

请证明对任意单位四元数  $q_1, q_2$ , 四元数乘法可写成矩阵乘法：

回答：

假设有两个单位四元数：

$$\begin{aligned} q_1 &= w_1 + x_1 i + y_1 j + z_1 k \\ q_2 &= w_2 + x_2 i + y_2 j + z_2 k \end{aligned}$$

为了方便表示,  $q_1, q_2$  又可以表示为： $q_1 = [s_1, v_1]$ ,  $q_2 = [s_2, v_2]$

二者相乘为： $q_1 q_2 = [s_1 s_2 - v_1^T v_2, s_1 v_2 + s_2 v_1 + v_1 \times v_2]$

$$q_1^+ \text{ 计算为: } \begin{bmatrix} s_1 + v_1^x & v_1 \\ -v_1^T & s_1 \end{bmatrix} = s_1^2 + s_1 v_1^x + v_1^T v_1$$

=