stabilité

L'impulsion numérique $\{\delta_n\}$ a été définie au paragraphe 1.1.2. On appelle *réponse impulsionnelle* d'un filtre numérique la série $\{s_n\}$ d'échantillons de sorties générés après l'injection de l'impulsion à l'entrée du filtre.

On dira que le filtre est *stable* si la suite s_n tend vers 0 (ou une valeur finie) quand n tend vers l'infini. Dans les cas contraires, on dira que le filtre est instable. Son comportement peut être quelconque : diverger vers l'infini, osciller, chaotique...

20.2 Filtre RIF - FIR

20.2.1 Définition

Un filtre RIF (Réponse Impulsionnelle Finie) ou FIR (Finite Impulse Response) est un filtre stable quelque soit le type de signaux en entrée. Sa réponse impulsionnelle tend vers 0. Une classe simple de filtre RIF très utilisée a une réponse impulsionnelle de durée limitée : à partir d'une certaine durée, la réponse est nulle :

$$n > N \quad h_n = 0$$

20.2.2 Filtre RIF et produit de convolution

Une technique simple pour réaliser un filtrage numérique RIF est de convoluer le signal d'entrée $\{e_n\}$ décrit par ces échantillons avec la réponse impulsionnelle du filtre $\{h_n\}$. Le signal de sortie $\{s_n\}$ est alors défini par :

$$\{s_n\} = \{e_n\} * \{h_n\}$$

$$s_n = \sum_{k=0}^{+\infty} h_k \cdot e_{n-k}$$

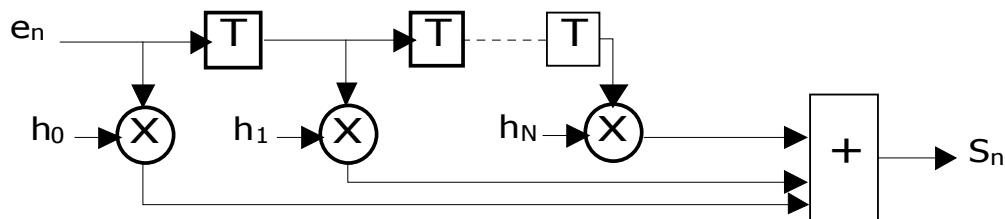
Les échantillons non définis pour certaines valeurs d'indice n et k sont par défaut considérés comme nuls. Compte tenu des définitions du §2.2.1 alors :

$$s_n = \sum_{k=0}^N h_k \cdot e_{n-k}$$

Si le signal d'entrée a une durée limitée, alors le signal de sortie aura également une durée limitée.

20.2.3 Structures

La *structure directe* d'un filtre numérique peut être représentée par le schéma qui suit, où elle se déduit de la relation mathématique du paragraphe précédent.



Il est également possible d'établir d'autres structures pour simplifier le calcul et minimiser sa durée en limitant le nombre d'opérations.

20.2.4 Propriétés

Une des propriétés fondamentales des filtres numériques est de pouvoir assurer une réponse de phase parfaitement linéaire en fonction de la fréquence, c'est à dire de ne provoquer aucune distorsion de phase dans leur bande passante.

Dans le cas des filtres numériques RIF, cette propriété est respectée si et seulement si la suite $\{h_n\}$ de $N+1$ échantillons est symétrique par rapport à sa valeur médiane $N/2$, c'est à dire :

$$h_k = h_{N-k} \quad 0 \leq k \leq N$$

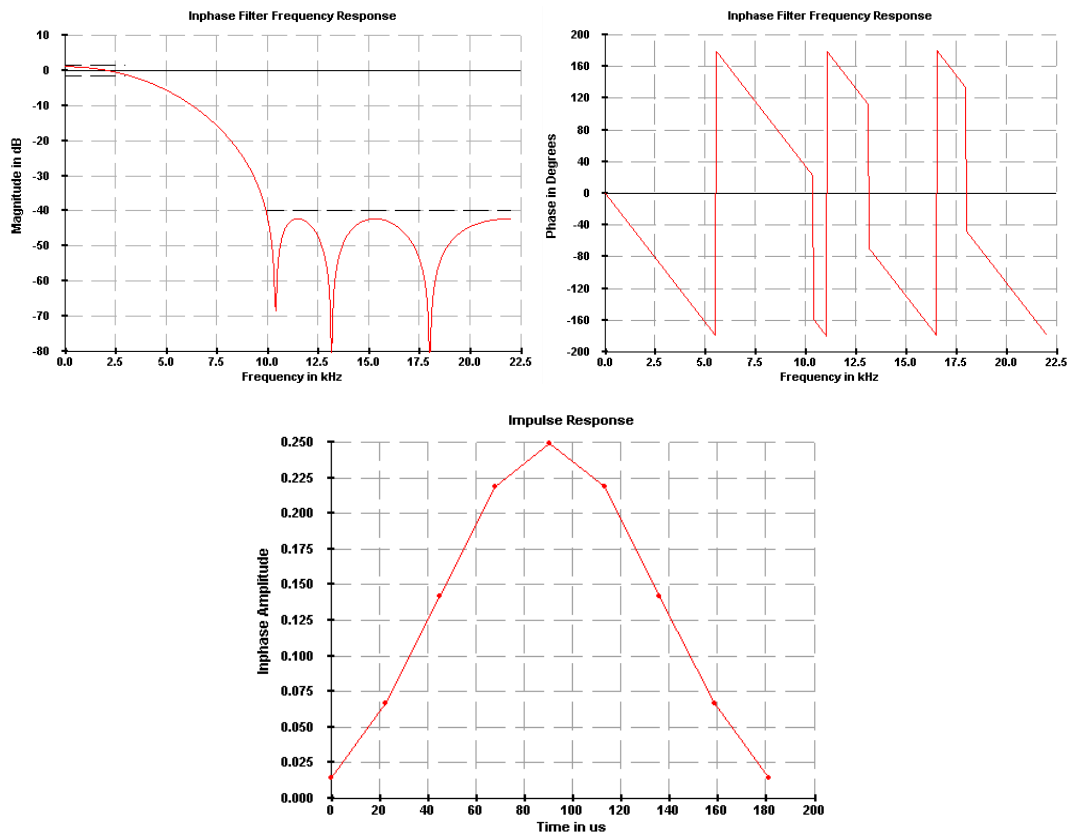
Le retard associé vaut alors $N \cdot T_e / 2$.

20.2.5 Exemple

La série de coefficient ci dessous caractérise un filtre passe-bas.

Echantillon	Valeur
h_0	0,014
h_1	0,067
h_2	0,142
h_3	0,219
h_4	0,249
h_5	0,219
h_6	0,142
h_7	0,067
h_8	0,014

En considérant une fréquence d'échantillonnage de 44,1kHz, on obtient les représentations suivantes pour la réponse impulsionnelle, qui est en fait la suite des coefficients, la réponse spectrale et la réponse de phase parfaitement linéaire due à la symétrie des échantillons temporelles.



20.3 Filtre RII - IIR

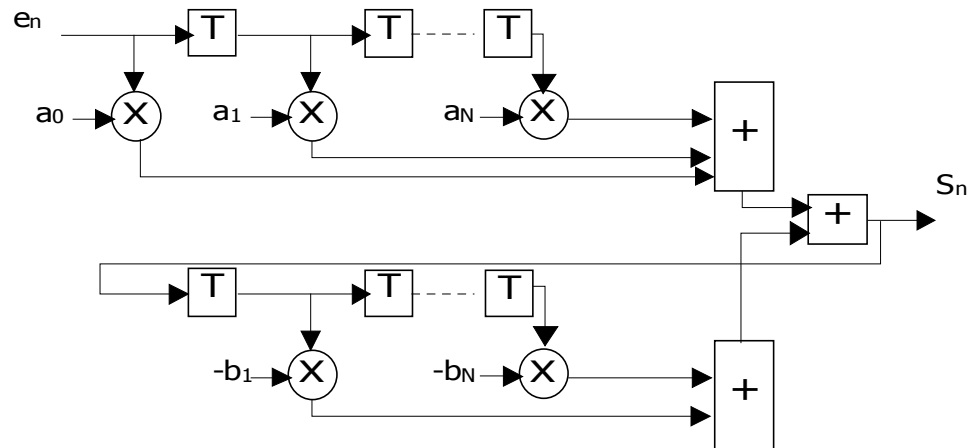
20.3.1 Définition

Un filtre RII (Réponse Impulsionnelle Infinie) ou IIR (Infinited Impulse Response) peut être stable ou instable. De part sa constitution, on a en effet aucune garantie a priori sur sa stabilité. Ces filtres sont aussi appelés filtres récurrents car leur structure impose une réinjection des signaux de sorties vers l'entrée ce qui peut provoquer des instabilités et rendre le filtre inutilisable : un filtre qui présente un risque d'instabilité ne peut plus être utilisé dans une chaîne.

20.3.2 Structures récursives

On donne ici la relation mathématique générale d'un filtre RII et sa structure directe

$$s_n = \sum_{k=0}^N a_k \cdot e_{n-k} - \sum_{k=1}^N b_k \cdot s_{n-k}$$



Cette structure peut se simplifier en une *structure canonique* qui réduit le nombre d'opérations.

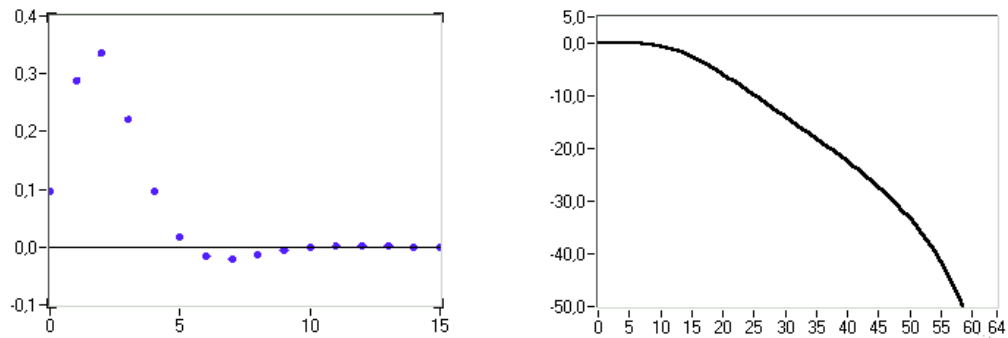
20.3.3 Synthèse de filtres analogiques

Un intérêt supplémentaire des filtres RII est de pouvoir synthétiser des filtres courants en électronique : Butterworth, Thebycheff... Les filtres en cosinus surélevés utilisent de préférences des structures RIF

Le tableau qui suit donne les coefficients pour synthétiser un filtre passe-bas Butterworth d'ordre 2.

Echantillons	Valeur	Echantillons	Valeur
a_0	0,0976	b_1	-0,9428
a_1	0,1953	b_2	0,3333
a_2	0,0976		

Echantillons	Valeur	Expression
s_0	0,0976	a_0
s_1	0,2873	$a_1 - b_1 * s_0$
s_2	0,3360	$a_2 - b_1 * s_1 - b_2 * s_0$
s_3	0,2210	
s_4	0,0964	
s_5	0,0172	
s_6	-0,0159	
s_7	-0,0207	
s_8	-0,0142	
s_9	-0,0065	
s_{10}	-0,0014	
s_{11}	0,0009	
s_{12}	0,0013	
s_{13}	0,0009	
s_{14}	0,0004	
s_{15}	0,0001	



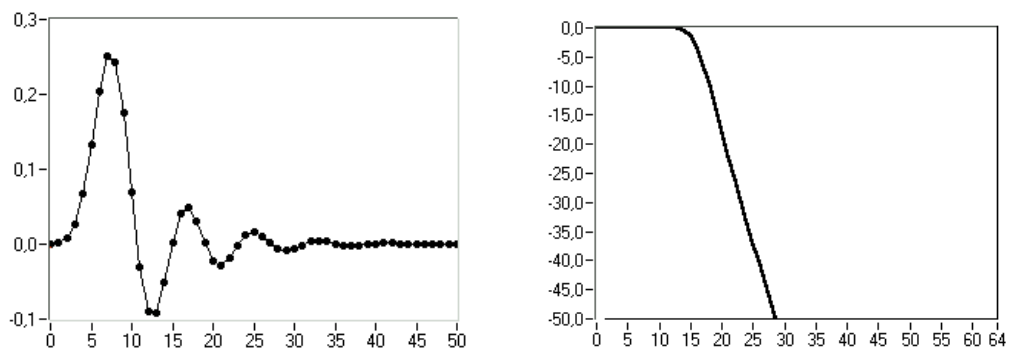
réponses impulsionnelle et spectrale du filtre décrit ci dessus

Ce filtre est bien stable, la réponse tendant vers 0 pour les échantillons éloignés. Pour obtenir un filtre plus sélectif, il faudra augmenter le nombre de coefficients.

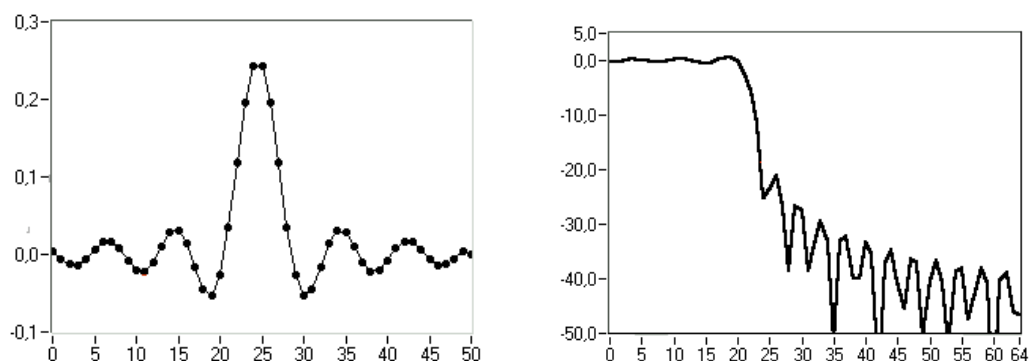
20.3.4 Comparaison RII et RIF

Les filtres RII présentent un avantage car pour un nombre réduit de coefficients (inférieur à une dizaine) on peut réaliser des filtres très sélectifs et qui nécessiteraient plusieurs dizaines de valeurs en RII, donc un retard important et des calculs nombreux.

Par exemple le filtre Butterworth d'ordre 8 qui suit possède 8 coefficients sur la chaîne récursive $\{b_n\}$ et 12 sur la chaîne directe $\{a_n\}$.



On constate que la réponse impulsionnelle longue ici d'au moins 50 échantillons aurait nécessité autant de valeurs pour la synthèse d'un filtre RIF, comme celui présenté ci-dessous.



Les inconvénients du RII résident d'une part dans une réponse impulsionnelle longue, c'est à dire dont la valeur n'est pas exactement nulle au bout d'un certain temps, et au pire un risque d'instabilité ; d'autre part les filtres RII exigent une synthèse plus délicate, c'est à dire une étude longue et plus coûteuse.

