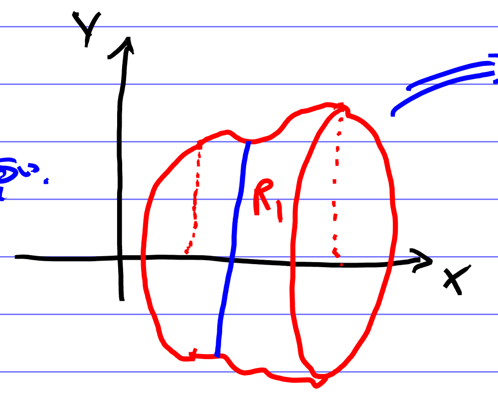
1–18 Encontre o volume do sólido obtido pela rotação da região delimitada pelas curvas dadas em torno das retas especificadas. Esboce a região, o sólido e um disco ou arruela típicos.

5. $y = \sqrt{25 - x^2}$, $y = 0$, $x = 2$, $x = 4$; em torno do eixo x

Sólido de revolução.



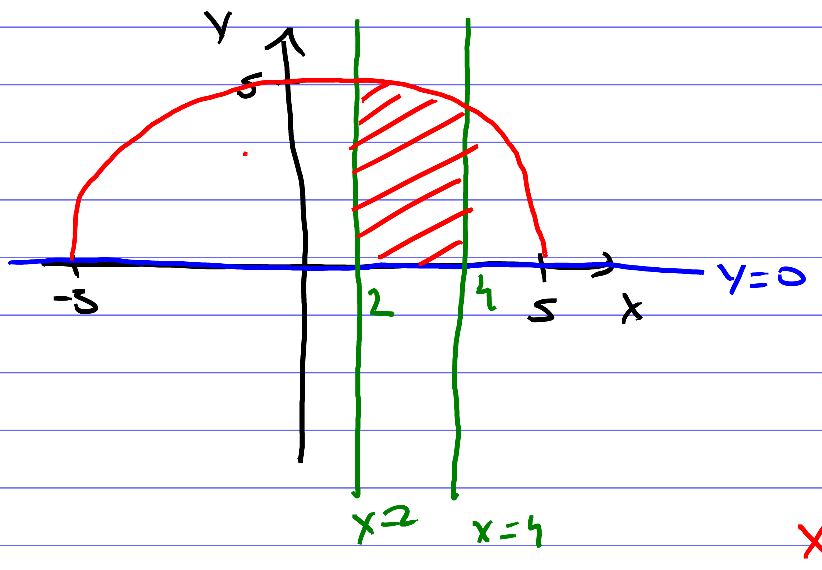
Fatia é um disco

$$V = \int_a^b A(x)\,dx$$

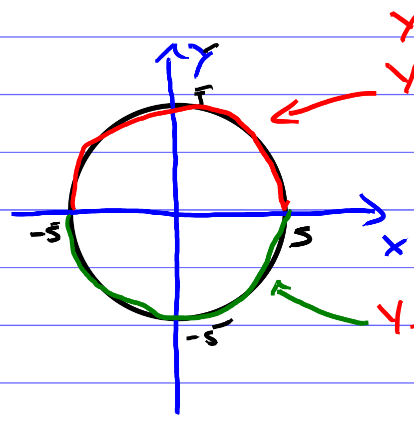
$$\boxed{V = \int_a^b \pi f(x)^2\,dx}$$

[m²] [m]
Área comprimento = volume

Solução:



$x^2 + y^2 = 25$
$y^2 = 25 - x^2$
$y = \sqrt{25 - x^2}$
ou



$y = -\sqrt{25 - x^2}$

O que uma integral calcula depende de suas unidades

$$\int_a^b f(x)\,dx$$

[m] [m] = [m²]
[m²] [m] = [m³]
[C/m] [m] = [C]
[kg/m] [m] = [kg]
[N] [s] = [Ns]

$$V = \int_2^4 \pi\, f(x)^2\,dx$$

$$V = \int_2^4 \pi \left(\sqrt{25 - x^2}\right)^2 dx$$

$$V = \int_2^4 \pi\,(25 - x^2)\,dx$$

$$V = \pi \left[25x - \frac{x^3}{3}\right]_2^4$$

$$V = \pi\left(\left[100 - \frac{64}{3}\right] - \left[50 - \frac{8}{3}\right]\right)$$

$$V = \pi\left(50 - \frac{64}{3} + \frac{8}{3}\right)$$

$$V = \pi\left(50 - \frac{56}{3}\right)$$

$$V = \pi\left(\frac{150 - 56}{3}\right)$$

$$V = \pi\left(\frac{94}{3}\right)$$

$$V = \frac{94}{3}\pi$$

WolframAlpha computational intelligence.

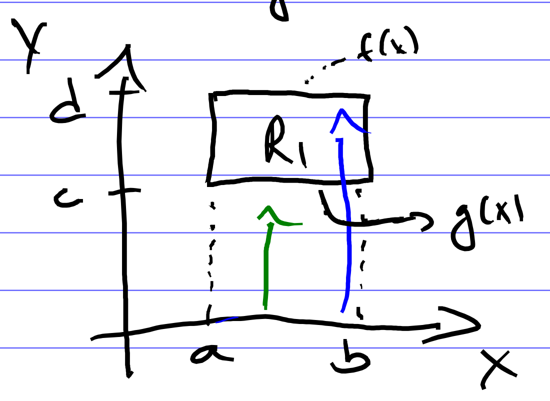
int(pi * (25 - x^2), x=2..4)

Extended Keyboard | Upload | Examples | Random

Definite integral: | More digits | Step-by-step solution

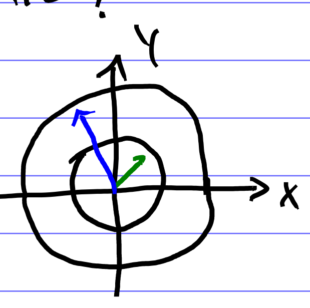
$$\int_2^4 \pi\,(25 - x^2)\,dx = \frac{94\pi}{3} \approx 98.437$$

E se a região rotacionada em torno do eixo x for R_1?



Anel.

E a fatia?



Arruela.

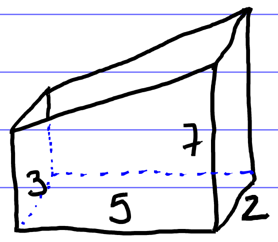
ERRADA

$$\boxed{V = \int_a^b \pi\,(f(x) - g(x))^2\,dx}$$

$$\boxed{V = \int_a^b \pi\, f^2(x)\,dx - \int \pi\, g^2(x)\,dx}$$

CORRETA

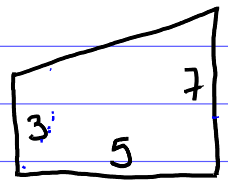
2. Qual é a integral que calcula o volume do seguinte sólido utilizando a técnica do fatiamento.



Aprendi na 6ª série

$V = \text{Área} \cdot \text{Altura}$

Área =



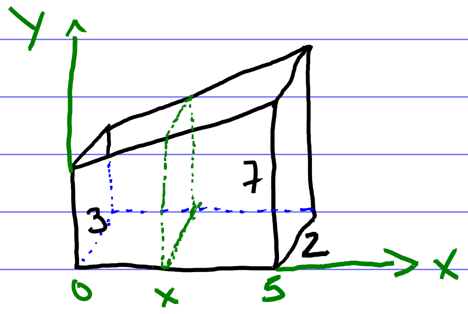
$\text{Área} = \dfrac{b(h+H)}{2}$

$\text{Área} = \dfrac{5(3+7)}{2}$

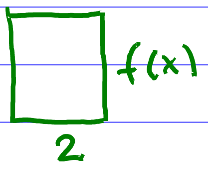
$\text{Área} = 25$

$V = 25 \cdot 2 = 50$

$V = 50$ u.v.

