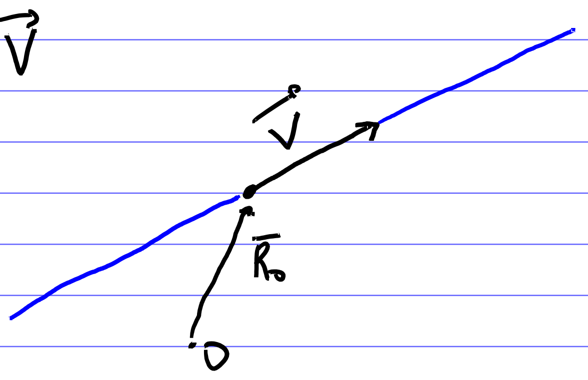
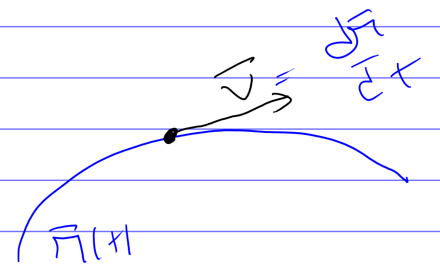
$\vec{R}(t) = \vec{R_0} + t\vec{V}$





$$\boxed{\vec{R}(\alpha) = \vec{R_0} + \alpha\vec{V}}$$

Exercício

Encontre a eq. vetorial da reta que é tangente à curva $\vec{r}(t) = \boxed{\langle t, t^2, t^2 \rangle}$ no ponto $(2,4,4)$.

Solução $\vec{R}(\alpha) = \vec{R_0} + \alpha\vec{V}$

$$\vec{R_0} = \langle 2,4,4 \rangle$$

$$\vec{V} = \left.\frac{d\vec{r}}{dt}\right|_{t=2} = \langle 1, 2t, 2t \rangle \Big|_{t=2}$$

$$\vec{V} = \langle 1,4,4 \rangle$$

$$\vec{R}(\alpha) = \langle 2,4,4 \rangle + \alpha \langle 1,4,4 \rangle$$

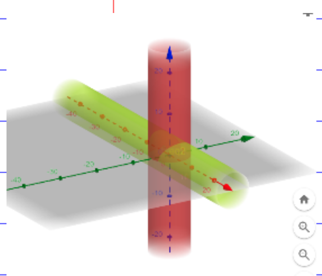
$$\vec{R}(\alpha) = \langle 2+\alpha, 4+4\alpha, 4+4\alpha \rangle$$

$$\vec{R}(t) = \langle 2+t, 4+4t, 4+4t \rangle$$

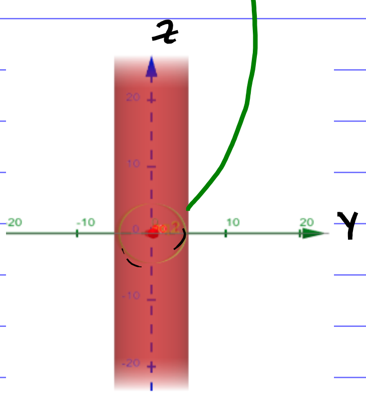
27. Encontre uma equação para a reta tangente à curva de interseção dos cilindros $x^2 + y^2 = 25$ e $y^2 + z^2 = 20$ no ponto $(3, 4, 2)$.

$x^2 + y^2 = 25 \therefore x^2 = 25 - y^2 \therefore x = \sqrt{25-y^2}$ ou

$x = -\sqrt{25-y^2}$



$$\vec{r}(t) = \langle \sqrt{25-20\cos^2 t}, \underbrace{\overset{y}{\sqrt{20}\cos t}, \overset{z}{\sqrt{20}\,\text{sen}\,t}} \rangle$$



Agora vamos encontrar a eq. vetorial da reta:

$$\vec{R}(\alpha) = \vec{R_0} + \alpha\vec{V}$$

$$\vec{V} = \vec{r}\,'\left(\arccos\left(\frac{4}{\sqrt{20}}\right)\right)$$

Qual é o t?