21. FFT

21.1 Transformées de Fourier TF&DSF

21.1.1 Signaux continus quelconques

Nous avons traité dans la section 1 le traitement des signaux analogiques continus $s(t)$. Sa transformée de Fourier s'exprime alors :

$$S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad [3]$$

On rappelle que la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation permet de représenter la densité spectrale de puissance du signal. La fonction d'autocorrélation d'un signal à puissance moyenne finie s'exprime :

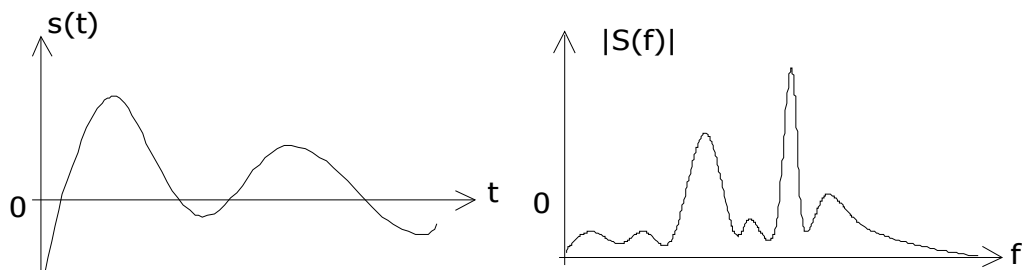
$$\gamma(\tau) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} s(t) s(t + \tau) dt$$

Sa transformée de Fourier s'exprime alors :

$$\Gamma(f) = \mathfrak{T}[\gamma(t)]$$

$$\Gamma(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma(t) e^{-j2\pi ft} dt$$

On renvoie aux §2.3.4 et §2.5.2 de la section 1.

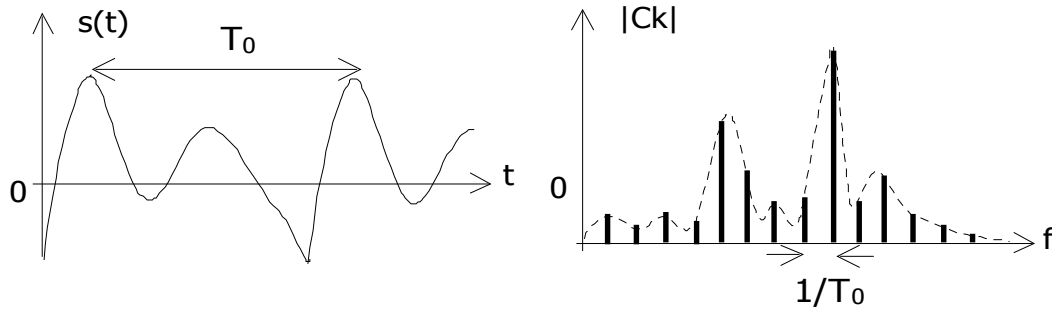


Retenons ici que le signal est continu et sa transformée de Fourier est également continue. Cette dernière étant à valeur dans le corps des nombres complexes.

21.1.2 Signaux continus périodiques

Pour le cas des signaux périodiques, c'est le Développement en Série de Fourier (DSF) qui est utilisé. En particulier on a alors pour le signal périodique de période T_0 :

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_k e^{jk\omega_0 t} \quad [4] \quad \text{avec} \quad C_k = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} s(t) e^{-jk\omega_0 t} dt \quad [5]$$



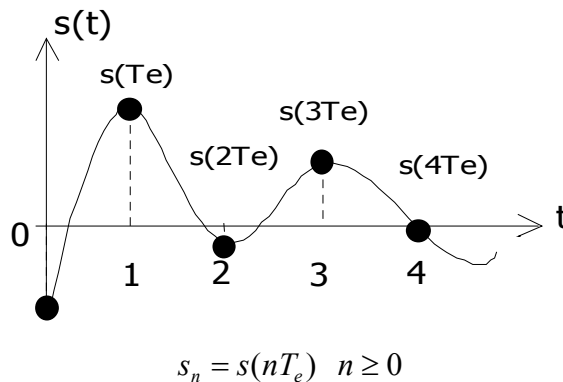
Le spectre de ce signal est discret. L'espacement entre les raies est $1/T_0$, plus la période est longue, plus cet écart est réduit.

Nous allons à présent considérer des signaux temporels discrets, c'est à dire échantillonnés.

21.2 Transformées discrètes

21.2.1 Signal échantillonné

Reprenons les données du §18.1.1. On considère un signal physique $s(t)$, en principe une tension électrique. Ce signal est échantillonné à la fréquence $f_e = 1/T_e$. A partir de l'instant $t=0$. On obtient donc une série de valeurs $\{s_n\}$, résultats de l'opération :



On génère ainsi un nouveau signal à partir de cette suite et noté en utilisant la fonctions de Dirac :

$$\hat{s}(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} s(nT_e) \cdot \delta(t - nT_e) = s(t) \cdot \sum_{n=0}^{+\infty} \delta(t - nT_e)$$

Sa transformée de Fourier (relation [3]) vaut :

$$TF[\hat{s}(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{s}(t) e^{-j2\pi ft} dt$$

soit en effectuant les calculs en utilisant les propriétés du Dirac avec la première expression :

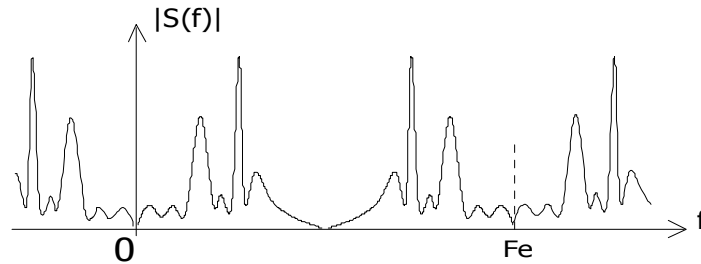
$$TF[\hat{s}(t)] = \sum_{n=0}^{+\infty} s_n e^{-j2\pi fnT_e} \quad [6]$$

Ou avec la deuxième relation et en utilisant le théorème de Plancherel

$$TF[\hat{s}(t)] = TF[s(t)] * TF\left[\sum_{n=0}^{+\infty} \delta(t - nT_e)\right]$$

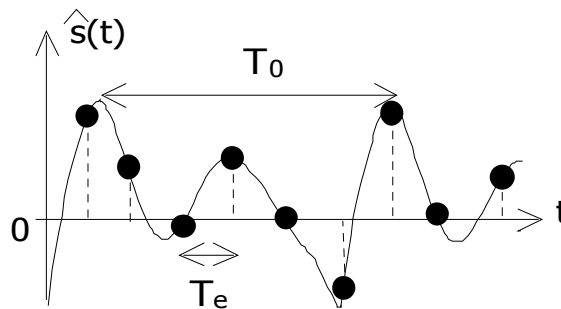
$$TF[\hat{s}(t)] = S(f) * \sum_{n=0}^{+\infty} \delta(f - nF_e) \quad [7]$$

La relation [6] est une forme particulière de la transformée en z pour $z = e^{j2\pi fT_e}$. On remarque également son caractère périodique de période $1/T_e$. Sur la relation [7] ci-dessus on constate que le spectre du signal échantillonné est le spectre du signal de départ $S(f)$ convolué autour d'un peigne de Dirac (Section 4) :

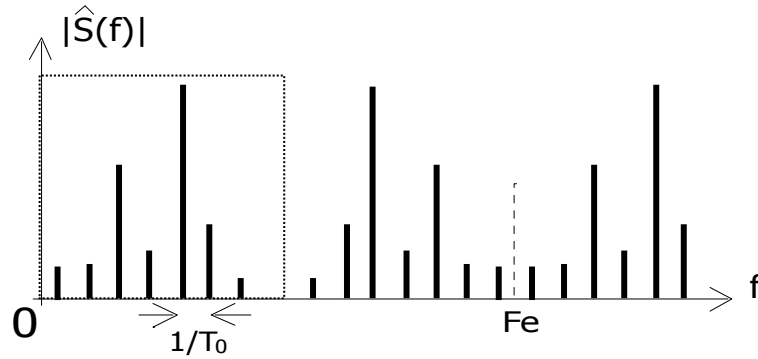


21.2.2 Signal périodique échantillonné

Considérons un échantillonnage du signal du §21.1.2 :



De par sa périodicité, ce spectre sera discret et de par son échantillonnage, il sera convolué autour d'un peigne de Dirac.



On constate que la partie encadrée est en réalité la seule utile, l'ensemble du spectre n'étant qu'une reproduction par translation et symétrie de cette portion comprise entre 0 et $Fe/2$. Dans cette portion on aura Nr raies séparées de $1/T_0$. On a donc pour le nombre de raies :

$$Nr = \frac{T_0}{2T_e} = \frac{Fe}{2F_0} \quad [8]$$

Ce nombre de raies est entier, mais le rapport ne l'est pas forcément. Nous verrons que cela a quelques incidences mineures.

21.2.3 Condition de Shannon

Rappelons que pour tout échantillonnage, la condition de Shannon doit être respectée pour éviter tout risque de repliement de spectre et garantir une visualisation fidèle entre 0 et $Fe/2$. L'usage d'un filtre anti-repliement peut s'avérer indispensable.

21.2.4 Aspect mathématique

Traisons le cas du §21.2.2 au niveau mathématique. Le développement en série de Fourier du signal périodique échantillonné donne pour les coefficients :

$$C_k = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} s(nT_e) \cdot \delta(t - nT_e) e^{-jk\omega_0 t} dt = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_e) \cdot s(nT_e) \cdot e^{-jk\omega_0 nT_e} dt$$

soit

$$C_k = \frac{1}{T_0} \sum_{n=-p}^{p-1} s_n \cdot e^{-jk\omega_0 nT_e}$$

Où $N=2p$ est ici le nombre d'échantillons compris entre $-T_0/2$ et $T_0/2$. Comme T_e est la fréquence d'échantillonnage alors :

$$NT_e = T_0$$

$$C_k = \frac{Fe}{N} \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} s_n \cdot e^{-jk2\pi n/N} \quad [9]$$

Nous obtenons ainsi les valeurs de raies C_k , nombres complexes, avec les conditions et conséquences suivantes, compte tenu de la 2π périodicité de l'exponentielle complexe :

$$\diamond 0 \leq k \leq N-1$$

$$\diamond \text{ la fréquence associée à } C_k \text{ vaut } f_k = k \cdot F_0 = k \frac{Fe}{N}$$

Puisque la relation complémentaire de la DSF assure :

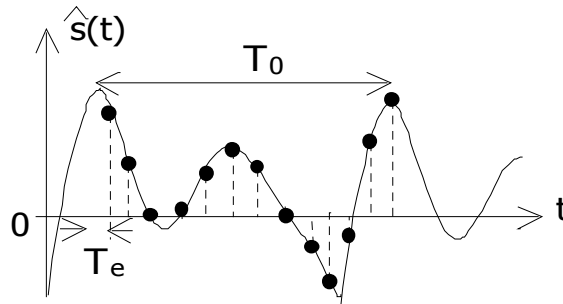
$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_k \cdot e^{jk2\pi f_0 t}$$

- ♦ Le spectre d'amplitude $|C_k|$ est symétrique par rapport à $Fe/2$
car

$$C_{N-k} = \frac{Fe}{N} \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} s_n \cdot e^{-j(N-k)2\pi n/N} = \frac{Fe}{N} \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} s_n \cdot e^{jk2\pi n/N} = \overline{C_k}$$

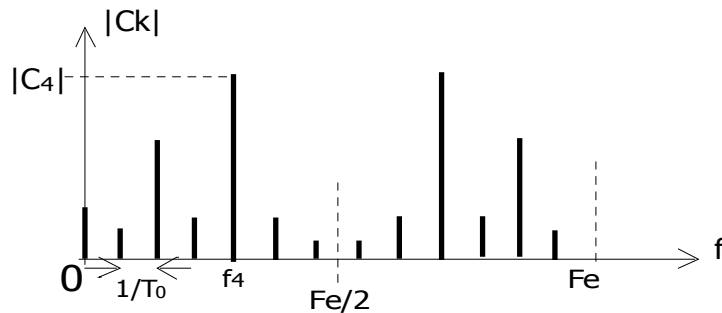
21.2.5 Exemple Graphique

Le signal échantillonné périodique contient $N=2p+1=13$ échantillons sur une période T_0 .



avec donc $N T_e = T_0$ ou $N F_0 = F_e$

Le calcul conduit précédemment permet d'en déduire que son spectre obtenu par DSF entre $f=0$ et $f=F_e$ contiendra 13 raies d'amplitude $|C_k|$ tous les $f k = k \cdot F_0$, avec $k \in \{0; 12\}$. En outre, on a une symétrie de ce spectre autour de la valeur $F_e/2 = 6,5 F_0$.



21.2.6 TFD

La TFD définit la Transformée de Fourier Discrète [DTF – Discret Fourier Transform] d'une suite d'échantillons $\{s_n\}_{0 \leq n \leq N-1}$ obtenue à partir d'un signal échantillonné supposé ici périodique et satisfaisant à

$$N T_e = T_0$$

Alors, conformément à la relation [9], on définit la TFD de cette suite comme la suite d'échantillons $\{\sigma_k\}_{0 \leq k \leq N-1}$ définis par

$$\sigma_k = \sum_{n=0}^{N-1} s_n \cdot e^{-jk2\pi n/N}$$

Auquel cas la représentation spectrale du signal périodique échantillonné $\hat{s}(t)$ sera

$$\hat{S}(f) = \sum_{k=0}^{N-1} \sigma_k \cdot \delta\left(f - k \frac{F_e}{N}\right)$$

21.2.7 Conclusions

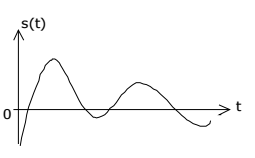

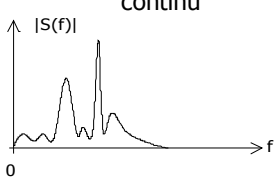
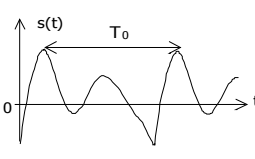

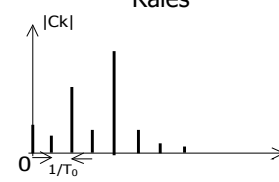
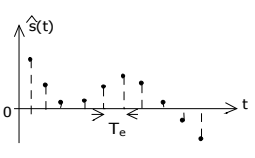

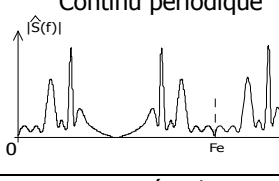
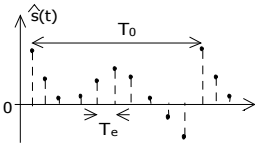

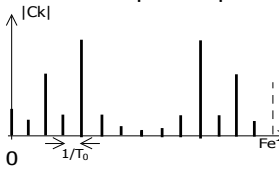
La transformée discrète de Fourier, ou discrétisation de la DSF, permet d'obtenir les $N/2$ premières raies d'un signal périodique à partir de N échantillons de ce même signal. Sous réserve du respect des conditions de Shannon, ces raies sont les seules. On peut donc obtenir la représentation spectrale à partir d'un calcul discret, réalisable par processeur, sans effectuer de calcul d'intégrales continues beaucoup plus délicat à réaliser de manière numérique.