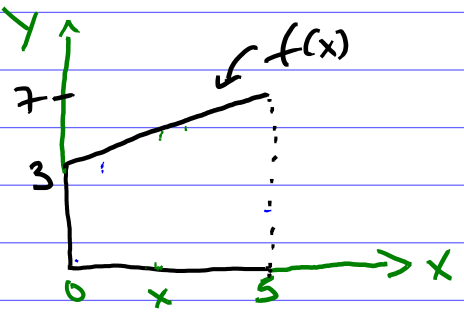


FATIAS



$A(x) = 2f(x)$

$$V = \int_0^5 A(x)\,dx = \int_0^5 2f(x)\,dx$$



$f(x) = ax + b$

$f(0) = 3$

$f(5) = 7$

$$\begin{cases} a \cdot 0 + b = 3 \therefore b = 3 \\ a5 + b = 7 \end{cases}$$

$5a = 7 - b$

$5a = 7 - 3$

$5a = 4$

$\boxed{a = \dfrac{4}{5}}$

$f(x) = \dfrac{4}{5}x + 3$

$$\int_0^5 A(x)\,dx = \int_0^5 2f(x)\,dx = \int_0^5 2\left(\frac{4}{5}x + 3\right)dx$$

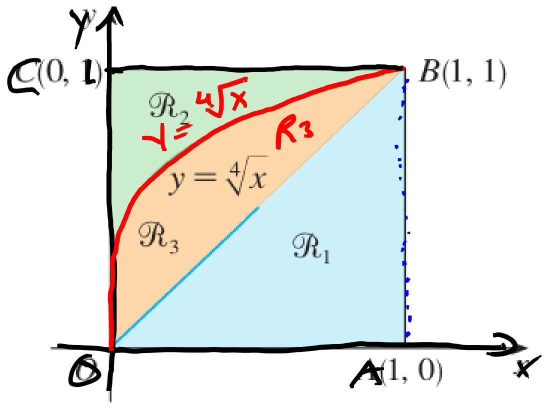
$$= \int_0^5 \left(\frac{8}{5}x + 6\right)dx = \left[\frac{8}{10}x^2 + 6x\right]_0^5$$

$$= \left[\frac{8(25)}{10} + 30\right] - 0$$

$$= [20 + 30] = 50$$

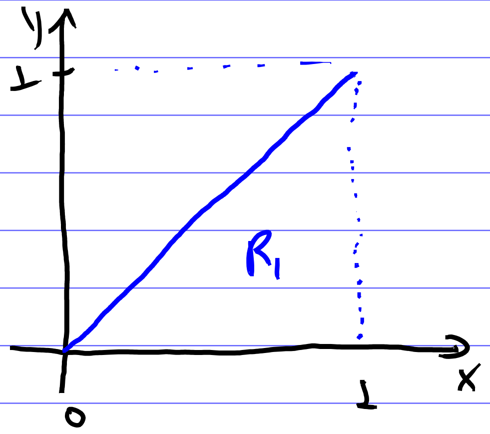
$= 50$ u.v.

19–30 Veja a figura e encontre o volume gerado pela rotação da região ao redor da reta especificada.



