Segment Tree Lazy

Enzo Vivallo

enzovivallo@estudiante.uc.cl

Motivación

Se te entrega una lista de enteros a de tamaño n ($1 \leq n \leq 10^5$), y cada elemento cumple $1 \leq a_i \leq 10^5$. Nos piden responder q ($1 \leq q \leq 10^5$) consultas del tipo:

- ¿Cuál es el mínimo en el rango $[left, right]$?
- Suma en todos los elementos del rango $[left, right]$ el valor x

Solución con Segment Tree

Hacemos un Segment Tree y por cada query de actualización iteramos sobre el rango $[left, right]$, por cada índice i del rango actualizamos esa posición sumándole x. En el peor caso el rango es de tamaño n, entonces la complejidad es $O(n \log n)$ por actualización.

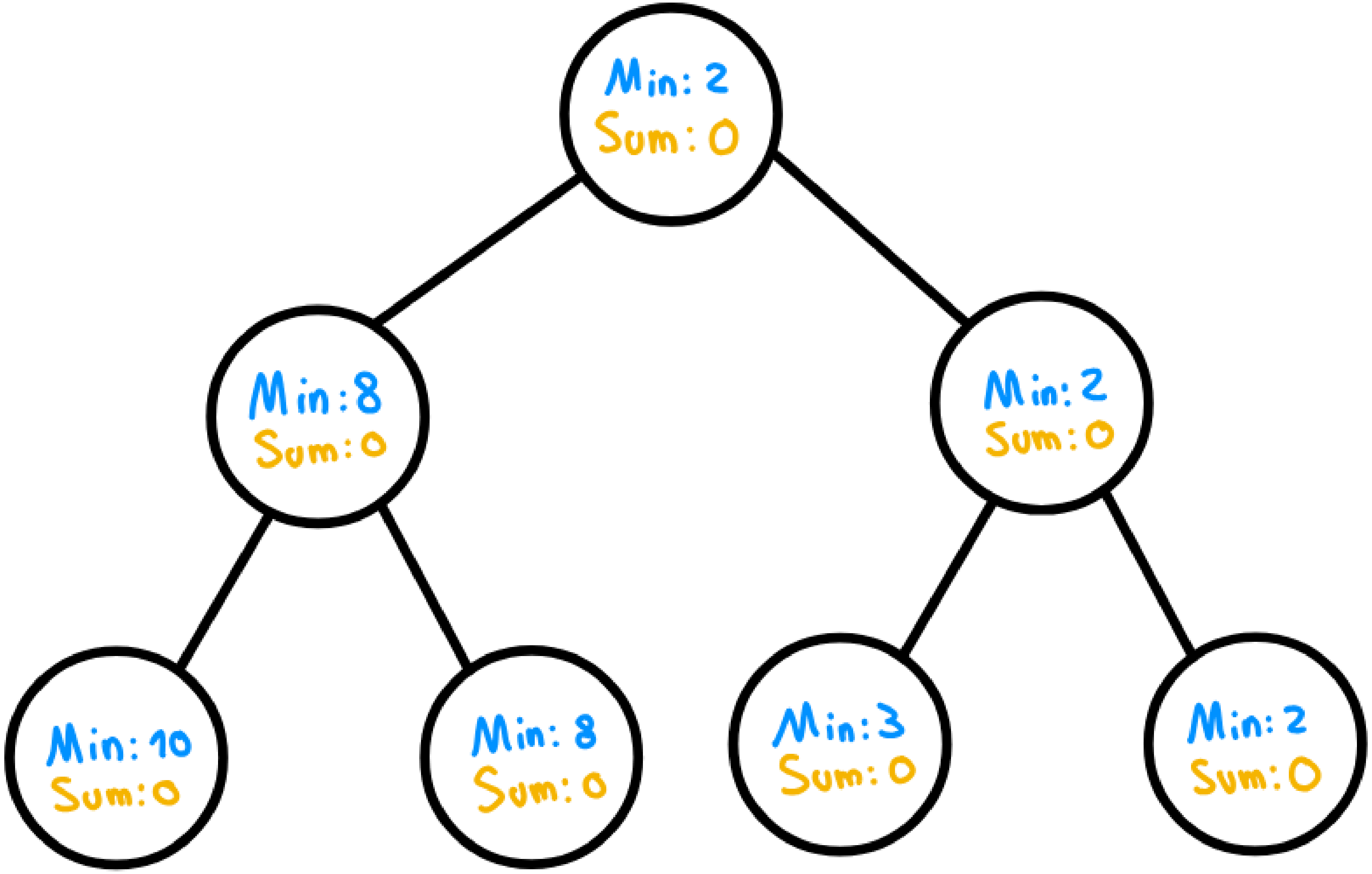
El Segment Tree Lazy es una variación que permite reducir la complejidad de las actualizaciones a $O(\log n)$.