Il reste deux points à aborder :

Le cas d'un signal continu non périodique, c'est à dire de la discrétisation de la TF simple

L'accélération du calcul de TFD qui bien que possible est très long à effectuer.

21.3 Résumé des transformées

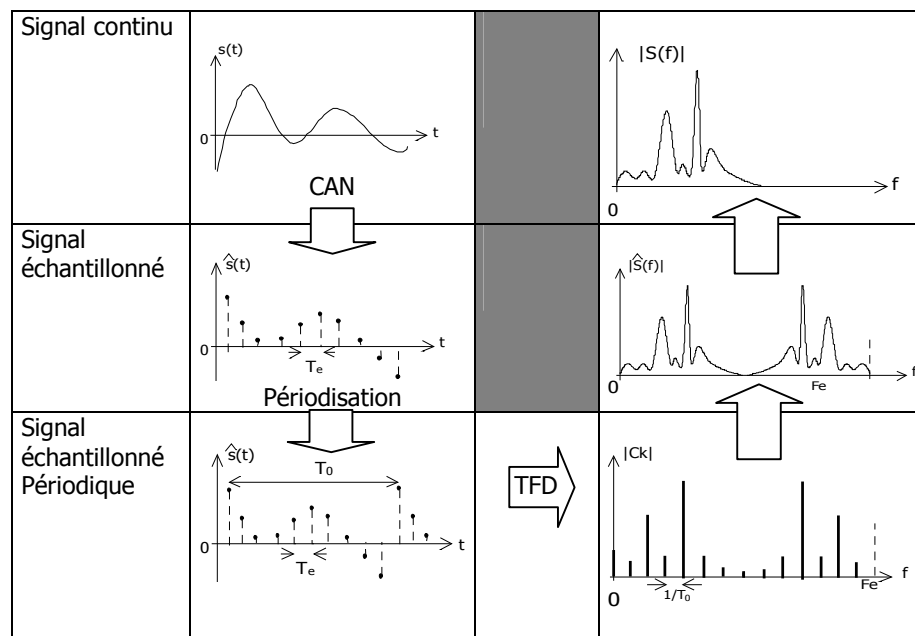
	Allure	Opération	Spectre
Signal continu			
Signal continu périodique			
Signal échantillonné			
Signal échantillonné Périodique			

	Formule
TF	$S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-j2\pi ft} dt$
DSF	$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_k e^{jk\omega_0 t} \quad C_k = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} s(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$
TFD	$\sigma_k = \sum_{n=0}^{N-1} s_n \cdot e^{-jk2\pi n/N}$

21.4 TF et FFT

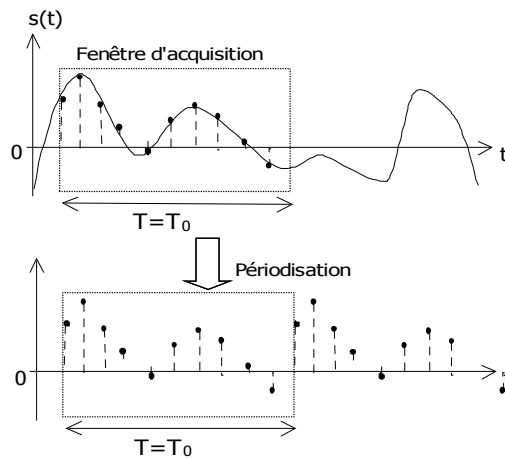
21.4.1 De la TF à la TFD

Le premier obstacle dans l'analyse numérique est de passer d'un signal continu à un signal échantillonné, ce qui est obtenu par conversion analogique numérique (section 4) puis, seconde difficulté, par calcul discret obtenir un spectre qui corresponde au spectre du signal de départ ; c'est à dire de remplacer le calcul de TF par celui de la TFD. Le tableau ci-dessous résume cette démarche :

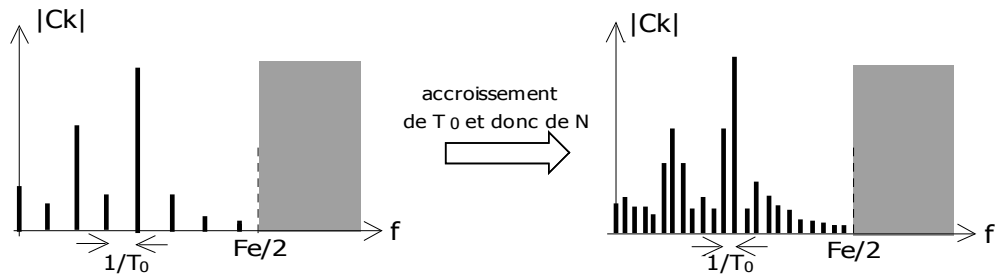


21.4.2 Périodisation

L'opération de périodisation est virtuelle. Elle consiste à considérer que la portion du signal échantillonné pendant T est la période T_0 d'un signal périodique. Cela permet de réaliser le calcul de TFD directement sur les N échantillons et permet d'obtenir $N/2$ raies qui constituent un échantillonnage du spectre initial. Un traitement purement graphique permet de relier les points et de reproduire le spectre apparent du signal de départ.



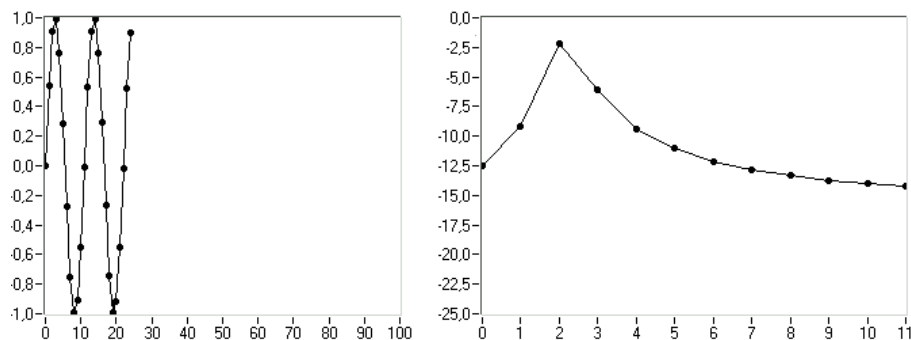
Si on augmente la durée T de la fenêtre d'acquisition, on va réduire la distance entre les raies et donc resserrer les pas de fréquences entre les raies du spectre ce qui permettra une représentation fidèle.

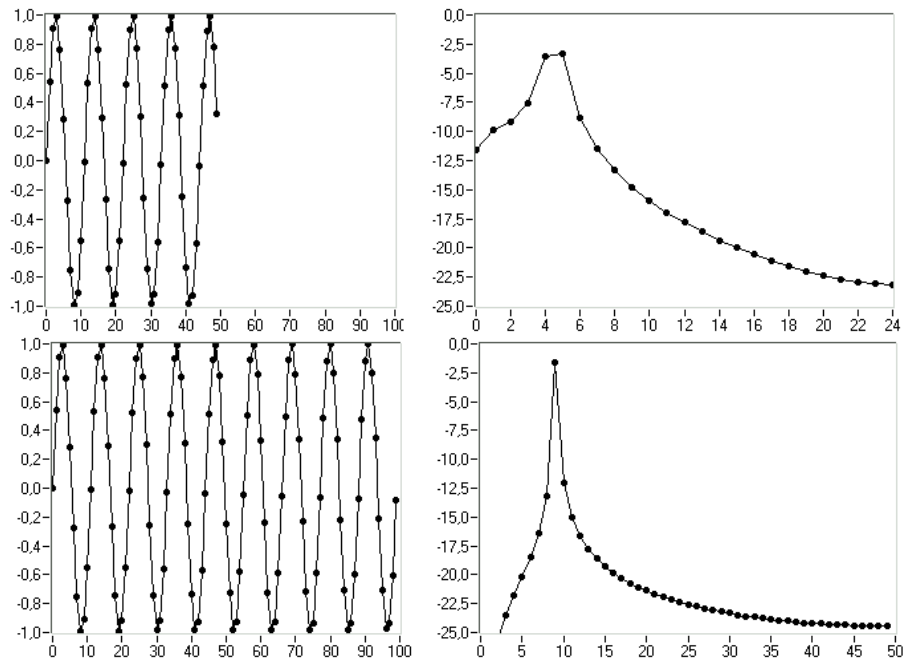


En revanche l'augmentation de la fréquence d'échantillonnage augmentera la fenêtre spectrale visible mais n'aura en revanche aucun effet sur le resserrment des raies. Si la condition de Shannon n'est pas respecté, l'augmentation de F_e est une nécessité pour éliminer le repliement.

21.4.3 Exemples

L'exemple qui suit propose le cas d'une sinusoïde pure échantillonnée. Plus le nombre d'échantillons augmente, plus la représentation spectrale fait apparaître distinctement la raie correspondante. Celle-ci est caractérisée par le rapport de sa fréquence avec la fréquence d'échantillonnage : $F_0/F_e=0,1$.





Nous constatons que la valeur de la raie n'est pas modifiée, seule le nombre de points de la représentation change. Il est égale à la moitié du nombre d'échantillons de la sinusoïde.

En conclusion, à partir d'une sinusoïde échantillonnée à F_e , on peut obtenir la représentation spectrale en procédant à un calcul de TFD. Nous remarquons néanmoins que le signal spectral n'est pas une raie pure, alors que la Transformée de Fourier d'une sinusoïde est un Dirac pur. Cette différence est liée à la *périodisation de la fenêtre d'acquisition* (représentée à gauche sur les graphes précédents) et au phénomène associé de *troncature* qui sera traité dans un chapitre suivant.

21.4.4 Accélération de la TFD : La FFT

FFT pour Fast Fourier Transform ou TFR pour Transformée de Fourier rapide est un algorithme de calcul de TFD particulier. Il repose essentiellement sur la contrainte suivante : on impose au nombre d'échantillons d'être de la forme 2^i :

$$N = 2^i$$

On sait en outre (§3.6.2) que le calcul de TFD est associé au calcul de la somme suivante :

$$\sigma_k = \sum_{n=0}^{N-1} s_n \cdot e^{-jk2\pi n/N}$$

Ce calcul comporte N multiplications entre les s_n et les exponentielles complexes, et N additions au total ; le calcul des multiplications le plus pénalisant en terme de durée. Or, la contrainte imposée permet de simplifier et d'accélérer leur calcul. Nous ne rentrerons pas dans ce cours sur l'exposition du calcul et de l'algorithme, dont le plus répandu est l'algorithme de Cooley-Tukey. On retiendra les valeurs indicatives suivantes et les conclusions sur le traitement des données.

Opération	TFD	FFT	TFD/FFT
<i>Multiplications</i>	N^2	$\frac{N}{2} \log_2 N$	$\frac{N}{2 \log_2 N}$
N=128	16384	448	36
N=256	65536	1024	64
N=512	262144	2304	114
N=1024	1048576	5120	205

La dernière colonne représente la durée comparée de l'exécution des deux calculs. pour 1024 échantillons, le calcul de FFT est 205 fois plus rapide que celui de TFD.

Nous pouvons conclure que cette accélération permettra pour le traitement sur microprocesseur des temps de calcul de l'ordre de ceux des temps d'acquisition des données, et autorisera un traitement des données à la volée, et un affichage graphique « temps réel » des mesures.

21.4.5 FFT et IFFT

Il existe une opération inverse appelée IFFT pour Inverse Fast Fourier Transform permettant de passer des échantillons spectraux σ_k aux échantillons temporels s_n :

$$s_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sigma_k e^{jk2\pi n/N}$$

Cette opération est en particulier utilisée dans la chaîne de transmission en OFDM (section 3 – partie 9.3). On rappelle ainsi que l'expression d'un signal OFDM modulé s'exprime (§9.3.3).

$$h(t) = e^{j\omega_0 t} \sum_{0 \leq i < N} c_i e^{j(2\pi i R')t}$$

Ce signal échantillonné à la fréquence NR' permet d'obtenir un signal dont la partie « bande de base » est une série de valeurs prises tout les $1/NR'$ de la forme :

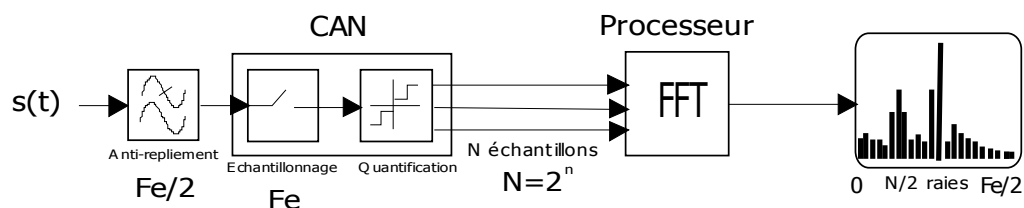
$$s_k = \sum_{0 \leq i < N} c_i e^{j2\pi i k/N}$$

Qui constitue littéralement la transformée IFFT de la série de symbole ci codant le message binaire dans le plan complexe selon le type de modulation choisi.

Une transformée inverse IFFT correspond physiquement au passage d'un domaine spectral (série de raie déterminée par les symboles écartés de R') à un domaine temporel (sinusoïdes multiples en fréquence de R').

21.4.6 Chaîne de traitement

La chaîne d'analyse spectrale numérique peut donc se représenter comme suit :



Notons que la valeur de 512 ou 1024 échantillons est largement suffisant pour un affichage de qualité sur un écran de micro-ordinateur (1024x768 pixels).

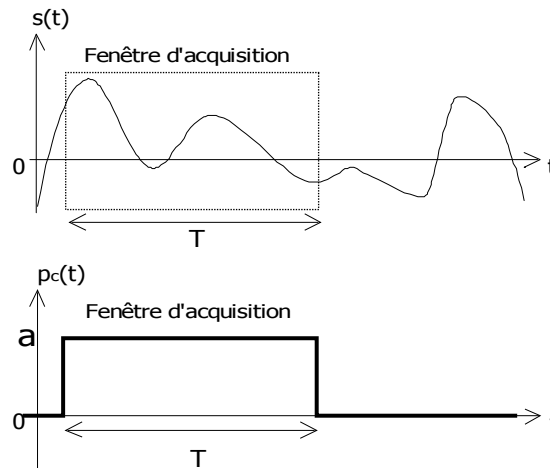
21.5 Fenêtrage temporel

21.5.1 Troncature

L'acquisition de N échantillons à la fréquence $F_e=1/T_e$ aura une durée de :

$$T = N.T_e$$

Cette portion sera périodisée pour le calcul de DFT. Le spectre associé n'est donc pas celui du signal de départ $s(t)$ mais celui du signal multiplié par la fenêtre temporelle d'acquisition.



