PROVA 03: MS680-MT624- II Sem 2020: COMENTÁRIOS

POSTADA: 14 de Janeiro 2021

RECEBIMENTO: 18 janeiro 2021-Segunda-feira- 8:00 horas da manhã

ATENÇÃO:

1-As Questões devem ser encaradas como oportunidades para demonstrar conhecimento e não como perguntas.

Precisão e Concisão serão qualidades avaliadas. Portanto, atente para o enunciado das questões para evitar uma exposição de fatos e desenvolvimentos não relacionados ou não solicitados.

2-A Redação de cada Prova deve apresentar a forma de um depoimento pessoal distinto.Caso ocorram cópias, todas as envolvidas serão invalidadas.

3-Cada Questão resolvida deve ser precedida de seu respectivo Enunciado Original completo.

4-A Resolução deve ser digitalizada em um único documento pdf (Manuscritos NÃO serão aceitos!)

5-O documento pdf da Resolução deve ser enviado no Anexo de uma mensagem com título "PROVA 03" para o endereço eletrônico: wilson@unicamp.br até no máximo as 8:00 horas da manhã do dia 18 de Janeiro 2021-Segunda-Feira.

6-Não deixe para resolver,redigir e/ou enviar a sua Prova na última hora e evitando assim ser responsabilizado por acidentes imprevisíveis, mas possíveis. (Lei de Murphy)

Questão 01-*Método de Fourier e Linearização Logaritmica Assintótica*

Considere um Modelo Matemático descrito por funções $x : \mathbb{R} \to \mathbb{C}^n$, $x(t) = (x_1(t), \ldots.., x_n(t))^t$ definidas Newtoniamente como soluções de uma equação diferencial vetorial "Malthusiana" da forma abaixo em que $S \in M_n(\mathbb{R})$ é uma matriz $n \times n$ simétrica: $\frac{dx}{dt} = Sx$

a-Mostre que se v for um autovetor de S referente ao autovalor λ, $Sv = \lambda v$, então a função, $h : \mathbb{R} \to \mathbb{C}^n$ da forma $h(t) = e^{\lambda t}v$ é solução da equação. (Chamada Solução básica de Fourier).

b-Verifique a veracidade do Principio de Superposição:

"Se $h_k(t) = e^{\lambda_k t}v^k$ são soluções básicas de Fourier, então, qualquer combinação linear $h = \sum_k c_k e^{\lambda_k t}v^k$ (para conjuntos de coeficientes $\{c_k\} \in \mathbb{C}$) é solução do mesmo sistema com condição inicial $h(0) = \sum_k c_k v^k.$

c-Citando o enunciado completo do Teorema Espectral para matrizes simétricas, verifique que o Problema de valor inicial $\frac{dX}{dt} = SX$, $X(0) = \alpha \in \mathbb{C}^n$ sempre tem solução obtida pelo Principio de Superposição, e determine os valores dos respectivos coeficientes c_k como projeções.

(Observação: É relativamente fácil demonstrar que, existindo, a solução do Problema de Valor Inicial é único.(V.Bassanezi-Ferreira). Portanto a solução espectral de Fourier é "A solução".)

d-Se a matriz S tem seus autovalores (reais) ordenados segundo $\lambda_{k+1} < \lambda_k <\ldots< \lambda_1$, mostre que , em geral, uma solução $x(t)$ da Equação $\frac{dx}{dt} = Sx$, admite a seguinte linearização assintotica: $\frac{\log|x(t)|}{\lambda_1 t} \longrightarrow 1$. (Obs: O Teorema espectral garante a ortogonalidade dos autovalores $\{v_k\}$)

e-Portanto, se $x(t_n)$ são dados de um fenômeno dinâmico com t_n muito grandes, qual o teste gráfico natural (e porque) deve ser seguido para determinar se é razoável descrever $x(t)$ por um Modelo $\frac{dx}{dt} = Sx$ e qual o maior valor de seu autovalor.

EXTRA:

Considere a Equação Diferencial Matricial (Operacional) $\frac{dX}{dt} = AX$, onde $A \in M_n(\mathbb{C})$, e $X : \mathbb{R} \longrightarrow M_n(\mathbb{C}) =$" Matrizes quadradas complexas de ordem n".

f-Mostre que cada coluna da matriz X é solução da Equação Vetorial $\frac{dx}{dt} = Ax$, e, vice-versa, se cada coluna for solução da Equação Diferencial Vetorial então a respectiva matriz será solução da Equação Operacional (Matricial).

