设有旋转矩阵 R，证明 R T R = I 且 detR = +1 。

回答：

我们假设最开始空间的坐标系 $\mathbf{X_A}$，$\mathbf{Y_A}$，$\mathbf{Z_A}$ 就是笛卡尔坐标系，这样我们得到空间 A 的矩阵 $\mathbf{V_A}=\{\mathbf{X_A}，\mathbf{Y_A}，\mathbf{Z_A}\}^T$，其实也可以看做是单位阵 **E**。进过旋转后，空间 A 的三个坐标系变成了另外的三个坐标系 $\mathbf{X_B}$，$\mathbf{Y_B}$，$\mathbf{Z_B}$，得到空间 B 的矩阵 $\mathbf{V_B}=\{\mathbf{X_B}，\mathbf{Y_B}，\mathbf{Z_B}\}^T$。我们将两个空间联系起来可以得到 $\mathbf{V_B}=\mathbf{R}\bullet\mathbf{V_A}$，这里 **R** 就是旋转矩阵。

由于 $\mathbf{X_A}=\{1,0,0\}^T$，$\mathbf{Y_A}=\{0,1,0\}^T$，$\mathbf{Z_A}=\{0,0,1\}^T$，旋转矩阵 **R** 就是由 $\mathbf{X_B}$，$\mathbf{Y_B}$，$\mathbf{Z_B}$ 三个向量组成的。旋转矩阵 **R** 满足每一列都是单位矩阵，并且两两正交，因为单位向量无论怎么旋转长度肯定不会变而且向量之间的正交性质也不会变。那么旋转矩阵就是正交阵。

因此$R^T R = I$且 det(R) = +1。