Limites

$f(x,y) = xy + x^2$

$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = ?$

1ª tentativa: substituição

$\lim_{(x,y)\to(0,0)} xy + x^2 = 0.0 + 0^2 = 0$

$\lim_{(x,y)\to(2,1)} xy + x^2 = 2(1) + 2^2 = 6$

2ª tentativa: Manipulação algébrica

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2-y^2}{(x-y)} = \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{(x-y)(x+y)}{(x-y)}$$

$$= \lim_{(x,y)\to(0,0)} (x+y) = 0$$

Qual é a diferença entre $g(x) = \frac{x}{x}$ e $f(x) = 1$

$g(x): \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0\}$ | $f(x): \{x \in \mathbb{R}\}$

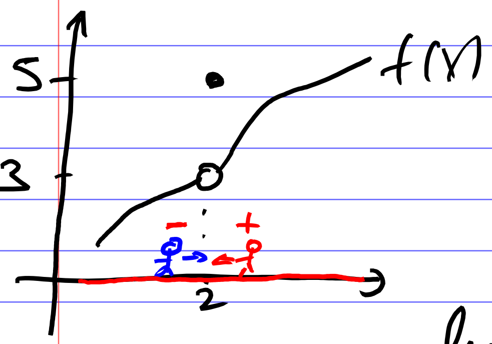
Quanto é $\frac{0}{0}$?

$\frac{0}{0}$ não existe. É uma operação indefinida..

$\lim_{x\to 0} \frac{x}{x} = 1$

$\lim_{x\to 0} \frac{2x}{x} = 2$

$\lim_{x\to 0} \frac{1}{3}\frac{x}{x} = \frac{1}{3}$



$\lim_{x\to 2} f(x) = ? = 3$

$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^+} f(x) = 3$

$f(2) = 5$

Como $\lim_{x\to 2} f(x) \neq f(2)$ a função não é contínua em $x = 2$.

3ª tentativa: Usar coordenadas polares

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\operatorname{sen}(x^2+y^2)}{x^2+y^2}$$

$$= \lim_{r\to 0} \frac{\operatorname{sen}(r^2)}{r^2}$$

Para usar a Propriedade segunda Pr Leandro Oliveira

$= \lim_{u\to 0} \frac{\operatorname{sen}(u)}{u} = 1$

Limite fundamental trigonométrico

Agora posso usar L'Hôpital

$$= \lim_{r\to 0} \frac{\frac{d}{dr}(\operatorname{sen} r^2)}{\frac{d r^2}{dr}}$$

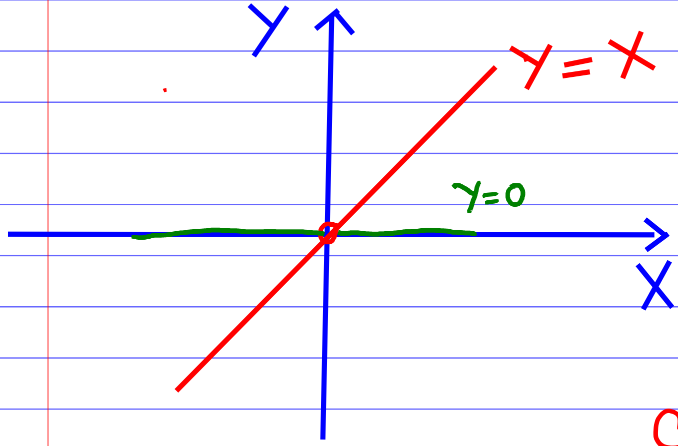
$$= \lim_{r\to 0} \frac{(\cos r^2)\, 2r}{2r}$$

$$= \lim_{r\to 0} \cos r^2 = 1$$

4ª tentativa: testar alguns caminhos.

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$$

Teste de não existência.