Segment Tree Lazy

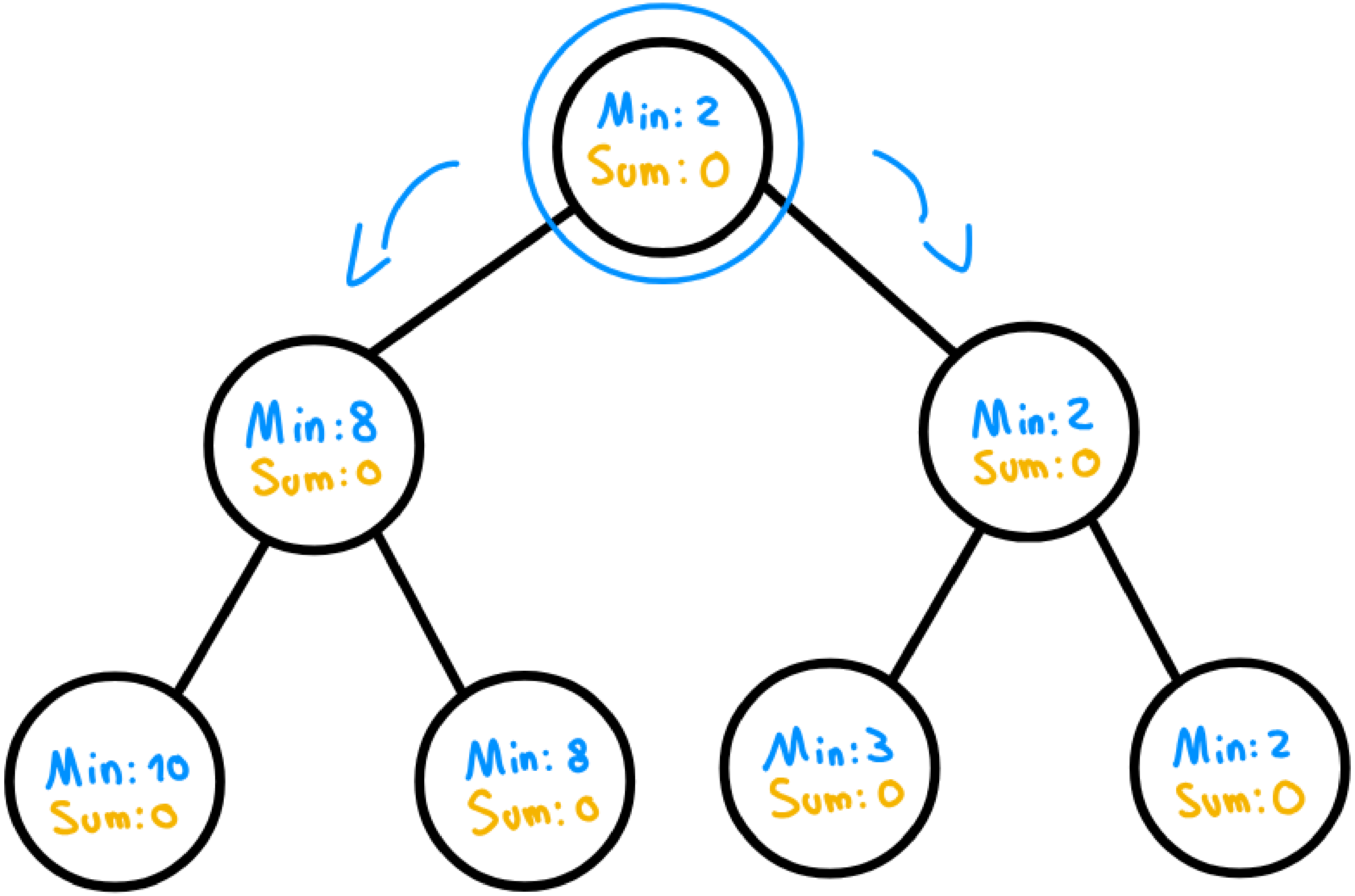
La idea de esta modificación es posponer las actualizaciones hasta que sea necesario. En vez de actualizar inmediatamente los nodos del **Segment Tree**, guardamos la información de las actualizaciones en un arreglo adicional llamado *lazy*, que nos indica el valor de la actualización pendiente para cada nodo, cuando se accede al nodo en el **Segment Tree** se aplica la actualización y se propaga a los hijos. También marcamos los hijos como pendientes de actualización con otro arreglo adicional.

Actualización en rango

Para $a = [10, 8, 3, 2]$ y suma de 2 en el rango $[1, 3]$ para consultas de mínimo:

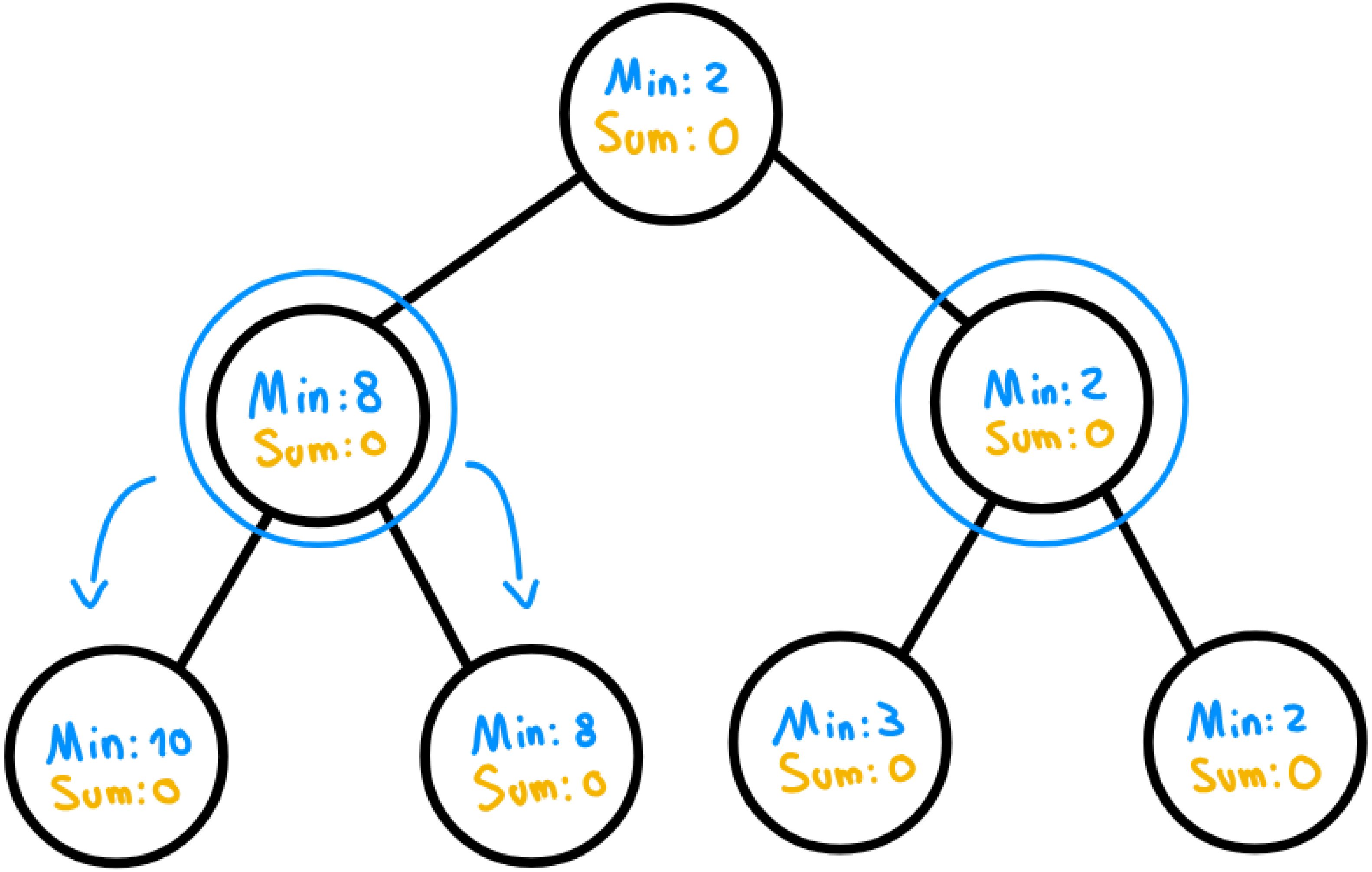


Para $a = [10, 8, 3, 2]$ y suma de 2 en el rango $[1, 3]$ para consultas de mínimo:



