

## 1 Variable de type logique

Un **booléen** est une variable qui peut prendre deux états : Vrai ou Faux (1 ou 0, True ou False, état haut ou état bas). Ce nom provient de G. Boole, mathématicien qui a développé une algèbre de la logique (milieu XIXème).

On retrouve évidemment ici le principe au cœur des ordinateurs : le courant passe ou ne passe pas !

## 2 Logique

Les booléens peuvent se combiner selon des **opérateurs logiques**. Un opérateur logique reçoit une ou deux variables booléennes en entrée pour donner une valeur de sortie.

On peut représenter une **table de vérité** pour chaque opérateur, qui indique la valeur de sortie en fonction des valeurs d'entrée.

## 3 Tables de vérité

### 3.1 Opérateur NON (NOT)

La sortie est le contraire de l'entrée :

| A | S |
|---|---|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

### 3.2 Opérateur ET (AND)

La sortie est à Vrai seulement si les deux entrées sont à Vrai en même temps :

| A | B | S |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

### 3.3 Opérateur OU (OR)

La sortie est à Vrai si l'une au moins des deux entrées est à Vrai :

| A | B | S |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

### 3.4 Opérateur OU exclusif (XOR)

La sortie est à Vrai si une seule entrée est à Vrai :

| A | B | S |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

Ces opérateurs ont un **caractère séquentiel** :

Par exemple :

- (A et B) est équivalent à : Si (non A) alors Faux, Sinon B.
- (A ou B) est équivalent à : Si A alors Vrai, Sinon B.

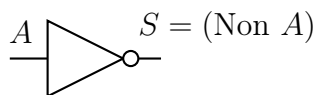
## 4 Transistors et portes logiques

Au niveau matériel, tout repose sur un composant électronique fondamental : le **transistor**. Avant l'invention du transistor en 1947, les ordinateurs étaient construits à base de tubes électroniques, ou tubes à vide (beaucoup plus encombrants, fragiles, et sujets aux pannes).

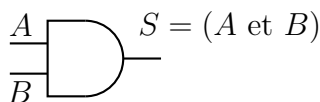
Le rôle d'un transistor peut se résumer (de façon simplifiée) à un interrupteur commandé électriquement : il permet donc d'assurer la fonction « le courant passe, ou ne passe pas ».

La miniaturisation des transistors permet d'en regrouper des milliards sur quelques mm<sup>2</sup>. À l'aide de quelques transistors, on peut réaliser des **portes logiques** qui sont l'équivalent matériel des opérateurs booléens.

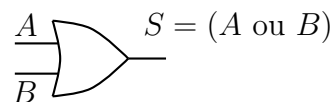
Schématisme américaine (fréquemment rencontrée mais non officielle) :



Porte NON (NOT)



Porte ET (AND)



Porte OU (OR)

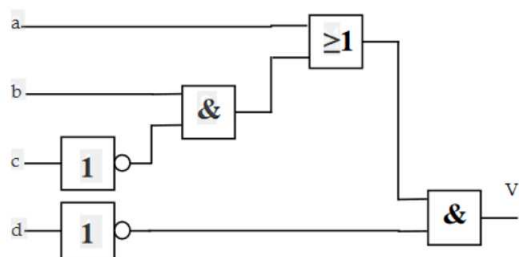
Remarque : il existe d'autres portes logiques (NAND, NOR, XOR...).

Consulter l'annexe pour avoir un « bilan » de l'ensemble des portes (doc de Fabrice Sincère).

### 4.1 Circuit combinatoire

Un **circuit combinatoire** est un module constitué de plusieurs portes logiques qui réalisent une fonction booléenne avec plusieurs entrées pour fournir une ou plusieurs sorties.

Exemple :  $V = (a \text{ ou } (b \text{ et } (\text{non } c))) \text{ et } (\text{non } d)$  :



### 4.2 Application : l'addition binaire

Avec ces portes, toutes les opérations mathématiques élémentaires peuvent être réalisées.