Definição: A solução $U(t)$ da Equação Diferencial Matricial $\frac{dX}{dt} = AX$ com condição inicial $U(0) = I =$"Matriz Identidade de ordem n" , é denotada pela notação exponencial: $U(t) = e^{At}$.

g-Utilizando os argumentos do Método Operacional mostre que a solução de uma equação com influencia externa $f(t)$ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{C}^n$) $\frac{dx}{dt} = Sx + f(t)$ é da forma $x(t) = e^{At}x(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)}f(\tau)d\tau$.

COMENTARIO:

Esta é uma questão que aborda conhecimentos fundamentais da Álgebra Linear (matrizes simétricas); o resto é só substituir.

A forma conveniente do Teorema Espectral para este caso é aquela que afirma a existencia de uma base ortonormal de autovetores para uma matriz Simétrica que está diretamente conectada à ideia de Fourier (que parte do conceito de soluções básicas da forma $e^{\lambda t}v = x_\lambda(t)$

A versão "diagonal"/operacional deste Teorema citado por quase todos/as é mais comum em textos algébricos e mais apropriado para outros contextos. De qualquer forma, é absolutamente necessário que este Teorema (o mais fundamental da Algebra Linear aplicada) tenha sido citado com precisão e com todos os elementos necessarios para a sua utilização neste contexto.

A propriedade matemática caracterizada pela **linearidade** da derivada e da operação matricial é essencialmente o que afirma o *Principio de Superposição*, um termo mais utilizado em Física-Matemática.

Observe que $|x(t)| =$Módulo de $x(t) = \sqrt{\sum_{k=1} |c_k|^2 e^{2\lambda_k t}}$, pois os v_k são ortonormais!!!!

Portanto, **evidenciando** o termo de maior "importancia" para $t \to \infty$(isto é, $e^{\lambda_1 t}$) escrevemos

$$\log|x(t)| = \log\left\{e^{\lambda_1 t}\left(\sqrt{|c_1|^2 + \sum_{k=2} |c_k|^2 e^{2(\lambda_k - \lambda_1)t}}\right)\right\} = \lambda_1 t + \log\left(\sqrt{|c_1|^2 + \sum_{k=2} |c_k|^2 e^{2(\lambda_k - \lambda_1)t}}\right)$$

.Observando que $\lambda_k - \lambda_1 < 0$, conclui-se que $\left(\sqrt{|c_1|^2 + \sum_{k=2} |c_k|^2 e^{2(\lambda_k - \lambda_1)t}}\right)$ é limitado de onde, $\frac{\log|x(t)|}{\lambda_1 t} \to 1$. Obs: Se o autovalor λ_1 tiver mais de um autovetor correspondente (isto é, se ele produz mais do que uma solução básica) o argumento é o mesmo.

Os argumentos desta questão constituem um dos pilares mais importantes de toda a Matemática Aplicada, Biológica ou não!!!!

Questão 02 : *Médias e Homogeneidade*

Uma Média M_φ para uma sequência de dados numéricos $a_k > 0, M_\varphi(a_1, \ldots, a_n)$ segundo Kolmogorov-Nagumo (KN) é definida da forma $M_\varphi(a_1, \ldots, a_N) = \varphi^{-1}(\frac{1}{N}\{\varphi(a_1), \ldots, \varphi(a_N)\})$ onde φ é uma função real contínua estritamente monotônica e convexa/côncava.

a-Obtenha as respectivas funções φ para que as Médias usuais, Aritmética, Harmônica, Geométrica e Quadrática sejam da forma prevista acima.

b-Analisando o gráfico de suas respectivas funções φ representativas, dados dois numeros positivos, $0 < a < b$, discuta a ordem para os valores obtidos de suas Médias $M_\varphi(a,b)$ com funções $\varphi(x) = x^{2n}$, e $\varphi(x) = x^{\frac{1}{2n}}$. $n \in \mathbb{N}$.

c-Argumente, com base na questão anterior,que escolhendo capciosamente a função $\varphi(x) = x^\lambda, \lambda > 0$, a respectiva média KN M_φ de filhos de um casal brasileiro pode ser qualquer número real entre $m = \min\{a_k\}$ e $M = \max\{a_k\}$ onde $a_k =$"$Número\ de\ casais\ com\ k\ filhos$".