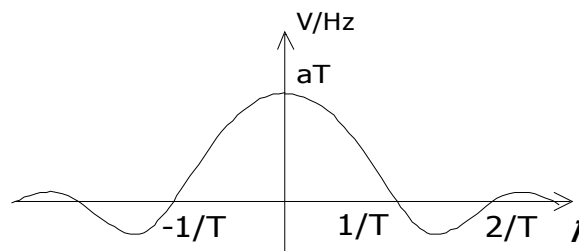
Le signal acquis sur la durée T est donc :

$$s_e(t) = p_c(t).s(t)$$

et son spectre :

$$S_e(f) = P_c(f) * S(f)$$

Où le spectre de la fonction porte carrée est de la forme $\text{sinus}(x)/x$ (cf section 1- §2.3.5)



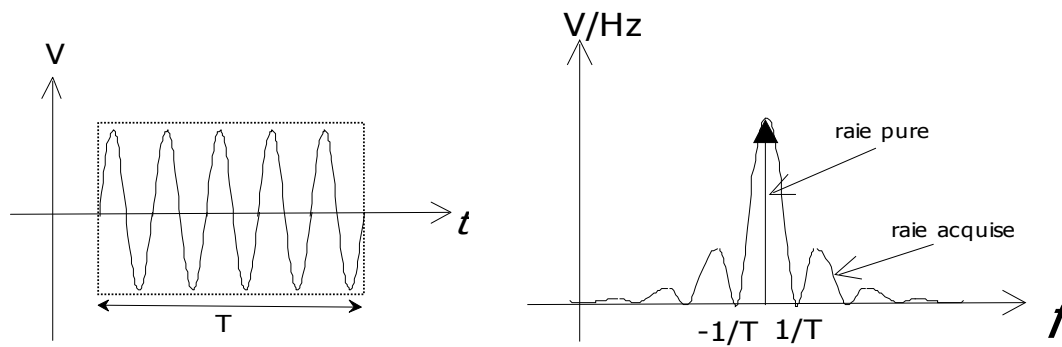
Le spectre du signal acquis sera donc nécessairement déformé par le résultat de cette convolution : plus l'acquisition sera longue, plus T sera élevé, plus le spectre de la porte tendra vers un Dirac et le spectre du signal acquis ressemblera à celui du signal total.

21.5.2 Cas d'une porteuse pure

Afin de bien comprendre l'intérêt de cette mesure, nous revenons sur la représentation d'une porteuse pure sur une durée T [§3.4.3].

Le spectre d'une porteuse est une raie pure (Dirac) mais, sous l'effet de la troncature, cette raie est convoluée avec celui de la porte carrée. La transformée de Fourier sera donc comparable à celui d'un signal modulé en phase.

On comprend que l'allongement de T affine la raie acquise sur cette durée.



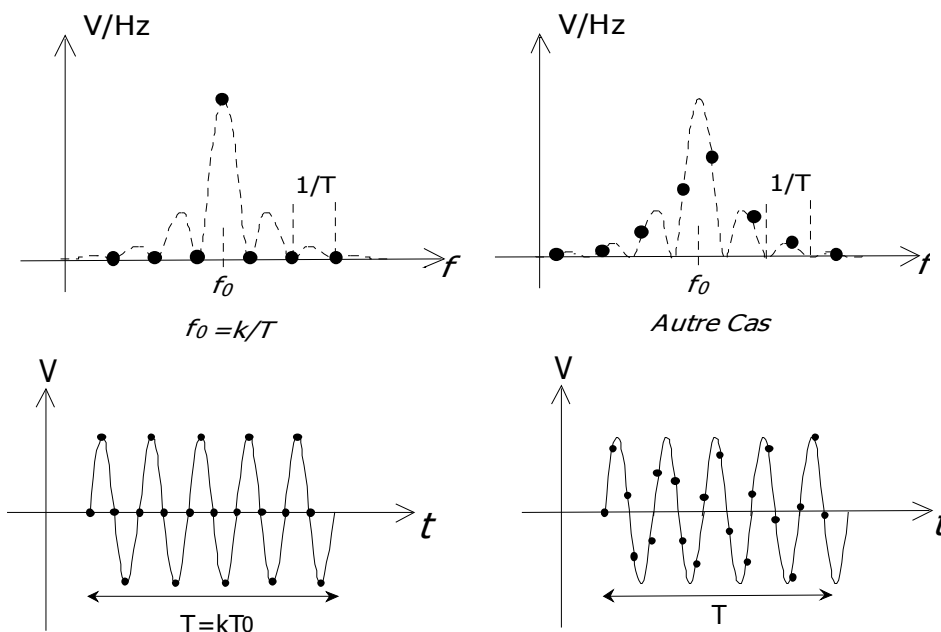
21.5.3 Cas d'une porteuse pure échantillonnée

Soit une porteuse de fréquence f_0 échantillonnée à la fréquence $F_e = 1/T_e$. On prélève N échantillons ; la durée de la fenêtre d'acquisition vaut donc :

$$T = N.T_e$$

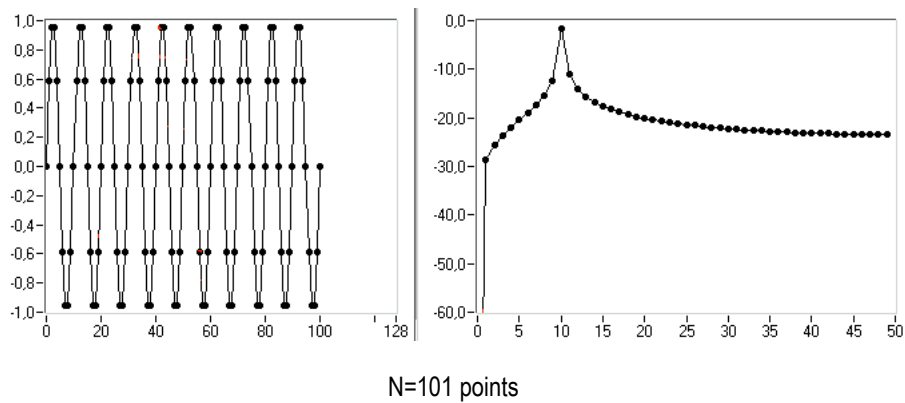
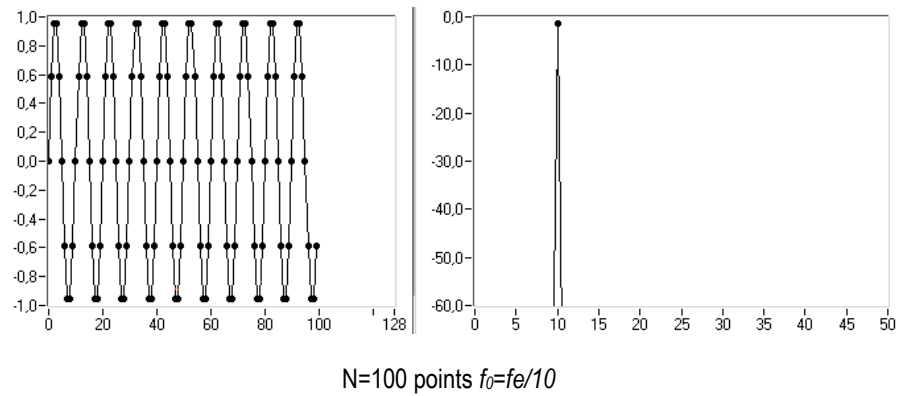
Par conséquent, l'écart entre les points de la TFD (ou FFT) vaut $1/T$ et leur valeur correspond à celle du spectre du signal non échantillonné à ces fréquences k/T . Il s'agit d'une discrétisation du spectre du paragraphe précédent 21.5.2.

On en déduit deux cas, soit f_0 est une fréquence multiple entière de T et alors on a une raie pure, ou ce n'est pas le cas et on a une série de points ayant tous une valeur non nulle.



Cette remarque nous conduit à des interprétations délicates des affichages des données. En effet, les deux sont équivalents et ne diffèrent que par le rapport entre la durée d'acquisition, donc d'échantillonnage, et celle de la période de la porteuse acquise.

La représentation la plus probable est celle de droite, donc la plus éloignée, a priori, de la raie pure de la porteuse que l'on s'attendrait à voir. Les simulations qui suivent illustrent la difficulté : la première échantillonne 100 points et la seconde 101. L'écart est suffisant pour donner des représentations spectrales très différentes.

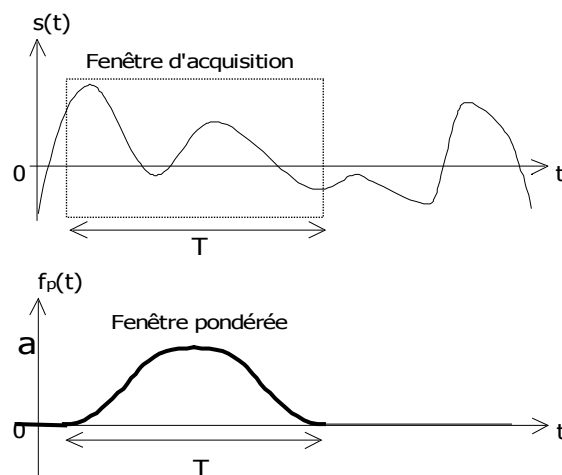


Afin de s'affranchir de ces problèmes d'interprétation, on utilisera la technique du fenêtrage temporel.

21.5.4 Fenêtrage temporel

L'idée du fenêtrage temporel (Windowing) est de réduire les effets de la troncature vus au paragraphe précédent en utilisant une pondération des échantillons du signal par des coefficients particuliers, c'est à dire qu'on multiplie les N échantillons par une suite de N coefficients. Ces coefficients constituent la fenêtre temporelle. La fenêtre par défaut est la fenêtre rectangulaire vue précédemment §21.5.1, dont tous les coefficients valent 1.

La figure qui suit présente une fenêtre pondérée dont la transformée de Fourier présente moins de rebonds que celle de la fenêtre rectangulaire : cette particularité est fondamentale car c'est elle qui assurera une représentation spectrale plus fidèle.



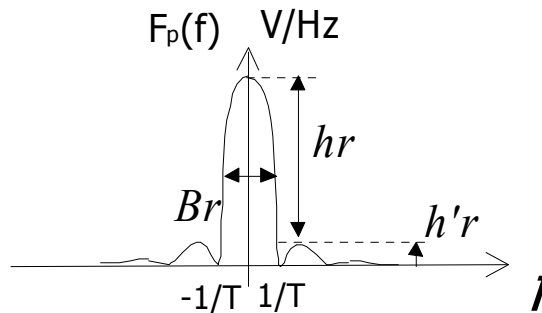
Le signal acquis aura pour expression temporelle :

$$s_e(t) = f_p(t) \cdot s(t)$$

et son spectre :

$$S_e(f) = F_p(f) * S(f)$$

En pratique, les paramètres spectraux de la fenêtre vont déterminer ses caractères temporels.

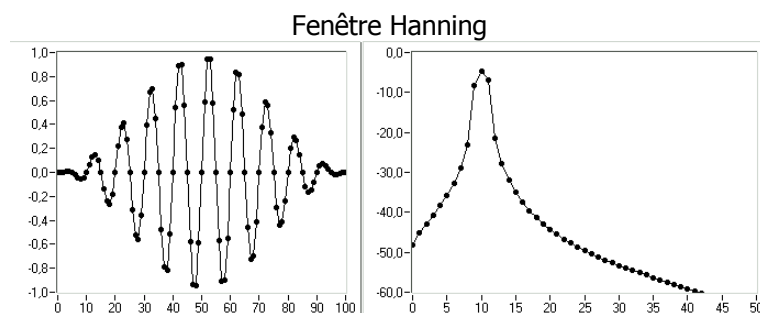
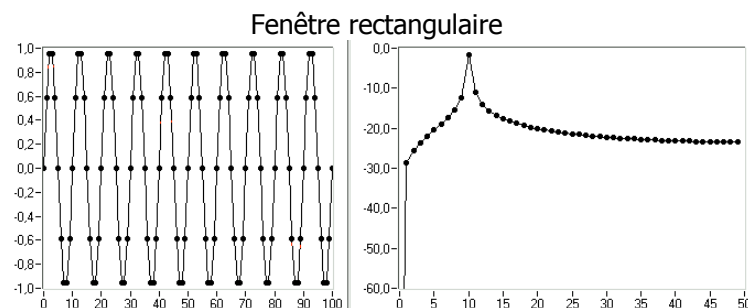


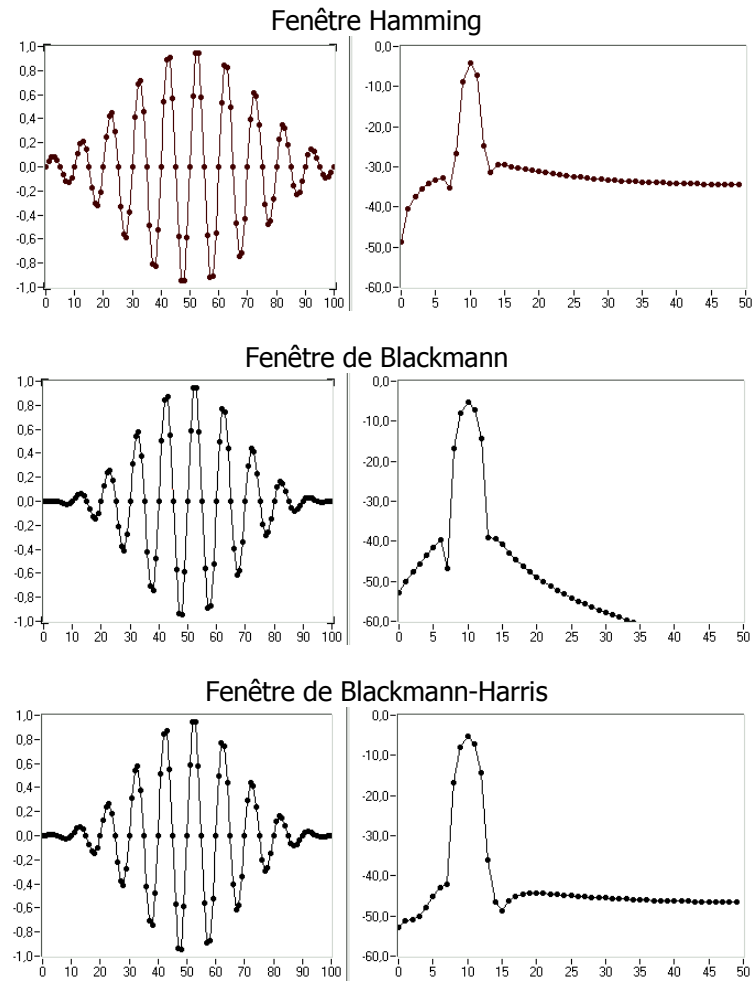
Nous présentons ici les plus courants de ces paramètres :

