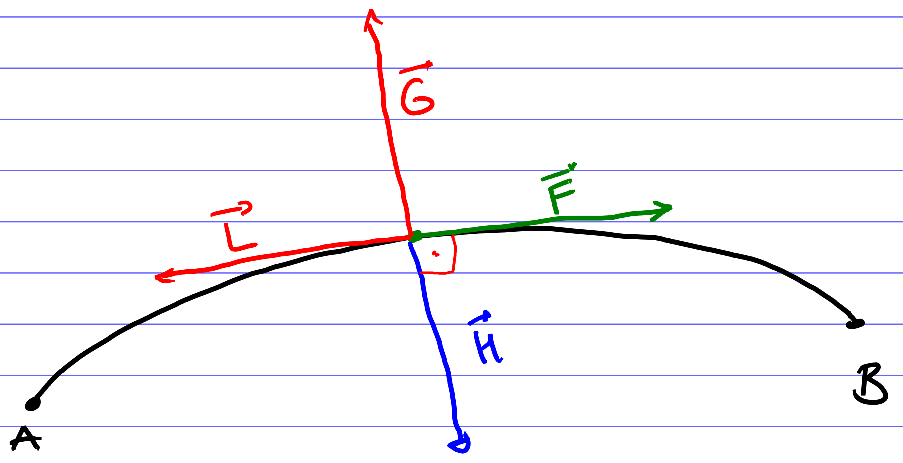
# Vetor normal unitário




Quando uma partícula sai de A até B

$\vec{T}$ ? $\vec{N}$ ?

Solução

$\vec{T}$ $\vec{N}$

$\vec{F}$ $\vec{H}$

Quando uma partícula sai de B até A

$\vec{T}$ ? $\vec{N}$ ?

Solução

$\vec{T}$ $\vec{N}$

$\vec{L}$ $\vec{H}$

Como calculamos $\vec{N}$ ?

$$\vec{N} = \frac{\vec{T}'}{|\vec{T}'|} \qquad \vec{T} = \frac{\vec{r}'}{|\vec{r}'|}$$

A derivada de uma função vetorial com módulo constante sempre é perpendicular a ela.

$|\vec{D}| = c$ (c é uma constante)

$$\sqrt{\vec{D} \circ \vec{D}} = c$$

$$\vec{D} \circ \vec{D} = c^2$$

$$\frac{d}{dt}(\vec{D} \circ \vec{D}) = \frac{d}{dt} c^2$$

$$\frac{d}{dt}\vec{D} \circ \vec{D} + \vec{D} \circ \frac{d\vec{D}}{dt} = 0$$

se $c = c(t)$

$$\frac{d}{dt} c^2 = 2c \frac{dc}{dt}$$

$$2\, \vec{D} \circ \frac{d\vec{D}}{dt} = 0$$

$$\vec{D} \circ \frac{d\vec{D}}{dt} = 0$$

$\vec{D}$ é perpendicular a $\vec{D}'$.

$\vec{D}$ constante

seria

$\vec{D} = \langle c, 2c, c \rangle$

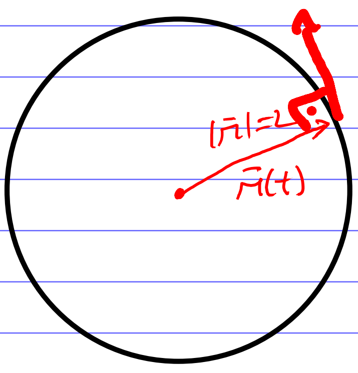
$\vec{D}$ com módulo constante

$\vec{D} = \langle 2\cos t, 2\,\mathrm{sen}\, t, 0 \rangle$

$|\vec{D}| = \sqrt{4\cos^2 t + 4\,\mathrm{sen}^2 t}$

$|\vec{D}| = 2$

$\vec{r}(t) = \langle 2\cos t, 2\,\mathrm{sen}\, t \rangle$




$\vec{T}$ = tangente unitário

$|\vec{T}| = 1$

$\frac{d\vec{T}}{dt}$ é perpendicular a $\vec{T}$.

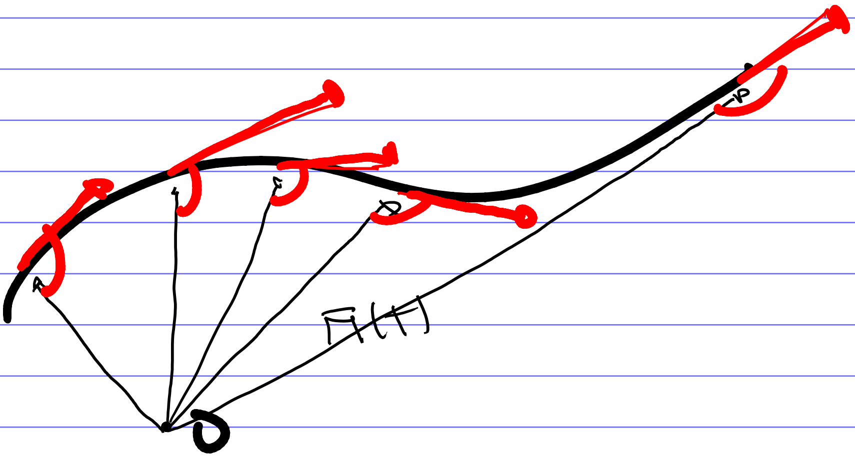
$$\vec{N} = \frac{\frac{d\vec{T}}{dt}}{\left|\frac{d\vec{T}}{dt}\right|} = \frac{\vec{T}'}{|\vec{T}'|}$$

