63. Se $f(1) = 12$, f' é contínua e $\int_1^4 f'(x)\,dx = 17$, qual é o valor de $f(4)$?

$$\int_1^4 f'(x)\,dx = f(4) - f(1)$$

$$17 = f(4) - 12$$

$$17 + 12 = f(4)$$

$$\boxed{29 = f(4)}$$

27. $\int_0^2 x(2 + x^5)\,dx$

$$= \int_0^2 (2x + x^6)\,dx$$

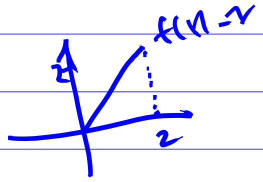
$$= \int_0^2 2x\,dx + \int_0^2 x^6\,dx$$

$$= 2\int_0^2 x\,dx + \int_0^2 x^6\,dx$$

De quantos modos eu sei resolver: $\int_0^2 x\,dx$?

1º Usando o TFC.

2º Graficamente



3º Via definição

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} x_i \,\Delta x$$

Vou usar TFC:

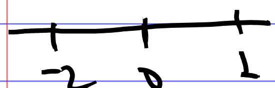
$$= 2\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^2 + \left[\frac{x^7}{7}\right]_0^2$$

$$= 2\cdot\left[\frac{4}{2} - \frac{0}{2}\right] + \left[\frac{2^7}{7} - \frac{0^7}{7}\right]$$

$$\boxed{= 4 + \frac{2^7}{7}}$$

45–48 O que está errado na equação?

Função é descontínua em $x=0$.



45. $\displaystyle\int_{-2}^{1} x^{-4}\,dx = \frac{x^{-3}}{-3}\Bigg]_{-2}^{1} = -\frac{3}{8}$

$$\int_{-2}^{1} \boxed{\frac{1}{x^4}}\,dx = \left[\frac{x^{-4+1}}{-4+1}\right]_{-2}^{1}$$

$$\boxed{f(x_0) = \lim_{x \to x_0} f(x)}$$

Não podemos utilizar o TFC se temos uma função não contínua.

Jeito correto de fazer a conta: $= \displaystyle\int_{-2}^{0} \frac{1}{x^4}\,dx + \int_{0}^{1} \frac{1}{x^4}\,dx$

O teorema se aplica aqui:

$$\int_{1}^{3} \frac{1}{x}\,dx \quad ✓$$

$$\int_{-1}^{1} \frac{1}{x}\,dx \quad ✗$$

$$\int_{-1000}^{1000} \cos(x)\,dx \quad ✓$$

$$\int_{-2}^{0} \frac{\cos(x)}{\boxed{x^2-1}}\,dx \quad ✗$$

69. Uma população de bactérias é de 4 000 no tempo $t = 0$ e sua taxa de crescimento é de $1000 \cdot 2^t$ bactérias por hora depois de t horas. Qual é a população depois de uma hora?

