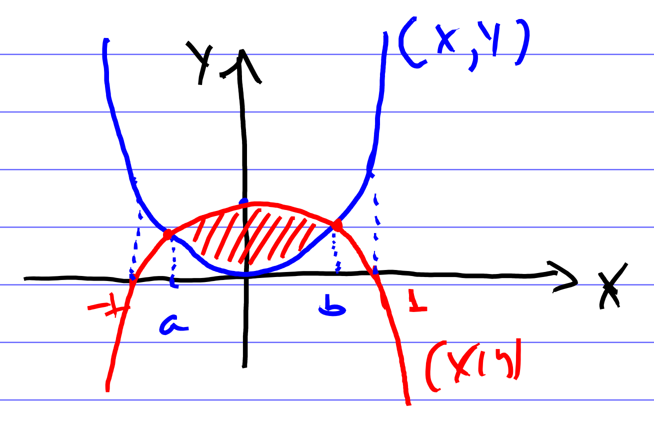
11 - Qual é a integral que fornece a área delimitada pelas curvas $y = x^2$ e $y = -x^2 + 1$?

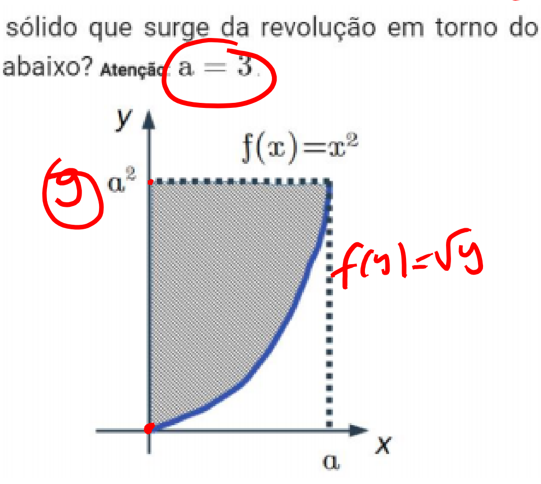


$$A = \int_a^b \left[(-x^2+1) - (x^2)\right] dx$$

$$x^2 = -x^2 + 1$$
$$2x^2 = 1$$
$$x^2 = \frac{1}{2}$$
$$x = +\frac{1}{2} \text{ ou } x = -\frac{1}{2}$$

$$A = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \left[(-x^2+1) - (x^2)\right] dx$$

9 - Qual é o volume do sólido que surge da revolução em torno do eixo y da região hachurada na figura abaixo? Atenção: $a = 3$



$y = x^2 \rightarrow \sqrt{y} = x$
$\sqrt{y} = x$
$f(y) = \sqrt{y}$

$$V = \int_0^9 \pi f(y)^2 \, dy$$

$$V = \int_0^9 \pi (\sqrt{y})^2 dy = \int_0^9 \pi y \, dy$$

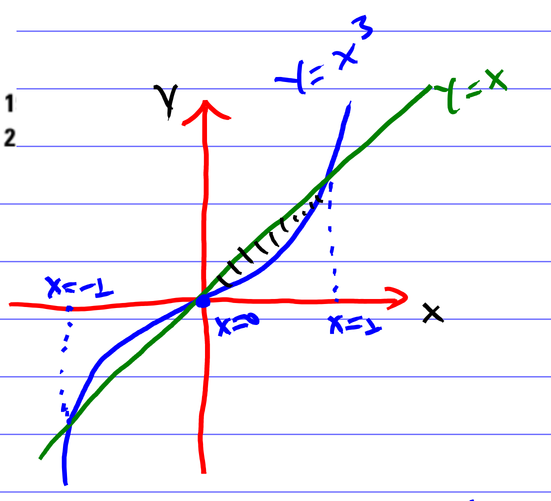
$$= \frac{\pi y^2}{2}\Big|_0^9$$

$$= \frac{81\pi}{2} - \frac{0\pi}{2}$$

$$= \frac{81\pi}{2}$$

1–18 Encontre o volume do sólido obtido pela rotação da região delimitada pelas curvas dadas em torno das retas especificadas. Esboce a região, o sólido e um disco ou arruela típicos.

