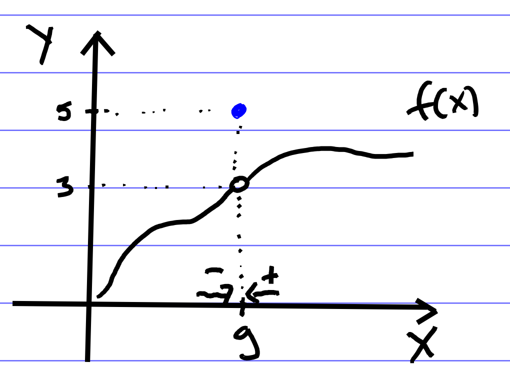
Limites

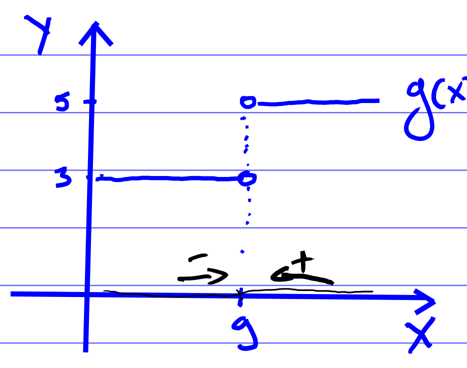


$$\lim_{x \to 9} f(x) = 3$$

$$f(9) = 5$$

Como $\lim_{x \to 9} f(x) \neq f(9)$

A funcão não é contínua em $x=9$.



$$\lim_{x \to 9} g(x) = ?$$

$$\lim_{x \to 9^+} g(x) = 5 \quad \Big\{ \quad \lim_{x \to 9^-} g(x) = 3$$

Como $\lim_{x \to 9^+} g(x) \neq \lim_{x \to 9^-} g(x)$

afirmo que $\lim_{x \to 9} g(x) \nexists$

Limites de funções de várias variáveis

Substituição

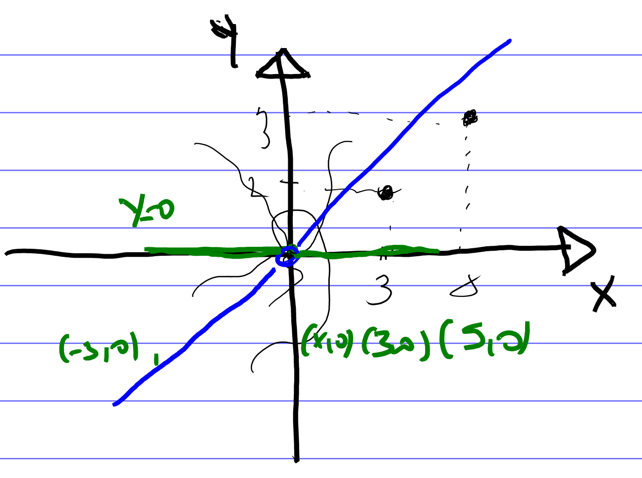
$$\boxed{\lim_{(x,y) \to (0,1)} x^3 + x^2 + y = 0^3 + 0^2 + 1 = 1}$$

Manipulação algébrica

$$\lim_{(x,y) \to (1,1)} \frac{(x^2-1)y}{(x-1)} = \lim_{(x,y) \to (1,1)} \frac{(x+1)\cancel{(x-1)}y}{\cancel{(x-1)}} = \lim_{(x,y) \to (1,1)} (x+1)y = 2$$

Limites

① Mostre que $\lim_{(x,y) \to (0,0)} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$ não existe



Teste da não existência.

Caminho
$y=0$

$$\lim_{x \to 0} \left(\frac{x^2-0^2}{x^2+0^2} \right) = \lim_{x \to 0} \frac{x^2}{x^2} = 1$$

Caminho
$x=y$

é zero

$$\lim_{x \to 0} \left(\frac{x^2-x^2}{x^2+x^2} \right) = \lim_{x \to 0} \frac{0}{2x^2} = 0 \cdot \lim_{x \to 0} \frac{1}{2x^2} = 0$$

tende a zero.

Como eu encontrei dois caminhos c/ valores distintos, o

$$\lim_{(x,y) \to (0,0)} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} \nexists$$

② Se $f(x,y) = \frac{xy}{x^2+y^2}$, calcule

$$\lim_{(x,y) \to (0,0)} f(x,y)$$

Rascunho

$\frac{0}{0} = ?$

$$\lim_{x \to 0} \left(\frac{x}{x} \right) = \lim_{x \to 0} 1 = 1$$

$$\lim_{x \to 0} \left(\frac{2x}{x} \right) = 2$$

$$\lim_{x \to 0} \left(\frac{kx}{x} \right) = k$$

$g(x) = \frac{2x}{x}$ $\qquad$ $h(x) = 2$

Qual é a diferença?

$g(4) = 2$ $\qquad$ $h(4) = 2$

A diferença está no domínio!