$$\int_a^b F'(t)\,dt = F(b) - F(a)$$

$$F'(t) = 1000 \cdot 2^t \ \frac{\text{bac}}{\text{hora}}$$

$$= 4000 + \int_0^1 1000 \cdot 2^t\,dt =$$

$$= 4000 + \int_0^1 1000\, 2^t\,dt$$

$$= 4000 + 1000 \int_0^1 2^t\,dt$$

$$= 4000 + 1000 \left[\frac{2^t}{\ln 2}\right]\Bigg|_0^1$$

$$= 4000 + 1000\left(\frac{2}{\ln 2} - \frac{2^0}{\ln 2}\right)$$

$$= 4000 + 1000\left(\frac{2}{\ln 2} - \frac{1}{\ln 2}\right)$$

$$= 4000 + \frac{1000}{\ln 2}$$

$$\frac{dx^{10}}{dx} = 10x^9$$

$$\frac{d(10^x)}{dx} = 10^x \cdot \ln 10$$

Assim sendo

$$\int x^9\,dx = \frac{x^{10}}{10} + c$$

$$\int 10^x\,dx = \frac{10^x}{\ln 10} + c$$

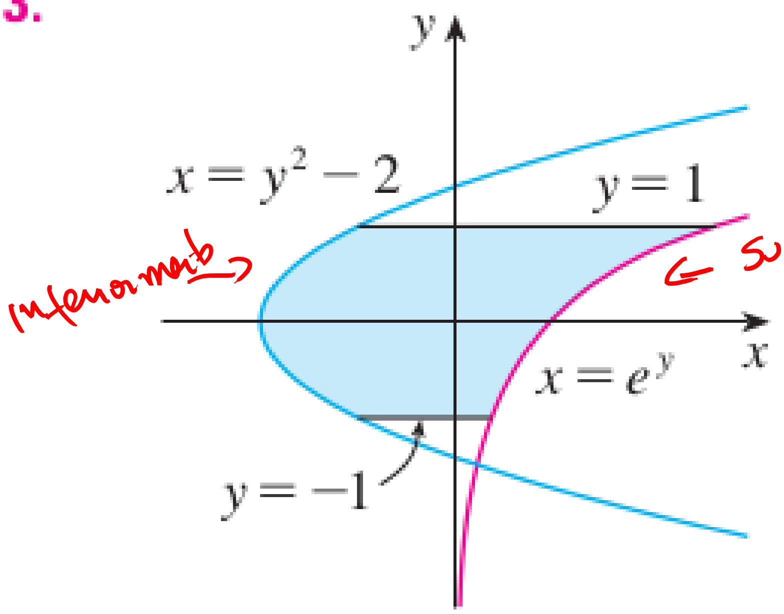
Indefinite integral: Approximate form Step-by-step solution

$$\int 2^x\,dx = \frac{2^x}{\log(2)} + \text{constant}$$

$\log(x)$ is the natural logarithm

Plots of the integral:

3.



← superiormente

$$A = \int_{-1}^{1} \{e^y - [y^2 - 2]\}\, dy$$

$$A = \left[e^y - \frac{y^3}{3} + 2y\right]\Big|_{-1}^{1}$$

$$A = \left[e^1 - \frac{1}{3} + 2\right] - \left[e^{-1} + \frac{1}{3} - 2\right]$$

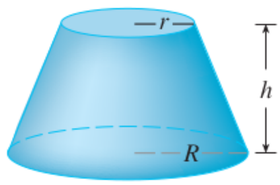
$$A = \left[e - \frac{1}{3} + 2 - \frac{1}{e} - \frac{1}{3} + 2\right]$$

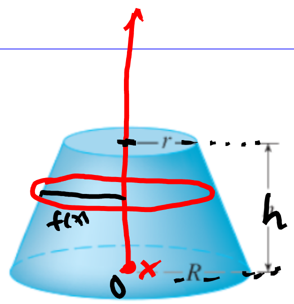
$$A = \left[e - \frac{1}{e} - \frac{2}{3} + 4\right]$$

$$\boxed{A = e - \frac{1}{e} + \frac{10}{3} \text{ u.a.}}$$

Volume:

48. Um tronco de um cone circular reto com altura h, raio da base inferior R e raio de base superior r.



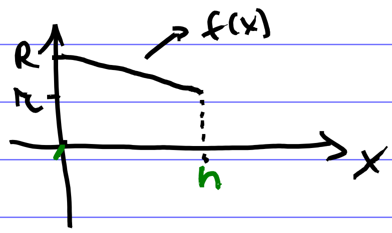


Toda fatia transversal a x tem formato de disco:

$$V=\int_0^h A(x)\,dx \qquad A(x)=\pi f(x)^2$$

Um corte em 0 me fornece uma fatia circular com raio R.

Um corte em h me fornece uma fatia circular com raio r.



$f(x)=ax+b$

$f(0)=a.0+b=R$

$b=R$

$f(h)=ah+b=r$

$ah+R=r$

$ah=r-R$

$a=\dfrac{r-R}{h}$

$$f(x)=\left(\frac{r-R}{h}\right)x+R$$

$$V=\int_0^h A(x)\,dx \qquad A(x)=\pi f(x)^2$$

$$V=\int_0^h \pi\left(\left(\frac{r-R}{h}\right)x+R\right)^2 dx$$

Calcule $\int_{-\infty}^{0} xe^x\,dx$.

$$\lim_{R\to-\infty}\int_R^0 xe^x\,dx$$

Calculando separadamente:

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$

$$\int_R^0 xe^x\,dx =$$

$u = x$ | $dv = e^x\,dx$

$\frac{du}{dx} = 1$ | $v = \int dv$

$v = \int e^x\,dx$

$du = dx$ | $v = e^x$

$$\int_R^0 xe^x\,dx = xe^x\Big|_R^0 - \int_R^0 e^x\,dx$$

$$= 0 - [Re^R] - e^x\Big|_R^0$$

$$= -Re^R - [e^0 - e^R]$$

$$= -Re^R - e^0 + e^R$$

Voltando

$$\lim_{R\to-\infty}\int_R^0 xe^x\,dx = \lim_{R\to-\infty}\left(-\underbrace{\cancel{Re^R}}_{0} - e^0 + \underbrace{\cancel{e^R}}_{0}\right)$$

$$= -1$$

$$\lim_{R\to-\infty}(-Re^R) = \lim_{R\to-\infty}\left(\frac{-R}{e^{-R}}\right) = \lim_{R\to-\infty}\left(\frac{1}{e^{-R}}\right) = 0$$