59. (a) Mostre que $d\mathbf{B}/ds$ é perpendicular a $\mathbf{B}$.
(b) Mostre que $d\mathbf{B}/ds$ é perpendicular a $\mathbf{T}$.

s é o parâmetro comprimento de arco.
$\vec{B}$ é o vetor Binormal.

a) $|\vec{B}| = 1 \quad \therefore \quad \vec{B} \circ \vec{B} = 1$

$$\frac{d}{ds}(\vec{B} \circ \vec{B}) = \frac{d}{ds} 1$$

$$\vec{B}' \circ \vec{B} + \vec{B} \circ \vec{B}' = 0$$

$$2(\vec{B}' \circ \vec{B}) = 0$$

$$\vec{B}' \circ \vec{B} = 0$$

$$\frac{d\vec{B}}{ds} \circ \vec{B} = 0$$

Então está demonstrado que $\vec{B}$ é perpendicular a $\frac{d\vec{B}}{ds}$

b) $\vec{B} = \vec{T} \times \vec{N}$

$$\vec{B}' = (\vec{T} \times \vec{N})'$$

$$\vec{B}' = \vec{T}' \times \vec{N} + \vec{T} \times \vec{N}'$$

$$\vec{T} \circ \vec{B}' \overset{?}{=} 0$$

$$\vec{T} \circ \vec{B}' = \vec{T} \circ \left(\vec{T}' \times \vec{N} + \vec{T} \times \vec{N}'\right)$$

$$= \vec{T} \circ (\vec{T}' \times \vec{N}) + \vec{T} \circ (\underline{\vec{T} \times \vec{N}'})$$

o resultado é perpendicular a $\vec{T}$ e $\vec{N}'$.

$\vec{T} \circ$ (vetor perpendicular a ele) $= 0$.

$\to 0$

ATENÇÃO

$\vec{A} \times \vec{B} = \vec{C}$
$\vec{C}$ sempre é perpendicular a $\vec{A}$ e $\vec{B}$.

se $\vec{D}$ e $\vec{E}$ são perpendiculares então $\vec{D} \circ \vec{E} = 0$

$\vec{F} \times \vec{G} = \vec{0}$
se $\vec{F}$ e $\vec{G}$ tem mesma direção.

$$\vec{T} \circ \vec{B}' = \vec{T} \circ (\vec{T}' \times \vec{N})$$

$$\vec{N} = \frac{\vec{T}'}{|\vec{T}'|}$$

$$\vec{T} \circ \vec{B}' = \vec{T} \circ \left(\vec{T}' \times \frac{\vec{T}'}{|\vec{T}'|}\right)$$

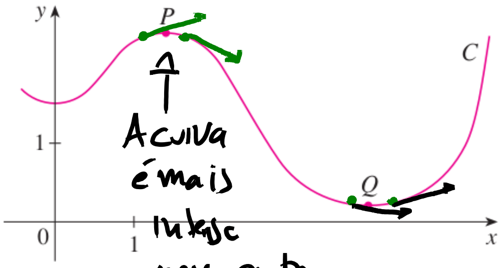
$$\vec{T} \circ \vec{B}' = \vec{T} \circ \vec{0}$$

$$\vec{T} \circ \vec{B}' = 0$$

Fica demonstrado que $\vec{T}$ é perpendicular a $\vec{B}'$.

33. (a) A curvatura da curva C mostrada na figura é maior em P ou em Q? Explique.

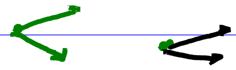
(b) Estime a curvatura em P e Q desenhando o círculo osculador nesses pontos.



A curva é mais intensa nesse ponto.

$$\boxed{K \equiv \frac{d\vec T}{ds}}$$

P Q



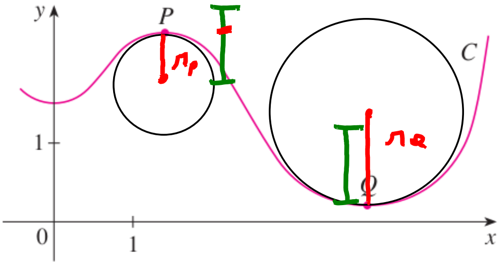
E se $\vec T = \vec T(t)$

$$k = \frac{d\vec T}{dt} \cdot \frac{dt}{ds} = \frac{\frac{d\vec T}{dt}}{\frac{ds}{dt}} = \frac{\frac{d\vec T}{dt}}{\left|\frac{d\vec r}{dt}\right|}$$

$$\boxed{K = \frac{\vec T'}{|\vec r'|}}$$

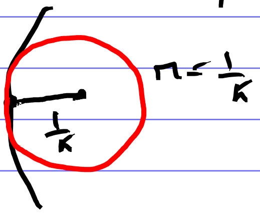
33. (a) A curvatura da curva C mostrada na figura é maior em P ou em Q? Explique.