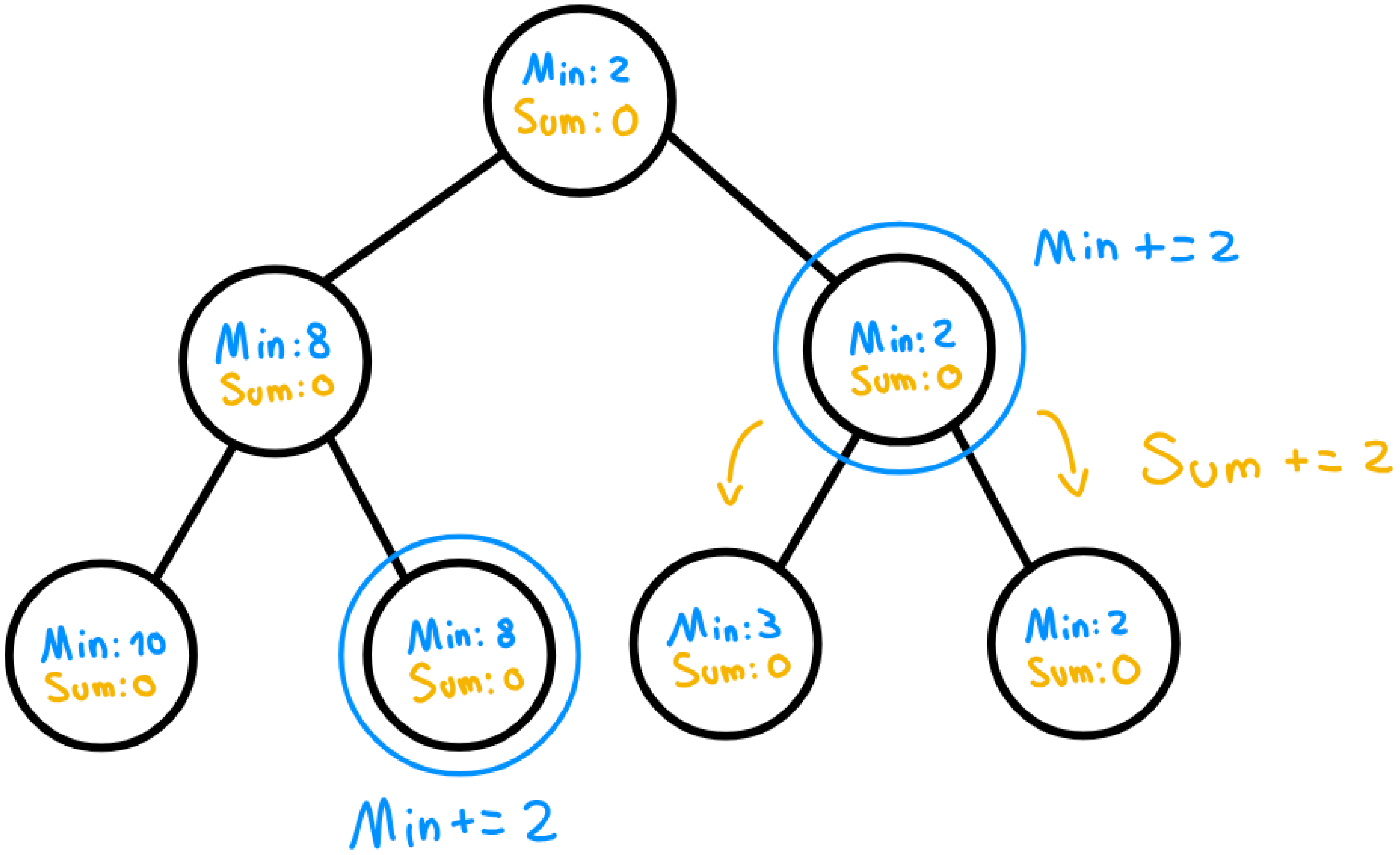
Actualización en rango

Para $a = [10, 8, 3, 2]$ y suma de 2 en el rango $[1, 3]$ para consultas de mínimo:



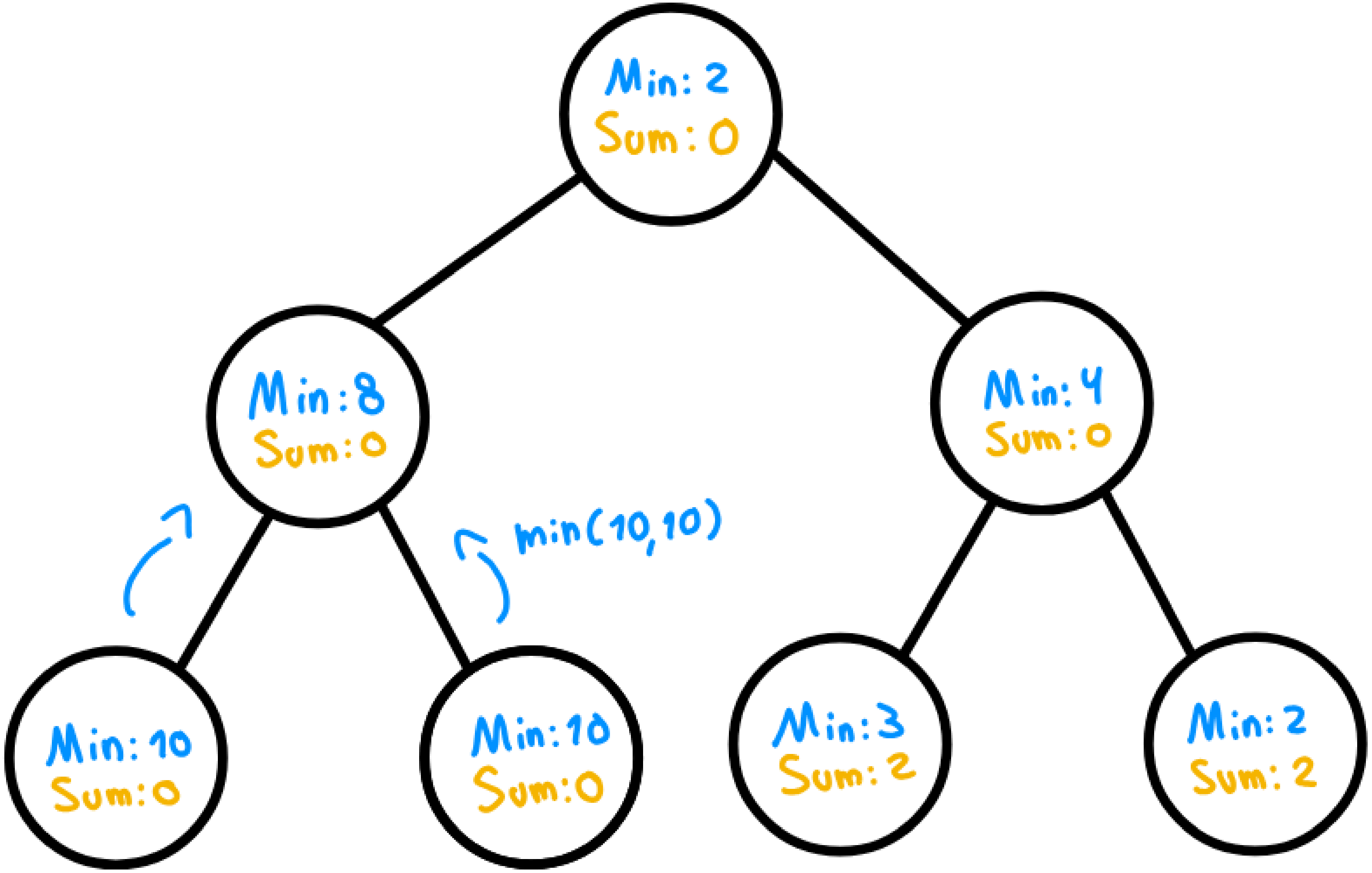
Actualización en rango

Para $a = [10, 8, 3, 2]$ y suma de 2 en el rango $[1, 3]$ para consultas de mínimo:



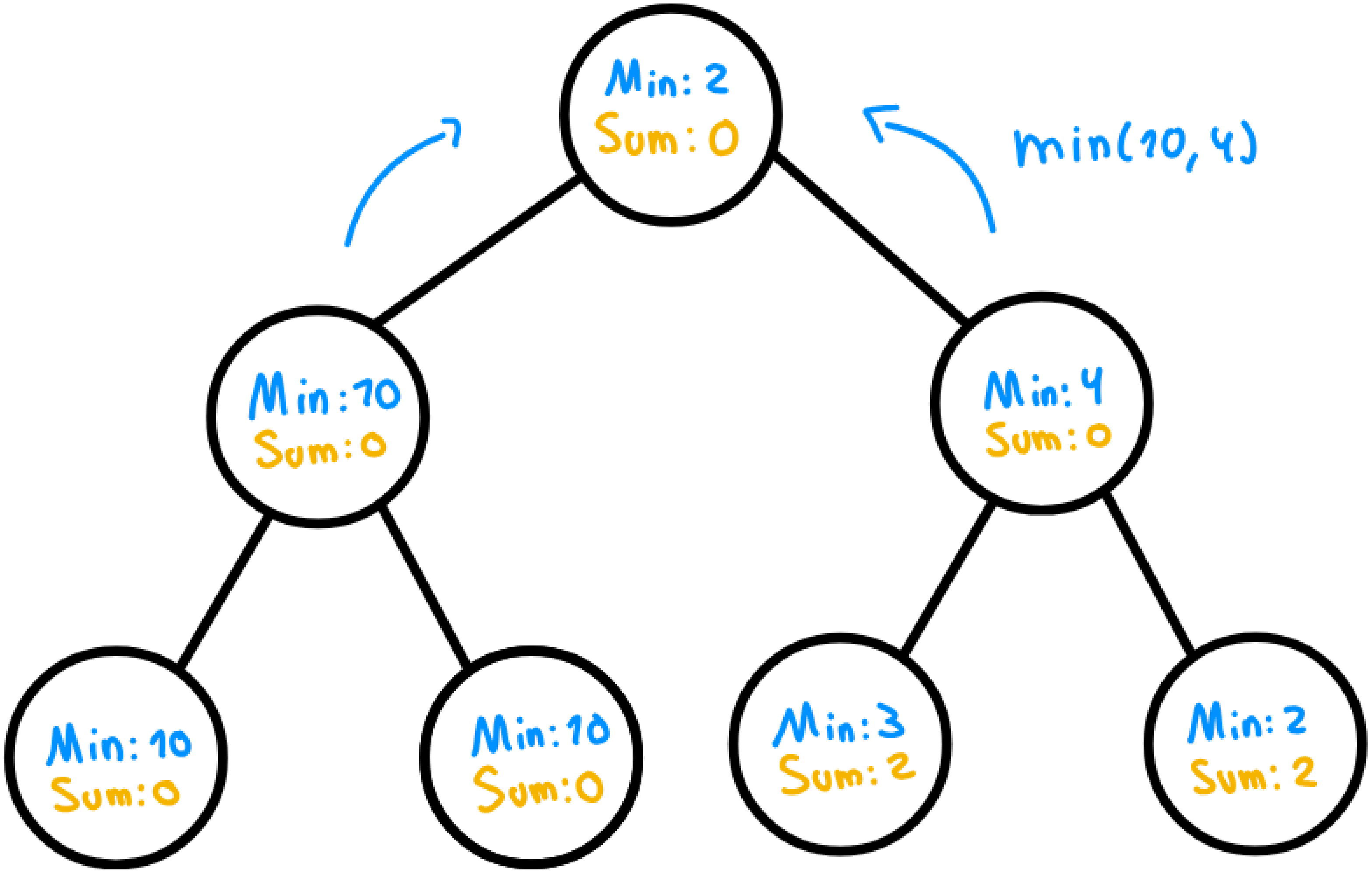
Actualización en rango

Para $a = [10, 8, 3, 2]$ y suma de 2 en el rango $[1, 3]$ para consultas de mínimo:

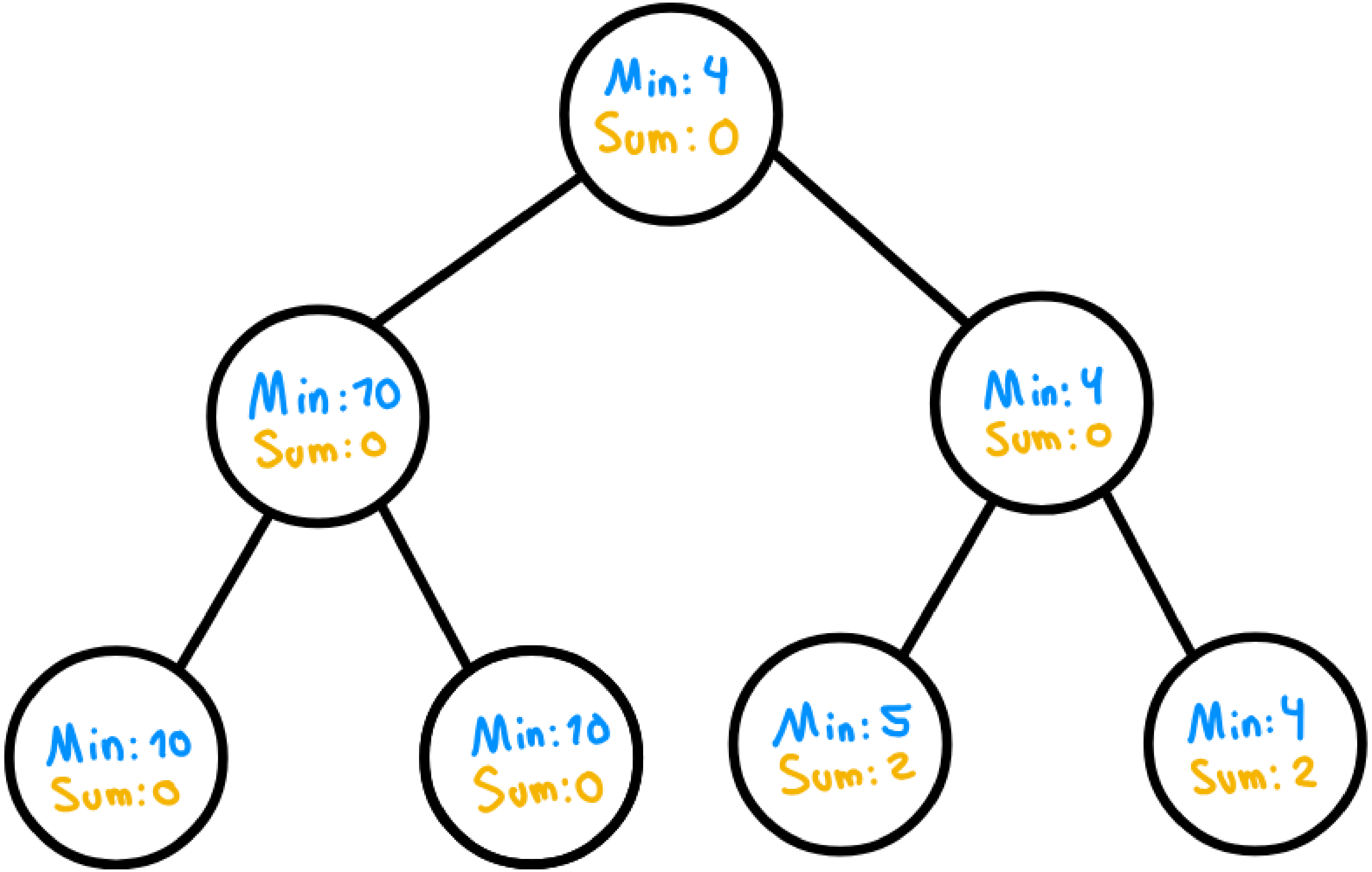


Actualización en rango

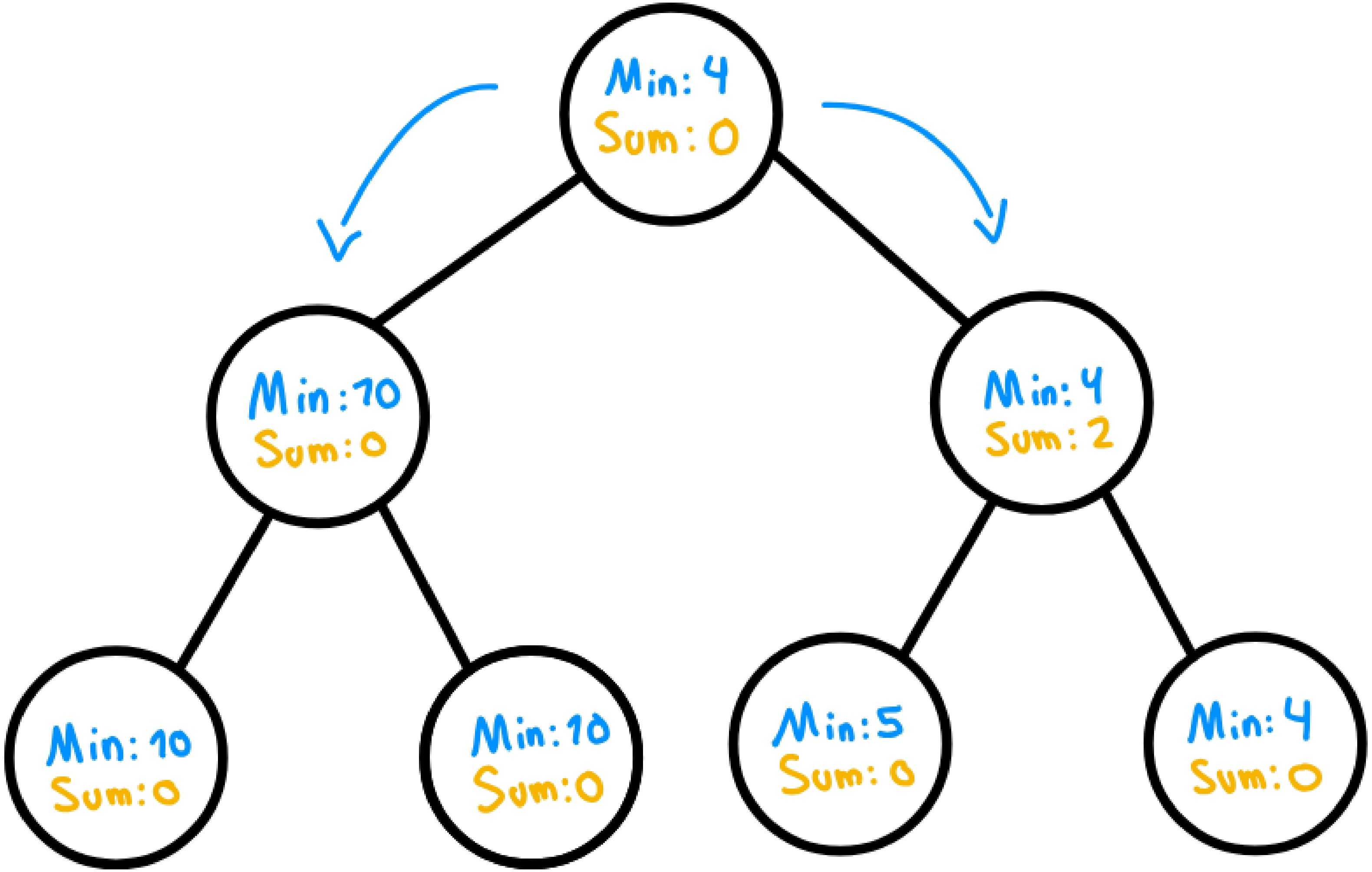
Para $a = [10, 8, 3, 2]$ y suma de 2 en el rango $[1, 3]$ para consultas de mínimo:



Para $a = [10, 8, 3, 2]$ y suma de 2 en el rango $[1, 3]$ para consultas de mínimo:

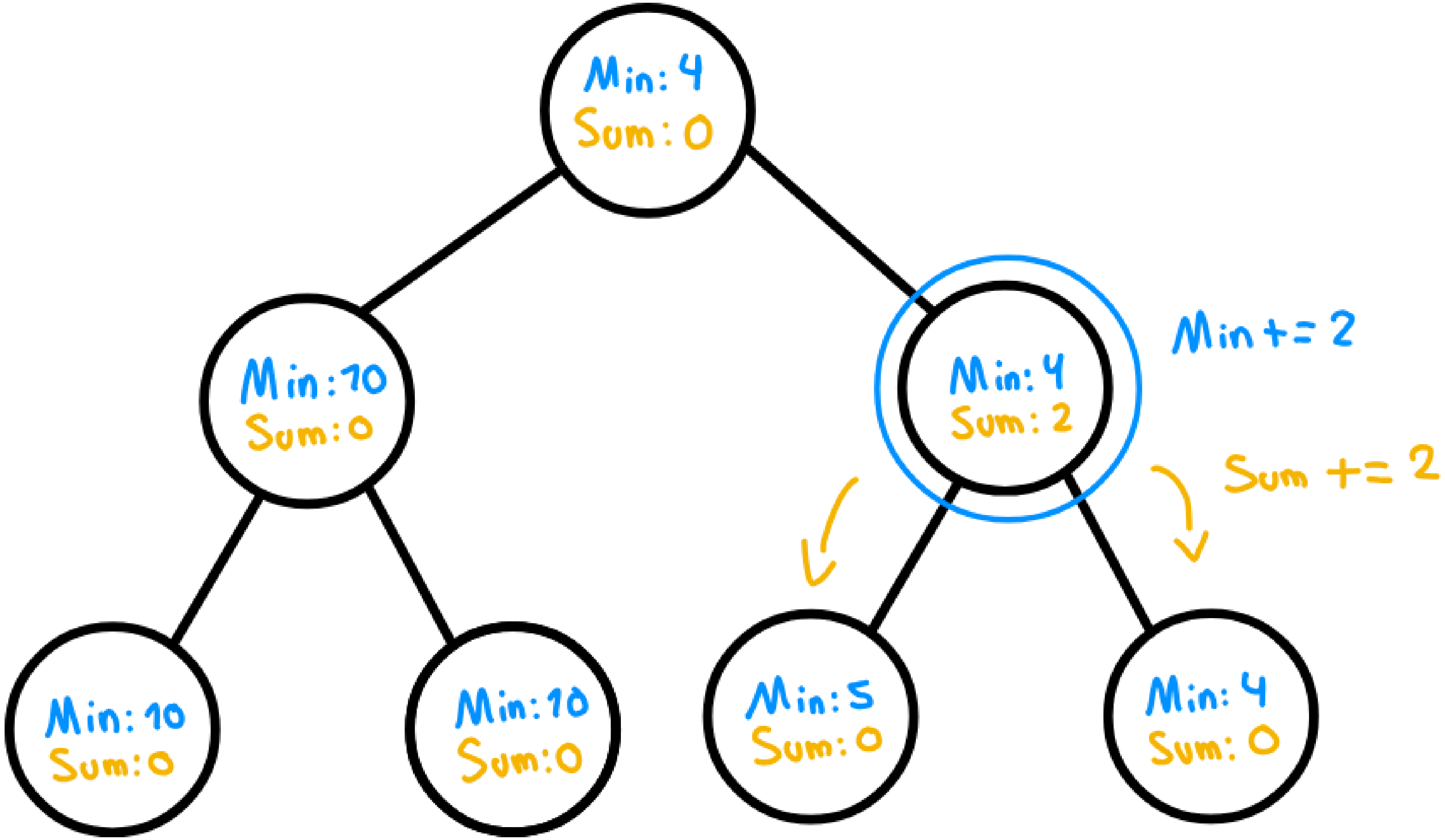


Para $a = [10, 10, 5, 4]$ y consulta de mínimo en el rango $[2, 3]$:



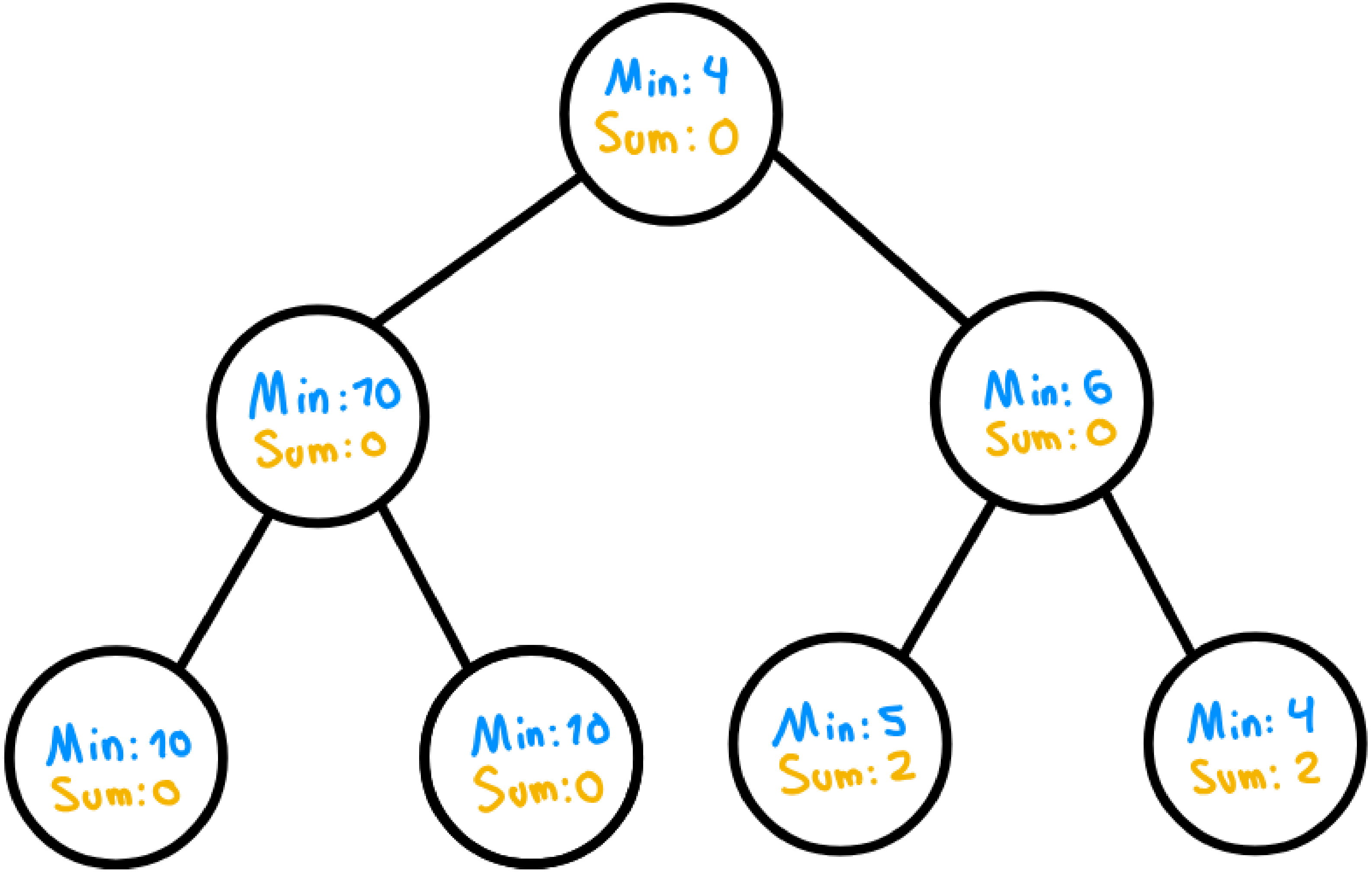
Consulta en rango

Para $a = [10, 10, 5, 4]$ y consulta de mínimo en el rango $[2, 3]$:



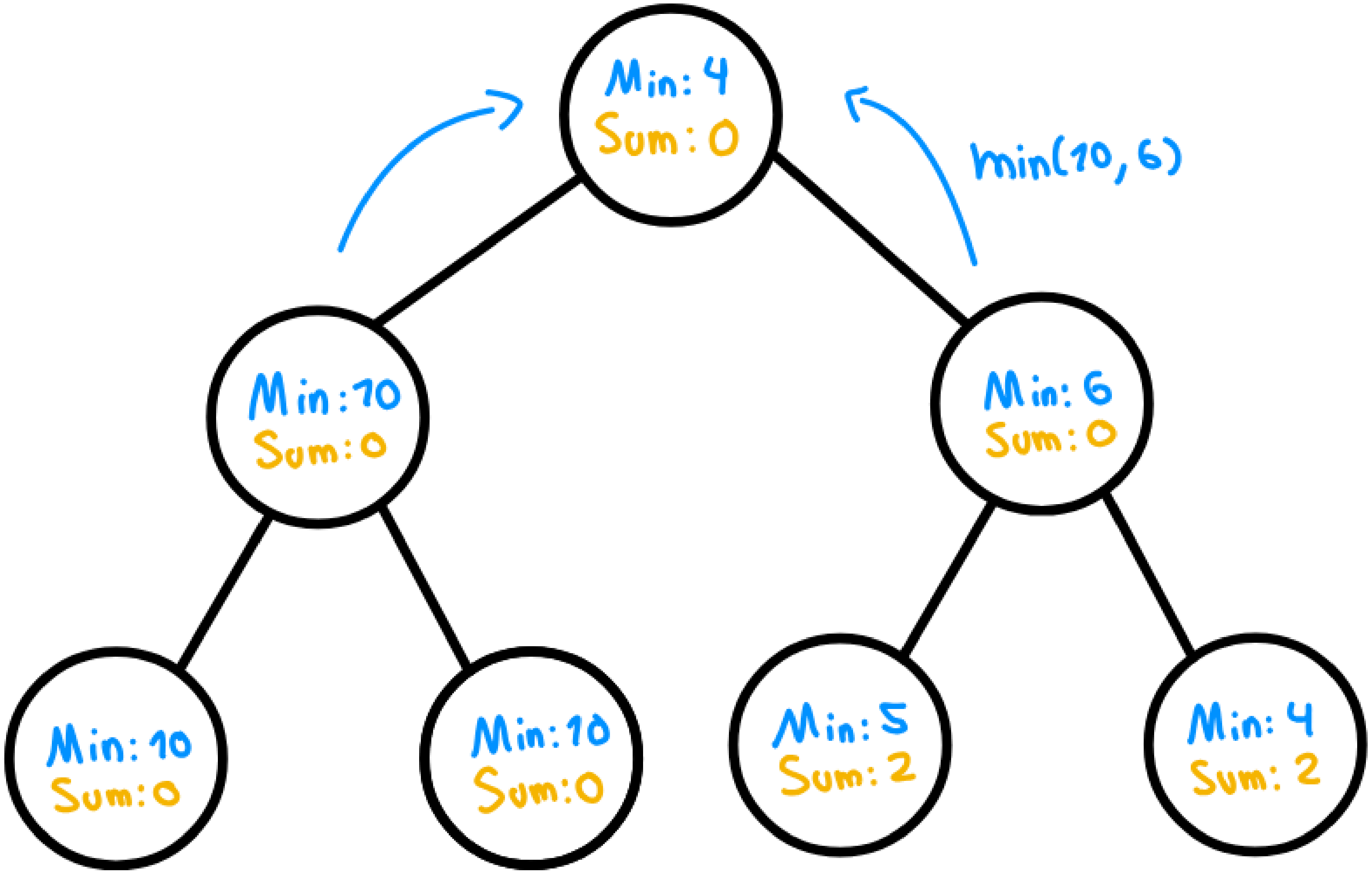
Consulta en rango

Para $a = [10, 10, 5, 4]$ y consulta de mínimo en el rango $[2, 3]$:



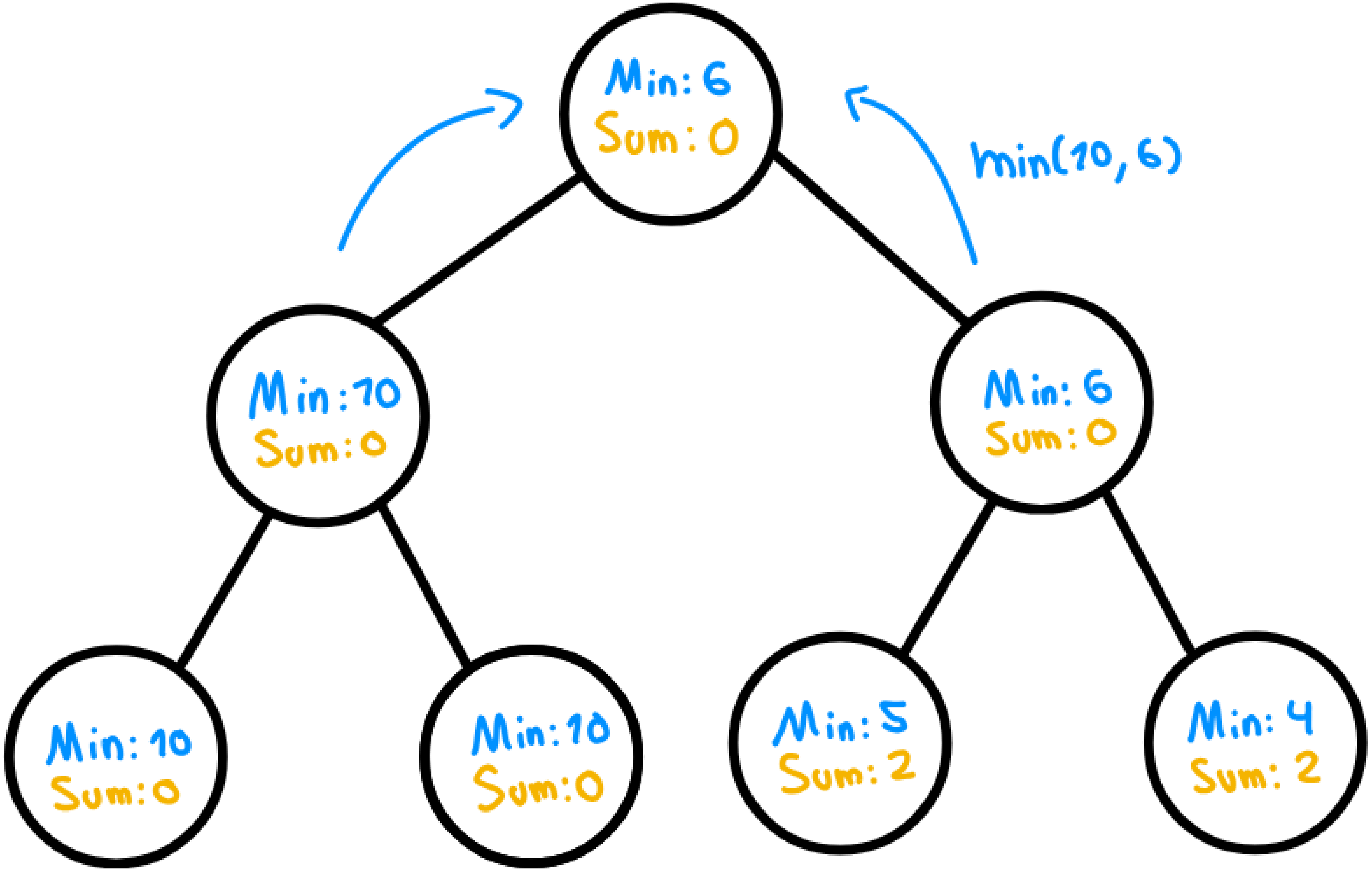
Consulta en rango

Para $a = [10, 10, 5, 4]$ y consulta de mínimo en el rango $[2, 3]$:



Consulta en rango

Para $a = [10, 10, 5, 4]$ y consulta de mínimo en el rango $[2, 3]$:



Cómo usarlo

`T1` es el tipo de dato del Segment Tree, `T2` es el tipo de dato de la actualización.

- `T1 merge(T1, T1)`: Es el mismo merge del Segment Tree normal.
- `void pushUpdate(T2 parent, T2 &child, int leftParent, int rightParent, int leftChild, int rightChild)`: Aplica la actualización del padre al hijo. Los parámetros `leftParent`, `rightParent`, `leftChild`, `rightChild` son los rangos de los nodos padre e hijo respectivamente.
- `void applyUpdate(T2 update, T1 &node, int left, int right)`: Aplica la actualización al nodo. Los parámetros `left` y `right` son el rango del nodo.

Cómo usarlo

```cpp
int merge(int a, int b) { return min(a, b); };

void pushUpdate(int parent, int &child, int leftParent, int rightParent,
                int leftChild, int rightChild) {
  child += parent;
};

void applyUpdate(int update, int &node, int, int) { node += update; }

int main() {

  vector<int> values = {10, 5, 2, 1, 5, 6};

  SegmentTree<int, merge, pushUpdate, applyUpdate> SegmentTreeLazy(values);

  int result = segmentTree.query(1, 4); // Mínimo en el rango [1, 4]

  segmentTree.update(1, 2, 3); // Suma 3 en el rango [1, 2]
}
```

Circular RMQ

Tienes un arreglo circular de tamaño n ($1 \leq n \leq 2 * 10^5$) de enteros entre 1 y 10^6. Se te piden realizar hasta $2 * 10^5$ operaciones de dos tipos:

Operaciones:

- $inc(left, right, v)$:
  Aumenta en v ($1 \leq v \leq 10^6$) todos los elementos del arreglo desde el índice $left$ hasta $right$ (ambos incluidos).
- $rmq(left, right)$:
  Devuelve el valor mínimo en el segmento circular $[left, right]$.

El intervalo puede ser circular: si $left > right$, se considera que pasa por el final y sigue desde el principio.

🔗 Link del problema: codeforces.com/contest/52/problem/C
🔗 Link del código solución: miniurl.cl/oaj8s5

XOR on Segment

Tienes un arreglo de n ($1 \leq n \leq 10^5$) enteros en el rango $[1, 10^6]$ y m ($1 \leq m \leq 5 * 10^4$) operaciones. Cada operación puede ser de dos tipos:

- Tipo 1: Pedir la suma de los elementos entre las posiciones $[left, right]$.
- Tipo 2: Aplicar **XOR** con un valor x a todos los elementos entre $[left, right]$.

Debes procesar todas las operaciones en orden. Para cada consulta de tipo 1, debes imprimir el resultado de la suma correspondiente.

🔗 Link del problema: codeforces.com/contest/242/problem/E
🔗 Link del código solución: miniurl.cl/kl8zd3

Lazy Segment Tree

Se te entrega un arreglo binario A de largo N ($1 \leq N \leq 2{\times}10^5$), donde cada elemento $A[i]$ es 0 o 1. Además, recibirás Q consultas ($1 \leq Q \leq 2{\times}10^5$), cada una de las siguientes dos formas:

- $T_i = 1\ L_i\ R_i$: Invierte los bits entre las posiciones L_i y R_i (es decir, cambia 0 por 1 y 1 por 0).
- $T_i = 2\ L_i\ R_i$: Calcula cuántas inversiones hay en el subarreglo $A[L_i..R_i]$, donde una inversión es un par de índices $i < j$ tal que $A[i] > A[j]$.

🔗 Link del problema: atcoder.jp/contests/practice2/tasks/practice2_l

🔗 Link del código solución: miniurl.cl/6awpyr

Sum of Squares with Segment Tree

Te dan un arreglo a de hasta 10^5 elementos y debes responder hasta 10^5 consultas sobre él usando un Segment Tree con Lazy Propagation. Las consultas pueden ser de tres tipos:

- $0\ l\ r\ x$: Asignar todos los elementos entre los índices l y r al valor x ($-10^3 \leq x \leq 10^3$).
- $1\ l\ r\ x$: Incrementar todos los elementos entre los índices l y r en x ($-10^3 \leq x \leq 10^3$).
- $2\ l\ r$: Calcular la suma de cuadrados de los elementos entre los índices l y r.

Todos los índices están en el rango $1 \leq l \leq r \leq 10^5$, y los valores iniciales del arreglo están acotados por $|a_i| \leq 10^3$.