1. $y = 2 - \frac{1}{2}x,\ y = 0,\ x = 1,\ x = 2;$ em torno do eixo x
2. $y = 1 - x^2,\ y = 0;$ em torno do eixo x
3. $y = 1/x,\ x = 1,\ x = 2,\ y = 0;$ em torno do eixo x
4. $y = \sqrt{25 - x^2},\ y = 0,\ x = 2,\ x = 4;$ em torno do eixo x
5. $x = 2\sqrt{y},\ x = 0,\ y = 9;$ em torno do eixo y
6. $y = \ln x,\ y = 1,\ y = 2,\ x = 0;$ em torno do eixo y
7. $y = x^3,\ y = x,\ x \geqslant 0;$ em torno do eixo x



Encontrando interseção

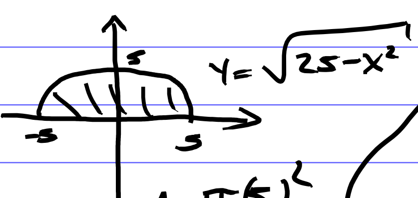
$y = y$
$x = x^3$
$0 = x^3 - x$
$x(x^2 - 1) = 0$
$x = 0$ ou $x^2 = 1$ → $x = 1$ ou $x = -1$

$$V = \int_0^1 \pi f(x)^2 dx - \int_0^1 \pi g(x)^2 dx$$

$$V = \int_0^1 \pi x^2 dx - \int_0^1 \pi (x^3)^2 dx$$

(1) $$\int_{-5}^{5} \sqrt{25 - x^2}\, dx$$

Já resolvemos geometricamente.



$$A = \frac{\pi (5)^2}{2}$$

$$A = \frac{25\pi}{2}$$

$\sqrt{a^2 - x^2}$	$x = a \operatorname{sen}\theta$	$a^2\cos^2\theta = a^2 - a^2 \operatorname{sen}^2\theta$
$\sqrt{a^2 + x^2}$	$x = a \operatorname{tg}\theta$	$a^2 \operatorname{tg}^2\theta + a^2 = a^2 \sec^2\theta$
$\sqrt{x^2 - a^2}$	$x = a \sec\theta$	$a^2 \operatorname{tg}^2\theta = a^2 \sec^2\theta - a^2$

$\boxed{\cos^2\theta + \operatorname{sen}^2\theta = 1}$

$\cos^2\theta = 1 - \operatorname{sen}^2\theta$

$a^2\cos^2\theta = a^2 - a^2\operatorname{sen}^2\theta$

$\boxed{x = a \operatorname{sen}\theta}$

$\boxed{\text{conjunto}}$

$\operatorname{tg}^2\theta + 1 = \sec^2\theta$

$\operatorname{tg}^2\theta = \sec^2\theta - 1$

$$\int_{-5}^{5} \sqrt{25 - x^2}\, dx$$

$x = 5\operatorname{sen}\theta \therefore \frac{dx}{d\theta} = 5\cos\theta$

$dx = 5\cos\theta \, d\theta$

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{25 - 25\operatorname{sen}^2\theta}\ 5\cos\theta \, d\theta$$

Quando $x = -5$, $\theta = ?$
$x = 5\operatorname{sen}\theta$
$-5 = 5\operatorname{sen}\theta$
$-1 = \operatorname{sen}\theta$
$\theta = \operatorname{arc\,sen}(-1)$
$\theta = -\frac{\pi}{2}$

$$= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{25\cos^2\theta}\ 5\cos\theta \, d\theta$$

Quando $x = 5$, $\theta = ?$
$x = 5\operatorname{sen}\theta$
$+5 = 5\operatorname{sen}\theta$
$1 = \operatorname{sen}\theta$
$\theta = \operatorname{arc\,sen}(1)$
$\theta = \frac{\pi}{2}$

$$= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 5\cos\theta\ 5\cos\theta \, d\theta$$

$$= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 25\cos^2\theta \, d\theta$$

Agora vamos usar a tec. de uso de relações trigonométricas

$$= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 25\left(\frac{1}{2} + \frac{\cos(2\theta)}{2}\right) d\theta$$

$$= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{25}{2}\, d\theta + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{25}{2}\cos(2\theta)\, d\theta$$

$$= \frac{25}{2}\left(\frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right)\right) + \frac{25}{2}\,\frac{\operatorname{sen}(2\theta)}{2}\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}$$

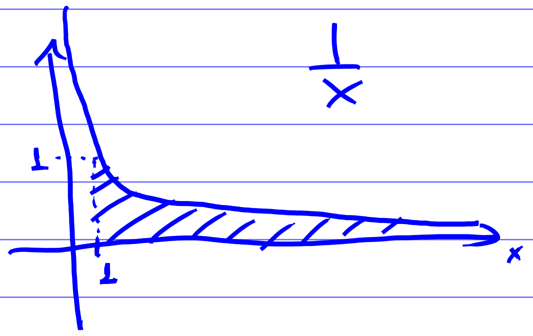
$$= \frac{25\pi}{2} + \frac{25}{4}\operatorname{sen}(\pi) - \operatorname{sen}(-\pi)$$