(b) Estime a curvatura em P e Q desenhando o círculo osculador nesses pontos.



Curvatura do círculo

$$K = \frac{1}{r}$$



$$\boxed{K_P = \frac{1}{r_P}} \qquad \boxed{K_Q = \frac{1}{r_Q}}$$

$K_P = \frac{1}{0,6} \approx 1,67$ $\quad K_Q = \frac{1}{1,2} = 0,833$

$$\boxed{K = \frac{|\vec r' \times \vec r''|}{|\vec r'|^3}}$$

Dedução na vídeo aula.

32. Determine a equação de uma parábola que tenha curvatura 4 na origem.

Se é de uma: $y = ax^2$ pois essa passa na origem.

De maneira geral $y = ax^2 + bx$ passam na origem.

$$K = \frac{|y''|}{(1+(y')^2)^{3/2}}$$

$y' = 2ax$
$y'' = 2a$

$$4 = \frac{|2a|}{(1+(2ax)^2)^{3/2}}$$

Note que queremos a curvatura na origem, $x=0$.

$$4 = \frac{|2a|}{(1\qquad)^{3/2}} \therefore 4 = \frac{|2a|}{1} \therefore \frac{4}{2} = |a|$$

$\therefore |a| = 2$

$a = 2$ ou $a = -2$.

A parábola é
$y = -2x^2$
ou
$y = 2x^2$

21–23 Utilize o Teorema 10 para encontrar a curvatura.

21. $\mathbf{r}(t) = t^3\,\mathbf{j} + t^2\,\mathbf{k}$

$$k(t) = \frac{|\vec{r}\,' \times \vec{r}\,''|}{|\vec{r}\,'|^3}$$

$$\vec{r}\,' = \langle 0, 3t^2, 2t \rangle$$

$$\vec{r}\,'' = \langle 0, 6t, 2 \rangle$$

$$\vec{r}\,' \times \vec{r}\,'' = \left| \begin{matrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} & \hat{i} & \hat{j} \\ 0 & 3t^2 & 2t & 0 & 3t^2 \\ 0 & 6t & 2 & 0 & 6t \end{matrix} \right|$$

$$-12t^2\,\hat{i} + 6t^2\,\hat{i} = -6t^2\,\hat{i}$$

$$= \langle -6t^2, 0, 0 \rangle$$

$$|\vec{r}\,' \times \vec{r}\,''| = 6t^2$$

$$\vec{r}\,' = \langle 0, 3t^2, 2t \rangle \therefore |\vec{r}\,'| = \sqrt{9t^4 + 4t^2}$$

$$k(t) = \frac{|\vec{r}\,' \times \vec{r}\,''|}{|\vec{r}\,'|^3}$$

Resposta.

$$\boxed{k(t) = \frac{6t^2}{\left(\sqrt{9t^4 + 4t^2}\right)^3}}$$

$$k(t) = \frac{6t^2}{\left(\sqrt{t^2(9t^2+4)}\right)^3}$$

$$k(t) = \frac{6t^2}{\left(\sqrt{t^2(9t^2+4)}\right)^3}$$

$$k(t) = \frac{6t^2}{\left(|t|\sqrt{(9t^2+4)}\right)^3}$$

$$k(t) = \frac{6t^2}{|t|^3\left(\sqrt{(9t^2+4)}\right)^3}$$

$$k(t) = \frac{6}{|t|\left(\sqrt{9t^2+4}\right)^3}$$

9–14 Determine a velocidade, a aceleração e a velocidade escalar da partícula cuja função posição é dada.

9. $\mathbf{r}(t) = \langle t^2 + 1, t^3, t^2 - 1 \rangle$

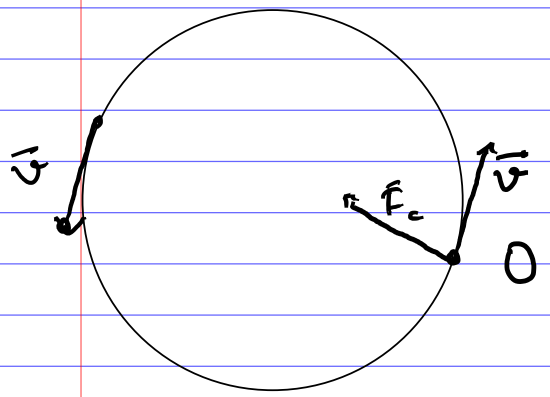
$$\vec{v}(t) = \vec{r}\,'(t) = \langle 2t, 3t^2, 2t \rangle$$

$$\vec{a}(t) = \vec{r}\,''(t) = \langle 2, 6t, 2 \rangle$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{4t^2 + 9t^4 + 4t^2}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{8t^2 + 9t^4}$$

—//—



$|\vec{v}| = 20 km/h$

O movimento é acelerado ou não acelerado?