d-Considere uma população de N indivíduos submetidos à medida de um aspecto biológico (digamos, a idade) cujos valores são representados (no respectivo espaço de aspecto etário) pelos seguintes números positivos $\{a_k\}_{1 \le k \le N}$. Discuta, com argumentos, a definição de uma medida de Heterogeneidade desta população quanto a este aspecto em termos de Médias gerais de KN.

e-Considere a dinâmica de uma população descrita pelo Modelo Malthusiano de mortalidade $\frac{dN}{dt} = -\mu N, N(0) = N_0$. Defina, com justificativa, a expressão para a Média de Sobrevivência KN M_φ, com $\varphi(x) = x^\lambda, \lambda > -1$, e calcule-a em termos elementares para $\lambda = n \in \mathbb{N}$. (Sugestão de Calculo Elementar: Derivada paramétrica $\frac{d}{d\mu}$ de integral conhecida.Observação: As Médias Harmônica e Geométrica para a sobrevivencia são infinitas e, portanto, não trazem informação util sobre a distribuição de sobrevivencia da população, o mesmo acontecendo para $\lambda \le -1$.)

COMENTÁRIO:

É impressionante como absolutamente ninguém argumentou geometricamente sobre o conceito de Média Aritmética (nem mesmo de dois numeros) e por conseguinte nada sobre o conceito de Média em geral, uma questão de nível secundário. Experimente desenhar na reta o ponto que é a média aritmética entre dois numeros. (É o ponto mediano!!!). Depois, faça um grafico da função de KN φ (digamos, $\varphi(x) = x, \varphi(x) = x^2, \varphi(x) = \log x, \varphi(x) = x^\lambda, \lambda \in \mathbb{R}$) e mostre como calcular **graficamente** a respectiva média M_φ entre dois numeros positivos!!! Este "desenho" é divertido e fundamental para diversas questões de Matemática, Aplicada, ou não. O conceito de média é um dos mais fundamentais e "invisiveis" no ensino da Matemática; uma conjunção espantosa que espero vocês não deixem perpetuar!! Associado ao conceito de Média vem os conceitos igualmente fundamentais de homogeneidade/heterogeneidade de distribuições (de riqueza , por exemplo). Você já pensou que uma integral não é mais do que o calculo de uma média??

Quanto à questão 2c) observe inicialmente que, sendo φ monotonicamente crescente, se

$0 \le a_1 \le \ldots \le a_N$, então $a_1 = M_\varphi(a_1, \ldots, a_1) \le M_\varphi(a_1, \ldots, a_N) \le M_\varphi(a_N, \ldots, a_N)$.

Considere agora $M_\lambda(a,b) = \left(\frac{a^\lambda + b^\lambda}{2}\right)^{\frac{1}{\lambda}}$, com $a < b$ e evidenciando ambos separadamente em cada caso de λ na expressão:

$M_\lambda(a,b) = a\left(\frac{1+\left(\frac{b}{a}\right)^\lambda}{2}\right)^{\frac{1}{\lambda}}, M_\lambda(a,b) = b\left(\frac{\left(\frac{a}{b}\right)^\lambda + 1}{2}\right)^{\frac{1}{\lambda}}$ e faça $\lambda \uparrow \infty$ no primeiro caso e $\lambda \downarrow 0$ no segundo caso. É um bom exercicio de limite verificar que $M_\lambda(a,b)$ é função contínua em λ e como $\lim_{\lambda \to 0} M_\lambda(a,b) = a$ e $\lim_{\lambda \to \infty} M_\lambda(a,b) = b$, podemos obter qualquer valor intermediário, bastando escolher bem o λ.

d-Parece que apenas 4 pessoas leram esta questão e entenderam que ela focaliza no importantíssimo conceito de **h*eterogeneidad*e,** ou seja, quão variáveis são os individuos de uma população com respeito ao aspecto em que ela está representada e distribuida.

Pode ser mais fácil começar abordando o conceito mais simples de homogeneidade de uma distribuição $\rho(x)$ que é imediatamente cartacterizada por **não variar** , ou seja, $\rho(x)$ =*Constante*. Portanto, para medir **heterogeneidade** é razoável definir uma medida de "variação absoluta" da distribuição de individuos no espaço de aspecto.

Algumas pessoas apelaram para a estatistica e definiram uma medida de heterogeneidade como a média quadrática da diferença entre os valores e a sua média aritmética. Na verdade poderiam ser utilizadas quaisquer médias. Uma forma mais simples seria definir a heterogeneidade de $a_1, \ldots.., a_N$ como uma média KN qualquer de todos os N^2 valores (diferenças entre pares) $d_{kj} = |a_k - a_j|$.

