罗德里格斯公式的证明:

回答：

旋转轴向量可以通过

$$\mathrm{k} = \frac{a\times b}{|a\times b|}$$

得到轴的单位向量 k。且：

$$v = \ v_{||} + v_{\uparrow}$$

$$v_{||} = (\ v \cdot k)k$$

$$v_{\uparrow} = v - v_{||} = -k \times (k \times v)$$

直分量和平行分量各自的旋转分量为：

$$v_{||rot} = v_{||}$$

$$v_{\uparrow rot} = cos\theta v_{\uparrow} + sin\theta k \times v$$

所以转动后将前面的各式代入可以得到：

$$v_{rot} = cos\theta v_{\uparrow} + sin\theta k \times v + v_{||}$$

$$= cos\theta(v - v_{||}) + sin\theta k \times v + v_{||}$$

$$= cosv + (1 - cos\theta)\ v_{||} + sin\theta k \times v$$

上述表达为矢量运算的表达式，对于矩阵运算，形势需要改变一下。首先就在线性变换中，可以采取一种反对称矩阵进行矩阵变换，其中为：

$$\begin{pmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{pmatrix}$$

则：

$$Kv = k \times v$$

$$K^2v = k \times (k \times v)$$

所以：

$$v_{rot} = -cos\theta K^2v + v + K^2v + sin\theta Kv$$

则可以由上式得到：

$$R = I + sin\theta K + (1 - cos\theta)K^2$$

$$R = cos\theta I + (1 - cos\theta)kk^T + sin\theta k^{\wedge}$$