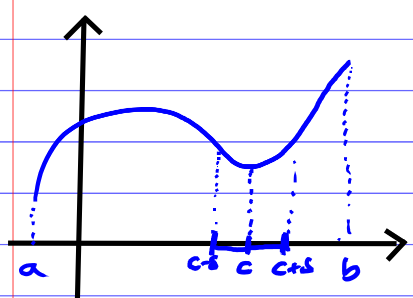
# Máximos e Mínimos locais




$f(x)$

P. Mínimo

$\begin{cases} f(c+\delta) \geq f(c) \\ f(c-\delta) \geq f(c) \end{cases}$

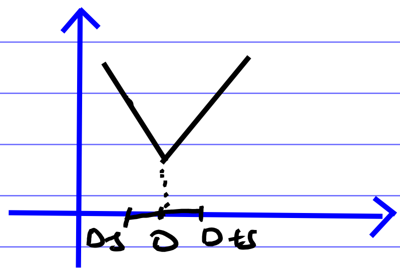
c é um ponto de mínimo local.

P.C.
$f'(x)=0$
$f'(x) \nexists$

Pontos críticos $f'(x)=0$

Teorema da derivada segunda:

$f''(x)>0$ É Min Local
$f''(x)<0$ É Max Local




0 é um ponto crítico pois $f(x)' \nexists$

Ele também é P. mínimo local.

E para funções de duas variáveis?

(1) Determine os máximos e mínimos locais da função:

$$f(x,y) = x^2+y^2-2x-6y+14$$

Solução:

1º Achar os p.c's.

$\begin{cases} f_x=0 \\ f_y=0 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x-2=0 \quad \therefore x=1 \\ 2y-6=0 \quad \therefore y=3 \end{cases}$

$(1,3)$

2º calcular discriminante

$$D = f_{xx} f_{yy} - f_{xy}^2$$

$f_{xx} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) = 2$

$f_{yy} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right) = 2$

$f_{xy} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) = 0$

$D=(2)(2)-0^2$

$\boxed{D(x,y)=4}$

Com $D(1,3)=4>0$ e $f_{xx}(1,3)=2>0$ então $(1,3)$ é ponto de Min Local.

O teorema diz que

$D>0$, $f_{xx}>0$ $(x,y)$ é MIN Local
$D>0$, $f_{xx}<0$ $(x,y)$ é MAX Local
$D<0$, $(x,y)$ é um ponto de sela
$D=0$, o teste nada conclui.

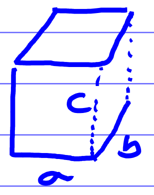
$(1,3)$ é o ponto de mínimo local

$f(1,3)$ é o valor de mínimo local.

# Mínimos e Máximos de Funções com vínculos.

2) Encontre as dimensões de uma caixa de volume $1000\,cm^3$ que tenha a menor quantidade de material.

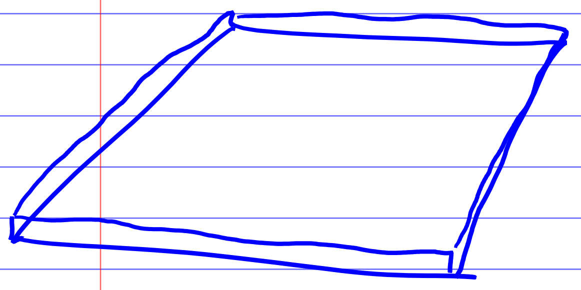
Solução:




$V = abc = 1000$

$A = 2ac + 2bc + 2ab$

Precisamos minimizar a Área.



Exemplo de uma caixa com grande Área.