*Rappel* : addition de 2 bits A et B. On note S le bit de somme et C le bit de retenue (Carry) :

$$0 + 0 = 0 \quad (S, C) = (0, 0)$$

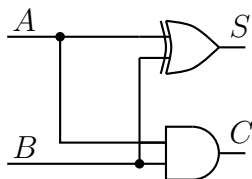
$$0 + 1 = 1 \quad (S, C) = (1, 0)$$

$$1 + 0 = 1 \quad (S, C) = (1, 0)$$

$$1 + 1 = 10 \quad (S, C) = (0, 1)$$

### 4.2.1 Demi additionneur (half adder)

Un module demi additionneur est constitué d'une porte AND et une porte XOR. Il prend deux entrées et fournit deux sorties  $S$  et  $C$  :



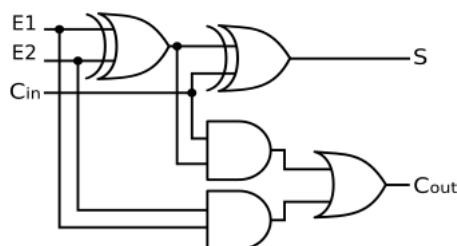
La table de vérité de ce circuit combinatoire est :

| A | B | S | C |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |

On a bien un moyen d'additionner les 2 bits  $A$  et  $B$  :  $S$  contient l'unité et  $C$  la retenue.

### 4.2.2 Additionneur complet (full adder)

L'additionneur complet doit pouvoir tenir compte d'une éventuelle retenue en entrée, en plus des 2 bits à ajouter.



La table de vérité de ce circuit combinatoire est :

| $E_1$ | $E_2$ | $C_{in}$ | $S$ | $C_{out}$ |
|-------|-------|----------|-----|-----------|
| 0     | 0     | 0        | 0   | 0         |
| 0     | 1     | 0        | 1   | 0         |
| 1     | 0     | 0        | 1   | 0         |
| 1     | 1     | 0        | 0   | 1         |
| 0     | 0     | 1        | 1   | 0         |
| 0     | 1     | 1        | 0   | 1         |
| 1     | 0     | 1        | 0   | 1         |
| 1     | 1     | 1        | 1   | 1         |

Pour réaliser l'addition binaire de 2 nombres de 4 bits par exemple, il faut 3 additionneurs complets et un demi-additionneur. Les **bits de poids faible** (LSB) des deux nombres sont les entrées du demi-additionneur et les autres bits sont en entrées des additionneurs complets et chaque  $C_{out}$  d'un additionneur est envoyée en entrée  $C_{in}$  de l'additionneur voisin. (la dernière retenue est "perdue").

Il existe des outils de simulation en ligne sur <https://logic.ly/demo>

ou <https://kazuhikoarase.github.io/simcirjs/>

Additionneur 4 bits : <https://kazuhikoarase.github.io/simcirjs/#-Lk3Hm0oN11i2gJ0ohG5>

## 5 Repères historiques

*Extrait de Wikipédia :*

À la suite des travaux sur les semi-conducteurs, le transistor a été inventé le 23 décembre 1947 par les Américains John Bardeen, William Shockley et Walter Brattain, chercheurs des Laboratoires Bellnote 1. Ces chercheurs ont reçu pour cette invention le **prix Nobel de physique en 1956**.

Le transistor est considéré comme un énorme progrès face au tube électronique : beaucoup plus petit, plus léger et plus robuste, fonctionnant avec des tensions faibles, autorisant une alimentation par piles, il fonctionne presque instantanément une fois mis sous tension, contrairement aux tubes électroniques qui demandaient une dizaine de secondes de chauffage, généraient une consommation importante et nécessitaient une source de tension élevée (plusieurs centaines de volts).

Une fois le transistor découvert, l'ouverture au grand public ne fut pas immédiate. La première application du transistor fut pour la radio en 1954, soit 7 ans après la découverte du transistor. Mais à partir de ce moment son influence sur la société fut exponentielle, en particulier chez les scientifiques et les industriels. En effet, à partir du milieu des années 50, on commence à utiliser le transistor dans les ordinateurs, les rendant assez fiables et relativement petits pour leur commercialisation.

Après l'invention du circuit intégré en 1958, groupant en un petit volume plusieurs transistors et composants, en 1969 est inventé le microprocesseur, permettant à des milliers de transistors de fonctionner en harmonie sur un support, ce qui est encore une fois une révolution pour l'informatique moderne.

De nos jours, le transistor est omniprésent dans la plupart des appareils de notre quotidien. Le nombre de transistor a considérablement augmenté pendant que sa taille diminuait, suivant en cela la Loi de Moore, avec par exemple 18 milliards de transistors pour 398 mm<sup>2</sup> en 2018. Il a contribué au développement d'une grande variété de domaines. Il est présent dans tout ce qui contient un tant soit peu d'électronique, de notre cafetière à nos voitures en passant par les feux de signalisation. Dès qu'il y a un choix plus complexe que ouvert/fermé dans un appareil électronique, un transistor entre en jeu.