59. (a) Mostre que $d\mathbf{B}/ds$ é perpendicular a $\mathbf{B}$.
(b) Mostre que $d\mathbf{B}/ds$ é perpendicular a $\mathbf{T}$.

a) $|\vec{B}| = 1 \therefore \sqrt{\vec{B} \circ \vec{B}} = 1$

$$\vec{B} \circ \vec{B} = 1$$

$$(\vec{B} \circ \vec{B})' = (1)'$$

$$\vec{B}' \circ \vec{B} + \vec{B} \circ \vec{B}' = 0$$

$$2\vec{B} \circ \vec{B}' = 0$$

$$\vec{B} \circ \vec{B}' = 0$$

$\vec{B}'$ é perpendicular a $\vec{B}$.

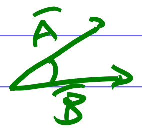
b) $\vec{B}' \circ \vec{T} = 0$

$$\vec{B} = \vec{T} \times \vec{N}$$

$$\vec{B}' = \vec{T}' \times \vec{N} + \vec{T} \times \vec{N}'$$

$$\vec{B}' \circ \vec{T} = \vec{T} \circ (\vec{T}' \times \vec{N}) + \underbrace{\vec{T} \circ (\vec{T} \times \vec{N}')}$$

$\vec{T} \times \vec{N}'$ é um vetor perpendicular a $\vec{T}$ e $\vec{N}'$ simultaneamente.
Então $\vec{T} \circ (\vec{T} \times \vec{N}') = 0$



$$\vec{B}' \circ \vec{T} = \vec{T} \circ (\vec{T}' \times \vec{N})$$

$$= \vec{T} \circ \left(\vec{T}' \times \frac{\vec{T}'}{|\vec{T}'|}\right)$$

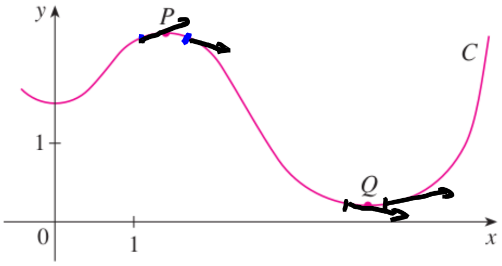
Produto vetorial entre vetores c/ mesma direção = 0

$$\vec{B}' \circ \vec{T} = 0$$

Já demonstrado que $\vec{B}'$ é perpendicular a $\vec{T}$.

33. (a) A curvatura da curva C mostrada na figura é maior em P ou em Q? Explique.

(b) Estime a curvatura em P e Q desenhando o círculo osculador nesses pontos.

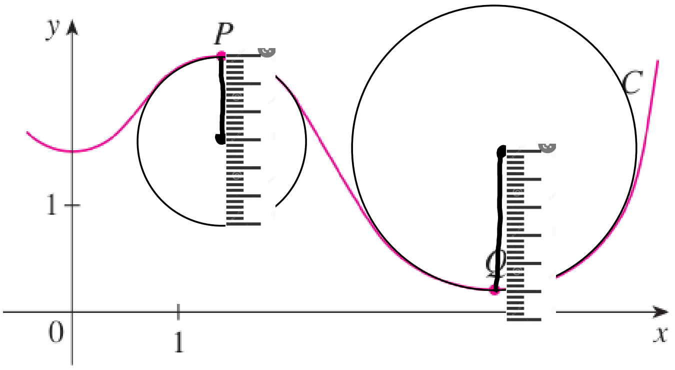


Para uma caminhada de mesmo comprimento, observa-se que o vetor $\vec{T}$ varia mais rapidamente nas vizinhanças de P do que de Q.

$$k = \left| \frac{d\vec{T}}{ds} \right|$$

33. (a) A curvatura da curva C mostrada na figura é maior em P ou em Q? Explique.

(b) Estime a curvatura em P e Q desenhando o círculo osculador nesses pontos.



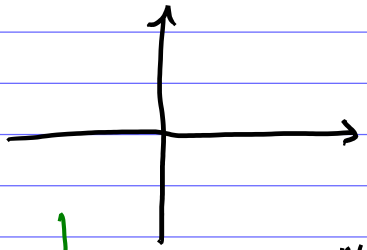
R_P

$$K = \frac{1}{r_{\text{círculo osculador}}}$$

$$K_P = \frac{1}{3} \qquad K_Q = \frac{1}{5}$$

$$K_P = 0{,}333\ldots \qquad K_Q = 0{,}2$$

32. Determine a equação de uma parábola que tenha curvatura 4 na origem.



$Y = ax^2$

$K = \left| \frac{d\vec{T}}{ds} \right|$

Se a curva vier com $\vec{r}(s)$, pois $\vec{T}(s) = \vec{r}\,'(s)$.