$abc = 1000$

$A(a,b,c) = 2ac + 2bc + 2ab$

$abc = 1000 \therefore c = \frac{1000}{ab}$

$$A(a,b) = 2a\frac{1000}{ab} + 2b\frac{1000}{ab} + 2ab$$

$$A(a,b) = \frac{2000}{b} + \frac{2000}{a} + 2ab$$

$$P.C: \begin{cases} A_a = 0 \\ A_b = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\partial A}{\partial a} = 0 \\ \frac{\partial A}{\partial b} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2000a^{-2} + 2b = 0 \\ -2000b^{-2} + 2a = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2b = \frac{2000}{a^2} \\ 2a = \frac{2000}{b^2} \end{cases} \quad \begin{cases} b = \frac{1000}{a^2} \\ a = \frac{1000}{b^2} \end{cases}$$

$$b = \frac{1000}{\left(\frac{1000}{b^2}\right)^2}$$

$$b = \frac{1000}{\frac{1000^2}{b^4}}$$

$$b = 1000 \cdot \frac{b^4}{1000^2}$$

$$b = \frac{b^4}{1000} \therefore b^3 = 1000$$

$$\boxed{b = 10}$$

$$a = \frac{1000}{b^2}$$

$$a = \frac{1000}{100}$$

$$\boxed{a = 10}$$

$a = 10,\ b = 10,\ c = ?$

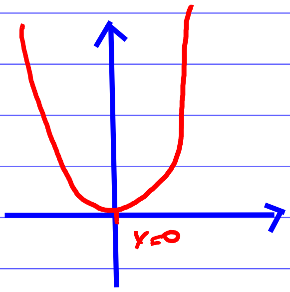
$abc = 1000$

$c = 10$

$$\boxed{a = 10,\ b = 10 \text{ e } c = 10}$$

Teste da derivada segunda no calc I.

$f(x)=x^2$ $f(x)=x^2$




P.C: $f'(x)=0$

$2x=0$

$\boxed{x=0}$

É max ou min?

$f''(x)=2$

$f''(0)=2>0$ logo é mínimo local

③ Determine a equação do plano tangente no ponto $(-2,1,-3)$ ao elipsoide $\frac{x^2}{4}+y^2+\frac{z^2}{9}=3$

Primeiro: Como resolver usando os conteúdos das aulas anteriores]

Se a superfície for dada por $f(x,y)$

$$z = z_0 + \frac{\partial f}{\partial x}\Big|_{(x_0,y_0)}(x-x_0) + \frac{\partial f}{\partial y}\Big|_{(x_0,y_0)}(y-y_0)$$

$$\frac{x^2}{4}+y^2+\frac{z^2}{9}=3$$

$$\frac{z^2}{9}=3-\frac{x^2}{4}-y^2$$

$$z^2=27-\frac{9}{4}x^2-y^2$$

$$z=\pm\sqrt{27-\frac{9}{4}x^2-y^2}$$

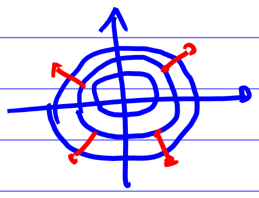
$(-2,1,-3)$ → Como o z é negativo, uso

$$f(x,y)=-\sqrt{27-\frac{9}{4}x^2-y^2}$$

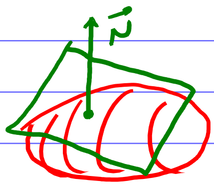
Agora a nova maneira:

O gradiente de uma funÃ§Ã£o sempre Ã© perpendicular aos seus n

$f(x,y)=x^2+y^2$



$(-2,1,-3)$




$$\frac{x^2}{4}+y^2+\frac{z^2}{9}=3$$

$$g(x,y,z)=\frac{x^2}{4}+y^2+\frac{z^2}{9}$$

$$\vec{\nabla} g\Big|_{(x_0,y_0,z_0)}\circ(\vec{r}-\vec{r}_0)=0$$

$$\left\langle \frac{x}{2}, 2y, \frac{2z}{9}\right\rangle\Big|_{(-2,1,-3)}\circ\left(\langle x,y,z\rangle-\langle -2,1,-3\rangle\right)=0$$

$$\left\langle -1, 2, -\frac{6}{9}\right\rangle\circ\langle (x+2),(y-1),(z+3)\rangle=0$$

$$\boxed{-1(x+2)+2(y-1)-\frac{2}{3}(z+3)=0}$$

Eq. do plano