$$= \frac{25\pi}{2}$$

(2) $$\int_0^1 \frac{dx}{(x^2+1)^2}$$

$\boxed{\text{Integral imprópria}}$

① $\int_1^{\infty} \frac{1}{x}\,dx$



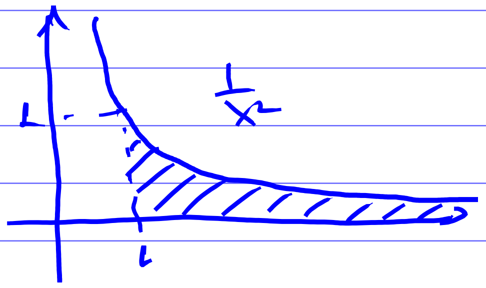
$$\lim_{R\to+\infty}\int_1^R \frac{1}{x}\,dx$$

$$= \lim_{R\to+\infty}\left[\ln x\Big|_1^R\right]$$

$$= \lim_{R\to+\infty}(\ln R - \ln 1) = \lim_{R\to+\infty} \ln R = +\infty$$

Afirmamos que a integral DIVERGE.

② $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2}\,dx$

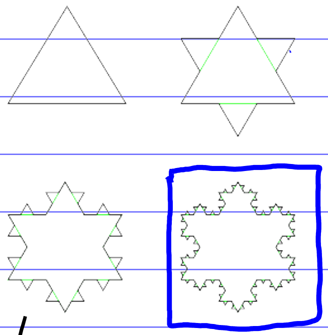


$$\lim_{R\to+\infty}\int_1^R \frac{1}{x^2}\,dx = \lim_{R\to+\infty}\left[-\frac{1}{x}\right]\Big|_1^R = \lim_{R\to+\infty}\left\{\left[-\frac{1}{R}\right]-\left[-\frac{1}{1}\right]\right\}$$

$$= \lim_{R\to+\infty}\left[-\overset{0}{\cancel{\frac{1}{R}}}+1\right]$$

$$= 1$$

A integral CONVERGE



③ $\int_0^1 \frac{1}{x^{1/2}}\,dx$

Teorema da variação total

51. Se $w'(t)$ for a taxa de crescimento de uma criança em quilogramas por ano, o que $\int_5^{10} w'(t)\,dt$ representa?

52. A corrente em um fio elétrico é definida como a derivada da carga: $I(t) = Q'(t)$. (Veja o Exemplo 3 na Seção 3.7.) O que $\int_a^b I(t)\,dt$ representa?

53. Se vazar óleo de um tanque a uma taxa de $r(t)$ galões por minuto em um instante t, o que $\int_0^{120} r(t)\,dt$ representa?

54. Uma colmeia com uma população inicial de 100 abelhas cresce a uma taxa de $n'(t)$ por semana. O que representa $100 + \int_0^{15} n'(t)\,dt$?

55. Na Seção 4.7 definimos a função rendimento marginal $R'(x)$ como a derivada da função rendimento $R(x)$, onde x é o número de unidades vendidas. O que representa $\int_{1000}^{5000} R'(x)\,dx$?

56. Se $f(x)$ for a inclinação de uma trilha a uma distância de x quilômetros do começo dela, o que $\int_3^5 f(x)\,dx$ representa?

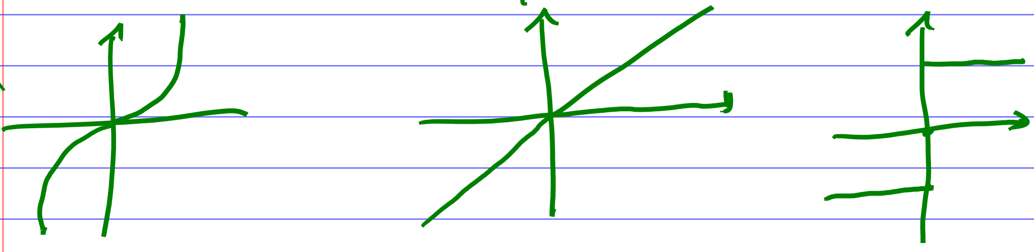
57. Se x é medido em metros e $f(x)$, em newtons, quais são as unidades de $\int_0^{100} f(x)\,dx$?

58. Se as unidades para x são pés e as unidades para $a(x)$ são libras por pé, quais são as unidades para da/dx? Quais são as unidades para $\int_2^8 a(x)\,dx$?

Funçã par ou ímpar

$f(x) = -f(-x)$ ímpar $\Bigg\{$ $f(x) = f(-x)$ par

ÍMPAR



PAR