- ♦ La hauteur de la raie : hr
- ♦ La largeur de la raie à -3dB : Br
- ♦ Le niveau des valeurs de fréquences au delà de la raie principale : $h'r$

21.5.5 Exemples de fenêtres

Il existe de très nombreuses fenêtres qui correspondent à des relations mathématiques particulières et portent le nom de leur inventeur. Les représentations qui suivent indiquent respectivement l'aspect temporel et spectral des fenêtres

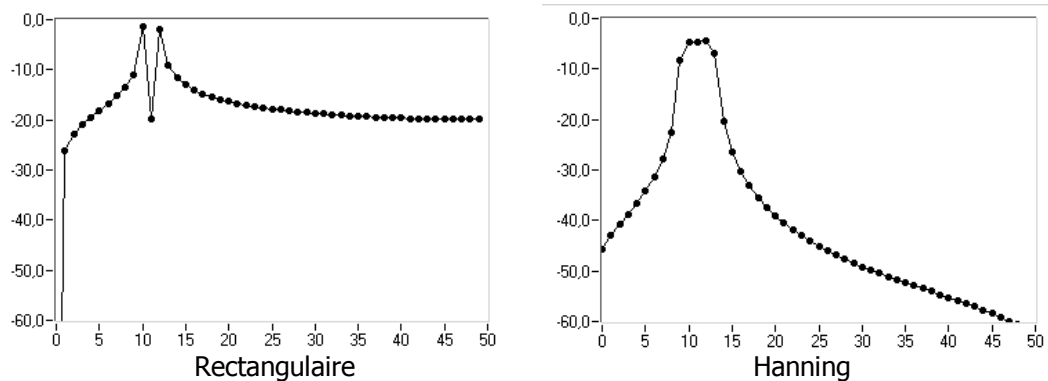




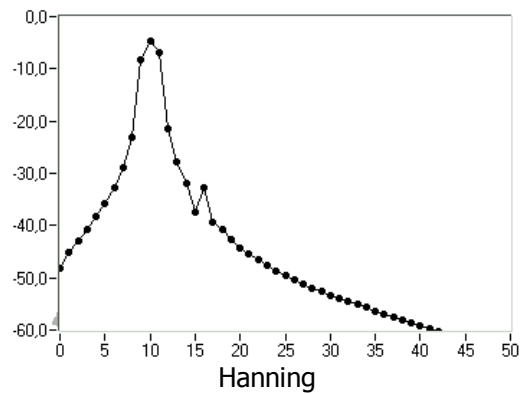
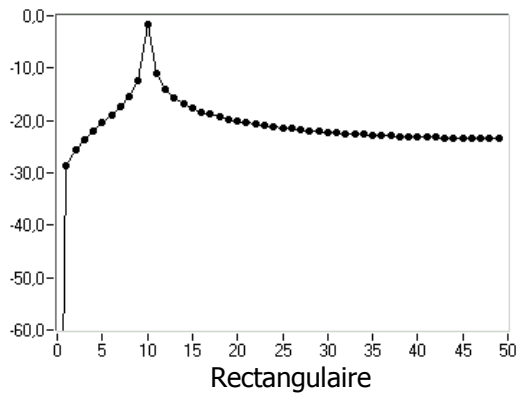
21.5.6 Exemples de mesures

L'intérêt de ces fenêtres dans l'analyse spectrale est fondamentale. Les exemples qui suivent montrent deux mesures.

Deux raies proches de mêmes niveaux seront mieux séparées par une fenêtre rectangulaire que par une fenêtre de Hanning.



Deux raies proches de niveaux différents seront nettement séparées par une fenêtre de hanning, alors que la raie faible est invisible lors de l'analyse avec fenêtre rectangulaire.



21.6 Méthodologie de mesure

21.6.1 Echantillonnage

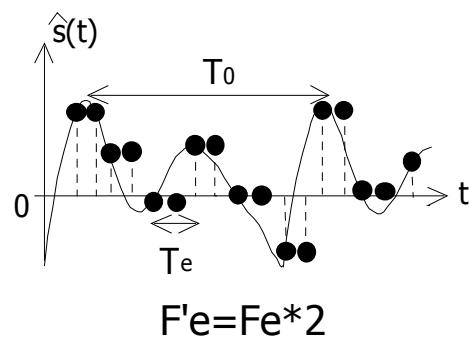
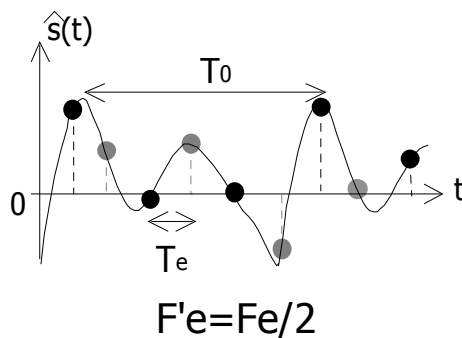
Le choix de la fréquence d'échantillonnage F_e doit respecter les règles suivantes :

- ♦ Pas trop faible pour respecter le théorème de Shannon
- ♦ Pas trop élevée pour éviter une compression du spectre dans la partie basse des fréquences
- ♦ Un sous-échantillonnage prudent pour s'adapter à un signal modulé en bande haute fréquence

Ce choix doit être guidé non pas par l'allure temporelle qui en fait n'a que peu d'importance, mais par un spectre convenablement positionné dans la fenêtre 0 à $F_e/2$

21.6.2 Décimation et sur-échantillonnage

En cas de F_e trop élevée, il est possible de décimer le signal en supprimant un échantillon sur 2 de façon à diviser par 2 la fréquence d'échantillonnage. En sens réciproque, il est possible de doubler la fréquence F_e en doublant le nombre de points : on ajoute un échantillon en copiant le précédent, puis en filtrant le signal global par un RIF passe-bas de fréquence de coupure F_e



21.6.3 Affichage du spectre

L'espace spectral maximal affiché est de 0 à $F_e/2$. Pour l'augmenter il convient de modifier la fréquence d'échantillonnage initiale ou d'utiliser les techniques du 21.6.2 avec certaines réserves.

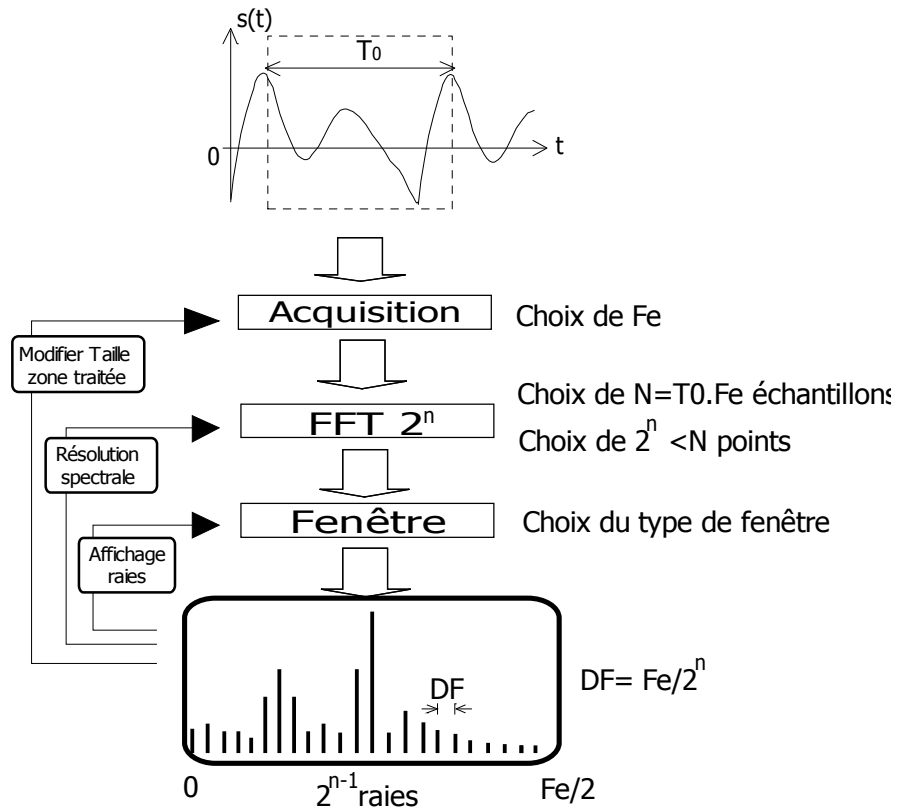
La résolution est définie par l'espace minimal entre deux points consécutifs de la transformée. Cette valeur est identique à $1/T_0$, inverse de la durée de l'acquisition. Pour augmenter la précision, il y a donc deux conditions à respecter :

- ♦ Augmenter la durée du signal échantillonné, donc le nombre total d'échantillon

- ♦ Augmenter la taille de la transformée FFT pour augmenter le nombre d'échantillons affichés sur le spectre

Le **fenêtrage** permet une recherche plus précise selon les critères souhaités par l'opérateur :

- ♦ Discrimination de raies
- ♦ Détection de signaux faibles
- ♦ Largeur des raies et modulation



Annexe A : Transformées de Fourier

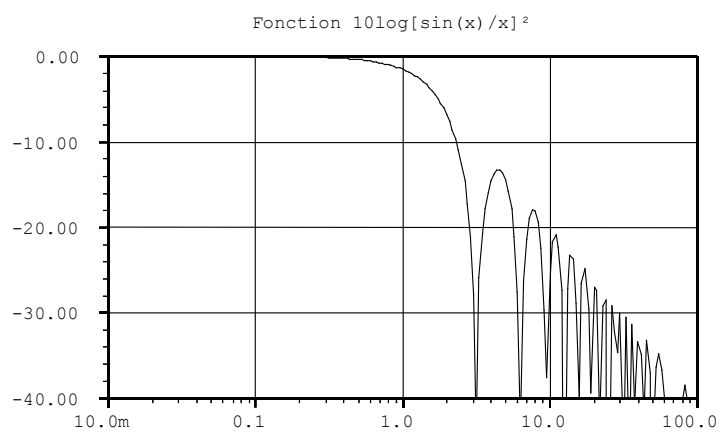
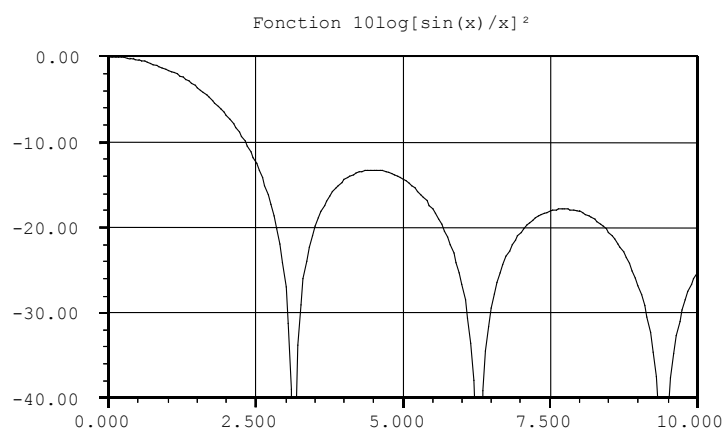
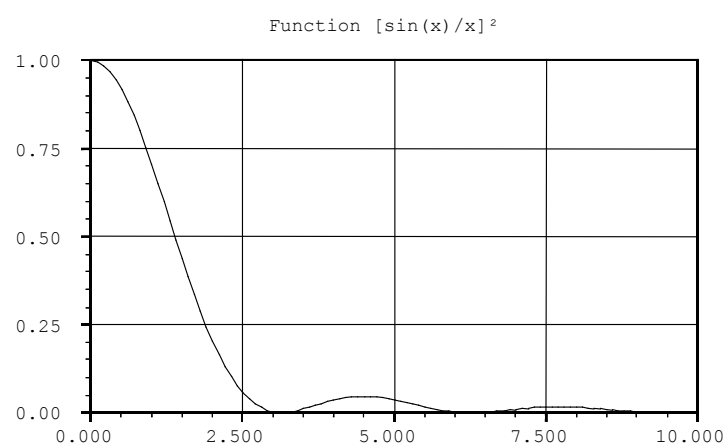
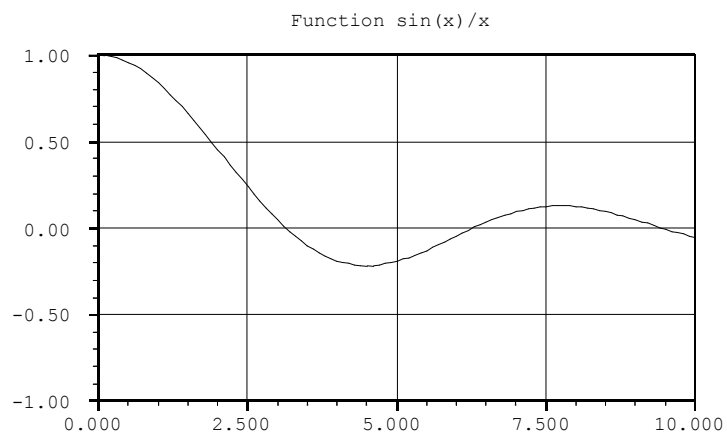
$$S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-j2\pi f t} dt \quad \left| \quad s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f) e^{j2\pi f t} df \right.$$

$s(t)$	$TF[s(t)] = S(f)$
$\delta(t)$	1
$\delta(t - t_0)$	$e^{-j2\pi f t_0}$
1	$\delta(f)$
$u(t)$	$\frac{1}{2} \left(\delta(f) + \frac{1}{j\pi f} \right)$
$\text{sgn}(t)$	$\frac{1}{j\pi f}$
$\cos(2\pi f_0 t)$	$\frac{1}{2} (\delta(f + f_0) + \delta(f - f_0))$
$\sin(2\pi f_0 t)$	$\frac{-j}{2} (\delta(f + f_0) - \delta(f - f_0))$
$e^{-at} u(t) \quad a > 0$	$\frac{1}{a + j2\pi f}$
$\frac{d}{dt}(s(t))$	$2\pi j f S(f)$
$p(t) = \frac{\sin(2\pi f_0(t - \tau))}{\pi(t - \tau)}$	$P(f) = e^{-j2\pi f \tau}$ pour $ f < f_0$
$p_0(t) = 1$ pour $ t < T/2$	$P_0(f) = \frac{\sin(\pi f T)}{\pi f}$
$e^{-\pi t^2}$	$e^{-\pi f^2}$
$H[s(t)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{s(\tau)}{t - \tau} d\tau$	$-j \text{sgn}(f) S(f)$
$\pi(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT_e)$	$\Pi(f) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(f - k/T_e)$