$k = \frac{|\vec{r}\,' \times \vec{r}\,''|}{|\vec{r}\,'|^3}$

Se a curva vier $\vec{r}(t)$

Se a curva vier como $Y = f(x) \Rightarrow K = \frac{|y''|}{(1+(y')^2)^{3/2}}$

$Y = ax^2$

$Y' = 2ax$

$Y'' = 2a$

$K = \frac{|2a|}{[1 + (2ax)^2]^{3/2}}$

$K = 4$ Quando $\underline{Y = 0 \text{ e } X = 0}$ origem

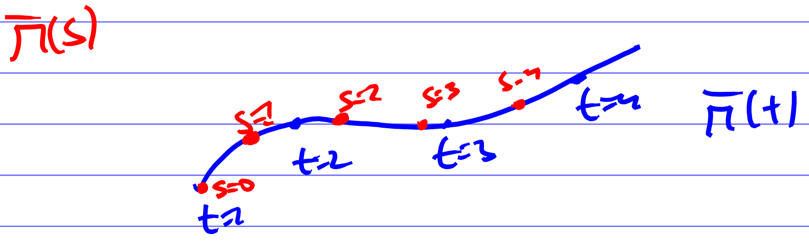
$4 = \frac{|2a|}{[1 + 0^2]^{3/2}}$

$4 = |2a|$

$2 = |a| \therefore a = 2$ ou $a = -2$

$Y = ax^2$

$Y = 2x^2$ ou $Y = -2x^2$



21–23 Utilize o Teorema 10 para encontrar a curvatura.

21. $\mathbf{r}(t) = t^3\,\mathbf{j} + t^2\,\mathbf{k}$

$$k = \frac{|\vec{r}\,' \times \vec{r}\,''|}{|\vec{r}\,'|^3}$$

$$\vec{r} = \langle 0, t^3, t^2 \rangle$$
$$\vec{r}\,' = \langle 0, 3t^2, 2t \rangle$$
$$\vec{r}\,'' = \langle 0, 6t, 2 \rangle$$

$$\vec{r}\,' \times \vec{r}\,'' = \left| \begin{array}{ccc|cc} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} & \hat{i} & \hat{j} \\ 0 & 3t^2 & 2t & 0 & 3t^2 \\ 0 & 6t & 2 & 0 & 6t \end{array} \right.$$

$-12t^2\hat{i}$ $\qquad$ $6t^2\hat{i}$

$$\vec{r}\,' \times \vec{r}\,'' = \langle -6t^2, 0, 0 \rangle$$
$$|\vec{r}\,' \times \vec{r}\,''| = \sqrt{(-6t^2)^2}$$
$$= \sqrt{36t^4} = 6t^2$$

$$\vec{r}\,' = \langle 0, 3t^2, 2t \rangle$$
$$|\vec{r}\,'|^3 = \left(\sqrt{0 + 9t^4 + 4t^2}\right)^3$$
$$|\vec{r}\,'|^3 = \left(\sqrt{t^2(9t^2+4)}\right)^3$$
$$|\vec{r}\,'|^3 = \left(|t|\sqrt{9t^2+4}\right)^3$$

$$k = \frac{|\vec{r}\,' \times \vec{r}\,''|}{|\vec{r}\,'|^3} = \frac{6t^2}{\left(|t|\sqrt{9t^2+4}\right)^3}$$

$$K = \frac{6t^2}{|t|^3(9t^2+4)^{3/2}}$$

$$\boxed{k = \frac{6}{|t|(9t^2+4)^{3/2}}}$$

Qual é a curvatura no ponto $(0, 8, 4)$

$$\vec{r}(t) = \langle 0, t^3, t^2 \rangle$$

$$\langle 0, t^3, t^2 \rangle = \langle 0, 8, 4 \rangle$$

$$\begin{cases} t^3 = 8 \Rightarrow t = 2 \\ t^2 = 4 \Rightarrow t = 2 \text{ ou } t = -2 \end{cases}$$

O ponto $(0,8,4)$ aparece na trajetória quando $t=2$

$$k(2) = \frac{6}{|2|(9(2)^2+4)^{3/2}}$$

$$k(2) = \frac{3}{(40)^{3/2}} = \frac{3}{(4 \cdot 10)^{3/2}}$$

$$= \frac{3}{8(10)^{3/2}}$$

9–14 Determine a velocidade, a aceleração e a velocidade escalar da partícula cuja função posição é dada.

9. $\mathbf{r}(t) = \langle t^2 + 1, t^3, t^2 - 1 \rangle$

Velocidade instantânea

$$\vec{v}(t) = \langle 2t, 3t^2, 2t \rangle$$

Aceleração instantânea

$$\vec{a}(t) = \langle 2, 6t, 2 \rangle$$

Velocidade escalar instantânea

$$|\vec{v}(t)| = \sqrt{4t^2 + 9t^4 + 4t^2}$$

$$|\vec{v}(t)| = \sqrt{8t^2 + 9t^4}$$

$$= |t|\sqrt{8 + 9t^2}$$

Movimento Circular Uniforme