

## SO(3)伴随

回答：

设有向量  $u$ ，则其反对称矩阵可表示为：

$$u^\wedge :: v \rightarrow u \times v$$

而恒等式  $Rp^\wedge R^{-1} = (Rp)^\wedge$  被直观地理解为一个无旋转量叉乘  $p$  后变成了可旋转。

则对于任意向量  $v$ ：

$$(Rp)^\wedge v = (Rp) \times v = (Rp) \times (RR^{-1}v) = R[p \times (R^{-1}v)] = Rp^\wedge R^{-1}v$$

约掉  $v$  得到：

$$Rp^\wedge R^{-1} = (Rp)^\wedge$$

又因为  $R$  为旋转矩阵，即正交矩阵：

$$R^{-1} = R^T$$

则：

$$Rp^\wedge R^T = (Rp)^\wedge$$

进一步：

$$\exp(Rp^\wedge R^T) = \exp((Rp)^\wedge)$$

因为对李代数的反对称矩阵求  $e$  的指数得到其旋转矩阵，则：

$$R \exp(p^\wedge) R^T = \exp((Rp)^\wedge)$$

证得 SO(3)伴随性质