On peut passer de la fréquence à la pulsation en utilisant la propriété du Dirac :

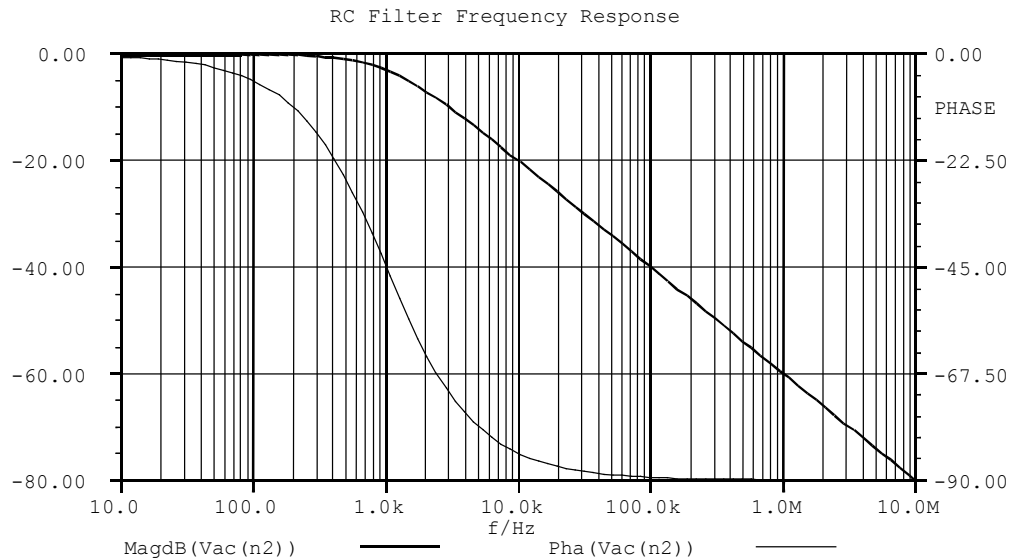
$$\delta(2\pi f) = \frac{1}{2\pi} \delta(f)$$

Annexe B : Fonction $x \rightarrow \sin(x)/x$



Annexe C : Filtre du premier ordre

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

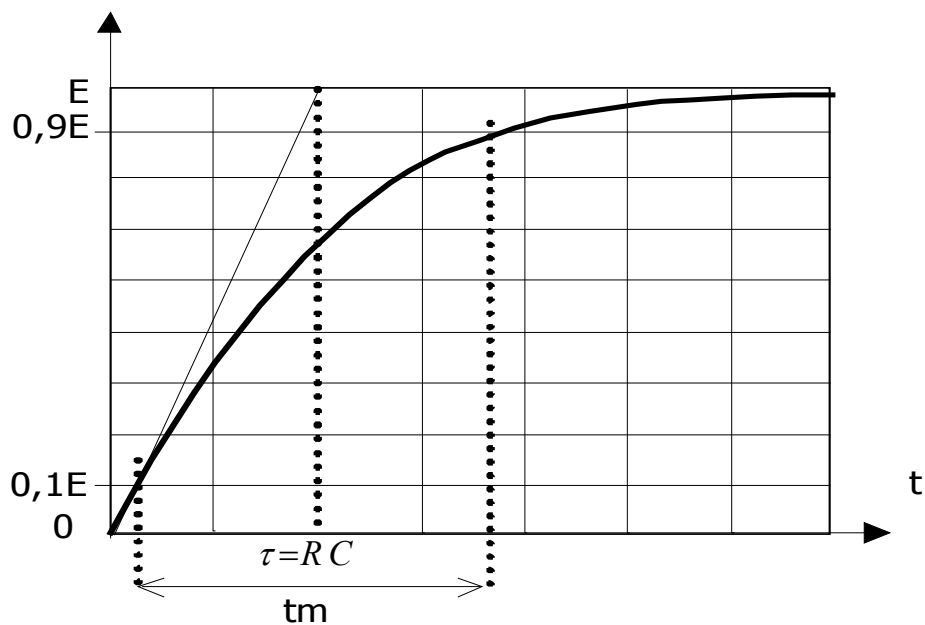


$$B = 1 / 2\pi RC$$

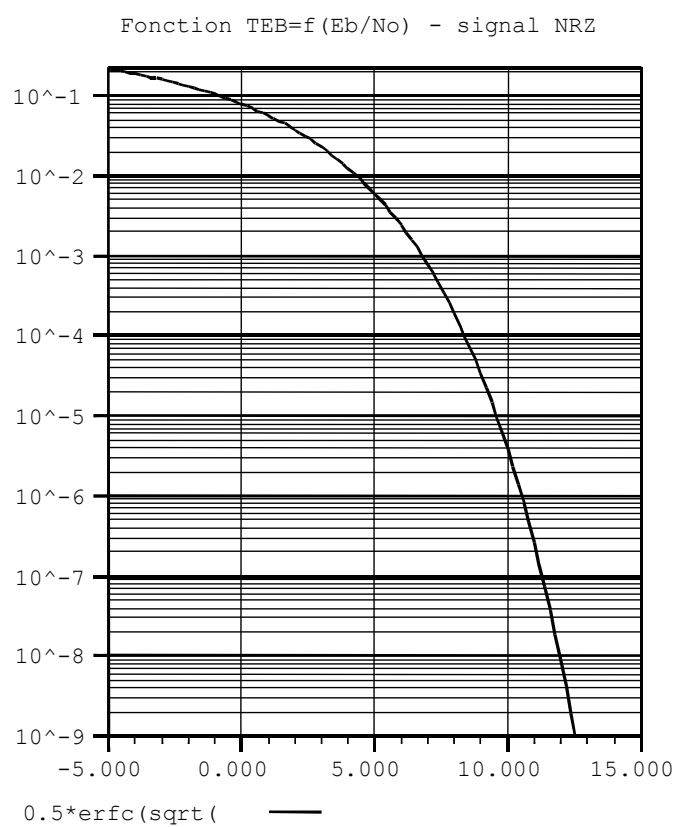
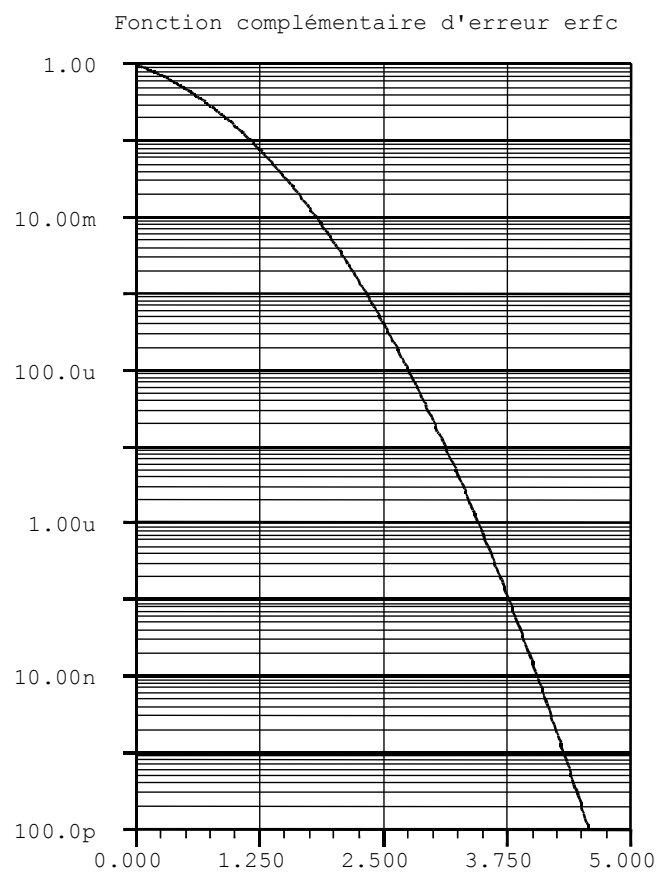
$$\tau = RC$$

$$u_s(t) = E(1 - e^{-t/RC}) \text{ pour } t > 0$$

$$tm = \ln(9) / 2\pi B = 0,35 / B$$

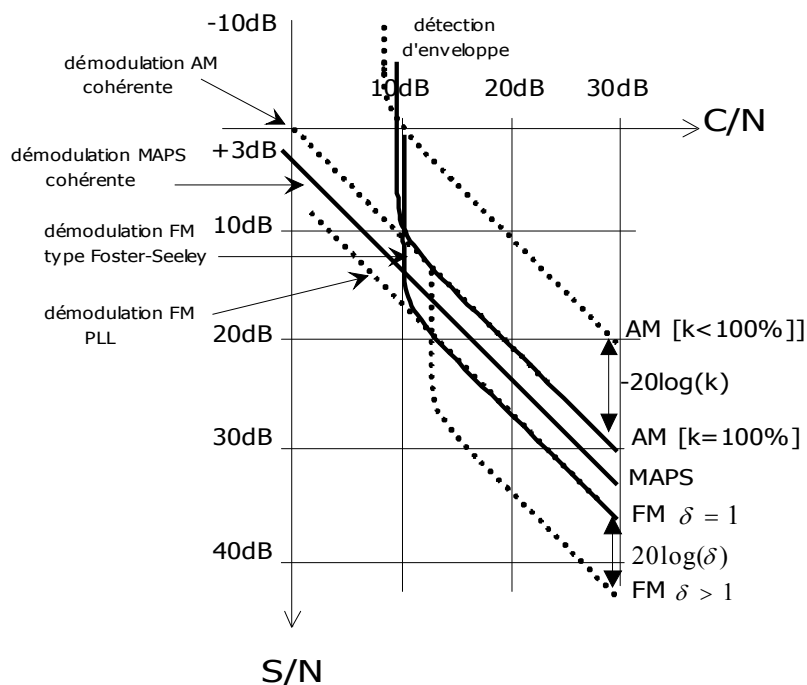


Annexe D : Fonction *erfc*

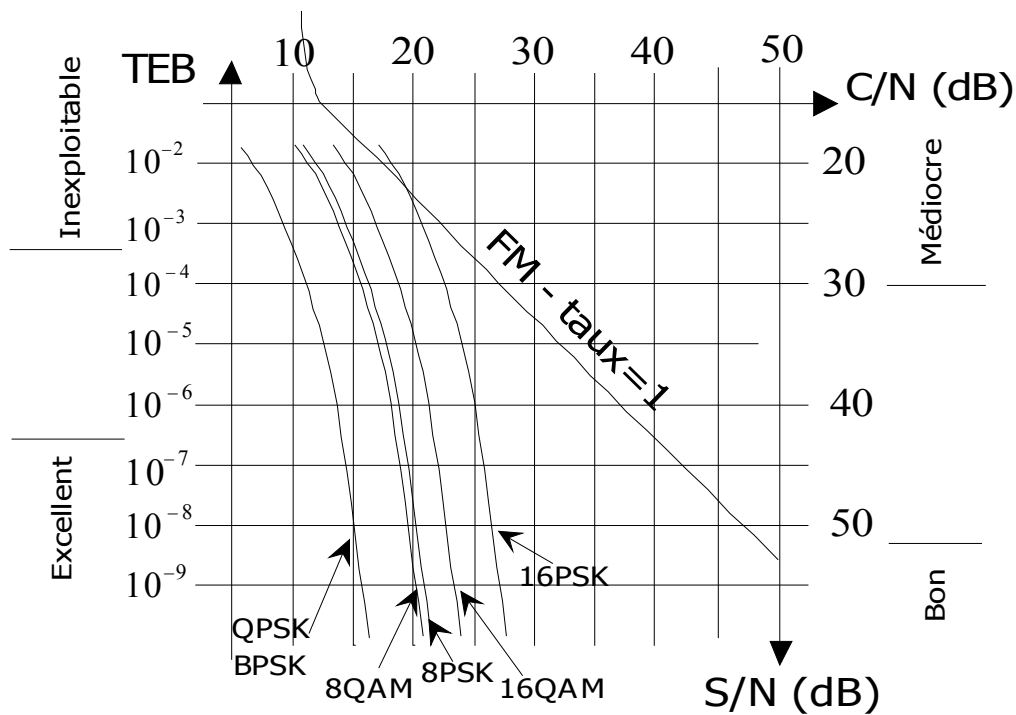


Annexe E : Performances

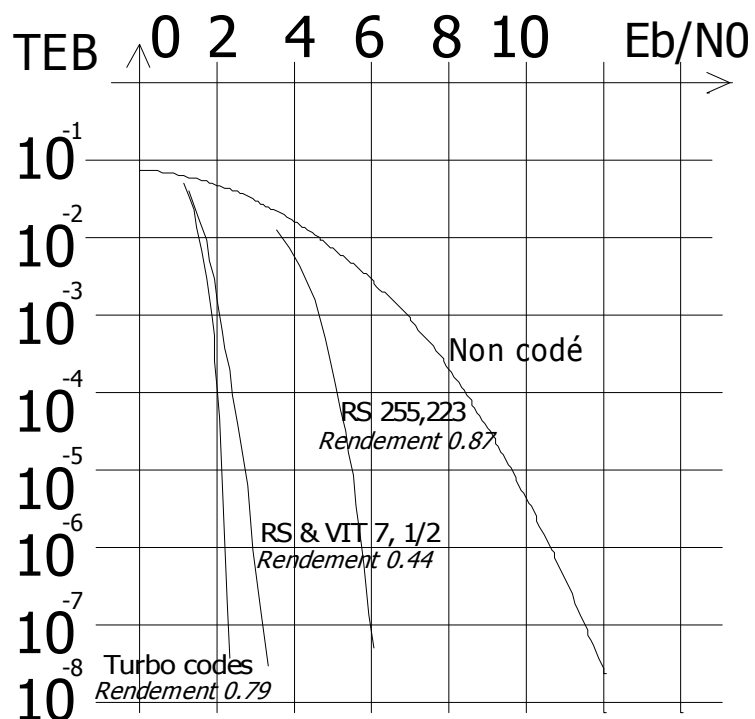
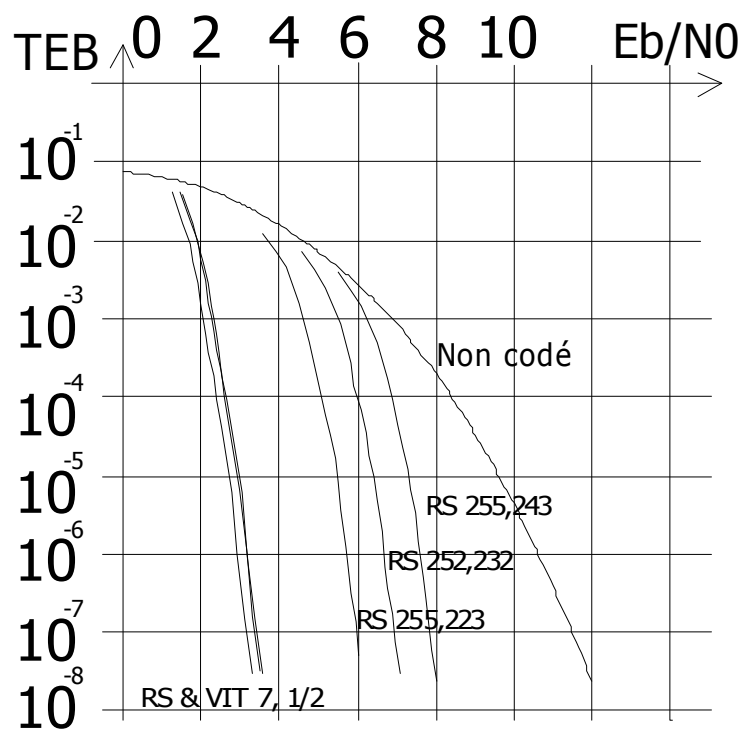
ANALOGIQUE