**Exemplo em que $|\vec{r}'| \neq 1$**

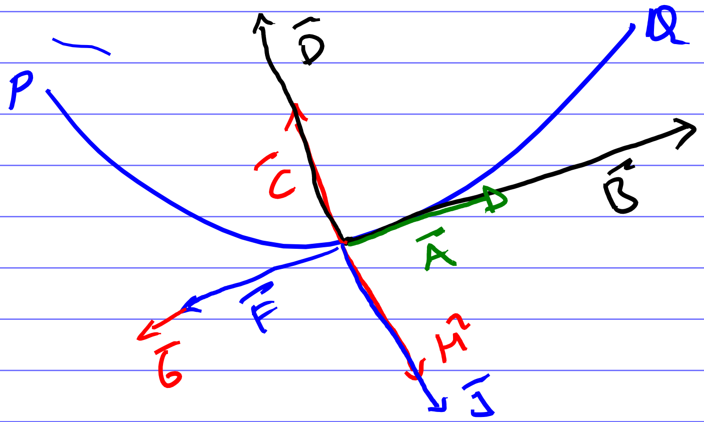
$$\vec{r}(t) = \langle \cos(t^2), \mathrm{sen}(t^2) \rangle$$

$$\vec{r}'(t) = \langle -2t\,\mathrm{sen}(t^2), 2t\cos(t^2) \rangle$$

Situação na qual o módulo não é constante




# Exercício




Movimento P→Q

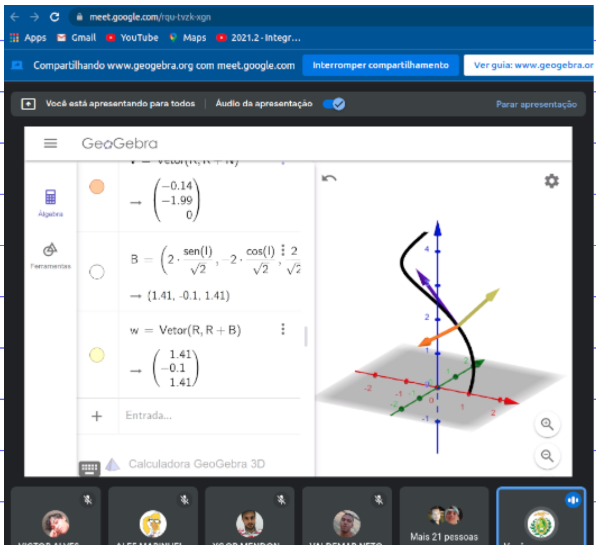
$\vec{T} = \vec{A}$

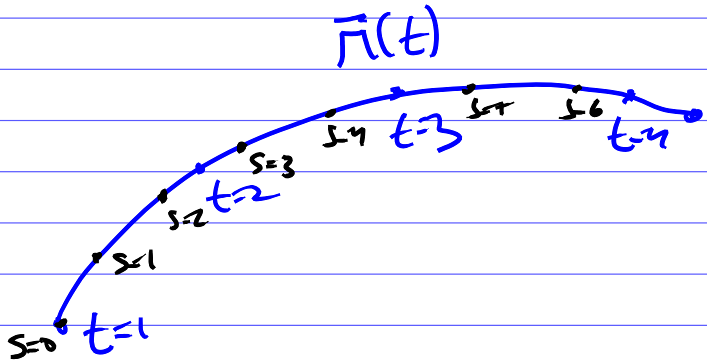
$\vec{N} = \vec{C}$

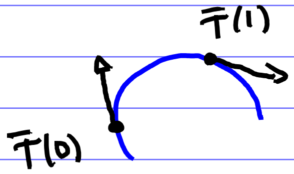
$\vec{r}\,' = \vec{B}$

$\frac{d\vec{T}}{dt} = \vec{D}$

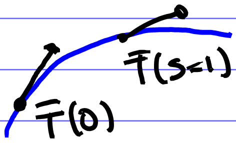
$$\vec{N} = \frac{\left(\frac{d\vec{T}}{dt}\right)}{\left|\frac{d\vec{T}}{dt}\right|}$$



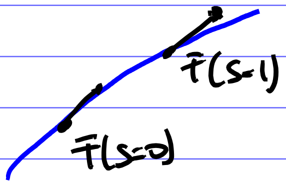



A




B




C

$$\kappa = \left|\frac{d\vec{T}}{ds}\right| = \frac{\left|\frac{d\vec{T}}{dt}\right|}{\left|\frac{d\vec{r}}{dt}\right|}$$