$\sqrt{20}\cos t = 4 \therefore \cos t = \frac{4}{\sqrt{20}} \therefore t = \arccos\left(\frac{4}{\sqrt{20}}\right)$

$\sqrt{20}\,\text{sen}\,t = 2$

$\sqrt{25-20\cos^2 t} = 3$

$$\vec{r}(t) = \langle \sqrt{25-20\cos^2 t}, \sqrt{20}\cos t, \sqrt{20}\,\text{sen}\,t \rangle$$

$$\vec{r}\,'(t) = \left\langle \frac{1}{2}\frac{2(-20\cos t)(-\text{sen}\,t)}{\sqrt{25-20\cos^2 t}}, -\sqrt{20}\,\text{sen}\,t, \sqrt{20}\cos t \right\rangle$$

$$\vec{V} = \vec{r}\,'(t_0) = \left\langle \frac{8}{3}, -2, 4 \right\rangle$$

$$\vec{R}(\alpha) = \langle 3,4,2 \rangle + \alpha \left\langle \frac{8}{3}, -2, 4 \right\rangle$$

34. Em que ponto as curvas $\mathbf{r}_1(t) = \langle t, 1 - t, 3 + t^2 \rangle$ e $\mathbf{r}_2(s) = \langle 3 - s, s - 2, s^2 \rangle$ se cruzam? Determine o ângulo de intersecção destas com precisão de um grau.

Atenção: $\vec{r}_1(t)$ é função do tempo.
$\vec{r}_i(s)$ é função do espaço.

Existe um ponto em comum entre elas?

$$\begin{cases} t = 3-s & (i) \\ 1-t = s-2 & (ii) \\ 3+t^2 = s^2 & (iii) \end{cases}$$

De (i) $t = 3-s \rightarrow$ (ii)

$1-(3-s) = s-2$

$1-3+s = s-2$

$s = s$ NÃO ADIANTOU. (i) e (ii) são iguais.

Vamos tentar novamente:

(i) $\rightarrow$ (iii)

$3 + (3-s)^2 = s^2$

$3 + 9 - 6s + s^2 = s^2$

$12 - 6s = 0$

$s = 2$

$t = 3-s$

$t = 3-2$

$\boxed{t = 1}$

$\vec{r}_1(t) = \langle t, 1-t, 3+t^2 \rangle$

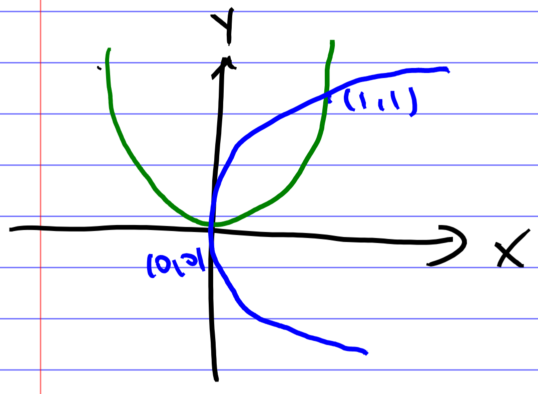
$\vec{r}_1(1) = \langle 1, 0, 4 \rangle$

$(1, 0, 4)$ é o ponto onde elas se cruzam.

Exercício

$$\vec{r}_1(t) = \langle t, t^2 \rangle$$

$$\vec{r}_2(t) = \langle t^2, t \rangle$$



Como encontramos o cruzamento?

$$r_1(\alpha) = \langle \alpha, \alpha^2 \rangle$$

$$r_1(\beta) = \langle \beta^2, \beta \rangle$$

$$\langle \alpha, \alpha^2 \rangle = \langle \beta^2, \beta \rangle$$

$$\alpha = \beta^2 \quad (i)$$

$$\alpha^2 = \beta \quad (ii)$$

$$(i) \to (ii) \Rightarrow$$

$$\beta^4 = \beta$$

$$\beta^4 - \beta = 0$$

$$\beta(\beta^3 - 1) = 0$$

$$\beta = 0 \;\Big|\; \beta^3 = 1$$

$$\beta = 1$$

$$\vec{r}(\beta) = \langle \beta^2, \beta \rangle$$

$$r(0) = \langle 0, 0 \rangle$$

$$r(1) = \langle 1, 1 \rangle$$

Eles colidem?

$$\vec{r}_1(t) = \langle t, t^2 \rangle$$

$$\vec{r}_2(t) = \langle t^2, t \rangle$$

$$\begin{cases} t = t^2 \therefore t - t^2 = 0 \therefore t(1-t) = 0 \\ t^2 = t \end{cases} \qquad t = 0,\ t = 1$$

$$t^2 = t \;\therefore\; t^2 - t = 0$$

$$t(t-1) = 0$$

$$t = 0 \;\Big|\; t = 1$$