NUMERIQUE



Annexe F : Gain de codage



Annexe G : Formulaire

Calcul du gain

$$G_{dB} = 10 \log \left(\frac{P_1}{P_2} \right) \quad G_{dB} = 20 \log \left(\frac{U_1}{U_2} \right)$$

Expression de la puissance

$$P_{dBm} = 10 \log \left(\frac{P(W)}{1mW} \right) \quad P_{dBW} = 10 \log \left(\frac{P(W)}{1W} \right)$$

Transformée de Fourier

$$S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-j2\pi ft} dt$$

Transformée de Fourier inverse

$$s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f) e^{j2\pi ft} df$$

Produit de convolution

$$x_1 * x_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x_1(\tau) x_2(t - \tau) d\tau$$

Puissance de bruit

$$N = kTB$$

Constante de Boltzmann

$$k = 1,380662 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

$$10 \log(k) = -228,60 \text{ dBJ/K}$$

Formules de trigonométrie

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a + b) + \cos(a - b)]$$

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) - \cos(a + b)]$$

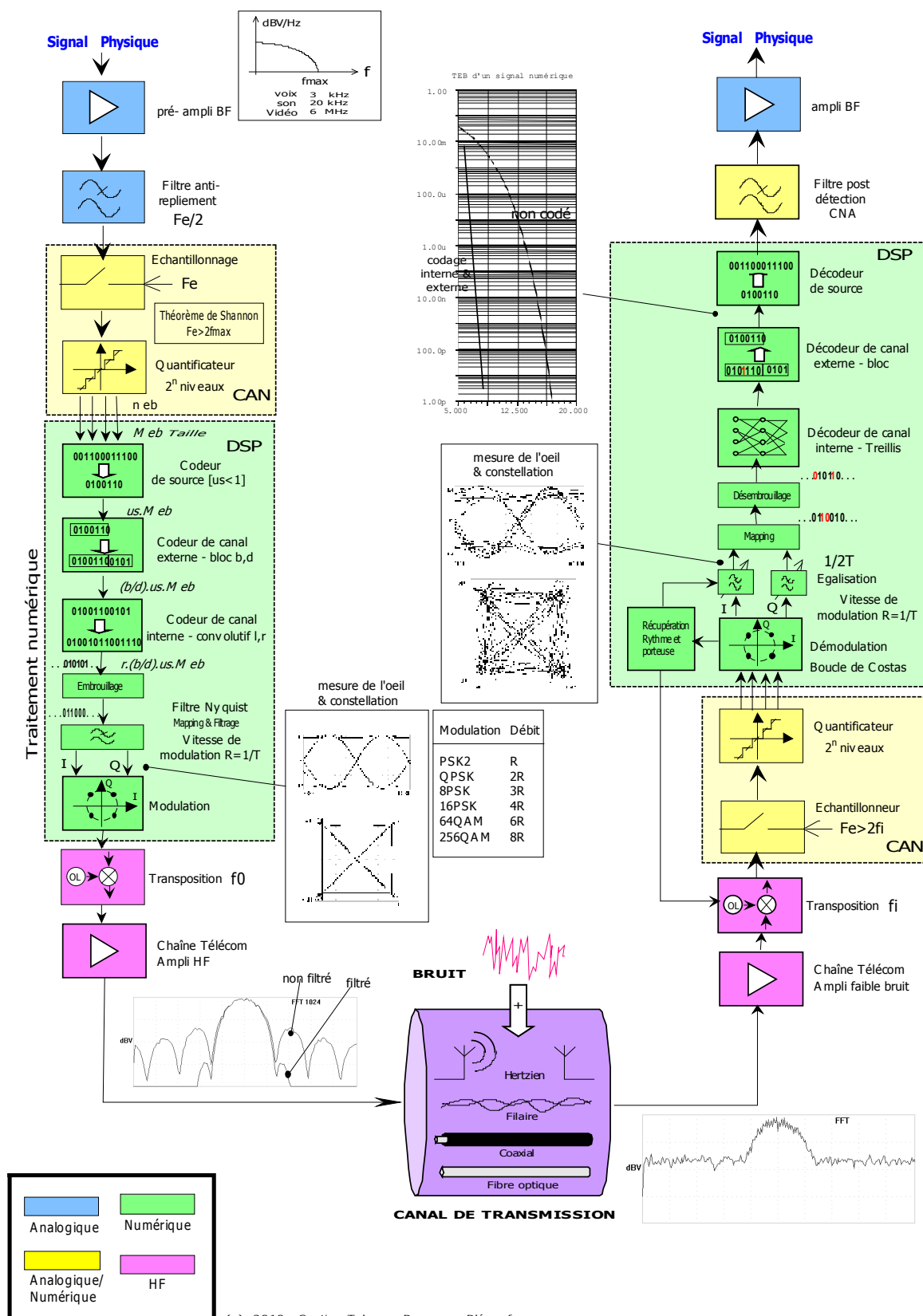
$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a + b) + \sin(a - b)]$$

$$\cos p + \cos q = 2 \cos \left(\frac{p+q}{2} \right) \cos \left(\frac{p-q}{2} \right)$$

$$\cos p - \cos q = -2 \sin \left(\frac{p+q}{2} \right) \sin \left(\frac{p-q}{2} \right)$$

$$\sin p + \sin q = 2 \sin \left(\frac{p+q}{2} \right) \cos \left(\frac{p-q}{2} \right)$$

Annexe H : Chaîne Numérique

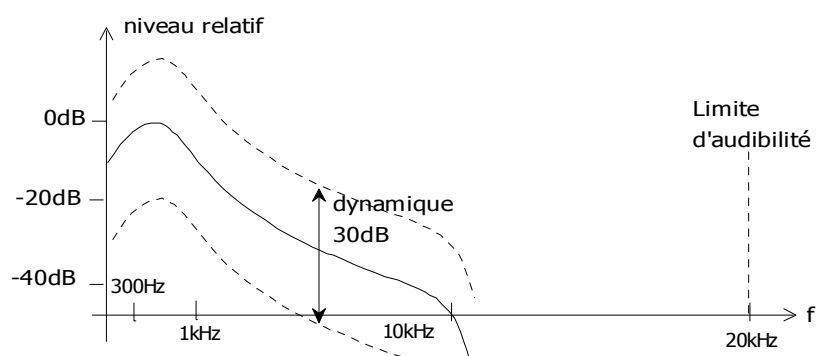


(c)- 2010 - Section Telecom Réseaux - Pléneuf

Annexe I : Signaux Physiques

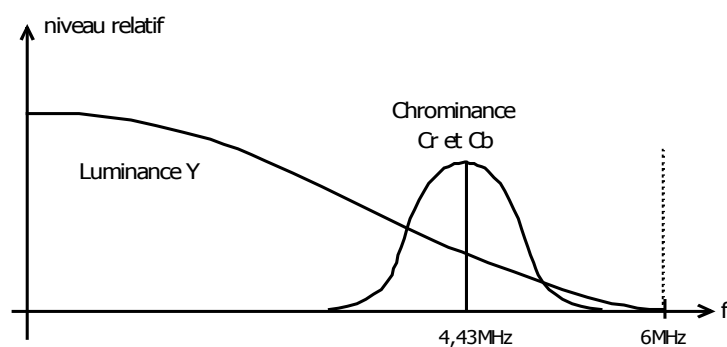
La voix

Bande analogique de la voix	50Hz-8kHz
Bande téléphonique	300Hz-3kHz
Bande Hi-Fi	15Hz-15kHz
Dynamique (voix forte/faible)	30 dB
stabilité des caractéristiques	20-50ms
Délai optimal de transmission	<150ms
Délai inacceptable	>400ms
Pause entre deux mots	~100ms
Débit numérique standard	64 kbit/s