$h(x): \{x \in \mathbb{R}\}$

$g(x): \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0\}$

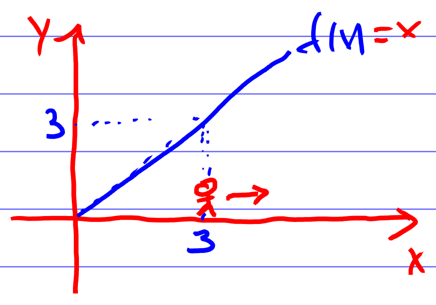
H

T

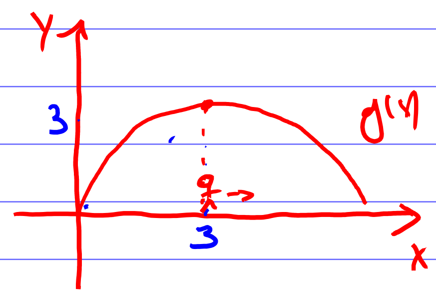
T \ H	40	45	50	55	60	65	70	75	80
26	28	28	29	31	31	32	33	34	35
28	31	32	33	34	35	36	37	38	39
30	34	35	36	37	$\boxed{38}$	40	41	42	43
32	37	38	39	41	42	43	45	46	47
34	41	42	43	45	47	48	49	51	52
36	43	45	47	48	50	51	53	54	56

Umidade relativa (%) — Temperatura real (°C)

$$\begin{cases} \dfrac{\partial f}{\partial H} = \lim\limits_{\Delta H \to 0} \dfrac{f(H+\Delta H, T) - f(H,T)}{\Delta H} \\[2ex] \dfrac{\partial f}{\partial T} = \lim\limits_{\Delta T \to 0} \dfrac{f(H, T+\Delta T) - f(H,T)}{\Delta T} \end{cases}$$



$$\left.\frac{df(x)}{dx}\right|_{x=3} = 1$$



$$\left.\frac{df(x)}{dx}\right|_{x=3} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\left.\frac{dg(x)}{dx}\right|_{x=3} = 0$$

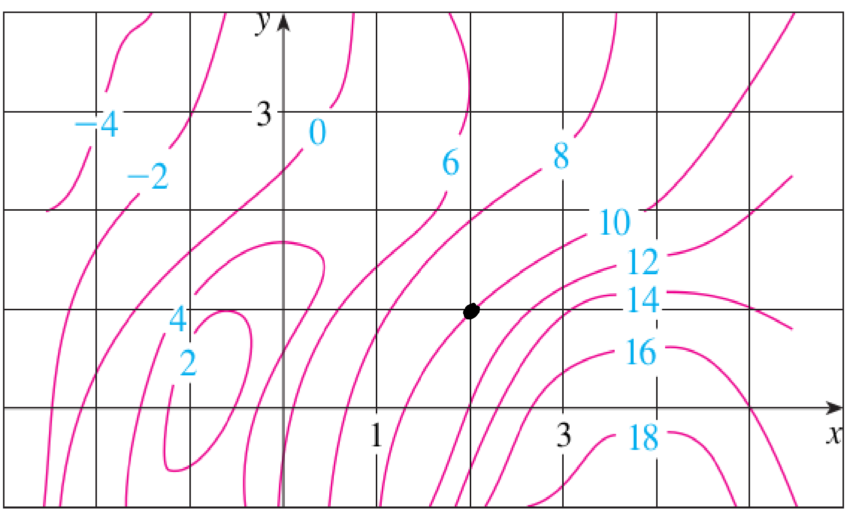
H

T

T \ H	40	45	50	55	60	65	70	75	80
26	28	28	29	31	31	32	33	34	35
28	31	32	33	34	35	36	37	38	39
30	34	35	36	37	$\boxed{38}$	40	41	42	43
32	37	38	39	41	42	43	45	46	47
34	41	42	43	45	47	48	49	51	52
36	43	45	47	48	50	51	53	54	56

Umidade relativa (%) — Temperatura real (°C)

10. Um mapa de contorno de uma função f é apresentado. Utilize-o para estimar $f_x(2, 1)$ e $f_y(2, 1)$.



Notações para as Derivadas Parciais Se $z = f(x, y)$, escrevemos

$$f_x(x, y) = f_x = \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} f(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = f_1 = D_1 f = D_x f$$

$$f_y(x, y) = f_y = \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} f(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} = f_2 = D_2 f = D_y f$$

Regra para Determinar as Derivadas Parciais de $z = f(x, y)$

1. Para determinar f_x, trate y como uma constante e derive $f(x, y)$ com relação a x.
2. Para determinar f_y, trate x como uma constante e derive $f(x, y)$ com relação a y.

15–40 Determine as derivadas parciais de primeira ordem da função.

15. $f(x, y) = y^5 - 3xy$ **16.** $f(x, y) = x^4 y^3 + 8x^2 y$

17. $f(x, t) = e^{-t} \cos \pi x$ **18.** $f(x, t) = \sqrt{x} \ln t$

29. $F(x, y) = \int_y^x \cos(e^t)\, dt$ **30.** $F(\alpha, \beta) = \int_\alpha^\beta \sqrt{t^3 + 1}\, dt$

15 $f(x,y) = y^5 - 3xy$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}(y^5 - 3xy)$$

↳ Trate quem não é x como constante.

$$= \frac{\partial y^5}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}(3xy)$$

$$= 0 - 3y\frac{\partial x}{\partial x}$$

$$= -3y$$

17 $e^{-t}\cos(\pi x)$

$$f(x,t) = e^{-t}\cos(\pi x)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(e^{-t}\cos(\pi x)\right)$$

$$= e^{-t}\frac{\partial}{\partial x}\left(\cos(\pi x)\right)$$

$$= e^{-t}\left(-\text{sen}(\pi x)\cdot\pi\right)$$

$$= -\pi e^{-t}\,\text{sen}(\pi x)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left(e^{-t}\cos(\pi x)\right) = \cos(\pi x)\frac{\partial e^{-t}}{\partial t}$$

$$= \cos\pi x\,(-e^{-t})$$

$$= -e^{-t}\cos(\pi x)$$

29 $F(x,y) = \int_y^x \cos(e^t)\,dt$

$$\frac{\partial F(x,y)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\int_y^x \cos(e^t)\,dt$$

$$= \cos(e^x)$$

$$\frac{\partial F(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\int_y^x \cos(e^t)\,dt$$

$$= -\frac{\partial}{\partial y}\int_x^y \cos(e^t)\,dt$$

$$= -\cos(e^y)$$