Uma medida de heterogeneidade importante em Economia é o índice de Gini, para determinar a desigualdade econômica da população de um país. A questão anterior mostra que escolhendo capciosamente a média KN para definir a heterogeneidade, podemso faze-la tão pequena ou tão grande quanto possivel. Em biologia a medida de diversificação (heterogeneidade) com respeito a varios aspectos é tem fundamental para a teoria Evolutiva e de Sustainabilidade. Portanto este tema é central em Matemática, Aplicada, ou não!!!!

Interprete como a integral $\int_a^b \left(\frac{d\rho}{dx}\right)^2 dx$ pode ser interpretada como uma medida de heterogeneidade de uma distribuição $\rho(x)$.

e-Se você entendeu bem o conceito de Tempo Médio (**Aritmético**) de Sobrevivencia de uma População Malthusiana (um dos temas fundamentais das Notas da disciplina) , então deveria ser fácil também definir (e justificar a definição) de Tempo Médio M_φ de Sobrevivencia de uma população:

$\varphi^{-1}\left(\frac{1}{N_0}\int_0^\infty -\varphi(t)\frac{dN}{dt}dt\right)$ e, daí calcular a expressão.

Questão 03:*Predação e Sobrevivência*

-Considere uma grande população distribuida uniformemente no espaço em regiões esféricas cujo tamanho é descrito por $N(t)$ e cuja mortalidade é causada unicamente por uma predação "periférica" com taxa proporcional (e coeficiente λ) ao número de indivíduos localizados na superficie exterior da esfera.

a-Descreva, com argumentos, um Modelo Diferencial para a dinâmica de mortalidade desta população,

b-Mostre que o tempo médio aritmético de sobrevivencia dos individuos, $T_*(N_0, \lambda)$, aumenta com o tamanho inicial do grupo, o que caracteriza um Efeito de Rebanho Egoista, e determine este valor.

c-Determine também o tempo médio quadrático de sobrevivencia desta população.

COMENTÁRIOS

3a-Esta Questão foi discutida explicitamente na prova 02 para o caso bidimensional e sugerido o que fazer para o caso tri-dimensional.

(A guisa de curiosidade matemática, considere também o modelo para espaço $n - \dim ensional$. Você pode verificar que o "grosso" do volume de uma (hiper) esfera nestes espaços cada vez mais se concentram nas proximidades da sua casca. Os arquitetos do IMECC possivelmente pensaram nisto quando projetaram a sua sede monumental, mas se esqueceram que estavam em uma pequena dimensão (3) e assim o grosso do espaço interior acabou ficando mesmo para o vazio interno!!!)

3b-O Modelo de predação periférica é interessante porque representa situações muito comuns e pode ser calculado.

Observe que o foco deste Modelo é populacional (coletivo) e não individual. Varios/as alunos/as mostraram-se muito preocupados/as com os individuos da periferia que seriam, obviamente, os primeiros a serem devorados em um ataque. Apesar dos sentimentos bem intencionados, deve-se informá-los/as que a Evolução seletiva " *está pouco se lixando*" por individuos particulares, Ela é "*democraticamente*" interessada em (ou, "*recompensada*" por) atitudes que perpetuam a espécie, e fim! Ao contrário da lenda urbana,o romantismo Natureba não é o que se observa de fato.

Além disso, este Modelo não inclui a informação (e portanto, não é assunto que esteja em pauta no seu tratamento) de que os novos agregados vão direto para a periferia, ou vão para o centro, ou são "recebidos com festa" , com "indiferença" ou com "rejeição"; são apenas "mais um".

O Tempo Médio de sobrevivencia individual de uma espécie é evolutivamente selecionável, uma vez que, se ele aumenta, em geral aumenta também a capacidade reprodutiva da população. Portanto, este é o parâmetro selecionável e importante aqui; esqueça-se da empatia.

Por isto, é importante calcula-lo para este e vários Modelos e, sob um ponto de vista mais pratico, também para ser aprovado/a nesta disciplina.

Este Modelo exibe um tempo máximo de sobrevivencia dos indivíduos (tempo de existencia do grupo) que é limitado e finito, ao contrário do Malthusiano. E muitos/as tomaram este tempo de existencia máximo como o "Tempo Médio de Sobrevivencia", não é!