Caminho y=0

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2-0^2}{x^2+0^2}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{x^2} = 1$$

Caminho y=x

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2-x^2}{x^2+x^2}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{0}{2x^2}$$

$$= 0 \cdot \lim_{x\to 0} \frac{1}{2x^2} = 0$$

Derivadas

$$f(x) = x$$

$$\frac{df(x)}{dx} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$g(x, y)$$

$$\frac{\partial g}{\partial x} = \lim_{h \to 0} \frac{g(x+h, y) - g(x, y)}{h}$$

$$\frac{\partial g}{\partial y} = \lim_{h \to 0} \frac{g(x, y+h) - g(x, y)}{h}$$

15–40 Determine as derivadas parciais de primeira ordem da função.

15. $f(x, y) = y^5 - 3xy$

16. $f(x, y) = x^4 y^3 + 8x^2 y$

17. $f(x, t) = e^{-t} \cos \pi x$

18. $f(x, t) = \sqrt{x} \ln t$

29. $F(x, y) = \int_y^x \cos(e^t)\, dt$

30. $F(\alpha, \beta) = \int_\alpha^\beta \sqrt{t^3 + 1}\, dt$

$$f(x, y) = y^5 - 3xy$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}(y^5 - 3xy) = \frac{\partial y^5}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}(3xy)$$

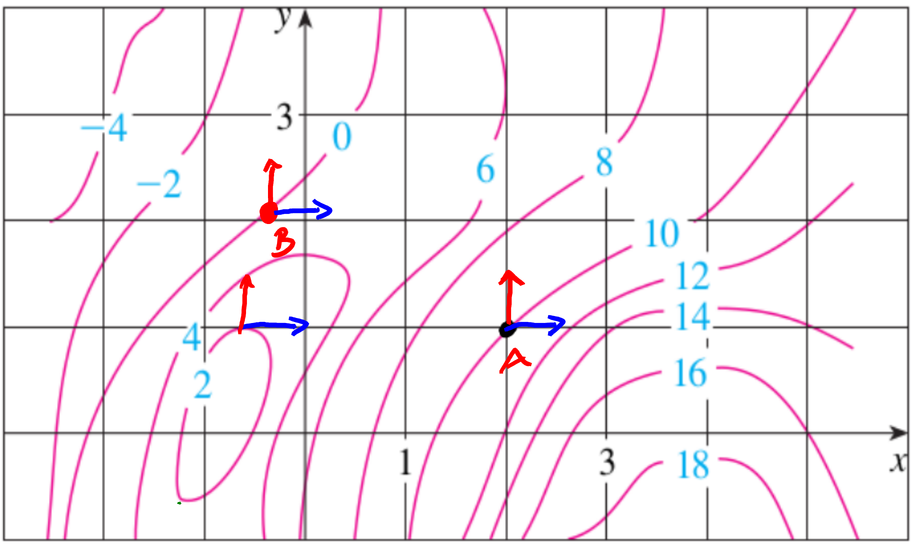
$$= 0 - 3y \frac{\partial x}{\partial x}$$

$$= -3y$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}(y^5 - 3xy) = \frac{\partial y^5}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y}(3xy)$$

O que não for y é tratado como constante.

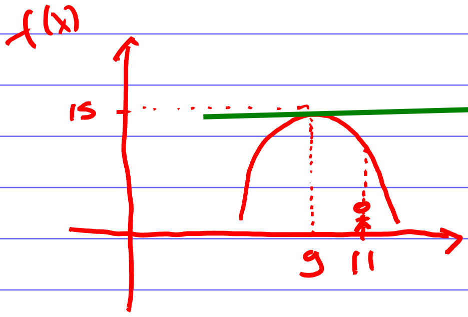
$$= 5y^4 - 3x$$



$$\left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_A < 0 \qquad \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_A > 0$$

$$\left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_B < 0 \qquad \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_B > 0$$

$$\left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_C > 0 \qquad \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_C = 0$$



$$\left.\frac{df(x)}{dx}\right|_{x=11} < 0 \qquad \left.\frac{df(x)}{dx}\right|_{x=9} = 0$$