

证明： $x^T A x = \text{tr}(A x x^T)$.

回答：

对 $x^T A x$ 求导：

$$\frac{d(x^T A x)}{dx} = (A + A^T)x$$

同时对 $\text{tr}(A x x^T)$ 求导：

$$\begin{aligned} d\text{tr}(A x x^T) &= (A x)' x^T + (A x)(dx)^T \\ &= \text{tr}(A^T x^T + A dx) \\ &= (A + A^T)x \end{aligned}$$

因此：

$$\frac{d(x^T A x)}{dx} = d\text{tr}(A x x^T)$$

$$x^T A x = \text{tr}(A x x^T)$$

证毕。