Os dois conceitos são distintos, o que não foi percebido (mais uma vez) por falta de um melhor entendimento do **conceito fundamental de TM$_\varphi$S.** Se a população se extingue no instante $T_0 < \infty$, então o TM$_\varphi$S desta população é : $\varphi^{-1}\left(\frac{1}{N_0} \int_0^{T_0} -\varphi(t) \frac{dN}{dt} dt \right)$.

Quanto à questão d). Qual seria a percepção de utilidade de um grupo com o acrescimo de um individuo? Seria, segundo Weber-Fechner, proporcional à $\frac{\Delta}{N_0}$,em que $\Delta = 1$ e, portanto imperceptível para um grande grupo e muito notável para um pequeno N_0. Ora, mas um pequeno grupo tem TMS muito pequeno, e quem se importaria muito em participar dele? Daí entra a **ironia** de Woody Allen: "*Se o grupo me considera um bom acréscimo para seu clube, é sinal de que os critérios de participação não são tão bons; prefiro me integrar em um clube que não me dá tanta importancia".*

Alguem ressaltou com propriedade que, de fato, o teor original desta frase tem uma origem marxista, mas não do velho Carlos e sim do imortal Groucho.

Questão 04-

Considere um líquido em repouso (por exemplo, um lago) onde está suspensa uma "população" de partículas esféricas de variados raios r que se dissolvem (ou se evaporam) a uma taxa proporcional à área de sua superficie exterior.

a-Descreva, justificando, a população destas particulas em um dado instante segundo o conceito de densidade de Euler b-Obtenha o tempo de "existencia" de uma partícula de raio R.

c-Descreva um Modelo Conservativo de Euler Integral e Diferencial para a distribuição destas particulas ao longo do tempo.

d-Faça uma analogia deste modelo com o modelo demografico continuo de Euler.

COMENTÁRIO:

O Modelo deste processo deve descrever uma população de particulas esféricas em suspensão distribuidas segundo seus raios, $\rho(r,t), r > 0$.

Se estas particulas se dissolvem (ou vaporam) a uma taxa proporcional à sua superficie, seu volume $V = \frac{4}{3}\pi r^3$decresce proporcionalmente à sua superficie que é proporcional ao quadrado do seu raio. Portanto, $\frac{dV}{dt} = 4\pi r^2 \frac{dr}{dt} = -\gamma r^2$, ou seja, $\frac{dr}{dt} = -v$ (constante).Portanto, $V(t) = V(0) - vt$ de onde vem que $T_0 = \frac{4}{3v}\pi R^3$ é o tempo de "existencia" de uma particula.

Como se vê a "velocidade de transporte" do aspecto "raio" é constante $= -v$ e, portanto, $\sim J = \rho v = -\rho v$ não havendo fonte a equação de conservação $\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial(-v\rho)}{\partial r}$.

O Modelo de Euler utiliza uma velocidade de transporte constante igual a 1 ("envelhecimento" de um dia por dia) e não há (teoricamente) limites para a idade, mas neste modelo a velocidade de transporte é constante mas negativa e, portanto chega ao raio nulo em tempo finito. (No modelo de Euler a idade aumenta e neste caso o raio diminui).

Questão 05: *Principio de Conservação*

Considere uma população distribuida continuamente segundo Euler em um espaço de aspecto unidimensional representado por $\mathbb{R}^+$ onde é definido um "Campo de velocidades" $v(x)$ que determina a taxa de modificação do aspecto x em termos dele mesmo.

a-Se $x_1(t)$ e $x_2(t)$ são dois pontos móveis no espaço de aspecto que "seguem" o movimento determinado por $v(x)$, isto é, $\frac{dx_k}{dt} = v(x_k)$, com $x_1(0) < x_2(0)$, analise o sentido (no modelo) para a expressão $\frac{d}{dt}\left(\int_{x_1(t)}^{x_2(t)} \rho(x,t)dx\right)$.

b-Desenvolva a expressão acima e utilize seu resultado para definir justificadamente o conceito de Fluxo de Transporte $J(x,t)$.

COMENTÁRIO:

a- A Questão 5a simplesmente sugere uma descrição do cenário do **Modelo**: Como os pontos $x_k(t)$ são

solidários ao campo de velocidades, não há "ultrapassagem" deles ou por eles e, portanto a população definida por $\int_{x_1(t)}^{x_2(t)} \rho(x,t)dx$ (contida em $[x_1(t), x_2(t)]$ é constante, ou seja, $\frac{d}{dt}\left(\int_{x_1(t)}^{x_2(t)} \rho(x,t)dx\right) = 0.$

b-Muita gente não parou para entender o que se solicitava fazer aqui.

