

temos (via Série de Taylor/MacLaurin):

$$(a) \quad C_{i+1} = C_i + \Delta x \cdot C'_i + \frac{\Delta x^2}{2} C''_i + \frac{\Delta x^3}{6} C'''_i + \frac{\Delta x^4}{24} C^{(IV)}_i + \dots$$

$$(b) \quad C_{i-1} = C_i - \Delta x C'_i + \frac{\Delta x^2}{2} C''_i - \frac{\Delta x^3}{6} C'''_i + \frac{\Delta x^4}{24} C^{(IV)}_i - \dots$$

Ona, fazendo (a) + (b) e "ajeitando", temos

$$C_{i-1} - 2C_i + C_{i+1} = \Delta x^2 C''_i + O(\Delta x^4), \quad \text{ou}$$

$$(3) \quad C''_i \cong \frac{C_{i-1} - 2C_i + C_{i+1}}{\Delta x^2} \rightarrow \text{esta operação "aproxima" o valor da 2ª-derivada com erro } O(\Delta x^2)$$

Mas agora fazendo (a) - (b) e ajeitando, vem:

$$(4) \quad C_{i+1} - C_{i-1} = 2\Delta x C'_i + O(\Delta x^3), \quad \text{ou}$$

$$C'_i = \frac{C_{i+1} - C_{i-1}}{2\Delta x} + O(\Delta x^2)$$

Pode-se observar que, em (3), ao dividir $O(\Delta x^4)$ por Δx^2 , temos $O(\Delta x^2)$ e, em (4), dividindo $O(\Delta x^3)$ por $2 \cdot \Delta x$, temos, também, $O(\Delta x^2)$

(5) A aproximação de (2), para um x_i da partição do intervalo J fica sendo

$$-\alpha \frac{C_{i-1} - 2C_i + C_{i+1}}{\Delta x^2} + \nu \frac{C_{i+1} - C_{i-1}}{2\Delta x} + \mu C_i = f_i$$