1 **19.** $\mathscr{R}_1$ em torno de OA
20. $\mathscr{R}_1$ em torno de OC
21. $\mathscr{R}_1$ em torno de AB
22. $\mathscr{R}_1$ em torno de BC
23. $\mathscr{R}_2$ em torno de OA
3ª **24.** $\mathscr{R}_2$ em torno de OC
25. $\mathscr{R}_2$ em torno de AB
26. $\mathscr{R}_2$ em torno de BC
2ª **27.** $\mathscr{R}_3$ em torno de OA
28. $\mathscr{R}_3$ em torno de OC
29. $\mathscr{R}_3$ em torno de AB
30. $\mathscr{R}_3$ em torno de BC

19



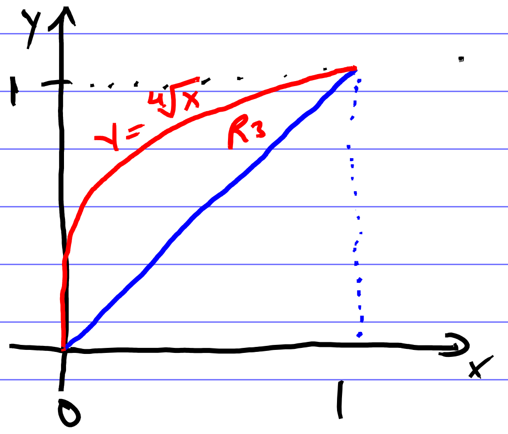
$$V = \int_0^1 \pi\, f(x)^2\, dx$$

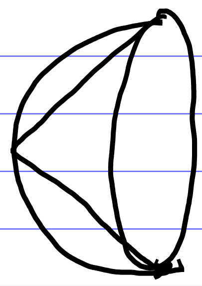
$f(x) = ?$

$f(x) = x$

$$\boxed{V = \int_0^1 \pi\, x^2\, dx}$$

27

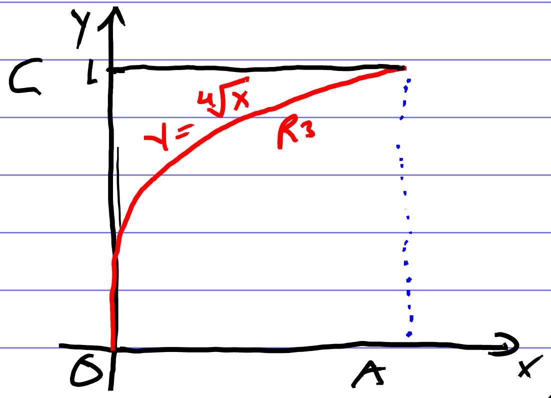


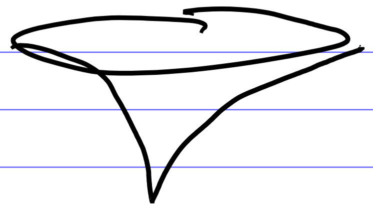


$$V = \underbrace{\int_0^1 \pi (\sqrt[4]{x})^2\, dx}_{\text{Volume total}} - \int_0^1 \pi\, x^2\, dx$$

Volume total – Volume interno.

24 Em torno do eixo y.





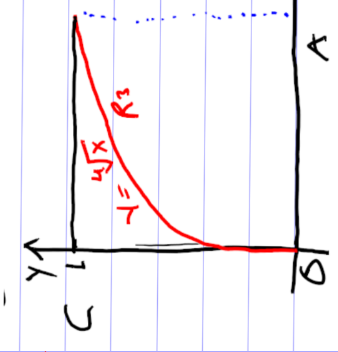
$$V = \int_0^1 \pi\, f(y)^2\, dy$$

$y = \sqrt[4]{x}$

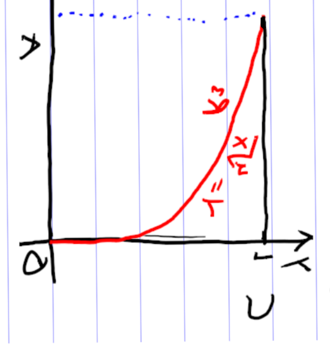
$y^4 = x$

$$V = \int_0^1 \pi (y^4)^2\, dy$$

$$V = \int_0^1 \pi\, y^8\, dy$$



Giro de 90°



Espelhamento.

$x = y^4$

$V = \int_0^1 \pi f(y)^2 \, dy$