A questão é matemática na manipulação que sugere inicialmente ("desenvolvimento da expressão") e continua pedindo uma interpretação do resultado obtido.

Calcular a "*derivada de uma integral definida cujos limites dependem da variável de derivação*" é um problema clássico e importante de Calculo elementar e uma questão muito comum em exames de entrada na posgraduação de Matemática Aplicada.

Uma sugestão simples para resolvê-lo na proxima vez: Considere a função de três variáveis $F(x_1,x_2,t) = \int_{x_1}^{x_2} \rho(x,t)dx$, utlize a regra da cadeia substituindo os limites variaveis de integração e o

Teorema fundamental do Calculo para calcular $\frac{\partial F}{\partial x_1}, \frac{\partial F}{\partial x_2}$ e obter o resultado final que contem tres termos.

Lembrando-se da afirmação do Modelo (sobre a manutenção do conteudo no intervalo) reinterprete os termos deste desenvolvimento quanto ao seu significado no Modelo e a equação (de Conservação) que os relaciona.

Questão 06: *Sedimentação*

Seja $0 \leq x$ a coordenada da posição longitudinal em um rio "infinito" com escoamento unidimensional a uma velocidade de arrasto $v > 0$ constante. Suponha que neste rio exista uma população de partículas suspensas descrita pela densidade $\rho(x,t)$ que se depositam no seu leito (deixando, assim, de serem suspensas) a uma taxa proporcional à densidade delas. Suponha ainda que exista uma injeção de partículas em $x = 0$ descrita por um fluxo de entrada $J(0,t) = a > 0$ constante e que a densidade seja nula a longas distancias, isto é, $\rho(\infty,t) = 0$.

a-Interprete e determine a expressão $N(t) = \int_0^\infty \rho(x,t)dx$ mostrando que ela se aproxima de um valor constante.(Sugestão: Obtenha uma equação para $\frac{dN}{dt}$)

b-Argumente que a distribuição espacial de particulas suspensas se aproxima de uma densidade constante com o tempo $\rho_\infty(x) = \lim_{t\to\infty} \rho(x,t)$ e calcule esta distribuição.(Sugestão: Considere a equação estacionária, sem variação no tempo).

c-Determine a quantidade total de material depositado no leito do rio durante um intervalo de tempo $[t_1,t_2]$.

COMENTÁRIO:

Esta questão aborda um modelo simples, mas fundamental para o estudo de dispersão de poluentes em um rio, e outros problemas.

O fenômeno é descrito por uma função densidade (de particulas **suspensas**) $\rho(x,t)$ ao longo da extensão (unidimensional) do rio, que representa as seguintes informações

$\int_{x_1}^{x_2} \rho(x,t)dx =$" *Quantidade de Partículas Suspensas no intervalo geográfico* $[x_1,x_2]$ *no instante* t".

Obviamente, o Principio de Conservação é a Metodologia indicada para tratar da construção do Modelo Matemático para este fenômeno.

Como os individuos desta população são arrastados por um campo de velocidade constante v no espaço de aspecto (*rio*) então define-se nele um fluxo de transporte $J = \rho v$. Além disso, há uma fonte negativa que é a sedimentação (pois particulas sedimentadas não são mais contabilizadas em $\rho(x,t)$, que só trata de particulas suspensas !") e, de acordo com a hipótese este desaparecimento é uma "fonte" semelhante à morte Malthusiana, $f(x,t) = -\mu\rho(x,t)$.

Enfim, definidos todos os ingredientes, temos a Equação de Conservação de Euler para este caso: $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial x} = -\mu\rho$.

Utilizando a sugestão e integrando a equação na variável x: $N(t) = \int_0^\infty \rho(x,t)dx$, temos:

$\frac{d}{dt}N(t) + \int_0^\infty \frac{\partial(\rho v)}{\partial x}dx = -\mu N$, ou seja, utilizando as informaçãoes adicionais:

$\frac{d}{dt}N(t) + J(\infty,t) - J(0,t) = -\mu N$ ou, $\frac{d}{dt}N(t) = a - \mu N$ que é facilmente resolvida explicitamente e se aproxima do valor estacionario $N(\infty) = \frac{a}{\mu}$.

Para tratar do restante da questão, basta seguir as sugestões.