59. (a) Mostre que $d\mathbf{B}/ds$ é perpendicular a $\mathbf{B}$.
(b) Mostre que $d\mathbf{B}/ds$ é perpendicular a $\mathbf{T}$.

$\vec{B}$ vetor binormal

$\vec{B} = \vec{T} \times \vec{N}$

a) $|\vec{B}| = 1 \quad \therefore \quad \vec{B} \circ \vec{B} = 1$

$$\frac{d}{ds}(\vec{B} \circ \vec{B}) = \frac{d1}{ds}$$

$$\frac{d}{ds}(\vec{B} \circ \vec{B}) = 0$$

$$\vec{B}' \circ \vec{B} + \vec{B} \circ \vec{B}' = 0$$

$$\vec{B}' \circ \vec{B} + \vec{B}' \circ \vec{B} = 0$$

$$2(\vec{B}' \circ \vec{B}) = 0$$

$$\vec{B}' \circ \vec{B} = 0$$

Diz que $\vec{B}'$ e $\vec{B}$ são perpendiculares

então fica demonstrado que $\frac{d\vec{B}}{ds}$ é perpendicular a $\vec{B}$.

b) $\vec{B} = \vec{T} \times \vec{N}$

$$\vec{B}' = (\vec{T} \times \vec{N})'$$

$$\vec{B}' = \vec{T}' \times \vec{N} + \vec{T} \times \vec{N}'$$

$\vec{T} \circ \vec{B}' \overset{?}{=} 0$ Vamos ver:

$$\vec{T} \circ \vec{B}' = \vec{T} \circ (\vec{T}' \times \vec{N} + \vec{T} \times \vec{N}')$$

$$\vec{T} \circ \vec{B}' = \vec{T} \circ (\vec{T}' \times \vec{N}) + \underbrace{\vec{T} \circ (\vec{T} \times \vec{N}')}_{=0}$$

sempre é perpendicular a $\vec{T}$ e a $\vec{N}'$.

$$\vec{T} \circ \vec{B}' = \boxed{\vec{T} \circ (\vec{T}' \times \vec{N})}$$

Lembre-se $\vec{N} = \frac{\vec{T}'}{|\vec{T}'|}$

então

$$\vec{T} \circ \vec{B}' = \vec{T} \circ \underbrace{\left(\vec{T}' \times \frac{\vec{T}'}{|\vec{T}'|}\right)}_{\vec{0}}$$

$\vec{T} \circ \vec{B}' = 0$ isso mostra que $\vec{T}$ é perpendicular a $\frac{d\vec{B}}{ds}$

Atenção

$\boxed{\begin{array}{l}\vec{A} \times \vec{B} = \vec{C} \\ \vec{C} \text{ sempre é perpendicular a } \vec{A} \text{ e } \vec{B}\end{array}}$

$\boxed{\begin{array}{l}\vec{D} \circ \vec{E} = 0 \text{ se} \\ \vec{D} \text{ e } \vec{E} \text{ são perpendiculares entre si.}\end{array}}$

$\boxed{\vec{A} \times \vec{A} = 0}$

21–23 Utilize o Teorema 10 para encontrar a curvatura.

21. $\mathbf{r}(t) = t^3\,\mathbf{j} + t^2\,\mathbf{k}$

$$\boxed{K = \left|\frac{d\vec{T}}{ds}\right|} = \frac{d\vec{T}}{dt}\cdot\frac{dt}{ds}$$

$$= \frac{\frac{d\vec{T}}{dt}}{\frac{ds}{dt}} = \frac{\frac{d\vec{T}}{dt}}{\left|\frac{d\vec{r}}{dt}\right|}$$

$$\boxed{K = \frac{\vec{T}'}{|\vec{v}|}} \quad p/\ \vec{T}(t),\ \vec{v}(t)$$

No vídeo aula mostra que $\boxed{K = \frac{|\vec{r}'\times\vec{r}''|}{|\vec{r}'|^3}}$

Teorema 10.

$$\vec{r}(t) = t^3\hat{j} + t^2\hat{k}$$

$$\vec{r}(t) = \langle 0, t^3, t^2\rangle$$

$$\vec{r}'(t) = \langle 0, 3t^2, 2t\rangle$$

$$\vec{r}''(t) = \langle 0, 6t, 2\rangle$$

$$\vec{r}'\times\vec{r}'' = \begin{matrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} & \hat{i} & \hat{j} \\ 0 & 3t^2 & 2t & 0 & 3t^2 \\ 0 & 6t & 2 & 0 & 6t \end{matrix}$$

OK $\quad -12t^2\hat{i} + 0\hat{j} + 6t^2\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k}$

$$= \langle -6t^2, 0, 0\rangle$$

$$|\vec{r}'\times\vec{r}''| = 6t^2$$

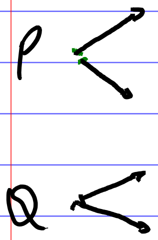
$$|\vec{r}'| = \sqrt{0 + (3t^2)^2 + (2t)^2} = \sqrt{9t^4 + 4t^2}$$

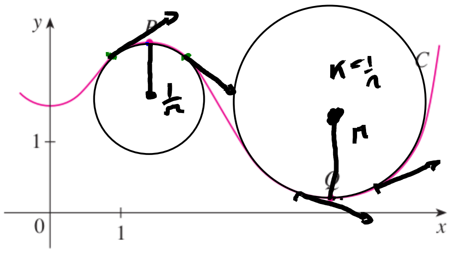
$$|\vec{r}'| = \sqrt{t^2(9t^2+4)}$$

$$\boxed{K = \frac{6t^2}{\left(\sqrt{t^2(9t^2+4)}\right)^3}}$$

33. (a) A curvatura da curva C mostrada na figura é maior em P ou em Q? Explique.

(b) Estime a curvatura em P e Q desenhando o círculo osculador nesses pontos.





$\rho = \dfrac{1}{\kappa}$

$\kappa = \dfrac{d\vec{T}}{ds}$

P tem maior curvatura pois $\vec{T}$ muda mais rapidamente em relação a S.

9–14 Determine a velocidade, a aceleração e a velocidade escalar da partícula cuja função posição é dada.

9. $\mathbf{r}(t) = \langle t^2 + 1, t^3, t^2 - 1 \rangle$

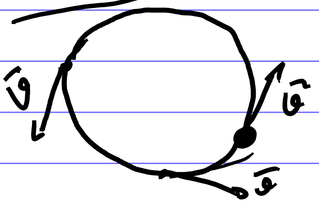
$\vec{v} = \langle 2t, 3t^2, 2t \rangle$

$\vec{a} = \langle 2, 6t, 2 \rangle$

$|\vec{v}| = \sqrt{4t^2 + 9t^4 + 4t^2}$

$|\vec{v}| = \sqrt{8t^2 + 9t^4}$

Movimento acelerado



$|\vec{v}| = 20 km/h$