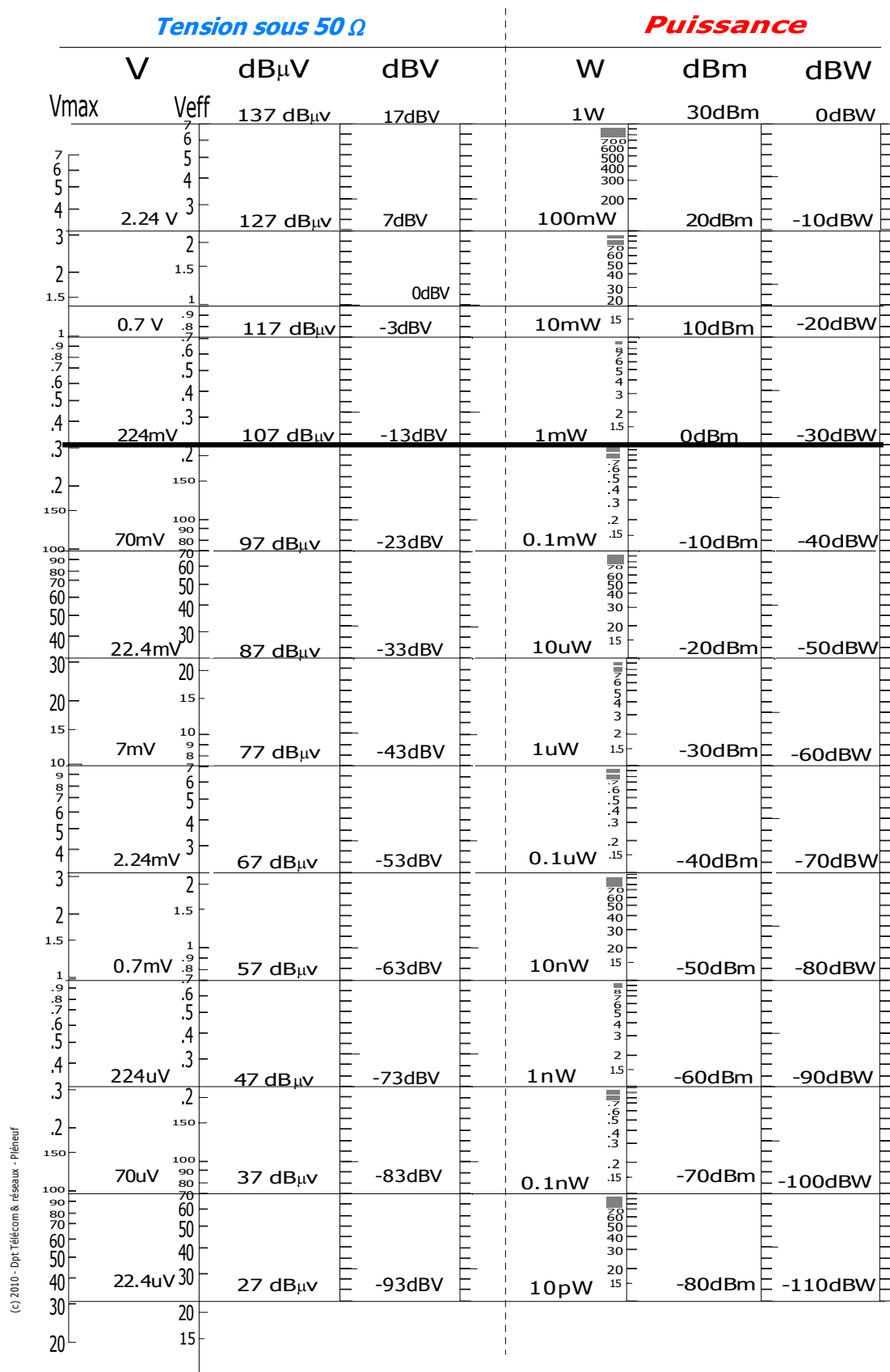


La vidéo

Largeur de bande analogique	6MHz
Débit numérique MPG2	2-8 Mbits/s



Annexe J : Abaque conversions dB



Annexe H : Tableau ASCII étendu

Déc	Hex	Char	Déc	Hex	Char	Déc	Hex	Char	Déc	Hex	Char	Déc	Hex	Char	Hex	Binaire
0	00		55	37	7	111	6F	o	167	A7	°	222	DE	Ï	0	0000
1	01	☺	56	38	8	112	70	p	168	A8	ˆ	223	DF	■	1	0001
2	02	☹	57	39	9	113	71	q	169	A9	®	224	E0	Ó	2	0010
3	03	♥	58	3A	:	114	72	r	170	AA	¬	225	E1	Ô	3	0011
4	04	♦	59	3B	;	115	73	s	171	AB	½	226	E2	Õ	4	0100
5	05	♣	60	3C	<	116	74	t	172	AC	¼	227	E3	Ö	5	0101
6	06	♠	61	3D	=	117	75	u	173	AD	ı	228	E4	ø	6	0110
7	07		62	3E	>	118	76	v	174	AE	«	229	E5	Õ	7	0111
8	08		63	3F	?	119	77	w	175	AF	»	230	E6	µ	8	1000
9	09		64	40	@	120	78	x	176	B0		231	E7	þ	9	1001
10	0A		65	41	A	121	79	y	177	B1		232	E8	þ	A	1010
11	0B	☺	66	42	B	122	7A	z	178	B2		233	E9	Ú	B	1011
12	0C	☺	67	43	C	123	7B	{	179	B3		234	EA	Û	C	1100
13	0D	☺	68	44	D	124	7C		180	B4	—	235	EB	Ü	D	1101
14	0E	♪	69	45	E	125	7D	}	181	B5	À	236	EC	Ý	E	1110
15	0F	☼	70	46	F	126	7E	~	182	B6	Â	237	ED	Ÿ	F	1111
16	10	▶	71	47	G	127	7F	△	183	B7	À	238	EE	—		
17	11	◀	72	48	H	128	80	Ç	184	B8	©	239	EF	’		
18	12	↕	73	49	I	129	81	ü	185	B9	ƒ	240	F0	-		
19	13	!!	74	4A	J	130	82	é	186	BA		241	F1	±		
20	14	¶	75	4B	K	131	83	â	187	BB	}]	242	F2	=		
21	15	§	76	4C	L	132	84	ä	188	BC	}]	243	F3	¾		
22	16	—	77	4D	M	133	85	à	189	BD	¢	244	F4	¶		
23	17	↕	78	4E	N	134	86	â	190	BE	¥	245	F5	§		
24	18	↑	79	4F	O	135	87	ç	191	BF]L	246	F6	÷		
25	19	↓	80	50	P	136	88	ê	192	C0	⌋	247	F7	ˆ		
26	1A	→	81	51	Q	137	89	ë	193	C1	⌋	248	F8	ˆ		
27	1B	←	82	52	R	138	8A	è	194	C2	⌋	249	F9	ˆ		
28	1C	⌋	83	53	S	139	8B	ï	195	C3	⌋	250	FA	ˆ		
29	1D	↔	84	54	T	140	8C	î	196	C4	—	251	FB	ˆ		
30	1E	▲	85	55	U	141	8D	ì	197	C5	—	252	FC	ˆ		
31	1F	▼	86	56	V	142	8E	Ä	198	C6	—	253	FD	ˆ		
32	20	space	87	57	W	143	8F	Å	199	C7	—	254	FE	■		
33	21	!	88	58	X	144	90	É	200	C8	ℒ	255	FF			
34	22	"	89	59	Y	145	91	æ	201	C9	ℒ					
35	23	#	90	5A	Z	146	92	Æ	202	CA	ℒ					
36	24	\$	91	5B	[147	93	ô	203	CB	ℒ					
37	25	%	92	5C	\	148	94	ö	204	CC	ℒ					
38	26	&	93	5D]	149	95	ò	205	CD	ℒ					
39	27	'	94	5E	^	150	96	û	206	CE	ℒ					
40	28	(95	5F	`	151	97	ù	207	CF	ℒ					
41	29)	96	60	~	152	98	ÿ	208	D0	ℒ					
42	2A	*	97	61	a	153	99	Ö	209	D1	ℒ					
43	2B	+	98	62	b	154	9A	Ü	210	D2	ℒ					
44	2C	,	99	63	c	155	9B	ø	211	D3	ℒ					
45	2D	-	100	64	d	156	9C	£	212	D4	ℒ					
46	2E	.	101	65	e	157	9D	Ø	213	D5	ℒ					
47	2F	/	102	66	f	158	9E	×	214	D6	ℒ					
48	30	0	103	67	g	159	9F	ƒ	215	D7	ℒ					
49	31	1	104	68	h	160	A0	á	216	D8	ℒ					
50	32	2	105	69	i	161	A1	í	217	D9	ℒ					
51	33	3	106	6A	j	162	A2	ó	218	DA	ℒ					
52	34	4	107	6B	k	163	A3	ú	219	DB	ℒ					
53	35	5	108	6C	l	164	A4	ñ	220	DC	ℒ					
54	36	6	109	6D	m	165	A5	Ñ	221	DD	ℒ					
			110	6E	n	166	A6	a								

Bibliographie

- [1] PG Fontolliet – Systèmes de Télécommunications –
Traité d'électricité Volume XVIII – 1996 PPUR
- [2] F De Coulon – Théorie et Traitement des Signaux –
Traité d'électricité Volume VI – 1998 PPUR
- [3] M Kunt – Traitement Numérique des Signaux –
Traité d'électricité Volume XX – 1996 PPUR
- [4] A. Glavieux – Codage de Canal –
Traitement du Signal et de l'Image - 2005 Hermès Lavoisier
- [5] F Cottet– Traitement des Signaux et Acquisition de données
Cours et Exercice Résolus – 1997 DUNOD
- [6] F de Dieuleveult/H. Fanet – Principes et Pratiques de l'électronique –
Tome 2 Fonctions Numériques & Mixtes – 1997 DUNOD
- [7] O Pilloud – Le Radio-Amateur –
Préparation à l'examen technique ; Manuel de Référence– 1993 Editions TECHNIP

Normes ETSI et UIT

Index

A

A3E	67,68
AAC (codage)	235
Accentuation	99
Accès de base (RNIS)	217
Accès primaire (RNIS)	218
ADC	196
AF	67
Affixe	5
AMI (codage)	265
AMRC	144
AMRF	142
AMRP	152
AMRS	152
AMRT	143
Analyse de spectre	15
Analyse de spectre	42
APSK	124
ARQ	238
ASCII	13
ASK	105
Atténuation	49
Autocorrélation	23,258
AWGN	56

B

Bande de base	73, 261
Bande de bruit	57
Bande de Carson	82
Bande latérale	70
Bande-passante	37
Baud	8
BCH	242
BER	181
Bernstein	32
Bessel (filtre)	45
Bessel (Fonctions)	83
BF	68
Binaire Signé	205
bit	8
bit/s	8
Blackmann (Fenêtre)	292

BLI	69
BLR	75
BLS	69
BLU	30, 75
Bode (diagramme)	39
Boltzmann (Constante)	57
Boucle à verrouillage de phase	97
Boucle de Costas	172
Boucle de masse	53
BPSK	115
Brassage	248
Brouillage co-canal	143
Bruit	51
Bruit blanc	56
Bruit blanc	63
Bruit cosmique	54
Bruit de grenaille	54
Bruit de phase	160
Bruit de quantification	132, 206
Bruit de scintillation	55
Bruit Flicker	55
Bruit interne	54
Bruit Johnson	55
Bruit rose	56
Bruit Schottky	54
Bruit thermique	55, 158
Burst (erreur)	249
Butterworth (filtre)	45

C

C/N	60
C/N	181
CAN	196
CAN à rampe	213
CAN flash	212
CAN Sigma/delta	214
Canal (capacité)	184
Canal de transmission	157
CAP (modulation)	123
Capacité de canal	184, 237
Capacité Multi-utilisateurs	150
Carson (bande)	82
Cauer (filtre)	46
CBER	246
CDMA	144
Chrominance	12
CMI (codage)	265
CNA	200, 210
Codage antipolaire	263
Codage convolutif	239, 245
Codage de Gray	132, 205

Codage de Miller	265	Diode varicap	87
Codage de source	219	Dipôle	5
Codage Manchester	264	Dirac	20, 197
Code bloc	239, 241	Dirac (échantillonné)	268
Code correcteur	238	Dirac (Peigne)	198
Code détecteur	238	Discriminateur à PLL	96
Code externe	247	Discriminateur Foster Seeley	95
Code interne	247	Dispersion	47
Codes cascades	247	Dispersion d'énergie	248
Coinus surélevé (Filtrage)	166	Distorsion linéaire	49
Complément à 1	205	Distribution	20
Complexe	5	Division euclidienne	239
Complexes (signaux)	27	DM (Codage)	265
Compression (Fichiers)	220	Doppler (Effet)	158
Compression (Quantification)	209	DQPSK	130
Constante de temps RC	37	DSF (Fourier)	279
Constellation	115	DSSS	145
Continuité de phase	109	DSSS	258
Conversion AM/FM	95	Duplex	155
Convolution (numérique)	269	Durée utile	31
Convolution (produit)	21	DVB-T	140
Convolution (RIF)	274	DWDM	154
Corrélation	23	DWT	225
Corrélation (numérique)	270		
Cosinus surélevés (Filtres)	44	E	
Coupe-bande	36	eb	8
CRC	242	Eb/N0	61
Critères de Nyquist	163	Echantillonnage	196
Cumulo-nimbus	52	Echantillonnage (Fréquence)	197
		Echelle Logarithmique	38
D		Echelon (fonction)	27
dBm	7	Echos (détection)	25
dBV	7	Ecréteur	94
DCT	223	Effet de seuil	65
Débit	8	Effet de seuil (démodulation)	188
Décibels	6	Effet de seuil (diode)	91
Décision (instants)	43	Efficacité spectrale	61
Démodulation Cohérente	89	Egalisation	168
Démodulation différentielle	174	Egaliseur	175
Démodulation en quadrature	174	Elément binaire	8
Densité spectrale de puissance	9	Elliptiques (filtres)	46
Déphasage	47	Embrouillage	248
Déphaseur	29	Energie par bit	61
Dérivateur	88	En-tête WAV	212
Désaccentuation	102	Entrelacement	249
Détection d'enveloppe	90	erfc (Fonction)	62
Détection synchrone	89	Erreur de quantification	206
Développement de Fourier	16	Etalement de spectre	145
Déviations de fréquence (FM)	80	Etalement de spectre	249
Diagramme de l'œil	165	Excursion de fréquence	80
Diode	90	Expansion (Quantification)	209

F

Facteur de mode	262
Fading	159
FDMA	142
FEC	238
Fenêtre Pondérée	292
Fenêtre temporelle	289
FER	180
FFT	279
Fibonacci (Implémentation)	260
Filtrage	126
Filtrage (canal)	158
Filtrage numérique	271, 273
Filtre antirepliement	202
Filtre gaussien	113
Filtre RIF	273
Filtre RII	275
Foudre	52
Fourier	16
Fréquence	3
Fréquence de coupure	37
Fréquence d'échantillonnage	197
Fréquence instantanée	80
FSK	107

G

G7nn	232,233
Gabarit (Filtre)	50
Gain de codage	256
Gain de codage (CDMA)	147
Gain de diversité	190
Galois (corps)	243
Galois (implémentation)	260
Gauss (filtre)	45, 113
Gauss (loi)	56, 63
Générateur LSFR	260
Gigue de phase	131
GMSK	114
GPS	151
Group Delay	49
GSM	113, 144, 233

H

H263	229
H264	230
Hamming (distance)	246
Hamming (Fenêtre)	293
Hanning (Fenêtre)	292
Harmoniques	53
Harr (ondelettes)	226

Harris (Fenêtre)	293
HDB3	218
HDB3	266
Hertz	3
Hilbert (Transformation)	29
Horloge	53
Horloge (Récupération)	173
Huffmann	222

I

IFFT (Fourier)	288
IIS	162
Information	51
Instant de décision	164
Intégrateur	64, 88
Intercorrélation	23, 258
Interférences Inter Symboles	162
ISO 8859	13

J

J3E	74
JPEG	226

L

Largeur de modulation AM	73
Largeur utile	31
LDPC	239, 255
Liaison 2/4fils	155
Limiteur d'amplitude	94
Linéarité	33
lobe	11
Loi A/mu	210
Longueur de contrainte	245
LOS	159
LSB	205
Luminance	13
LZW	223

M

Manchester (Codage)	264
MAPS	74
Mélangeur anneau	77
Méthode oscilloscopique tangentielle	183
MIC	232
Mimo	140
Modulant (signal)	67
Modulateur	67
Modulateur AM	76
Modulateur en quadrature	118
Modulateur FM	87

Modulation Analogique Discrète	105
Modulation de fréquence	79
Modulation de phase	88
Modulations codées	131
Modulations différentielles	129
Modulations hiérarchiques	132
Modulations multiporteuses	136
Moment	8
Morse (code)	221
MP3	233
MPEG	229
MSB	205
m-séquences	259
MSK	112
Multiplicateur	76
Multi-trajets	159

N

NBFM	81
NLOS	159
Norton	57
NRZ	9
NRZ	24
NRZ	43
NRZ	263
NTSC	13
Nyquist (Filtrage)	163

O

Œil (Diagramme)	166
Œil (vision)	221
OFDM	136
Offset	17
Ondelettes	225
OOK	106
OQPSK	119
Ordre (Filtre)	40
Orthogonalité (Porteuses)	136
Orthogonalité (Séquences)	148
Oscilloscope	15, 42

P

PAL	13
Parseval	17
Passe-bande	36
Passe-Bas (filtre)	34
Passe-haut	36
PCM	232
Performances	98
Période	3

Pertes d'insertion	41
Phase instantanée	80
Plancherel	21
PLL	97
PLL (Asservissement)	171
PNSS	145
Poinçonnage	247
Polarisation	152
Polynôme	239
Polynôme primitif	259
Porte (fonction)	19
Porteuse	67
Porteuse (Récupération)	170
Porteuses en quadrature	114
Préaccentuation	101
Processus stochastiques	55
PSK	115
PTT	155
Puissance	6
Puissance crête	72
Pulsation	3
Puncturing	247

Q

QAM	120
QPSK	117
QPSK	176
Quadripôle	36
Quantification	204
Quantification uniforme	208

R

Rapidité de modulation	8
Rayleigh (canal)	160
RC (Filtre)	37
Rectangulaire (Fenêtre)	292
Reed-Solomon	243
Registre à décalage	245
Registre à décalage	240, 259
Réjecteur	36
Relation d'incertitude	31
Rendement (code de canal)	238
Repliement de spectre	200
Réponse acausale	35
Réponse impulsionnelle	22, 33, 40
Réponse indicielle	22, 40
Représentation I/Q	4
Résistance bruyante (modèle)	57
Retard (phase)	47
RF	67
Rice (canal)	160

RIF (filtre)	273
RII (Filtre)	275
RLE	222
RNIS	217
Roll-Off	44, 166
Rupture de phase	108

S

S/N	61, 180
Saturation (Amplificateur)	124
Saut de fréquence	145
Scalability (JPEG2000)	228
Scalability (ondelette)	225
Scrambler	248
SDMA	152
Seed (SPA)	260
Séquence directe	146
séquences de Barker	259
Séquences de Gold	259
Séquences de Walsh-Hadamard	259
Séquences pseudo-aléatoires	258
SER	180
Shannon (Limite)	185
Shannon (Théorème)	199, 201, 202
Signal	2
Signal à Bruit (rapport)	59
Signal analytique	28
Simplex	155
Sinus cardinal	19
Sinusoïde	2
Sous-échantillonnage	216
SPA	258
Spectre étalé	146
SSB	75
SSMA	145
Support de transmission	141
Surmodulation AM	70
Symbole	8
Symbole élémentaire	263

T

Taux de compression	219
Taux de modulation AM	69
Taux de modulation FM	80
Taux d'erreur binaire	64
Tchebycheff	46
TCM	133
TDMA	143
TEB	64
TEB	181
TEB (QPSK)	189

Température de bruit	57
Temps de montée	41
Temps de propagation de groupe	49
Temps-fréquence	15
Tension	1
Tension crête	5
Tension d'avalanche	91
Tension efficace	5
TF (Fourier)	279
TFD (Fourier)	283
Théorème du retard	269
Thevenin	57
Traitement numérique	270
Trames MIC	217
Transcodage électrique	261
Transformée de Fourier	18
Transformée de Fourier (discrètes)	283
Transformée en z	267
Transformées discrètes	280
Treillis (code)	245
Treillis (Modulation)	135
Turbocodes	239, 250

U, V

UMTS	151
Valence	8
VBER	246
VCO	87
Vidéo analogique	12
Viterbi (algorithme)	246
Voix humaine	11
VSB	75

W

Walsh	259
WAV	212
WBFM	81
WDMA	153
Wimax	140

X

XOR	240, 259
Ziv-Lempel	223